



# **DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN ROBOT PARALELO TIPO DELTA PARA MEJORA DE LA PRODUCTIVIDAD EN LAS INDUSTRIAS.**

Universidad Antonio Nariño

Facultad de Ingeniería Mecánica, Electrónica y Biomédica

Riohacha- La Guajira, Colombia

2020



# **DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN ROBOT PARALELO TIPO DELTA PARA MEJORA DE LA PRODUCTIVIDAD EN LAS INDUSTRIAS.**

José Antonio Castañeda Jaramillo

Leonardo Fabio Arias Ortiz

**Proyecto de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:**

Ingeniero electromecánico

**Director (a):**

Especialista, Ing. Eléctrico. Alain Buendía Aguirre

**Líneas de investigación: Automatización industrial**

Riohacha- La Guajira

2020

Nota de aceptación:

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado 1

---

Firma del jurado 2

*(Dedicatoria o lema)*

# Agradecimientos

## RESUMEN

Hoy en día el sector productivo busca de una mayor eficiencia en sus procesos para aumentar la productividad. Existen máquinas que ayudan a mejorar los tiempos productivos de las industrias, como el robot delta, el cual resulta útil para aplicaciones que requieran procesos repetitivos con alto grado de precisión rigidez y aceleración. El manipulador delta, es un robot paralelo que posee una relación menor entre sistema y espacio de trabajo, en comparación con los robots seriales. El presente proyecto, se basa en el estudio de los modelos existentes del robot delta, identificando las partes que lo componen, su diseño y construcción, apoyado de herramientas computacionales como SolidWorks© y Matlab©.

**PALABRAS CLAVE:** *Delta, robot paralelo, productividad.*

## Abstract

Today the productive sector seeks greater efficiency in its processes to increase productivity. Some machines help improve the productive times of the industries, such as the delta robot, which is useful for applications that require repetitive processes with a high degree of precision, rigidity and acceleration. The delta manipulator is a parallel robot that has a lower relationship between system and workspace, compared to serial robots. This project is based on the study of the existing models of the delta robot, identifying its parts, their design and construction, supported by computational tools such as SolidWorks © and Matlab ©.

**KEYWORDS:** *Delta, parallel robot, productivity.*

# Contenido

<b>Resumen</b> .....	I
<b>Lista de Figuras</b> .....	V
<b>Lista de Gráficos</b> .....	VII
<b>Lista de Tablas</b> .....	VIII
<b>Introducción</b> .....	9
<b>1. Capítulo 1</b> .....	11
1.1. Antecedentes.....	11
1.2 Planteamiento Del Problema .....	14
1.3 Justificación .....	15
1.4 Objetivos .....	17
1.4.1 Objetivo General .....	17
1.4.2 Objetivos Específicos .....	17
<b>2. Capítulo 2</b> .....	18
2.1 Marco Teórico.....	18
2.2. Robótica .....	18
2.3 Robot Colaborativos.....	18
2.4 Mecanismos .....	18
2.5 Cinemática .....	19
2.6 Mecanismo.....	19
2.6.1 Grados De Libertad.....	19
2.7 Movilidad.....	21
2.7.1 Rotación Pura .....	21
2.7.2 Traslación Pura .....	22
2.7.3 Movimiento Complejo.....	22
2.7.3.1 Movimiento Helicoidal.....	23

---

2.7.3.2	Movimiento Esférico.....	24
2.7.3.3	Movimiento Espacial.....	24
2.8	Cinemática en La Robótica .....	24
2.8.1	Cinemática Inversa y Directa.....	25
2.8.2	Cadenas Cinemáticas .....	25
2.8.2.1	Eslabón .....	25
2.8.2.2	Par Cinemático .....	26
2.8.3	Clasificación por el Número de GDL.....	26
2.8.4	Delimitación de GDL .....	27
<b>3</b>	<b>Capítulo 3</b> .....	<b>29</b>
3.1.	Metodología del Diseño .....	29
3.1.1.	Etapas del proyecto.....	30
3.1.2	Diseño CAD .....	30
3.1.3	Diseño Físico .....	31
3.1.4	Diseño De Control.....	31
3.2	Análisis del Robot Delta .....	31
3.2.1	Estructura del Mecanismo.....	32
3.3	Análisis De Movilidad .....	33
3.4	Grados de Libertad del Robot Delta .....	34
3.5	Diseño del Robot Tipo Delta Implementado .....	35
3.5.1	Criterio de Diseño.....	35
3.5.2	Diseño del Prototipo .....	38
3.6	Selección Del Material.....	45
3.7	Cinemática .....	47
3.7.1	Calculo de la Cinemática Inversa Robot Delta.....	47
3.7.2	Calculo de La Cinemática Directa Del Robot Delta.....	50
3.8	Interface Visual Robot Delta.....	54

---

3.9	Modelo Dinámico Del Robot Delta.....	55
3.10	Implementación del Robot Delta en MATLAB - SimMechanics. ....	57
3.11	Espacio De Trabajo Del Robot Delta .....	63
3.12	Diseño de Trayectorias del Robot Delta.....	66
<b>4.</b>	<b>Capítulo 4</b> .....	<b>72</b>
4.1.	Resultados Obtenidos.....	72
4.2	Análisis De Resultados.....	72
<b>5.</b>	<b>Capítulo 5</b> .....	<b>74</b>
5.1.	Conclusiones .....	74
<b>A.</b>	<b>Anexos</b> .....	<b>77</b>
<b>Anexo a.</b>	Planos de taller de Base Móvil y Brazo de control.....	78
<b>Anexo b.</b>	Plano de Servomotor y Juntas Giratorias.....	79
<b>Anexo c.</b>	Componentes del Robot Delta .....	80
<b>Anexo d.</b>	Vista Explosionada del Robot Delta .....	81
<b>Anexo e.</b>	Robot Delta Isométrico Completo .....	82
<b>Anexo f.</b>	Xbee Shield- Modulo Bluetooth.....	83
<b>Anexo g.</b>	Motor Shield L293d Puente H Motores Arduino .....	84
	.....	84
<b>Anexo h.</b>	Motorreductor Dc 12 Voltios 30 Rpm .....	85
<b>Bibliografía</b> .....		<b>86</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Esquema del Manipulador Delta. Creación Propia.....	12
<b>Figura 2.</b> Cuerpo rígido de un plano con 3 GDL.....	20
<b>Figura 3.</b> GDL en plano 2D. (Universidad de Huelva) .....	21
<b>Figura 4.</b> GDL en el espacio (3D) (Universidad de Huelva).....	21
<b>Figura 5.</b> Rotación de un grado de libertad. (Universidad de Huelva) .....	22
<b>Figura 6.</b> Traslación Pura. (Universidad de Huelva).....	22
<b>Figura 7.</b> Combinación de movimiento Rotacional y de Traslación. (Universidad de Huelva) .....	23
<b>Figura 8.</b> Movimiento Helicoidal. (WIKIPEDIA, 2020).....	23
<b>Figura 9.</b> Mecanismo Esférico 4R. (Castillo, Cervantes , & Aguilera, 2001) .....	24
<b>Figura 10.</b> Eslabones de Diferente orden. (Norton, 2009, pág. 29) .....	25
<b>Figura 11.</b> Junta de varios Tipos (Norton, 2009, pág. 30) .....	26
<b>Figura 12.</b> Esquema de Pares Cinemáticos (Mesa Montoya & Arroyave, 2012). .....	27
<b>Figura 13.</b> Cuadrilátero articulado 1 GDL. (Universidad de Huelva).....	27
<b>Figura 14.</b> Mecanismo de un GDL (Universidad de Huelva) .....	28
<b>Figura 15.</b> Esquema mecanico Robot Delta. (United Stated Patente nº 4,976,582, 1990) ...	32
<b>Figura 16.</b> Esquema de movimiento del manipulador. (United Stated Patente nº 4,976,582, 1990) .....	33
<b>Figura 17.</b> Esquema de movimiento del Manipulador. (Claver).....	34
<b>Figura 18.</b> Representación de ángulos y distancia entre Actuadores.....	36
<b>Figura 19.</b> Esquema del manipulador con sus brazos estirados. (Lopez, Castillo, Garcia, & Bashir, 2005) .....	37
<b>Figura 20.</b> Junta esférica de 3 GDL. ....	38

**Figura 21.** Base Móvil. Diseño propio elaborado en SolidWorks® .....39

**Figura 22.** Base Móvil Vista Isométrica. Diseño propio elaborado en SolidWorks® .....39

**Figura 23.** Plano de Juntas Esférica. Diseño propio elaborado en SolidWorks®.....40

**Figura 24.** Junta Esférica Vista Isométrica. Diseño propio elaborado en SolidWorks® .....40

**Figura 25.** Plano de Eslabón y vista Isométrica. Diseño propio elaborado en SolidWorks®.41

**Figura 26.** plano de brazo de control e Isométrico. Diseño propio elaborado en SolidWorks®  
.....42

**Figura 27.** Vista explosionada del Robot Delta. Diseño propio elaborado en SolidWorks®..43

**Figura 29.** Vista Inferior. SolidWorks® .....44

**Figura 28.** Vista Superior. SolidWorks®.....44

**Figura 30.** Vista Lateral. SolidWorks® .....44

**Figura 31.** vista Isométrica del Robot Delta. Diseño propio elaborado en SolidWorks®.....45

**Figura 32.**Análisis Geométrico Robot Delta plano (x, y). (Slavinsky, 2010).....47

**Figura 33.**Análisis Geométrico Robot Delta (X,Z). (Slavinsky, 2010) .....49

**Figura 34.** Análisis Cinemático Robot Delta. ....51

**Figura 35.** Análisis cinemático Robot Delta Vista Superior.....52

**Figura 36.** Interface Visual GUIDE Matlab ®.....55

**Figura 37.** Esquema Simulink Robot Delta. Matlab ® .....59

**Figura 38.** Diagrama de bloques (a). Matlab ® .....60

**Figura 39.** Diagrama de bloques (b). Matlab ® .....60

**Figura 40.** Diagrama de bloques (c). Matlab ®.....61

**Figura 41.** Diagrama de bloques (d). Matlab ® .....61

**Figura 42.** Diagrama de bloques (e). Matlab ® .....62

**Figura 43.** Robot Delta SimMechanics. Matlab ®.....62

# LISTA DE GRÁFICOS

<b>Grafico 1.</b> Torque Vs Velocidad de los motores .....	57
<b>Grafico 2.</b> Espacio de Trabajo Robot Delta Vista Isométrica. Matlab ®.....	63
<b>Grafico 3.</b> Espacio de Trabajo Robot Delta Vista Superior. Matlab ® .....	64
<b>Grafico 4.</b> Espacio de Trabajo Robot Delta Vista Frontal. Matlab ®.....	64
<b>Grafico 5.</b> Espacio de Trabajo Robot Delta Vista Lateral. Matlab ®.....	65
<b>Grafico 6.</b> Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación en el eje X. Matlab ®.....	66
<b>Grafico 7.</b> Aceleración, Velocidad y Desplazamiento en la base móvil en el eje X. Matlab ®	67
<b>Grafico 8.</b> Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación en el eje Y. Matlab ®.....	67
<b>Grafico 9.</b> Aceleración, velocidad y desplazamiento de la base móvil en el eje Y. Matlab ®.	68
<b>Grafico 10.</b> Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación en el eje Z. Matlab ® .....	68
<b>Grafico 11.</b> Aceleración, Velocidad y desplazamiento de la base móvil en el eje X Matlab ® .....	69
<b>Grafico 12.</b> Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación en el plano XY. Matlab ® .....	69
<b>Grafico 13.</b> Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación de la base móvil en el plano XY. Matlab ®.....	70
<b>Grafico 14.</b> Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación en el plano XZ. Matlab ® .....	70
<b>Grafico 15.</b> Aceleración, Velocidad y desplazamiento de la base móvil en el plano XZ. Matlab ® .....	71

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Distancia de lados del Triángulo equilátero del Robot Delta.	37
<b>Tabla 2.</b> Densidad de los Materiales Seleccionados	46

## INTRODUCCIÓN

Desde la revolución industrial, la demanda para reducir costos de la manufactura para la mejora y estandarización de los procesos se ha hecho evidente y ha venido creciendo desde entonces. A partir de esto se conoció el concepto de “*producción en masa*” en el siglo XX en el cual los procesos de manufactura eran realizados por máquinas de procesos especiales. Este método de producción redujo considerablemente los costos de producción permitiendo que ciertos productos fueran accesibles al público en general. De esta forma, fue posible atender la gran demanda de productos de calidad. Teniendo en cuenta que las maquinas desarrollaban tareas específicas y a mayor velocidad y menor tiempo, al momento de realizar una actualización o un cambio en la línea de producción las máquinas eran reemplazadas lo que generaba un alto costo. Debido a esto, los robots entran al campo industrial para desarrollar tareas de automatización gracias a su capacidad de reprogramación. Con el tiempo las aplicaciones de la tecnología y la robótica fueron aumentando para realizar actividades donde el hombre resulta impráctico como exploración submarina y planetaria, reparación de satélites, tratamiento de dispositivos explosivos o trabajos en ambientes radioactivos. (John, 1986). Los robots pueden ser clasificados de acuerdo a varios criterios tales como grados de libertad, estructura de la cinemática, tecnología de manejo, espacio geométrico y características de movimiento. Dentro de la clasificación por estructura de la cinemática se encuentran los robots manipuladores y se dividen en tres tipos, manipulador serial que son aquellos que tienen la cadena cinemática abierta, manipulador paralelo el cual están conformado por cadenas cinemáticas cerradas o híbrido que es aquel que tiene cadena cinemática abierta y cerrada (Fu, González, & Lee, 1989).

Las cadenas cinemáticas de los robots paralelos pueden mejorar la rigidez de la estructura y por lo tanto la precisión con respecto a los robots de cadena cinemática abierta (Lung-Wen,

---

1999). Debido a que los robots paralelos poseen una estructura más elaborada, su análisis cinemático, el diseño y el control se tornan más complejos.

# 1. CAPITULO 1

## 1.1. Antecedentes

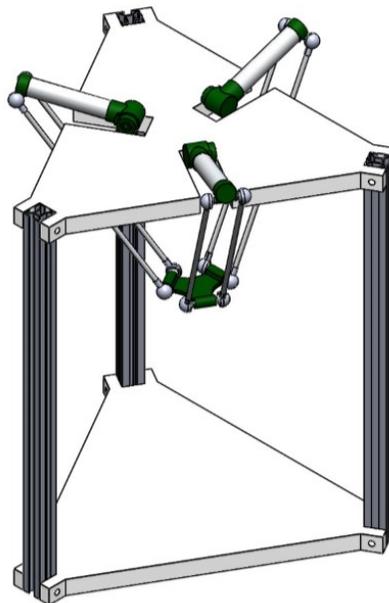
El robot delta, se encuentra dentro de la familia de los robots paralelos, los cuales poseen su actuador final conectado por más de una cadena cinemática independiente (cadena cinemática cerrada) (Reinoso & Favela). Debido a estas características, el sistema obtiene beneficios como: mayor rigidez, precisión, velocidad y mayor relación carga/peso, en comparación con los robots seriales, los cuales son bastante utilizados en la mayor parte de las aplicaciones industriales (Martinez, Peña, & Yime, 2010). Debido a que los robots paralelos poseen una estructura más elaborada, su análisis cinemático, el diseño y el control se tornan más complejos.

El primer diseño del robot delta aparece en 1990 por Reymond Clavel el cual se encuentra documentado en la patente 4.976.582 del Gobierno de EUA (Ver Fig. 1), la principal característica son los tres grados de libertad lineales que tiene el actuador final. Por las características de su diseño, la plataforma móvil no cambia de orientación, por esto, el actuador final puede trabajar en un espacio de trabajo sin perder su orientación.

En los últimos años los manipuladores paralelos han llamado la atención dadas las ventajas que ofrecen con respecto con los manipuladores seriales en campos como la medicina y las máquinas-herramienta. Esto los ha convertido en un área de investigación y desarrollo con muchos problemas abiertos aún por tratar. Una línea de investigación basada en este tipo de manipuladores debe comenzar comprendiendo a fondo el funcionamiento y complejidad de las estructuras más simples, entre ellas el manipulador delta de tres grados de libertad, que representa una de las estructuras más sencillas y mejor documentas de los robots manipuladores paralelos.

En la actualidad existen tres tipos de robots manipuladores paralelos que son construidos a nivel comercial y que presentan diferentes tipos de aplicaciones, estos son (Lung-Wen, 1999):

- El robot Delta desarrollado por R. Clavel del cual se calcula que existen más de 4000 unidades en funcionamiento a nivel mundial, y es utilizado especialmente en industrias de manipulación de alimentos.
- El robot Tricept patentado por K.N. Neumann del cual se estima que existen cerca de 300 unidades, el cual es utilizado en máquinas herramientas de media precisión e incursionando en el campo de la medicina.
- Plataforma de Gough, la cual es el manipulador paralelo más construido con cerca de 20000 unidades y la cual es utilizada para orientación de antenas, telescopios, paneles solares, aislamiento y producción de vibraciones, posicionamiento de microscopios y pacientes, simuladores de vuelo de avión, vehículos elevadores, ensamble de componentes, posicionamiento de piezas y como máquina herramienta de precisión media.



**Figura 1.** Esquema del Manipulador Delta. Creación Propia

La primera aplicación que motivó el desarrollo del Delta, fue la de empaquetados de productos.

Hoy en día muchas compañías como Bosch, ADEPT, ABB Robotics, entre otras, están

aplicándolo para este fin por la capacidad para identificar diferentes tipos de figuras, asistido por diferentes tipos sensores y actuadores que el sistema manipula.

El estudio de estos manipuladores, están enfocados a optimizar las dimensiones del robot, mejorar el desempeño, dimensionar el espacio de trabajo, rigidez, entre otros. Para estos estudios, es necesario el análisis cinemático y estructural del robot. El presente proyecto, estudia un modelo existente del robot Delta, describiendo los componentes del sistema, estableciendo un diseño preliminar, asistido por herramientas computacionales como Matlab© y Solidwork©, con la finalidad de identificar el espacio de trabajo, para así, obtener un prototipo construido.

## 1.2 Planteamiento Del Problema

En la actualidad las industrias están en busca de una mayor eficiencia en sus procesos para aumentar la productividad.

Existen máquinas automatizadas que ayudan a optimizar el rendimiento de las industrias, un claro ejemplo de ellas en la industria 4.0 son los robots el cual resulta útil para selección, empaquetado de productos, selección de piezas, ensambles entre un sinnúmero de aplicaciones que requiera procesos repetitivos con un alto grado de precisión, rigidez y con la velocidad que tanto requiere las empresas para ser mayormente productivos.

Estamos en un tiempo donde aumentar la producción en la empresa es tan fundamental que las grandes compañías han incluido sistemas automatizados y robots para ampliar su producción, debido a esto también ha aumentado la demanda, por lo que sí o si las empresas deben actualizarse y tener estos sistemas de lo contrario tienden a desaparecer.

Partiendo de esta información, se hace necesaria la construcción de un robot Delta para optimizar el proceso de producción en la industria.

¿Con la construcción de un robot delta es posible mejorar la producción en la industria productiva local sin dejar fuera la mano de obra?

## 1.3 Justificación

Las industrias productoras actualmente demandan horas de trabajo y mano de obra calificada, por lo que busca soluciones tecnológicas para que los procesos sean realizados a menor tiempo y con la misma calidad, por lo que se han implementados maquinas precisas que desarrollen los trabajos. Con el avance tecnológico se han implementados sistemas automatizados a cada una de esas líneas de producción, lo que le ha permitido a las empresas ser más productivas y entregando productos de buena calidad.

Los robots han sido solución para toda la industria, estos facilitan el trabajo y con precisión realizan actividades a mayor velocidad generado mayores dividendos a los empresarios como socios. Muchas empresas están actualmente automatizadas, debido a que muchos de sus trabajos son de alto riesgo por lo que es mejor que sea una maquina quien lo desarrolle, en el mundo se generan accidente y muchas muertes por estas actividades en las industrias, tales como voladuras, fundición, energías de alta tensión, entre otros, ha hecho que se tomen decisiones para evitar accidentes que ponen en riesgo la vida humana. A pesar de lo anterior muchos de los trabajos que se realizaban de forma manual ahora son reemplazados por robot y se ha generado en el mundo que esa mano de obra calificada ya no este laborando y que genera preocupación en la sociedad. Por lo que se ha ingresado el concepto de *industria 4.0*, para tratar de lograr la intercomunicación entre automatización y la robótica con el ser humano, entre las cuales se encuentra la robótica colaborativa, que supone la interacción a los entornos de producción de un tipo específico de Robot con la característica es la interacción con humanos, gracias a la accesibilidad y seguridad de su uso. (PELLEGRÌ, 2019)

En Colombia, Los avances han sido pocos y algo lentos, pero ya está en dirección correcta recorriendo camino. Por ejemplo, se destacan casos como el de Bavaria, que viene

digitalizando sus plantas en el país para hacer más eficiente el proceso de producción de la cerveza. Otro caso es el de la Cervecería del Valle, que cuenta con la más alta tecnología lo cual le permite una operación más controlada, eficiente y rápida. (FURORE, 2019)

Conociendo la problemática por parte de la industria manufactureras y el afán por poder entregar a tiempo cada uno de sus pedidos, se hace necesario que se cada empresa haga un cambio de tecnología llevado de la capacitación de sus empleados para poder ser más productivos y estar a la vanguardia de las grandes empresas en el mundo incluir robot en sus plantas de producción.

Para dar solución al aumento de la productividad en el área industrial, se propone diseñar y construir un robot paralelo tipo delta, basados en el estudio de los modelos existentes, realizando un modelo preliminar, apoyados de herramientas computacionales como SolidWorks© y Matlab©, para obtener finalmente el prototipo real del robot delta.

## **1.4 Objetivos**

### **1.4.1 Objetivo General**

- Diseñar y construir un robot paralelo tipo delta para mejora de la productividad.

### **1.4.2 Objetivos Específicos**

- Estudiar el modelo del robot delta.
- Identificar las partes que componen el sistema.
- Realizar la cinemática del sistema modelado a través de Matlab®.
- Diseñar los componentes con SolidWork®
- Construir el prototipo del robot delta.

## **2. CAPITULO 2**

### **2.1 Marco Teórico**

#### **2.2. Robótica**

Es la ciencia encargada de estudiar, diseñar y fabricar máquinas que son capaces de realizar labores humanas que requieren del razonamiento, lógica e inteligencia, son capaces de recibir y analizar la información del entorno donde se encuentran, de esa forma llevan a cabo las tareas de manera satisfactoria. (CONCEPTODEFINICION, 2016)

#### **2.3 Robot Colaborativos**

Los robots colaborativos se han convertido en el aliado perfecto de los trabajadores en la línea de producción. Son herramientas de apoyo a los operarios con la finalidad de liberarles de las tareas más repetitivas y aburridas. Esto ya es una realidad. De esta manera, las personas podrán aprovechar el tiempo del que disponen para realizar tareas que los robots no son capaces de hacer como la supervisión y el mantenimiento de la maquinaria, labores de programación y la optimización de procesos industriales. (PELLEGRÌ, 2019)

#### **2.4 Mecanismos**

Los mecanismos son los elementos de una máquina capaces de transmitir y transformar movimientos y fuerzas desde un elemento motriz o conductor hasta un elemento conducido. Los movimientos que realizan los mecanismos pueden ser de cuatro tipos: lineal, alternativo, de rotación y oscilante. (MacGraw -Hill, 2016, pág. 108). Por ejemplo: reloj analógico, silla plegable,

mesa de playa, lámpara ajustable de escritorio, sombrilla, sacapuntas de manivela, obturador de cámara fotográfica, instrumentos musicales, etc. (Universidad de Huelva).

## **2.5 Cinemática**

Corresponde al estudio de la geometría del movimiento. Se utiliza para relacionar el desplazamiento, la velocidad, la aceleración y el tiempo, sin hacer referencia a la causa del movimiento. (Beer, Russell, & William, 2005, pág. 602)

## **2.6 Mecanismo**

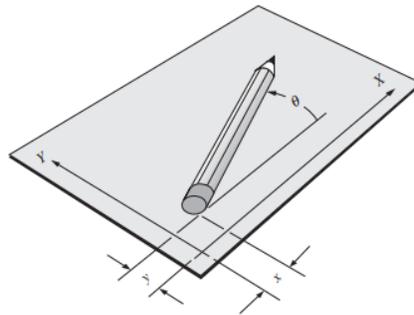
Un mecanismo es un dispositivo que transforma el movimiento en un patrón deseable, y por lo general desarrolla fuerzas muy bajas y transmite poca potencia. Hunt define un mecanismo como un medio de transmisión, control o restricción del movimiento relativo. (Hunk, K. H., 1978, pág. p.1)

### **2.6.1 Grados De Libertad**

La movilidad de un sistema mecánico ( $M$ ) se puede clasificar de acuerdo con el número de grados de libertad (GDL) que posee. El GDL del sistema es igual al número de parámetros (mediciones) independientes que se requieren para definir de manera única su posición en el espacio en cualquier instante de tiempo. Hay que observar que GDL se define con respecto a un marco de referencia seleccionado. La figura muestra un lápiz colocado sobre un pedazo de papel plano junto con un sistema de coordenadas  $x, y$ . Si se restringe este lápiz a permanecer siempre en el plano del papel, se requieren tres parámetros (GDL) para definir por completo la posición de cualquier punto en el lápiz y una coordenada angular ( $\Theta$ ) para definir el ángulo de éste con respecto a los ejes. Las mediciones mínimas requeridas para definir su posición se

muestran en la figura  $x$ ,  $y$  y  $\Theta$ . Este sistema del lápiz en un plano tiene por tanto tres GDL. Hay que observar que los parámetros particulares elegidos para definir su posición no son únicos.

Se podría utilizar un conjunto alternativo de tres parámetros. Existe una infinidad de conjuntos de parámetros posibles, pero en este caso debe haber tres parámetros por conjunto, tales como dos longitudes y un ángulo, para definir la posición del sistema debido a que un cuerpo rígido en movimiento plano tiene tres GDL. (Norton, 2009, pág. 27)



**Figura 2.**Cuerpo rígido de un plano con 3 GDL

Existen diferentes métodos para hallar los grados de libertad de un mecanismo, uno de los más utilizados es mediante el criterio de Gruber el cual está dado por la siguiente ecuación.

$$F = \lambda(n - j - 1) + \sum_i f_i ; \quad \text{Ec. 1}$$

Donde

$F = \text{Grados de Libertad}$

$\lambda = \text{Grados de libertad del espacio del mecanismo}$

$\lambda = 3(\text{Plano } 2D)$

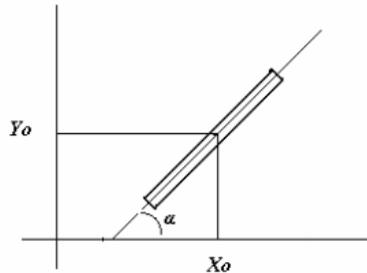
$\lambda = 6(\text{Espacial } 3D)$

$n = \text{Número de eslabones del mecanismo}$

$j = \text{Número de juntas del mecanismo}$

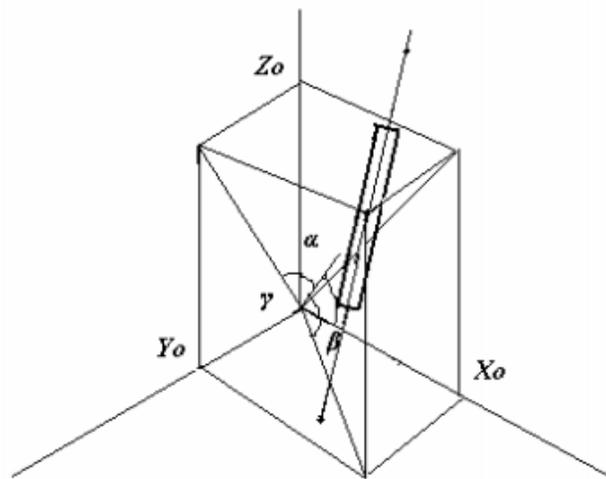
$f_i = \text{Grado de movimiento relativo permitido por cada junta}$

En el plano se requiere de tres parámetros: dos coordenadas lineales ( $x$ ,  $y$ ) y una coordenada angular ( $\alpha$ ).



**Figura 3.** GDL en plano 2D. (Universidad de Huelva)

En el espacio se requiere de seis GDL: tres distancias ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) y tres ángulos ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ )



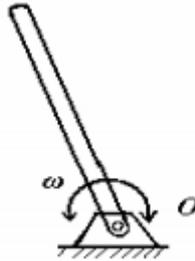
**Figura 4.** GDL en el espacio (3D) (Universidad de Huelva)

## 2.7 Movilidad

### 2.7.1 Rotación Pura

Decimos que un cuerpo tiene rotación pura cuando este posee un punto (centro de rotación), que no tiene movimiento con respecto al marco de referencia estacionario. Todos los demás

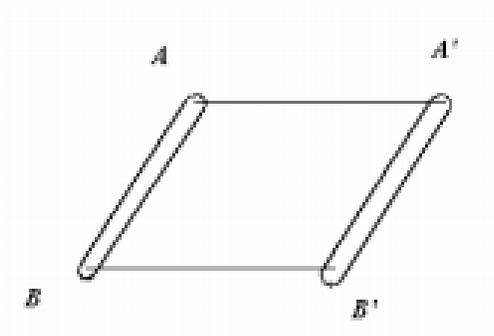
puntos del cuerpo describen arcos respecto a este centro. Una línea de referencia marcada en el cuerpo a través de su centro cambia únicamente en orientación angular.



**Figura 5.** Rotación de un grado de libertad. (Universidad de Huelva)

### 2.7.2 Traslación Pura

Decimos que un cuerpo tiene traslación pura, cuando en el movimiento de este, todos sus puntos describen trayectorias paralelas (curvas o rectas). Una línea de referencia trazada en el cuerpo cambia su posición lineal pero no su orientación o posición angular.

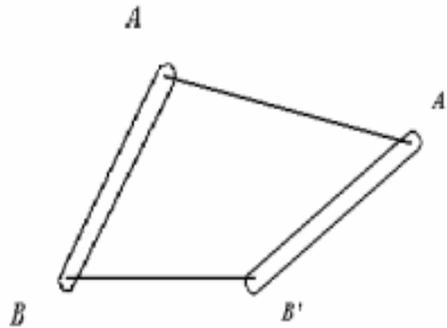


**Figura 6.** Traslación Pura. (Universidad de Huelva)

### 2.7.3 Movimiento Complejo

Es una combinación simultánea de rotación y traslación. Los puntos del cuerpo se moverán en trayectorias no paralelas y habrá en todo momento un centro de rotación que cambiará

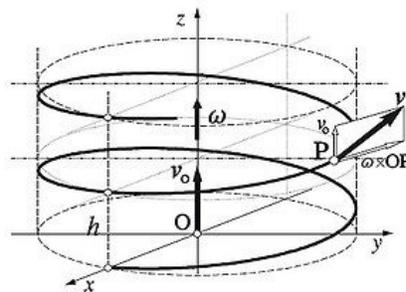
continuamente de ubicación. (Mecanica y Elementos de Maquina-Mecanismos y Sistemas, 2012)



**Figura 7.** Combinación de movimiento Rotacional y de Traslación. (Universidad de Huelva)

### 2.7.3.1 Movimiento Helicoidal.

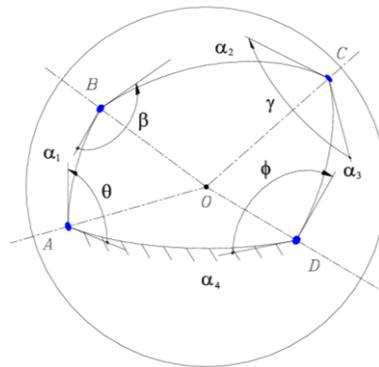
El movimiento helicoidal es un movimiento rototraslatorio que resulta de combinar un movimiento de rotación en torno a un eje dado con un movimiento de traslación a lo largo de ese mismo eje; el resultado es un movimiento helicoidal. En estas condiciones, el eje citado recibe el nombre de eje instantáneo de rotación y deslizamiento de la partícula. (Ortega, 2006)



**Figura 8.** Movimiento Helicoidal. (WIKIPEDIA, 2020)

### 2.7.3.2 Movimiento Esférico.

Un mecanismo esférico se define como aquel en el que cada eslabón móvil rota respecto a un punto estacionario común, cualquier punto sobre un eslabón está restringido a moverse en una superficie esférica, y todas las superficies esféricas del movimiento son concéntricas. (Castillo, Cervantes , & Aguilera, 2001)



**Figura 9.** Mecanismo Esférico 4R. (Castillo, Cervantes , & Aguilera, 2001)

### 2.7.3.3 Movimiento Espacial.

Si un cuerpo tiene movimiento de rotación alrededor de tres ejes no paralelos, y de traslación en tres direcciones independientes, decimos que estamos en presencia de un movimiento espacial.

## 2.8 Cinemática en La Robótica

En robótica los cuerpos estudiados son precisamente los robots siendo la cinemática empleada para analizar su movimiento con respecto a un sistema de referencia, específicamente las relaciones entre las variables de localización de su elemento terminal y el valor de las variables articulares activas.

## 2.8.1 Cinemática Inversa y Directa.

En busca de la localización del terminal, se puede analizar la relación entre actuador y terminal de dos distintas formas, cinemática inversa y directa.

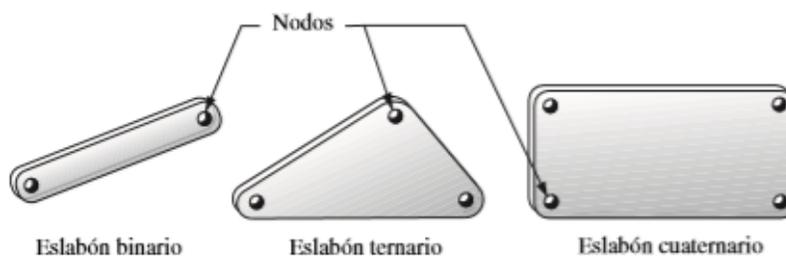
- En la Cinemática Inversa, se determina el valor que deben tener sus variables articulares o actuadores para que el terminal esté en una localización deseada.
- En la Cinemática Directa, se determina la localización del terminal a partir de valores asignados a las variables articulares o actuadores.

## 2.8.2 Cadenas Cinemáticas

### 2.8.2.1 Eslabón

Un eslabón, como se muestra en la figura, es un cuerpo rígido (supuesto) que posee por lo menos dos nodos que son puntos de unión con otros eslabones. (Norton, 2009, pág. 29)

- Eslabón binario el que tiene dos nodos.
- Eslabón ternario el que tiene tres nodos.
- Eslabón cuaternario el que tiene cuatro nodos.



**Figura 10.** Eslabones de Diferente orden. (Norton, 2009, pág. 29)

### 2.8.2.2 Par Cinemático

Una Junta es una conexión entre dos o más eslabones (en sus nodos), la cual permite algún movimiento, o movimiento potencial, entre los eslabones conectados (Norton, 2009, pág. 30).

Las juntas (también llamadas pares cinemáticos) se pueden clasificar de varias maneras:

- Por el tipo de contacto entre los elementos, de línea, de punto o de superficie.
- Por el número de grados de libertad permitidos en la junta.
- Por el tipo de cierre físico de la junta: cerrada por fuerza o por forma.
- Por el número de eslabones unidos (orden de la junta).

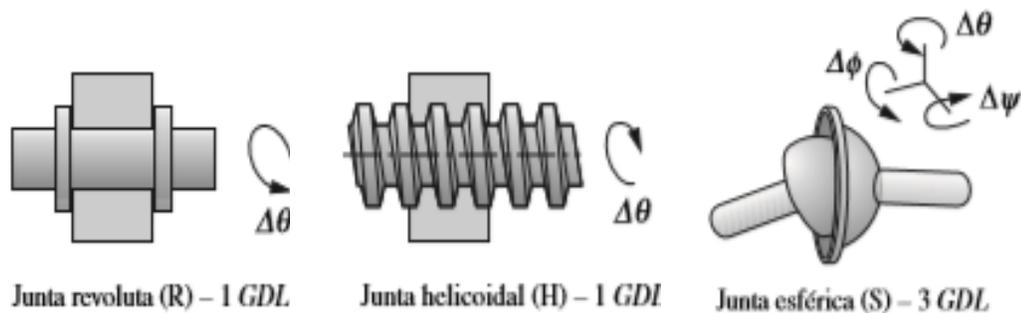


Figura 11. Junta de varios Tipos (Norton, 2009, pág. 30)

### 2.8.3 Clasificación por el Número de GDL

La movilidad de un mecanismo, viene definida por el número de grados de libertad que posee, es decir el número de parámetros independientes requeridos para especificar la posición de cada uno de los eslabones del mecanismo. (Universidad de Huelva)

### 2.8.4 Delimitación de GDL

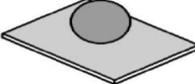
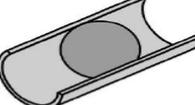
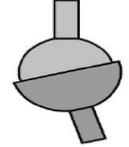
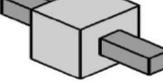
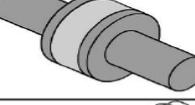
Clase del par	Condiciones de enlace	Grados de Libertad	Nombre	Dibujo	Representación Esquemática
I	1	5	Esfera - plano		
II	2	4	Esfera - cilindro		
III	3	3	Esférica o rótula		
III	3	3	Plana		
IV	4	2	Cilíndrica		
IV	4	2	Rótula con pasador		
V	5	1	Prismático		
V	5	1	Rotación		
V	5	1	Helicoidal		

Figura 12. Esquema de Pares Cinemáticos (Mesa Montoya & Arroyave, 2012).

Mecanismo cerrado: No tendrá nodos con apertura y puede tener uno o más grados de libertad.

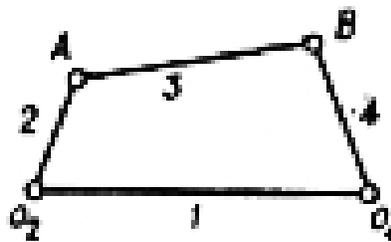
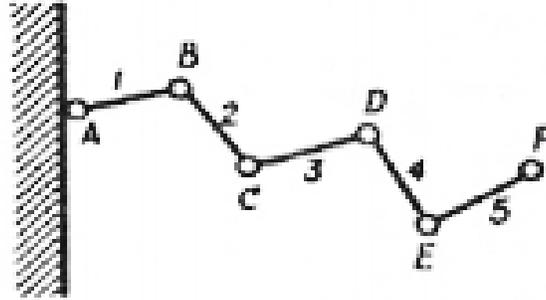


Figura 13. Cuadrilátero articulado 1 GDL. (Universidad de Huelva)

Mecanismo abierto con más de un eslabón: Tendrá siempre más de un grado de libertad y por ello necesitará tantos actuadores (motores) como GDL tenga.



**Figura 14.** Mecanismo de un GDL (Universidad de Huelva)

## 3 CAPITULO 3

### 3.1. Metodología del Diseño

Para el desarrollo del proyecto aplicamos la metodología de diseño del Robot Delta, la cual involucra diferentes etapas; necesidad, oportunidad de mercado, investigación, solución, desarrollo de prototipo, y estas a su vez se subdividen en otras etapas. Lo antes mencionado puede verse en el siguiente diagrama, que muestra paso a paso la metodología para el desarrollo del proyecto. (Lengrete, 2011)

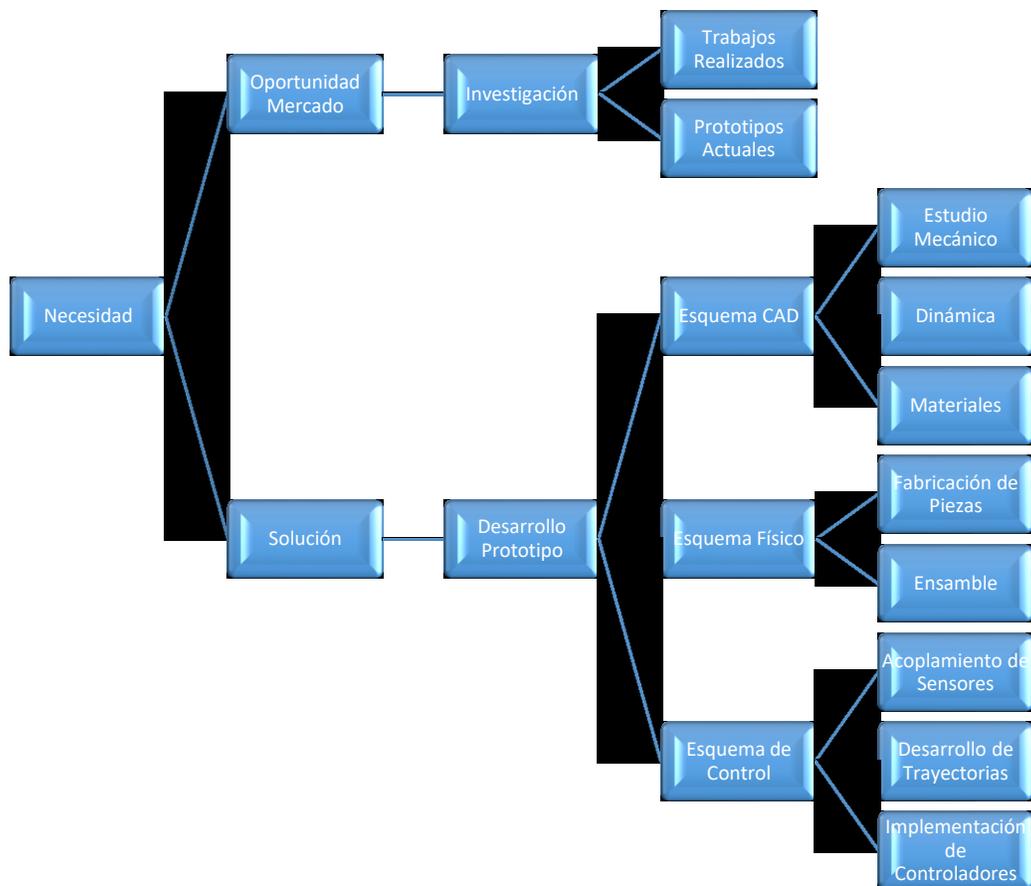


Diagrama. 1 Diagrama de Metodología de Diseño. (Lengrete, 2011)

### **3.1.1. Etapas del proyecto.**

Lo primero a tener en cuenta es que se debe tener una necesidad identificada, ya que esta implica un problema o carencia de algo en específico, que bien puede generar una oportunidad de mercado o la búsqueda de alternativas que den solución a dicho problema.

En segunda medida, para la oportunidad de mercado, es necesario realizar un análisis detallado del problema para realizar diseños que cubrirán las necesidades. Es importante tener visión sobre lo que se quiere lograr, sin llegar a limitaciones. Para ello, se debe realizar una investigación preliminar que incluye la revisión del estado del arte y prototipos actuales, que sean similares a lo que se desee trabajar, de esta forma obtendremos mayor información y mejorara nuestro diseño.

Por otra parte, en la fase de solución se deben preparar algunos esbozos con detalles suficientes, evaluar diferentes propuestas y representar todo el sistema mediante un modelo que lleve a cubrir la necesidad planteada en la etapa inicial.

El diseño del Robot Delta requiere tres actividades; esquema CAD, físico y de control. Para esta etapa se realiza la construcción del sistema con todas las especificaciones, restricciones y características que garanticen un funcionamiento idóneo. Cada una de estas actividades requiere de ciertos aspectos fundamentales que garanticen la funcionalidad del proyecto a realizar. A continuación, serán descritas específicamente.

### **3.1.2 Diseño CAD**

Se inicia el proceso de diseño con el estudio mecánico del robot Delta, partiendo de un estudio estructural, identificando la movilidad de cada una de las articulaciones para posteriormente diseñar un prototipo basado en la aplicación donde será implementado. Teniendo el dimensionamiento se procede a realizar un modelo virtual el cual simule el comportamiento dinámico del mismo y así seleccionar los materiales que garanticen su funcionamiento para su

construcción, En nuestro caso utilizaremos un software especializado denominado SolidWorks® para realizar de forma virtual cada componente y ensamblarlo y posteriormente modelarlo y conocer cada uno de los detalles que nos permitirán tomar decisiones futuras en caso que decidamos mejorar el diseño.

### **3.1.3 Diseño Físico**

Luego de tener el diseño del prototipo, llega la etapa de la construcción donde la fabricación de las piezas se torna un factor importante, ya que de estas dependen de que el resultado real sea el mismo o similar al simulado con anterioridad. Nuestras piezas ya diseñadas en 3D en el software, serán manufacturadas por impresoras 3D, debido a su precisión y calidad de las tolerancias requeridas por el proyecto. Ya con las piezas fabricadas se procede al ensamble donde el proyecto va tomando forma.

### **3.1.4 Diseño De Control**

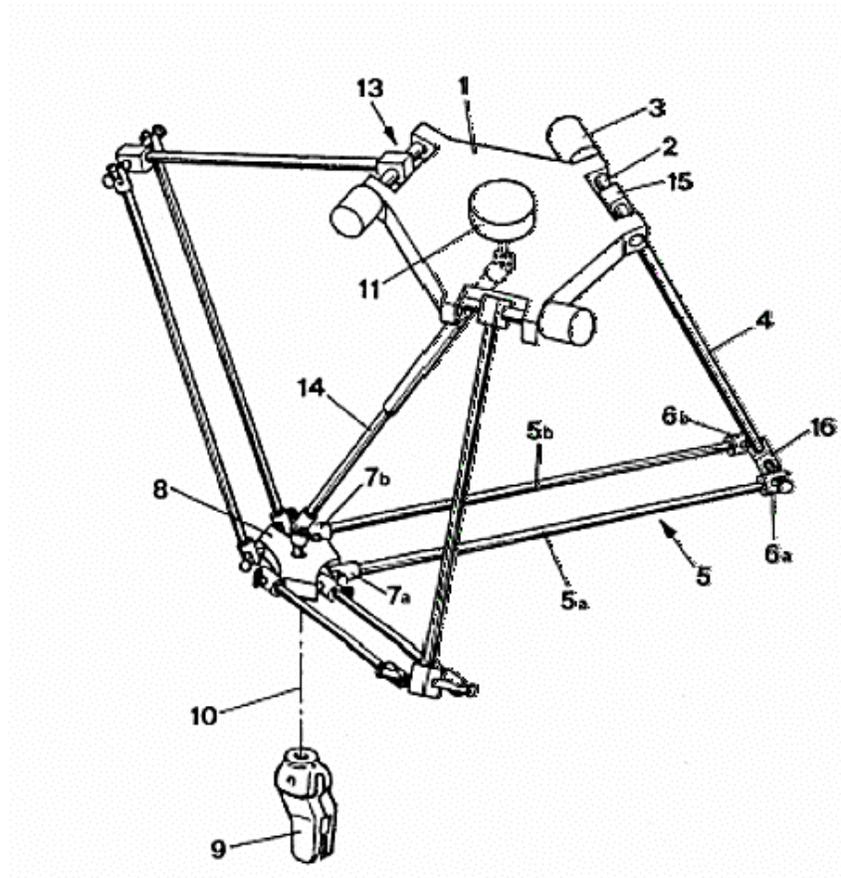
En esta etapa es donde se debate acerca de las diferentes estrategias de control para aplicar al prototipo, se inicia con la instrumentación acoplando los sensores que medirán el comportamiento del robot, se diseñan los controladores que manipularán las distintas variables que caractericen al robot ya sea controlando trayectorias, velocidades o aceleraciones y por último se finaliza con la implementación del controlador que se adapte más al sistema.

## **3.2 Análisis del Robot Delta**

Para determinar la cinemática y la dinámica del robot para poder hallar el modelo matemático, primero se debe hacer un análisis de éste en busca de conocer las relaciones de movimientos y comportamiento de sus articulaciones.

### 3.2.1 Estructura del Mecanismo.

El esquema del manipulador paralelo tipo delta y cada componente lo podemos apreciar en la siguiente figura.

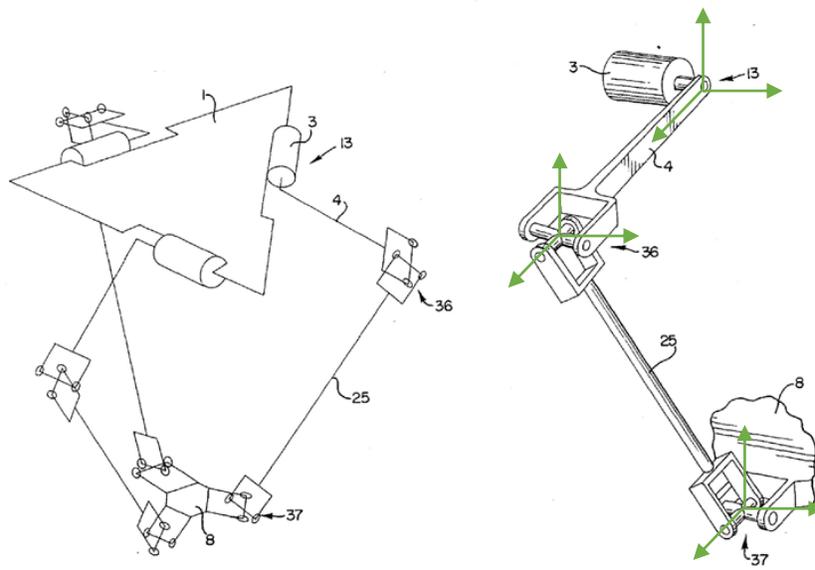


**Figura 15.** Esquema mecánico Robot Delta. (United Stated Patente nº 4,976,582, 1990)

Haciendo un análisis del modelo diseñado por Raymond Clavel, se identifican las siguientes componentes: Una base fija (1), una base móvil (8), tres brazos de control (4), un eslabón de control (14), cuatro Actuadores (12), seis eslabones de movimiento libre (5a, 5b), juntas de rotación simple (6a, 6b, 13, 15, 16), juntas de rotación de dos grados de libertad (7a, 7b) y un actuador terminal (9).

### 3.3 Análisis De Movilidad

En nuestro modelo de estudio, identificaremos los movimientos principales del robot Delta que describen cada trayectoria.

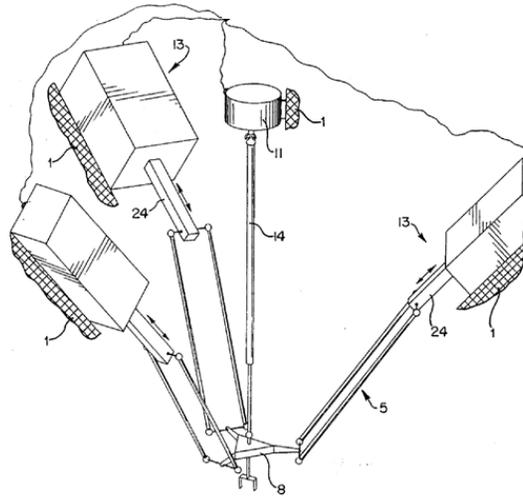


**Figura 16.**Esquema de movimiento del manipulador. (United States Patente nº 4,976,582, 1990)

Haciendo el análisis del esquema de movimiento se identifica que el motor (3), tiene movimientos rotacionales con un solo grado de libertad, creando ángulos en el eje Y con respecto al plano X, Z. La junta que conecta el brazo de control con los eslabones fijos, genera movimientos rotacionales con dos grados de libertad, uno crea ángulos en el eje Y con respecto al plano X, Z y el otro genera ángulos en el eje X con respecto al plano Y, Z. Los eslabones fijos están conectados con la base móvil a través de una junta que tiene el mismo comportamiento de la junta que conecta el brazo de control con los eslabones. De esta manera se generan en la base móvil movimientos de traslación en tres direcciones (X, Y, Z).

En la patente desarrollada por Raymond Clavel se observa otro grado de libertad generado por un movimiento de rotación en el eje Z que se obtiene a través de la conexión de un servomotor,

un eslabón y la base final dándole como características para éste robot 4 grados de libertad en el actuador terminal como lo muestra la siguiente figura.



**Figura 17.** Esquema de movimiento del Manipulador. (Claver)

Con la interpretación del estudio realizado anteriormente acerca del análisis del robot, para el proyecto realizado se descartó el eslabón y el motor que controlan la rotación en el eje Z de la plataforma móvil para realizar el diseño del prototipo, esto debido a que el diseño de éste proyecto se basa en la selección de piezas únicamente por lo cual no se necesita dicho movimiento. Con esta decisión se obtiene tres grados de libertad debido a las tres traslaciones que puede realizar la base móvil.

### 3.4 Grados de Libertad del Robot Delta

Aplicando el criterio de Gruber, se procede a realizar los cálculos para implementarlo en el robot paralelo.

De la Ecuación 1, antes mencionada calcularemos los grados de libertad de nuestro robot Delta

$$F = \lambda(n - j - 1) + \sum_i f_i$$

$\lambda$  = Grados de libertad del espacio del mecanismo.

$\lambda = 3$ (Plano 2D)

$\lambda = 6$ (Especial 3D)

$n$  = Numero de eslabones del mecanismo.

$j$  = Número de juntas del mecanismo.

$f_i$  = Grado de movimiento relativo permitido por cada junta.

Eslabones

$$3+3+1+1 = 8$$

Juntas

$$5+ 4 = 9$$

$f_p = 6$  especial 3D

$$n = 8 \quad j = 9$$

Aplicamos la **Ecuación :1**

$$F = 6(8 - 9 - 1) + (3 + 6 + 6) = 3$$

A la hora de determinar el número de eslabones, se simplifico los eslabones que enlazan el brazo de control y la base fija ya que tienen el mismo comportamiento tanto de las juntas como el mismo eslabón.

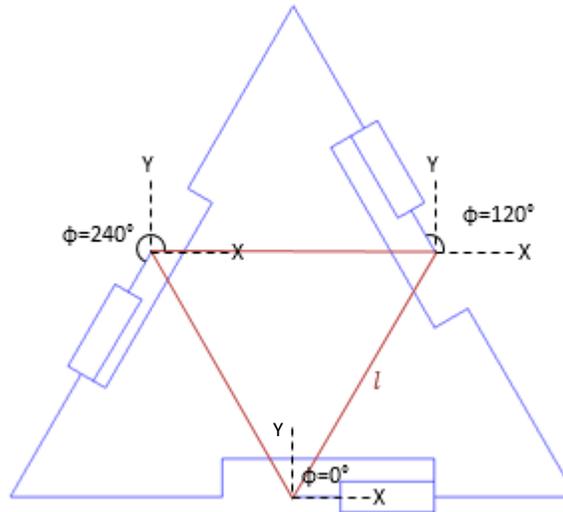
## 3.5 Diseño del Robot Tipo Delta Implementado

El diseño de cada uno de los componentes del robot tipo delta se establece teniendo en cuenta el criterio de diseño implementado.

### 3.5.1 Criterio de Diseño

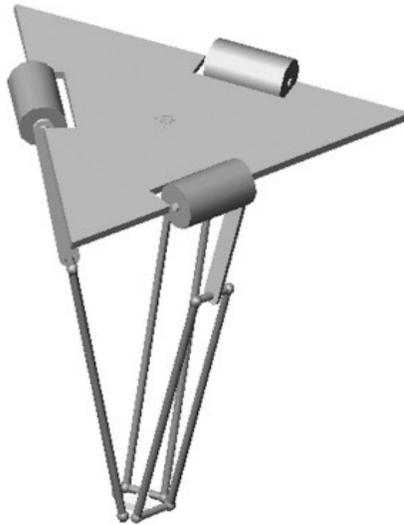
Hay que tener en cuenta distintos factores para el diseño en cuanto a las dimensiones establecidas para nuestro robot Delta.

- 1- El manipulador delta consta de 3 cadenas cinemáticas cerradas e idénticas ubicadas cada una a  $120^\circ$  y a la misma longitud ( $l$ ) de la otra, por lo tanto, se forma una figura de triángulo equilátero entre los actuadores del robot, como lo muestra la siguiente figura.



**Figura 18.** Representación de ángulos y distancia entre Actuadores.

- 2- La plataforma móvil debe de ser más pequeña que la base fija para darle mayor velocidad y aceleración.
- 3- En cuanto a los eslabones, por lo general el brazo de control resulta de menor longitud que el de los eslabones fijos, esto con el fin de darle mayor control al mecanismo.
- 4- Las dimensiones de los eslabones se diseñan partiendo de un espacio de trabajo deseado, un método es estirar tanto los brazos de control como los eslabones para saber la altura máxima a la cual el mecanismo es capaz de llegar y las dimensiones se asignan a través de valores porcentuales con respecto a la altura. Para aplicar este método la plataforma móvil debe estar perfectamente centrada.



**Figura 19.** Esquema del manipulador con sus brazos estirados.  
(Lopez, Castillo, Garcia, & Bashir, 2005)

Aplicando los factores anteriores al proyecto, se quiere que, al estirar por completo el mecanismo, se tenga una altura aproximadamente de 60cm. Con esta información se procede realizar las dimensiones de los eslabones y la distancia que hay entre los motores (distancia de los lados del triángulo equilátero).

**Tabla 1.** Distancia de lados del Triángulo equilátero del Robot Delta.

Pieza	Porcentaje %	Longitud (Cms)
Eslabón	60	36
Brazo de Control	25	15
Lado Triangulo	30	18

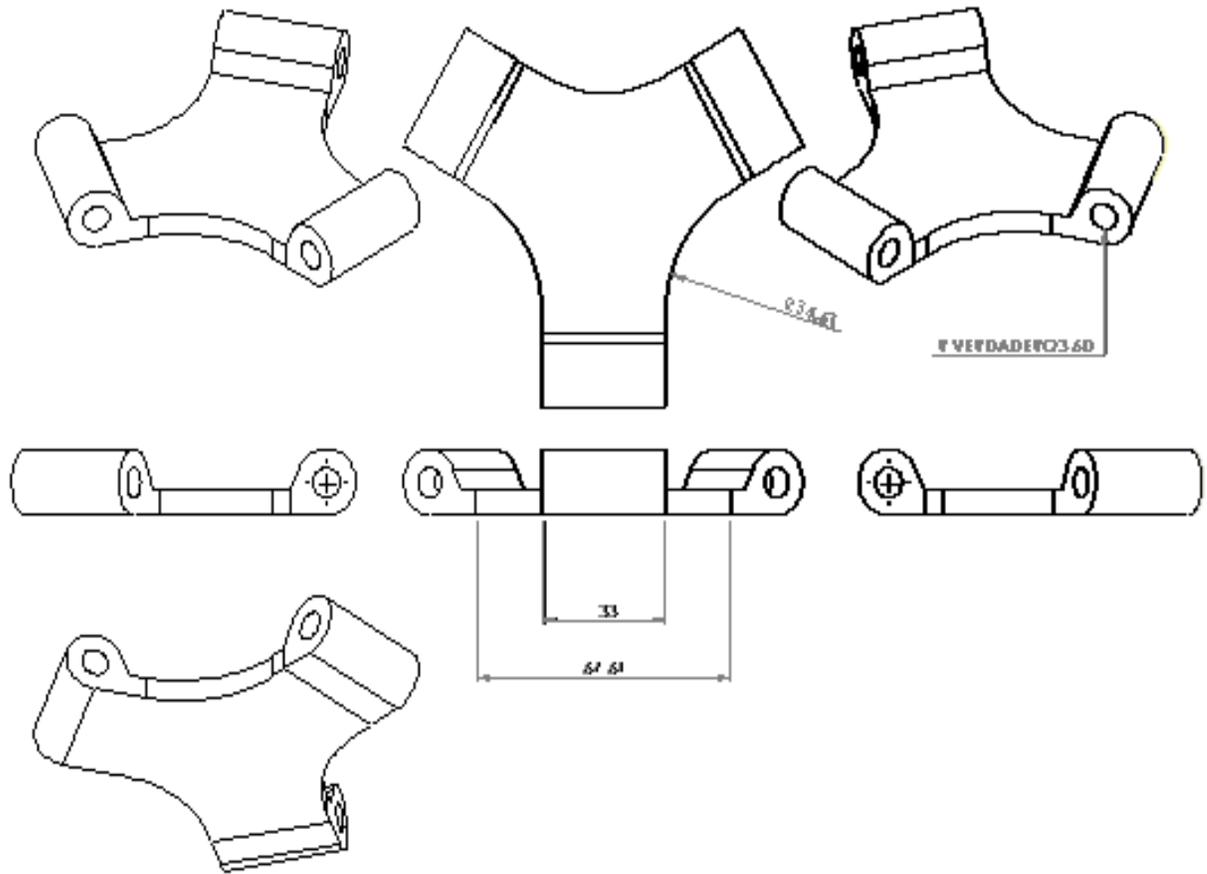
Conociendo cómo se comporta el movimiento de las articulaciones, las juntas que se diseñaron fueron juntas esféricas para garantizar las dos rotaciones que se generan.



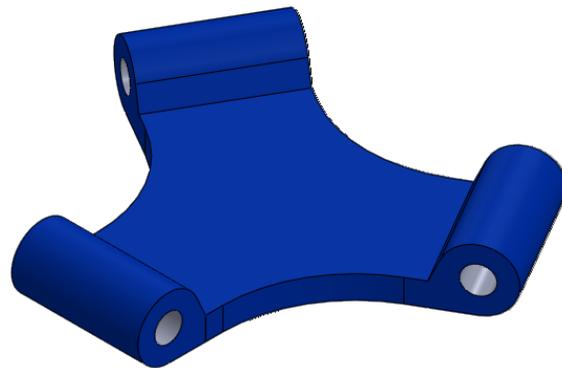
**Figura 20.** Junta esférica de 3 GDL.

### **3.5.2 Diseño del Prototipo**

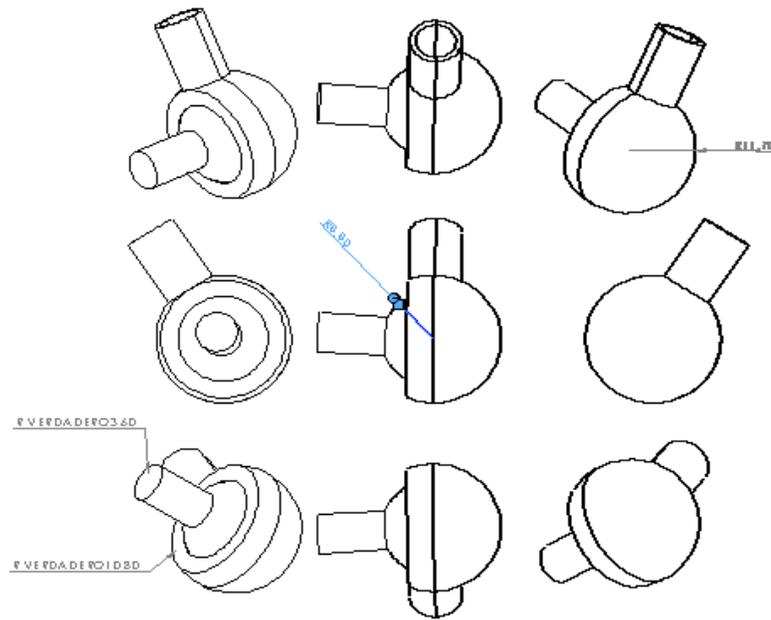
El diseño del robot se realizó acorde a la información anteriormente descrita y se implementó en el software de simulación (Diseño asistido por computador) CAD SolidWorks ®. A continuación, se mostrará la base móvil de nuestro proyecto en diferentes vistas, Esto nos permite ver la información necesaria de las dimensiones que se requiere.



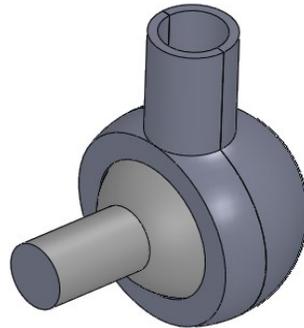
**Figura 21.** Base Móvil. Diseño propio elaborado en SolidWorks®



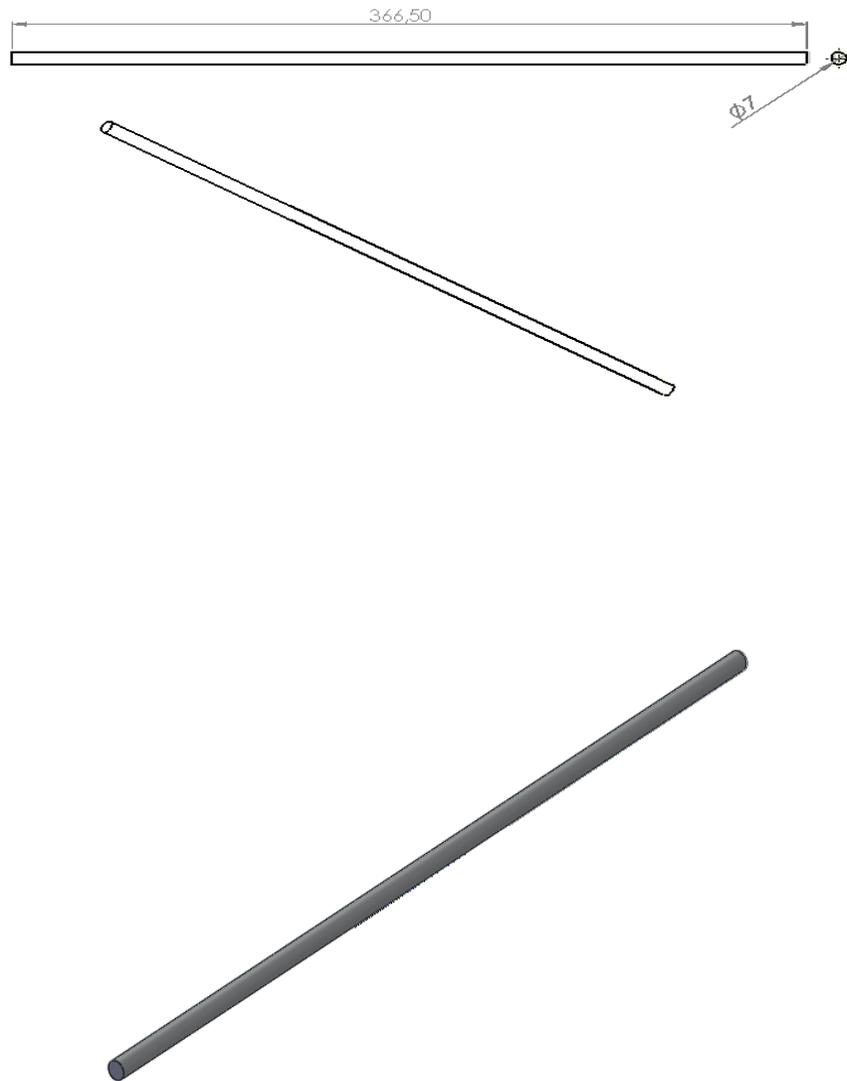
**Figura 22.** Base Móvil Vista Isométrica. Diseño propio elaborado en SolidWorks®



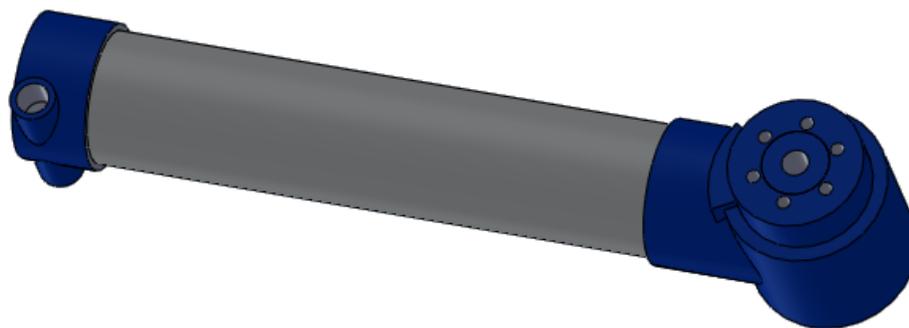
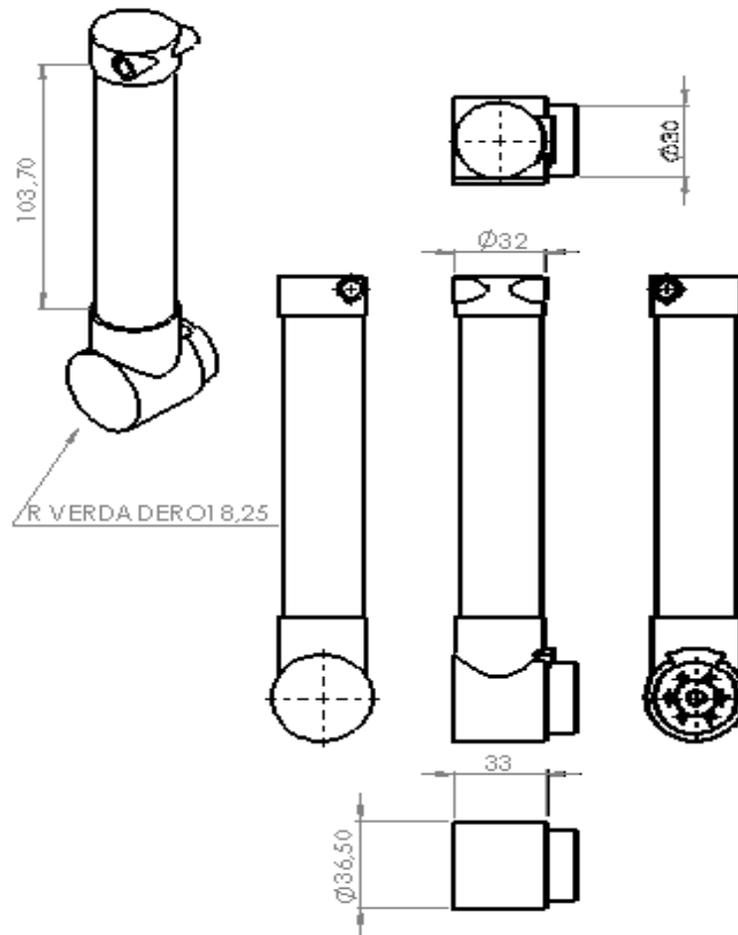
**Figura 23.** Plano de Juntas Esférica. Diseño propio elaborado en SolidWorks®



**Figura 24.** Junta Esférica Vista Isométrica. Diseño propio elaborado en SolidWorks®



**Figura 25.** Plano de Eslabón y vista Isométrica. Diseño propio elaborado en SolidWorks®

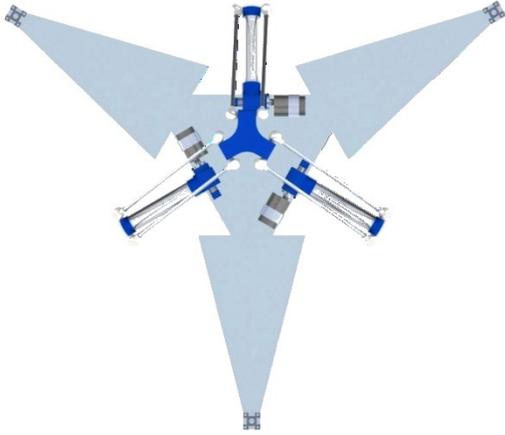


**Figura 26.** plano de brazo de control e Isométrico. Diseño propio elaborado en SolidWorks®

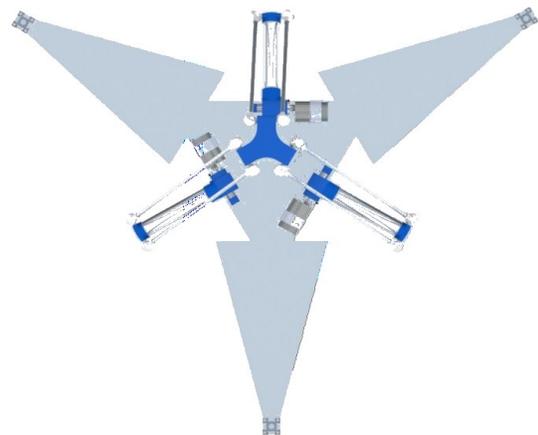
A continuación, mostraremos el plano de conjunto de forma explosionada donde se muestra a detalle cada uno de los componentes de Robot Delta.



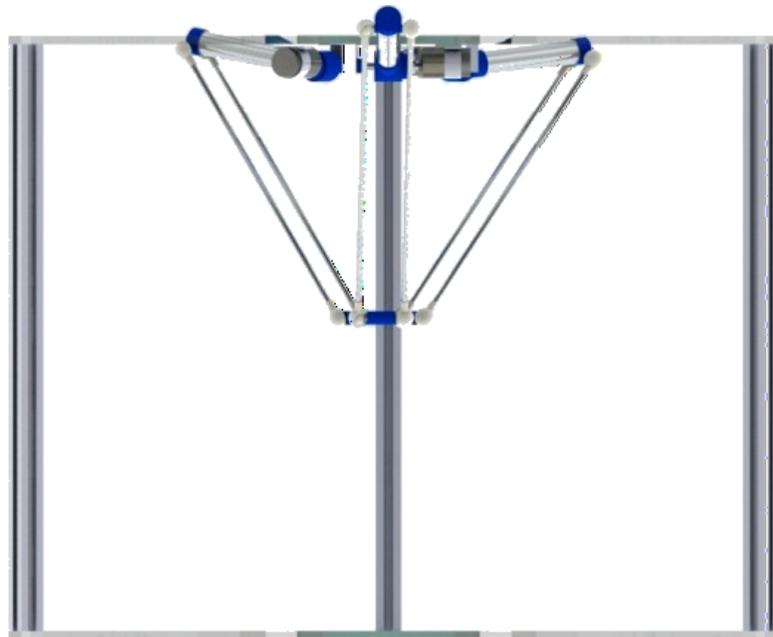
**Figura 27.** Vista explosionada del Robot Delta. Diseño propio elaborado en SolidWorks®



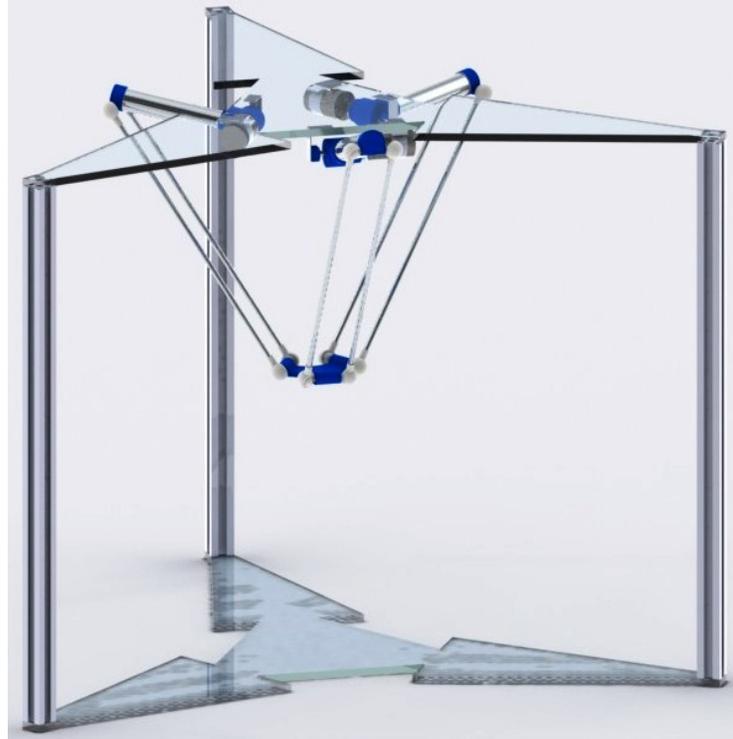
**Figura 29.** Vista Superior. SolidWorks®



**Figura 28.** Vista Inferior. SolidWorks®



**Figura 30.** Vista Lateral. SolidWorks®



**Figura 31.** vista Isométrica del Robot Delta. Diseño propio elaborado en SolidWorks®

### 3.6 Selección Del Material.

Para realizar la selección de material se evaluaron tres tipos de materiales comunes para aplicaciones estructurales que cumplen con las restricciones solicitadas:

- Acero
- Aluminio
- Plástico

Específicamente los materiales a evaluar serán Acero 1060, Aluminio 6061 y Nylon 6/6 debido a que son los más comúnmente utilizados y que a la hora de fabricar las piezas las impresoras 3D, cuentan con polímero (tiras de Nylon plástico) para hacer la fundición del material para su

posterior impresión. A continuación, mostraremos la tabla de las propiedades de los materiales seleccionados para construcción del robot Delta.

**Tabla 2.**Densidad de los Materiales Seleccionados

<b>MATERIAL</b>	<b>DENSIDAD (G/CC)</b>	<b>MÓDULO DE ELASTICIDAD (GPA)</b>	<b>RELACIÓN DENSIDAD / MODULO ELASTICIDAD</b>
Acero 1015	7.87	200	25.41296061
Aluminio 6061	2.7	68.9	25.51851852
Nylon 6/6	1.16	3.31	2.853448276

De lo anterior se observa que el acero y el aluminio tienen una relación densidad – módulo de elasticidades muy parecidas. A diferencia del Nylon resulta visiblemente más baja.

Si se tratara de elegir un material considerando su alta resistencia a la deformación, la opción sería acero, sin embargo, dentro de las restricciones es muy importante cumplir con la restricción de bajo peso, y como el acero pesa en promedio siete veces más que el Nylon, se podría optar por elegir el Nylon como material para fabricar el robot, el cual es muy ligero y su capacidad para resistir las fuerzas que se generen debido al El nylon es un material que puede maquinarse fácilmente y a una velocidad mayor que el acero o el aluminio. Además, presenta buen acabado y estabilidad dimensional.

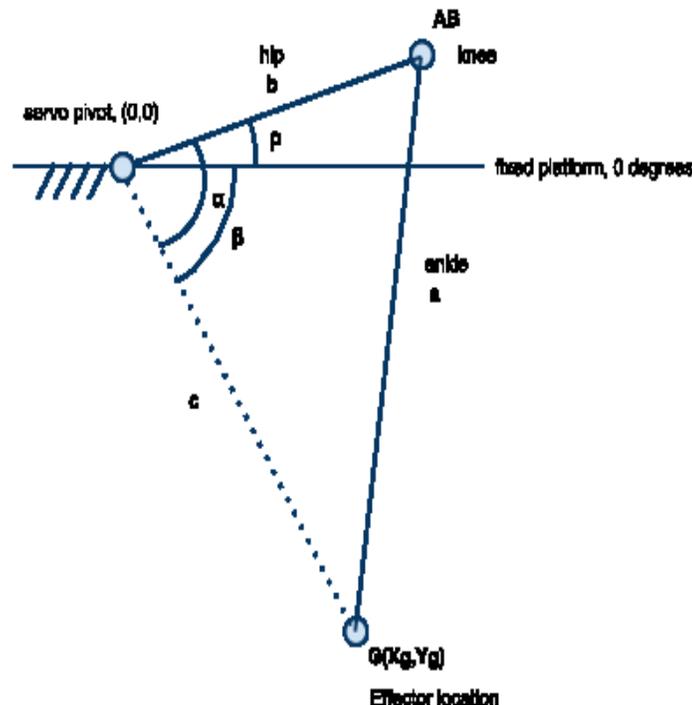
En caso de que el Nylon no cumpla con las restricciones establecidas, se elegirá al aluminio como segunda opción, debido a su bajo peso y su maleabilidad y maquinabilidad.

### 3.7 Cinemática

El robot delta por ser un robot paralelo, es más conveniente realizar el estudio de la cinemática inversa el cual consiste en determinar los ángulos de los actuadores (servomotores) ubicados en la base fija, partiendo de una posición inicial  $(X 0, Y 0, Z 0)$  conocida de la base móvil.

#### 3.7.1 Calculo de la Cinemática Inversa Robot Delta

Para el desarrollo de la cinemática inversa debemos hacer un análisis geométrico de nuestro robot.



**Figura 32.**Análisis Geométrico Robot Delta plano  $(x, y)$ . (Slavinsky, 2010)

Como muestra la gráfica de la figura 32 mostrada, es el brazo de control y es la parte oscilante directamente conectada con el punto  $(0,0)$ . La junta  $AB$  para este gráfico gira en el eje  $Z$ . La línea punteada  $c$ , es la distancia que hay entre el punto  $(0,0)$  o base del motor hasta el punto  $G$

o punto final. El objetivo es encontrar el ángulo  $\rho$  que se forma entre  $b$  y la horizontal conociendo el punto  $G (X_g, Y_g)$ . De lo descrito anteriormente tenemos lo siguiente.

$$b = cte$$

$$c = \sqrt{X_g^2 + Y_g^2}; \quad \text{Ec. 2}$$

Usando la ley de coseno,  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ ; **Ec. 3**

El ángulo entre el brazo del actuador y el vector  $c$  es:

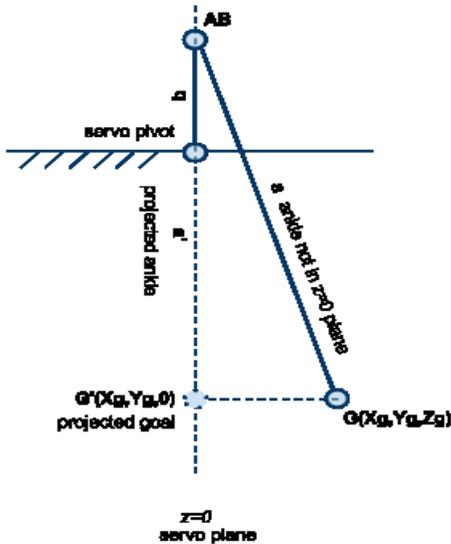
$$\alpha = \arccos \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2bc}; \quad \text{Ec. 4}$$

El ángulo  $c$  y la horizontal es:  $\beta = \arctan \frac{Y_g}{X_g}$ ; **Ec.5**

La ecuación 5 se desarrolló en Matlab utilizando el comando `atan2` ya que este comando devuelve el valor del ángulo en su respectivo cuadrante.

Y el ángulo del actuador es:  $\rho = \alpha - \beta$  **Ec. 6**

Esta solución sirve para un plano, ahora insertando el mismo caso en tercera dimensión, hay que tener en cuenta un grado de libertad más en el eslabón a generado por la junta AB como se ve en la figura siguiente.



**Figura 33.**Análisis Geométrico Robot Delta (X,Z). (Slavinsky, 2010)

Esta ilustración estamos ubicados en  $Z=0$ , a lo largo del eje X.

Dado que el ángulo del servo tiene un grado de libertad porque siempre permanece en el plano original  $Z=0$ , para calcular el ángulo que permite que el efector final esté en G, ahora se utiliza la proyección de a sobre el plano del servo a'.

El punto AB está localizado en una esfera con radio a, centrada con el punto G. Podemos asumir temporalmente que G es el origen. La esfera que contiene AB es entonces:

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 ; \quad \text{Ec. 7}$$

La intersección con el plano  $z= Z_g$  ( $z=0$  antes de la traslación), da como resultado un círculo a

$$\text{con radio } r = \sqrt{a^2 + Z_g^2} . ; \quad \text{Ec. 8}$$

El radio del este círculo pasó a ser a'. Ahora el borde c es el mismo que en el caso 2-D, la componente z simplemente se desecha. El problema ahora es el mismo que en el caso de 2 dimensiones que ya ha sido resuelto.

Para un brazo robótico real, tenemos que tomar en cuenta el tamaño de la base y del efector. Por eso, vamos a compensar la posición del radio por el efector “ $R_e$ ” que incluye la base de radio “ $R_b$ ” en la ecuación para c.

$$c = \sqrt{(X_g + r_e - r_b)^2 + y_g^2} ; \text{ Ec. 9}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{-(a^2 - X_g^2) + b^2 + c^2}{2bc}\right) ; \text{ Ec. 10}$$

$$\beta = \text{atan2}\left(\frac{y_g}{X_g + r_e - r_b}\right) ; \quad \text{Ec. 11}$$

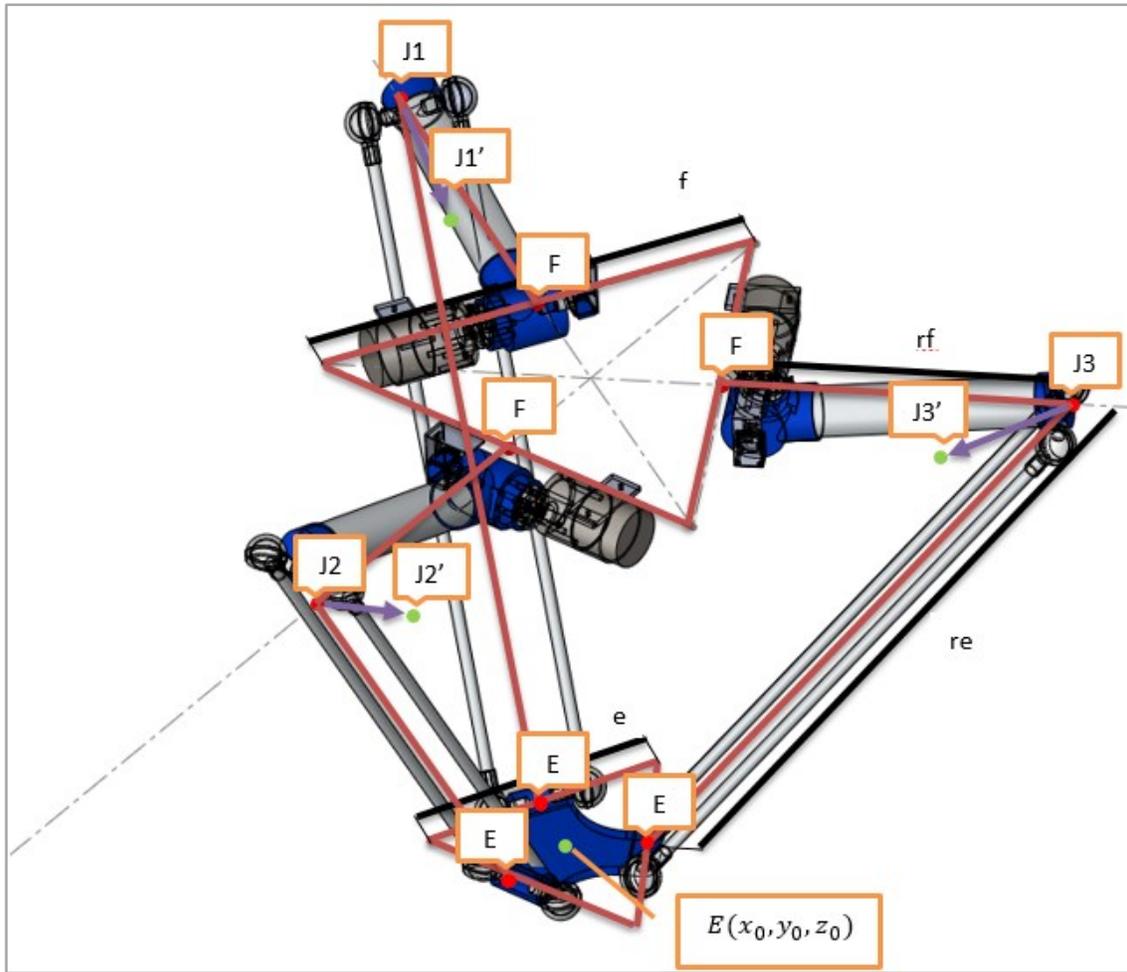
$$\rho = \alpha - \beta ; \text{ Ecuación antes deducida (Ec. 6)}$$

Estas ecuaciones son válidas para el plano  $z=0$ , para realizar los cálculos de las otras cadenas cinemáticas recordamos que están separadas  $120^\circ$  entre sí lo cual hay que rotar en el eje Y para realizar los cálculos nuevamente.

### 3.7.2 Calculo de La Cinemática Directa Del Robot Delta

Para calcular la cinemática directa se debe mover el centro de las esferas de los puntos J1, J2, J3 a los puntos J1', J2', J3' usando la transición de vectores  $\vec{E1E0}, \vec{E2E0}, \vec{E3E0}$  respectivamente.

Después de dicha transición, las esferas se van a intersectar en el punto  $E(x_0, y_0, z_0)$ .

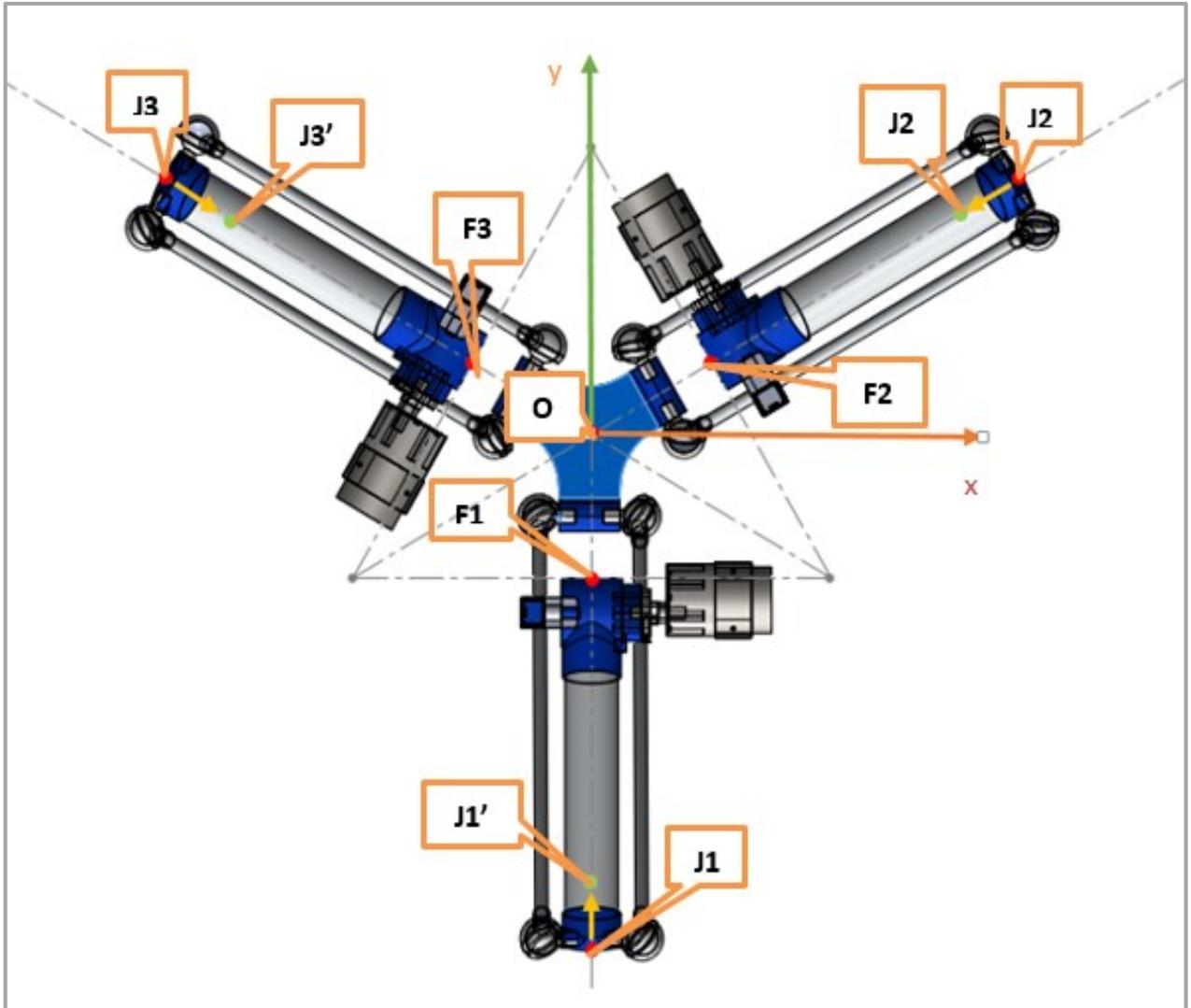


**Figura 34.** Análisis Cinemático Robot Delta.

Para encontrar las coordenadas  $E(x_0, y_0, z_0)$  del punto  $E = E_0$  se necesita resolver tres ecuaciones tales como:

$$(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2 = re^2 \rightarrow j = 1,2,3 ; \quad \text{Ec. 12}$$

Y  $(x, y, z)$  las coordenadas de los centros de las esferas J1', J2', J3'. Podemos ver claramente en la siguiente vista del Robot Delta.



**Figura 35.** Análisis cinemático Robot Delta Vista Superior.

$$OF1 = OF2 = OF3 = \frac{f}{2} \tan(30^\circ) = \frac{f}{2\sqrt{3}}$$

$$J1J1' = J2J2' = J3J3' = \frac{e}{2} \tan(30^\circ) = \frac{e}{2\sqrt{3}}$$

$$F1J1 = rf \cdot \cos(\theta_1)$$

$$F2J2 = rf \cdot \cos(\theta_2)$$

$$F3J3 = rf \cdot \cos(\theta_3)$$

$$J1' = \left( 0 \quad \frac{-(f-e)}{2\sqrt{3}} - rf \cdot \cos(\theta_1) - rf \cdot \cos(\theta_1) \right) = (x_1, y_1, z_1)$$

$$J2' = \left( \left[ \frac{f-e}{2\sqrt{3}} + rf \cdot \cos(\theta_2) \right] \cos(30^\circ) \quad \left[ \frac{f-e}{2\sqrt{3}} + rf \cdot \cos(\theta_2) \right] \sin(30^\circ) - rf \cdot \sin(\theta_2) \right) = (x_2, y_2, z_2)$$

$$J3' = \left( \left[ \frac{f-e}{2\sqrt{3}} + rf \cdot \cos(\theta_3) \right] \cos(30^\circ) \quad \left[ \frac{f-e}{2\sqrt{3}} + rf \cdot \cos(\theta_3) \right] \sin(30^\circ) - rf \cdot \sin(\theta_3) \right) = (x_3, y_3, z_3)$$

$$\begin{cases} (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 = re^2 \\ (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2 = re^2 \\ (x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 + (z-z_3)^2 = re^2 \end{cases} \quad \text{Simplificamos estas ecuaciones y tendremos;}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2y_1y - 2z_1z = re^2 - y_1^2 - z_1^2 & \text{Ecuacion [1] desarrollada} \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x_2x - 2y_2y - 2z_2z = re^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 & \text{Ecuacion [2] desarrollada} \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x_3x - 2y_3y - 2z_3z = re^2 - x_3^2 - y_3^2 - z_3^2 & \text{Ecuacion [3] desarrollada} \end{cases}$$

$$w_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$$

De las ecuaciones anteriores obtenemos la ecuación [4], [5] y [6] que surgen de la diferencia de estas dos como lo mostramos a continuación,

$$\begin{cases} [4] = [1] - [2] \\ [5] = [1] - [3] \\ [6] = [2] - [3] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_2x + (y_1 - y_2)y + (z_1 - z_2)z = (w_1 - w_2)/2 \\ x_3x + (y_1 - y_3)y + (z_1 - z_3)z = (w_1 - w_3)/2 \\ (x_2 - x_3)x + (y_2 - y_3)y + (z_2 - z_3)z = (w_2 - w_3)/2 \end{cases}$$

De [4] y [5]; obtenemos:

$$[7] \quad x = a_1z + b_1$$

$$a_1 = \frac{1}{d} [(z_2 - z_1)(y_3 - y_1) - (z_3 - z_1)(y_2 - y_1)]$$

$$b_1 = -\frac{1}{2d} [(w_2 - w_1)(y_3 - y_1) - (w_3 - w_1)(y_2 - y_1)]$$

$$d = (y_2 - y_1)x_3 - (y_3 - y_1)x_2$$

Del desarrollo de la ecuación [7], obtenemos

$$[8] \quad y = a_2 z + b_2$$

$$a_2 = -\frac{1}{d} [(z_2 - z_1)(x_3) - (z_3 - z_1)(x_2)]$$

$$b_2 = \frac{1}{2d} [(w_2 - w_1)(x_3) - (w_3 - w_1)(x_2)]$$

Sustituyendo [7] y [8] en [1]

$$(a_1^2 + a_2^2 + 1)z^2 + 2(a_1 b_1 + a_2(b_2 - y_1) - z_1)z + (b_1^2 + (b_2 - y_1)^2 + z_1^2 - r^2)$$

El valor negativo menor del resultado de las raíces es  $z = z_0$

$x_0, y_0$  se calculan con las ecuaciones [7] y [8].

### 3.8 Interface Visual Robot Delta

Para la implementación y resolución de reenvíos y problemas cinemáticos inversos de un robot delta paralelo, la interfaz de Matlab© fue seleccionada debido a lo práctico que nos permite incluso desarrollar una interfaz gráfica de usuario.

Una vez hallada la cinemática del robot Delta, se procede a hacer una interface usuario máquina en el cual se identifiquen las diferencias entre los tipos de movimientos que se pueden realizar mediante cada estudio. La interface visual fue realizada a través de la extensión GUIDE de Matlab©, la cual se puede configurar de tal forma que se presente una interface amistosa entre el usuario y el robot.

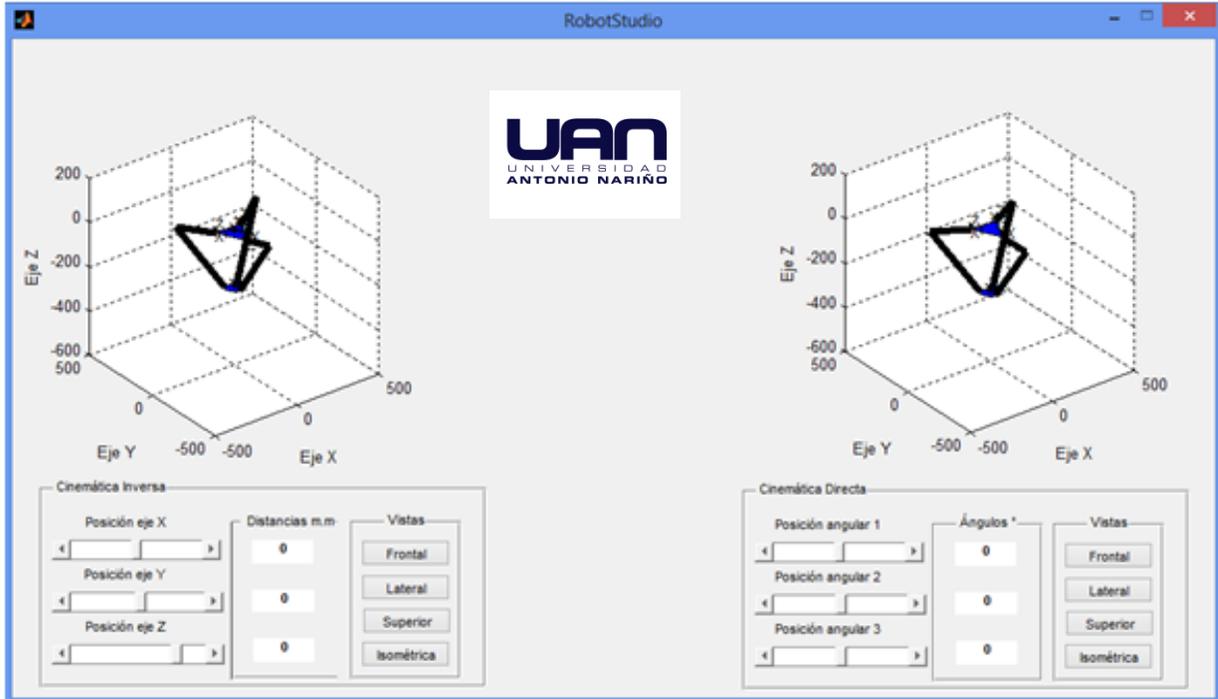


Figura 36. Interface Visual GUIDE Matlab ®

Como se observa en la figura 36, en la interface se muestran dos tipos de movimientos, cinemática inversa y cinemática directa, en el primero se varía la posición del efector final, mientras que en el segundo se varía los ángulos de cada actuador.

### 3.9 Modelo Dinámico Del Robot Delta

Para evaluar la estructura paralela del Robot Delta se usa el modelo dinámico Lagrangiano, en donde los pares de cada motor se calculan como una función de las masas de las barras, las inercias asociadas con las mismas y las inercias propias de los motores.

$$t_1 = \left( I_m + \frac{1}{3} m_1 L_1^2 + m_2 L_2^2 \right) \ddot{\theta}_1 + \left( \frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) L_1 g \cos \theta_1 - 2\lambda_1 [(P_x \cos \phi_1 + P_x \sin \phi_1 + L_b - L_a) \sin \theta_1 - P_z \cos \theta_1]$$

$$t_2 = \left( I_m + \frac{1}{3} m_1 L_1^2 + m_2 L_2^2 \right) \ddot{\theta}_2 + \left( \frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) L_1 g \cos \theta_2 - 2\lambda_2 [(P_x \cos \phi_2 + P_x \sin \phi_2 + L_b - L_a) \sin \theta_2 - P_z \cos \theta_2]$$

$$t_3 = \left( I_m + \frac{1}{3} m_1 L_1^2 + m_2 L_2^2 \right) \ddot{\theta}_3 + \left( \frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) L_1 g \cos \theta_3 - 2\lambda_3 [(P_x \cos \phi_3 + P_x \sin \phi_3 + L_b - L_a) \sin \theta_3 - P_z \cos \theta_3]$$

Los coeficientes  $\lambda_1, \lambda_2$  y  $\lambda_3$  son los multiplicadores de Lagrange y se obtienen al solucionar el siguiente sistema de ecuaciones.

$$2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (P_x + L_b \cos \phi_i - L_a \cos \phi_i - L_1 \cos \phi_i \cos \theta_i) = (m_b - 3m_2) \ddot{P}_x - f_{px}$$

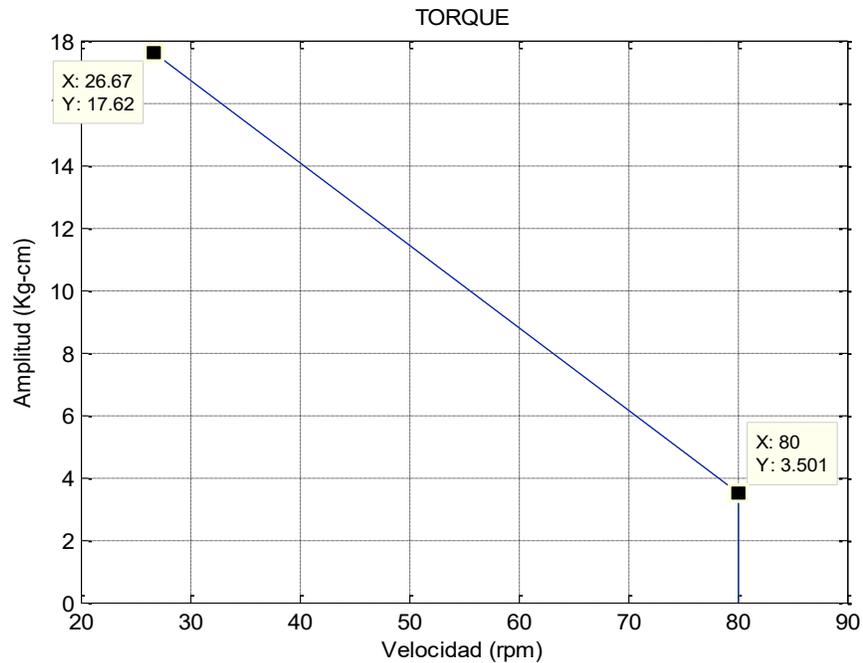
$$2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (P_y + L_b \sin \phi_i - L_a \sin \phi_i - L_1 \sin \phi_i \cos \theta_i) = (m_b - 3m_2) \ddot{P}_y - f_{py}$$

$$2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (P_z - \sin \theta_i) = (m_b - 3m_2) \ddot{P}_z + (m_b + 3m_2)g - f_{pz}$$

Donde;

$L_a$ – Longitud plataforma fija	$[P_x, P_y, P_z]$ – Coordenadas del efector final
$L_b$ – Longitud plataforma móvil	$[\ddot{P}_x, \ddot{P}_y, \ddot{P}_z]$ – Aceleraciones lineales
$L_1$ – Longitud brazo	$[\theta_1, \theta_2, \theta_3]$ – Coordenadas angulares
$L_2$ – Longitud antebrazo	$[\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3]$ – Aceleraciones angulares
$m_1$ – Masa del brazo	$[\phi_1, \phi_2, \phi_3]$ – $[0, 120, 240]$
$m_2$ – Masa del antebrazo	$I_m$ – Inercia del motor
$m_b$ – Masa plataforma móvil	$[f_{px}, f_{py}, f_{pz}]$ – Fuerzas externas
$g$ – Gravedad	$[t_1, t_2, t_3]$ – Pares motores

Los resultados de la dinámica implementadas en el robot delta se muestran en el siguiente grafico de torque de los servomotores Vs Velocidad de giro, en (RPM)



**Grafico 1.**Torque Vs Velocidad de los motores

Ya que el torque máximo experimentado en el robot Delta fue de 17.62 Kg-cm, con una velocidad que varía de 0 a 80 rpm en aproximadamente 0.3 seg, se selecciona motores reductores de 18 kg – cm a 80 rpm el cubre el rango de operación para este sistema.

### 3.10 Implementación del Robot Delta en MATLAB -

#### SimMechanics.

El proceso de modelado robótico consiste en la caracterización del movimiento de las articulaciones de este, en ecuaciones ordinarias, diferenciales o integrales según sea la naturaleza del movimiento. Este proceso puede ser más o menos complejo dependiendo directamente del número de articulaciones y del tipo de análisis que se quiere lograr, sea

cinemático o dinámico. Cuando el modelado que se quiere lograr es dinámico y el número de articulaciones es mayor o igual a tres, adquiere un nivel de dificultad que hace necesario entonces el uso del software.

Uno de los más populares programas entonces para el modelado robótico es Matlab, que ya sea con el uso de Toolbox o de sus librerías de origen, en el entorno Simulink es posible realizar la implementación de un esquema que emula manipuladores robóticos, donde es posible estudiar el movimiento, calcular controladores, entre otras. Simscape, es la librería multidominio para modelados físicos, siendo entonces el ramal de SimMechanics el que especializada en manipuladores robóticos. (Velazquez, Luces, & Ronny , 2015)

SimMechanics es una herramienta de Matlab el cual proporciona estudios dinámicos para implementación de controladores mediante Simulink. Con esta herramienta se puede simular movimientos con el diseño realizado mediante SolidWorks.

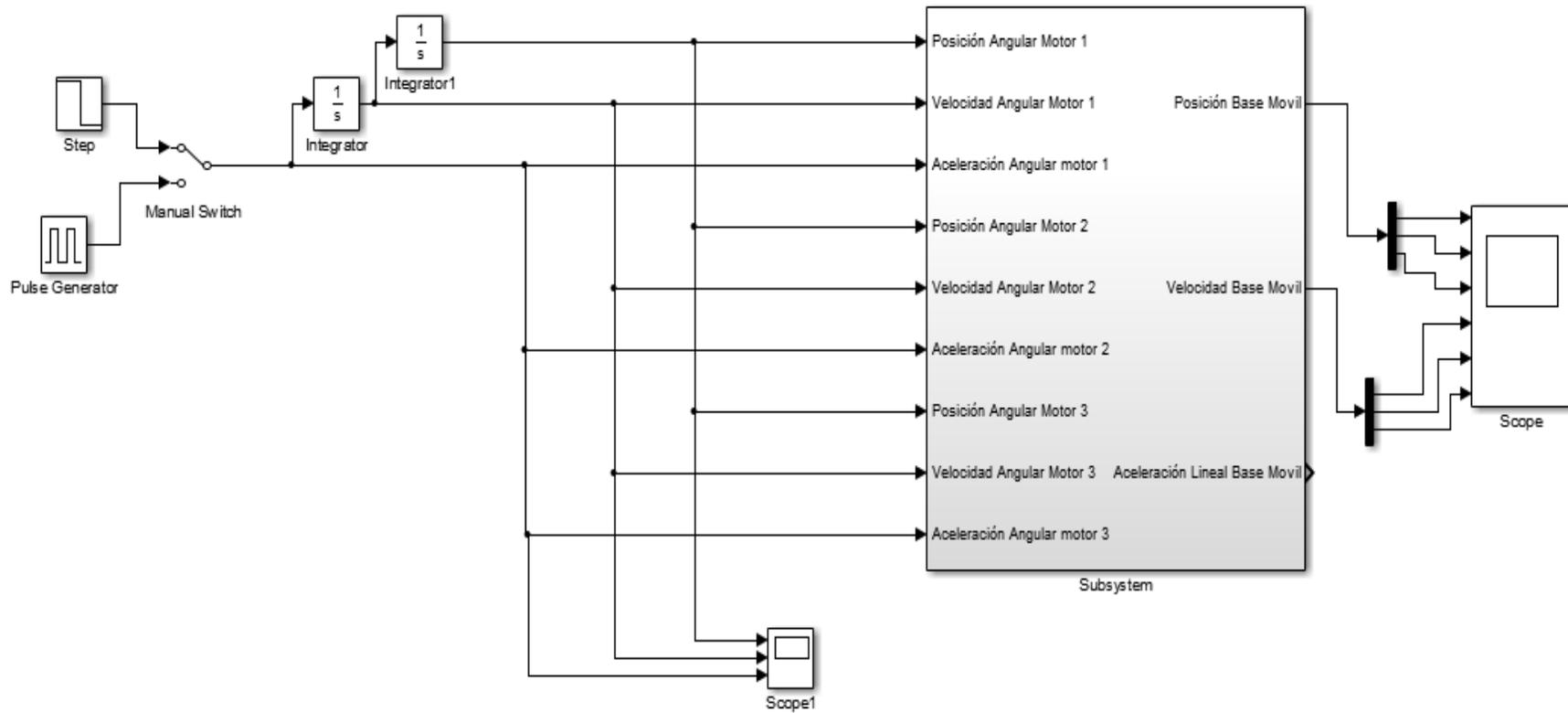


Figura 37. Esquema Simulink Robot Delta. Matlab ®

En el subsistema se encuentra la importación del robot delta diseñado en SolidWorks.

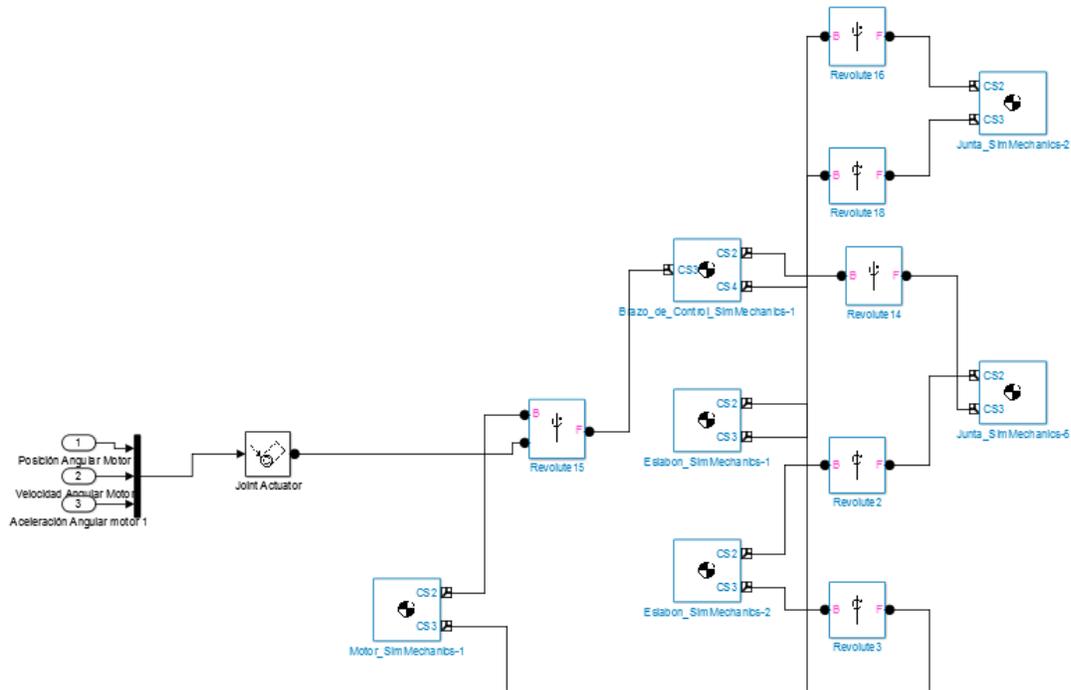


Figura 38. Diagrama de bloques (a). Matlab ®

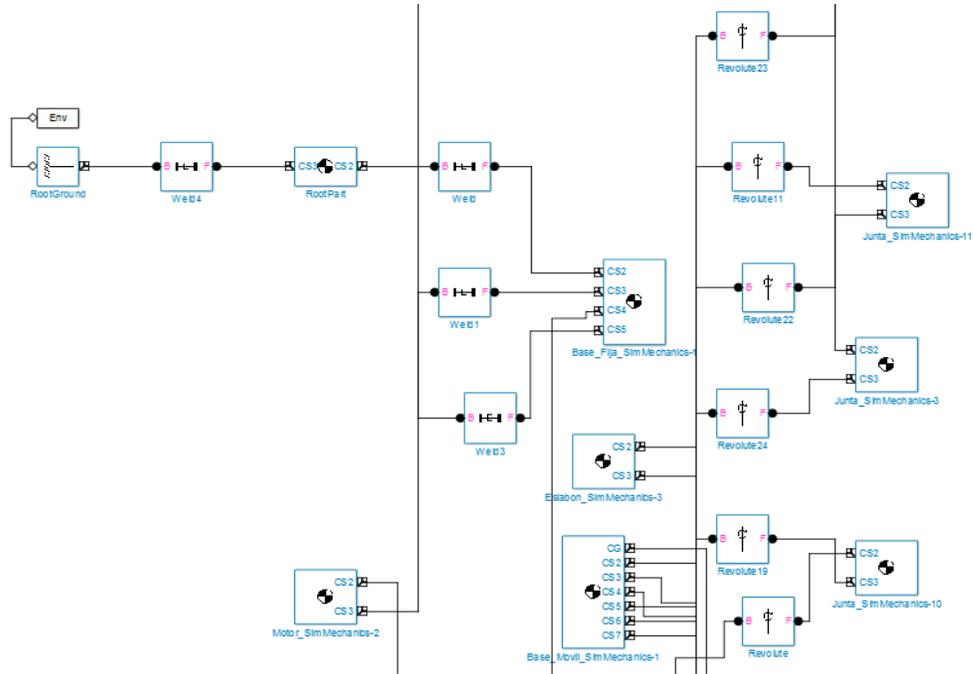


Figura 39. Diagrama de bloques (b). Matlab ®

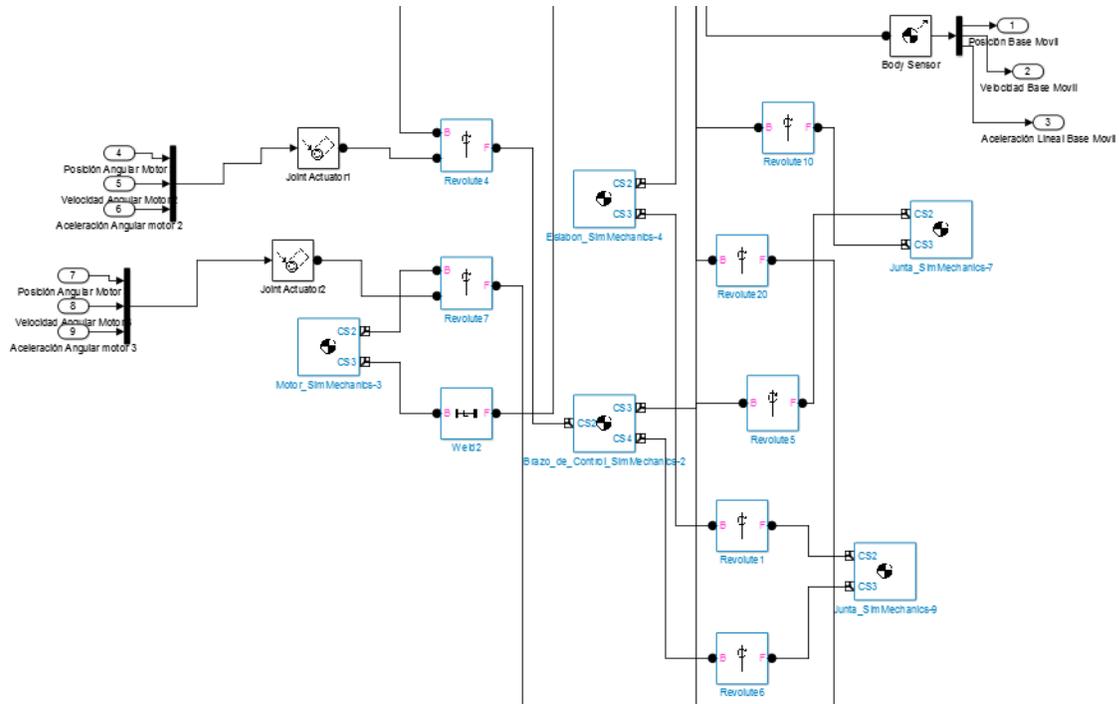


Figura 40. Diagrama de bloques (c). Matlab

®

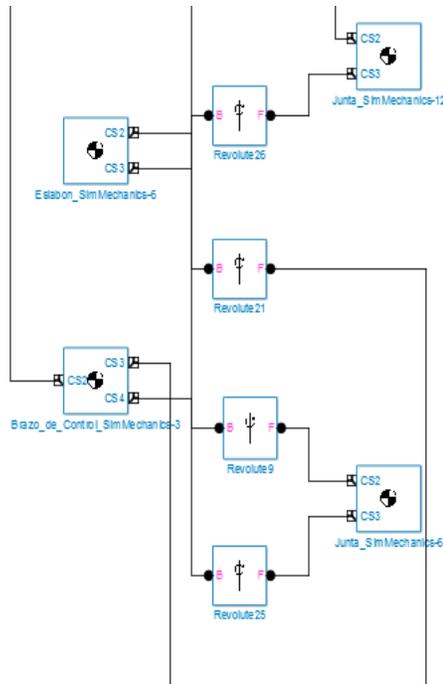


Figura 41. Diagrama de bloques (d). Matlab ®

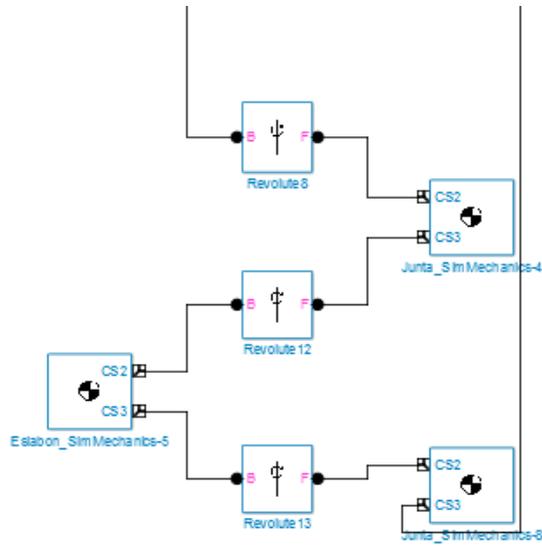


Figura 42. Diagrama de bloques (e). Matlab ®

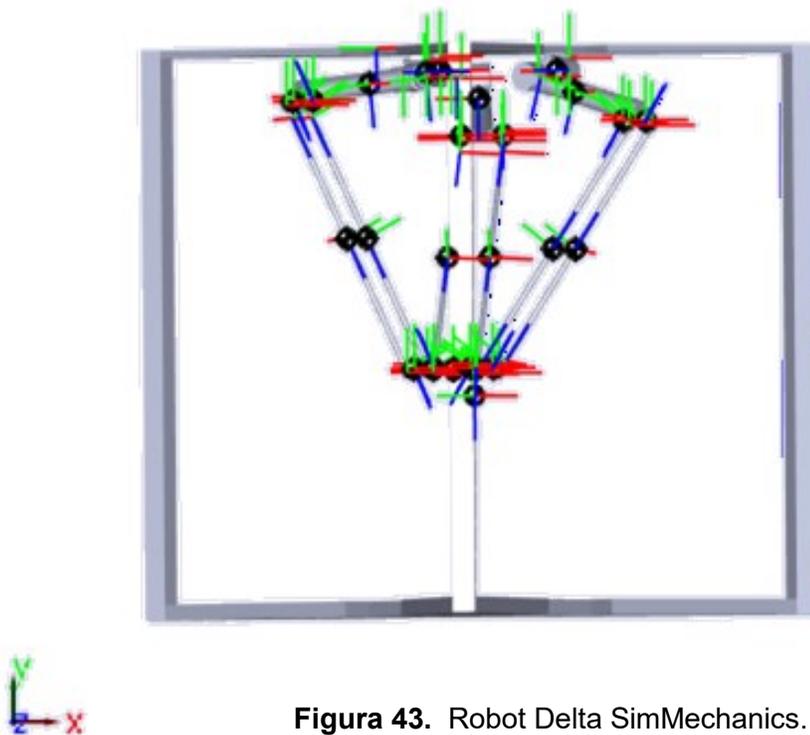


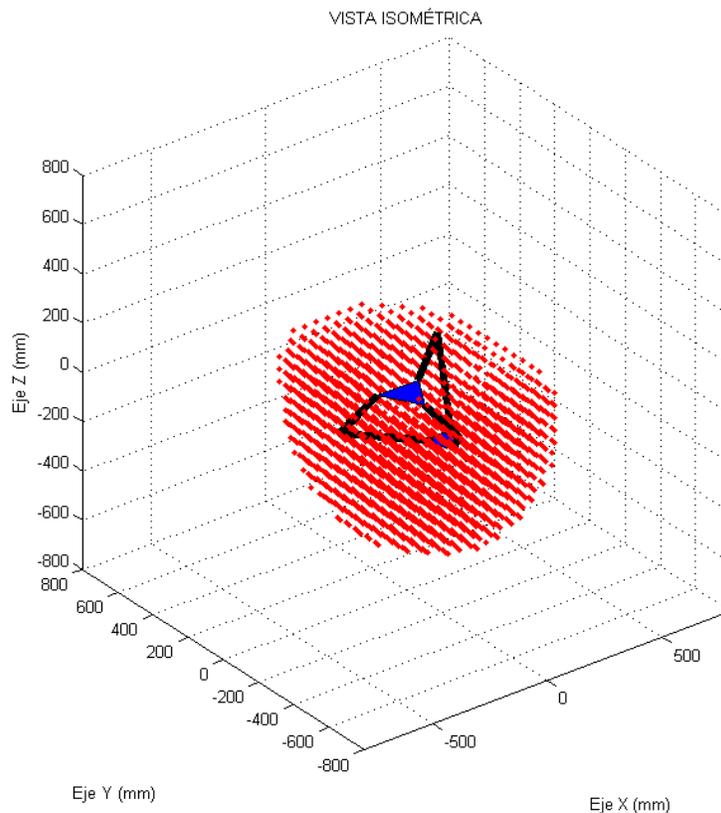
Figura 43. Robot Delta SimMechanics. Matlab ®

### 3.11 Espacio De Trabajo Del Robot Delta

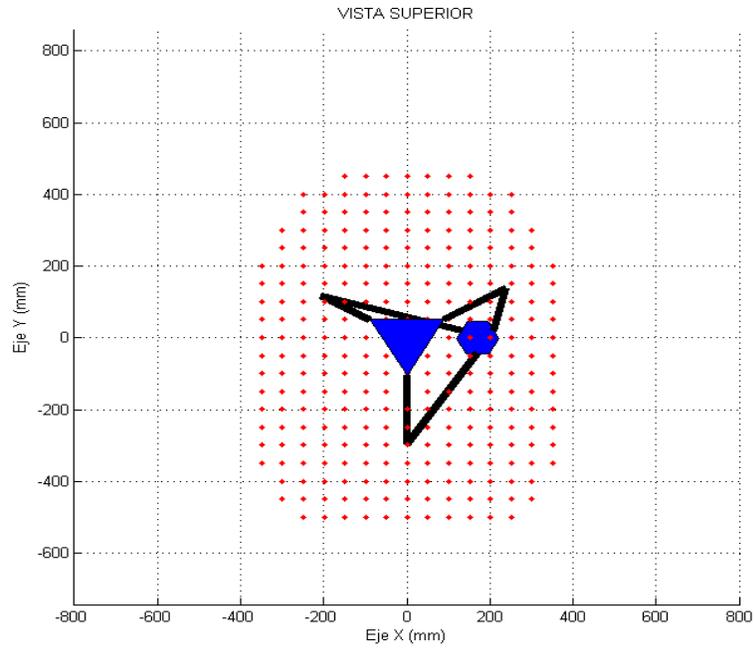
El espacio de trabajo nos determina el volumen del campo de acción del robot. Al determinar el espacio de trabajo del robot delta, podremos confirmar que las dimensiones que se asignaron a cada elemento del robot estén correctamente diseñadas.

Para determinar el espacio de trabajo se debe evaluar diferentes puntos en el espacio, de tal forma que el mecanismo alcance los lugares a los cuales no es posible llegar mientras que, al mismo tiempo, se van graficando puntos a lo largo de esos valores para que se muestre una aproximación del volumen donde el robot si puede llegar

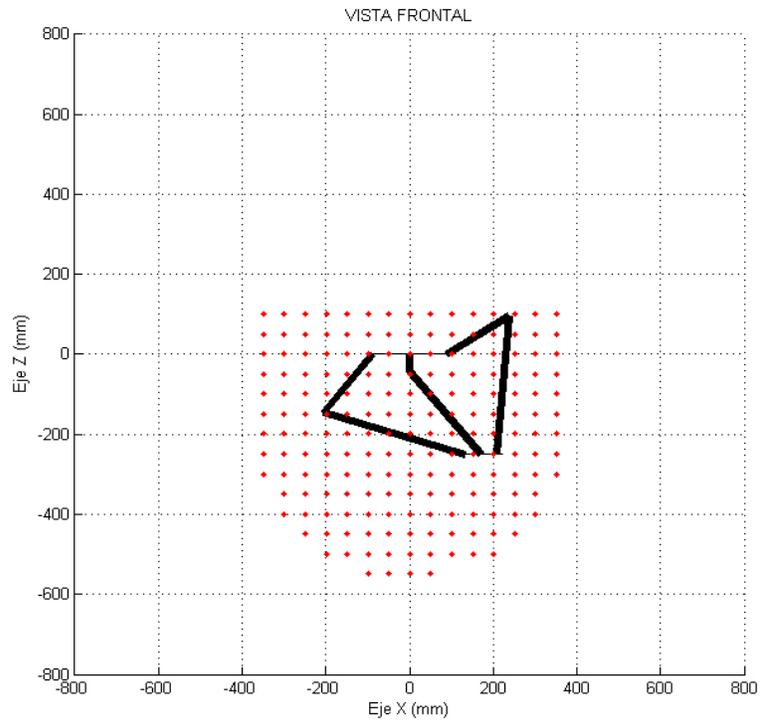
El espacio de trabajo se desarrolló en el software de simulación de Matlab. A continuación, mostraremos la vista isométrica de nuestro espacio de trabajo.



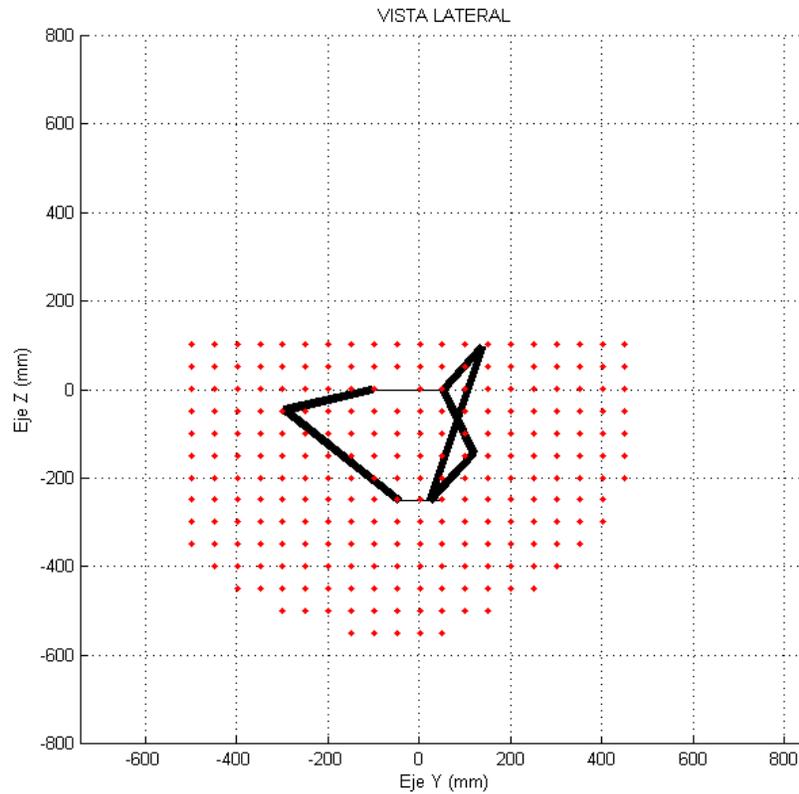
**Grafico 2.** Espacio de Trabajo Robot Delta Vista Isométrica. Matlab ®



**Grafico 3.** Espacio de Trabajo Robot Delta Vista Superior. Matlab ®



**Grafico 4.** Espacio de Trabajo Robot Delta Vista Frontal. Matlab ®



**Grafico 5.** Espacio de Trabajo Robot Delta Vista Lateral. Matlab

®

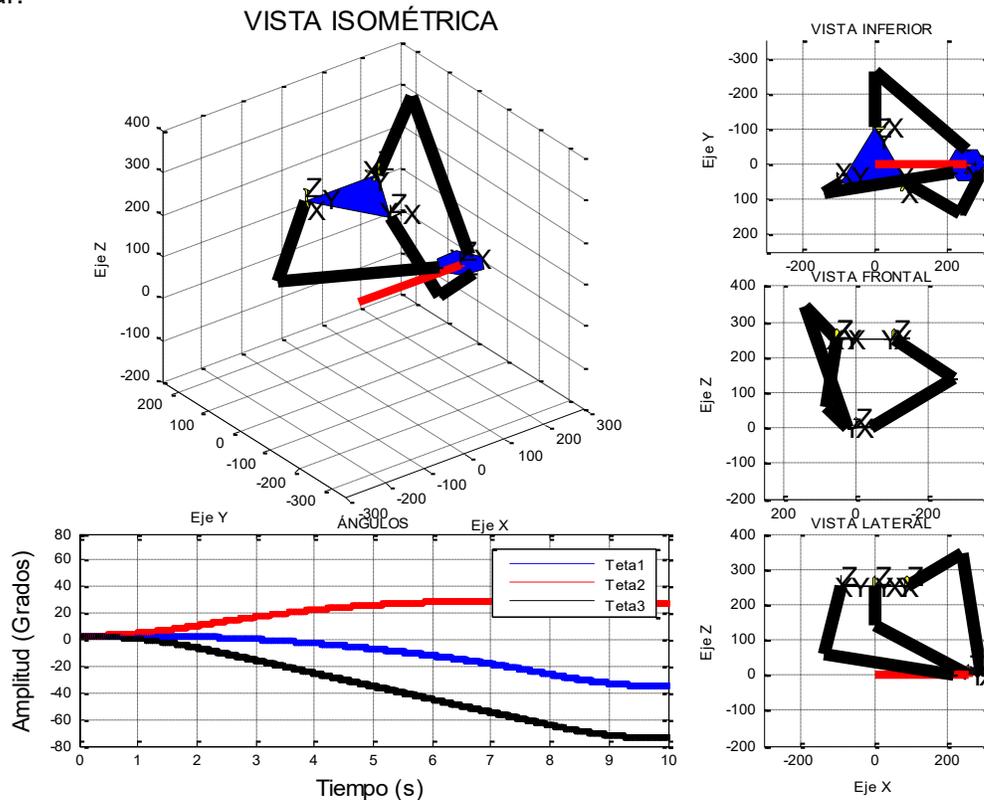
Los gráficos mostrados nos dan una amplia visión del espacio de trabajo de nuestro robot Delta, de esta manera verificamos que no exista obstrucciones, choques y sobredimensionamientos y conoceremos los límites donde se puede mover nuestro prototipo.

### 3.12 Diseño de Trayectorias del Robot Delta

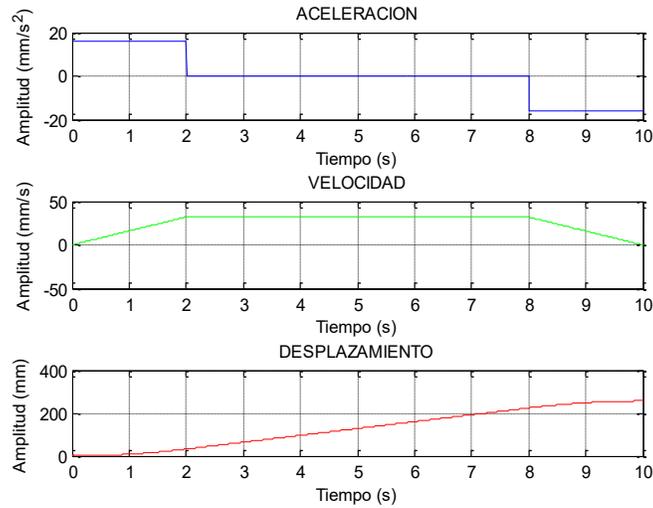
Una vez definida la cinemática inversa, las trayectorias se determinan mediante una sucesión de puntos definidos en la base móvil a un tiempo determinado. Las ecuaciones de la cinemática inversa devuelven valores de ángulos que los actuadores deben adoptar para cumplir con dicha trayectoria. Para aplicar el movimiento a la base móvil, se determina una aceleración a un tiempo fijo y a través de integrales se definen la velocidad y la posición de la plataforma.

$$\frac{d^2x(t)}{dt} = \frac{dv(t)}{dt} = a(t) = cte. ; \text{Ec. 13}$$

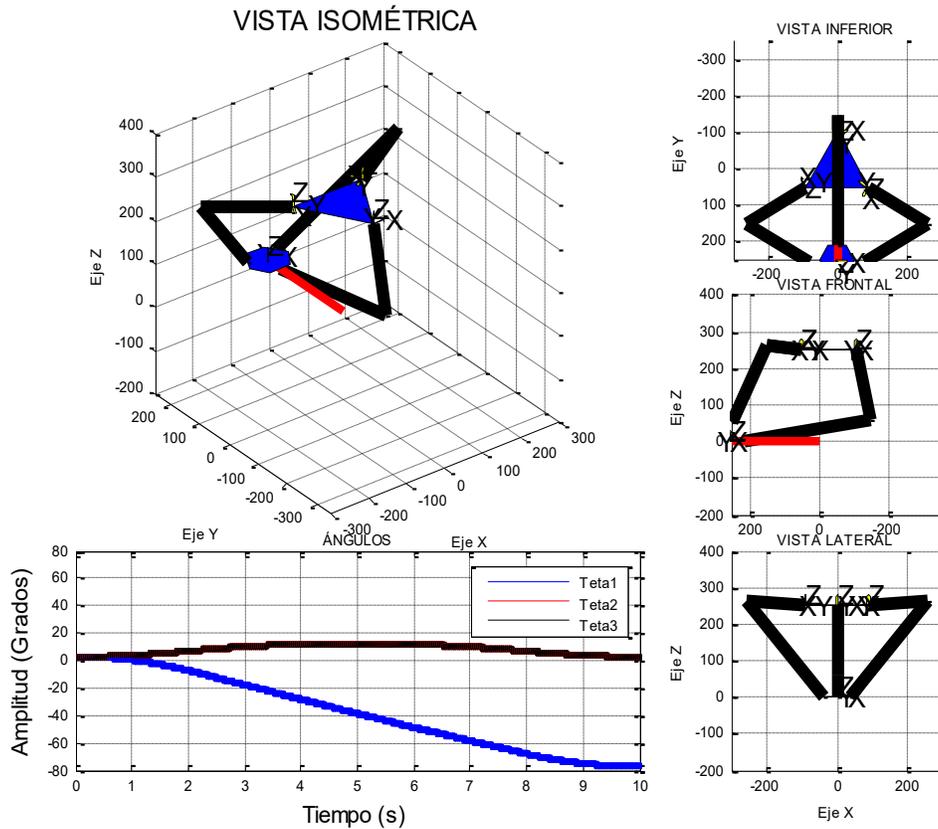
Con estos parámetros se pueden diseñar trayectorias como líneas, cuadrados (4 líneas), círculos, etc. En el proyecto, la cinemática se implementó con el programa Matlab ® desarrollando diferentes trayectorias para identificar los ángulos que los actuadores deben adoptar.



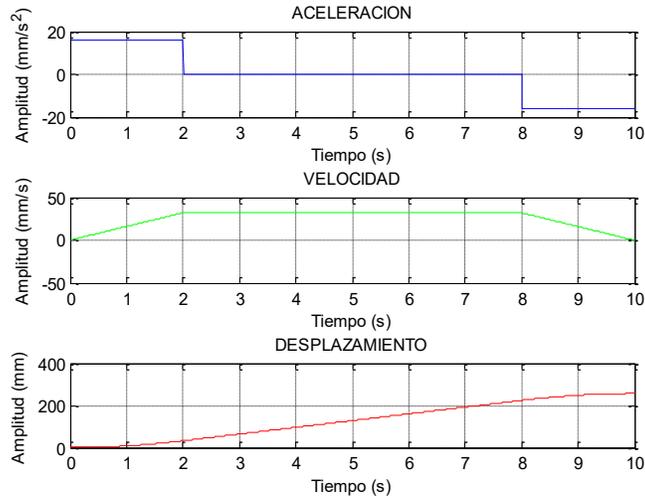
**Gráfico 6.** Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación en el eje X. Matlab ®



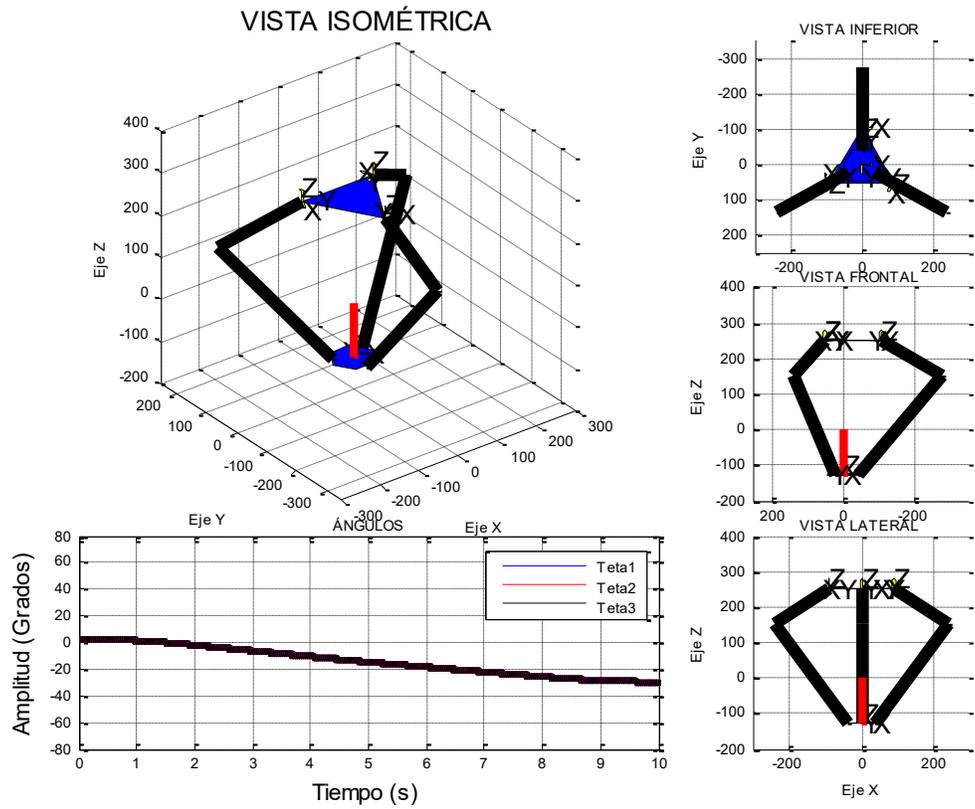
**Gráfico 7.** Aceleración, Velocidad y Desplazamiento en la base móvil en el eje X. Matlab ®



**Gráfico 8.** Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación en el eje Y. Matlab ®

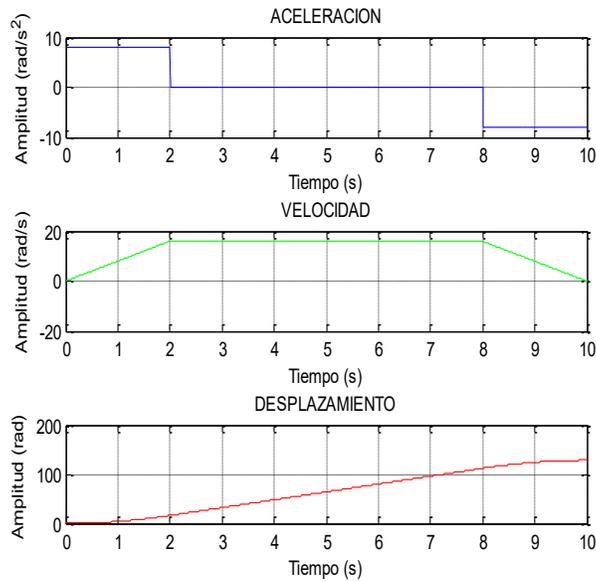


**Grafico 9.** Aceleración, velocidad y desplazamiento de la base móvil en el eje Y. Matlab ®

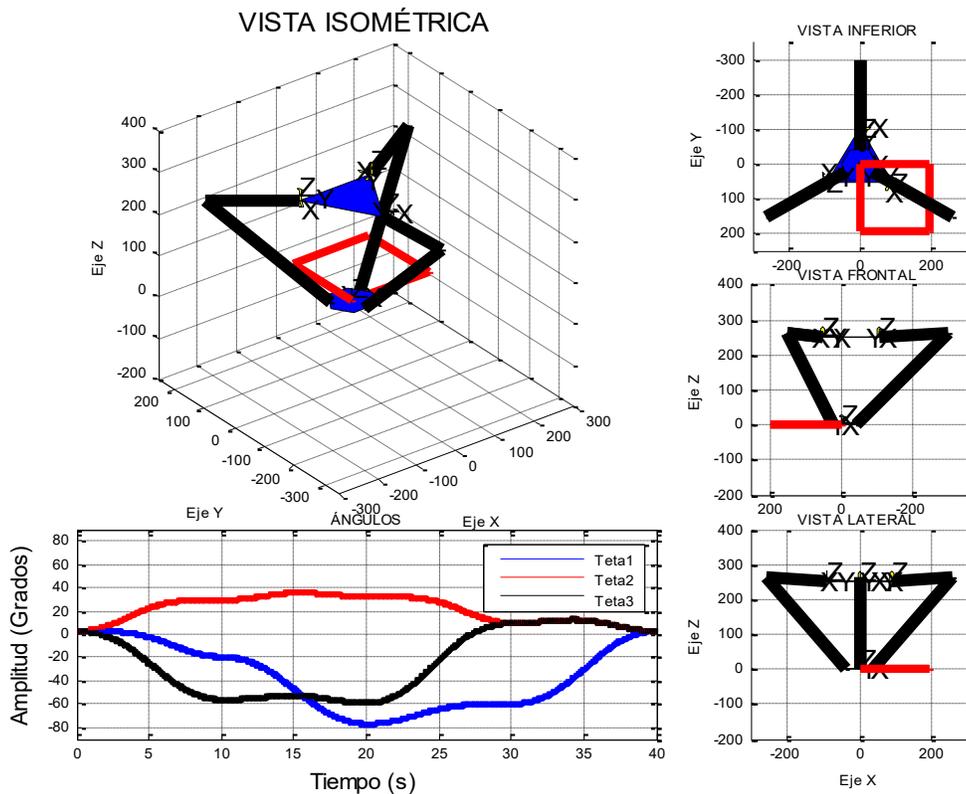


**Grafico 10.** Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación en el eje Z. Matlab ®

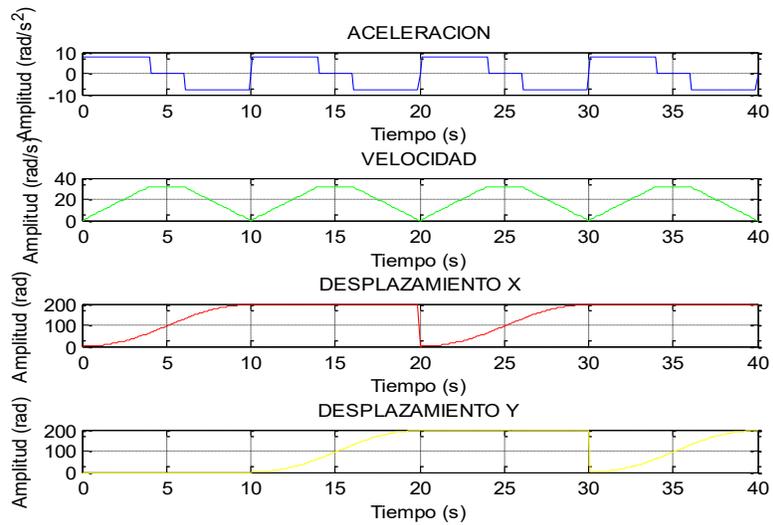
## Diseño y Construcción de un Robot Paralelo tipo Delta



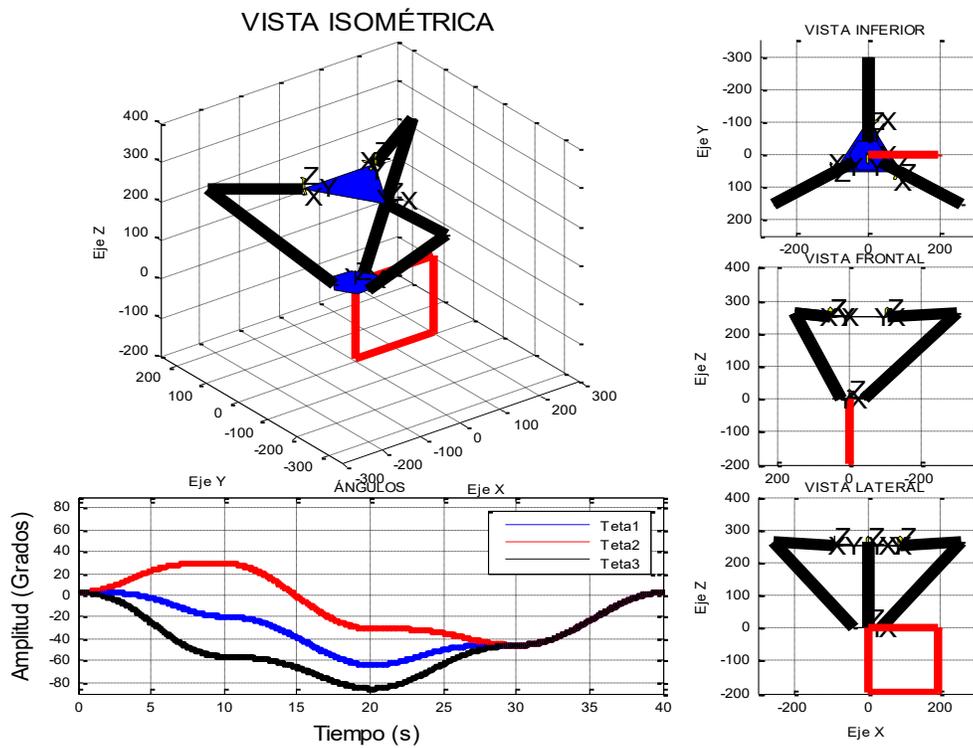
**Grafico 11.** Aceleración, Velocidad y desplazamiento de la base móvil en el eje X Matlab ®



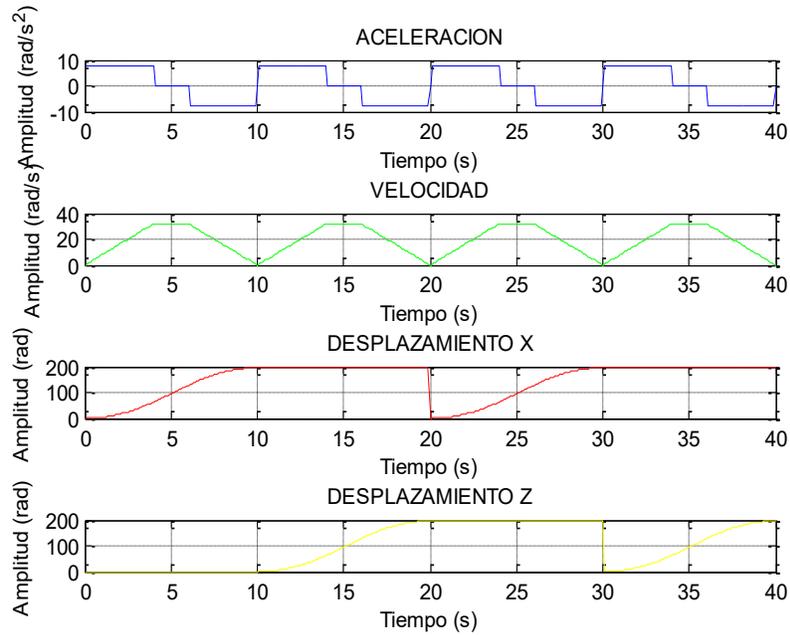
**Grafico 12.** Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación en el plano XY. Matlab ®



**Grafico 13.** Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación de la base móvil en el plano XY. Matlab ®



**Grafico 14.** Ángulos de los actuadores con respecto a un movimiento de translación en el plano XZ. Matlab ®



**Grafico 15.** Aceleración, Velocidad y desplazamiento de la base móvil en el plano XZ. Matlab ®

En los gráficos podemos observar las trayectorias en cada uno de los ejes donde se moverá nuestro Robot, mostrando a detalle, como lo es su velocidad y desplazamiento en cada uno de los ejes (X, Y, Z), de igual manera en cada una de las vistas se observa las curvas de las dimensiones de los desplazamientos, velocidad en los ejes mencionados, (X, Y) y (X, Z).

# 4. CAPITULO 4

## 4.1. Resultados Obtenidos

Con los resultados obtenidos en la cinemática y la dinámica, se procede a hacer la instrumentación y análisis de los mismos. Además, se menciona los trabajos futuros que faltan por desarrollar para el uso de robot tipo Delta

## 4.2 Análisis De Resultados.

La complejidad del diseño del robot Delta se debe a la relación entre posición de la base móvil y control de los ángulos en los actuadores de la base fija. Además, hay que tener en cuenta las relaciones entre las juntas y los movimientos que generan porque son claves para el funcionamiento del mecanismo.

Se diseñó el prototipo del robot Delta partiendo del estudio realizado de la patente de Reymond Clavel, además del criterio de diseño implementado en el mismo, el cual con el espacio de trabajo se nota un error aproximadamente del 5% acerca de las dimensiones de cada pieza de los eslabones.

Al realizar el estudio cinemático, se identifica que para este tipo de manipuladores por ser paralelo es más cómodo trabajar con cinemática inversa ya que sus ecuaciones se pueden resolver fácilmente por métodos geográficos.

Se realizaron diferentes trayectorias en diferentes ejes para resolver la posición que deben adoptar los actuadores a través de un tiempo determinado.

El estudio de la cinemática directa es relevante ya que con éste se puede conocer la posición final de la base móvil y determinar el tiempo que demora en realizar un trayecto y así su velocidad para posteriormente la elección de los posibles motores. Este es un trabajo futuro a desarrollar.

Con el estudio de la dinámica se determinan los torques que deben soportar los motores ubicados en la base fija y las inercias de los mismos, esto con el fin de hallar un modelo matemático el cual sirva para el diseño de controladores además de la selección de los motores.

La fabricación de las piezas para el robot utilizando polímeros para su impresión es factible, proveen un desempeño similar o mejor que siendo manufacturadas o fundidas en máquinas de inyección de plástico, En el caso de la rótula que ofrece 3 grados de libertad si es afectado por el tipo de formato de impresión, así mismo, sólo se requiere un tiempo fabricación de mayor por la complejidad de la impresión, de esta manera se obtuvo un coste menor utilizando la técnica de impresión 3D. La ventaja de utilizar un software como SolidWorks® para el diseño 3D radica en tener las funciones programables que pueden ser modificadas en proporción y manteniendo la precisión con la que el estudio de movimiento fue diseñando.

## 5. CAPITULO 5

### 5.1. Conclusiones

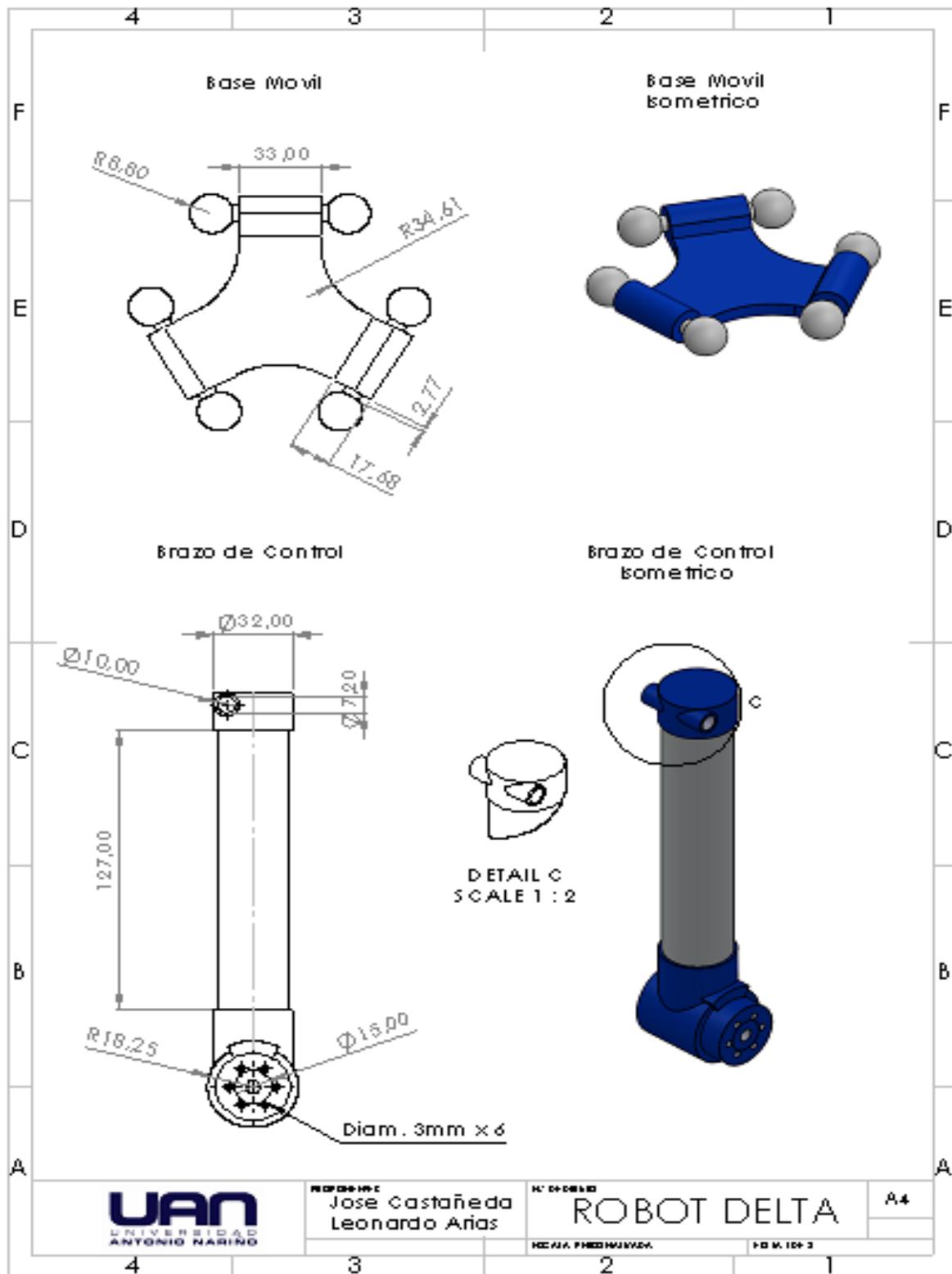
- En este proyecto se hizo un análisis de la cinemática directa e inversa de forma detallada, se validó de forma experimentalmente el diseño mecánico para demostrar que los errores en el diseño mecánico están muy por debajo de los esperados según los cálculos realizados.
- Las ecuaciones del modelo cinemático fueron se programadas en Matlab® y los resultados obtenidos, son comparados con el diseño real del robot paralelo tipo delta en SolidWorks®, ambos resultados son idénticos, además se muestra otra forma para validar el modelo cinemático, el cual consiste en utilizar los diagramas de bloques y programar la cinemática directa e inversa como se evidencio en los cálculos, por lo que se puede concluir que las dos formas validan el modelo cinemático, y por lo tanto el diseño mecánico es el correcto. Este trabajo se puede extenderse fácilmente a robots paralelos de un número determinado de brazos
- La utilización de una tarjeta Bluetooth para Arduino tienen la capacidad recibir señales y con estas se convierten en órdenes para darle movimiento a el robot mediante sistemas inalámbricos, es una ventaja en semejanza con respecto a otros sistemas donde el cableado restringe movilidad y distancia a la hora de manipular el robot, de igual manera el costo de estas tarjetas el económico y es asequible conseguir estas tarjetas programables. Las etapas de la metodología del diseño propuesto en el proyecto se cumplieron y las trayectorias calculadas se probaron y cumplieron con el funcionamiento de robot tipo Delta, demostrando una alternativa de realizar robots que no se restrinja a un cierto tipo de piezas o por componente

electrónicos o programas computacionales. En el trabajo futuro personales se pretende mejorar el robot con

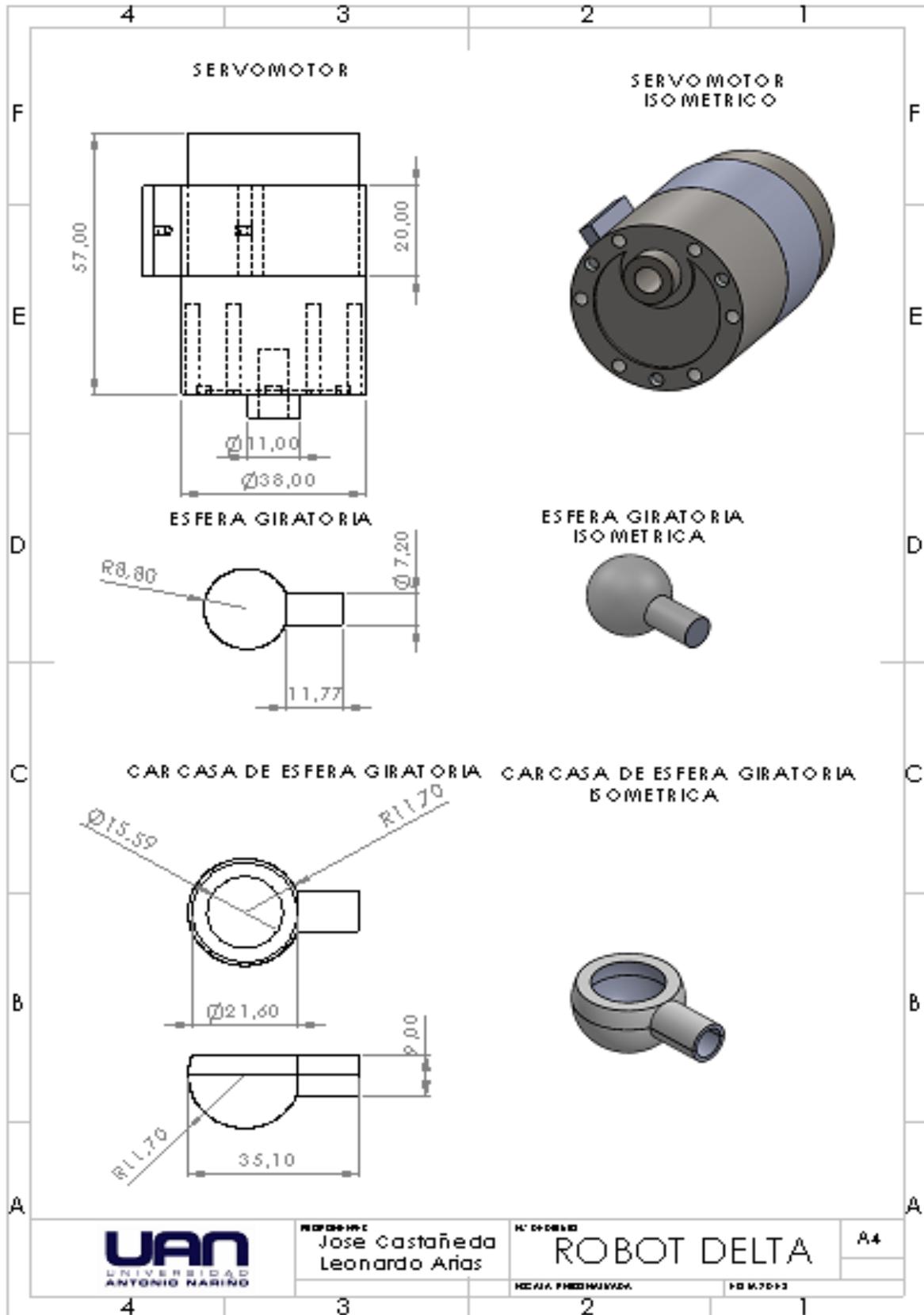
- aplicaciones adaptadas como el caso de adaptarles herramientas o dispositivos que permitan darle valor agregado a este Robot.
- Se pudo comprobar que el entorno de programación de Arduino es fácil de usar y flexible. Además, Arduino está basado en el entorno de programación de Processing, con lo que los cualquier persona pueden aprender a programar en este entorno se nos familiarizamos con el entorno de desarrollo Arduino.

## **A. ANEXOS**

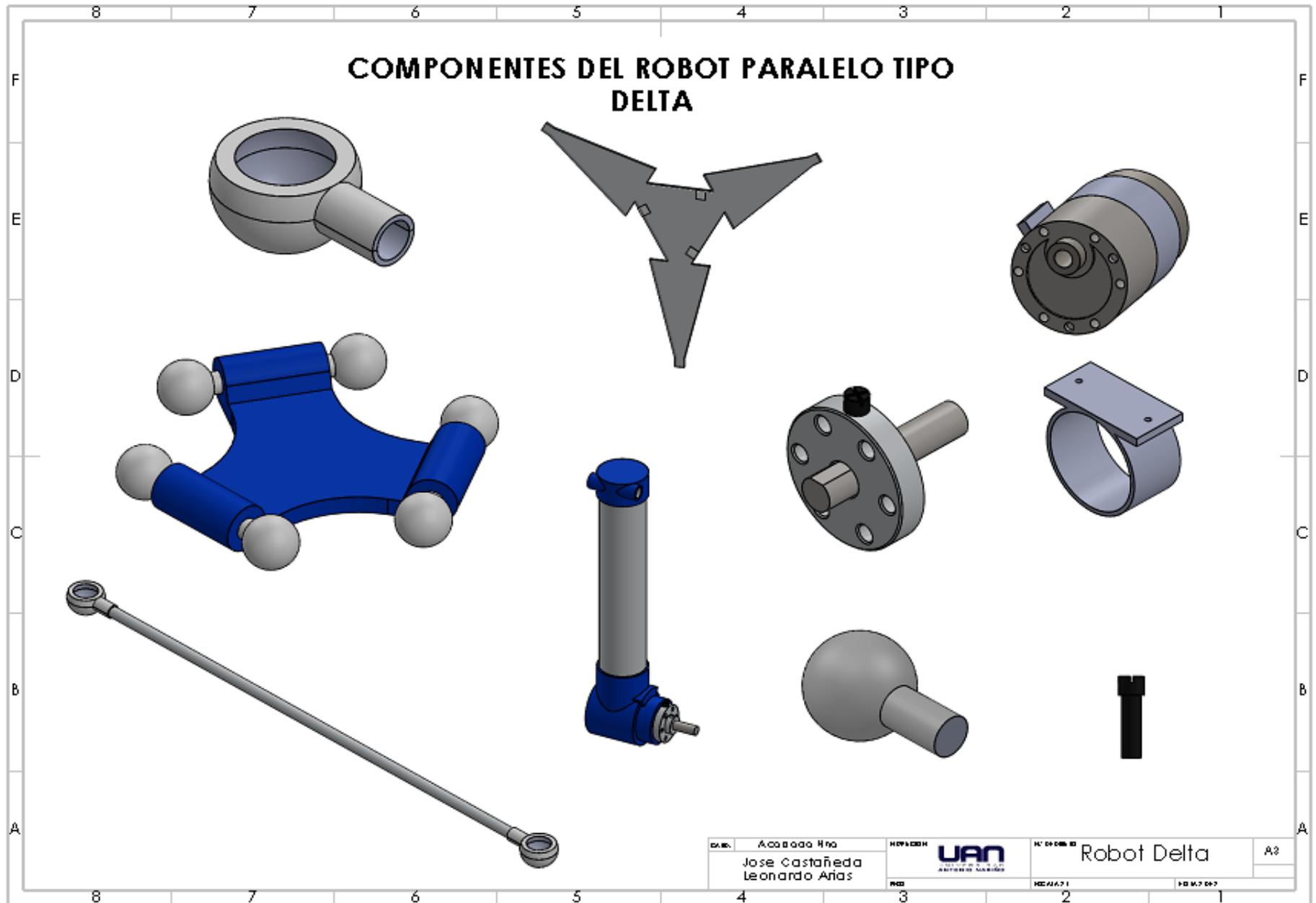
Anexo a. Planos de taller de Base Móvil y Brazo de control



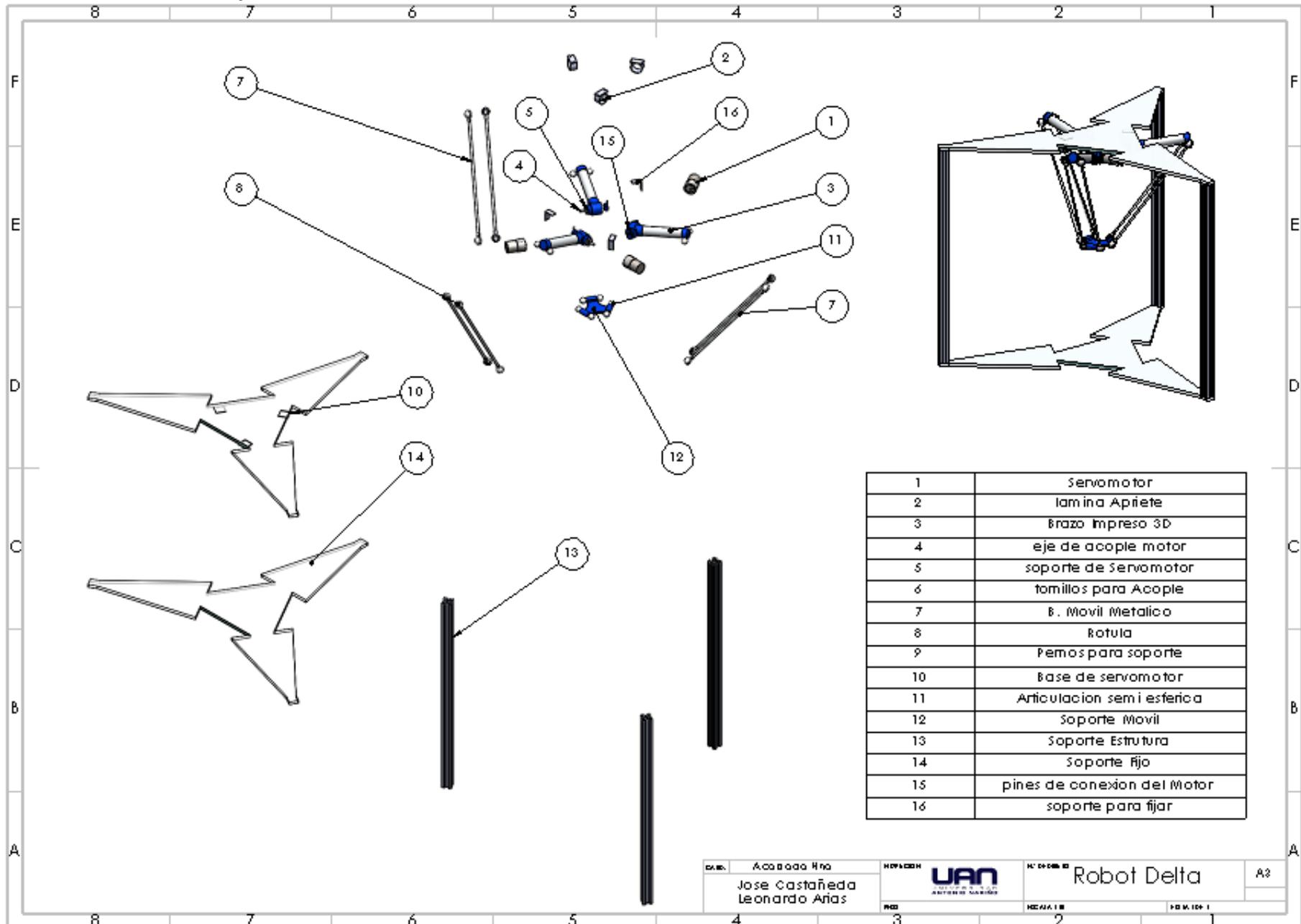
## Anexo b. Plano de Servomotor y Juntas Giratorias



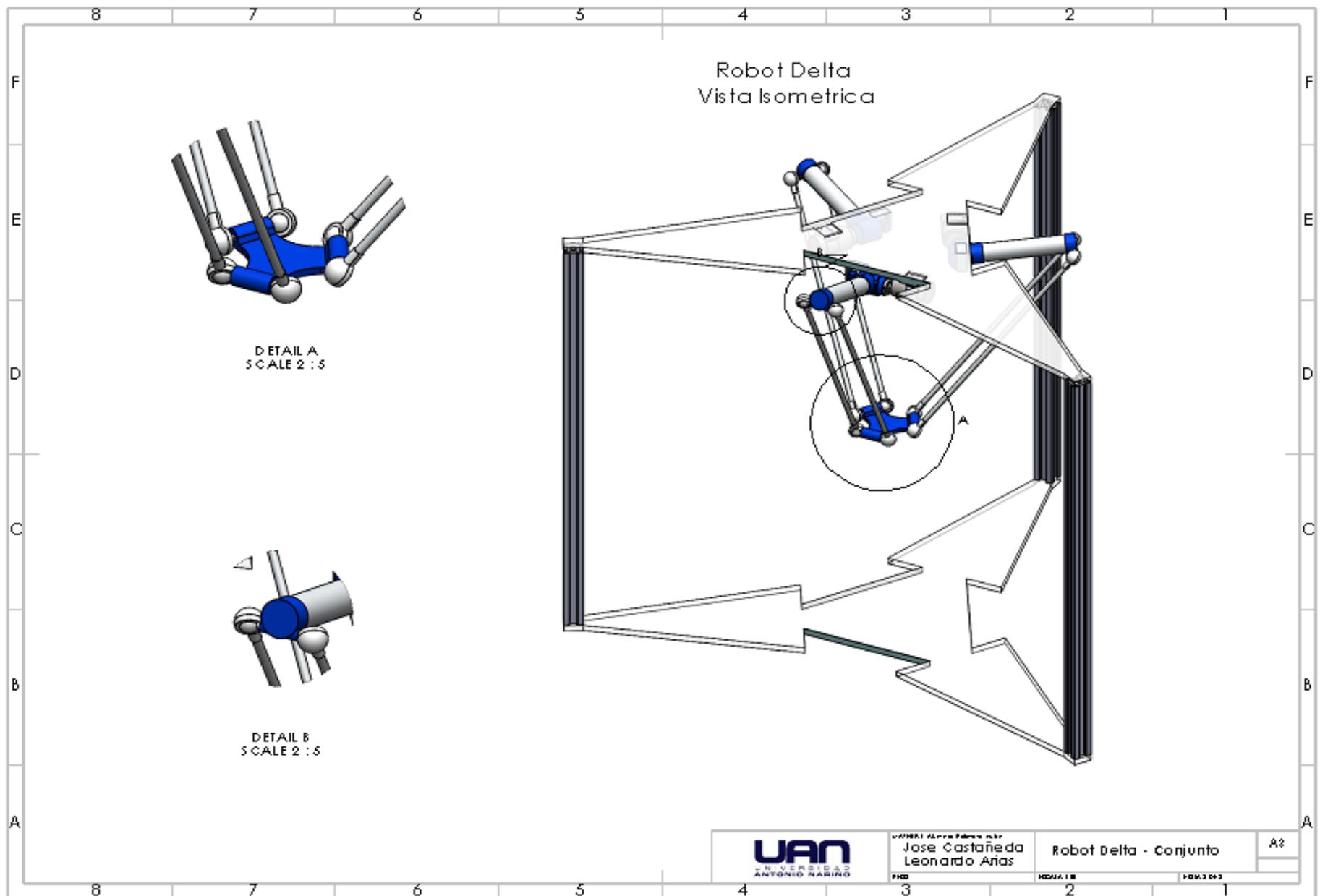
### Anexo c. Componentes del Robot Delta



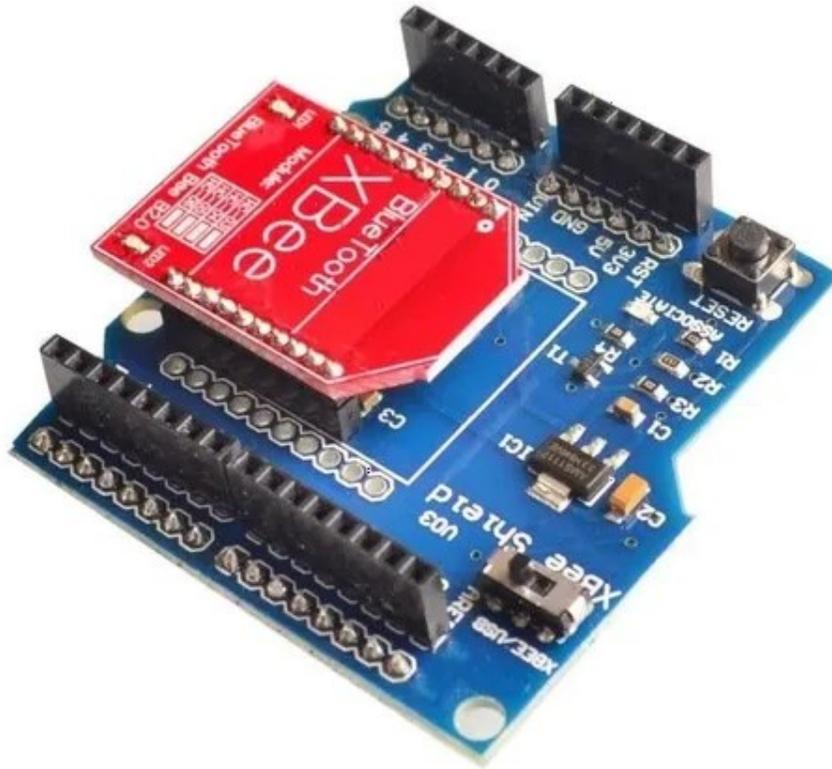
### Anexo d. Vista Explosionada del Robot Delta



## Anexo e. Robot Delta Isométrico Completo



## Anexo f. Xbee Shield- Modulo Bluetooth



En el desarrollo del proyecto se utilizará una tarjeta de modulo Bluetooth Shield V3, para la transmisión remota de mando.

Bluetooth Bee está diseñado para la configuración transparente de conexión en serie inalámbrica. Esta es una modulación de 3Mbps Bluetooth V2.0 + EDR (Velocidad de datos mejorada) completamente calificada con un transmisor de radio completo de 2.4GHz. Utiliza el sistema Bluetooth de chip único externo CSR Bluecore4 con tecnología CMOS y con AFH (Adaptive Frequency Hopping). (Fuente del Fabricante)

Voltaje de funcionamiento: 5 voltios

## Anexo g. Motor Shield L293d Puente H Motores



Esta board es prácticamente un Puente H o driver de control de motores, posee un nivel de tensión alto integrado, el cual proporciona un nivel de alto de corriente. Posee cuatro canales, para cuatro motores respectivamente. La board soporta motores de corriente continua de hasta 600mA por canal, proporcionando un pico de corriente de hasta 1.2A, no obstante, el módulo posee protección térmica, por lo que no existe ningún problema en utilizar motores de 4.5V hasta 36V. Este módulo puede efectuar el movimiento de motores DC, motores paso a paso (unipolar o bipolar) y hasta servomotores. Tiene dos terminales externas para el debido acople de potencia para separar las fuentes de alimentación del motor y de la arduino. Es compatible con e Arduino MEGA, UNO y Duemilanove. (Fuente del Fabricante)

## Anexo h. Motorreductor Dc 12 Voltios 30 Rpm



### Especificaciones:

Tipo: DC

Voltaje nominal: 12 VDC

Velocidad del motor: 3000 RPM

Velocidad de la caja reductora: 34 RPM

Dimensiones:

-Motor: diámetro 27 mm, largo 38mm

-Caja reductora: diámetro 37mm, largo 27 mm

-Eje: diámetro 6 mm, largo 15 mm

# BIBLIOGRAFÍA

Beer, F. P., Russell, J. J., & William, C. (2005). *Mecanica Vectorial para Ingenieros*. Mexico D.F.: MAcGraw-Hill.

Castillo, H. I., Cervantes, J. J., & Aguilera, C. (2001). Movilidad de Mecanismo Esferico tipo 4R. CONACYT.

Clavel, R. (1990). *United Stated Patent No. 4,976,582*.

CONCEPTODEFINICION. (2016, AGOSTO 5). *CONCEPTODEFINICION*. Retrieved from CONCEPTODEFINICION: <https://conceptodefinicion.de/robotica/>

Fu, K., González, R., & Lee, C. (1989). *Robotica: Control, detencion, vision e inteligencia*. Ciudad de Mexico: McGraw-Hill.

FURORE. (2019, Junio 11). *FURORE AGENCIA DIGITAL*. Retrieved from FURORE: <https://furore.co/conoce-los-3-sectores-de-la-industria-en-colombia-y-el-mundo-que-estan-invirtiendoen-tecnologia-4-0/>

Hunk, K. H.;. (1978). *Kinematic Goemetry of Mechanisms*. Oxford: Oxford University Press.

Ingnieria de Sistemas Automaticas. (n.d.). *Ingnieria de Sistemas Automaticas*. Retrieved Mayo 03, 2020, from <http://www.isa.uniovi.es/~alonsog/Robotica/02%20Morfologia.pdf>

John, C. (1986). *Introduction to Robotics : Mechanics & Control*. Boston: Addison-Wesley Publishing Company.

Lengrete, O. (2011). *Diseño mecatronico y Robotica - Optativa en Diseño*. Bucaramanga: Universidad Autonoma de Bucaramanga.

- Lopez, M., Castillo, E., Garcia, G., & Bashir, A. (2005). *Delta Robot, Inverse, direct and intermediate Jacobians*. Queretaro, Mexico: Centro de ingenieria y desarrollo industrial.
- Lung-Wen, T. (1999). *Robot Analysis: The Mechanics of serial and Parallel Manipulators*. Maryland: John Wiley & Sons Inc.
- MacGraw -Hill. (2016). Maquina y mecanismo. In *Maquina y Mecanismo*. MacGraw -Hill.
- Martinez, E., Peña, C., & Yime, E. (2010). Diseño Optimo de un Robot Paralelo con Configuracion Delta para Aplicaciones Educativas. *Revista Educacion en Ingenieria. Mecanica y Elementos de Maquina-Mecanismos y Sistemas*. (2012). Retrieved from <http://www.aero.ing.unlp.edu.ar/catedras/archivos/Apunte%20cuadrilatero%202012>
- Mesa Montoya, C. A., & Arroyave, J. F. (2012, Junio 04). *Mexico Documents- Material de pares Cinematicos IM*. Retrieved Mayo 4, 2020, from <https://vdocuments.mx/material-esquemas-pares-cinematicos-im.html>
- Norton, R. L. (2009). *Diseño de Maqinarias*. Mexico D. F.: MacGraw-Hill.
- Ortega, M. R. (2006). Lecciones de Fisica. In *Lecciones de Fisica*. Monytex. Retrieved Abril 28, 2020, from [https://es.wikipedia.org/wiki/Movimiento\\_helicoidal#Bibliograf%C3%ADa](https://es.wikipedia.org/wiki/Movimiento_helicoidal#Bibliograf%C3%ADa)
- PELLEGRÌ, Y. (2019, JUNIO 10). *UNIVERSAL ROBOTS*. Retrieved from <https://blog.universal-robots.com/es/revolucion-industrial-cobots>
- Reinoso, G., & Favela, A. (n.d.). *Maximizacion del Espacio de Trabajo de un Robot Manipulado Paralelo Tipo Delta con Actuadores Lineales*. PROGRAMA DE GRADUADOS - ITESM.
- Slavinsky, V. (2010). *Delta Robot Analysis*. Sensi.
- Universidad de Huelva. (n.d.). *Concepto y Definicion de Cinematica*. Universidad de Huelva.

Velazquez, S., Luces, J., & Ronny , V. (2015). MODELADO Y SIMULACIÓN DE UN BRAZO ROBÓTICO. *Ciencia e Ingeniería*. Retrieved Mayo 05, 2020, from [revistas.uniguajira.edu.co](http://revistas.uniguajira.edu.co)

WIKIPEDIA. (2020, Marzo 23). *WIKIPEDIA*. Retrieved from [https://es.wikipedia.org/wiki/Movimiento\\_helicoidal#Bibliograf%C3%ADa](https://es.wikipedia.org/wiki/Movimiento_helicoidal#Bibliograf%C3%ADa)