

Sobre los Derechos de Autor

Declaro que conozco el Reglamento Estudiantil de la UAN, particularmente su "Título VII: De la ética", y entiendo que al entregar este documento denominado **"DISEÑO DE MATERIAL VIRTUAL DE APOYO A LA ENSEÑANZA DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS PARA GRADO NOVENO"**, estoy sujeto a la observancia de dicho reglamento, de las leyes de la República de Colombia, y a las sanciones correspondientes en caso de incumplimiento. Particularmente, declaro que no se ha hecho copia textual parcial o total de obra o idea ajena sin su respectiva referenciación y citación, y certifico que el presente escrito es de mi completa autoría. Soy consciente de que la comisión voluntaria o involuntaria de una falta a la ética estudiantil y profesional en la elaboración o presentación de esta prueba académica acarrea investigaciones y sanciones que pueden afectar desde la nota del trabajo hasta mi condición como estudiante de la UAN.

En constancia firmo,



JORGE ARMANDO MARTINEZ VELANDIA

CC: 80932733

Código: 10101529396

Bogotá D.C. 31 de octubre de 2020

Señores:
Comité de trabajos de grado
Facultad de Educación
Universidad Antonio Nariño

Referencia: carta del aval para presentación del trabajo de grado que he dirigido

Cordial saludo,

Yo Diego Vizcaíno, docente del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad Antonio Nariño, doy mi aval para hacer entrega del trabajo de grado titulado "DISEÑO DE MATERIAL VIRTUAL DE APOYO A LA ENSEÑANZA DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS PARA GRADO NOVENO", elaborado por el estudiante Jorge Armando Martínez Velandia, bajo la modalidad de Material Didáctico.

Atentamente



Diego Vizcaíno
Docente de la Universidad Antonio Nariño

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO



DISEÑO DE MATERIAL VIRTUAL DE APOYO A LA ENSEÑANZA DE LAS
ECUACIONES CUADRÁTICAS PARA GRADO NOVENO

JORGE ARMANDO MARTÍNEZ VELANDIA

Universidad Antonio Nariño

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá, Colombia

Año 2020

DISEÑO DE MATERIAL VIRTUAL DE APOYO A LA ENSEÑANZA DE LAS
ECUACIONES CUADRÁTICAS PARA GRADO NOVENO



JORGE ARMANDO MARTÍNEZ VELANDIA

Trabajo de grado que se presenta como requisito parcial para obtener El título de Licenciado en
Matemáticas

Asesor

PhD. Diego Fabián Vizcaíno Arévalo

Modalidad: Diseño de material didáctico

Universidad Antonio Nariño

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá, Colombia

Año 2020

DEDICATORIA

A DIOS por iluminarme y darme fuerzas para seguir adelante con todos mis
Proyectos a pesar de todas las dificultades.

A mis padres y familia que tanto me han apoyado y enseñado.

AGRADECIMIENTOS

Al compañero Alexander Basabe Uribe por motivarme continuamente y
Buscar la enseñanza de las Matemáticas siempre de menos a más.

Al docente Diego Vizcaíno Arévalo por guiarme
Y apoyarme con su conocimiento en todo el proceso
De elaboración de este gran proyecto.

A los docentes del programa de Licenciatura en Matemáticas por
Su gran labor y ayuda, en especial al profesor Oscar Galindo,
a la profesora Grace Vesga, y a la profesora Zaida Ángel.

A todos muchas gracias.

RESUMEN

Uno de los desafíos de la educación actual es incorporar de manera eficiente las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en el plan de estudios. Específicamente en Matemáticas, la enseñanza del concepto de ecuación cuadrática se puede dinamizar con el uso adecuado de las TIC, generando amplias perspectivas sobre las diferentes formas de su representación, como ecuación, polinomio, función, parábola, entre otras. El Ministerio de Educación Nacional ha establecido claras competencias en cuanto al concepto de ecuación cuadrática en el noveno grado. Dada su importancia, surgió entonces la necesidad de crear un material didáctico de apoyo, que esté acorde con dichas competencias, y que, a su vez, responda a los desafíos de integrar las nuevas tecnologías en el aula docente. El enfoque del trabajo de la presente licenciatura es constructivista, enriquecido con la Gamificación de la docencia. A su vez, se apoya en el uso eficiente de las TIC a través del formato WebQuest, complementado con la propuesta de Pólya para la enseñanza de las matemáticas, buscando construir el pensamiento crítico en el alumno. El material de apoyo propuesto está compuesto por cinco actividades, la primera es una actividad de diagnóstico, y las cuatro siguientes desarrollan el eje temático de las ecuaciones cuadráticas a partir de su relación con números complejos, a través del trabajo colaborativo en línea.

Palabras clave: Ecuación Cuadrática, Resolución de Problemas, Modelo de Enseñanza WebQuest, Gamificación.

ABSTRACT

One of the challenges of today's education is to efficiently incorporate new information and communication technologies (ICT) into the curriculum. Specifically, in Mathematics, the teaching of the quadratic equation concept can be made more dynamic with the appropriate use of ICT, generating broad perspectives on the different forms of its representation, such as equation, polynomial, function, parabola, among others. The Ministry of National Education has established clear competencies regarding the concept of quadratic equation in the ninth grade. Given its importance, the need arose then to create a support didactic material, which is in accordance with these competences, and which, in turn, responds to the challenges of integrating new technologies in the teaching classroom. The focus of the work of the present degree is constructivist, enriched with the Gamification of teaching. In turn, it relies on the efficient use of ICT through the WebQuest format, complemented by Pólya's proposal for the teaching of mathematics, seeking to build critical thinking in the student. The proposed support material is composed of five activities, the first is a diagnostic activity, and the next four develop the thematic axis of quadratic equations from their relationship with complex numbers, through collaborative online work.

Keywords: Quadratic Equation, Problem solving, WebQuest Teaching Model, Gamification

INTRODUCCIÓN

La modalidad del presente material de apoyo propuesto es la producción de material didáctico virtual, partiendo de la pregunta ¿es posible diseñar un material virtual de apoyo para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas para grado noveno, sustentado en la integración eficiente de las TIC en el aula, fomentando así la motivación por este importante eje temático además de un aprendizaje significativo y con profundidad? , para validar la necesidad identificada, se investigaron varios antecedentes y artículos que permitieran sustentarla adecuadamente, se realizó la lectura de diferentes autores que tratan la estructura del concepto de las ecuaciones cuadráticas y todo lo que está implicado en este. Seguido de ello, se revisaron varios autores, entre ellos Álvarez (2012), Reyes, Diaz, y Tercero (2013), los cuales estudian el concepto de ecuación cuadrática y función cuadrática desde varios puntos de vista con el fin de mejorar la enseñanza de dichos conceptos a través de métodos efectivos para lograr un aprendizaje idóneo.

También se incorporó la lectura de Chimbi y Gutiérrez (2015), quienes en su tesis de pre-grado de la Universidad Antonio Nariño dan cuenta de serias dificultades respecto al concepto de función cuadrática, su representación y procesos de factorización implícitos en la resolución de ecuaciones cuadráticas, que tienen estudiantes de grado noveno en dos importantes colegios de Bogotá. Para contribuir a tratar dichas falencias, proponen utilizar recursos tecnológicos dinámicos y atrayentes como el E-Book de cuadernia con test interactivos, y guías de trabajo para el aula, que permitan contextualizar este eje temático a través de situaciones didácticas, en específico las que tienen que ver con los deportes.

Posteriormente, se procedió entonces a diseñar objetos virtuales de aprendizaje (OVA) con el objetivo de apoyar la enseñanza-aprendizaje del eje temático de las ecuaciones cuadráticas en el grado noveno a través de actividades según el modelo de enseñanza on-line WebQuest, complementado con la Gamificación y el enfoque matemático de la Resolución de Problemas propuesto por George Pólya (1965).

El objetivo general del presente material propuesto es el siguiente: ayudar a que los estudiantes de grado noveno descubran de forma atrayente, analítica y gráfica, la importante relación entre las ecuaciones cuadráticas y los números complejos a través de los radicandos negativos. En cuanto a los objetivos específicos, primero, se busca que el estudiante haga uso continuo y óptimo de los recursos tecnológicos junto con los vastos recursos que ofrece internet a través de las actividades tipo WebQuest que se diseñaron, sin olvidar lo importante que es el trabajo colaborativo. Y segundo, que incremente su autonomía frente al proceso de aprendizaje que está en curso.

Para alcanzar los objetivos mencionados, en el diseño de las actividades se propone una estructura que se basa en el formato de enseñanza-aprendizaje on-line WebQuest, y en la integración de los cuatro pasos del método de Pólya (1965) para el trabajo en matemáticos. Todo ello enriquecido con los elementos claves de la Gamificación para hacer más atrayente la temática de las ecuaciones cuadráticas, además de que se fomenta un compromiso mucho más fuerte del estudiante frente a su proceso de aprendizaje.

La estructura del trabajo está compuesta por cuatro capítulos, de la siguiente manera;

Primer capítulo: en este capítulo, se realiza la exploración de la dificultad, y la revisión de antecedentes de la temática de la enseñanza de las Ecuaciones Cuadráticas, aplicación del método

matemático de resolución de problemas, el uso del modelo WebQuest y de Gamificación en la enseñanza de tópicos de matemáticas.

Segundo capítulo: Se revisaron los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional (MEN), el enfoque pedagógico del modelo WebQuest, y los conocimientos matemáticos afines a la temática de Ecuaciones Cuadráticas en el grado noveno.

Tercer capítulo: Se hace la presentación de la organización del material didáctico propuesto, y la validación del material didáctico con sus respectivas correcciones.

Cuarto capítulo: Se presentan las conclusiones y recomendaciones para una eventual puesta en práctica del material de apoyo propuesto.

Tabla de contenido

DEDICATORIA	2
AGRADECIMIENTOS.....	3
RESUMEN	4
ABSTRACT	5
INTRODUCCIÓN.....	6
Índice de Tablas.....	10
1. IDENTIFICACIÓN Y EXPLORACIÓN.....	11
1.1 Identificación de la necesidad	11
1.2 Exploración de la dificultad.....	11
1.2.1 Documento: Unidad didáctica para el desarrollo de la ecuación cuadrática en noveno grado de secundaria.....	12
1.2.2 Documento: Incidencia de las mediaciones pedagógicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de función cuadrática	13
1.2.3 Documento: Teorema fundamental del álgebra y su aplicación a la enseñanza de álgebra 14	
1.2.4 Documento: Diseño de material didáctico (crónica, e-books-cuadernia y guías didácticas), para la enseñanza y aprendizaje de la función cuadrática.	15
2 REALIZACIÓN CONTEXTUAL	17
2.1 Fundamentos Legales	17
2.2 Fundamento Pedagógico	19
2.2.1 Modelo de Aprendizaje WebQuest	20
2.2.2 Gamificación	22
2.2.3 Objeto Virtual de Aprendizaje (O.V.A)	22
2.2.4 Modelo de cuatro fases.....	23
2.3 Fundamento Disciplinar	24
2.3.1 Igualdad	25
2.3.2 Ecuación.....	25
2.3.3 Ecuación Cuadrática	25
2.3.4 Raíces de una Ecuación Cuadrática	26
2.3.5 Función	27
2.3.6 Función Cuadrática.....	27
2.3.7 Parábola.....	28
2.3.8 Números Complejos	29
3 DISEÑO Y VALIDACIÓN DEL MATERIAL.....	31
3.1 Momentos de Desarrollo	31

3.2	Estructura de Actividades	31
3.2.1	Secuenciación de Actividades.....	33
3.2.2	Componentes y descripción de las actividades.....	36
3.3	VALIDACIÓN DEL MATERIAL	45
4	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	52
4.1	Conclusiones	52
4.2	Recomendaciones.....	52
5	REFERENCIAS.....	54
6	CAPÍTULO ANEXOS	57
6.1	Manual de ingreso a las actividades.....	57
6.2	Requerimientos de Software y Hardware	57
6.3	Actividades Propuestas.....	58
6.3.1	Actividad uno.....	58
6.3.2	Actividad dos	70
6.3.3	Actividad tres.....	77
6.3.4	Actividad cuatro	82
6.4	Instrumento de evaluación de materiales de enseñanza de la UAN.....	89
6.5	Evaluadores del material.	91
6.6	Links de acceso a las actividades propuestas	92

Índice de Tablas

TABLA 1. DESARROLLO DE LA TEMÁTICA FUNCIÓN CUADRÁTICA	16
TABLA 2. SECUENCIACIÓN DE ACTIVIDADES	33
TABLA 3. ACTIVIDAD UNO	36
TABLA 4. ACTIVIDAD DOS	38
TABLA 5. ACTIVIDAD TRES	41
TABLA 6. ACTIVIDAD CUATRO	43
TABLA 7. RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DE MATERIAL DE ENSEÑANZA UAN.....	45
TABLA 8. RECOMENDACIONES DEL EVALUADOR 2 QUE SI SE ACOGIERON	47
TABLA 9. RECOMENDACIONES DEL EVALUADOR 2 QUE NO SE ACOGIERON.....	50

1. IDENTIFICACIÓN Y EXPLORACIÓN.

1.1 Identificación de la necesidad

Partiendo de la experiencia de las prácticas docentes y del trabajo como profesor de matemáticas e informática de bachillerato, el autor de este trabajo encontró que una gran cantidad de estudiantes sienten mucho agrado respecto al uso del computador al momento de trabajar temas de álgebra en grado noveno en específico en el eje temático de ecuaciones cuadráticas.

Para ellos fue una experiencia diferente, en la cual no estaban anclados a una clase tradicional en donde el alumno es un recipiente del saber del docente, al contrario, ellos mismos de forma colaborativa, eran partícipes de la construcción de su propio conocimiento a través de las ilimitadas posibilidades de un entorno informático.

En la institución privada en la cual se laboró como docente de matemáticas e informática, en el grado noveno, se dieron clase de matemáticas (álgebra) con computador y sin computador, se evidenció una disminución considerable de la apatía hacia las matemáticas cuando se utilizaba el computador, incluso, tenían deseos de ir más allá de lo trabajado, en concordancia con Carnoy (2004), para quien la enseñanza asistida por ordenador mejora los resultados en matemáticas.

En ese escenario surgió la inquietud de desarrollar actividades de apoyo a la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas en el grado noveno mediadas por el uso eficiente de la tecnología, ya que el uso de la geometría dinámica proporcionada por un software adecuado puede ayudar en gran manera a la visualización de las soluciones de Ecuaciones Cuadráticas, incluso cuando éstas no estén el conjunto de los números reales.

1.2 Exploración de la dificultad.

El aula de clase moderna necesita de las nuevas tecnologías de la información para que Colombia se encuentre a la altura de los desafíos que señala el plan de plan Nacional Decenal de Educación (2016-2026), desarrollado por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) publicado en el 2017, el cual establece como sexto Desafío Estratégico lo siguiente: “Impulsar el uso pertinente, pedagógico y generalizado de las nuevas y diversas tecnologías para apoyar la enseñanza, la construcción de conocimiento, el aprendizaje, la investigación y la innovación, fortaleciendo el desarrollo para la vida” (PNDE, 2017, p.6).

Por otro lado, en la experiencia de las prácticas docentes y del trabajo como profesor de matemáticas e informática de bachillerato, se pudo constatar la utilidad que tiene el computador para explicar de una forma atrayente y gráfica lo que el alumno trabaja en el cuaderno en su forma analítica, en específico el tema de las ecuaciones cuadráticas. El aprendizaje integral de tal concepto, presenta una complejidad que hay que tener en cuenta, ya que este tipo de ecuaciones se pueden presentar de múltiples formas como, por ejemplo, completas, incompletas, en forma de función o incluso en forma de polinomio.

En este sentido, Álvarez indica tal situación, en donde un concepto matemático tiene diversas formas, según el autor “no es fácil para los estudiantes pasar de un tipo de representación a otra, es decir, no es claro para ellos que una gráfica, una expresión simbólica, o una tabla, sean diferentes formas de representación de un mismo concepto” (Álvarez, 2012, pg. 15).

A continuación, se presenta una revisión de varios trabajos e investigaciones que abordan la temática de la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas en todas sus variaciones y la gran tarea que eso representa.

1.2.1 Documento: Unidad didáctica para el desarrollo de la ecuación cuadrática en noveno grado de secundaria

En la Tesis escrita por Reyes, Diaz, y Tercero (2013) plantean una unidad didáctica sobre “ecuación cuadrática” como respuesta al problema del gran índice de reprobación en Matemáticas, en específico en los temas de Funciones y Ecuaciones de noveno grado en dos centros de enseñanza en Nicaragua. Según los autores, tal problema tiene su origen principalmente en que los contenidos de esa sección muchas veces ni siquiera se programan o no se alcanza a profundizar en dichos temas. Además, de que los alumnos no cuentan con libros adecuados para que se desarrolle de forma eficiente tales temáticas que son la base en futuros estudios de los alumnos en sus grados superiores.

El enfoque de los autores es el aprendizaje significativo, y el descubrimiento guiado a través del diseño bien pensado de una Unidad Didáctica que tenga en cuenta tres aspectos fundamentales que son la metodología, el tiempo y el orden lógico de las temáticas para que el aprendizaje sea adecuado y se pueda cumplir con la programación asignada.

La metodología para el diseño de la Unidad Didáctica que proponen se basa en el método de aprendizaje Deductivo (de lo general a lo particular), Inductivo (de lo particular a lo general) y al de resolución de problemas estructurado en cuatro fases (entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás), presentado por Polya (1965). “Le permiten al alumno y al maestro construir en conjunto el aprendizaje” (Reyes, Diaz, & Tercero, 2013, p.14).

El estudio investigativo-descriptivo se realizó durante el segundo semestre del año 2012 en dos centros de enseñanza de Nicaragua, respecto a las necesidades concretas de enseñanza-aprendizaje sobre la temática de ecuación cuadrática a maestros y alumnos de noveno grado de secundaria. Se analizaron las siguientes variables:

- Organización de contenidos
- Metodología usada por los profesores
- Tiempos de las unidades del programa
- Conocimientos previos
- Materiales Didácticos utilizados

Para la recolección de datos, los autores diseñaron un cuestionario de 21 ítems para obtener información efectiva sobre las variables anteriores. La información se obtuvo de las siguientes fuentes primarias.

- De los profesores de Matemática de noveno y décimo grado de tres centros de educación secundaria públicos, rurales y urbanos de los municipios de León, Telica y Posoltega durante el año 2012.
- De los alumnos de noveno y décimo grado de tres centros de educación secundaria públicos, rurales y urbanos de los municipios de León, Telica y Posoltega durante el año 2012.
- De fuentes secundarias como: libros, programa de estudio de Matemática de

Educación Secundaria de 7o, 8o y 9o grado, folletos e internet.

De 600 estudiantes, se entrevistaron a 130 de dos colegios diferentes. Luego procedieron a elaborar la Unidad Didáctica propuesta, que consta de ocho bloques con una duración total de 16 horas de clase en donde se aplican el Método Deductivo, Inductivo y resolución de problemas.

Cada unidad está dividida en cinco partes

1. Propósito de la unidad.
2. Distribución de contenidos en el tiempo.
3. Descripción de la aplicación de la metodología.
4. Sistema de evaluación.
5. Desarrollo de las clases.

La evaluación que se propone es cuantitativa y cualitativa, teniendo en cuenta el proceso y así detectar fortalezas o debilidades en el estudiante

Como conclusión Reyes, Diaz, y Tercero (2013) pudieron inferir que el alumno adquiere sólidos conocimientos a través del modelo constructivista, ya que él mismo con la orientación del profesor puede construir su propio aprendizaje y corregir sus errores. Además, aplicando el método de Polya, el alumno fortalecerá su competencia para solucionar problemas en matemáticas de una forma clara y ordenada, ejecutando estrategias coherentes. El orden lógico y el tiempo sugerido para cada unidad que proponen, da una relación eficaz entre los conocimientos previos y los siguientes con un desarrollo adecuado del tiempo para cada uno.

1.2.2 Documento: Incidencia de las mediaciones pedagógicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de función cuadrática

Álvarez (2012) presenta la puesta en práctica de 4 guías de mediación pedagógica basadas en los 4 estilos de aprendizaje del investigador David A. Kolb como respuesta a la pregunta ¿cómo inciden las mediaciones pedagógicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de función cuadrática? Según el autor, cada persona tiene una forma particular de aprender, es ahí en donde surge la necesidad de que el docente reconozca los diferentes estilos de aprendizaje en sus alumnos, y con ello determine las metodologías más apropiadas para el afianzamiento de los conceptos matemáticos.

Se trabajó con cuatro grupos del grado noveno de la jornada de la tarde de la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen (IENSEC) en Caldas, Colombia, de enero a junio del año 2012. El instrumento guía para clasificar a los estudiantes según su estilo de aprendizaje es el Test libre del profesor David A. Kolb, quien establece 4 tipos de estilo de aprendizaje los cuales son Acomodador, Asimilador, Convergente y Divergente. A su vez Álvarez (2012), desarrolla 4 guías de mediación pedagógica llamadas incidencias o registros de representación semiótica de la función cuadrática: oral-escrita, tabular-gráfica, tecnológica-problémica y analítica-abstracta, para facilitar el aprendizaje del concepto de función cuadrática de acuerdo al estilo de aprendizaje que corresponda. A continuación, se relaciona cada estilo de aprendizaje con sus respectivas guías de mediación:

Para el autor, las matemáticas desarrollan una diversificación de los sistemas semióticos de representación. La semiótica se entiende como la ciencia que se ocupa de los signos. Por tanto, la matemática al tratar de manipulación de signos está relacionada con la interacción entre la semiosis y la noesis. Entonces “este proceso permite comprender el estrecho lazo entre semiosis y noesis. La semiosis, consiste en la producción de signos o la forma que estos operan para

producir significados y La noesis es el conocimiento que se refiere a la realidad de las ideas” (Álvarez, 2012, p.16).

La metodología empleada se puede resumir en dos partes:

1. Identificación de los estilos de aprendizaje a través del Test libre del investigador Kolb, seguido de la formación de subgrupos de acuerdo a cada estilo.
2. Se utilizó una guía común para los cuatro cursos con el tema de función cuadrática de acuerdo a los Estándares del Ministerio de Educación Nacional, además se diseñó una prueba de entrada antes de aplicar las 4 guías de mediación pedagógica y otra de salida, luego de implementarlas. Esto último con el fin de medir cuantitativa y cualitativamente el impacto de dichos instrumentos de mediación pedagógica que privilegian actividades de acuerdo a cada estilo de aprendizaje.

En el documento se especifican conclusiones importantes a partir de la prueba de entrada antes de aplicar la mediación pedagógica propuesta pero después de orientar el tema con una guía común, y otra de salida. La estructura de las pruebas es la siguiente:

Se estudiaron en total a 138 estudiantes de cuatro grupos del grado noveno, de acuerdo a los resultados, Álvarez (2012) pudo evidenciar que la mediación que más favorece a los estudiantes es la tabular-gráfica, seguida de la tecnológica-problemática. A su vez, la incidencia oral-escrita y analítica-abstracta no fueron del agrado de los alumnos. Por otro lado, el estilo de aprendizaje que más se encontró fue el divergente con un 53%, seguido del Asimilador con un 26%, quedándose el Acomodador con un 14% y por último el Convergente con un 7%.

En contraste, a pesar de que sólo 26 de 138 estudiantes, Un 18,84% de acuerdo a la escala institucional de evaluación se ubicaron en un desempeño básico y alto, el autor está de acuerdo con que existe una respuesta favorable a la utilización de las incidencias pedagógicas propuestas en su trabajo.

Basado en estos resultados el autor pudo concluir que las cuatro guías que diseñó obtuvieron buenos resultados al aplicarse en los cursos ya que contribuyó a ampliar la investigación sobre la importancia de la mediación pedagógica en los procesos de enseñanza-aprendizaje en el eje temático de la función cuadrática.

1.2.3 Documento: Teorema fundamental del álgebra y su aplicación a la enseñanza de álgebra

Manosalvas (2011) reconociendo que la enseñanza del álgebra va mucho más allá de ser una simple puesta en marcha de algoritmos sin reflexión alguna, aborda el problema de cómo influye la falta de un enfoque analítico e histórico conceptual en la enseñanza del Álgebra, en específico en el eje temático del Teorema Fundamental del Álgebra. En respuesta a su problema de investigación, la autora presenta tres actividades tipo WebQuest que, a través de los ilimitados recursos del internet, guían al estudiante a la construcción de su propio conocimiento algebraico y al fortalecimiento del trabajo en equipo para contribuir a la formación intelectual y en valores del estudiante.

Se formula la siguiente hipótesis: “La enseñanza tradicional del Teorema Fundamental del Álgebra provoca una visión limitada de Álgebra”, para verificarla o rechazarla, se diseña un instrumento de investigación tipo cuestionario y se aplica a 100 estudiantes de Segundo de

Bachillerato en un colegio en Ecuador. Gracias al análisis cuantitativo y cualitativo de los resultados, Manosalvas, pudo validar la hipótesis y concluir que:

- El estudio del Álgebra, siendo una materia esencial en el aprendizaje dentro del contenido de estudios, en la mayoría de los casos tiene muy poca acogida por los estudiantes, resultando una obligación para ellos estudiar esta materia.
- Durante la encuesta se ha podido determinar que a muchos estudiantes les gusta trabajar en grupo para obtener un buen aprendizaje sobre Álgebra.
- Los estudiantes motivados por introducir conocimientos más profundos y demostrar el potencial de cada estudiante, acoplan un buen resultado al relacionar la teoría con ejercicios y están seguros que el nivel de aprendizaje es superior.
- El Teorema Fundamental del Álgebra siendo un tema en que debe prevalecer conceptos y fundamentos históricos, en esta investigación se ha podido interpretar y analizar que algunos educadores al impartir su enseñanza hacia sus alumnos, muy pocas veces incorporan un poco de historia matemática en dicho tema de estudio, sin tomar en cuenta que la enseñanza histórico-conceptual debe estar presente, no solo en este tema, sino en todo lo que se refiere a la Matemática.

Por tanto, la autora propone tres actividades tipo WebQuest para contribuir a una enseñanza profunda de El Teorema Fundamental del Álgebra desde un enfoque histórico y conceptual pertinente. Presenta entonces la estructura de las mismas de la siguiente manera:

Primera WebQuest: Historia sobre el Teorema Fundamental del Álgebra

Segunda WebQuest: Aplicaciones del Teorema Fundamental del Álgebra

Tercera WebQuest: Problemas Sobre el Teorema Fundamental del Álgebra

Finalmente, Manosalvas (2011) concluyó que la enseñanza tradicional del Teorema Fundamental del Álgebra influye de una forma considerable en el gusto o rechazo para estudiarla por parte de los alumnos, y con su propuesta basada en el modelo WebQuest pretende que se cambie radicalmente la forma de enseñanza de dicho tema con el uso eficiente de la tecnología y el software matemático adecuado para tales fines.

1.2.4 Documento: Diseño de material didáctico (crónica, e-books-cuadernia y guías didácticas), para la enseñanza y aprendizaje de la función cuadrática.

Chimbi y Gutiérrez (2015) a partir de sus prácticas docentes en el Liceo Femenino Mercedes Nariño y Gustavo Restrepo, observaron que los alumnos del grado noveno de estas instituciones tenían dificultades respecto a la tabulación de funciones cuadráticas, y en cuanto a la factorización necesaria para resolver ecuaciones cuadráticas. Para afrontar esta problemática, proponen diseñar un material didáctico que contribuya a afianzar los conceptos de este eje temático y mejorar su enseñanza a través del uso de la tecnología.

El material está pensado tanto para ayudar al estudiante, como para mejorar las prácticas de los profesores que imparten la materia y así evitar los problemas que se evidenciaron en sus prácticas docentes.

Las autoras en su propuesta, desarrollan un enfoque histórico de la función cuadrática a través del uso del E-Book cuadernia, y a su vez elaboran guías que dan contexto al tema tratado.

Se trabajó con 42 estudiantes de los grados 901 de la ied Liceo Femenino Mercedes Nariño y con 35 estudiantes del grado 902 la ied Gustavo Restrepo. la metodología de la propuesta se enmarca en una investigación de tipo cuasi experimental en donde se escogen los grupos en los que se va a probar una variable sin existir un proceso de pre-selección.

Los momentos de este tipo de investigación según las autoras son los siguientes:

1. Identificar y definir el problema.
2. Formular hipótesis
3. Elaborar un plan experimental
4. Realizar el experimento
5. Organizar los resultados
6. Informar los resultados por escrito.

El modelo pedagógico que soporta el trabajo de grado es la Teoría de las Situaciones Didácticas, para las autoras “es necesario establecer que se quiere obtener del educando; pero debe saber también que este nuevo concepto se halla enteramente justificado, dentro de una serie de situaciones con las que se construye” (Chimbi & Gutiérrez, 2015, p.56).

En síntesis, se trabajó el eje temático de la función cuadrática seccionándolo en tres aspectos a los cuales se responde con un recurso diseñado.

Tabla 1 Desarrollo de la temática Función Cuadrática

FUNCIÓN CUADRÁTICA		
Parte Histórica	Concepto y Elementos	Problemas de Aplicación
Crónica	E-Book (test interactivo)	Guías Didácticas para el aula basadas en el deporte (total 9)

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, Chimbi y Gutiérrez (2015) concluyeron que el tema de la función cuadrática exige un lenguaje cercano para los alumnos, y se debe enmarcar en un contexto al cual los mismos tengan acceso para que dicho conocimiento sea significativo y contribuya al desarrollo de su pensamiento variacional. Por otro lado, las autoras reconocieron que la práctica docente es una excelente herramienta que se dispone para detectar falencias reales en los estudiantes y así poder tener una base firme para poder diseñar un excelente material que permita responder eficientemente a las necesidades detectadas.

Además, se resaltó que los estándares y lineamientos que establece el Ministerio de Educación da la directriz para ordenar los conceptos de una forma coherente, para que el avance a través de los mismos sea adecuado y junto con la revisión de antecedentes, se concluyó que esto permitió diseñar herramientas didácticas propias y dinámicas para hacer más sencillo el proceso de aprendizaje de este tópico.

2 REALIZACIÓN CONTEXTUAL

2.1 Fundamentos Legales

El Ministerio de Educación Nacional entrega a las comunidades educativas del país el documento titulado "Lineamientos Curriculares", en cumplimiento del artículo 78 de la Ley 115 de 1994.

Para el tratamiento de las estructuras algebraicas, el MEN en este documento señala que:

- las estructuras algebraicas como medio de representación y sus métodos como herramientas en la resolución de problemas, la función y sus diferentes formas de representación, el análisis de relaciones funcionales y de la variación en general para explicar de qué forma un cambio en una cantidad produce un cambio en otra, y la contextualización de diversos modelos de dependencia entre variables, todos estos desarrollos propios del pensamiento variacional.
- Respecto al álgebra, se considera que en un primer momento generaliza patrones aritméticos y posteriormente se constituye en una potente herramienta para la modelación de situaciones de cuantificación y de diversos fenómenos de variación y cambio, es por ello que debe involucrar entre otros aspectos el uso comprensivo de la variable y sus diferentes significados, la interpretación y modelación de la igualdad y de la ecuación. (Ministerio de Educación, 1998, p.17).

Por otro lado, las actividades on-line que se desarrollaron en el presente trabajo de grado, hacen uso de las diversas formas de representación de una ecuación cuadrática. en específico, en su forma de función y sus puntos de corte con el eje X.

Estas ecuaciones involucran una igualdad, pero cuando se tienen que graficar, ya se empieza a trabajar con una variable independiente "x" y una independiente "y" que corresponde a otra forma de representación del mismo polinomio de grado 2, que en vez de igualarlo a cero como en el caso de su forma de ecuación, ahora se iguala a "y" dando por resultado el concepto de función cuadrática, que es un muy importante en las matemáticas.

Ahora bien, con el fin de profundizar mucho más en las implicaciones graficas de las soluciones con radicandos negativos de una ecuación cuadrática, en la cuarta y última actividad diseñada en esta propuesta, se trabaja la siguiente ecuación $x^2 - 2x + 5 = 0$, se procede primero a analizar su forma de función $y = x^2 - 2x + 5$ con su grafica correspondiente, misma que no tiene puntos que corten en el eje X, y por tanto la geometría justifica aquí las soluciones analíticas que involucran radicandos negativos, esto implica que las raíces de esta ecuación cuadrática no están en el plano cartesiano, aspecto que es nuevo para el estudiante que hasta ese momento ha trabajado únicamente con soluciones en los números reales. Un nuevo mundo se abre ante los ojos del alumno, al trabajar con una ecuación que le es familiar por su formación, como lo es $x^2 - 2x + 5 = 0$, pero sus soluciones con raíces cuadradas de números negativos no le son tanto. Por tal motivo, tiene que recurrir al concepto de función cuadrática para poder ver el porqué de las mismas. Además, se preguntará dónde se ubican dichas soluciones, ya que en el plano cartesiano no se puede dado que dicha función no toca el eje X.

Asimismo, Lo anterior está de acuerdo a los Estándares Básicos De Competencias En Matemáticas (2006). Allí, respecto al eje temático de las ecuaciones cuadráticas se define en el Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos las competencias que deben alcanzar los estudiantes al finalizar grado noveno:

- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
- Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.
- Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.
- Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas (Ministerio de Educación, 2006, p.87).

La actividad dos y tres del presente trabajo de grado utiliza algunas de las propiedades de la potenciación y radicación. Respecto a estos temas para el grado noveno, los Estándares Básicos De Competencias En Matemáticas (2006) en el Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos señalan lo siguiente:

- Identifico y utilizo la potenciación, la radicación, la logaritmación para representar situaciones matemáticas y no matemáticas y para resolver problemas. (Ministerio de Educación, 2006, p.86).

En contraste, los Derechos Básicos de Aprendizaje (2017) propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, señala los aprendizajes fundamentales que debe tener un estudiante alineados con los Estándares Básicos de Competencias para cada grado. Se tendrán pues, en consideración, los siguientes en referencia al grado noveno y al eje temático de este trabajo:

- Utiliza distintos métodos para solucionar ecuaciones cuadráticas.
- Expresa una función cuadrática de distintas formas (MEN, 2017, p.29).

A su vez, esto último está en coherencia vertical respecto al grado anterior expresado en el mismo documento:

- Reconoce que la gráfica de una función cuadrática (de la forma $g(x) = ax^2$, donde a es un número dado) es una parábola con vértice en el origen, que abre hacia arriba o hacia abajo dependiendo del signo de a y es más abierta o más cerrada que $y = x^2$ dependiendo del valor de a .
- Soluciona ecuaciones cuadráticas del tipo $x^2 = d$ (MEN, 2017, p.25).

Respecto a la incorporación de las nuevas tecnologías de la información en el aula, el MEN en el documento de Lineamientos Curriculares señala que:

- Las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar.
- El uso de los computadores en la educación matemática ha hecho más accesible e importante para los estudiantes temas de la geometría, la probabilidad, la estadística y el álgebra.
- Las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar.

- El uso efectivo de las nuevas tecnologías aplicadas a la educación es un campo que requiere investigación, desarrollo y formación de los docentes. (MEN, 1998, p.18).

Justamente el MEN en el documento de Lineamientos Curriculares (1998) reconoce que efectivamente la incorporación de la tecnología al aula es un campo todavía en investigación. En torno a esta tendencia podemos encontrar los siguientes aportes de varios autores:

- Es imprescindible que el docente actual asuma las TICs como una herramienta de trabajo para su propio enriquecimiento, al igual que para el diseño didáctico con sus estudiantes, y no como un anexo del mundo actual frente al cual hay que restringir su uso, o ignorarlo (Castiblanco & Vizcaíno, 2008, p.7)
- Siemens, además, argumenta que las teorías tradicionales de aprendizaje, presentan algunas limitaciones. Por ejemplo, estas teorías no consideran los procesos de aprendizaje que toman lugar fuera de las personas, ni consideran el aprendizaje que ocurre dentro de las organizaciones (Gutiérrez, 2012, p.4).
- El surgimiento de diferentes softwares para la enseñanza de las matemáticas y su incorporación en el salón de clases, exige que sea el propio profesor de matemáticas quien introduzca conceptos de las matemáticas apoyándose en el uso de la computadora. Los cambios recientes en el currículo de matemáticas reconocen la importancia del uso de las calculadoras y computadoras en el aprendizaje de los estudiantes. (Araya, 2007, p.8).

Por tanto, este trabajo de grado se enmarca en la búsqueda de actividades de apoyo a la enseñanza de las Ecuaciones Cuadráticas a través de la mediación de software matemático para hacer un excelente uso de la geometría dinámica que nos proporciona la tecnología disponible, junto con un adecuado soporte pedagógico y metodológico para desarrollar las habilidades que se espera en los estándares señalados.

2.2 Fundamento Pedagógico

La enseñanza de la matemática hoy por hoy requiere de la preparación del docente en diversas técnicas, didácticas y pedagogías para que pueda atender de forma completa los diferentes tipos de estudiantes que tiene. Para este trabajo elegí el modelo de aprendizaje on-line WebQuest basado con un enfoque pedagógico constructivista como se va a explicar más adelante. Y la Gamificación porque cumplen a cabalidad con los desafíos de la educación actual en donde el conocimiento crece a velocidades increíbles gracias a la ayuda de las modernas tecnologías de la información y comunicación que podemos aprovechar en la enseñanza de la matemática.

El modelo WebQuest tiene como enfoque el trabajo de clase con todas las ilimitadas herramientas de internet y se propone de forma colaborativa, ya que lo que se busca además de que el alumno aprenda matemáticas, es contribuir también a la formación de un individuo que sepa trabajar en comunidad y que le aporte positivamente a la sociedad en que vive.

La Gamificación se presenta como una forma eficiente de presentar los contenidos matemáticos de forma atrayente logrando un compromiso activo del estudiante frente a su proceso de aprendizaje, ya que se definen propuestas frescas y dinámicas con premios, rankings y demás elementos propios del juego, pero con un fin muy claro de aprendizaje. Todo esto, aplicado a enseñanza de la matemática debe complementarse con un modelo que nos guíe de forma efectiva

en la didáctica de la matemática, para esto, se eligió el modelo de aprendizaje basado en problemas propuesto por Polya (1965). Estos tres temas los desarrollo a continuación.

2.2.1 Modelo de Aprendizaje WebQuest

El Plan Decenal de Educación (2016-2026), señala como su décimo desafío fomentar la investigación para generar conocimiento en todos los niveles de la educación y como sexto desafío Impulsar el uso pertinente, pedagógico y generalizado de las nuevas y diversas tecnologías para apoyar la enseñanza, la construcción de conocimiento, el aprendizaje, la investigación y la innovación, fortaleciendo el desarrollo para la vida.

El modelo WebQuest cumple con estos requerimientos, una WebQuest tal como señala Bilbao (2014), es una actividad innovadora:

- se basa fundamentalmente en los recursos proporcionados por internet que incitan a investigar, potenciar el pensamiento crítico, la creatividad y la toma de decisiones, y que contribuyen a desarrollar diferentes capacidades para llevar a los educandos a transformar los conocimientos adquiridos (Bilbao,2014, p.20).

Sus creadores son Tom March y Bernard Dodge quienes en 1995 en la Universidad Estatal de San Diego establecieron dicha técnica. Desarrollaron herramientas en línea muy eficientes para contribuir al aprendizaje

Según la misma autora, la palabra quest en el inglés puede entenderse como sustantivo que significa “el acto de buscar algo”, y como verbo, la palabra quest significa “buscar sobre la pista” si es en un juego, o “hacer una búsqueda”.

El conocimiento en nuestros días crece aceleradamente gracias al trabajo en conjunto de un vasto número de profesionales, y es desde la escuela, que se va a desarrollar un pensamiento cooperativo para alcanzar las metas propuestas, junto con el uso adecuado de la tecnología, el aprendizaje será eficiente y pertinente para poder cumplir las metas trazadas en el Plan Decenal de Educación mencionado.

Ahora bien, fomentar la investigación para generar conocimiento tal como lo desea el Ministerio de Educación Nacional en su sexto y décimo desafío estratégico, hace que inevitablemente el educando se enfrente a la inmensa cantidad de información en la web, y mucha de ésta procederá de fuentes no muy estructuradas.

Según Castiblanco y Vizcaino (2008) los estudiantes deberán juzgar y evaluar la información que encuentran, y es aquí donde el papel de facilitador del docente es crucial para el alumno. En este sentido, el material de apoyo presentado en este trabajo de grado en forma de una WebQuest de matemáticas sobre ecuaciones cuadráticas para grado noveno, se basa en las características de los temas para una WebQuest. “Los temas propicios para una WebQuest son aquellos cuya complejidad puede aceptar distintas soluciones, los que despiertan el interés porque implican un desafío” (Bilbao, 2014, p.57).

Según lo anterior, ¿qué se puede decir de la ecuación $x^2 - 2x + 5 = 0$, tendrá soluciones en los números reales? . En tal caso, esta ecuación sería adecuada para el desarrollo de una WebQuest, debido a que al resolverla las soluciones que se encuentran son soluciones que implican raíces cuadradas de números negativos, y por tanto conducen directamente a números complejos, lo cual es un desafío para los que están acostumbrados a resolver ecuaciones cuadráticas con soluciones

reales solamente. A su vez atrae el interés del estudiante en cuanto a que se sale de las expresiones rutinarias que se resuelven en clase. Por otro lado, surge el interrogante de en qué plano se pueden ubicar dichas soluciones, lo cual es toda una nueva aventura para los alumnos, que, a su vez, puede llevar a otra gran pregunta; ¿qué son los números complejos?

La enseñanza de este eje temático del Álgebra al unirse a la experiencia con WebQuest y el uso de nuevas tecnologías de la información, transforman drásticamente el aula, convirtiéndola en un entorno de trabajo constructivista, pues la metodología, según Bilbao (2014) cumple con las cuatro condiciones que lo permiten:

- el educador es un mediador
- el educando construye su propio conocimiento
- la metodología logra cuestionar, averiguar, indagar o investigar
- el objetivo del aprendizaje es que el educando genere nuevos esquemas de conocimiento. (pág.40)

Además del trabajo colaborativo y del desarrollo del pensamiento crítico mediados por las nuevas tecnologías, el modelo presentado atiende también al aspecto fundamental de la motivación, en efecto:

- Por otra parte, también queremos resaltar que el aprendizaje escolar, desde una visión constructivista, no queda, en absoluto, reducido exclusivamente al plano cognitivo en sentido estricto, sino que hay que contar también con otros aspectos motivacionales como las intenciones, las metas, las percepciones y creencias que tiene el sujeto que aprende (García & Doménech, 1997, p.2).

Lo anterior queda evidenciado en las siguientes características del diseño eficiente de una WebQuest, como señala Manosalvas (2011), una WebQuest está compuesta por cinco partes fundamentales: introducción, tarea, proceso, evaluación y conclusión. A continuación, se resume lo que comprende cada parte:

INTRODUCCIÓN: se muestra la actividad a los estudiantes de una manera interesante con el objetivo de fomentar su motivación para la realización de las mismas.

TAREA: En esta sección se establece el objetivo principal que se desea alcanzar y el producto o las actividades que tienen que realizar.

PROCESO: se ofrecen links de varios recursos de la web, escogidos de una manera cuidadosa para tener las herramientas y poder hacer la tarea que se establece.

EVALUACIÓN: se describe la forma en que se evaluará la tarea y los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de la investigación. Dicha evaluación puede ser tanto cualitativa como cuantitativa.

CONCLUSIÓN: se resume lo que se ha aprendido durante la actividad, examinando la importancia del nuevo conocimiento.

En cuanto a los tipos de WebQuest, Mercedez (2008) hace mención de los tres siguientes:

- **webquest a corto plazo:** con una duración muy limitada (de 1 a 3 sesiones). El número de actividades es reducido y la tarea no presenta gran complejidad.
- **webquest a largo plazo:** el trabajo se extiende a lo largo de mucho más tiempo (de cuatro sesiones en adelante, un mes o más.) Conlleva la realización de más actividades,

o de mayor complejidad, que la anterior categoría. Presenta un producto final, obviamente, de mayor elaboración o complejidad.

- **Mini webquest:** se trata de una WQ de corta duración, compuesta sólo por tres apartados: escenario, tarea y producto. Es la tipología ideal para aquellos docentes que empiezan en esta metodología o disponen de poco tiempo para su realización (Mercedez 2008, pág.13)

Por otro lado, la introducción hace parte principal de la atracción del alumno hacia la tarea que se le propone realizar, a través de una pregunta orientadora, se encamina la motivación para que el estudiante realice la meta de aprendizaje y consecución de la actividad. Es un aspecto importante de toda buena introducción formular una buena pregunta, “una pregunta sobre la que se va a organizar la WQ y que englobaría el aprendizaje que el alumno debe alcanzar a lo largo de la investigación” (Mercedez, 2008, p.8).

2.2.2 Gamificación

La integración de las características intrínsecas de los videojuegos a la enseñanza se conoce como gamificación. Tenemos que:

- La Gamificación supone una novedad muy útil y práctica, porque añade una nueva dimensión a la toma estratégica de decisiones: la inclusión y práctica de juegos en contextos no lúdicos con el objetivo de simular estrategias, modificar comportamientos, actuar sobre la motivación y resolver problemas de la vida real. (Teixes, 2015, p.5).

En cuanto a las partes esenciales de la gamificación, en referencia al trabajo de Werbach y Hunter (2012), se encuentra las siguientes:

- **dinámicas:** es lo que motiva al ser humano para el juego, como las emociones o el reconocimiento de progreso, o la competencia, entre otras.
- **mecánicas:** son las reglas intrínsecas del juego, retos, y premios que ofrece.
- **componentes:** son los, logros, avatares, rankings y nivel alcanzado por los jugadores. (pág.3)

De acuerdo a tal enfoque, la propuesta desarrollada contiene recursos interactivos de creación propia y otros externos, diseñados en la Plataforma “Educaplay”, los cuales son crucigramas interactivos, mapas de trabajo en línea, en donde se tienen que completar cuadros de texto con una imagen de fondo, video-quiz interactivo que establece unas preguntas mientras se está viendo el video, y al responderlas el video continúa. Finalmente se incluyen también mosaicos interactivos, en donde se tiene que relacionar el contenido de una imagen con el contenido de otra correspondiente. Todos los recursos establecen un límite de tiempo para realizarlos, y la plataforma de modo automático genera un ranking de dominio público de los puntajes obtenidos por los participantes, quienes previamente se habrán registrado en la plataforma de Educaplay, fomentando así la sana competencia y en concordancia con los principios de la Gamificación aquí expuestos.

2.2.3 Objeto Virtual de Aprendizaje (O.V.A)

Por otro lado, las actividades que se proponen en el presente trabajo están catalogadas como un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA). Según Medina (2014), el Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) se conoce en algunos contextos simplemente como OA, que significa Objeto de Aprendizaje. Además, señala que, en Colombia, el MEN desarrolló su propio concepto: “un objeto de aprendizaje es un conjunto de recursos digitales, que pueden ser utilizados en distintos contextos, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: contenidos, actividades de aprendizaje y contextualización” (Medina ,2014, p.99)

A su vez, se entiende como recurso digital “cualquier tipo de información que se encuentre almacenada en formato digital” (Medina, 2014, p.99). Por otro lado, lo que está detrás de un buen OVA es esa integración de elementos tecnológicos que hacen más emocionante el proceso de aprender, ya que como reconoce el mismo autor, los objetos virtuales de aprendizaje tienen alto grado de valor pedagógico. Tal emoción y motivación que puede generar dichos objetos se puede reforzar a través del juego.

2.2.4 Modelo de cuatro fases

Como se detalló anteriormente, el enfoque del modelo de aprendizaje WebQuest está basado en el trabajo por proyectos y resolución de problemas interesantes y desafiantes que contribuyan a la formación del pensamiento crítico. En concordancia con ello, el enfoque matemático de las actividades de apoyo a la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas presentadas en este trabajo de grado, están sustentadas por el Modelo de 4 fases para la resolución de problemas propuesto por Pólya (1965). Según este autor las fases para enfrentar un problema en Matemáticas son las siguientes:

1. **Comprensión del problema:** Pólya es muy claro al exponer que no se puede tratar de responder una pregunta que no se comprende. Se tiene que “ver claramente lo que se pide”. Para ello es necesario separar las tres componentes principales del problema; la incógnita, los datos y la condición. El aspecto geométrico es muy importante al comprender un problema, ya que se puede dar el caso de que una figura puede tener relación con la incógnita que se desea resolver.
2. **Concepción de un plan:** en esta fase, se debe recordar si el problema que se va a resolver tiene un parecido a algún otro que se haya resuelto antes, es decir, un problema en donde se haya buscado “la misma incógnita o una similar” como señala el autor. Se debe tratar de expresar con otras palabras el mismo problema que en principio no se pueda resolver fácilmente, esto puede llevar a trazar un plan innovador para dar con la solución buscada.
3. **Ejecución del Plan:** Se procede a llevar a cabo de forma rigurosa el plan que se trazó anteriormente al haber considerado a fondo la naturaleza del problema. debe existir una exactitud entre cada paso del plan para que su ejecución sea todo un éxito.
4. **Visión retrospectiva:** Al finalizar se debe revisar si existe algún error en la ejecución del plan anterior y comprobar los resultados obtenidos. Según Polya, es preferible un plan corto y simple que uno largo y complicado.

En este orden de ideas, se diseñaron actividades que se orientan en el formato on-line WebQuest que tiene enfoque constructivista y se sustentan en la metodología de la resolución de problemas expuesta por Pólya (1965), asimismo, aprovechando que son Objetos Virtuales de Aprendizaje, al ser recursos digitales, serán enriquecidas con la Gamificación matemática como estrategia para apoyar la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas en el grado noveno.

El objetivo general del presente material propuesto es el siguiente:

Ayudar a que los estudiantes de grado noveno descubran de forma atrayente, analítica y gráfica, la importante relación entre las ecuaciones cuadráticas y los números complejos a través de los radicandos negativos.

Por otro lado, la motivación hacia la ejecución de las actividades es algo que siempre se debe tener en cuenta para que se logre un aprendizaje eficiente. Rojas (2019) señala que existe un estrecho vínculo entre el concepto de problema, el método de su resolución, y la motivación o fracaso que se genera en los estudiantes si esos dos aspectos no se integran eficientemente. De hecho, así lo señala Rojas (2019):

- “Según Barrell (1999) un problema es cualquier duda o dificultad que se debe resolver de un proceso de reflexión y acción para solucionarlos” (Rojas, 2019, p.36).

En consecuencia, en el desarrollo de la propuesta se trabajará con tareas a corto plazo. Para que el estudiante pueda visualizarlas y ejecutar un plan de trabajo para desarrollarlas, tendrán importantes recursos que motivarán eficientemente hacia el éxito del desarrollo mencionado. Como ayuda adicional en la cuarta actividad, se hace uso del software de geometría dinámica Geogebra, que contribuye a mejorar la actitud del estudiante:

- Es ahí donde entra la aplicación del software dinámico, interactivo, entretenido y atractivo como lo es Geogebra cuya característica, aparte de ser gratuito, es la sencillez de operar, misma que permite demostrar modelos matemáticos de manera reflexiva por parte del educando y a su vez, el interés que demuestre el docente por aplicar estas nuevas metodologías en el aula apoyado de las Tic. (Mora, 2020, p.2).

Por tanto, la propuesta de apoyo a la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas presentadas en actividades WebQuest, debe servirle al estudiante para aprender de forma atrayente y dinámica tal eje temático, ya que como complemento se utiliza software de geometría dinámica **Geogebra** para visualizar de forma óptima los conceptos matemáticos trabajados, como es el caso de la cuarta actividad de cierre del proceso. Además, debe servirle también al docente para afianzar y complementar sus habilidades en TIC y estar a la vanguardia de las necesidades educativas de la sociedad de la información del siglo XXI, reflexionando sobre su sistema de enseñanza y de evaluación. Al estar disponible en la web, estos recursos digitales se pueden adaptar según las necesidades.

2.3 Fundamento Disciplinar

En el marco orientador de este trabajo se procede a definir los siguientes conceptos claves:

- Igualdad
- Ecuación
- Ecuación Cuadrática
- Parábola
- Raíces de una Función cuadrática
- Función
- Función Cuadrática
- Números Complejos

Luego, a partir de estos conceptos, se mostrará su relación intrínseca con los estándares curriculares del MEN con el fin de indicar las habilidades que se espera desarrolle el estudiante respecto a ellos.

2.3.1 Igualdad

Se encuentra que se define como:

- La igualdad es la expresión de que dos cantidades, o expresiones algebraicas tienen el mismo valor (Reyes, Diaz, & Tercero, 2013).
- para introducir la noción de igualdad es suficiente enunciar: El signo ‘=’ (igual) indica que lo que se encuentra a la izquierda de este signo, primer miembro de la igualdad, y lo que se encuentra a la derecha de este signo, llamado el segundo miembro de la igualdad, son dos maneras de designar al mismo objeto, o dos escrituras diferentes del mismo. (Wilhelmi et al., 2007)
- Una expresión de la equivalencia de dos cantidades. Se distinguen también dos clases: Igualdad Absoluta: es la que se verifica para cualquier valor numérico de sus letras. Igualdad Relativa: es aquella que se verifica para algunos valores particulares, atribuidos a sus letras, llamadas incógnitas. (Departamento de Creación Editorial de Lexus Editores, 2008)

En las actividades propuestas, se entenderá la igualdad como se expresa en la última definición de Lexus Editores, en cuanto a igualdad relativa, ya que en las ecuaciones cuadráticas que se van a trabajar, la igualdad se cumple sólo para algunos valores de x , lo cual está en relación al número de soluciones de acuerdo al grado de la ecuación.

2.3.2 Ecuación

La ecuación a partir de diferentes autores se entiende como:

- Una afirmación de que dos expresiones son iguales, en tanto que una desigualdad o inecuación plantea que una expresión es menor que otra. (Zill & Dewar, 2012)
- Una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o dados, y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas (Reyes et al., 2013).
- es una igualdad condicional en donde se verifica para algunos valores particulares, atribuidos a sus letras, llamadas incógnitas. (Departamento de Creación Editorial de Lexus Editores, 2008)

En las actividades diseñadas, se abordará el término ecuación como lo definen Zill y Dewar (2012), la ecuación siempre nos indicará que dos expresiones son iguales, ese será el enfoque matemático de la ecuación, ya que esto tiene importantes consecuencias en la factorización de una ecuación cuadrática y sus soluciones.

2.3.3 Ecuación Cuadrática

Respecto a la definición de Ecuación Cuadrática, varios autores señalan lo siguiente:

- Es un tipo de ecuación particular en la cual la variable o incógnita está elevada al cuadrado, es decir, es de segundo grado. Es una forma proposicional con la siguiente

estructura $ax^2 + bx + c = 0$ donde a, b y c pertenecen a los números reales, $a \neq 0$ y x es una variable cuyo conjunto universo es \mathcal{R} (Reyes et al., 2013).

- Una ecuación de segundo grado, o cuadrática con una incógnita es de la forma $ax^2 + bx + c = 0$. Esta forma se llama completa cuando a, b, c son diferentes de cero. Cuando $b \neq 0$ o $c \neq 0$, o ambos son cero se denomina incompleta (Departamento de Creación Editorial de Lexus Editores (2008).
- Una ecuación polinomial de grado n es una ecuación de la forma

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0 \text{ con } a_n \neq 0$$

donde n es un número entero no negativo y $a_i, i = 0, 1 \dots n$, son números Reales. Entonces una ecuación cuadrática es una ecuación polinomial que puede escribirse en la forma estándar $ax^2 + bx + c = 0$ donde $a, b, c \in \mathcal{R}$ Y $a_n \neq 0$ (Zill & Dewar, 2012).

Para los fines de este trabajo se utilizarán ecuaciones cuadráticas, es decir, las cuales en su polinomio tenga el grado dos como el mayor exponente, y sus gráficas como función cuadrática. En este sentido la definición de Carvajal, Moreno, y Chévez (2013) es muy conveniente, en efecto, la ecuación cuadrática es un tipo de ecuación particular en la cual la variable o incógnita está elevada al cuadrado, es decir, es de segundo grado. Respecto a la segunda parte de la definición, el autor del presente trabajo de grado está de acuerdo con que la ecuación cuadrática es una forma proposicional con la siguiente estructura $ax^2 + bx + c = 0$ donde a, b y c pertenecen a los números reales, $a \neq 0$ y x es una variable cuyo conjunto universo es \mathcal{R} (Reyes et al., 2013). Lo que se quiere profundizar con la propuesta presentada es que las soluciones de ciertas ecuaciones cuadráticas trascienden al conjunto de los números Reales, debido a que se presentan casos de soluciones complejas al tener que trabajar con radicandos negativos.

2.3.4 Raíces de una Ecuación Cuadrática

En el sentido de la solución o soluciones de una ecuación se encuentran las siguientes definiciones:

- una solución o raíz de una ecuación es cualquier número que, sustituido en ella, la convierte en una proposición verdadera. Se dice que un número satisface una ecuación si es una solución de la ecuación. Resolver una ecuación significa hallar todas sus soluciones (Zill & Dewar, 2012).

El trabajo propuesto adopta esta primera definición de las raíces de una ecuación cuadrática, ya que se explora en la actividad uno y cuatro su implicación gráfica en el plano cartesiano, y además tal definición hace énfasis en lo que significa resolver una ecuación.

- Raíces de una ecuación cuadrática o de segundo grado son los valores de la incógnita que satisfacen la ecuación, o sea que al sustituirlas en la ecuación el resultado satisface la igualdad (Reyes et al., 2013).
- Los puntos que satisfacen la ecuación $ax^2 + bx = 0$, se llaman raíces de la ecuación. (Departamento de Creación Editorial de Lexus Editores, 2008)

2.3.5 Función

- Una función de un conjunto X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y. (Zill & Dewar, 2012)
- Una función f de valores reales definida en un conjunto D de números reales es una regla que asigna a cada número x en D del dominio exactamente un número real, denotado por $f(x)$. Penney (Citado en Álvarez, 2012)
- La aplicación(función) se puede expresar en notación funcional como $y = f(x) = x + 1$, se dice que aquí “y” está definida como función de x. Sea una aplicación $a \rightarrow a'$ de un conjunto A en un conjunto B, se dice aplicación inyectiva de A en B, o inyección de A en B, si las imágenes de elementos diferentes de A son elementos distintos de B (Ayres, 2003).

El concepto de función que es pertinente para los aspectos de las ecuaciones cuadráticas que se desarrollaron en las actividades propuestas, es el de los autores Zill y Dewar (2012), ya que está de acuerdo a los conocimientos básicos en matemáticas y a las competencias que deben tener los estudiantes al finalizar el grado noveno, las cuales se detallaron en el marco legal de este trabajo de grado, mismas que fueron establecidas por el Ministerio de Educación Nacional en su documento Derechos Básicos de Aprendizaje (2017), y en los Estándares Básicos De Competencias en Matemáticas (2006). En esencia, la definición del concepto de función como una regla de correspondencia entre dos conjuntos, tal como lo hacen Zill y Dewar (2012) es la base para entender la función en matemáticas. según los Estándares y DBA del Ministerio de Educación Nacional, tal aspecto se maneja en grado noveno, grado al cual está orientado este trabajo.

2.3.6 Función Cuadrática

Según varios autores, la función cuadrática es:

- Las funciones cuadráticas tienen su origen en las funciones polinomiales de la siguiente forma:
$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad \text{con } a_n \neq 0$$

donde n es un entero no negativo. Entonces se define la función cuadrática $y = f(x)$ como una función que tiene la forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{con } a \neq 0 \quad ; b, c \text{ son constantes (Zill y Dewar, 2012).}$$

- Una función cuadrática es una expresión polinómica de la siguiente forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$, a, b y c son números Reales, a es el coeficiente del término cuadrático, b es el coeficiente del término lineal y c es el término independiente. Una función cuadrática es una expresión polinómica de grado dos en la variable dependiente x e independiente y, que resulta del desarrollo de la ecuación de la parábola de eje vertical (Álvarez, 2012).

La definición que está de acuerdo al enfoque del material virtual elaborado es la del autor Álvarez (2012), ya que limita adecuadamente el grado del polinomio de las expresiones algebraicas que se van a trabajar, aspecto importante en el desarrollo de la temática que se desarrolla:

Una función cuadrática es una expresión polinómica de grado dos la cual presenta la siguiente forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$, a, b y c son números Reales, a es el coeficiente del término cuadrático, b es el coeficiente del término lineal y c es el término independiente (Álvarez, 2012).

2.3.7 Parábola

De acuerdo a los Derechos Básicos de Aprendizaje (2017) la gráfica de una función cuadrática (de la forma $g(x) = ax^2$, donde a es un número dado) es una parábola con vértice en el origen, que abre hacia arriba o hacia abajo dependiendo del signo de a y es más abierta o más cerrada que $y = x^2$ dependiendo del valor de a.

Asimismo, varios autores señalan que:

- Una parábola es el conjunto de todos los puntos de un plano, equidistantes de un punto fijo y una recta fija. El punto fijo se llama foco, y la recta fija, directriz (Guapacha, 2018).
- La parábola emerge como una sección cónica, al intersectar un cono circular con un plano (Valdivia & Parraguez, 2012).
- Una parábola es una sección cónica, la cual puede definirse como el “lugar geométrico de los puntos del plano cartesiano que equidistan de una recta fija llamada directriz y un punto fijo llamado foco que está fuera de dicha recta”.

En toda parábola se distinguen los siguientes elementos:

ABERTURA: está determinada por el signo del coeficiente de x^2 ; si $a > 0$ la parábola abre hacia arriba y si $a < 0$ la parábola abre hacia abajo.

VÉRTICE: es el punto $v(h,k)$ donde $h = \frac{-b}{2a}$ y $k = f(\frac{-b}{2a})$, si la parábola abre hacia abajo, el vértice es el valor máximo; si la parábola abre hacia arriba, es el valor mínimo.

EJE DE SIMETRÍA: es la recta que pasa por el vértice y es paralela al eje, recibe este nombre porque al doblar el plano por esta recta los dos brazos de la parábola coinciden en todos sus puntos.

INTERSECTO Y: es el punto $(0,c)$, dicho valor se halla al remplazar por 0 en la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$

INTERSECTO X: son los puntos de corte de la gráfica con el eje y se hallan al sustituir Y por 0 en la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$ (Álvarez, 2012).

Se recuerda que el curso al cual va dirigida la propuesta presentada es el grado noveno, por tanto, la definición de parábola que más se ajusta a lo que se pretende alcanzar y que no trasciende las competencias señaladas para grado noveno detalladas en el marco legal de este trabajo de grado, es la expresada por el Ministerio de Educación Nacional en su documento Derechos Básicos de Aprendizaje (2017) pero con unas pocas ampliaciones. En esencia para los fines de la propuesta diseñada, se entenderá la parábola como la gráfica de una función cuadrática que en nuestro caso se define como:

Una función cuadrática es una expresión polinómica de grado dos la cual presenta la siguiente forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$, a, b y c son números reales, a es el coeficiente del término cuadrático, b es el coeficiente del término lineal y c es el término independiente (Álvarez, 2012).

A su vez, se usará la definición de vértice de la parábola expuesta por el mismo autor:

VÉRTICE: es el punto $v(h,k)$ donde $h = \frac{-b}{2a}$ y $k = f(\frac{-b}{2a})$, si la parábola abre hacia abajo, el vértice es el valor máximo; si la parábola abre hacia arriba, es el valor mínimo (Álvarez, 2012).

2.3.8 Números Complejos

Antes de comenzar a definir los números complejos detallaremos su conexión con la solución de ecuaciones cuadráticas. Por tanto, observemos que:

- En general si $a \neq 0$, entonces las raíces x_1 y x_2 de $ax^2 + bx + c = 0$ están dadas por la fórmula directa

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

la cantidad $b^2 - 4ac$ se llama discriminante de la ecuación cuadrática y se presenta de las tres formas siguientes:

$b^2 - 4ac > 0$ indica dos soluciones reales diferentes

$b^2 - 4ac = 0$ indica dos soluciones reales iguales

$b^2 - 4ac < 0$ indica que NO hay soluciones reales, pero SI complejas. (Zill & Dewar, 2012)

Entonces cuando el discriminante $b^2 - 4ac$ es menor que cero, tenemos que no existen soluciones con números reales, pero sí existen soluciones en otro conjunto numérico; los números complejos “C”.

Según varios autores, los números complejos se han definido como:

- Es el mínimo conjunto en el que, por ejemplo, la ecuación $x^2 = a$ se puede resolver cuando a es un elemento cualquiera de \mathcal{R} (Ayres, 2003).
- El sistema de los números complejos contiene la unidad imaginaria i, todos los números reales, productos como bi y b real, lo mismo que sumas como $a + bi$ donde a y b son números reales. En particular un número complejo se define como cualquier expresión de la forma $z = a + bi$ “donde i es la unidad imaginaria que es el número que satisface $i = \sqrt{-1}$. Contienen el conjunto de los números reales R y los números cuyos cuadrados son negativos” (Zill & Dewar, 2012).

- Aquellos que tienen una parte real y una imaginaria, son de la forma $Z = a + bi$ donde a y b pueden ser números positivos, negativos y aún nulos (Departamento de Creación Editorial de Lexus Editores, 2008).

Respecto a los números complejos, la definición que abordaremos en la propuesta presentada, será la expuesta por los autores Zill y Dewar (2012), es la más completa y además, menciona la unidad imaginaria $i = \sqrt{-1}$, tal expresión que involucra un radicando negativo está en relación directa con la introducción a los números complejos a través de una de las propiedades de la radicación que le es familiar a un estudiante de grado noveno, y también tiene mucho que ver con las ecuaciones cuadráticas con soluciones complejas las cuales se van a trabajar en las actividades propuestas.

En consecuencia, con las diversas formas de representación que tienen las ecuaciones cuadráticas, y todo lo que está relacionado a su concepto, tal como se ha detallado hasta aquí, el material de apoyo propuesto al proceso de enseñanza-aprendizaje de la temática de las ecuaciones cuadráticas para grado noveno tiene en cuenta los conceptos presentados, pretende interiorizar en el alumno lo importante que es este eje temático y las conexiones que tiene con otros conjuntos numéricos, tal como lo son los números complejos a través de los radicando negativos.

3 DISEÑO Y VALIDACIÓN DEL MATERIAL

El presente trabajo de grado se encuentra clasificado en la modalidad de producción de material didáctico virtual. El desarrollo de la propuesta de material de apoyo a la enseñanza de Las Ecuaciones Cuadráticas en el grado noveno, está compuesto de cuatro momentos que se detallarán a continuación.

3.1 Momentos de Desarrollo

En el primer momento, se realizó el anteproyecto a partir de las prácticas pedagógicas y del trabajo temporal como profesor matemáticas e informática de bachillerato en un colegio privado. Gracias a la experiencia con las clases impartidas de Matemáticas e informática, se evidenció gran interés por los alumnos en cuanto al aprendizaje a través del uso del computador, mientras, por el contrario, existía apatía a las clases de álgebra que consistían en la típica clase magistral por lineamientos de la institución donde laboraba. De ahí surgió la idea de diseñar un material de apoyo para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas para grado noveno, sustentado en la integración eficiente de las TIC en el aula, fomentando así la motivación por este importante eje temático y a su vez, lograr un aprendizaje significativo con profundidad. Para validar la necesidad identificada, se investigaron varios antecedentes y artículos para sustentarla adecuadamente.

En el segundo momento, se realizó la lectura de diferentes autores que tratan la estructura del concepto de las Ecuaciones Cuadráticas y todo lo que está implicado en este. Seguido de ello, se revisaron varios autores, entre ellos Álvarez (2012), Reyes, Díaz, y Tercero (2013), los cuales estudian el concepto de Ecuación cuadrática y función cuadrática desde varios puntos de vista con el fin de mejorar la enseñanza de dichos conceptos a través de métodos efectivos para lograr un aprendizaje idóneo.

También se incorporó la lectura de Chimbi y Gutiérrez (2015), quienes, en su tesis de pre-grado de la Universidad Antonio Nariño, dan cuenta de serias dificultades respecto al concepto de función cuadrática, su representación y procesos de factorización implícitos en la resolución de ecuaciones cuadráticas, que tienen estudiantes de grado noveno en dos importantes colegios de Bogotá. Para contribuir a tratar dichas falencias, proponen utilizar recursos tecnológicos dinámicos y atrayentes como el E-Book de cuadernia con test interactivos, y guías de trabajo para el aula, que permitan contextualizar este eje temático a través de situaciones didácticas, en específico las que tienen que ver con los deportes.

En el tercer momento, se procedió a diseñar el material didáctico virtual, estableciendo su estructura de acuerdo al enfoque pedagógico y las metas que se pretenden alcanzar. Asimismo, los objetivos de las actividades diseñadas en el material propuesto, están de acuerdo con los lineamientos curriculares, los DBA y los estándares básicos de competencias en matemáticas establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), respecto al eje temático que se va a abordar para grado noveno.

En el cuarto momento, se procede a dar la validación del material propuesto a través de un instrumento diseñado por la Universidad Antonio Nariño, que medirá la pertinencia de la propuesta.

3.2 Estructura de Actividades

Para el diseño de las actividades se propone una estructura que se basa en el formato de enseñanza-aprendizaje on-line WebQuest, y en la integración de los cuatro pasos del método de Pólya (1965)

diseñadas para la resolución de problemas matemáticos. Todo ello enriquecido con los elementos claves de la Gamificación para hacer más atrayente la temática de las ecuaciones cuadráticas, además de que se crea un compromiso mucho más fuerte del estudiante frente a su proceso de aprendizaje.

Se diseñó una actividad diagnóstica y cuatro actividades de aprendizaje, de las cuales la primera es tipo WebQuest a corto plazo, la segunda junto con la tercera son Mini WebQuest, la cuarta y última es una WebQuest de largo plazo que da el cierre del proceso. Tales clasificaciones ya se han detallado en el marco pedagógico, pero para mayor claridad, se resaltarán nuevamente.

Respecto a los tipos de WebQuest, Mercedez (2008) hace mención de los tres siguientes:

- **webquest a corto plazo:** con una duración muy limitada (de 1 a 3 sesiones). El número de actividades es reducido y la tarea no presenta gran complejidad.
- **webquest a largo plazo:** el trabajo se extiende a lo largo de mucho más tiempo (de cuatro sesiones en adelante, un mes o más.) Conlleva la realización de más actividades, o de mayor complejidad, que la anterior categoría. Presenta un producto final, obviamente, de mayor elaboración o complejidad.
- **Mini webquest:** se trata de una WQ de corta duración, compuesta sólo por tres apartados: escenario, tarea y producto. Es la tipología ideal para aquellos docentes que empiezan en esta metodología o disponen de poco tiempo para su realización. (Mercedez, 2008, pg. 13)

En el caso de una Mini WebQuest como es la segunda y tercera actividad diseñadas, están compuestas sólo de tres partes: escenario, tarea y producto. Según Mercedez (2008), en el escenario de una Mini WebQuest se ubica al alumno en una situación en la que tiene un rol definido, puede ser ficticio, o puede ser tan real como su rol de estudiante en su colegio. El **escenario** es el contexto en donde se ubica al alumno, el cual tendrá que realizar una **tarea** asignada y al finalizar la Mini WebQuest se le pedirá la elaboración de un **Producto** que puede ser físico (manualidad, exposiciones) o virtual (entrega de informes o presentaciones power point) en el que refleje lo que ha aprendido. Las sesiones de clase están planteadas con una duración de 60 minutos.

Ahora bien, en la actividad dos y cuatro, se implementa el método de Pólya con problemas específicos, la uno es de exploración y la tres es de refuerzo de la temática y por ello no necesitan dicho método. Se estableció así, para no caer en la monotonía del procedimiento, haciendo las actividades flexibles, y dinámicas gracias a la gamificación y el modelo de aprendizaje WebQuest.

Por otro lado, como se indicó en el marco pedagógico, Manosalvas (2011) resalta que una WebQuest está compuesta por cinco partes fundamentales: introducción, tarea, proceso, recursos, evaluación y conclusión. A continuación, se resume lo que comprende cada parte:

INTRODUCCIÓN: se muestra la actividad a los estudiantes de una manera interesante con el objetivo de fomentar su motivación para la realización de las mismas.

TAREA: en esta sección se establece el objetivo principal que se desea alcanzar y el producto o las actividades que tienen que realizar.

PROCESO: se ofrecen links de varios recursos de la web, escogidos de una manera cuidadosa para tener las herramientas y poder hacer la tarea que se establece.

EVALUACIÓN: se describe la forma en que se evaluará la tarea y los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de la investigación. Dicha evaluación puede ser tanto cualitativa como cuantitativa.

CONCLUSIÓN: se resume lo que se ha aprendido durante la actividad, examinado la importancia del nuevo conocimiento.

3.2.1 Secuenciación de Actividades

La propuesta del presente trabajo de grado, está compuesta por una actividad diagnóstica con su respectiva guía clínica, que tiene por objetivo nivelar a aquellos alumnos que presenten dificultades en cuanto a los conocimientos necesarios para el desarrollo efectivo de las actividades propuestas, y cuatro actividades tipo WebQuest las cuales se resumirán a continuación:

Tabla 2. Secuenciación de actividades

<p>Asignatura: Matemáticas</p>	<p>Grado: Noveno</p>	<p>Título de la propuesta: DISEÑO DE MATERIAL VIRTUAL DE APOYO A LA ENSEÑANZA DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS PARA GRADO NOVENO</p>
<p>Objetivo general de la propuesta</p>	<p>El objetivo general del presente material propuesto es el siguiente: ayudar a que los estudiantes de grado noveno descubran de forma atrayente, analítica y gráfica, la importante relación entre las ecuaciones cuadráticas y los números complejos a través de los radicandos negativos.</p>	
<p>Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas que orientan las actividades propuestas para grado noveno</p>	<p>Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. • Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan. <p>Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifico y utilizo la potenciación, la radicación, la logaritmación para representar situaciones matemáticas y no matemáticas y para resolver problemas 	
<p>Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) que orientan las actividades propuestas para grado noveno.</p>	<p>Coherencia vertical respecto a la temática trabajada.</p> <p>DBA para el grado anterior</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce que la gráfica de una función cuadrática (de la forma $g(x) = ax^2$, donde a es un número dado) es una parábola con vértice en el origen, que abre hacia arriba o hacia abajo dependiendo del signo de a y es 	

	<p>más abierta o más cerrada que $y = x^2$ dependiendo del valor de a.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Soluciona ecuaciones cuadráticas del tipo $x^2 = d$ <p>DBA para grado noveno</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza distintos métodos para solucionar ecuaciones cuadráticas. • Expresa una función cuadrática de distintas formas.
<p>Flujo de Aprendizaje</p>	<p>Guía Diagnostica Y Guía de Nivelación https://cutt.ly/GgBc4Qn</p> <p>ACTIVIDADES</p> <p>Actividad uno: ¡Bienvenidos al mundo de los Números Complejos! Link actividad uno https://sites.google.com/uan.edu.co/actividad1</p> <p>Componentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introducción • Tarea • Proceso • Evaluación • Conclusión <p>Actividad dos: Radicación y Números Imaginarios. Link actividad dos https://sites.google.com/uan.edu.co/tercera-actividad/p%C3%A1gina-principal</p> <p>Componentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Escenario • Tarea • Producto <p>Actividad tres: Potenciación y Números Imaginarios. link actividad tres https://sites.google.com/uan.edu.co/cuarta-actividad/p%C3%A1gina-principal</p> <p>Componentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Escenario • Tarea • Producto <p>Actividad cuatro: ¡La CIRCUNFERENCIA que une a DOS MUNDOS! link actividad cuatro https://sites.google.com/uan.edu.co/actividad2</p> <p>Componentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introducción • Tarea • Proceso

	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluación • Conclusión
Guía de valoración	Se pretende que el estudiante haga uso de los conocimientos previos respecto a los métodos para resolver ecuaciones cuadráticas, y a partir del discriminante negativo ($b^2 - 4ac < 0$) que se presenta en el proceso de solución de ciertas ecuaciones, tenga un acercamiento a los números complejos, el plano en el que se ubican, y descubra con la ayuda del software Geogebra en la actividad cuatro, la importante relación que existe entre el plano cartesiano y el plano complejo. Todo lo anterior a través de un uso adecuado de los recursos propios y de la web que se ponen a su entera disposición.

Fuente: creación propia

Generalidades de la navegación por las estructuras WebQuest propuestas

Antes de empezar a trabajar con las WebQuest propuestas, el docente y los alumnos, deberán registrarse en Educaplay con el correo y unos datos básicos, proceso que se explica al detalle más adelante con un video tutorial elaborado por la misma plataforma. Después para interactuar con los recursos diseñados, tales como video-quiz, crucigramas, mosaicos interactivos (unir parejas de cartas tapadas o destapadas), mapas interactivos, etc. Siempre se hará haciendo clic izquierdo sobre el botón “comenzar”, en algunos casos se debe bajar con el mouse el nivel de la pantalla del recurso para poder observar tal botón o para enviar las respuestas de un video-quiz.

Después de seleccionar el link de las actividades, en las WebQuest propuestas, la navegación por las mismas se hace a través de un menú dispuesto en la parte superior de cada una, compuesto por ítems numerados, por el cual los estudiantes navegarán por las secciones que conforman la WebQuest, y se accede a cada contenido con un clic izquierdo sobre el ítem a explorar.

Los ítems en la parte superior de cada actividad están numerados, pero no establece una secuencia absoluta, al contrario, es flexible en cuanto al proceso de aprendizaje del alumno, si necesita reforzar ciertos aspectos para seguir avanzando, puede devolverse en la misma, la cual lo permite de forma interactiva, aspecto que destacó positivamente el primer evaluador de esta propuesta en la Rubrica para la evaluación de Material de Enseñanza.

En efecto, como se ha especificado en el marco pedagógico, la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas al unirse a la experiencia con WebQuest y el uso de nuevas tecnologías de la información, transforman drásticamente el aula, convirtiéndola en un entorno de trabajo constructivista, pues la metodología, según Bilbao (2014) cumple con las cuatro condiciones que lo permiten:

- el educador es un mediador
- el educando construye su propio conocimiento
- la metodología logra cuestionar, averiguar, indagar o investigar
- el objetivo del aprendizaje es que el educando genere nuevos esquemas de conocimiento. (pág.40)

Por otro lado, los recursos interactivos de la plataforma Educaplay que existen en las actividades diseñadas son fundamentales para el desarrollo de las temáticas. Unos recursos son creación de Jorge Martínez Velandia, autor de este trabajo de grado, y otros son externos, debido a que el enfoque de este trabajo es el modelo de aprendizaje WebQuest, por tanto, deben existir elementos propios y otros de internet, los cuales han sido escogidos cuidadosamente para contribuir al

desarrollo adecuado de la temática trabajada. A si se ha especificado anteriormente en el marco pedagógico de este trabajo; una WebQuest tal como señala Bilbao (2014), es una actividad innovadora:

- se basa fundamentalmente en los recursos proporcionados por internet que incitan a investigar, potenciar el pensamiento crítico, la creatividad y la toma de decisiones, y que contribuyen a desarrollar diferentes capacidades para llevar a los educandos a transformar los conocimientos adquiridos. (Bilbao,2014, p.20)

A continuación, se pone a disposición el link de un video tutorial de acceso a la plataforma Educaplay creado por la misma, y otro video disponible en you tube de creación propia, para todos los pasos de la navegación por las actividades.

Para que lo anterior quede mucho más claro, se deja a continuación dos video tutoriales que explican cómo se puede registrar en la plataforma Educaplay, y luego como navegar por las actividades diseñadas. Son links de fácil acceso.

Video tutorial de acceso a la plataforma Educaplay

<https://es.educaplay.com/centro-de-ayuda/video/7gNRRJ6b7pc.html>

Video tutorial de navegación por las actividades propuestas

<https://youtu.be/2zA3hlQj17I>

En algún caso, si sigue un link que remita a otro recurso en la web, después de analizar de este lo que se necesite, se debe volver a la página de la WebQuest y continuar el proceso establecido.

3.2.2 Componentes y descripción de las actividades

A continuación, se detallará los aspectos que componen todas las actividades diseñadas y se agrega su respectiva descripción.

Actividad diagnóstica y guía clínica

Tiempo: una semana de nivelación, tres sesiones de 60 minutos cada una

Descripción general:

La actividad diagnóstica tiene por objetivo identificar el nivel en el que se encuentran los estudiantes respecto a la factorización y resolución por la fórmula general de ecuaciones cuadráticas, con sus respectivas gráficas en el plano cartesiano. Como complemento, se diseñó una guía clínica de esta actividad, en el caso de que se detecten alumnos que necesiten reforzar ciertos conceptos o procedimientos, la guía clínica contiene el estudio detallado de los puntos a resolver en la actividad diagnóstica, y se fortalecerá el análisis necesario para que todo quede interiorizado de la mejor manera. El objetivo con la guía clínica, es en lo posible, lograr un grupo nivelado en los conocimientos básicos para empezar a trabajar las cuatro actividades que se proponen a continuación.

Tabla 3. Actividad Uno

Actividad Uno	Título ¡Bienvenidos al mundo de los Números Complejos!
link actividad Uno	https://sites.google.com/uan.edu.co/actividad1
Estructura de la actividad	

<p>Tipo: WebQuest a corto plazo</p> <p>Tiempo: tres sesiones de clase, cada una que sea de 60 minutos para el desarrollo de esta WebQuest.</p> <p>Componentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introducción • Tarea • Proceso • Evaluación • Conclusión 	<p>Momentos de aplicación Método de Solución de Problemas de Polya</p> <p>No lo necesita, ésta actividad es de exploración.</p>	<p>Componentes de Gamificación disponibles</p> <p>Recursos interactivos Propios creados en Educaplay (autor Jorge Martínez).</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2 juegos de emparejamiento de imágenes (mosaico interactivo). • 1 Crucigrama. <p>Recursos interactivos externos de la plataforma Educaplay.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 Video Quiz. • 1 Mapa de ubicación de números complejos. <p>Los recursos anteriores tienen límite de tiempo para realizarlos, y generan de forma automática un ranking de dominio público con los puntajes obtenidos por los participantes.</p> <p>Otros recursos externos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 videos de fácil acceso disponibles en you tube. • 2 links de páginas Web <p>El enfoque del trabajo es el modelo WebQuest, que tiene por objetivo hacer que el estudiante utilice los mejores recursos de la Web para contribuir a su proceso de formación. Se han escogido con sumo cuidado cada recurso que se utiliza. Por otro lado, el autor de la propuesta también ha diseñado recursos propios como se ha indicado, pero sin afectar el enfoque de aprendizaje tipo WebQuest.</p>
--	---	---

Descripción de la Actividad uno

Nota 1: Antes de ingresar a esta actividad, para poder interactuar con los recursos disponibles de creación propia del autor de este trabajo, y con los externos, el docente y los estudiantes se deben registrar en Educaplay tal y como se explica en el video tutorial realizado por la misma plataforma para tal fin, disponible en el siguiente link.

<https://es.educaplay.com/centro-de-ayuda/video/7gNRRJ6b7pc.html>

Nota 2: es importante que el estudiante tenga dominio sobre los métodos de resolución (factorización o por la fórmula directa) de una ecuación cuadrática y su respectiva gráfica en el plano cartesiano.

Descripción: partiendo del hecho de que existen soluciones de ecuaciones cuadráticas que no son números reales por involucrar raíces cuadradas de números negativos, se sugiere al estudiante la siguiente pregunta: ¿en qué plano se pueden ubicar las soluciones de una ecuación cuadrática que implican raíces cuadradas de números negativos si no es en el plano cartesiano? Se introducen así los números complejos a través de su relación con las de ecuaciones cuadráticas en las que su gráfica no tiene puntos de intersección con el eje X.

La actividad consiste en que el alumno con la ayuda de recursos escogidos cuidadosamente del internet (videos, páginas web), algunos interactivos creados por el autor de esta propuesta junto con otros externos, pueda identificar el plano complejo y ubicar correctamente los números complejos de la forma $a + bi$, donde a, b son números reales, e “ i ” es la unidad imaginaria. Todo ello sin descuidar el debido reconocimiento a los matemáticos que hicieron posible su desarrollo, por ello se incluye un video externo del cual tendrán que hacer una actividad interactiva en un recurso de elaboración propia en la plataforma Educaplay.

El docente estará en disposición de colaboración durante el desarrollo de la actividad por si surgen dudas, y al finalizar la misma, el docente preguntará:

¿Qué tienen que ver las ecuaciones cuadráticas con los números complejos?

¿En dónde se ubican los números complejos?

Tabla 4. Actividad Dos

Actividad Dos	Título Radicación y Números Imaginarios.	
link actividad Dos	https://sites.google.com/uan.edu.co/tercera-actividad/p%C3%A1gina-principal	
Estructura de la actividad		
<p>Tipo: Mini Webquest Tiempo: Tres sesiones de clase, cada una que sea de 60 minutos para el desarrollo de esta WebQuest. Componentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Escenario • Tarea • Producto 	<p>Momentos de aplicación Método de Solución de Problemas de Pólya</p> <p>Si aplica. A continuación, se detallarán los pasos implementados de tal método.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comprensión del problema • Elaboración de un plan • Ejecución del plan • Visión retrospectiva 	<p>Componentes de Gamificación disponibles</p> <p>Recursos interactivos Propios creados en Educaplay (autor Jorge Martínez).</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 juego de emparejamiento de imágenes (mosaico interactivo). • 1 mapa de actividad. <p>Recursos interactivos externos de la plataforma Educaplay.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2 videos • Mapa de ubicación de números complejos. <p>Los recursos anteriores tienen límite de tiempo para realizarlos y</p>

		<p>generan de forma automática un ranking de dominio público con los puntajes obtenidos por los participantes.</p> <p>Otros recursos externos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 videos de fácil acceso disponibles en you tube. • 1 link de página Web <p>El enfoque del trabajo es el modelo WebQuest, que tiene por objetivo hacer que el estudiante utilice los mejores recursos de la Web para contribuir a su proceso de formación. Se han escogido con sumo cuidado cada recurso que se utiliza. Por otro lado, el autor de la propuesta también ha diseñado recursos propios como se ha indicado, pero sin afectar el enfoque de aprendizaje tipo WebQuest.</p>
--	--	---

Momentos de aplicación Método de Solución de Problemas de Pólya

- **Comprensión del problema**

Al estudiante en el escenario, se le pide resolver los siguientes ejercicios que son todo un desafío para aquella persona que no conoce los números complejos.

$$\sqrt{-36} = ?$$

$$x^2 + 81 = 0$$

- **Elaboración de un plan**

El estudiante, anteriormente ha trabajado con ejercicios de radicación, y con ecuaciones cuadráticas parecidas, entonces su plan es comenzar a resolver tales ejercicios con las herramientas que ya maneja de la radicación y con los procesos para solucionar ecuaciones cuadráticas.

- **Ejecución del plan**

Al ejecutar el plan anterior, el alumno, no encuentra un número que multiplicado por sí mismo de -36, ya que todo número que ha conocido hasta ahora, elevado al cuadrado, da otro número positivo únicamente. Ahora bien, al despejar x de $x^2 + 81 = 0$ tiene ante sus ojos que $x = \pm\sqrt{-81}$, lo que es un problema. Pero como en la actividad uno ya tuvo la introducción a los números complejos y conoció que la unidad imaginaria "i" se define como $i = \sqrt{-1}$, entonces recuerda que le pueden ayudar a resolver lo que necesita. Ahora lo que se le pide al estudiante es formalizar las respuestas en términos de la unidad imaginaria "i", basándose en su definición como

$i = \sqrt{-1}$, y utilizando una propiedad de la radicación $\sqrt[n]{axb} = \sqrt[n]{a} x \sqrt[n]{b}$ que ya maneja. Por tanto, los dos ejercicios anteriores quedarían resueltos de la siguiente manera:

$$\sqrt{-36} = \sqrt{36(-1)}$$

$$= \sqrt{36} x \sqrt{-1} = 6i$$

y la ecuación cuadrática resuelta por el procedimiento que ya le es familiar, quedaría solucionada así:

$$x^2 + 81 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4(1)(81)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0 - 324}}{2}$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0 - 324}}{2}$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{-324}}{2}$$

Ahora, utilizando en la raíz $\sqrt{-324}$ la propiedad de la radicación que ya conoce: $\sqrt[n]{axb} = \sqrt[n]{a} x \sqrt[n]{b}$

obtiene

$$x = \frac{\pm \sqrt{(324)(-1)}}{2}$$

$$x = \frac{\pm \sqrt{324}(\sqrt{-1})}{2}$$

Como sabe también que $i = \sqrt{-1}$, entonces resolviendo, queda

$$x = \frac{\pm 18(\sqrt{-1})}{2}$$

$$x = \frac{\pm 18i}{2}$$

$x = \pm 9i$ que son las soluciones que se proponían encontrar.

- **Visión retrospectiva**

Se procede a verificar los resultados obtenidos: el alumno encontró que

$x = \pm 9i$ son soluciones de la ecuación $x^2 + 81 = 0$.

Por tanto

comprobando con $x = 9i$ se obtiene:

$$x^2 + 81 = 0$$

$$(9i)^2 + 81 = 0$$

$$81i^2 + 81 = 0$$

Como se sabe que como $i = \sqrt{-1}$ entonces $i^2 = -1$

Luego tenemos que:

$$81i^2 + 81 = 0$$

$$81(-1) + 81 = 0$$

$$-81 + 81 = 0 \text{ ¡se cumple!}$$

Ahora, comprobando con $x = -9i$ se obtiene:

$$x^2 + 81 = 0$$

$$(-9i)^2 + 81 = 0$$

$$81i^2 + 81 = 0$$

Como se sabe que $i = \sqrt{-1}$ entonces $i^2 = -1$ luego,

$$81i^2 + 81 = 0$$

$$81(-1) + 81 = 0$$

$$-81 + 81 = 0 \text{ ¡se cumple!}$$

Con todo lo anterior, al seguir los pasos del método de solución de problemas expuesto por Pólya (1965), se refuerzan los conceptos aprendidos en la actividad uno y a su vez se refuerzan conceptos tales como la radicación y la potenciación, contribuyendo así a un pensamiento crítico en los alumnos al tener contacto con este tipo de situaciones matemáticas.

Cabe señalar que se tiene en cuenta la siguiente definición de problema, debido a que, en muchos casos, un problema no necesariamente debe ser una complejidad extrema. Cualquier pregunta del estudiante debe representar un problema serio al que el docente debe prestarle mucha atención, aunque parezca simple en principio.

Definición de problema para los fines de la actividad:

“Según Barrell (1999) un problema es cualquier duda o dificultad que se debe resolver” (Rojas, 2019, p.36).

Descripción de la actividad 2

Nota 1: Antes de ingresar a esta actividad, para poder interactuar con los recursos disponibles de creación propia del autor de este trabajo, y con los externos, el docente y los estudiantes se deben registrar en Educaplay tal y como se explica en el video tutorial realizado por la misma plataforma para tal fin, disponible en el siguiente link.

<https://es.educaplay.com/centro-de-ayuda/video/7gNRRJ6b7pc.html>

Nota 2: es importante que el estudiante tenga dominio sobre los métodos de resolución (factorización o por la fórmula directa) de una ecuación cuadrática y su respectiva gráfica en el plano cartesiano.

Nota 3: también que tenga claridad sobre las propiedades básicas de la radicación y potenciación.

La actividad consiste en que el alumno con la ayuda de recursos escogidos cuidadosamente del internet (videos, páginas web), algunos interactivos creados por el autor de esta propuesta junto con otros externos, pueda resolver raíces cuadradas de números negativos y ecuaciones cuadráticas con discriminante negativo, todo en términos de la unidad imaginaria $i = \sqrt{-1}$. El docente estará en disposición de colaboración durante el desarrollo de la actividad por si surgen dudas. Al finalizar la misma, el docente preguntará:

¿Para todas las ecuaciones cuadráticas presentadas en el mosaico interactivo, siempre funciona la factorización para resolverlas?

¿En qué casos es necesaria la fórmula general?

Fuente: creación propia

Tabla 5. Actividad Tres

Actividad Tres	Título Potenciación y Números Imaginarios.	
link actividad Tres	https://sites.google.com/uan.edu.co/cuarta-actividad/p%C3%A1gina-principal	
Estructura de la actividad		
Tipo: Mini Webquest Tiempo: Tres sesiones de clase, cada una que sea de 60 minutos para el desarrollo de esta WebQuest. Componentes: <ul style="list-style-type: none"> • Escenario • Tarea 	Momentos de aplicación Método de Solución de Problemas de Pólya No lo necesita, esta actividad es de afianzamiento.	Componentes de Gamificación disponibles Esta actividad cambia el estilo de las anteriores. Intencionalmente se diseñó sin gamificación para dar lugar a un trabajo fresco y diferente a las anteriores actividades, con el fin de no caer

<ul style="list-style-type: none"> • Producto 		<p>en la realización de procesos rutinarios que afecten la motivación del estudiante hacia la temática.</p> <p>Recursos externos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 videos de fácil acceso disponibles en you tube. • 1 link de página Web <p>El enfoque del trabajo es el modelo WebQuest, que tiene por objetivo hacer que el estudiante utilice los mejores recursos de la Web para contribuir a su proceso de formación. Se han escogido con sumo cuidado cada recurso que se utiliza. Por otro lado, el autor de la propuesta también ha diseñado recursos propios como se ha indicado en las otras actividades, pero sin afectar el enfoque de aprendizaje tipo WebQuest.</p>
--	--	---

Descripción de la Actividad Tres

Nota 1: Antes de ingresar a esta actividad, para poder interactuar con los recursos disponibles de creación propia del autor de este trabajo, y con los externos, el docente y los estudiantes se deben registrar en Educaplay tal y como se explica en el video tutorial realizado por la misma plataforma para tal fin, disponible en el siguiente link.

<https://es.educaplay.com/centro-de-ayuda/video/7gNRRJ6b7pc.html>

Nota 1: Antes de empezar la actividad, es también que el estudiante tenga claridad sobre las propiedades básicas de la radicación y potenciación.

La actividad consiste en que el alumno con la ayuda de recursos externos escogidos cuidadosamente del internet (videos, páginas web), , pueda entender con la ayuda de una de las propiedades de la potenciación que ya conoce, el por qué del resultado numérico de las potencias de la unidad imaginaria “ i ” definida anteriormente como $i = \sqrt{-1}$. La idea es que con tales herramientas, encuentre la relación que existe entre las potencias de la unidad imaginaria “ i ” y el plano complejo, para que los resultados numéricos tengan fundamento geométrico.

El docente estará en disposición de colaboración durante el desarrollo de la actividad por si surgen dudas. Al finalizar la misma, pedirá a los alumnos el producto que se establece a realizar, que es una manualidad. Esto última evidencia la capacidad de ejecutar algoritmos y procedimientos que también son muy importantes en matemáticas.

También preguntará:

¿Qué patrón existe en las 8 primeras potencias de la unidad de la unidad imaginaria “ i ” ?

¿Qué relación existe entre el plano complejo y las potencias de la unidad imaginaria “ i ” ?

Fuente creación propia

Tabla 6. Actividad Cuatro

Actividad Cuatro	Título ¡La CIRCUNFERENCIA que une a DOS MUNDOS!	
link actividad cuatro	https://sites.google.com/uan.edu.co/actividad2	
Estructura de la actividad		
<p>Tipo: Webquest de larga duración</p> <p>Tiempo: De una a cuatro semanas con una intensidad de Tres clases por cada semana, cada clase que sea de 60 minutos para el desarrollo de esta WebQuest.</p> <p>Componentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introducción • Tarea • Proceso • Evaluación • Conclusiones 	<p>Momentos de aplicación Método de Solución de Problemas de Pólya</p> <p>Si aplica. A continuación, se detallarán los pasos implementados de tal método.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comprensión del problema • Elaboración de un plan • Ejecución del plan • Visión retrospectiva 	<p>Componentes de Gamificación disponibles</p> <p>Esta actividad cambia el estilo de las anteriores. Intencionalmente se diseñó sin gamificación para dar lugar a un trabajo fresco y diferente a las anteriores actividades, con el fin de no caer en la realización de procesos rutinarios que afecten la motivación del estudiante hacia la temática.</p> <p>Videos creados por el autor</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 video disponible en you tube <p>Recursos externos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 videos de fácil acceso disponibles en you tube. • 2 links de páginas Web <p>El enfoque del trabajo es el modelo WebQuest, que tiene por objetivo hacer que el estudiante utilice los mejores recursos de la Web para contribuir a su proceso de formación. Se han escogido con sumo cuidado cada recurso que se utiliza. Por otro lado, el autor de la propuesta también ha diseñado recursos propios como se ha indicado, pero sin afectar el enfoque de aprendizaje tipo WebQuest.</p>
Momentos de aplicación Método de Solución de Problemas de Pólya		
<ul style="list-style-type: none"> • Comprensión del problema: Al alumno se le pregunta si existe otra forma de verificar las soluciones de la ecuación cuadrática $x^2 - 2x + 5 = 0$. Tal ecuación se puede resolver con la fórmula directa, pero se le induce al estudiante a reflexionar si existirá otro camino para llegar a los mismos resultados y comprobarlos de una forma no numérica como se había hecho con otra ecuación en la actividad anterior. • Elaboración de un plan 		

En general, tal como se había explicado en la actividad uno, las soluciones numéricas reales de una ecuación cuadrática, se ubican en el plano cartesiano, y son justamente los puntos de intersección entre la gráfica de la ecuación cuadrática y el eje X.

Por tanto, el estudiante parte de este hecho similar para aplicarlo en el problema que se le plantea, en este sentido, el método gráfico debe ayudar para verificar las soluciones a de una ecuación. Sin embargo, las soluciones de

$x^2 - 2x + 5 = 0$. no se pueden graficar en el plano cartesiano, ya que como han aprendido, su discriminante es negativo, en efecto:

$$b^2 - 4ac = -16$$

Ya que

$$(-2)^2 - 4(1)(5) = -16$$

Por tanto las soluciones de $x^2 - 2x + 5 = 0$ son números complejos, no son números reales, y por tal motivo no se pueden ubicar en el plano cartesiano. La intención es que el alumno a través de un proceso puramente geométrico desde el plano cartesiano encuentre las componentes reales a, b de las soluciones complejas $a + bi$ y $a - bi$ de la ecuación $x^2 - 2x + 5 = 0$. Logrando esto, se descubrirá la maravillosa relación entre el plano cartesiano y el plano complejo. Tal aspecto es orientado por la actividad y los recursos web cuidadosamente escogidos, ya que, en la elaboración del plan, al alumno no se le debe dejar sólo, debido a que, aunque tiene unas herramientas, corresponde al docente y a la actividad ayudarlo a encaminar la estrategia a utilizar. No siempre de forma mágica, los estudiantes resuelven los problemas en matemáticas, para ello deben guiarse por ejemplos y ayudas claras del docente para impulsar su capacidad.

- **Ejecución del plan**

El estudiante es guiado en el proceso por los recursos web (Gaussianos.com) sobre el procedimiento geométrico, y por videos propios y externos sobre gráficas necesarias en Geogebra para ejecutar el plan que consiste en dibujar en el plano cartesiano, la parábola que es la gráfica de la ecuación

$x^2 - 2x + 5 = 0$ y luego graficar su reflejo. Posteriormente, se hace una circunferencia que tenga como diámetro los puntos de corte de la parábola reflejo con el eje X ya que sí tiene intersección con este eje. Finalmente, los puntos de corte de la parábola se giran 90 grados respecto al eje X y maravillosamente las nuevas coordenadas de esos dos puntos corresponde a las componentes reales a, b de las soluciones complejas $a + bi$ y $a - bi$ de la ecuación

$x^2 - 2x + 5 = 0$, es decir

$$1 + 2i \text{ y } 1 - 2i .$$

- **Visión retrospectiva**

Por todo lo anterior, el estudiante comprenderá que ha descubierto una importante relación entre el plano cartesiano y el plano complejo, entonces desde el plano cartesiano se pueden saber sólo con geometría, las componentes reales a, b de las soluciones complejas $a + bi$ y $a - bi$ de la ecuación

$$x^2 - 2x + 5 = 0.$$

En las matemáticas existen relaciones no tan evidentes entre un universo matemático y otro tal como los números Reales y los Complejos, unidos aquí con la geometría de parábolas y de la circunferencia. El conocimiento matemático del alumno se amplía considerablemente.

Descripción de la Actividad Cuatro

Nota 1: Antes de ingresar a esta actividad, para poder interactuar con los recursos disponibles de creación propia del autor de este trabajo, y con los externos, el docente y los estudiantes se deben registrar en Educaplay tal y como se explica en el video tutorial realizado por la misma plataforma para tal fin, disponible en el siguiente link.

<https://es.educaplay.com/centro-de-ayuda/video/7gNRRJ6b7pc.html>

Nota 2: es importante que el estudiante tenga dominio sobre los métodos de resolución (factorización o por la fórmula directa) de una ecuación cuadrática y su respectiva gráfica en el plano cartesiano.

La actividad consiste en que el alumno con la ayuda de recursos externos escogidos cuidadosamente del internet (videos, páginas web), y otros videos creados por el autor de esta propuesta, logre con la ayuda de la geometría dinámica del software Geogebra, las componentes reales a , b de las soluciones complejas $a + bi$ y $a - bi$ de la ecuación $x^2 - 2x + 5 = 0$.

El docente estará en disposición de colaboración durante el desarrollo de la actividad por si surgen dudas. Al finalizar la misma, preguntará:
 ¿Cómo están relacionados el plano cartesiano y el plano complejo ?

Fuente: creación propia

3.3 VALIDACIÓN DEL MATERIAL

Para la validación del material se utilizó una rúbrica que se sugiere en el manual de trabajos de grado propuesto por la universidad. La rúbrica valora el material desde el contenido, fundamentación pedagógica, diseño, materiales digitales y entornos virtuales de aprendizaje. Se quitó el ítem de la sección de contenido que hace referencia al soporte de realización del pilotaje In situ, por motivo de la emergencia sanitaria actual ocasionada por el Covid-19.

Instrumento de evaluación de materiales de enseñanza de la UAN

RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DE MATERIAL DE ENSEÑANZA UAN

Evalúe de forma objetiva cada uno de los siguientes aspectos. Tenga en cuenta que 1 es la valoración mínima y 5 la máxima.

A continuación, se explican los descriptores para la interpretación del puntaje obtenido.

- 5: Excelente (cumple con el aspecto evaluado)
- 4 - 4.9: Sobresaliente (el material debe ser ajustado en aspectos mínimos)
- 3 – 3.9: Aceptable (el material requiere de ajustes sustanciales)
- 1 – 2.9: No cumple con los aspectos requeridos.

NOTA: Menos de treinta se considera un material que no cumple con los parámetros de calidad exigidos por tanto no se acepta para ser presentado a Comité de Trabajos de Grado

Tabla 7. Rúbrica para la evaluación de material de enseñanza UAN.

EVALUACIÓN PARA DISEÑO DE MATERIALES DE ENSEÑANZA	CATEGORÍA DEL MATERIAL:		
INDICADORES	VALORACIÓN 1 a 5	OBSERVACIONES	
CONTENIDO			
La estructura del material presenta contenidos de modo secuencial que permiten la apropiación del conocimiento y su respectiva evaluación.	1 2 3 4 5		

Son congruentes los contenidos y la presentación del material.	1 2 3 4 5	
La información ofrecida es relevante y de interés para la población seleccionada.	1 2 3 4 5	
El material diseñado permite mejorar procesos de aprendizaje.	1 2 3 4 5	
Está identificado correctamente con: título, población a quien va dirigido y área disciplinar correspondiente.	1 2 3 4 5	
FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA		
Presenta objetivos claros y coherentes en función de los procesos de aprendizaje.	1 2 3 4 5	
Existe interrelación de contenidos con nueva información.	1 2 3 4 5	
El material desarrollado permite al estudiante reflexionar críticamente sobre el nuevo conocimiento.	1 2 3 4 5	
El nuevo conocimiento permite el manejo de estrategias de búsqueda e indagación en el estudiante.	1 2 3 4 5	
El material permite transversalidad con otras asignaturas.	1 2 3 4 5	
DISEÑO		
El material es atractivo, preciso y claro para la comprensión del estudiante.	1 2 3 4 5	
La articulación de diversos textos (icónicos, filmicos, gráficos, etc.) impactan favorablemente y generan interés.	1 2 3 4 5	
Presenta las respectivas citaciones de textos, contenidos o imágenes propias de derechos de autor.	1 2 3 4 5	
MATERIALES DIGITALES Y ENTORNOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE		
Instructivo: Se presenta un instructivo (video, manual) que da cuenta detalladamente de los diferentes pasos para su ingreso, manejo y sus respectivas recomendaciones y técnicas en relación con este tipo de aprendizaje.	1 2 3 4 5	
Accesibilidad: El ingreso a la página, blog, App, o plataforma es de fácil acceso. Si es necesario una clave, esta es recuperable mediante un procedimiento muy simple. Funciona en cualquier equipo de cómputo, navegador etc....	1 2 3 4 5	
Navegación: Los enlaces para la navegación están claramente etiquetados, colocados consistentemente, y permiten al lector desplazarse fácilmente de una página a otras páginas relacionadas (hacia delante y atrás), y llevan al lector donde él o ella espera ir. El usuario no se pierde.	1 2 3 4 5	
Contenido: Toda la información provista por el estudiante en el sitio web es precisa y todos los requisitos de calidad han sido cumplidos.	1 2 3 4 5	

Interactividad: La OVA, App, Blog, Web, etc. manifiesta desde el diseño, diversidad de estrategias para facilitar la interacción del estudiante con la plataforma, los recursos y objetos de aprendizaje, así como con el tutor, los pares y con los materiales educativos en general. .	1 2 3 4 5	
--	------------------	--

Fuente: Instrumento creado por la Universidad Antonio Nariño

OBSERVACIONES:

Debido a la pandemia causada por el COVID-19, la validación del material se hizo a través de cuestionario de google, que está disponible en el siguiente link: <https://forms.gle/Cq1NFEFpAHWnUwDn6>.

Los evaluadores de la propuesta fueron dos docentes de matemáticas con especialización y Magister en Ciencias de la Educación.

El promedio de calificación del primer evaluador fue de 4,5 que, según la Rúbrica para la evaluación de material de enseñanza creada por la Universidad Antonio Nariño, corresponde a sobresaliente. Se resalta que encontró los contenidos apropiados para el grado en que se propone trabajar la temática, destacó que están organizados de forma secuencial, y que, si surge alguna duda, el estudiante se puede devolver para comprender lo que necesite gracias a la interactividad y flexibilidad de las actividades en línea, las cuales presentan fácil acceso y permiten una transversalidad con otras áreas.

Del segundo evaluador, el promedio de calificación fue de 3.4 lo que implica que el material es aceptable, con mejoras a realizar. Respecto al video tutorial de ingreso y navegación por las actividades propuestas que se diseñó, le pareció muy claro y preciso. Sin embargo, expresó que la temática trabajada era pertinente para el grado noveno, pero no para el grado octavo como se planteó inicialmente, por tanto, revisando de nuevo los lineamientos curriculares se procedió a implementar tal sugerencia y hacer los cambios respectivos. Teniendo en cuenta estas recomendaciones y otras más se relacionan a continuación, se modificó la propuesta de forma y de fondo, sin embargo, otras no se consideraron adecuadas de acuerdo al modelo de aprendizaje en línea WebQuest, aspectos que se muestran en las dos tablas siguientes.

Tabla 8. Recomendaciones del evaluador 2 que si se acogieron

Evaluador Número 1			
Criterio Rúbrica	Calificación	Observación	Decisión
La información ofrecida es relevante y de interés para la población seleccionada.	2	No, ya que las ecuaciones cuadráticas son un tema para grado noveno, ahora si se quiere conectarlo con funciones este tema es de grado noveno. Al revisar los DBA (Derechos Básicos de Aprendizaje) ecuaciones cuadráticas es para NOVENO.	Se decide aceptar e implementar la sugerencia hecha, se revisó de nuevo el marco legal del trabajo de grado, modificando los DBA señalados al principio para grado octavo, sustituyéndolos por los del grado noveno al que la propuesta es adecuada por su relación entre ecuaciones cuadráticas y funciones

			cuadráticas. Luego se procede entonces a cambiar el grado que aparecía en la actividad diagnóstica y en todas las actividades WebQuest diseñadas por el del grado noveno respectivamente..
Presenta objetivos claros y coherentes en función de los procesos de aprendizaje.	3	Sugiero, que cuando se abra las actividades se encuentren los objetivos de aprendizaje de la sección.	Se acató la sugerencia, por tanto, en la página principal (portada) de cada actividad WebQuest, están expresados claramente los Objetivos que se esperan alcanzar en la misma.
El material permite transversalidad con otras asignaturas.	3	En uno de los videos se cuenta la historia de los números complejos y de matemáticos, pero esto queda solo a manera de información. También hay un video sobre la aplicación de los números complejos en la corriente alterna pero se queda en solo información.	Se procede a implementar tal sugerencia, y en la actividad 1 se elimina el video de aplicación de los números complejos dada su poca pertinencia respecto al grado noveno. Además, al otro video de la historia de los números complejos se le quitó su conexión con un quiz-formulario, y se unió luego a un recurso interactivo de creación propia en la plataforma Educaplay. Aspecto que hace más dinámica la actividad a realizar con el video, ya que es un mosaico interactivo en donde tienen que unir las imágenes de algunos matemáticos con su respectivo nombre, pero tienen un tiempo determinado y puntaje asignado al terminarlo, generando un ranking que es de dominio público para aumentar la motivación del mejor tiempo. Esto último, esta dirigido por los principios de la Gamificación expuestos

			en el presente trabajo de grado.
Existe interrelación de contenidos con nueva información.	3	Se toma como base el link: https://gaussianos.com y se trabaja solo el ejemplo que está desarrollado en esa página, que no es creación del autor de la propuesta.	Se acató la sugerencia, por eso en las actividades WebQuest diseñadas, se implementó más recursos interactivos creados por el autor de esta propuesta JORGE MARTINEZ, en la plataforma Educaplay y se vincularon a las actividades, indicando antes de cada recurso quien es el creador del mismo para que se viera reflejada la sugerencia implementada. Tales recursos son variados de acuerdo a los principios de la Gamificación, son creación propia del autor JORGE MARTINEZ crucigramas interactivos, mapas interactivos, mosaicos interactivos, videos explicativos de fácil acceso disponibles en you tube. Cabe resaltar, que se dejaron otros recursos externos de la web, ya que el modelos de aprendizaje de las actividades es el modelo WebQuest, por ello, busca que el alumno interactúe con los mejores recursos disponibles de internet y que compare los mismos fomentando así un pensamiento crítico.
Accesibilidad: El ingreso a la página, blog, App, o plataforma es de fácil acceso. Si es necesario una clave, esta es recuperable mediante un procedimiento muy simple. Funciona en cualquier equipo de	3	No pude ingresar a las actividades 2 y 3 y se intentó desde diferentes navegadores y pc.	En contraste con la valoración de 5 dada por el primer evaluador quien no tuvo ningún problema para acceder a todas las actividades y quien expreso que “es fácil su utilización”, el evaluador 2 realizo tal sugerencia debido a que algunos fallos, sin

cómputo, navegador etc....			<p>embargo, sí pudo ingresar a la actividad 1 y 4. Por tal motivo, se procedió a revisar dicha sugerencia y se analizó de nuevo la accesibilidad a todas las actividades, e incluso se hizo un video creación de JORGE MARTINEZ autor de la propuesta, que está disponible fácilmente en you tube. En este se explica los requerimientos de software y hardware necesarios para trabajar con las actividades. Muestra también la disponibilidad en línea de cada una de las cuatro WebQuest que se diseñaron.</p>
----------------------------	--	--	---

Fuente: elaboración propia

Tabla 9. Recomendaciones del evaluador 2 que no se acogieron

Evaluador Número 2			
Criterio Rúbrica	Calificación	Observación	Decisión
El nuevo conocimiento permite el manejo de estrategias de búsqueda e indagación en el estudiante.	3	Faltan preguntas orientadoras de reflexión que permitan al estudiante y al maestro la indagación	<p>Uno de los principios del modelo de aprendizaje WebQuest es generar preguntas orientadoras en la introducción de cada actividad que inciten a la reflexión en el estudiante. Ejemplo de ello son las dos GRANDES PREGUNTAS que están explícitas al principio de la actividad número 1 y son las siguientes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿en qué plano se pueden ubicar las soluciones de una ecuación cuadrática que implican raíces cuadradas de números negativos, si no es en el plano cartesiano? 2. ¿Existe otra forma de saber cuáles son las

			soluciones de una ecuación cuadrática que implican raíces cuadradas de números negativos, antes de hacer los cálculos con los métodos de resolución que ya se conocen?. Por tal motivo, no se está de acuerdo con la sugerencia hecha, además el primer evaluador, hizo una excelente valoración sobre el mismo aspecto, puntuando 5 e indicando que el material permite que el estudiante pueda ir “más allá de la simple adquisición de conocimiento de manera dinámica, acorde con su proceso de asimilación”.
Interactividad: La OVA, App, Blog, Web, etc. manifiesta desde el diseño, diversidad de estrategias para facilitar la interacción del estudiante con la plataforma, los recursos y objetos de aprendizaje, así como con el tutor, los pares y con los materiales educativos en general. .	4	Las actividades de “Educaplay” son interesantes, pero no encontré actividades que requieran participación de otros estudiantes	Cada tarea que se propone en las actividades WebQuest está compuesta por lo general de 3 partes y se indica expresamente que, en cada computador de trabajo en el aula, se deben hacer de a 3 estudiantes los cuales forman un grupo de trabajo. Democráticamente van a elegir qué punto de la tarea van a realizar, e incluso eligen un líder del grupo quien es el encargado de enviar los productos virtuales como pdf o Word que se les solicita. Por tanto, no se está de acuerdo con la sugerencia presentada.

Fuente: elaboración propia

Cabe señalar que, de parte del primer evaluador, no hubo comentarios negativos ni propuestas de mejora o cambio, al contrario, se resaltó el fácil acceso de la comunidad educativa a la propuesta y el benéfico enfoque constructivista de la misma para que el estudiante sea partícipe de la construcción del conocimiento a través de un proceso atractivo en la web.

4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1 Conclusiones

1. Se pueden integrar el método de resolución de problemas propuesto por Polya (1965), el modelo de enseñanza-aprendizaje WebQuest y la estrategia pedagógica de la Gamificación, en un entorno informático on-line que puede ser refinado dada su disponibilidad en la web al ser un objeto de aprendizaje virtual (OVA), de acuerdo a las necesidades del contexto escolar.
2. La práctica pedagógica permite identificar problemáticas claves respecto al proceso de enseñanza-aprendizaje de conceptos claves en Matemáticas, en específico de las Ecuaciones Cuadráticas. El aula del siglo XXI necesita integrar las nuevas tecnologías de la información y comunicación para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes, atendiendo además de su formación intelectual, aspectos tan claves como la motivación para lograr su proceso de formación.
3. Un ejercicio en matemáticas debe atender a las diferentes capacidades del estudiante y el docente debe guiar todo proceso, incluso con aquellos ejercicios “simples” a la vista del docente. Por ejemplo, cuando se le pide un alumno resolver la raíz cuadra $\sqrt{-36}$, para aquellos que nunca antes hayan trabajado con la unidad imaginaria "i", ese ejercicio se convierte en un problema, se preguntarán ¿Cuál es el número que multiplicado por sí mismo de otro número negativo, si todo número elevado al cuadrado da un número positivo?.
4. Al diseñar el material, se evidencia que internet está compuesto por una gran cantidad de información a la que el alumno se enfrenta muchas veces sin una guía adecuada, quedándose en muchos casos atascado con recursos que pueden no ser muy claros. Por esto, el papel del docente como facilitador en ese mar de conocimiento que es la Web, es trascendental para lograr interiorizar conceptos claves a través de los vastos recursos que ofrecen las nuevas tecnologías. Mucho más en Matemáticas, donde en la mayoría de casos es necesaria la transposición didáctica para hacer comprensible un tema en un contexto determinado.
5. Según los evaluadores, la propuesta presentada, puede lograr que el estudiante vaya más allá de la simple adquisición del conocimiento y lo asimile de una forma dinámica y crítica de acuerdo con su proceso. El aspecto llamativo e interactivo de la propuesta lo permite, su fácil acceso a la comunidad educativa y su disposición en la web hacen de la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas un nuevo enfoque constructivista.
6. El aprendizaje no siempre es lineal. El estudiante a través de las actividades on-line se puede devolver en cualquier momento de su proceso y reforzar lo que necesite, para seguir avanzando de una manera eficiente a través de las tareas que se le solicitan, mismas que están organizadas para lograr un aprendizaje significativo.

4.2 Recomendaciones

1. Para el refinamiento de la propuesta presentada, el docente debe tener un manejo aceptable de google Sites, Google drive y Educaplay. El manejo de estas plataformas es clave a la hora de modificar los diseños y para incorporar todos los recursos a los formatos WebQuest que se diseñaron.
2. El conocimiento de los Lineamientos Curriculares, de los DBA y de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas que desarrolló el MEN, deben estar como guías para el docente al momento de cambiar o ampliar los objetivos generales de enseñanza-aprendizaje propios de los objetos de aprendizaje virtual presentados en este trabajo de grado.

5 REFERENCIAS

- Álvarez Cortés, R. (2012). Incidencia de las mediaciones pedagógicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de función cuadrática. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Recuperado de: <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/11633>
- Araya, R. G. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (3), 11-44. Recuperado de: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6890/6576>
- Ayres, F. (2003). *Álgebra moderna*. Recuperado de: https://www.academia.edu/40620489/Algebra_Moderna_Schaum_Frank_Ayres
- Bilbao Rodriguez, M, (2014), *Modelo de aprendizaje WebQuest: un cambio en el uso de internet*, México DF, México: Editorial Trillas.
- Castiblanco, O., & Vizcaíno, D. (2008). El uso de las TICs en la enseñanza de la Física. *Universidad Libre de Colombia*, 20-26. Recuperado de: <https://cutt.ly/kjzxnUN>
- Carnoy, M. (2004). Las TIC en la enseñanza: posibilidades y retos. Lección inaugural del curso académico, 2005, 1-19. [Fecha de consulta: 10/07/2020]. Recuperado de: <https://cutt.ly/HjlkDNu>
- Chimbi, L, & Gutierrez, C. (2015). Diseño de material didáctico (crónica, e-books-cuadernia y guías didácticas), para la enseñanza y aprendizaje de la función cuadrática (tesis de pregrado). Universidad Antonio Nariño, Colombia.
- García Bacete, F. J., & Doménech Betoret, F. (1997). Motivación, aprendizaje y rendimiento escolar. *Revista electrónica de Educación y Emoción*. 1(6). Recuperado de: <https://cutt.ly/ZjlyYGc>
- Guapacha, C. J. (2018). La parábola como objeto matemático desde el enfoque ontosemiótico en el curso de matemáticas de grado decimo del instituto mistrató Risaralda. [Tesis de Maestría, Universidad Tecnológica de Pereira]. Recuperado de: <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/9354/T510.712%20R585.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Gutiérrez, L. (2012). Conectivismo como teoría de aprendizaje: conceptos, ideas, y posibles limitaciones. *Revista Educación y Tecnología*, (1), 111-122. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4169414.pdf>
- Lexus Editores S. A., (2008). *Manual de preparación pre-universitaria Álgebra, 1ª ed., febrero 2008*. Recuperado de: https://www.academia.edu/32016162/Manual_de_Preparaci%C3%B3n_Pre_universitaria_%C3%81lgebra_Lexus
- Manosalvas, C., & Oliva, S. (2011). Teorema fundamental del álgebra y su aplicación a la enseñanza de álgebra. [Tesis de Pregrado, Universidad Tecnológica Equinoccial. Facultad: Educación a Distancia, Ecuador]. Recuperado de: http://repositorio.ute.edu.ec/bitstream/123456789/3541/1/45712_1.pdf
- Medina, I. I. S. (2014). Estado del arte de las metodologías y modelos de los Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVAS) en Colombia. *Revista Entornos*, (28), 93-107. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6937079>

- MERCEDES, M. D. P. H. (2008). Tareas significativas y recursos en Internet. WebQuest. *marcoELE. Revista de Didáctica Español Lengua Extranjera*, (6), 1-25. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/921/92152377003.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. Bogotá: MEN. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá: MEN. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2011). Artículo 149 de la ley 1450 de 2011. Conectividad en Establecimientos Educativos. Bogotá: MEN. Recuperado de: <https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-340148.html#:~:text=Art%C3%ADculo%20149.&text=Los%20operadores%20de%20esta%20conexi%C3%B3n,experiencia%20comprobada%20en%20el%20sector>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2017). Plan nacional decenal de educación 2016-2026: el camino hacia la calidad y la equidad. Bogotá: MEN. Recuperado de: http://www.plandecenal.edu.co/cms/media/herramientas/PNDE%20FINAL_ISBN%20web.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2017). Derechos Básicos de Aprendizaje. Bogotá: MEN. Recuperado de: <https://drive.google.com/file/d/0BzWVeoODM2kBVEFXajVEY1ZhS2M/view>
- Mora Saavedra, J. C. (2020). Geogebra como herramienta de transformación educativa en Matemática. *Mamakuna*, (14), 70-81. Recuperado de: <https://revistas.unae.edu.ec/index.php/mamakuna/article/view/349/402>
- Pólya, G. (1965). *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. Recuperado de: <https://cienciaymatematicas.files.wordpress.com/2012/09/como-resolver.pdf>
- Reyes Carvajal, D. L., Díaz Moreno, M. D. L. Á., & Tercero Chévez, R. E. (2013). Unidad didáctica para el desarrollo de la ecuación cuadrática en noveno grado de secundaria en dos centros de enseñanza del departamento de León y uno de Chinandega, II semestre 2012. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua]. Recuperado de: <http://riul.unanleon.edu.ni:8080/jspui/bitstream/123456789/3140/1/225278.pdf>
- Rojas Galindo, J. D. (2019). Un sistema gamificado basado en la estrategia de Pólya para el desarrollo de habilidades metacognitivas y el logro académico en estudiantes de grado 5° en la resolución de problemas matemáticos de operaciones básicas. [Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Nacional de Colombia]. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12209/11567>
- Teixes, F. (2015). *Gamificación: fundamentos y aplicaciones* (Vol. 7). Editorial UOC. Recuperado de: <https://cutt.ly/tjzbpLd>
- Valdivia, C., & Parraguez, M. (2012). Evolución cognitiva del concepto parábola como lugar geométrico: una mirada desde la teoría APOE. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 593-601). Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/4324/1/ValdiviaEvoluci%C3%B3nALME2012.pdf>
- Werbach, K., & Hunter, D. (2012). For the win: How game thinking can revolutionize your business. Wharton Digital Press. Recuperado de: <https://cutt.ly/bjcmGQi>

- Wilhelmi, M. R., Godino, J. D., & Lacasta, E. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 27(79), 77. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/igualdad_wilhelmi.pdf
- Zill, D. G., & Dewar, J. M. (2012). *Álgebra, trigonometría y geometría analítica*. McGraw Hill Educación. Recuperado de: <http://up-rid2.up.ac.pa:8080/xmlui/handle/123456789/1367>

6 CAPÍTULO ANEXOS

6.1 Manual de ingreso a las actividades

Se deja a continuación dos video tutoriales que explican cómo registrarse en Educaplay y luego cómo navegar por las actividades. Son links de fácil acceso.

Video tutorial de acceso a la plataforma Educaplay

<https://es.educaplay.com/centro-de-ayuda/video/7gNRRJ6b7pc.html>

Video tutorial de navegación por las actividades propuestas

<https://youtu.be/2zA3hlQj17I>

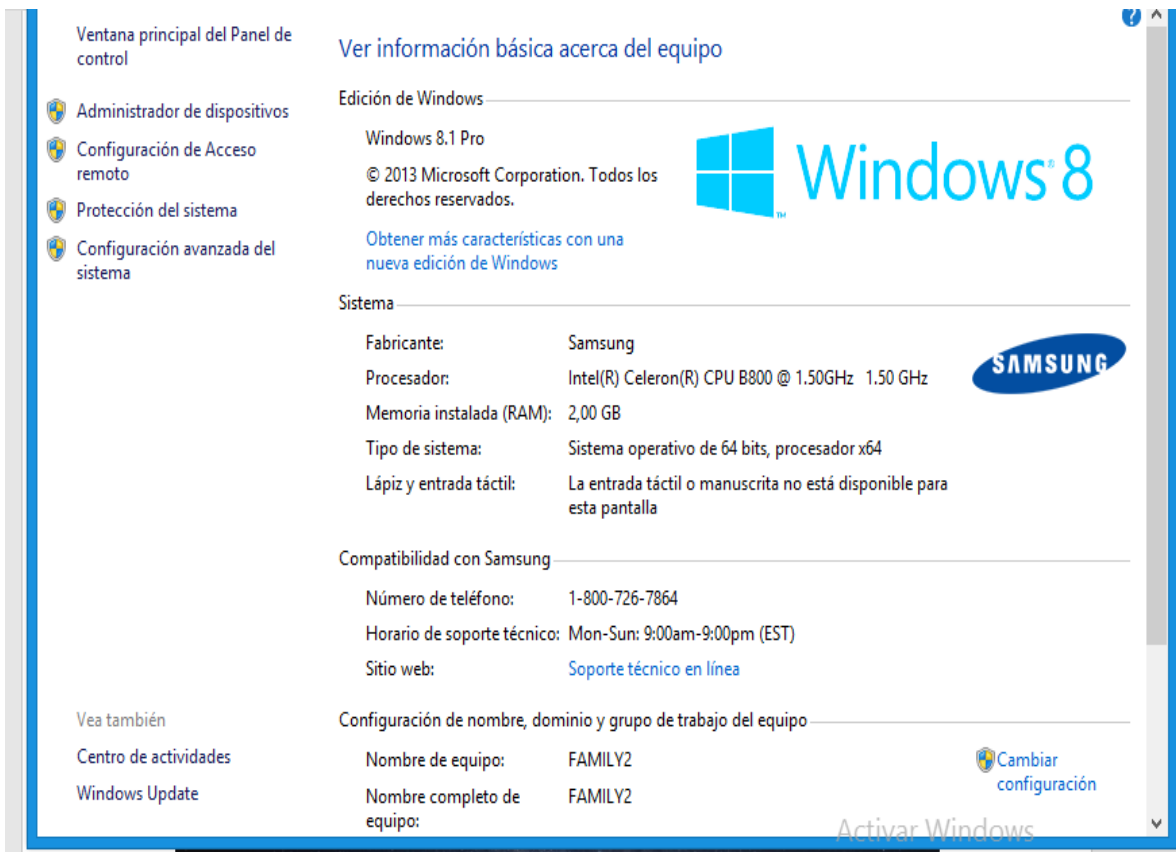
6.2 Requerimientos de Software y Hardware

Se debe contar mínimo con Windows 8.1 en el computador por el cual se desee acceder a las actividades propuestas, y preferiblemente se debe usar Google Chrome como navegador principal, ya que Mozilla o internet Explorer no pueden abrir algunos complementos de Educaplay. A nivel de hardware se debe contar con procesador desde Intel inside i3 en adelante y un disco duro mínimo de 500 gigas y 2 GB de RAM, si se cuenta con Windows 10 se debe tener 8 gb de RAM. A continuación, se creó un video tutorial con tales especificaciones y la disponibilidad en línea de las actividades propuestas:

Requerimientos de software y hardware

<https://www.youtube.com/watch?v=HvRnZfq-0Y>

Especificaciones del portátil en el que se hizo el video:



The image shows a screenshot of the Windows 8.1 Pro system information page. The interface is in Spanish. On the left, there is a navigation pane with options like 'Administrador de dispositivos', 'Configuración de Acceso remoto', 'Protección del sistema', and 'Configuración avanzada del sistema'. The main content area is titled 'Ver información básica acerca del equipo'. It displays the following information:

- Edición de Windows:** Windows 8.1 Pro, © 2013 Microsoft Corporation. Todos los derechos reservados. Includes the Windows 8 logo.
- Sistema:**
 - Fabricante: Samsung (with Samsung logo)
 - Procesador: Intel(R) Celeron(R) CPU B800 @ 1.50GHz 1.50 GHz
 - Memoria instalada (RAM): 2,00 GB
 - Tipo de sistema: Sistema operativo de 64 bits, procesador x64
 - Lápiz y entrada táctil: La entrada táctil o manuscrita no está disponible para esta pantalla
- Compatibilidad con Samsung:**
 - Número de teléfono: 1-800-726-7864
 - Horario de soporte técnico: Mon-Sun: 9:00am-9:00pm (EST)
 - Sitio web: Soporte técnico en línea
- Configuración de nombre, dominio y grupo de trabajo del equipo:**
 - Nombre de equipo: FAMILY2
 - Nombre completo de equipo: FAMILY2

At the bottom, there is a 'Cambiar configuración' button and a watermark for 'Activar Windows'.

Ilustración 1

6.3 Actividades Propuestas

6.3.1 Actividad uno

Disponible en <https://sites.google.com/uan.edu.co/actividad1>

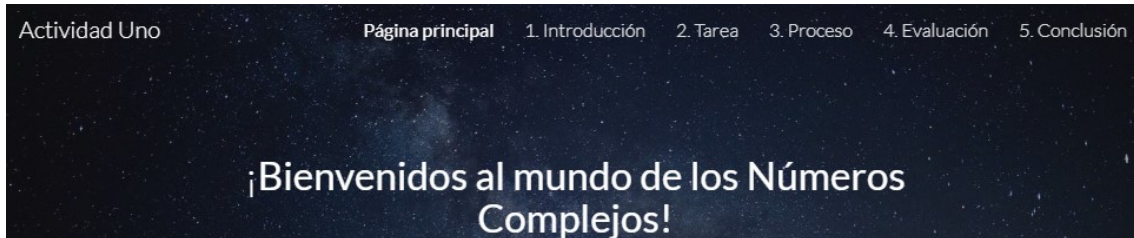


Ilustración 2

$$x^2 = -1$$

o que

$$x = \sqrt{-1}$$

Objetivos de la actividad:

Reconocer los números complejos a través de su relación con las ecuaciones cuadráticas que ya pueden solucionar.

Comprender el significado geométrico de la unidad imaginaria "i"

Ubicar correctamente números complejos en su plano correspondiente.



Actividad Uno

[Página principal](#)

[1. Introducción](#)

[2. Tarea](#)

[3. Proceso](#)

[4. Evaluación](#)

[5. Conclusión](#)

1. Introducción

En general, ya sabes resolver ecuaciones cuadráticas por factorización o por la fórmula directa. Sin embargo, existen ecuaciones cuadráticas misteriosas, que si las resuelves por cualquier método, dan sus dos soluciones las cuales NO son números reales, ya que involucran raíces cuadradas de números negativos. Pero entonces como no están en el eje "X" del plano cartesiano, tenemos DOS GRANDES PREGUNTAS:

1. ¿ En qué plano se pueden ubicar las soluciones de una ecuación cuadrática que implican raíces cuadradas de números negativos si no es en el plano cartesiano ?

2. ¿Existe otra forma de saber cuáles son las soluciones de una ecuación cuadrática que implican raíces cuadradas de números negativos antes de hacer los cálculos con los métodos de resolución que ya se conocen?

y que crees, curiosamente, ¡las soluciones que no son números reales, resultan ser Números Complejos, vamos a estudiarlos!.

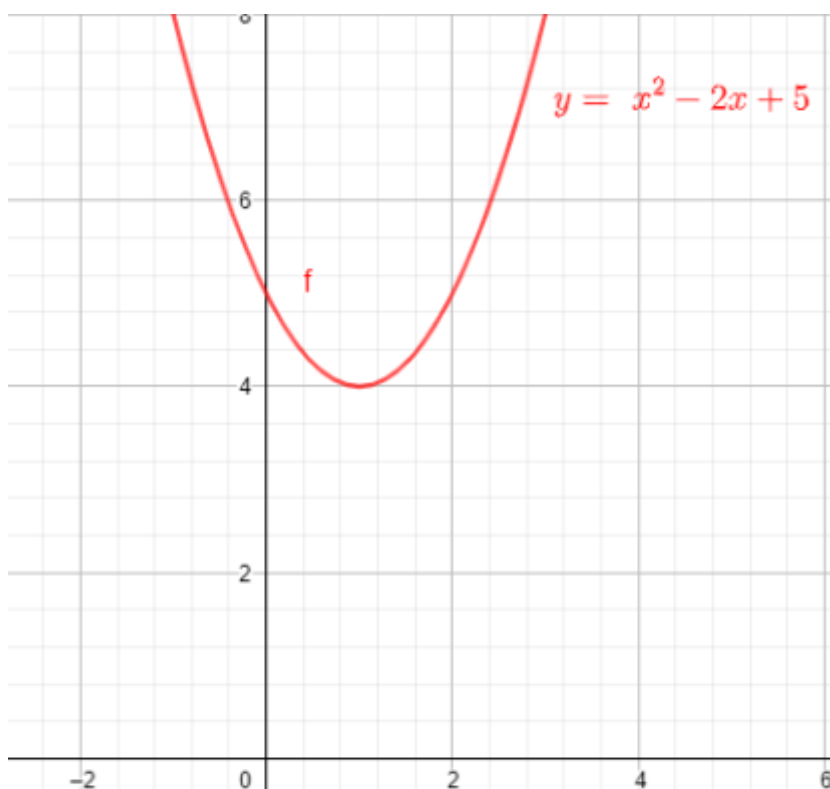
De la excelente página web

<https://www.gaussianos.com/encontrar-las-complejas-no-es-nada-complejo/>

verás algo muy interesante sobre este hecho maravilloso del Álgebra, observemos un párrafo de Gaussianos.com:

Ilustración 3

Veamos un ejemplo. Tomamos la ecuación $x^2 - 2x + 5 = 0$, que al dibujarla nos da una parábola que está completamente contenida en la parte positiva del eje Y, por lo que no corta al eje X y, por tanto, no tiene soluciones reales:



Fuente: creación propia en Geogebra

Es cierto, ¡la gráfica de la ecuación no toca al eje X , y por tanto sus dos soluciones no están en el eje X del plano cartesiano!. Entonces para poder resolver la **PRIMERA GRAN PREGUNTA** que es ¿ en qué plano se pueden ubicar las soluciones de una ecuación cuadrática que implican raíces cuadradas de números negativos si no es en el plano cartesiano?, primero exploraremos el increíble mundo de los números complejos. Posteriormente, en la actividad cuatro nos ocuparemos de responder la **SEGUNDA GRAN PREGUNTA**.

Ahora estas listo para lo que sigue, ¡atento, se premian los mejores puntajes!. Para enviar las respuestas del video, baja la pantalla con el mouse hasta que aparezca el boton "enviar".

educaplay

Crear actividad

Actividades Ej.: Ríos de Europa...

Todas las actividades

Introducción números complejos

Breve introducción a los números complejos

Sensible: Mayúsculas/Minúsculas
 Acentos

Comenzar



Gif animado externo

2. Tarea

$$i = \sqrt{-1}$$

Fuente; creación propia en editor de ecuaciones

Objetivo: que el estudiante tenga un acercamiento a los números complejos, su historia y el plano en donde se ubican, a partir de la interpretación geométrica de la unidad imaginaria "i".

Para ello, en el computador se ubicarán en grupos de a tres estudiantes y asignarán un número a cada grupo sin que se repitan. Luego van a resolver lo siguiente:

Nota: para hacer cada punto de la tarea deberán ver las ayudas en el menú "Proceso", así es con todas las actividades. Además, entre los tres estudiantes elegirán quien se encarga de cada punto, si surgen dificultades se apoyarán entre ustedes y con su profesor.

Primer punto: el siguiente es un juego interactivo creado por Jorge Martinez autor de este trabajo, y que relaciona la imagen con el nombre respectivo de los matemáticos más importantes que hicieron posible el desarrollo de los números complejos. ¡Encuéntralos, pero no te demores mucho!.

Recurso: mosaico interactivo creado por JORGE MARTINEZ autor de este trabajo

The screenshot shows the Educaplay website interface. At the top, there is a green header with the 'educaplay' logo on the left, a 'Crear actividad' button, and icons for notifications, messages, and user profile. Below the header is a search bar with the text 'Ej.: La revolución francesa...' and a search icon. To the right of the search bar is a 'Todas las actividades' button. The main content area has a green background and features the title 'Reconoce a tus Matemáticos' in white. Below the title is the subtitle 'encuentra su retrato y nombre'. On the left, there is an image of several dark puzzle pieces, with one piece in the foreground showing a white square with a gray silhouette of a person's head and shoulders. To the right of the image are two white boxes with black text: '02:00' with 'TIEMPO MÁXIMO' below it, and '40' with 'NUM. INTENTOS' below it. At the bottom center is a large orange button with the text 'Comenzar'.

Segundo punto: a continuación, van a relacionar números complejos con su respectiva ubicación en el plano complejo, este juego es creado por Jorge Martinez autor de este trabajo. ¡Se premia el mejor tiempo!.

Recurso: mosaico interactivo creado por JORGE MARTINEZ autor de este trabajo

The screenshot shows the Educaplay website interface. At the top, there is a green header with the 'educaplay' logo on the left, a 'Crear actividad' button, and icons for notifications, messages, and user profile. Below the header is a search bar with the text 'Ej.: Ríos de Europa...' and a search icon. To the right of the search bar is a 'Todas las actividades' button. The main content area has a green background and features the title 'Ubicar Números Complejos' in white. Below the title is the subtitle 'Relaciona un número complejo con su respectiva ubicación en el plano complejo'. On the left, there is an image of several dark puzzle pieces, with one piece in the foreground showing a white square with a gray silhouette of a person's head and shoulders. To the right of the image are two white boxes with black text: '02:00' with 'TIEMPO MÁXIMO' below it, and '20' with 'NUM. INTENTOS' below it. At the bottom center is a large orange button with the text 'Comenzar'.

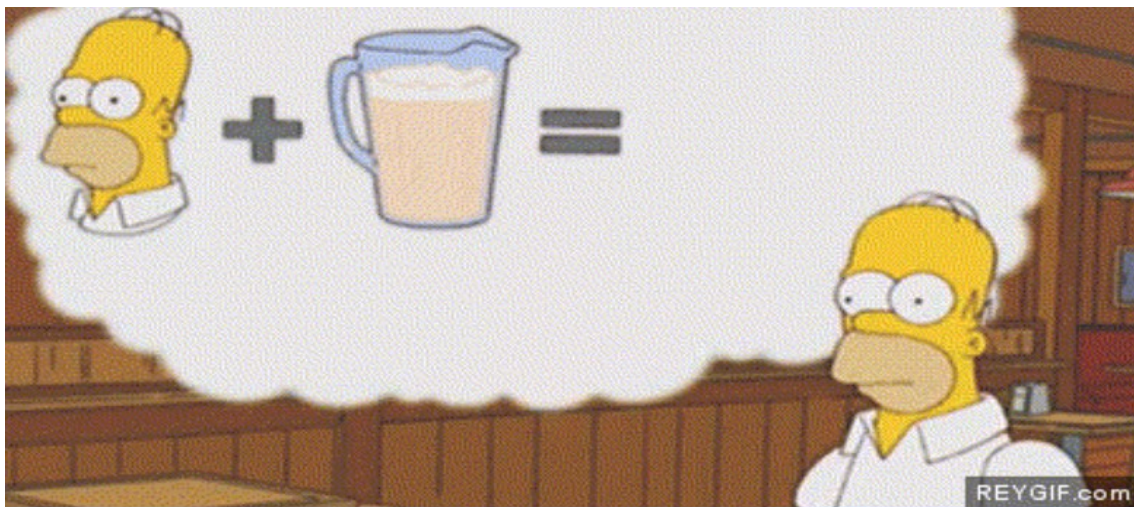
Para realizar la actividad de abajo, deberán escribir el número complejo en un su forma binomial " $a+bi$ " donde a y b son números reales, " i " es la parte imaginaria del número complejo.

Recurso interactivo externo creado por JUAN DAVID ROZO

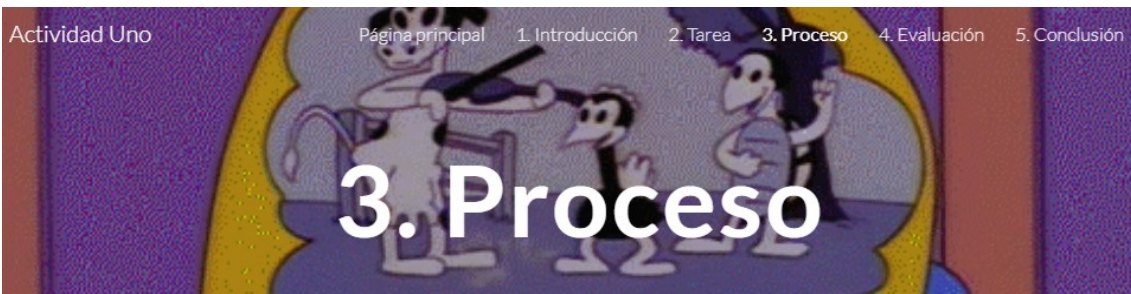


The screenshot shows the Educaplay website interface. At the top, there is a green header with the logo "educaplay" on the left, a yellow button "Crear actividad" in the center, and notification, chat, and user profile icons on the right. Below the header is a search bar with the text "Ej.: Ríos de Europa..." and a search icon. To the right of the search bar is a yellow button "Todas las actividades". The main content area has a green background and features the title "Números complejos." in bold. Below the title is the instruction: "Indique el numero complejo que representa cada punto. Escribir el número en su forma binomial." To the left of the instruction is an illustration of a notepad with a green checkmark. To the right of the instruction are two green boxes: the first contains "10:00" with "TIEMPO MÁXIMO" below it, and the second contains "1" with "NUM. INTENTOS" below it. At the bottom of the main content area, there are two checkboxes: "Sensible: Mayúsculas/Minúsculas" and " Acentos".

Tercer punto: a través de una exposición en clase, van a responder la PRIMERA GRAN PREGUNTA que es ¿ en qué plano se pueden ubicar las soluciones de una ecuación cuadrática que implican raíces cuadradas de números negativos si no es en el plano cartesiano ? . Deberán justificarla con el significado geométrico del número " i ".



Gif animado externo



Para poder hacer los puntos de la tarea, van a requerir información de refuerzo. Dicha información se relaciona a continuación. Recuerden que es en grupos de a tres estudiantes por computador. Todos los videos se pueden ver en pantalla completa si se desea.

PISTA para el primer punto de la tarea este video te servirá.

Recurso externo: video



¡Antes de trabajar con números complejos, recuerda cuantos conjuntos numéricos existen, para ello, da click izquierdo en el siguiente enlace http://3con14.com/data/bloques/aritmetica/grc_conjuntos_numericos.pdf y luego, prueba tu conocimiento con el siguiente crucigrama! , no te olvides que los mejores tiempos se premian.

Recurso: crucigrama interactivo creado por JORGE MARTINEZ autor de este trabajo

Recurso: crucigrama interactivo creado por JORGE MARTINEZ autor de este trabajo



Lucaplay

Crear actividad

Actividades

Ej.: La revolución francesa...

Todas las actividades

Conjuntos Numéricos

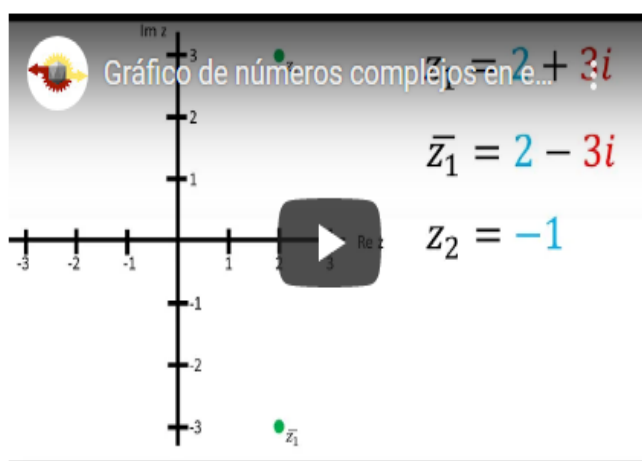
¡Vamos a recordar los conjuntos numéricos!

02:00
TIEMPO MÁXIMO

Comenzar

PISTA para realizar el punto 2 de la tarea. Al igual que los números enteros se pueden representar en el plano cartesiano, los números complejos también se pueden representar en otro plano. Acá abajo aprenderás como hacerlo.

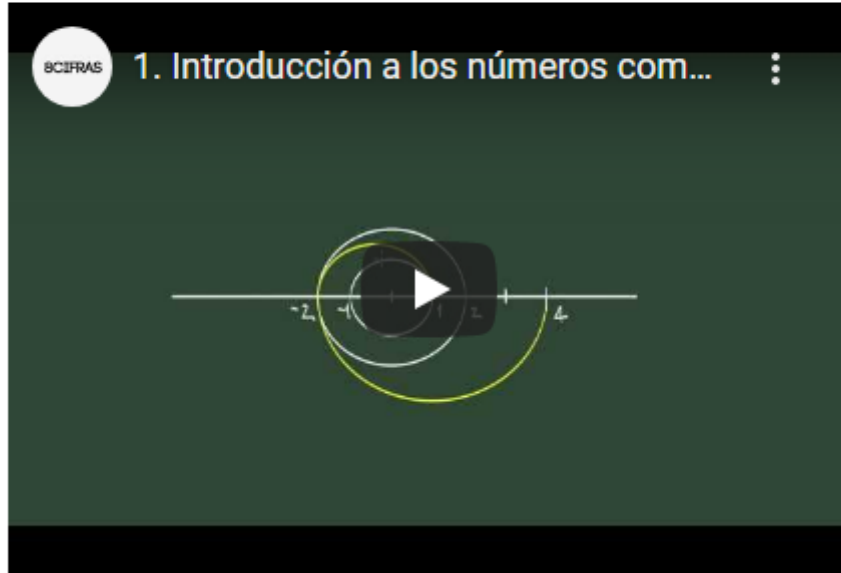
Recurso externo: video



¡Ánimo!

PISTA para realizar el punto 3 de la tarea sobre el significado geométrico del número "i", abajo se presenta una buena ayuda.

Recurso externo: video



Gif animado externo

4. Evaluación



Gif animado externo

Se evaluará teniendo en cuenta lo siguiente:

Exposición en clase del punto 3 de la tarea .

Puntajes obtenidos en los recursos interactivos.

Buen trabajo en equipo.

5. Conclusión



Gif animado externo

Gracias a esta actividad uno, el estudiante conocerá otro conjunto numérico muy importante como lo es el de los números complejos, que está relacionado con las ecuaciones cuadráticas que ya saben solucionar.

6.3.2 Actividad dos

Disponible en <https://sites.google.com/uan.edu.co/tercera-actividad/p%C3%A1gina-principal>

Radicación y Números Imaginarios

Mini WebQuest

DISEÑO DE MATERIAL VIRTUAL DE APOYO A LA ENSEÑANZA DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS PARA GRADO NOVENO

AUTOR: JORGE MARTÍNEZ VELANDIA



Gif animado externo

Objetivos de la actividad:

Identificar la raíz cuadrada de un número negativo como un número imaginario.

Reconocer la unidad imaginaria "i" como la raíz cuadrada de -1 .

Formalizar las raíz cuadrada de un número negativo en terminos de la unidad imaginaria "i".

1. Escenario

Estan en el colegio, un compañero les pide que le ayuden a encontrar la siguiente raíz cuadrada, y a resolver una ecuación cuadrática como se muestra a continuación:

$$\sqrt{-36} =$$
$$x^2 + 81 = 0$$

Fuente: creación propia

Entonces su reacción es...



Gif animado externo

Si no hubieras conocido en la actividad anterior a los números complejos, ¡no podrías ayudarlo!. Pero por fortuna ya sabes cómo son, y además, conoces que el número imaginario "i" es igual a

$$i = \sqrt{-1}$$

Fuente: creación propia

Entonces ya tienes una importante guía para poder empezar a resolver esos dos ejercicios. Vamos a caracterizar a los números imaginarios con una de las propiedades de la radicación que ya conocemos de cursos anteriores, para poder hallar la solución a las raíces de números negativos en términos de la unidad imaginaria "i" junto con ecuaciones cuadráticas que impliquen raíces de números negativos. Recuerda la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas

Las dos soluciones de una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ están dadas por la fórmula directa:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

la cantidad $b^2 - 4ac$ se llama **discriminante** de la ecuación cuadrática y puede se pueden presentar los tres casos siguientes:

DISCRIMINANTE $b^2 - 4ac$		
$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
indica dos soluciones reales diferentes	indica dos soluciones reales iguales	Indica que NO hay soluciones reales, pero SI complejas

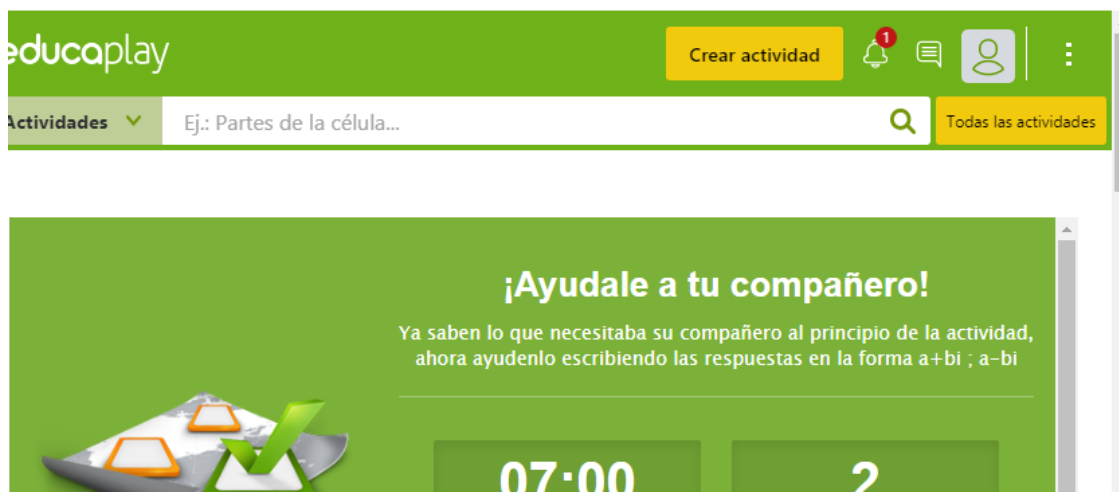
Fuente: creación propia

2. Tarea

Objetivo: que el estudiante reconozca la extensión de una las propiedades de la radicación para formalizar en terminos de la unidad imaginaria "i", las raíces cuadradas de números negativos y las soluciones de ecuaciones cuadráticas relacionadas con raíces de radicando negativo.

Tarea 1: en el computador formaran grupos de a 3 personas y van a ayudar a su compañero quien necesita urgentemente que le muestren las respuestas de la raíz y de la ecuación anteriores, en la forma $a+bi$ y $a-bi$. Ésto se hace a través de la siguiente actividad (preferiblemente en pantalla completa), deben ingresar con el correo del lider del grupo. ¡Se premian los mejores tiempos!. Solo tienen dos intentos. Despues tiene otra tarea que hacer.

Recurso interactivo creado por Jorge Martinez autor de este trabajo



The screenshot shows the Educaplay web interface. At the top, there is a green navigation bar with the logo 'educaplay' on the left, a yellow 'Crear actividad' button, and icons for notifications, messages, and user profile. Below the navigation bar is a search bar with the text 'Ej.: Partes de la célula...' and a magnifying glass icon, followed by a yellow button labeled 'Todas las actividades'. The main content area features a green task card with the heading '¡Ayudale a tu compañero!' and the text 'Ya saben lo que necesitaba su compañero al principio de la actividad, ahora ayudenlo escribiendo las respuestas en la forma $a+bi$; $a-bi$ '. Below the text is an illustration of a white envelope with a green checkmark and two orange envelopes. At the bottom of the card, there are two green boxes containing the text '07:00' and '2'.

Tarea 2: en los mismos grupos, resolveran los siguientes ejercicios dejando cada respuesta en términos de la unidad imaginaria "i". Todo el procedimiento quedará en el cuaderno de su líder.

$$\sqrt{-9} =$$
$$\sqrt{-100} =$$
$$x^2 - 4x + 5 = 0$$
$$x^2 + 45 = 0$$

Fuente: creación propia

La siguiente es una de las más importantes propiedades de la radicación. Si tienes que calcular raíces cuadradas de números negativos, tal vez te sirva recordarla y te ayude bastante.

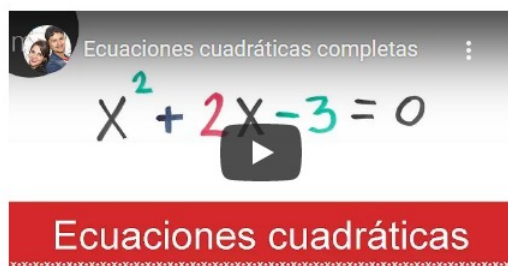
RAÍZ DE UN PRODUCTO

$$\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

Fuente: creación propia

Los videos de abajo te ayudaran para poder hacer el segundo punto de esta tarea.

Videos externos




Aprende a escribir en términos de la unidad imaginaria "i", las raíces de números negativos. Haz click izquierdo [AQUÍ](#)

3. Producto

Deberán entregar al correo del docente, una presentación en power point, en donde se evidencie el procedimiento para llegar a las respuestas del siguiente juego interactivo. Van a realizar el siguiente juego de encontrar las parejas ecuación cuadrática-soluciones, deben registrarse en Educaplay con el correo del representante del grupo. Se premian con una nota extra el mejor tiempo. Si encuentran una raíz cuadrada de un número negativo, relacionela con su expresión en términos de la unidad imaginaria "i".

Nota: el juego debe realizarse en pantalla completa, tiene límite de intentos y de tiempo, por eso deben elaborar un plan para poder resolverlo de la mejor manera.

Recurso: Mosaico interactivo creado por JORGE MARTINEZ autor de este trabajo



Solución Ec Cuadráticas

Tendrás que unir la carta en la que esté una ecuación cuadrática, con la carta que contenga sus soluciones, también tendrás que usar la memoria. ¡Hay comodines que te ayudan a sumar puntos!

20:00
TIEMPO MÁXIMO

16
NUM. INTENTOS

6.3.3 Actividad tres

Disponible en <https://sites.google.com/uan.edu.co/cuarta-actividad/p%C3%A1gina-principal>

Actividad Tres Página principal 1. Escenario 2. Tarea 3. Producto

Potenciación y Números Imaginarios

Mini WebQuest

DISEÑO DE MATERIAL VIRTUAL DE APOYO A LA ENSEÑANZA DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS PARA GRADO NOVENO
AUTOR: JORGE MARTÍNEZ

Entonces la gran idea aquí es que los números imaginarios no existen aparte de los números reales, sino justo encima de ellos; ocultos en una dimensión perpendicular.

recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=65wYmy8Pf-Y>



Gif animado externo

Objetivos de la actividad:

Interpretar las potencias con exponente natural de la unidad imaginaria.

Identificar las cuatro primeras potencias de "i" usando su definición y las propiedades de la potenciación.

hallar potencias mucho mas elevadas de la unidad imaginaria "i"

Activar Window
Ir a Configuración de

Actividad Tres

[Página principal](#) [1. Escenario](#) [2. Tarea](#) [3. Producto](#)

1. Escenario

En cursos anteriores ya has visto la potenciación de algunos números. Sin embargo aunque parezca increíble, podemos hacer la potenciación con la unidad imaginaria "i", entonces si tu profesor propone el siguiente reto, y dice que premiará al grupo que pueda resolverlo correctamente en el menor tiempo, ¿cómo lo harían?

$$i^1 =$$

$$i^2 =$$

$$i^3 =$$

$$i^4 =$$

Ahora es tiempo para conocer una importante relación de la potenciación que ya manejas muy bien, con la unidad imaginaria "i". Esto dará resultados sorprendentes, ya que como vas a aprender, algunas potencias de "i" diferentes a la primera vuelven a dar la misma unidad imaginaria "i", pero también otras ; son números enteros que ya conoces!.

¡Entonces comencemos !

2. Tarea

Objetivo: que el estudiante interprete geoméricamente las potencias con exponente natural de la unidad imaginaria "i".

Tarea uno: en grupos de tres estudiantes van a completar en el cuaderno de cada uno, la siguiente tabla de las potencias naturales del número "i", ; atento!.

$i^1 =$	$i^5 =$	$i^9 =$
$i^2 =$	$i^6 =$	$i^{10} =$
$i^3 =$	$i^7 =$	$i^{11} =$
$i^4 =$	$i^8 =$	$i^{12} =$

Fuente : creación propia en editor de ecuaciones

Tarea dos: van a resolver las siguientes potencias de la unidad imaginaria "i".

$$i^{15} =$$

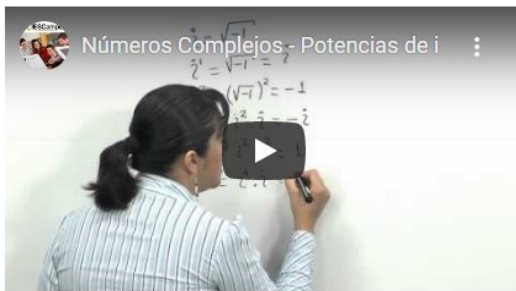
$$i^{56} =$$

$$i^{219} =$$

Fuente : creación propia en editor de ecuaciones

A continuación se dejan dos videos que te van a servir para realizar la tarea

Videos externos



Video 1



Video 2

Acá abajo otra ayuda por si lo necesitas. Da click izquierdo sobre la imagen. Preferiblemente usa Google Chrome como navegador principal.



Potencias de la unidad imaginaria (artículo) | Khan Academy

Aprende cómo simplificar cualquier potencia de la unidad imaginaria i . Por ejemplo, simplifica i^{27} as $-i$.

Act
Tra

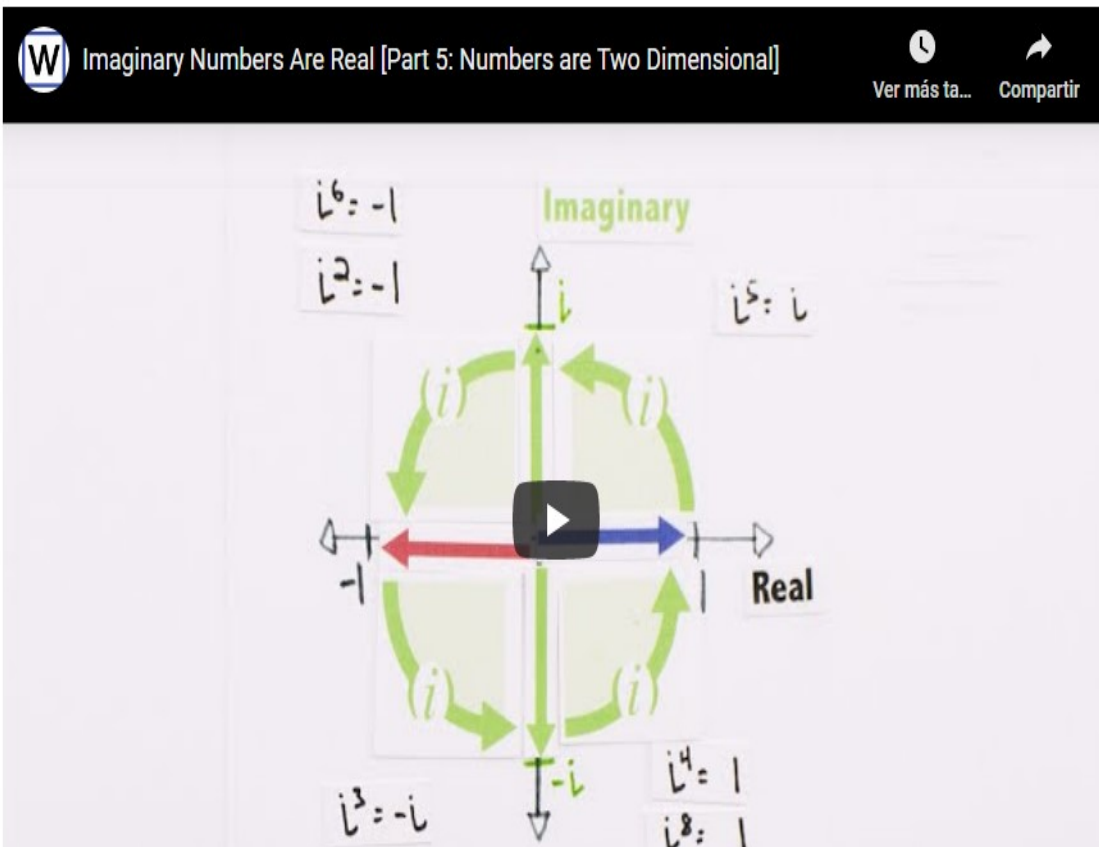
Tarea tres: van a socializar en el salón de la clase, si encuentran un patron curioso en el punto uno. Argumentarán su respuesta con la ayuda de la manualidad en cartulina que se les pedirá en la sección del producto de esta actividad.

Actividad Tres

Página principal 1. Escenario 2. Tarea 3. Producto

3. Producto

Mira el siguiente video. No te asustes ya que está en ingles. You tube ofrece la opción para poner subtítulos en español, así lo podrás entender muy bien. En grupos de tres estudiantes presentarán la manualidad en cartulina, que se ve en el video desde el minuto 2.34 y que nos ayuda a entender desde los ángulos 90, 180, 270 y 360 en el plano complejo, las respuestas a las potencias de la unidad imaginaria "i".



recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=65wYmy8Pf-Y>

6.3.4 Actividad cuatro

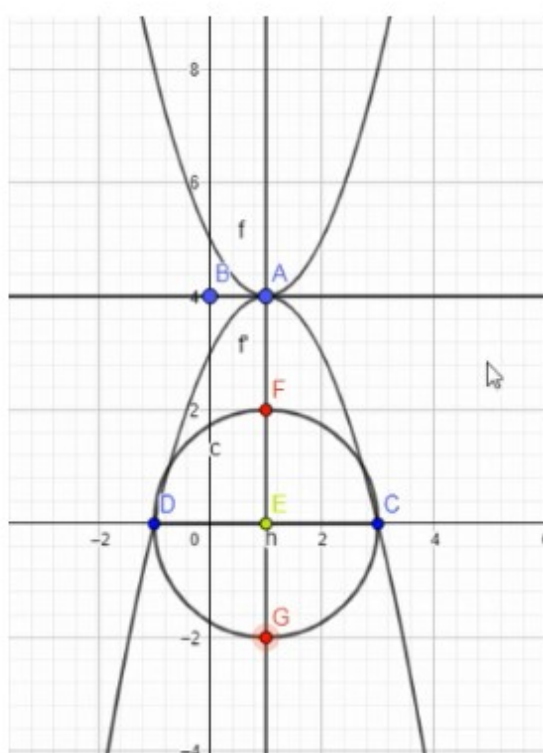
Disponible en <https://sites.google.com/uan.edu.co/actividad2>

Actividad Cuatro Página principal 1. Introducción 2. Tarea 3. Proceso 4. Evaluación 5. Conclusión

¡LA CIRCUNFERENCIA QUE UNE A DOS MUNDOS!

DISEÑO DE MATERIAL VIRTUAL DE APOYO A LA ENSEÑANZA DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS PARA GRADO NOVENO

AUTOR: JORGE MARTÍNEZ VELANDIA



Fuente: creación propia en Geogebra

Objetivo de la actividad:

Utilizar el software de geometría dinámica Geogebra para poder responder la SEGUNDA GRAN PREGUNTA respecto de las ecuaciones cuadráticas que involucran en sus soluciones raíces de números negativos; **¿existe otra forma de saber cuáles son las soluciones de una ecuación cuadrática que implican raíces cuadradas de números negativos, antes de hacer los cálculos con los métodos de resolución que ya se conocen?**

1. Introducción



Ya sabes qué es el plano complejo y cómo se grafican los números complejos en él. Entonces están listos para empezar a trabajar en la **SEGUNDA GRAN PREGUNTA**, recuerden que era la siguiente respecto de las ecuaciones cuadráticas que involucran en sus soluciones radicandos negativos:

¿existe otra forma de saber cuáles son las soluciones de una ecuación cuadrática que implican raíces cuadradas de números negativos, antes de hacer los cálculos con los métodos de resolución que ya se conocen?.

¡Vamos a ello!

¡Antes que nada es necesario que conozcan a la circunferencia!

Video externo



Con ella vamos a descubrir sin ningún cálculo, cuáles son las componentes reales a , b de las dos soluciones complejas $a+bi$ y $a-bi$ de una ecuación cuadrática.

Además deben tener presente el significado geométrico de la unidad imaginaria "i" , "multiplicar por "i" es equivalente a girar 90 grados respecto al eje "X" del plano complejo.

Actividad Cuatro

[Página principal](#) [1. Introducción](#) **[2. Tarea](#)** [3. Proceso](#) [4. Evaluación](#) [5. Conclusión](#)

2. Tarea

Objetivo: encontrar de forma geométrica en el plano cartesiano, las componentes reales a , b de las dos raíces complejas de la ecuación siguiente $x^2 - 2x + 5 = 0$ con la ayuda de la **CIRCUNFERENCIA QUE UNE A DOS MUNDOS**, y comprobar los resultados.

Parte 1

En grupos de a 3 personas:

Van a hacer con Geogebra una circunferencia que tenga el centro en 8 y radio de 3 unidades en el eje X del plano cartesiano.

graficarán en Geogebra la parábola $y = x^2 + 4$

graficarán en Geogebra la parábola $y = -x^2 + 4$

Parte 2

Encontrar las componentes reales a, b de las dos **soluciones complejas** de la ecuación $x^2 - 2x + 5 = 0$ con la ayuda de la **CIRCUNFERENCIA QUE UNE A DOS MUNDOS**, ¡sólo con geometría! .

En el siguiente link externo te explican el proceso:

<https://www.gaussianos.com/encontrar-las-complejas-no-es-nada-complejo/>

Luego de leer la información de la página anterior van a reproducir el proceso en geogebra, y luego ubicarán en el plano complejo tales soluciones encontradas.

Parte 3

Responder con sus propias palabras la **SEGUNDA GRAN PREGUNTA**: ¿existe otra forma de saber cuales son las raíces de éste tipo de ecuaciones sin hacer los cálculos con los métodos de resolución que ya se conocen?.

Hacer un PDF con tal respuesta, y agregar las capturas de pantalla de sus graficas en Geogebra del parte 1 y 2 de la tarea. agregando la evidencia de la ubicación en el plano complejo de las soluciones de la ecuación trabajada al principio $x^2 - 2x + 5 = 0$.

Opcional: Resolver por la fórmula directa la ecuación $x^2 - 2x + 5 = 0$, comprobando así los resultados geométricos obtenidos. Se dan puntos extra por la comprobación numérica.



Gif animado externo

3. Proceso

A continuación se deja a disposición el link del software dinámico Geogebra para poder realizar los puntos de la tarea.

<https://www.geogebra.org/classic?lang=es>

Además, se anexan se dejan los siguientes vídeos que serán de mucha utilidad:

Video externo



¡Vamos a graficar una circunferencia !

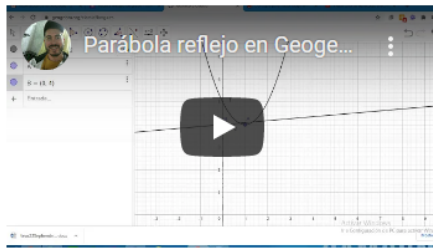
Video externo



¡Aprende a graficar una parábola en geogebra!

Haz clic para editar el texto

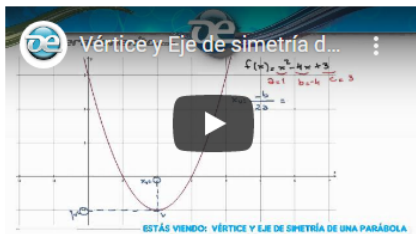
Video disponible en you tube creado por JORGE MARTINEZ autor de este trabajo



Aprende a hacer el reflejo de una parábola en Geogebra.

Haz clic para editar el texto

Video externo



Vértice y eje de simetría de una parábola...

Nota: Lo que no se alcance a realizar en clase se puede terminar en casa ya que se puede acceder a la actividad via on line

4. Evaluación

Se evaluarán los siguientes aspectos

Trabajo colaborativo, eficiente y armonioso.

Realización correcta en Geogebra de los gráficos solicitados.

Se tendrá muy en cuenta la parte 3 de la tarea, es decir la solución correcta de la ecuación $x^2 - 2x + 5 = 0$ de forma analítica y gráfica.

5. Conclusión

Al encontrar las componentes reales de los dos números complejos que son soluciones de la ecuación $x^2 - 2x + 5 = 0$ de forma puramente geométrica, se profundizó mucho más en el significado del concepto del plano complejo y su maravillosa conexión con el plano cartesiano a través de la CIRCUNFERENCIA QUE UNE A DOS MUNDOS.

6.4 Instrumento de evaluación de materiales de enseñanza de la UAN

RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DE MATERIAL DE ENSEÑANZA UAN

Evalúe de forma objetiva cada uno de los siguientes aspectos. Tenga en cuenta que 1 es la valoración mínima y 5 la máxima.

A continuación, se explican los descriptores para la interpretación del puntaje obtenido.

5: Excelente (cumple con el aspecto evaluado)

4 - 4.9: Sobresaliente (el material debe ser ajustado en aspectos mínimos)

3 - 3.9: Aceptable (el material requiere de ajustes sustanciales)

2 – 2.9: No cumple con los aspectos requeridos.

NOTA: Menos de treinta se considera un material que no cumple con los parámetros de calidad exigidos por tanto no se acepta para ser presentado a Comité de Trabajos de Grado

EVALUACIÓN PARA DISEÑO DE MATERIALES DE ENSEÑANZA	CATEGORÍA DEL MATERIAL:	
INDICADORES	VALORACIÓN 1 a 5	OBSERVACIONES
CONTENIDO		
La estructura del material presenta contenidos de modo secuencial que permiten la apropiación del conocimiento y su respectiva evaluación.	1 2 3 4 5	
Son congruentes los contenidos y la presentación del material.	1 2 3 4 5	
La información ofrecida es relevante y de interés para la población seleccionada.	1 2 3 4 5	
El material diseñado permite mejorar procesos de aprendizaje.	1 2 3 4 5	
Está identificado correctamente con: título, población a quien va dirigido y área disciplinar correspondiente.	1 2 3 4 5	
FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA		
Presenta objetivos claros y coherentes en función de los procesos de aprendizaje.	1 2 3 4 5	
Existe interrelación de contenidos con nueva información.	1 2 3 4 5	
El material desarrollado permite al estudiante reflexionar críticamente sobre el nuevo conocimiento.	1 2 3 4 5	
El nuevo conocimiento permite el manejo de estrategias de búsqueda e indagación en el estudiante.	1 2 3 4 5	
El material permite transversalidad con otras asignaturas.	1 2 3 4 5	
DISEÑO		
El material es atractivo, preciso y claro para la comprensión del estudiante.	1 2 3 4 5	
La articulación de diversos textos (icónicos, filmicos, gráficos, etc.) impactan favorablemente y generan interés.	1 2 3 4 5	
Presenta las respectivas citaciones de textos, contenidos o imágenes propias de derechos de autor.	1 2 3 4 5	
MATERIALES DIGITALES Y ENTORNOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE		

nstrutivo: Se presenta un instructivo (video, manual) que da cuenta detalladamente de los diferentes pasos para su ingreso, manejo y sus respectivas recomendaciones y técnicas en relación con este tipo de aprendizaje.	1 2 3 4 5	
Accesibilidad: El ingreso a la página, blog, App,o plataforma es de fácil acceso. Si es necesario una clave, esta es recuperable mediante un procedimiento muy simple. Funciona en cualquier equipo de cómputo, navegador etc....	1 2 3 4 5	
Navegación : Los enlaces para la navegación están claramente etiquetados, colocados consistentemente, y permiten al lector desplazarse fácilmente de una página a otras páginas relacionadas (hacia delante y atrás), y llevan al lector donde él o ella espera ir. El usuario no se pierde.	1 2 3 4 5	
Contenido: Toda la información provista por el estudiante en el sitio web es precisa y todos los requisitos de calidad han sido cumplidos.	1 2 3 4 5	
Interactividad: La OVA, App, Blog, Web, etc manifiesta desde el diseño, diversidad de estrategias para facilitar la interacción del estudiante con la plataforma, los recursos y objetos de aprendizaje, así como con el tutor, los pares y con los materiales educativos en general. .	1 2 3 4 5	

OBSERVACIONES:

6.5 Evaluadores del material.

EVALUADOR 1

Nombre del Par evaluador y perfil profesional
Nombres y apellidos
RUBY PULIDO FLÓREZ
Perfil profesional (Formación académica)
ESPECIALIZACIÓN

EVALUADOR 2

Nombre del Par evaluador y perfil profesional
Nombres y apellidos
Gloria Patricia Ramirez López
Perfil profesional (Formación académica)
Magister en Ciencias de la Educación

6.6 Links de acceso a las actividades propuestas

Links de acceso a las actividades:

Link actividad uno

<https://sites.google.com/uau.edu.co/actividad1>

link actividad dos

<https://sites.google.com/uau.edu.co/tercera-actividad/p%C3%A1gina-principal>

link actividad tres

<https://sites.google.com/uau.edu.co/cuarta-actividad/p%C3%A1gina-principal>

link actividad cuatro

<https://sites.google.com/uau.edu.co/actividad2>

