

**República de Colombia
Universidad Antonio Nariño**

Programa de doctorado en educación matemática

“Propuesta de modelo para favorecer la construcción del significado robusto de volatilidad a partir de simulación con aplicaciones financieras”

Mg. Miguel Andrés Díaz Osorio

Bogotá

2019

República de Colombia

Universidad Antonio Nariño

Programa de doctorado en educación matemática

“Propuesta de modelo para favorecer la construcción del significado robusto de volatilidad a partir de simulación con aplicaciones financieras”

Trabajo para optar por el título de doctor en educación matemática

Mg. Miguel Andrés Díaz Osorio.

Directora de tesis:

Ph.D Carenne Ludeña.

Cotutor:

Ph.D Luis Fernando Pérez Duarte.

Bogotá

2019

Nota de aceptación:

Firma del presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bogotá D.C. Fecha.

Agradecimientos.

Al cuerpo docente de la Universidad Antonio Nariño, especialmente a la Dra. Carenne Ludeña que continuó constante en su compromiso a pesar de las circunstancias y muy especialmente a mis estudiantes que tuvieron toda la disposición de aprender y que yo aprendiera de ellos, además por participar del proyecto de forma muy activa.

Dedicatoria.

Tuve que llegar a optar por una de las más altas distinciones académicas, para finalmente concluir que las enseñanzas de él son mucho más valiosas, porque formaron en mí el carácter necesario para trabajar con toda humildad, honestidad y perseverancia por esto que algún día fue solo un sueño, la idea de conseguir un doctorado en una de las profesiones más bellas: La docencia.

Por eso esta tesis es un logro más de él... mi padre... mi gran maestro.

Tabla de contenido:

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. ESTADO DEL ARTE	9
a. Trabajos referentes a la construcción de significado.	9
1.1. La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos	9
b. Trabajos referentes a la educación en estadística.	12
1.2. How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics	12
1.3. New pedagogy and new content.....	13
1.4. Aprendizaje significativo basado en problemas	14
1.5. Didáctica de la Estadística	16
c. Trabajos referentes a la simulación en el aula.	18
1.6. Anybody can do value at risk: A teaching study using parametric computation and Monte Carlo simulation	18
1.7. Enhancing the Teaching of Statistics: Portfolio Theory, an Application of Statistics in Finance	19
1.8. Using simulation/randomization to introduce p-value in 1 week.....	20
1.9. Play It Again: Teaching Statistics with Monte Carlo Simulation	21
1.10. Teaching statistics by using simulations on the Internet	23
1.11. Fundamentación en estadística descriptiva a partir del mercado de capitales	25
d. Trabajos referentes a la gamificación en el aula	26
1.12. El uso de la gamificación en la educación superior: el caso de Trade Ruler.	26
1.13. Aprendizaje a través de juegos de simulación: un estudio de los factores que determinan su eficacia pedagógica.....	32
Conclusiones del capítulo 1	33
CAPÍTULO 2. MARCO TEORICO	35
2.1. Marco teórico pedagógico.....	35
2.1.1. Referentes del significado y construcción de significado.	35
2.1.2. Referentes en los fundamentos teóricos de la resolución de problemas.	37
2.1.3. Referentes de la educación matemática realista	41
2.1.4. Referentes de la teoría del aprendizaje significativo.....	44
2.1.5. Referentes de la gamificación en la educación.	48
2.1.6. Referentes teóricos de los modelos didácticos	51
2.2. Marco teórico disciplinar.	53
2.2.1. Volatilidad	54
2.2.2. Movimiento browniano aritmético:.....	56
2.2.3. Movimiento browniano geométrico.	57
2.2.4. Modelo de Black & Scholes.	58
Conclusiones del capítulo 2.	65
CAPÍTULO 3. DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN.	67
3.1. Tipo y enfoque de la investigación:.....	67
3.2. Alcance del estudio:.....	68
3.3. Población y muestra.	68
3.4. Etapas de la investigación.	68
Conclusiones del capítulo 3.	72

CAPÍTULO 4. MODELO PROPUESTO PARA FAVORECER LA CONSTRUCCIÓN DEL SIGNIFICADO ROBUSTO DE LA VOLATILIDAD.....	73
1.1. Fase de planeación.....	76
1.1.1. Etapa 1: Orientación.....	76
4.1.1.1. Orientación Teórica.....	77
4.1.1.2. Orientación disciplinar en estadística, matemáticas y finanzas.....	77
4.1.1.3. Orientación psicológica y filosófica.....	78
4.1.2. Etapa 2: Concreción.....	82
4.1.3. Etapa 3: Valoración del estado Inicial.....	84
4.2. Fase de Ejecución:.....	85
4.2.1. Etapa 4: Integración.....	85
4.2.2. Etapa 5: Pre-Evaluación.....	87
4.2.3. Etapa 6: Ampliación.....	88
4.2.4. Etapa 7: Evaluación.....	89
Conclusiones del capítulo 4.....	90
CAPÍTULO 5. PROPUESTA DIDÁCTICA.....	91
5.1. Diseño de las actividades.....	91
5.1.1. Diseño de cada sesión.....	92
5.1.1.1. Planeación.....	92
5.1.1.2. Ejecución.....	92
5.1.2. Análisis cualitativo de la estructura de las actividades y su cohesión con el modelo propuesto.....	94
5.1.2.1. Las actividades y su cohesión con el modelo.....	94
5.1.2.2. La Integración:.....	94
5.1.2.3. La preevaluación:.....	96
5.1.2.4. La Ampliación:.....	97
5.1.2.5. Evaluación.....	99
5.2. Descripción de las actividades por temática.....	101
5.2.1. Fase 1: Generalidades.....	101
5.2.2. Fase 2: Acciones.....	102
5.2.3. Fase 3. Modelos de valoración de opciones.....	102
Conclusiones del capítulo 5.....	103
CAPITULO 6. RESULTADOS:.....	104
6.1. Análisis de pruebas de entrada y salida con la prueba de Wilcoxon.....	106
6.2. Análisis factorial de la encuesta de percepción frente a la estadística.....	107
6.3. Análisis factorial de la encuesta de percepción y satisfacción de la volatilidad.....	110
6.4. Análisis de las actividades mediante los elementos de significado.....	115
6.4.1. Ejemplo: Análisis de la tercera actividad: “Simulación: Movimiento Browniano”.....	115
6.5. Ejemplo de análisis de la construcción de significados evidenciados en las pruebas videográficas.....	124
6.5.1. Estudio general, descripción del video:.....	125
6.5.2. Identificación de episodios de revisión de significados matemáticos.....	130
6.5.3. Búsqueda de procesos de reelaboración de estos significados.....	131
6.5.4. Caracterización de interacciones sociales.....	132
6.5.5. Elaboración de historias explicativas.....	132
6.5.6. Comparación de los episodios de revisión.....	132
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.....	139

Anexos	148
Anexo 1: Contenido y planeación sesión a sesión.	148
Anexo 2: Prueba de entrada.	151
Anexo 3: Estructura de la prueba de entrada: Observaciones Expertas.	155
Anexo 4: Resultados de la prueba de entrada y análisis.	162
Anexo 5: Actividad 0. Introducción.	166
Anexo 6: Actividad 1. Preliminares y generalidades.	167
Anexo 7: Actividad 2. Distribución Log-Normal.	171
Anexo 8: Actividad 3. Simulación (Movimiento Browniano).	173
Anexo 9: Actividad 4. Acciones I (Covarianza).	176
Anexo 10: Actividad 5. Acciones II (Regresión y correlación).	178
Anexo 11: Actividad 6. Modelo de Black Scholes I.	181
Anexo 12: Actividad 7. Modelo de Black Scholes II.	183
Anexo 13: Actividad 8. Reta tu creatividad.	185
Anexo 14 Encuesta de percepción acerca de la estadística de Auzmendi y resumen de resultados.	187
Anexo 15 Encuesta de percepción acerca de la volatilidad y resumen de resultados.	190
Anexo 16 Prueba de Salida.	192
Anexo 17: Resultados prueba de entrada, de salida y prueba de Wilcoxon Sede Sur.	194
Anexo 18. Resultados prueba de entrada, de salida y prueba de Wilcoxon Sede Federman.	195

INTRODUCCIÓN

La expansión de la estadística como disciplina de investigación ha sido significativa en las últimas décadas y parte de ese proceso surge de la preocupación del ser humano por obtener más información contenida en los datos que le permitan mejorar su capacidad de toma de decisiones. En particular, en el mundo de las finanzas, predecir el comportamiento de las inversiones, lograr “certeza” de que se ha realizado un buen negocio, descartar posibles pérdidas y de esa manera proteger el patrimonio y sustento de las familias, tiene una gran importancia dentro de la cotidianidad de los emprendedores.

Dicha relevancia de la estadística como herramienta decisoria puede verse en la cita de Varían (2009), en donde al ser entrevistado como el economista jefe de Google en 2009, describió la importancia de la estadística expresamente: “...La capacidad de tomar datos para poder entenderlos, procesarlos, para extraer valor de ellos, para visualizarlos y finalmente comunicar; va a ser una habilidad muy importante en las próximas décadas, no sólo a nivel profesional, incluso en el nivel educativo para niños de primaria...”¹.

Es indiscutible que la abundancia de datos en el entorno empresarial hace que quienes tienen la habilidad de interpretarlos correctamente, poseen una ventaja competitiva clara frente a los demás actores en el mercado, ya que considera que el factor escaso es la capacidad de entender el valor que tienen los datos más allá de la abundancia de ellos.

La gratuidad de los datos, la gran cantidad de estos y el acceso fácil de cualquier persona que se lo proponga, hace que la estadística sea una disciplina de gran expansión en los últimos años. Sin embargo, aunque los datos están disponibles, aún existe una limitante en cuanto al análisis, ya que

¹ Varían (2009), Tomado de: “Hal Varian on how the Web challenges managers”, .Mckinsey & Company. Recuperado de: <https://www.mckinsey.com/industries/high-tech/our-insights/hal-varian-on-how-the-web-challenges-managers> el 7 de noviembre de 2017.

los métodos aplicados para la enseñanza de la estadística han dejado a una generación de profesionales en distintas áreas esperando por aplicar modelos en condiciones “adecuadas”. Teniendo en cuenta que estas condiciones pocas veces son propicias para la aplicación de dichos modelos, la estadística se queda en el aula.

Uno de los motivos fuertes de esta tesis es mostrar de forma práctica la estadística frente a la toma de decisiones importantes en particular en el marco económico, diseñando a la par estrategias pedagógicas que permitan, en base a aplicaciones importantes y mediante el uso de técnicas de enseñanza asistidas por el computador, la comprensión de conceptos estadísticos y matemáticos abstractos tal como la volatilidad y las métricas que permiten su evaluación.

De esta manera, el proyecto se circunscribe para estudiantes de carreras administrativas económicas y contables porque son a ellos los que les atañe el tema de la volatilidad aplicada a las finanzas; en estudiantes de la Universidad Antonio Nariño, se aplica en el curso de estadística II (o estadística inferencial) en dos escenarios distintos, uno es el curso de estadística II diurno y otro es en el curso Nocturno; se implementa así con el fin de contrastar algunos resultados debido a la diferencia notable en las poblaciones con las que se trabaja.

La importancia de la enseñanza en estadística se evidencia en la cita: *“El estudio de la estadística proporciona a los estudiantes las herramientas, las ideas y la disposición para utilizarla con el fin de reaccionar de forma inteligente a la información en el mundo que les rodea. Como reflejo de esta necesidad de mejorar la capacidad de los estudiantes para pensar estadísticamente, la cultura estadística y el razonamiento se están convirtiendo en parte de la escuela ordinaria y programas de estudios universitarios en muchos países. Como consecuencia, la educación estadística es un creciente y apasionante campo de la investigación y el desarrollo... La educación sin estadística se*

ha vuelto inconcebible, ya que los ciudadanos que no pueden interpretar correctamente los datos cuantitativos son, en este día y edad, analfabetos funcionales" ².

El deseo de trabajar en estadística y particularmente en la enseñanza de conceptos abstractos como la volatilidad y las medidas de dispersión asociadas a la valoración de activos financieros, proviene del poco énfasis que tiene en el currículo universitario para los estudiantes de carreras administrativas, económicas y contables, este concepto de tan alto impacto en la vida cotidiana de los profesionales en estas áreas. En este sentido, se cita el trabajo previo de Díaz (2014), en donde se observa que una de las dificultades para el aprendizaje de conceptos abstractos, es la falta de correlación entre la matemática financiera y la probabilidad.

La volatilidad como concepto está íntimamente asociado a la valoración de activos, ya que se toma como un indicador que mide la variabilidad en las trayectorias temporales de cualquier actor en el mercado financiero así como de la economía en general; por ello su comprensión es imprescindible en la formación de los estudiantes de carreras de las ciencias administrativas económicas y contables, quienes en su ejercicio profesional tendrán que conocer las fluctuaciones del mercado y por ende su varianza a través del tiempo, con el fin de tomar decisiones basados en modelos de riesgo mediante herramientas elaboradas en el salón de clase. Todo esto se pretende llevar al aula de estadística de una manera amable, sencilla y sin perder el rigor de la interpretación correcta de los datos.

Batanero (2001) muestra un amplio espectro de enseñanza de la estadística con temáticas puntuales acerca de lo que se enseña y de algunos temas de importancia por investigar y llama poderosamente

² Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (2011). In New ICMI study series: Vol. 14. Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study: *The 18th ICMI study*. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V. P. X.

la atención que en tan exhaustivo análisis de las problemáticas de la enseñanza de la estadística y sus aplicaciones; no aparezca el tema de la volatilidad, riesgo, riesgo financiero, o algo similar.

Quizás la búsqueda de la generalización de los currículos en estadística hace que se profundice poco en los textos guía y el tema de volatilidad se toque muy superficialmente por las aplicaciones tan especializadas en finanzas y economía, sin embargo, vale la pena abstraer las temáticas propias de estas áreas para enriquecer de forma conceptual la enseñanza de la estadística para mostrar de forma dinámica o temporal algunas medidas como la varianza; en este sentido el análisis de la volatilidad lo permite. Una vez analizadas estas medidas de forma dinámica, es de esperar que el estudiante haga un tránsito más amable de la estadística inferencial a la econometría y el estudio de las series de tiempo.

Al brindarle al estudiante la posibilidad de realizar prácticas mediante una herramienta sencilla como lo es la hoja de cálculo, aplicando sus conocimientos a modelos de inversión; fortalece la capacidad de decisión ante las posibles fluctuaciones del mercado y como futuro profesional le será familiar un conocimiento mucho más amplio y reconocido mundialmente como lo es la teoría del riesgo.

Con este propósito, se utilizan modelos programados en clase con los estudiantes en la hoja de cálculo, por ejemplo, en la actividad 5 (Ver anexo 11), se utiliza como metodología de valuación de activos financieros el modelo de Black-Scholes, Scholes (1973), que sirve para que el estudiante simule en Excel los efectos de la varianza en la compra de futuros, de esa forma, sin adentrarnos en las complejidades propias de este tema, se pretende que, mediante herramientas sencillas, la resolución de problemas y en ocasiones con simulaciones asistidas por computadora, poner al alcance de un estudiante de estadística los conceptos de valoración de activos, volatilidad estadística y herramientas para su medición.

Las valoraciones anteriores y el estudio epistemológico inicial permiten determinar el siguiente **problema de investigación**: ¿cómo desarrollar e incentivar el pensamiento estadístico, en particular en relación con el tema de la volatilidad estadística, promoviendo la construcción de su significado en los estudiantes de las carreras de ciencias administrativas, económicas y contables mediante la simulación asistida por computadora con modelos financieros?

Se precisa como **objeto de investigación** el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística en las carreras de ciencias administrativas, económicas y contables. Se plantea como **objetivo general** diseñar e Implementar un modelo didáctico basado en simulaciones financieras como herramienta de construcción del significado robusto de volatilidad estadística y sus aplicaciones por medio de simulaciones asistidas por computadora, en los estudiantes de carreras administrativas, económicas y contables. Para presente se precisan como **objetivos específicos**:

1. Desarrollar un modelo didáctico que favorezca la concepción propia del significado de volatilidad estadística en estudiantes de carreras administrativas económicas y contables.
2. Elaborar una propuesta didáctica que permita relacionar los conceptos de acciones y opciones con los de la estadística, para que se le facilite al estudiante la concepción propia del significado de volatilidad y sus aplicaciones en el aula.
3. Elaborar un esquema didáctico que permita manipular los conceptos asociados a la volatilidad basado en el estudio de acciones y opciones.
4. Desarrollar esquemas lúdicos, con la implementación de la gamificación en el aula, que permitan la construcción del significado de volatilidad basado en juegos que incorporen el uso de acciones.
5. Describir una serie de actividades basadas en tres temáticas: La primera es acerca del uso de las distribuciones, la segunda es la visualización de la volatilidad de las acciones en la bolsa de

valores y finalmente, la tercera, respecto a la asociación de la volatilidad con el riesgo, Estas actividades están orientadas al fomento de la construcción del significado robusto de volatilidad.

Acorde con el objetivo, el **campo de acción** es el proceso de aprendizaje del concepto de la volatilidad estadística mediante técnicas de simulación por computadoras en los estudiantes de ciencias administrativas económicas y contables mediante la simulación en hoja de cálculo utilizando modelos financieros especializados.

En concordancia con lo anterior, se presenta la siguiente **hipótesis científica**: mediante la aplicación de un modelo didáctico especializado, el estudiante logrará una construcción robusta apropiada del significado personal de volatilidad con la mediación de la simulación en estudiantes de carreras administrativas, económicas y contables.

En aras de dar cumplimiento al objetivo y lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis, se proponen las siguientes **tareas de investigación**:

1. Elaborar el estado del arte sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la volatilidad estadística basada en métodos de simulación y aprendizaje asistido por computadora en la formación de estudiantes de carreras administrativas, económicas y contables.
2. Determinar los fundamentos teóricos y metodológicos sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y estadística, específicamente en la enseñanza del tema de la volatilidad en el marco de sus aplicaciones a las finanzas y en el contexto de la toma de decisiones en compra y venta de activos financieros.
3. Elaborar una propuesta pedagógica basada en el modelo para su implementación en la práctica en los estudiantes de la Universidad Antonio Nariño, esta propuesta se robustece y forma parte de los aportes que se pretenden efectuar a la disciplina de educación matemática.

4. Construir un modelo didáctico para favorecer el proceso de construcción del significado robusto de la volatilidad estadística mediante simulación aplicado a las finanzas.

5. Se construye un esquema con el fin de validar la eficacia del modelo propuesto y valorar la viabilidad de la implementación de la propuesta pedagógica en la práctica.

El **aporte práctico** consiste en el diseño de un sistema de actividades con heurísticas y problemas novedosos y no rutinarios, para estudiantes de ciencias administrativas, económicas y contables de la Universidad Antonio Nariño, que sirve como fuente de consulta para cursos venideros de estadística II y estudiantes de otras universidades. Estas actividades son basadas en problemas no rutinarios en donde se favorece la construcción del significado robusto de la volatilidad.

El **aporte teórico** radica en un modelo didáctico que facilita las interacciones de los recursos didácticos en el aula de estadística y contiene una serie de procesos que permite favorecer la construcción del significado robusto³ de volatilidad en los estudiantes.

La tesis se estructura en introducción, siete capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y 18 anexos. En el Capítulo 1 estado del arte, se muestran las investigaciones relevantes acerca del manejo en el aula que se le otorga al significado de volatilidad estadística, trabajos que utilizan las teorías de aprendizaje significativo, resolución de problemas, matemática realista y otras teorías de referencia, trabajos con simulaciones en el aula y trabajos dedicados a la gamificación en el aula.

En el capítulo 2 se hace referencia al Marco teórico. Este capítulo está dedicado a soportar teóricamente la investigación; tiene dos partes bien definidas, una es el marco teórico en educación que consta de las teorías en educación matemática, como la matemática realista, el aprendizaje

³ Es preciso definir “robusto” como: “la construcción de redes conceptuales que desarrolla el estudiante para dar solución a problemas no rutinarios”, tal definición se puede consultar en la tesis doctoral:

Pérez (2016). *Construcción del significado robusto para el concepto de área y caracterización del pensamiento geométrico involucrado en los estudiantes de sexto grado* (tesis doctoral). Universidad Antonio Nariño, Colombia. p. 11.

significativo, la gamificación en el aula y otras teorías importantes para la investigación, además la resolución de problemas y la segunda, es el marco teórico disciplinar abordándose el tema de la volatilidad, el tema de movimiento Browniano y el modelo de Black Scholes y Merton.

En el capítulo 3 se propone el diseño metodológico investigación. En el capítulo 4 se trabaja el modelo propuesto para la construcción del significado robusto de la volatilidad. En el capítulo 5 se describen el diseño de las actividades. En el capítulo 6 se muestra la validación del modelo y de las actividades, además se presenta el análisis de los resultados.

CAPÍTULO 1. ESTADO DEL ARTE

El uso de técnicas de simulación asistida por computadoras para la enseñanza de conceptos estadísticos de naturaleza compleja tales como la volatilidad, en el área general de las finanzas y en el marco de la educación matemática, es un tema de desarrollo reciente y novedoso, por esta razón, a la fecha del término de esta investigación, no se encuentran referentes teóricos que hablen específicamente del tema que se va a tratar. A continuación, se presenta una revisión detallada de algunos trabajos relacionados al tema, que se consideran especialmente pertinentes para el problema.

a. Trabajos referentes a la construcción de significado.

1.1. La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos⁴

Este es uno de los trabajos de referencia importante en la presente investigación, en donde se investiga en la construcción del significado de otro elemento importante de la formación profesional de los estudiantes como lo es la distribución normal; aquí se identifican algunos tipos de entidades en los textos de estadística referentes a los elementos del significado así:

- Enunciados de problemas, ejercicios;
- Notaciones, símbolos, texto ordinario, gráficos;
- Operaciones, algoritmos;
- Definiciones de conceptos, enunciados de proposiciones;
- Demostraciones, comprobaciones.

⁴ Tauber, L. M. (2001). *La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos.* (Tesis doctoral) Universidad de Sevilla, Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Sevilla, España,

Además de ello, se distinguen dos tipos de significados, elementales o sistémicos así: Significado elemental y Significados sistémicos, éste significado sistémico lo identifica como una entidad compuesta y organizada con elementos en su estructura que provienen de los elementos extensivos, ostensivos, actuativos, intensivos y validativos. Estos elementos del significado son de utilidad cuando en el análisis de los resultados de los aprendices se deba caracterizar su avance en la construcción del significado, visto como una serie de procesos lógicos a los que el estudiante debe llegar con suficiencia.

Para el caso de la volatilidad se describe brevemente la forma de validar el modelo según los elementos del significado descritos por Godino (2002).

Extensivos: Situaciones en donde emerge la necesidad de aplicar el concepto u objeto a analizar, como la misma situación problémica.

Ostensivos: Toda clase de representaciones y semiótica utilizada alrededor del concepto de volatilidad.

Actuativos: Herramientas que se construye a partir de la necesidad de solucionar el problema, incluyendo procedimientos, gráficos de análisis etc.

Intensivos: Correlación con otros conceptos que no son propios de la volatilidad, lo que hace que se construya un significado robusto.

Validativos: Algunas formas que se utilizan para justificar que sus respuestas son las correctas. (Demostraciones y comprobaciones).

Del mismo modo la autora afirma: *“La comprensión personal de un concepto es, en este modelo, la “apropiación” del significado de dicho concepto. Ahora bien, puesto que el significado de un objeto no se concibe como una entidad absoluta y unitaria sino compuesta y relativa a los contextos*

institucionales, la comprensión de un concepto por un sujeto, en un momento y circunstancias dadas, implicará la adquisición de los distintos elementos que componen los significados institucionales correspondientes. En aras de dar cumplimiento al objetivo y lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis se proponen las siguientes tareas de investigación: En aras de dar cumplimiento al objetivo y lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis se proponen las siguientes tareas de investigación: En aras de dar cumplimiento al objetivo y lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis se proponen las siguientes tareas de investigación: En aras de dar cumplimiento al objetivo y lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis se proponen las siguientes tareas de investigación: En aras de dar cumplimiento al objetivo y lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis se proponen las siguientes tareas de investigación.”⁵, por lo tanto se analizan los resultados de los estudiantes bajo el espectro de las cinco entidades primarias, pero sin perder de vista que cada estudiante tiene una concepción propia de su concepto asociado a su significado institucional, personal y temporal, que bien como se afirma la autora en su tesis; no se concibe como una entidad absoluta y unitaria.

En consecuencia, los resultados analizados en este trabajo corresponden a una sinergia de condiciones que, a pesar de no ser óptimas para cada estudiante, se someten a una valoración exhaustiva de su contenido mediante plantillas que se diseñan para mejorar la comprensión de los elementos que se quieren evidenciar en las respuestas de cada uno de ellos en las actividades propuestas. Estas metodologías son expuestas en profundidad en el capítulo 6 acerca de los resultados.

Es de aclarar que los instrumentos de medición utilizados en esta tesis, acerca de los alcances de cada estudiante respecto a la consecución o no de la construcción apropiada del significado de

⁵ Tauber, L. M. (2001). *La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos.* (Tesis doctoral) Universidad de Sevilla, Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Sevilla, España, p.56

volatilidad, son una adaptación de los trabajos de Tauber (2001), Terán (2007), en lo que respecta al análisis de la construcción del significado, y Planas (2006), respecto al análisis de los videos grabados en cada una de las actividades.

b. Trabajos referentes a la educación en estadística.

1.2. How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics⁶

Este es uno de los artículos más consultados acerca del aprendizaje de la estadística, en el cual se evidencian las metas propuestas por los docentes de estadística para sus aprendices.

En el estudio citado, el primer objetivo de los profesores de estadística es que los estudiantes comprendan y se apropien de los conceptos de variabilidad y medidas de tendencia central que describen un conjunto de datos. Posterior a ello vienen los otros objetivos, en su orden: la comprensión de las distribuciones, muestreo e inferencia, correlaciones y toma de decisiones.

Como se puede evidenciar, una de las mayores preocupaciones de los maestros de estadística en el mundo es que los estudiantes tengan muy clara la idea de la variabilidad de los datos y las estadísticas de resumen, la importancia del manejo adecuado de la muestra para llegar a inferir de una manera clara en la población y que una correlación entre dos variables no implica necesariamente causa y efecto; esa es una de las cosas que justamente se pretende en el presente estudio.

Otro aspecto para tener en cuenta después de las metas propuestas en la enseñanza es que, como lo afirma en este mismo artículo “...el estudiante debe conocer algunos fundamentos de la estadística

⁶ Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*, 75(3), 372-396.

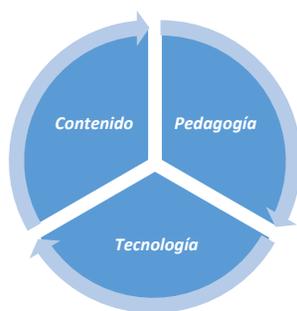
a fin de comprender mejor y evaluar la información disponible...⁷. Por ello, se considera necesario que los estudiantes tengan un acercamiento a la estadística tanto teórica como aplicada a sus áreas de estudio y que la información que se maneje en sus cálculos provenga de hechos de la vida real, es importante que ellos logren relacionar distintos conceptos que provengan de su ejercicio profesional como lo son las finanzas.

Otra de las metas de actitud son las que corresponden al tercer objetivo en donde se sugiere que se aborde la estadística mediante la resolución de problemas y toma de decisiones con el propósito de concluir correctamente acerca de las situaciones que se plantean en los problemas reto en cada actividad. La idea de trabajar mediante simulación financiera es de relevancia suprema en esta investigación ya que el estudiante debe correlacionar elementos de matemáticas financieras, finanzas, economía y estadística en un único escenario de aprendizaje.

1.3. New pedagogy and new content⁸

El autor plantea las necesidades en el cambio de metodologías para la enseñanza de la estadística.

El modelo propuesto se basa en los siguientes pilares:



Contenido	↔	Pedagogía
Análisis de datos	↔	“Manos a la obra”

⁷ Ibid.

⁸ Moore, D. S. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International statistical review*, 65(2), 123-137.

Estadística en práctica	↔	Comunicación, cooperación
Más conceptos	↔	Menos demostraciones
Pedagogía	↔	Tecnología
Visualización	↔	Automatizar gráficos
Solución de problemas	↔	Automatizar cálculos
Enseñanza activa	↔	Multimedia
Tecnología	↔	Contenido
Computación	↔	Análisis de datos, test de diagnósticos, bootstrapping
Automatización	↔	Más conceptos
Simulación	↔	Menos Pruebas

Ilustración 1: Desarrollo del modelo de Moore (1997). Adaptación propia.

En el trabajo de Moore, es preponderante la necesidad de que el currículo dé un giro hacia la aplicación intensiva de la tecnología en el aula y es de resaltar que esta recomendación surge desde los años 90, época en la cual la tecnología no tenía tan absorta a los jóvenes estudiantes. Incorporar la tecnología en el aula debe ser uno de los principales objetivos de los docentes de matemáticas y estadística en cualquier nivel. Además de ello, el trabajo de Moore es un buen referente para esta tesis, en la medida que ya se habla de un modelo en donde se incorpora la tecnología como mediador de la enseñanza de la estadística, que es una parte de lo que se pretende abordar en esta tesis.

1.4. Aprendizaje significativo basado en problemas⁹

Este trabajo muestra un experimento con los estudiantes de ingeniería de la universidad de Bio en Chile, más precisamente en la asignatura de ingeniería económica, una asignatura que es similar a

⁹ Sánchez, I. R., & Ramis, F. J. (2004). *Aprendizaje significativo basado en problemas*. Horizontes. Educativos. P.P. 101-111

una matemática financiera y como su título lo informa, es un experimento acerca de los resultados y puesta en marcha de un aprendizaje basado en problemas aplicando la metodología de aprendizaje significativo de Ausubel (1976). El enfoque netamente constructivista de la metodología concuerda con los principios que rigen la presente investigación. En este trabajo se caracteriza el sustento teórico del aprendizaje basado en problemas, similar a lo que se propone en Sánchez (2004), *“Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel (1978 y 1983), Moreira (1993), los 5 elementos de la teoría de educación de Novak (1981), el modelo de enseñanza aprendizaje (tríada profesor, alumnos y materiales de enseñanza para negociar significado) propuesta por Gowin (1981)... el aprendizaje se genera en las zonas del desarrollo próximo de Vigotsky”*.¹⁰ Sánchez (2004, p. 111), se trae a colación esta última forma de elaboración de marcos teóricos, porque la presente tesis también es una combinación de referentes teóricos que giran alrededor de la resolución de problemas retadores.

Un ejemplo del planteamiento de los problemas que indica el autor es: *“Hugo, Paco, Luis y Donald están conversando sobre las alternativas para comprar el mismo laptop que es vendido por 3 casas comerciales. Las características básicas del equipo son: procesador Intel de 2.4 Ghz, 512 MB de RAM y 40 GB de DD... El precio contado del equipo de M\$1.200. Tanto Hugo, como Paco, Luis y Donald poseen ahorros de dos millones de pesos c/u, en una libreta de ahorro que gana el 2,5% mensual. ¿Qué recomendación daría usted a este grupo de amigos?”*¹¹. Como se puede observar, se muestra una interesante metodología de trabajo basado en problemas cotidianos, sin embargo, al estar diseñados de forma didáctica, considero que estos problemas pierden la esencia de la matemática realista que se pretende dar en la presente tesis, además de ello, otra diferencia con el trabajo de

¹⁰ Sánchez, I. R., & Ramis, F. J. (2004). *Aprendizaje significativo basado en problemas*. Horizontes Educativos (9), p. 101

¹¹ Ibidem. p.104

Sánchez es que la mayoría de los problemas que se plantean en este trabajo, es el contexto que se le imprime al grueso de los problemas para que la actividad sea significativa.

La metodología propuesta del autor es bastante interesante y la interacción entre los grupos colaborativos muestra que es una buena forma de hacer matemáticas mediante problemas, mostrando finalmente en el análisis de datos y las conclusiones del estudio; el grado de satisfacción de los estudiantes por medio del análisis de encuestas de valoración. Se toman algunos elementos de este trabajo para la validación del modelo propuesto en esta tesis, como la idea de medir, no únicamente los resultados numéricos de las pruebas realizadas, es ir más allá midiendo algunas actitudes de los estudiantes frente a la asignatura, por ello en la propuesta de modelo en la presente tesis se diseñan encuestas como instrumento para dicha medición; pero no con “satisfacción”; se hizo con “percepción”.

1.5. Didáctica de la Estadística¹²

En este libro, los autores realizan un generoso recorrido acerca de los temas más relevantes de la educación en estadística en lo referente con los temas a impartir en las clases regulares y con lo relacionado a su didáctica, por ejemplo, sus fundamentos epistemológicos, dificultades de aprendizaje, el currículo, etcétera. Este texto además de ser un marco de referencia importante respecto a las líneas de investigación en educación en estadística, se toma como referencia importante respecto al significado de los objetos matemáticos desde el punto de vista de los expertos en educación estadística, como lo son el grupo de la Universidad de Granada, quienes proponen algunos tipos de entidades que deben estar presentes en el desarrollo de los contenidos que generan los estudiantes y que son elementos para la construcción del significado: 1. Problema y situaciones; 2.

¹² Batanero Bernabeu, M. D. C. (2001). Didáctica de la Estadística. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Universidad de Granada. España

Procedimientos, algoritmos, operaciones; 3. Representaciones; 4. Abstracciones (conceptos, proposiciones); 5. Demostraciones.

En el cuerpo de la presente tesis, más específicamente en el capítulo de resultados, se muestran algunas de las respuestas más relevantes de los estudiantes y un análisis detallado de cada uno de los elementos que emergen en la aplicación del modelo propuesto, con el fin de que el estudiante construya su significado, en esta misma vía, en el texto citado se afirma: *“La comprensión personal de un concepto es, en este modelo, la “captación” del significado de dicho concepto. Ahora bien, puesto que el significado de un objeto no se concibe como una entidad absoluta y unitaria sino compuesta y relativa a los contextos institucionales, la comprensión de un concepto por un sujeto, en un momento y circunstancias dadas, implicará la adquisición de los distintos elementos que componen los significados institucionales correspondientes”*¹³, de ese modo se hace un análisis individualizado de lo que el instructor tiene como significado institucional de volatilidad en concordancia con lo que se espera que el aprendiz mediante el modelo propuesto y la serie de actividades logren acordar en un medio social, decidir si las actividades efectivamente cumplieron el propósito de construir significado robusto.

¹³ Batanero Bernabeu, M. D. C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística. España. P. 73.

c. Trabajos referentes a la simulación en el aula.

1.6. **Anybody can do value at risk: A teaching study using parametric computation and Monte Carlo simulation¹⁴**

En este trabajo se desarrollan esquemas de cálculo de VaR (Valor al riesgo) usando hojas de cálculo mediante tres metodologías, a saber: la simulación histórica, paramétrica y de Monte Carlo. La investigación está orientada a motivar al estudiante en la concepción de que las aplicaciones en finanzas, aunque parezcan ser complejas, si se utiliza correctamente un modelo de enseñanza detallado y paso a paso, pueden llegar con facilidad a construcciones en VaR histórico no paramétrico y cómo podría ser construido utilizando Excel, proporcionándoles a los aprendices herramientas de fácil utilización para el modelado bastante económicas y flexibles.

Excel, la herramienta utilizada, es propicia para las simulaciones Monte Carlo, que son realmente iteraciones deliberadas de un modelo, en este caso de modelos de Valor en Riesgo. Los alcances de este trabajo son netamente financieros y se deja un poco de lado la enseñanza de los conceptos estadísticos que intervienen propiamente en el proceso de los modelos riesgosos.

Uno de los aportes que se pretende en la presente tesis, es lograr que, desde la simulación de modelos financieros riesgosos, surjan los elementos naturales de la enseñanza de la estadística, y de ese modo favorecer la construcción del significado robusto de la volatilidad, todo esto utilizando aplicaciones en finanzas.

¹⁴ Yun Hsing Cheung; Powell, Robert. (2012) Anybody can do Value at Risk: A Teaching Study using Parametric Computation and Monte Carlo Simulation. *Australasian Accounting Business & Finance Journal*. Vol. 6.

1.7. Enhancing the Teaching of Statistics: Portfolio Theory, an Application of Statistics in Finance¹⁵

En el campo propiamente dicho de la estadística aplicada a los modelos financieros, se tiene como buen referente este trabajo, que muestra una metodología de enseñanza de la estadística para estudiantes universitarios mediante las aplicaciones financieras, específicamente el modelo de frontera eficiente, analizando desde el punto de vista de las correlaciones entre dos acciones mediante covarianzas y generando el modelo más robusto de la valoración de cartera. Una idea similar es la que da el génesis a esta investigación, la enseñanza de la matemática financiera mediante la aplicación del modelo de Márkowitz (1962), idea con la cual se realizó la investigación se visualiza en Díaz (2012). En ella se toma como soporte la misma idea de la enseñanza de la estadística y matemáticas financieras bajo la utilización del modelo de frontera eficiente que, a través de la transposición didáctica, se lleva al aula algunas situaciones en las que el estudiante debe argumentar, graficar, clasificar y aplicar correctamente el modelo de cartera eficiente, soportado por los elementos propios de la asignatura de matemáticas financieras.

Para todos estos estudios es innegable la necesidad de transformar la educación estadística mediante el uso de la tecnología; la presente investigación pretende ir de la mano con las tendencias mundiales del uso de simulación para la enseñanza. Al utilizar los modelos financieros para hacer de la clase de estadística una experiencia vivencial distinta, con aplicaciones al mundo en el que se van a desarrollar profesionalmente los aprendices, el mundo de las finanzas.

¹⁵ Christou, Nicolas. (2008) Enhancing the Teaching of Statistics: Portfolio Theory, an Application of Statistics in Finance. *Journal of Statistics Education* Volume 16, Number 3

1.8. Using simulation/randomization to introduce p-value in 1 week¹⁶.

Aquí se realiza una investigación interesante en la cual uno de los resultados fue que, mediante la utilización del ordenador en el aula, con applets y simulaciones, se llegó a discutir con los estudiantes temas relacionados con el P-Valor y es de anotar que este es un tema que generalmente llega a tratarse en el último trimestre del curso de Estadística II, sin embargo, el estudio de caso muestra cómo se llega en tan sólo una semana a dicho concepto. Es innegable la mejoría en la aceleración del proceso de aprendizaje de los estudiantes mediante la simulación.

También el autor asegura que la clave para introducir los conceptos de inferencia estadística de forma temprana es mediante la simulación; además, utilizando este enfoque, es más fácil de motivar al estudiante, ya que no se basa en distribuciones teóricas y discusión formal de la probabilidad. En cambio, se utiliza simulaciones utilizando objetos cotidianos como monedas, dados y tarjetas, basadas en applets para generar muestreo, los estudiantes primero aprenden cómo hacer inferencias usando estos modelos de azar, posterior a ello se induce a los procedimientos basados en la teoría de inferencia estadística como una aproximación por métodos basados en la aleatorización y de allí se pasa a utilizar la tecnología para implementar un gran número de repeticiones. (Iteraciones).

En lugar de pedir a los estudiantes que aprendan a usar un paquete de software, los autores diseñan herramientas fáciles de usar, las web-applets; que llevan a cabo todas las simulaciones y realizan algunos análisis.

¹⁶ Roy, S., Rossman, A., Chance, B., Cobb, G., Vander Stoep, J., Tittle, N., & Swanson, T. (2014, July). Using simulation/randomization to introduce p-value in week 1. In *Proceedings of the 9th International Conference on Teaching Statistics*. Flagstaff, Arizona. U.S.A.

Esas mismas ideas de utilizar el ordenador como acelerador de procesos académicos, en la presente tesis y son utilizados como el vehículo que permite que los estudiantes construyan su significado robusto de volatilidad en un ambiente real y significativo de una forma eficiente.

1.9. Play It Again: Teaching Statistics with Monte Carlo Simulation¹⁷

La simulación es un factor de suma importancia para la presente investigación, debido a que el manejo del ordenador y la visualización de las situaciones de manera práctica son el instrumento que, como en el texto referenciado anteriormente; acelera el proceso de aprendizaje de una forma exponencial. En este trabajo las simulaciones constituyen la herramienta principal para que el estudiante visualice situaciones estadísticas complejas; en el artículo de la referencia; se explora técnicas pedagógicas basadas en el paquete R para la enseñanza de conceptos abstractos de estadística utilizando la conocida simulación Montecarlo. Estos autores consideran que lo más destacable de la simulación es que se puede aprovechar para enseñar a los estudiantes sobre conceptos básicos en estadística, por ejemplo, es muy fácil mostrar las propiedades del error estándar de la media, con $n = 25$, $\bar{x} = 10$, $s = 2$, al lograr tener n iteraciones y que de forma natural conciba la idea que el error estándar es $ES(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{n}}$, sin que se presente de forma mecánica la fórmula, además de conceptos de mayor envergadura.

Claramente los alcances de la investigación son significativos, los autores están utilizando R-Project, un paquete estadístico de la GNU¹⁸, que es uno de los softwares estadísticos más importantes en el momento y que se está generalizando por su libre utilización, sin embargo, la aplicación de un paquete

¹⁷ Sigal, Matthew J & Chalmers, R. Philip (2016) Play It Again: Teaching Statistics with Monte Carlo Simulation, *Journal of Statistics Education*, 24:3, 136-156

¹⁸ GNU es un sistema operativo de software libre, es decir, respeta la libertad de los usuarios. El desarrollo de GNU ha permitido que se pueda utilizar un ordenador sin software que atropelle nuestra libertad. Tomado de <http://www.gnu.org/> el 12 de octubre de 2017.

estadístico robusto implicaría la destinación de horas valiosas de clase para la enseñanza del lenguaje utilizado por R, por ello, en esta tesis, Excel será la herramienta a utilizar ya que es un software más familiar para los estudiantes, en la ilustración 2 se muestra un ejemplo del lenguaje utilizado por R, para así mostrar la sintaxis que los estudiantes deben aprender, lo que se considera un obstáculo al tener que dedicar tiempo valioso en el aprendizaje.

```
#-----  
# Monte Carlo Simulation without comments  
R <- 5000  
mu <- 10  
sdev <- 2  
N <- c(5, 30, 60)  
res <- matrix(0, R, 3)  
colnames(res) <- N  
  
set.seed(77)  
for(i in N){  
  for(r in 1:R){  
    dat <- rnorm(n = i, mean = mu, sd = sdev)  
    res[r, as.character(i)] <- mean(dat)  
  }  
}  
  
apply(res, 2, mean)  
apply(res, 2, sd)
```

Ilustración 2: Ejemplo de lenguaje utilizado por R. Tomado de R-Project.

Para el desarrollo de la tesis en su parte práctica, se hacen simulaciones utilizando Excel, ya que es un programa conocido y familiar para los estudiantes en la Universidad Antonio Nariño. Aunque las herramientas de Office no son gratuitas, en el entorno educativo colombiano son estudiadas desde la escuela básica (grados primero a noveno), de esa forma, al llegar a la universidad, los estudiantes cuentan con el suficiente conocimiento para que se implemente la simulación casi de forma inmediata, enfocando las actividades en los objetivos primarios de la investigación y no en la enseñanza de la herramienta a utilizar. La consideración inicial de que “todos” manejan Excel, se evaluó al inicio del curso; y se verificó que con un diagnóstico rápido acerca de las competencias específicas en el manejo de Excel es suficiente para iniciar las simulaciones.

1.10. Teaching statistics by using simulations on the Internet¹⁹

En contraste al trabajo analizado en el anterior epígrafe, que realiza las simulaciones en R; en este se utiliza una herramienta mucho más generalizada como es el Internet. En este trabajo se pretende señalar el potencial de las simulaciones por computadora para la enseñanza de conceptos estadísticos y dar una visión general de algunos materiales didácticos interesantes con simulaciones disponibles en la red.

Uno de los elementos que el investigador pretende mostrar como logro, es la utilización de una herramienta al alcance de todos e inclusive considera en sus conclusiones que una de las falencias del estudio es que en algunas partes remotas del mundo aún no existe una cobertura plena de Internet, aunque si se habla de herramientas de uso generalizado, no existe en el mundo herramienta más conocida que ésta.

El uso de simulaciones por computadora en la enseñanza de la estadística resulta ser un medio útil para explicar conceptos estadísticos abstractos, por ello internet resulta ser un método eficaz de entrega de información mediante el acceso casi ilimitado a las bases de datos e inclusive el mismo software de simulación. Por otro lado, Internet proporciona recomendaciones rápidas para el intercambio de información. El establecimiento de sistemas de aprendizaje basados en la web está en marcha y permitirá una amplia disponibilidad en las próximas décadas con una cobertura muy importante.

No cabe duda de que en este tipo de investigaciones el trabajo estadístico propiamente dicho no puede ser opacado por la herramienta utilizada. Si bien existen paquetes estadísticos especializados en la

¹⁹ Blejec, A. (2003). Teaching statistics by using simulations on the Internet. In IASE (International Association for Statistical Education) *Satellite Conference Berlin 2003*. Recuperado de: https://www.researchgate.net/profile/Andrej_Blejec/publication/228831001_Teaching_statistics_by_using_simulations_on_the_Internet/links/0912f50b67f1381cb0000000/Teaching-statistics-by-using-simulations-on-the-Internet.pdf

modelación, como por ejemplo SPSS, SAS y R-Project; la intención de esta tesis es cultivar en el estudiante la idea de que él mismo puede lograr el análisis objetivo y eficiente de los datos desde la misma programación de la hoja de cálculo.

Se considera que, si se emplea un paquete estadístico como R, el mismo manejo del programa puede convertirse en el eje central de la actividad pedagógica y no es el objetivo del aprendizaje ni de la investigación y de esa forma este autor, generaliza de forma masiva la manera de enseñar mediante internet.

Sin embargo, a modo de crítica constructiva, esta metodología tiene sus bemoles; la investigación cuenta con herramientas desarrolladas en la WEB para la simulación de los datos, en Internet se encuentran herramientas muy buenas, pero también otras de dudosa procedencia que el estudiante asumirá como fuentes fidedignas de aprendizaje. Para encontrar fuentes buenas en simulación hay que pagar en sitios especializados en enseñanza de la estadística.

Otro gran inconveniente es que en Internet existen variedad casi infinita de recursos que se pueden utilizar de modo gratuito, pero frente a los cuales no se puede tener la certeza de que continúen brindando un servicio, ya que estos sitios necesitan de mantenimiento que en ocasiones resulta ser bastante costoso. Inclusive en las citas del artículo, se muestra algunas herramientas utilizadas en este estudio que ya no están disponibles en la red como se muestra en la ilustración 3.

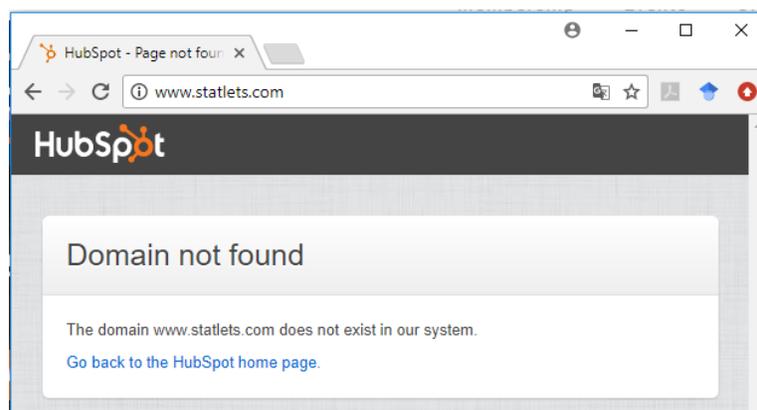


Ilustración 3: Página sugerida en Blejec (2003), dominio que en 2017 no existe²⁰.

La herramienta que se utiliza para la simulación es central, es casi protagonista y por ende se debe escoger de la mejor manera. Se considera que Excel, aunque no es gratuita ni cuenta con las herramientas poderosas de R, es suficiente para los alcances de la investigación y además de ello, es generalizada entre los jóvenes objeto de investigación, de esa forma no se tendrá que invertir mucho tiempo en la enseñanza del software. Por otro lado, Excel no es tan generalizado como Internet, pero el maestro en el aula tiene la certeza de que todo lo que se aplica es de la mejor fuente; confiable, dinámica, útil y maleable por los estudiantes.

1.11. Fundamentación en estadística descriptiva a partir del mercado de capitales²¹

Por la misma corriente de las aplicaciones en finanzas, se puede ver el trabajo expuesto por el profesor Lozada en el encuentro colombiano de educación estocástica. En este trabajo se desarrolla una propuesta de análisis de gráficas y en general un análisis descriptivo de los datos basados en las aplicaciones en el mercado de capitales, particularmente del comportamiento de las acciones, el cual es analizado a partir de conceptos como promedio o desviación estándar.

Es de resaltar que una de las ventajas que se proponen en el artículo, es que todos los estudiantes de una u otra forma están familiarizados con el movimiento accionario. Por ello se considera que los datos que provienen de la bolsa de valores de Nueva York, como herramienta de trabajo son bastante ilustrativos y familiares al estudiante, de esta manera se utilizan en la presente tesis, en este sentido dice el autor del artículo en referencia: “...Al finalizar el proceso se cree que la situación problema

²⁰ Recuperada de www.starlets.com el 10 de octubre de 2017.

²¹ Lozada, Gustavo Adolfo (2016). Fundamentación en estadística descriptiva a partir del mercado de capitales. En Álvarez, Ingrith; Sua, Camilo (Eds.), *Memorias del II Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (pp. 213-220). Bogotá, Colombia.

permitió alcanzar el objetivo de la propuesta, es decir, relacionar conceptos del mercado de capitales y los conceptos de estadística descriptiva...”²².

El trabajo está enfocado a la visualización de los datos del mercado accionario, con unos buenos resultados, ya que los estudiantes relacionan los conceptos estadísticos con los financieros haciendo que el aprendizaje sea significativo en su carrera. No obstante, los alcances de la presente investigación son distintos en la medida que los modelos a utilizar en la presente tesis son netamente estocásticos con el fin de que el estudiante concrete la idea de volatilidad aplicada en modelos riesgosos. Claramente este trabajo es orientado a estudiantes de un nivel superior a los de la propuesta del profesor Lozada, sin embargo, ella es referencia directa para la presente propuesta de modelo.

d. Trabajos referentes a la gamificación en el aula

1.12. El uso de la gamificación en la educación superior: el caso de Trade Ruler.²³

El trabajo de Martí Parreño muestra cómo se utiliza la gamificación mediante el juego Trade Ruler para la enseñanza de un modelo llamado Heckscher-Ohlin, que explica cómo funcionan los flujos del comercio internacional. El trabajo está en etapas iniciales de descripción de las fases del problema y cómo se incluye a la educación superior del estudiante de economía los juegos en línea, este es un buen referente ya que existen varias cosas en común entre los dos trabajos:

a. El uso de simuladores en línea.

²² Lozada, Gustavo Adolfo (2016). Fundamentación en estadística descriptiva a partir del mercado de capitales. En Álvarez, Ingrith; Sua, Camilo (Eds.), *Memorias del II Encuentro Colombiano de Educación Estocástica*. Bogotá, Colombia, p. 216

²³ Martí Parreño, J., Queiro Ameijeiras, C. M., Méndez Ibáñez, E., & Giménez Fita, E. (2015). El uso de la gamificación en la educación superior: el caso de Trade Ruler. *XII Jornadas Internacionales de Innovación Universitaria. Educar para transformar: Aprendizaje experiencial*. Universidad Europea de Madrid P. 95.

b. Los estudiantes objeto de estudio son aprendices muy similares a los de la muestra, en cuanto edad y las carreras que adelantan.

c: En los dos juegos existe una competencia ya que los dos conocen su rendimiento y el de los demás jugadores.

El anterior es un buen ejemplo de lo que se pretende con los estudiantes objeto de la muestra, pero apenas es un estudio descriptivo. Un estudio más reciente, "*The effects of gamification-based teaching practices on student achievement and students attitudes toward lessons*"²⁴, muestra un estudio más robusto y experimental, además cuenta con conclusiones parciales y los efectos que trae consigo la gamificación en la educación superior.

Esta investigación se realizó en la facultad de educación de una universidad estatal en Turquía, los aprendices objeto de estudio fueron 97 alumnos de segundo año (Cuarto semestre) de la Licenciatura en matemáticas para primaria. 49 estudiantes fueron sometidos a las nuevas propuestas pedagógicas basadas en gamificación y 48 estudiantes fueron el grupo de control. Es un trabajo estadísticamente muy interesante en donde se muestran conclusiones contundentes acerca de los beneficios de la utilización de la gamificación en la educación, en la cita se muestra una de las conclusiones de este estudio, en donde textualmente dice "*De acuerdo con los resultados de ANNOVA, la diferencia entre los promedios ajustados de la prueba posterior para los puntajes de las pruebas preliminares de los estudiantes en los grupos experimental y de control fue estadísticamente significativa ($F(1,94) = 5.318, p < 0.05$). El examen de los medios ajustados indicó que el grupo experimental fue más exitoso que el grupo de control.*"²⁵. Yildirim (2017, p. 91). En este estudio se utilizó un instrumento

²⁴ Yildirim, I. (2017). "The effects of gamification-based teaching practices on student achievement and students attitudes toward lessons". *The Internet and Higher Education*, Vol. 33.P. 86-92

²⁵ Yildirim, I. (2017, p 91). "The effects of gamification-based teaching practices on student achievement and students attitudes toward lessons". *The Internet and Higher Education*, Vol. 33.P. 86-92

llamado “Developing an attitude scale for mathematics education courses” o La escala de Türker, Turanli.²⁶ Türker(2013). En contraste, en el caso de esta tesis, la descripción cuantitativa de las conclusiones es uno de los medios para mostrar los resultados del estudio, a pesar de que difiere en el caso anterior en que no se cuenta con grupo de control, se hicieron pruebas antes y después de aplicar el modelo que se propone, que midieron la construcción del estudiante respecto al significado robusto de volatilidad estadística.

Un trabajo que va en la misma vía se visualiza en Huang (2013), donde se muestra un estudio interesante a nivel superior en el cual los estudiantes inmersos en un juego parodian al conocido juego de roles de “Star Wars”; llamado “JFDI Academy”, ellos aplican sus conocimientos en una serie de conferencias y estos conocimientos son aplicados inmediatamente después de adquiridos en un juego que valora sus avances con puntos y muestra a todos los participantes los 15 puntajes más altos. Es de aclarar que los ambientes fueron desarrollados por un equipo de programadores del MIT y Facebook, ya que la aplicación de estas tecnologías es onerosa. Para la presente investigación en esta tesis ya se cuenta con el Software desarrollado por la misma bolsa de valores de Nueva York y eso ya es una ventaja muy grande.

Mediante el juego de la Bolsa de Valores, se pretende que los estudiantes apliquen la teoría vista en clase de forma simultánea, es decir que muchas de las sesiones son orientadas por el docente mientras el estudiante juega, los conceptos estadísticos se atan a la dinámica del juego y ellos, que casi por la necesidad de “jugar” y competir entre sus pares, deben estudiar los conceptos vistos en clase, en este sentido cabe nombrar un experimento llamado “The fun Theory”, que es una campaña de la compañía alemana Volkswagen, donde se afirma que la diversión, obviamente, puede cambiar

²⁶ Türker, N.K. & Turanli, N. (2013). Developing an attitude scale for mathematics education courses via fuzzy statistics. *Middle East Journal of Scientific Research*. 13. 561-567.0.5829/idosi.mejsr.2013.13.4.25213.

el comportamiento para mejorar. La compañía alemana quienes, con experimentos divertidos aseguran que pueden modificar el comportamiento de las personas de una manera significativa, por ejemplo, para desincentivar el uso de las escaleras eléctricas, modifican las escaleras convencionales a modo de teclas de piano sonoras, logrando un aumento en el 66% de las personas que las utilizan, así mismo con el reciclaje de botellas y la recolección de basura en los parques. Así como esta importante empresa busca modificar algunos hábitos, con la aplicación del modelo propuesto en esta tesis, se pretende modificar los hábitos de estudio en el aula de la asignatura de estadística II, en la Universidad Antonio Nariño.

Una de las teorías importantes a utilizar en el modelo propuesto, es la gamificación en el aula, a pesar de que es una herramienta didáctica incipiente y por ello no tiene la suficiente caracterización en el argot de la educación matemática, en Suh (2018) se hace un buen acercamiento a las definiciones de algunas de sus características y beneficios, mediante un estudio de caso bien referenciado en cuanto a los usuarios de un sistema de información.

Bien dicen sus autores, *“Como un paradigma relativamente nuevo para involucrar a las personas, la gamificación se ha adoptado como una estrategia para influir y motivar a las personas a participar en actividades de educación, capacitación, mercadeo, redes y actividades relacionadas con la salud, una introducción al uso de la dinámica del juego para influir en el comportamiento”*²⁷. Se realiza esta cita con el fin de afianzar la idea del párrafo anterior, ya que considero necesario involucrar una influencia transformadora en el aula de estadística.

Este artículo demuestra por medio de encuestas de satisfacción a los usuarios de un sistema de información en distintos niveles de percepción del usuario al tomar el sistema gamificado, utilizan las

²⁷ Suh, A., Wagner, C., & Liu, L. (2018). Enhancing user engagement through gamification. *Journal of Computer Information Systems*, 58(3), 204-213. P. 204

dimensiones de percepción de sus usuarios clasificadas así: REW = Recompensas; SEP = autoexpresión; COT = Competencia; ALT = Altruismo; COM = competencia; AUT = autonomía; REL = parentesco; ENJ = disfrute; ENG = Compromiso; VIG = vigor; DED = Dedicación; ABS = Absorción, con estas dimensiones de la percepción realizan una serie de encuestas arrojando un alfa de Cronbach superior al 77% en todas ellas, con un máximo de 92%. Ese artículo está basado en la teoría de la evaluación cognoscitiva o “*Intrinsic motivation*”²⁸, Deci (2010), donde se afirma que existen tres necesidades psicológicas en el ser humano a saber: Necesidad de competencia, autonomía y relación, que son determinantes en las actividades hedónicas del ser.

En las conclusiones, buscan darle soporte al uso de la gamificación en distintos escenarios calculando R^2 para cada uno de los factores involucrados relacionándolos entre sí, arrojando algunas conclusiones importantes: *“En particular, los resultados indican que diferentes dinámicas de juego contribuyen a aumentar la satisfacción de las necesidades de los usuarios de distintas maneras. Descubrimos que las recompensas aumentan la competencia y la autonomía; la autoexpresión aumenta la autonomía; la competición aumenta la competencia y la relación; y el altruismo aumenta la relación”*²⁹.

Esta conclusión es importante por las relaciones que se crean intrínsecamente basados en estímulos extrínsecos que ahora se toma como el uso del juego en la bolsa de valores, para tener una idea de las dimensiones de la gamificación ya relacionadas, de ese modo se puede hacer una comparación con la presente tesis, buscando acoplar estos conceptos a el aula de clase de estadística II, así:

²⁸ Deci, E. L., & Ryan, R. M. (2010). *Intrinsic motivation*. The corsini encyclopedia of psychology.

²⁹ Suh, A., Wagner, C., & Liu, L. (2018). Enhancing user engagement through gamification. *Journal of Computer Information Systems*, 58(3), P. 204.

REW = Recompensas: Cada estudiante tiene su propio sistema de puntos de ganancia o pérdida dentro del juego y que son reflejados un día después de realizar una compra o venta de un activo en la bolsa de valores.

SEP = autoexpresión: El estudiante es autónomo en sus decisiones, una vez soporte estadísticamente sus compras o ventas, debe estar preparado para justificar numéricamente alguna buena o mala inversión.

COT = Competición: Los estudiantes ingresan al juego y lo primero que encuentran es el ranking, su puesto frente a los demás jugadores.

ALT = Altruismo: Dentro del juego es posible imitar las compras de los líderes del concurso y del mismo modo, los líderes pueden orientar a sus amigos indicando algunas estrategias a seguir.

COM = Competencia: Esta dimensión se ve reflejada, más que en los resultados mismos del concurso, en las habilidades adquiridas por el estudiante para la resolución de problemas y la toma de decisiones.

AUT = Autonomía: Se relaciona mediante el grado de libertad que tuvo el estudiante para utilizar distintas herramientas de decisión, basado en las temáticas vistas en clase.

REL = Relación: Cada estudiante es autónomo en sus decisiones, pero vale la pena observar cómo se genera grupos de trabajo espontáneos relacionado con la actividad a desarrollar.

ENJ = Disfrute: En cada etapa del modelo donde se incluye la gamificación, el estudiante disfruta la experiencia de ser un “trader” de la bolsa de valores, en una realidad virtual que no tiene consecuencias monetarias.

ENG = Compromiso: El compromiso se adquiere consigo mismo en la medida que se involucre en el juego tanto para aprender como para ganarlo.

VIG = vigor: Se traduce como el entusiasmo que se imprime en el juego y se puede medir por el número de jugadas que tenga cada participante en su panel de control.

DED = Dedicación: Respecto a las horas dedicadas al juego.

ABS = Absorción: Apropiación de los conceptos de volatilidad de activos financieros en el entorno gamificado, y que de por sí, nos llevaría a una construcción robusta del significado de volatilidad.

En este trabajo se pueden encontrar algunas formas interesantes de caracterizar algunos de los elementos del juego adaptados al aula de clase, se presentan muchos avances en la caracterización de la teoría general y además muestra una buena manera de aplicar la gamificación en un intento por seguir un proceso estructurado.

1.13. Aprendizaje a través de juegos de simulación: un estudio de los factores que determinan su eficacia pedagógica³⁰

Un artículo importante acerca de las ventajas de la simulación como mediador pedagógico, con simuladores desarrollados por el MIT, Massachusetts Institute of Technology. Aquí se analizan fundamentos del juego en simuladores como herramientas pedagógicas. Una vez aplicada la metodología, se recogen los datos y se realizan encuestas encaminadas a verificar la mejoría en la enseñanza y la percepción de los aprendices en cuanto a su experiencia.

La enseñanza de esta generación es radicalmente distinta a la recibida en generaciones anteriores, debido a la relevancia que tiene la interacción con el mundo digital en su cotidianidad como se muestra en Martin (2014). Es por ello por lo que, si se pretende tomar el aprendizaje significativo como teoría

³⁰ Martin, A. C. U., & Prieto, M. D. S. C. (2014). Aprendizaje a través de juegos de simulación: un estudio de los factores que determinan su eficacia pedagógica. *EduTec. Revista electrónica de tecnología educativa* (47), P. 266.

predominante en esta tesis, es imprescindible utilizar la tecnología para que a los estudiantes objeto de estudio les sea significativa la experiencia.

Continuando con el análisis del artículo, es importante citar textualmente al autor: *“Los juegos de simulación al proporcionar un entorno virtual complejo y rico harán posibles tareas en las cuales los estudiantes aprendan y pongan a prueba su competencia en trabajos y problemas múltiples, este tipo de aprendizaje permite al alumno comprender los contenidos, desarrollar autonomía, explorar e investigar los temas de su propio interés, entre otras muchas habilidades. Por lo que entendemos que es un complemento a otro tipo de actividades”*³¹. Martin (2014, p. 2).

Conclusiones del capítulo 1

1. El uso de la tecnología en la enseñanza de la estadística ya no es una tendencia, es una necesidad. La incorporación y el uso del ordenador en el aula para los estudiantes de pregrado no es una novedad, es parte de su naturaleza y los docentes deben adecuarse a esas nuevas tendencias sociales y pedagógicas.
2. Los conceptos tratados en el aula de estadística deben tener relación con la vida cotidiana del futuro profesional. Para ello los docentes que imparten tales asignaturas deben conocer e ir un paso más allá de la vieja estructura de clase de la escuela conductista de la forma: “Axioma, Teorema, Demostración”. La aplicación es fundamental para que el aprendizaje sea significativo.
3. Las simulaciones en el aula, particularmente para estadística deben ser un vehículo que profundice y acelere el proceso de enseñanza aprendizaje. En este nuevo orden mundial los datos inundan y abruman, un manejo correcto de ellos es primordial para el futuro profesional.

³¹ Martin, A. C. U., & Prieto, M. D. S. C. (2014). Aprendizaje a través de juegos de simulación: un estudio de los factores que determinan su eficacia pedagógica. *EduTec. Revista electrónica de tecnología educativa* (47), P. 4

Claramente los profesionales no van a utilizar calculadora, lápiz y papel para encontrar medidas importantes como las de dispersión en su ejercicio profesional.

CAPÍTULO 2. MARCO TEORICO

En este capítulo se describen algunos elementos necesarios para el diseño del modelo pedagógico, en primera medida, se asume la resolución de problemas como eje central de las actividades propuestas, por su puesto la educación matemática realista y la teoría del aprendizaje significativo enfocado al uso de simulaciones asistidas por computadoras para la construcción del significado robusto de volatilidad; además de ello, la gamificación en el aula es un complemento ideal para que el estudiante correlacione todos estos conceptos que él mismo va construyendo mediante elementos de la vida cotidiana en un juego virtual realista, enfocando esta experiencia a la construcción del significado robusto de volatilidad. De ese mismo modo, también se relacionan algunos referentes de la teoría de la construcción de significados matemáticos. Finalmente, estos referentes deben ser plasmados en el modelo pedagógico y por ello se define qué es y cómo se concibe un modelo.

Este marco teórico está dividido en dos secciones, una es respecto a los referentes teóricos que se utilizan para la elaboración del modelo en su parte pedagógica, las teorías en educación matemática en que se basa el modelo; y otra sección destinada a la teoría netamente disciplinar, que se considera importante anotarla ya que en el currículo de estadística II de la Universidad Antonio Nariño, no contempla estas temáticas por ser netamente financieras, por ello, para el lector debe ser fuente de consulta los modelos financieros que en este marco teórico se traen a colación.

2.1. Marco teórico pedagógico.

2.1.1. Referentes del significado y construcción de significado.

Aunque la presente investigación se basa en la teoría de aprendizaje significativo, matemática realista, gamificación y solución de problemas, es necesario cohesionar todas estas teorías para lograr la construcción de significado, que es el objetivo principal de esta investigación; de ese modo se toma

como referente a la escuela de educación de la Universidad de Granada, en donde han caracterizado el “significado” desde la perspectiva de la disciplina misma de la educación matemática y proponen tres dimensiones de éste, (institucional, personal y temporal), aunque tratándose del mismo objeto matemático, se pueden identificar estas tres dimensiones bajo el mismo espectro pero con diferencias importantes en la medida que en este trabajo se debe identificar plenamente cuál de ellos se pretende construir.

La investigación didáctica se puede plantear desde dos ideas fundamentales, citando literalmente: “... *semiometría, esto es, la caracterización de los significados personales e institucionales y la ecología de los significados, o sea, el estudio de las relaciones entre ambos significados*”³², en este trabajo se asume las diferencias de los distintos significados como un motivo de investigación permanente y es claro que para la comunidad académica una muy buena aproximación de lo que por “significado” se entiende, proviene del grupo de investigación de la Universidad de Granada, sin embargo, el objetivo de la presente investigación no es detallar las distintas formas de construcción de significado ni hacer aportes a la caracterización del mismo, por consiguiente las apropiaciones del concepto de “Significado” se adapta de la tesis doctoral de Tauber (2001), en donde se afirma que:

“El significado institucional de un concepto, que es el compartido dentro de una institución, en nuestro caso, la institución didáctica. Respecto al mismo, diferenciamos en nuestro trabajo: a1. El significado institucional local, aquello que el profesor se propone enseñar en unas circunstancias determinadas. a2. El significado institucional observado, lo que realmente se lleva a cabo en el aula, que puede variar respecto a lo previsto. a3. El significado institucional de referencia, que sirve de pauta de comparación y da cuenta del hecho de que el contenido a enseñar en unas circunstancias determinadas no agota

³² Godino, Juan D. (1999). Implicaciones metodológicas de un enfoque semiótico-antropológico para la investigación en Educación Matemática. En Ortega, Tomás (Ed.), *Actas del III SEIEM*. Valladolid: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. Valladolid, España, p. 204

*el significado completo del objeto. b. El significado personal adquirido por los estudiantes a lo largo del proceso de estudio*³³.

La presente investigación diseña un modelo que fomenta la construcción del significado personal de volatilidad, dejando de lado los demás, para así enfocar el modelo en el estudiante, no en la institución. Incuestionablemente el grupo de investigación de la Universidad de Granada lleva un trabajo muy serio acerca de la caracterización de significado y producto de ello es el trabajo de Tauber (2001), por ende, se toman las definiciones de significados tanto personal como institucional propuestos allí y provienen de Godino (1994).

2.1.2. Referentes en los fundamentos teóricos de la resolución de problemas.

En la Universidad Antonio Nariño, la tendencia generalizada es que sus investigaciones de maestría y doctorado en educación matemática se basen en la resolución de problemas debido a su tradición en la organización de las Olimpiadas Matemáticas, además de la orientación en el tipo de educación que ofrece y el modelo pedagógico, claramente esta tesis es producto de esa escuela; por ello, mediante la aplicación del modelo se pretende que los alumnos sean autónomos en la resolución de problemas.

Por ello la influencia que tiene la tendencia de la resolución de problemas desde que se propone el método de Dewey (1910), quien propone cinco fases así: uno: Consideración de alguna experiencia actual y real del niño. Dos: Identificación de algún problema o dificultad suscitados a partir de esa experiencia. Tres: Inspección de datos disponibles, así como búsqueda de soluciones viables. Cuatro: Formulación de la hipótesis de solución, y cinco: Comprobación de la hipótesis por la acción, como se muestra en Hook (2000); distintos autores tienen como clara postura de investigación en educación,

³³ Tauber, L. M. (2001). *La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos.* (Tesis doctoral) Universidad de Sevilla, Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Sevilla, España, P. 54.

la resolución de problemas; por ejemplo: Wallas (1926), Duncker (1945), Polya (1945), Wertheimer (1959), Bransford (1987), Schoenfeld (1985), y Guzman (1991), Lesh (2003), entre otros. Es una postura interesante ya que numerosos estudios han mostrado que inclusive los estudiantes con habilidades superiores en la solución de problemas utilizan un proceso estructurado, una estrategia definida o heurísticas que guían su acción y que les ayudan a visualizar las soluciones con el fin de encaminarse en alguna solución; además que les permita evadir los inconvenientes y caminos que no conducen a soluciones efectivas al problema, como se muestra en Nieto (2005) y en Yunita (2019).

Cabe destacar que estas metodologías son aplicables a problemas referentes a distintas áreas, es decir, las estrategias son aplicables tanto para estadística como cálculo, álgebra, geometría, etc., por esta razón es necesario incorporar la resolución de problemas en momentos importantes de la puesta en marcha del modelo que se propone. Estos procesos estructurados de pensamiento hacen posible la medición y el control por parte del docente en cuanto a los resultados esperados en cada una de las etapas propuestas para la consecución de los logros.

Para esta investigación se toma como base los planteamientos en resolución de problemas de Bransford (1987), quien propone su método **IDEAL** para la solución de problemas y consta de las siguientes etapas.

I, identificación del problema

D, Definición y representación del problema

E, Exploración de posibles estrategias

A, Actuación, fundada en una estrategia

L, Logros. Observación y evaluación de los efectos de las acciones.

Dentro de la investigación se pretende seguir un único modelo de resolución de problemas y éste es un buen referente porque tiene en cuenta el logro del estudiante y este factor es de importancia suprema en el modelo que aquí se propone.

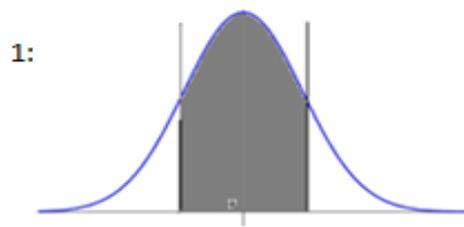
En la elaboración de los problemas reto y demás actividades planteadas para que el estudiante realice, ya sea con el uso del ordenador o sin él, se debe tener en cuenta los cinco pasos propuestos por Bransford, una de las situaciones problémicas se puede describir de la siguiente forma:

Ejemplo: Se presentan dos gráficas de distribuciones normales y dos expresiones de probabilidad. Suponga que Z es una normal estándar. Aparee horizontalmente la gráfica según corresponda a la probabilidad asociada si:

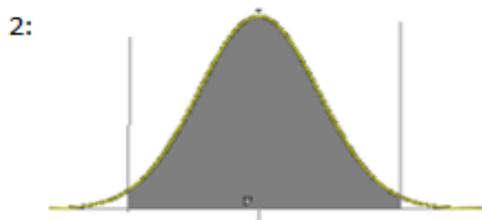
$$z_1 = \frac{Z - \mu}{\sigma_1}$$

$$z_2 = \frac{Z - \mu}{\sigma_2}$$

y se tiene que: $\sigma_1 \geq \sigma_2$



A: $P(x_1 < z_2 < x_2)$



B: $P(x_1 < z_1 < x_2)$

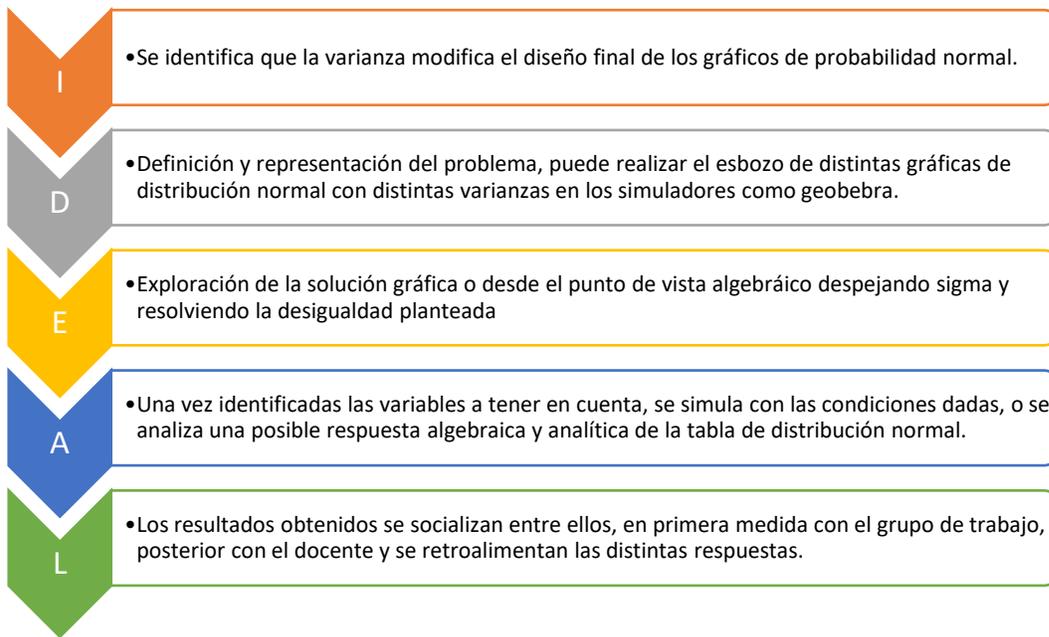


Ilustración 4: Ejemplo de solución de problema mediante el modelo IDEAL. Elaboración propia.

Tener una metodología clara y concisa de los pasos que se efectúan para la solución en cada problema es un buen inicio, con esa metodología ya que se le puede orientar al estudiante en cuanto a qué acción debe efectuar y en qué momento.

Para la presente tesis es de fundamental importancia las metodologías propias de la resolución de problemas acompañada de la teoría de la educación matemática realista de Freudenthal (1986). Estos dos teorías son pilares fundamentales para la investigación, con el fin de proponer actividades que doten al estudiante de mejoras en la capacidad de abstracción ante un problema de la vida real, sin dejar de lado algunos conceptos importantes que son netamente teóricos; por este motivo en las actividades propuestas hay problemas de distinta naturaleza, como se muestra en los anexos del 5 al 13.

2.1.3. Referentes de la educación matemática realista

Esta teoría tiene por objeto, la enseñanza de las matemáticas desde escenarios de la vida cotidiana, donde el estudiante manifieste sus potencialidades aplicadas a problemas reales. Los principios de la educación matemática realista son los siguientes:

1. Principio de actividad: Esta tendencia de la educación matemática considera que Impartir matemáticas está “*al revés*”, porque se dicta la teoría y posterior a ello se busca alguna aplicación cotidiana a eso que se aprendió. Por el contrario, él plantea que la enseñanza de la matemática debe ser producto de un análisis de las situaciones cotidianas y de allí abstraer lo que se puede modelar, en un proceso llamado: “*Matematización*”, entonces en el modelo se propone iniciar con el problema y desde allí se van construyendo los significados implícitos en cada una de las actividades, fomentando que esta construcción sea robusta.

2. Principio de realidad: Abstraer los problemas de la cotidianidad y de allí, en su realidad, buscar modelar mediante los contenidos propios de la asignatura, es más provechoso y significativo para el estudiante ya que explota los recursos propios de su imaginación para resolver problemas que realmente le afectan como ser humano social y profesional. Utilizar contextos facilita la comprensión del estudiante hacia donde debe dirigir una posible respuesta.

3. Principio de reinvención: “*Las experiencias del sentido común cristalizan en reglas por ejemplo la conmutatividad de la suma y estas reglas se transforman en un nuevo sentido común...*”³⁴. Es clara la cita realizada, por las experiencias provenientes de la cotidianidad que se matematicen, ya forman parte de la reinvención como ser pensante y crítico de su entorno y cotidianidad.

³⁴ Bressan, A., Zolkower, B. E. T. I. N. A., & Gallego, F. (2004). Los principios de la educación matemática realista. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. P. 82.

4. Principio de los niveles: Para esta teoría es importante los niveles de matematización: Se distingue dos dimensiones en la matematización: matematizar horizontalmente consiste en convertir un problema de la realidad en un problema matemático haciendo uso del sentido común, la intuición, la observación, la aproximación empírica y la experimentación inductiva.

Matematizar verticalmente consiste en moverse dentro mismo de la realidad matemática haciendo uso de la esquematización, la generalización, la prueba, el rigor y la simbolización. Como lo describe Bressan (2004), las etapas de la matematización son las siguientes:

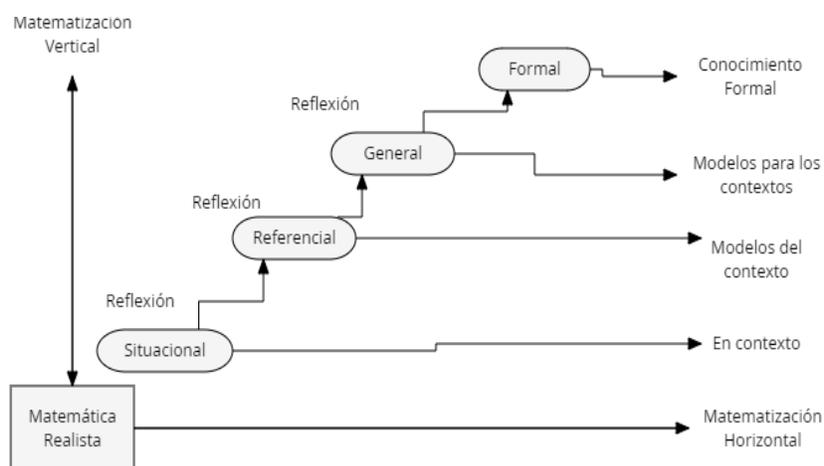


Ilustración 5: Niveles de matematización propuestos por Freudenthal. Adaptación de Bressan (2004).

El Juego de la Market Watch³⁵ de la Bolsa de valores de Nueva York es un escenario excelente para que los estudiantes correlacionen todos los conocimientos estadísticos en un ambiente real. Se simula mediante una plataforma asistida que otorga al participante cierto monto de dinero para que se tenga la posibilidad de invertir en acciones como si realmente estuviese en el mercado bursátil, ya que las consecuencias de sus movimientos se ven reflejadas al día siguiente con subidas o bajas de su capital inicial. La meta es tener la mejor rentabilidad frente a otros participantes. Las situaciones en contexto se definen en adelante tomado de Freudenthal, que las define como un “*Dominio de la realidad el cual*

³⁵ Simulador de la bolsa de valores de Nueva York. <https://www.marketwatch.com/>

en un determinado proceso de aprendizaje se revela al alumno para ser matematizado”³⁶ y esta es la manera de expresar dicha teoría, mediante el juego ya muy realista.

La presente investigación, tiene un tratamiento realista de los datos, obteniendo diariamente informes provenientes de “yahoo finance”³⁷, la matemática que se desarrolla en las actividades es aplicada a modelos empresariales reales en el contexto internacional y las simulaciones son parte del trabajo inicial de los estudiantes mediante la aplicación de la matemática en entornos contingentes. Para el trabajo es importante acoger esta teoría, ya que se plantean actividades con lúdicas simuladas en ambientes reales.

En la aplicación del modelo, los estudiantes deben visualizar su vida cotidiana en los elementos del juego Market Watch, para actuar como un Trader utilizando el concepto de volatilidad, abstrayéndolo de su forma más primitiva y abstracta en las bases de datos históricas, realizando simulaciones con el adecuado uso de la estadística. En la ilustración 6 se muestra un ejemplo de la forma en que los datos se le presentan al estudiante con el fin de que el aprendiz inicie su análisis, desde la organización de los datos, hasta el resultado final de alguna decisión. Este constructivismo asociado a las simulaciones en Excel, son la herramienta para que el alumno modele matemática y financieramente los datos desde la realidad.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Date,Open,High,Low,Close,Adj Close,Volume									
2	2018-07-02,183.820007,187.300003,183.419998,187.179993,184.373459,17731300									
3	2018-07-03,187.789993,187.949997,183.539993,183.919998,181.162354,13954800									
4	2018-07-05,185.259995,186.410004,184.279999,185.399994,182.620163,16604200									
5	2018-07-06,185.419998,188.429993,185.199997,187.970001,185.151627,17485200									
6	2018-07-09,189.500000,190.679993,189.300003,190.580002,187.722488,19756600									
7	2018-07-10,190.710007,191.279999,190.179993,190.350006,187.495941,15939100									
8	2018-07-11,188.500000,189.779999,187.610001,187.880005,185.062973,18831500									
9	2018-07-12,189.529999,191.410004,189.309998,191.029999,188.165741,18041100									
10	2018-07-13,191.080002,191.839996,190.899994,191.330002,188.461243,12513900									
11	2018-07-16,191.520004,192.649994,190.419998,190.910004,188.047531,15043100									
12	2018-07-17,189.750000,191.869995,189.199997,191.449997,188.579453,15534500									
13	2018-07-18,191.779999,191.800003,189.929993,190.399994,187.545181,16393400									

Ilustración 6: Datos del histórico de movimientos de la acción de Apple³⁸

³⁶ Freudenthal, H. (1991). Revisiting Mathematics Education: *China Lectures*, Kluwer, Dordrecht, Reidel Publishing Co.p73

³⁷ Página especializada en finanzas, allí se obtienen los precios de las acciones en forma detallada. <https://finance.yahoo.com/>

³⁸ Tomado de <https://finance.yahoo.com/> el 24 de agosto de 2018.

2.1.4. Referentes de la teoría del aprendizaje significativo

Se abre este acápite del marco teórico con esta frase célebre del creador de la teoría del aprendizaje significativo, *"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñele consecuentemente"*³⁹. Para Ausubel son muy importantes los conocimientos previos del estudiante, la idea de realizar la presente investigación mediante la experimentación es que el estudiante se cree un ambiente familiar con aplicaciones agradables para él con el fin de que asimile con facilidad la importancia y la pertinencia de los temas a desarrollar en el aula de estadística.

El contexto significativo consiste en toda la plataforma tecnológica de simulación en la que se pretende llevar a cabo las prácticas, a saber: hoja de cálculo y el simulador de la Bolsa de valores de NY, para generar un ambiente competitivo de aprendizaje en donde el estudiante tiene que conjugar teoría y práctica desde un ámbito familiar.

Como lo afirma Ausubel: *"En la escuela conductista el aprendizaje era sinónimo de adoctrinar, sin embargo, se puede afirmar con certeza que el aprendizaje humano va más allá de un simple cambio de conducta, que conduce a un cambio en el significado de la experiencia"*⁴⁰; el proceso de enseñanza aprendizaje para el ser humano implica mucho más que lo cognitivo, también se tiene en cuenta al ser humano como individuo y únicamente cuando se considera en conjunto, cuando se tiene en cuenta al estudiante como ser humano y su entendimiento cognitivo, se capacita al individuo para enriquecer la vivencia en su experiencia. Se considera al aprendizaje significativo, únicamente cuando los contenidos se relacionan de manera sustancial y no arbitraria, con lo que el alumno ya sabe, por ello

³⁹ Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1976). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* (Vol. 3). México: Trillas, p. 6

⁴⁰ Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Fascículos de CEIF, p. 1

esta experimentación es significativa para los estudiantes y genera un cambio en el significado de su vivencia en el aula. *“Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición⁴¹”*.

La teoría del aprendizaje significativo involucra dos aspectos muy importantes de la educación, el aprendizaje por descubrimiento y el aprendizaje por recepción, esto explica parcialmente la teoría fundamental y gran parte del trabajo se basa en la idea que cada simulación lleva consigo una carga implícita de conceptos difusos de estadística.

El principal motor de la investigación es llegar al estudiante con unas situaciones que conlleven a conjeturar conceptos estadísticos que por lo general son etéreos, muchas veces sin importancia práctica, por esta razón se tiene en cuenta una parte importante de la teoría del aprendizaje significativo, que es el aprendizaje por recepción; en este, el contenido objeto de aprendizaje se muestra al estudiante en su forma final, para que sea interiorizado, se le presenta de tal manera que pueda reproducirlo o aplicarlo posteriormente.

En cambio, en el aprendizaje por descubrimiento, los contenidos no se presentan al estudiante en su forma final; el estudiante debe descubrirlos, construirlos, formalizando e interiorizando. En el aprendizaje por descubrimiento es necesario que el estudiante conciba la información de tal forma que logre llevarla a la estructura cognitiva, para reorganizar o transformar los conocimientos previos en nuevos con la estructura modificada que se pretende. *“El aprendizaje por recepción, si bien es fenomenológicamente más sencillo que el aprendizaje por descubrimiento surge paradójicamente ya*

⁴¹ Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de CEIF, p. 2

*muy avanzado en el desarrollo y especialmente en sus formas verbales más puras logradas, implica un nivel mayor de madurez cognoscitiva*⁴².

En la investigación se aplica el aprendizaje por descubrimiento en todas sus etapas, sin embargo, en las fases de aplicación del movimiento browniano propuesto por Brown (1928) o el modelo de Black Scholes (1973), es imposible que el estudiante descubra por sí mismo modelos tan refinados, de esa forma el aprendizaje por recepción será aplicado, para que posteriormente el estudiante utilice dicho conocimiento y sea significativo mediante la experiencia de la simulación, el aprendizaje significativo es la construcción de su significado personal de tales modelos y la forma en que le pueden ayudar en su vida profesional.

Si bien es cierto que el aprendizaje por recepción va un poco en contravía de los postulados aplicados en las teorías de resolución de problemas, es necesaria y complementaria cuando los temas a enseñar son demasiado abstractos. El aprendizaje significativo en estos conceptos es orientado hacia la aplicación, no hacia la construcción de los modelos.

Para la investigación es muy importante explorar estos dos momentos, ya que existen temáticas en las que, por más tiempo que se dedique, o por muy buenos sean los estudiantes, no va a ser posible que ellos mismos descubran los modelos apropiados por aplicar; de esa forma el aprendizaje por recepción será una guía, un norte con el cual se da inicio al constructivismo desde las aplicaciones financieras con modelación. Una vez es otorgado tal conocimiento, es necesario que el estudiante elabore su simulador en Excel para adecuar los datos a las necesidades del problema y comenzar a trabajar en el tratamiento estadístico apropiado de los datos. En la ilustración 7, se muestra una relación entre el significado y el aprendizaje significativo propuesto por Ausubel.

⁴² Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de CEIF, 1, p.4

“Relación del aprendizaje significatividades potencial y lógica y significado psicológico”⁴³: Ausubel,

D. (2002, p 123)

A.	Aprendizaje significativo o adquisición de significados	Requiere de:	Material potencialmente significativo	Disposición para el aprendizaje significativo
B.	Significatividad potencial	Depende de:	Significatividad lógica (La responsabilidad intencional y sustancial del material de aprendizaje con las correspondientes ideas pertinentes que se hallan al alcance de la capacidad de aprendizaje humano)	La disponibilidad de tales ideas pertinentes en la estructura cognoscitiva del alumno en lo particular.
C:	Significado psicológico (significado fenomenológico indiosincrático)	es el producto del	Aprendizaje significativo	La significatividad potencial y la disposición para el aprendizaje significativo.

Ilustración 7: Relación del aprendizaje significatividades potencial y lógica y significado psicológico.

Fuente: Ausubel (2002), Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. Barcelona: Editorial Paidós Ibérica. P. 123.

Los elementos propios de aprendizaje que se utilizan para que sea significativo es así relacionable no arbitrariamente en una serie de elementos que, como Ausubel afirma: “con ideas que vengan al caso específicamente, como ejemplos, productos, casos especiales, extensiones, elaboraciones, modificaciones y generalizaciones más inclusivas; o podría relacionarse con un arreglo más amplio de ideas pertinentes siempre y cuando fuese generalmente congruente con ellas”⁴⁴. La construcción del significado que se propone en la investigación sugiere una serie de elementos que provienen de la matemática realista, la gamificación, la resolución de problemas, todo esto unido con una amalgama

⁴³ Tabla tomada literalmente de: Ausubel, D. (2002) *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Editorial Paidós Ibérica. P. 123.

⁴⁴ Ausubel, D., Novak, J. Y. H. H., & Hanesian, H. (1976). *Significado y aprendizaje significativo. Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*, Ed, p.4

que es el uso de la tecnología en el aula mediante el manejo de programas como Excel y los simuladores de operaciones bursátiles en internet.

2.1.5. Referentes de la gamificación en la educación.

Las palabras “gamificación”, “juguetización” y “ludificación” son relativamente nuevas en el argot de la educación de nivel superior, sin embargo, ha tomado bastante fuerza experimentos en el aula que involucran juegos y lúdicas que sean centrales en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Un acercamiento a la definición de gamificación adaptada de distintos artículos acerca de gamificación en el aula es: La incorporación de elementos del juego en contextos que no lo son, en este caso, el aula de clase. Esta es una adaptación principalmente de Huang (2013) y Suh (2018). En un artículo interesante acerca de la caracterización de la gamificación, se afirma que una vez puesta en marcha la gamificación, salen a la luz algunas características medibles como compromiso, influencia, lealtad, etcétera, pero que, como se cita: *“también hay beneficios de la gamificación que no se pueden medir como el simple, pero no cuantificable concepto de diversión, que es probablemente la razón principal por la que se juega”*⁴⁵.

En otro importante artículo, se realiza una caracterización de los argumentos por los cuales es importante la aplicación de la gamificación en el aula: Motivación, Compromiso del Jugador, Adaptabilidad y Fracaso Agraciado. Además de ello, muestran un modelo para la aplicación de la gamificación, con tres elementos como son: un desafío, una respuesta y retroalimentación, es claro que una de las ventajas de la gamificación en el aula más importante, es la motivación del estudiante ya sea hacia el mismo juego, hacia el aprendizaje que se imparte con el juego, hacia las recompensas,

⁴⁵ Markopoulos, A. Fragkou, A. Davim, J. (2015). Gamification in engineering education and professional training. *International Journal of Mechanical Engineering Education*. 2015, Vol. 43, p.119.

etcétera; pero sin duda alguna es una herramienta muy poderosa para llegar al estudiante de forma amable como se muestra en Plass (2015).

Huang (2013), define cinco pasos para aplicar correctamente la gamificación en el aula de clase que se detallan en la ilustración 8.

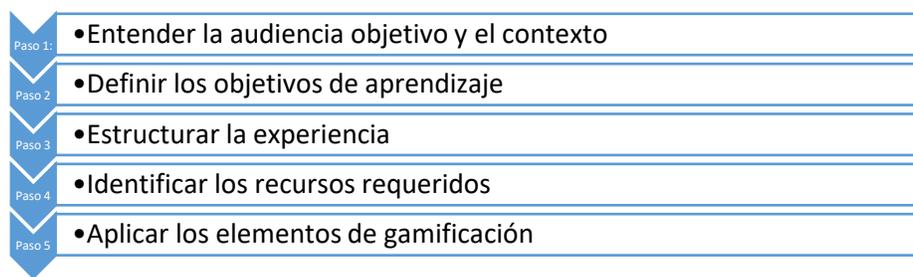


Ilustración 8: Pasos para aplicar la gamificación en el aula. Traducido de Huang (2013), P. 7.

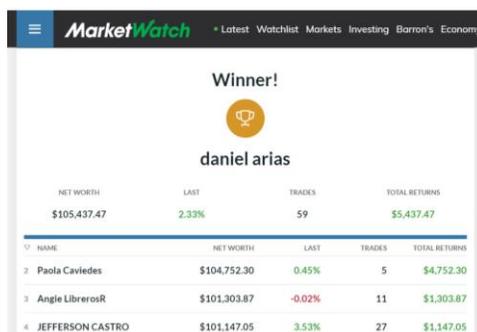
Otro referente de la ludificación del aprendizaje, pero ya aplicado a la probabilidad, es el estudio de caso de “Competencia de preguntas”⁴⁶, quien cita diferentes actividades de tipo lúdico y competitivo, con el propósito de realizar una revisión de los conceptos que serían evaluados en el segundo parcial de la asignatura probabilidad. En detalle los temas son: variable aleatoria y su función de probabilidad en general y análisis de algunas distribuciones más utilizadas en la práctica. El juego consiste en un concurso de preguntas y respuestas desarrollado en una clase de repaso como preparación al segundo parcial. Este juego se elaboró, a través de una presentación en Power Point.

Se afirma que no todos los tipos de juegos son adaptables a todas las situaciones, todo depende del significado que se quiera enseñar, entre los juegos que se pueden implementar están: rompecabezas, aventura, los juegos de simulación, los juegos de estrategia, de estrategia en tiempo real y el

⁴⁶ Funes, M., & Guardiola, M. (2016). *Enseñanza a través de la metodología del juego y de actividades interactivas en las aulas de la Facultad de Ciencias Económicas*. Experiencias de la Comunidad de Prácticas para el mejoramiento de la enseñanza de las Ciencias Económicas, Ed. Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. 11. P. 54

entrenamiento educativo, se recomienda al lector profundizar en estas temáticas en Markopoulos (2015). Para encontrar el juego ideal a implementar en el aula.

En esta investigación que pretende crear significado en torno a la volatilidad, así que debe ser una gamificación ligada a la simulación y con resultados en tiempo real, para que se generen los motivantes que provienen de la puesta en marcha del modelo; que los estudiantes sientan el control y la utilidad de la probabilidad, que sean libres de fallar y volverlo a intentar, que se diviertan con su simulador y que apliquen toda la teoría probabilística en tiempo real. El juego que se pretende incorporar como instrumento de gamificación es bastante robusto, es casi protagonista en la escena del aprendizaje del estudiante. No es un examen, sino una herramienta de decisión, una fuente casi inagotable de aplicación de conocimientos estadísticos y financieros en un ámbito familiar para los estudiantes. En la ilustración 9 se muestra la página de inicio del concurso, a pesar de que se utiliza, la educación matemática realista como soporte teórico en este simulador, no cabe la menor duda que más allá de ser un simulador, es un juego.



The screenshot shows the MarketWatch website interface. At the top, there is a navigation bar with the MarketWatch logo and links for Latest, Watchlist, Markets, Investing, Barron's, and Economy. The main content area features a 'Winner!' announcement with a trophy icon and the name 'daniel arias'. Below this, a table displays the performance of the winner and other participants. The table has five columns: NAME, NET WORTH, LAST, TRADES, and TOTAL RETURNS. The winner, Daniel Arias, has a net worth of \$105,437.47, a last change of 2.33%, 59 trades, and total returns of \$5,437.47. Other participants include Paola Caviedes, Angle LibrerosR, and Jefferson Castro.

	NET WORTH	LAST	TRADES	TOTAL RETURNS	
Winner! daniel arias	\$105,437.47	2.33%	59	\$5,437.47	
1	NAME	NET WORTH	LAST	TRADES	TOTAL RETURNS
2	Paola Caviedes	\$104,752.30	0.45%	5	\$4,752.30
3	Angle LibrerosR	\$101,303.87	-0.02%	11	\$1,303.87
4	JEFFERSON CASTRO	\$101,147.05	3.53%	27	\$1,147.05

Ilustración 9: Página donde se muestran las posiciones de los jugadores⁴⁷.

Este juego genera una sana competencia entre los participantes ya que diariamente se muestran los resultados de las operaciones realizadas el día anterior.

⁴⁷ Recuperado de: <https://www.marketwatch.com/>

2.1.6. Referentes teóricos de los modelos didácticos

Para la investigación se realiza una consulta de las diferentes definiciones de modelos, caracterizando cada una de ellas e identificando aspectos esenciales y cómo representan la realidad de forma simplificada.

Entre éstas cabe resaltar la siguiente en donde se afirma que: un modelo es “... *un sistema concebido mentalmente o realizado de forma material que, reflejando o reproduciendo el objeto de la investigación, es capaz de sustituirlo de modo que su estudio nos dé nueva información sobre dicho objeto*”⁴⁸; Otros autores aportan en sus estudios definiciones de modelo didácticos: Sierra (2002), Jiménez (2000), Sigarreta (2011), Escalona (2007), entre otros. Para Sigarreta, un modelo didáctico es “*una concepción sistemática que, en plano de la enseñanza y del aprendizaje, estructura una determinada práctica dentro del proceso docente educativo, para incidir en la formación integral de la personalidad del estudiante*”⁴⁹; esta definición propicia la organización o estructuración de la práctica y en su fin considera la meta a lograr.

Todos los referentes anteriormente descritos se plasman en el modelo propuesto. Este grupo de investigación se basa en el criterio de que los modelos didácticos están estrechamente relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje. Otro importante autor afirma que los modelos pedagógicos modernos responden particularmente a cinco interrogantes, “... *a) a qué tipo de hombre se desea formar, b) Cómo o con qué estrategias metodológicas; c) a través de qué contenidos, entrenamientos o experiencias; d) a qué ritmo debe adelantarse el proceso de formación; y e) Quién predomina o dirige el proceso, si el maestro o el alumno*”⁵⁰; con base en ello, se diseña el modelo que responde

⁴⁸ Kaufman, A. (1996). *Modelación*. Tomo I, CECSA, Barcelona, p.17

⁴⁹ Almira, J. M. S., & Laborde, J. M. (2003). Modelo Didáctico para la Formación Axiológica a través de la Resolución de Problemas Matemáticos. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 4(1), p.4.

⁵⁰ Flórez Ochoa, R. (1994). *Modelos pedagógicos y enseñanza de las ciencias. Hacia una pedagogía del conocimiento*. McGraw Hill, Bogotá, p.165.

una a una los interrogantes que Flórez afirma que debe responder un buen modelo pedagógico, además de tales respuestas, se diseñó una metodología que evaluó la efectividad del aprendizaje como se muestra en el acápite de resultados.

Respecto de los modelos en el proceso de enseñanza–aprendizaje.

Algunas de las definiciones importantes en el campo de los modelos didácticos, se puede traer a colación los siguientes, que son referentes mundiales frente al tema ya que los autores son autoridad en el tema, por ello el modelo propuesto en la presente tesis es una amalgama de varias propuestas importantes:

*“Modelo es una representación generalmente simplificada de un fenómeno real”*⁵¹. *“Modelo es una representación abstracta y simplificada de un cierto fenómeno real, ciertas operaciones que traducen situaciones reales”*⁵², también afirma: “Por modelo se entiende un sistema concebido mentalmente o realizado de forma material, que, reflejando o reproduciendo el objeto de la investigación, es capaz de sustituirlo de modo que su estudio nos dé nueva información sobre dicho objeto”⁵³, Por otro lado, Miller lo define como: *“...una concepción sistemática que, en el plano de la enseñanza y del aprendizaje, estructura una determinada práctica dentro del proceso docente educativo, para incidir en la formación integral de la personalidad del estudiante”*⁵⁴.

Para esta investigación se asume la definición propuesta por Escalona, que afirma: *“... un modelo didáctico es una abstracción del proceso de enseñanza-aprendizaje, o parte de este, que fundamentado teóricamente permite interpretarlo y establecer nuevas relaciones en función de lograr*

⁵¹ Henry, P. (1995). *Modelos de investigación*. Servicio de publicaciones UPV, Valencia. P. 46

⁵² Kaufman, A. (1996). *Modelación*. Tomo I, CECSA, Barcelona, p.17.

⁵³ Kaufman, A. (1996). *Modelación*. Tomo I, CECSA, Barcelona, p.18.

⁵⁴ Miller, J. (1998). *The psychology mathematical*. Princeton, University Press, Princeton. P.13

perfeccionar dicho proceso”.⁵⁵, Se toma esta opción ya que considera características importantes que debe presentar los modelos como lo muestra la ilustración 10:

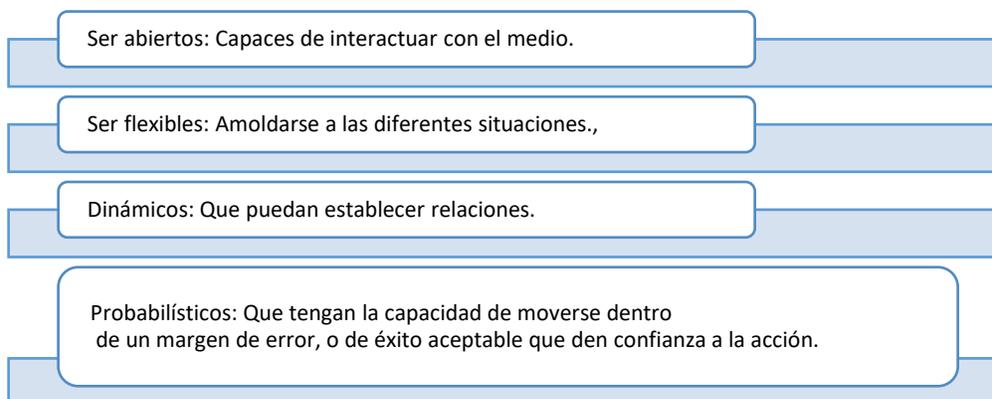


Ilustración 10: Características de un buen modelo. Escalona (2007), de Adaptación propia.

El modelo propuesto en esta tesis es una adaptación de las propuestas de los autores anteriores y con una fuerte influencia del modelo de Almira (2015), el modelo se muestra en el capítulo destinado a ello.

2.2. Marco teórico disciplinar.

Para la investigación es importante definir algunos conceptos necesarios para implementar el modelo con la suficiente teoría para ser implementado, se ve la necesidad de ello, debido a que, en la mayoría de los currículos en estadística no se contemplan tales temas por provenir exclusivamente de aplicaciones financieras, de ese modo, en este marco teórico se hace un recorrido por las temáticas que complementan la enseñanza de la estadística en el modelo.

⁵⁵ Escalona Reyes, M. (2007). *El uso de recursos informáticos para favorecer la integración de contenidos en el área de Ciencias Exactas del preuniversitario*. (Tesis doctoral) Instituto superior pedagógico “José de la luz y caballero” Holguín, Cuba, p.65.

2.2.1. Volatilidad

La volatilidad en el mercado financiero es una medida de la dispersión de la serie de los log-retornos de un determinado activo. Típicamente, se mide usando la desviación estándar o la varianza de la serie, pero existen otras métricas que pueden ser usadas tales como el número de cruces de la media. Si se considera el porcentaje de variación relativa, puede considerarse una aproximación a la probabilidad de que se produzcan movimientos imprevistos en el precio del activo a corto plazo en un lapso determinado.

Los activos, inclusive los mercados completos con una volatilidad pequeña son inestables y tienden a experimentar movimientos al alza o a la baja muy bruscos, generando ganancias o pérdidas inesperadas; los activos más volátiles implican mayores riesgos y por ende deben ser analizados con mayor detenimiento. El perfil del inversor justamente se mide según el nivel de riesgo de las inversiones que efectúa. Generalmente el inversor se cataloga en tres perfiles; conservador, moderado y arriesgado, como se propone en Caballero (2015),

La volatilidad en ocasiones se mide en betas, como lo propone Sharpe (1977), y es una medida de los movimientos de precios de un activo comparados con los movimientos del índice subyacente. Es la razón entre la desviación estándar del activo y la desviación estándar del índice de referencia, multiplicado por la correlación entre la acción y el índice de referencia.

$$\beta_i = \rho_{im} \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$$

Dónde:

β_i = Índice de beta del activo i

ρ_{im} = Correlación entre el activo i y su índice de referencia.

σ_i = Desviación estándar del activo en cierto lapso.

σ_m = Desviación estándar del mercado de referencia.

La interpretación del índice se muestra en la ilustración 11.

β_i	Riesgo	Ejemplo	Interpretación
$\beta_i \leq 1$	Menor riesgo sistemático	$\beta_i = 0.7$	Tiene un 30% menos de riesgo al del conjunto de las acciones en su mismo índice.
$\beta_i = 1$	Igual riesgo sistemático	$\beta_i = 1$	Tiene igual riesgo al del conjunto de las acciones en su mismo índice.
$\beta_i \geq 1$	Mayor riesgo sistemático	$\beta_i = 1.3$	Tiene un 30% más de riesgo al del conjunto de las acciones en su mismo índice.

Ilustración 11: Análisis de riesgos según los índices beta del activo. Elaboración propia.

El riesgo sistemático es el riesgo del conjunto de los activos en las que la inversión tiene su mercado; este tipo de riesgo no es controlable y depende en gran medida de los riesgos implícitos en la economía como el riesgo país⁵⁶.

Cuando se trata de medidas de dispersión, en las finanzas se necesita más que un punto de medida de las variaciones estáticas del estadístico; es necesario conocer la estimación de la volatilidad futura, tener una medida de estimación puntual o por intervalo del parámetro. Para encontrar esto, es necesario conocer cómo se comportan las medidas de desviación a lo largo del tiempo. Hacer inferencia acerca de ello es bastante importante para los futuros profesionales en áreas administrativas económicas y contables, y por esta misma razón es que la aplicación del modelo propuesto en esta tesis es enmarcada en la asignatura estadística II o estadística inferencial.

En las finanzas nada es estático y es necesario tener en cuenta el tiempo para lograr un manejo conservador, moderado o arriesgado de las inversiones en las empresas en que se desempeñará el

⁵⁶ Bedoya, G. S. (1999). Análisis Riesgo-País. *Estudios Gerenciales*, 37-46.

profesional, para ello la volatilidad y la elaboración de un estimador confiable o su distribución son esenciales para el éxito.

Para la investigación es muy importante llegar a inferir en algunos elementos relacionados con el concepto de volatilidad estadística aplicada a datos de compra y venta de activos financieros de renta variable, en donde se aplican de una manera real los conocimientos adquiridos en la asignatura. En particular, se utilizan técnicas de simulación asistida por computadoras, con hojas de cálculo modeladas por el mismo estudiante que facilitan la comprensión y construcción del significado robusto de volatilidad.

2.2.2. Movimiento browniano aritmético:

Un paseo o caminata aleatorios, es la formalización matemática de la trayectoria que resulta de varios pasos con dirección aleatoria y el movimiento browniano es esa misma caminata, pero continua.

Definición del movimiento Browniano aritmético:

$$R(0) = 0$$

$$R(t) = R(t - 1) + \mu\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} Z$$

Dónde:

$R(0)$ = Valor inicial del activo (Generalmente en el tiempo cero)

$R(t - 1)$ =Cualquier valor del activo en un tiempo anterior.

$R(t)$ =Valor del activo en el tiempo t.

μ = Promedio del valor del activo.

σ =Desviación estándar del activo.

$\Delta t = \frac{d}{dt}$ =El diferencial de S respecto al tiempo, si la volatilidad es anual, $\Delta t = 1/256$ (Un año sobre 256 días hábiles de bolsa).

$Z \sim N(0,1)$ =N se comporta normalmente con media cero y desviación 1.

$R(t)$ Es un proceso Browniano si:

$$E[R(t)] = S(0) + \mu t$$

$$Var(R(t)) = \sigma^2 t$$

$$Cov(R(t), R(t')) = \sigma^2 \min(s, t')$$

2.2.3. Movimiento browniano geométrico.

Los precios de los activos financieros no pueden llegar a valores negativos, por ello se toma de forma tal que no exista posibilidad para este error, de esa forma, en lugar de tomar los valores del activo, se toman sus rentabilidades así: Rentabilidad diaria = $\left(\frac{S(t)}{S(t-1)} - 1\right) (100\%)$

Un movimiento browniano W_t , es una función aleatoria que, para cada intervalo de tiempo de longitud t , se comporta como una variable aleatoria normal con media cero y varianza t y tal que para dos tiempos t y t' , se tiene: $Cov(W_t, W_{t'}) = \min(t, t')$.

Un browniano geométrico se define como: $S_t = e^{(\mu - \sigma^2/2)t + \sigma W_t}$

Para cada tiempo t su variación instantánea relativa a su valor es una variable normal con varianza

$$\sigma^2 dt \text{ y media } \mu dt \text{ es: } \frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

2.2.4. Modelo de Black & Scholes.

Los activos financieros son intangibles, y su valor está sujeto a fluctuaciones, a situaciones de incertidumbre en su comportamiento futuro. Estos pueden generar obligaciones o no, según el precio en el presente, ya que el poseedor ejerce la posibilidad de compra o venta del activo subyacente según el precio en el futuro.

La previsión del comportamiento futuro ha llevado al desarrollo de uno de los modelos de valoración de estos activos más utilizado en las finanzas modernas, el modelo de Black Scholes, modelo que se basa justamente en la aleatoriedad de los movimientos de los precios de los activos en el tiempo.

Los autores del modelo basan su desarrollo en la suposición de un movimiento browniano subyacente que modela la incertidumbre asociada. La ecuación la empezó a gestar Fisher Black en la década de los sesentas cuando según Merton (1995), Fisher Black trabajaba para la compañía Arthur D. Little. Se puede observar en Figlewski (1995) que la idea tuvo su génesis como un intento por modelar las garantías financieras, ya que por esa época éstas eran calculadas simplemente como el valor futuro menos el valor presente y de allí se calculaba la tasa de retorno, nada probabilístico.

En trabajos simultáneos, Paul Samuelson y Merton trabajan para encontrar solución a este mismo problema. El éxito de Fisher Black proviene de hacer muchos supuestos que derivan fácilmente a la fórmula, por ejemplo, que no existen costos de arbitraje, que existe una tasa libre de riesgo y que ella es constante, además que la volatilidad del activo es constante durante el lapso t . De esa manera supuso que el precio de la opción sigue una distribución Log Normal, así que el precio futuro dependía de la volatilidad del mismo activo. Por lo tanto, una aplicación del modelo de Sharpe (1977) el CAPM bajo estos supuestos, resultó en la famosa ecuación diferencial.

En su momento Black no encontró una solución, aunque era una versión de la reconocida ecuación del calor para la que desde 1811 con Fourier ya se esbozaban algunas soluciones como se muestra en Stewart (2018, p. 97)., Black no reconoció este patrón, de esa manera dejó de lado su trabajo por unos años.

En 1969, Myron Scholes y Black retoman el trabajo haciendo avances significativos en poco tiempo llegando al famoso modelo y ganando el premio Nobel en economía de 1997. En esta tesis, se presenta el modelo de manera muy sintética buscando enfatizar los aspectos teóricos más pertinentes para el desarrollo de los objetivos pedagógicos.

En particular, más que incluir en la investigación el desarrollo de una ecuación diferencial estocástica general (fórmula de Ito), el proyecto se centra en el modelaje de la ecuación de Black Scholes como un caso particular de este tipo de ecuaciones y su simulación en un contexto muy simplificado buscando que los estudiantes dominen los siguientes temas:

a) El concepto de fenómeno estocástico (vs determinístico) y b) El concepto de volatilidad

Para ello se busca utilizar técnicas de simulación asistida por computador que permitan al estudiante captar lo que significa la variabilidad o volatilidad asociado a las finanzas a través de la interpretación concreta de la ecuación de Black-Scholes.

Para el desarrollo del modelo de Black-Scholes es necesario definir algunos conceptos que se deben tener en cuenta acerca de los derivados financieros sobre los que se pretende efectuar las simulaciones, es importante aclarar que estos conceptos son adaptaciones propias a partir de Lamothe (1995, P. 35) y ellas son:

Opción: Es un contrato que le otorga el derecho al poseedor de este de comprar o vender un activo subyacente en un instante futuro (fecha de expiración) a un precio estipulado, llamado precio del ejercicio.

Operaciones call: Es una opción de derecho de compra.

Operaciones put: Es una opción de derecho de venta.

Opciones europeas: Es una opción que sólo puede ejercerse en la fecha de expiración.

Opciones americanas: En esta clase de opciones, se puede ejercer el derecho de compra o venta en cualquier instante antes de la fecha de expiración.

Activo subyacente (S): Es el activo que puede ser comprado o vendido, generalmente commodities.

S_t Representa el valor del activo al tiempo t.

Valor de la opción: Se escribe la siguiente ecuación que relaciona a S_t con el precio V_t de la opción construida sobre la acción, con r la tasa de interés libre de riesgo:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\partial V}{\partial t} - rV = 0$$

En lo que sigue se derivará la ecuación anterior, pero es importante señalar que la misma estipula que:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + \frac{\partial V}{\partial t} = r \left(V - S \frac{\partial V}{\partial S} \right).$$

El lado derecho de la ecuación es la ganancia sin riesgo habiendo invertido una proporción $\frac{\partial V}{\partial S}$ en los activos (de manera instantánea). Ya que el lado derecho está libre de riesgo, la igualdad establece que el lado izquierdo de cualquier opción, función dos veces diferenciable de S , satisface que, como su lado derecho, está libre de riesgo.

Se incluye adicionalmente los siguientes conceptos que serán utilizados más adelante para la formulación de las propuestas de actividades:

Valor de la opción de compra Call:

$$C_T = \max \{S_T - K, 0\}$$

Es la diferencia entre el precio del activo en el tiempo T , (S_T); y K que es el precio marcado en la opción (strike price), si $K > S_0$, $C_T = 0$

Valor de la opción de compra Put:

$$P_T = \max \{K - S_T, 0\}$$

Es la diferencia entre strike price y el precio del activo en el tiempo T , si $K < S_T$, $P_T = 0$

Dónde:

r = La tasa de interés libre de riesgo.

σ = Volatilidad del activo.

T = Tiempo en años desde el inicio del contrato Spot a la fecha de análisis.

S_0 = Precio spot, o precio en el tiempo cero, o en algún tiempo de referencia; puede tomar el valor de S_T , para períodos posteriores al de la fecha del inicio del contrato.

K = Precio del ejercicio de la opción en el momento del análisis (strike price).

Siempre se trabaja con el supuesto de que S_0 es mayor a cero.

Más formalmente, para definir el modelo de Black y Scholes, se comienza analizando un modelo browniano geométrico para S_t que representa el valor del activo en el tiempo. Un movimiento browniano W_t , es una función aleatoria que, para en cada intervalo de tiempo de longitud t , se

comporta como una variable aleatoria normal con media cero y varianza t y tal que para dos tiempos t y t' , se tiene $\text{Cov}(W_t, W_{t'}) = \min(t, t')$. Un browniano geométrico $S_t = e^{(\mu - \sigma^2/2)t + \sigma W_t}$, es tal que para cada tiempo t su variación instantánea relativa a su valor es una variable normal con varianza $\sigma^2 dt$ y media μdt . Lo dicho puede expresarse mediante una **ecuación diferencial estocástica**, donde W_t representa un movimiento browniano:

$$dS_t = S_t \mu dt + \sigma S_t dW_t; S_0 > 0$$

O, dividiendo,

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

Esta ecuación, no puede ser resuelta usando las herramientas de cálculo usual, pero se puede resolver usando el formalismo de la Fórmula de Itô⁵⁷. Sin entrar en muchos detalles técnicos, la misma estipula que si existe $f = f(t, x)$, tal que $R_t = f(t, W_t)$ es función del tiempo y de un movimiento browniano, entonces satisface la ecuación:

$$dR_t = \left(\frac{df}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{dx^2} \right) dt + \frac{df}{dx} dW_t.$$

Esto conlleva la solución,

$$S_t = S_0 e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma W_t}$$

Como puede comprobarse directamente calculando las derivadas. Es decir, que el logaritmo de la variación del precio relativo al precio inicial se comporta como una variable normal con varianza $\sigma^2 t$ y media $(\mu - 0.5\sigma^2)t$.

⁵⁷ Adaptación del artículo de Zapata, C. A. (2016). Aplicaciones del lema de Itô en Finanzas Corporativas: un enfoque de valoración utilizando ecuaciones diferenciales estocásticas (ede). *Observatorio de Economía y Operaciones Numéricas*, 10, pp. 65-844

El modelo anterior es fácilmente programable en pasos discretos en hoja de cálculo Excel. Comenzando en S_0 , los valores sucesivos para incrementos Δt se obtienen como

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma W_{\Delta t}}$$

Donde $W_{\Delta t}$ es una variable normal con media cero y varianza Δt . Las prácticas en hojas de cálculo permiten al estudiante entender el significado de una variable aleatoria, así como la oportunidad de analizar en función de σ : a) la volatilidad de S_t , mediante el cálculo de la desviación estándar o la varianza y b) la desviación estándar y la varianza de la serie de los logaritmos de los log-retornos. Más aun, esta comprensión del fenómeno permite la interpretación del significado de la volatilidad de la serie de los log-retornos de series financieras de activos reales. Para completar este análisis se incluye el cálculo de los índices beta descritos anteriormente contra una referencia escogida.

Ahora se vuelve a la expresión para V_t . Como $V = g(t, S_t)$, para aplicar nuevamente la fórmula de

Ito (en este caso $dV = \left(\frac{dg}{dt} + \sigma^2 S^2 \frac{1}{2} \frac{d^2g}{dx^2}\right) dt + \frac{dg}{dx} dS_t$) se obtiene

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \sigma^2 S^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right) dt + \frac{\partial V}{\partial S} dS$$

Y sustituyendo la ecuación para dS , se obtiene:

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \sigma^2 S^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + \mu S \frac{\partial V}{\partial S}\right) dt + \sigma S \frac{\partial V}{\partial S} dW_t$$

Sea ahora π un portafolio distribuido de la siguiente manera (en deuda por el valor de la opción con una inversión en una proporción $\frac{dV}{dS}$ de las acciones).

$$\pi = -V + \frac{dV}{dS} S$$

Derivando y sustituyendo por el valor de dS , obteniendo:

$$d\pi = -dV + \frac{dV}{dS} dS = \left(-\frac{dV}{dt} - \sigma^2 S^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) dt$$

Como el lado derecho no tiene término dW_t , no tiene riesgo, por lo que, asumiendo que no hay oportunidad de arbitraje debe ser igual a $r\pi dt = r \left[-V + \frac{dV}{dS} S \right]$. Igualando ambos términos se obtiene la ecuación en derivadas parciales para V de Black y Scholes.

Con esta solución, a partir de las definiciones presentadas se resuelve para C_T :

$$C_T = S_t N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2)$$

Así como para P_T :

$$P_T = S_T N(-d_1) + K e^{-r(T-t)} N(-d_2)$$

En dónde:

C_T = Es el precio teórico en el tiempo T de una opción Call al expirar.

P_T = Es el precio teórico en el tiempo T de una opción Put al expirar.

S_t = Valor de la acción al tiempo t

$T - t$ = Tiempo que falta hasta expiración de la opción.

Para los valores de d_1 y d_2 se tiene que:

$$d_1 = \frac{\ln \left[\frac{S_t}{K} \right] + \left[r + \frac{\sigma^2}{2} \right] (T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T - t}$$

Se asume que d_1 y d_2 se distribuyen de una forma aproximadamente normal. Es importante esclarecer, que el desarrollo de estas ecuaciones se puede encontrar en Black y Scholes (1973), Zapata, (2016), pero la adaptación es propia.

Tal modelo es necesario que se programe en Excel con el fin de hacer simulaciones diarias para que se observe claramente el comportamiento de cada uno de los activos y analizar su volatilidad. Como se observa el resultado de la ecuación es un modelo bastante reducido y fácilmente se puede programar en una hoja de cálculo.

Conclusiones del capítulo 2.

El segundo capítulo “Marco teórico” es bastante extenso ya que se divide en dos grandes partes: Una orientación teórica y otra disciplinar; la investigación descansa sobre estos pilares, de esa manera se separan las conclusiones parciales del capítulo como sigue.

1. Una de las principales preocupaciones de esta investigación es aplicar correctamente la teoría de resolución de problemas, y más que esto, es fomentar en el estudiante la resolución de problemas tipo reto, y Bransford es buen referente, además de la vasta experiencia de la escuela del doctorado de la Universidad Antonio Nariño en diseño, evaluación y aplicación de problemas retadores.
2. Para la investigación es prioridad que el estudiante encuentre concordancia entre lo aprendido y las aplicaciones que provienen del ámbito de las finanzas. Por esta razón la matemática realista es un referente teórico central. Freudenthal (1986), considera de suma relevancia que el aprendizaje del estudiante provenga de fuentes realistas para lograr un aprendizaje en contexto. El juego MarketWatch es una excelente excusa como mediador didáctico para que el estudiante tenga escenarios reales en la economía donde puede aplicar todo lo visto en clase.

3. Llegar a matematizar situaciones que provienen de la experiencia es el ideal para esta investigación; que el estudiante generalice de una manera adecuada los conceptos que se desea impartir, es uno de los propósitos fundamentales, con ello se supone que están construyendo su significado robusto personal en cada una de las temáticas.
4. El aprendizaje del estudiante, además de ser en contexto, debe ser significativo. Los conceptos que se imparten deben tener ancla en los contenidos previos del estudiante, para que correlacione todos esos temas vistos anteriormente con los conceptos que se desean abordar.
5. Uno de los objetivos, es que los estudiantes descubran los contenidos inmersos en las actividades que se les otorga para que logre generalizar, todo esto a partir de enfrentarse a la resolución de problemas y mediante preguntas orientadoras basadas en las simulaciones.
6. El concepto de volatilidad es el tema central de esta investigación, por lo que debe tenerse en cuenta en cada etapa del diseño de las actividades.
7. Aunque el manejo de opciones y acciones no es el único ejemplo para el concepto de variable aleatoria, es una excusa estupenda para que el estudiante aprenda los conceptos estadísticos mediante aplicaciones a las finanzas modernas, se motive y considere que su carrera le puede brindar acceso a ese mundo y que se fije que no es inalcanzable.

CAPÍTULO 3. DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN.

3.1. Tipo y enfoque de la investigación:

En esta tesis se analizan principalmente variables cualitativas, ya que algunas de las medidas del avance de los estudiantes en la construcción de significado; como el análisis de las actitudes de los estudiantes frente a la volatilidad y el análisis de su desarrollo en el aula mediante episodios videográficos; se realizan con un enfoque de investigación acción. *La investigación en la escuela es el "... proceso de integración de los aspectos que resultan más relevantes en el surgimiento de una idea científica y su estabilización en la cultura"*⁵⁸, y se toma la "acción" como el hecho que permite transformar, mejorar y enriquecer el quehacer docente de la asignatura de estadística II, para favorecer el proceso de la construcción de significado robusto de la volatilidad. Además, se asume el paradigma cualitativo, el cual Sandín y otros definen como *"... una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de la práctica socioeducativa, la toma de decisiones y el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos"*⁵⁹. Entre las características de este paradigma, como lo asume Baptista (2010, p.3), que es el explorar los fenómenos con profundidad y lleva a extraer los significados de los datos de forma natural. También el estudio se centra bajo la investigación acción educativa, pues tiene un carácter interpretativo y exploratorio, donde se analizan las acciones de los estudiantes y las situaciones sociales de una comunidad educativa. La investigación acción permite transformar, mejorar y enriquecer el quehacer docente de la asignatura, para favorecer el proceso de construcción de significado robusto y personal de volatilidad.

⁵⁸ Duhalde, M. Á. (1999). *La investigación en la escuela*. Noveduc Libros. P. 22

⁵⁹ Sandín Esteban, M. P., & Esteban, M. P. S. (2003). *Investigación cualitativa en educación: fundamentos y tradiciones*. P. 123. Madrid: Mc Graw and Hill Interamericana.

3.2. Alcance del estudio:

Se pretende favorecer la construcción de significado robusto de los conceptos asociados a la volatilidad en los estudiantes y que a la vez estos sean capaces de interpretar la literatura científica del tema y así contribuir a su futuro desempeño profesional.

3.3. Población y muestra.

Como población para el presente estudio se tiene a los estudiantes de la Universidad Antonio Nariño y la muestra consiste en dos grupos distintos de estudiantes de cuarto semestre de ciencias económicas, administrativas y contables que cursan la asignatura estadística II, uno en la Sede Sur y otro en la Sede Nicolás de Federman. Los estudiantes de la sede sur son de un curso dictado de 8 a 10 pm martes y jueves; todos son trabajadores quienes en la noche asisten a la Universidad; y los de la sede Nicolás de Federman, son asistentes a un curso de 7 a 9 am martes y jueves; los estudiantes de este grupo son de menor edad en promedio en comparación a los de sede sur y la mayoría no son trabajadores, únicamente estudian. Se escoge el tipo de muestreo por conveniencia, como se indica en Casal (2003).

3.4. Etapas de la investigación.

La metodología de la investigación para el trabajo está dividida en dos etapas claramente diferenciadas.

Etapas de la investigación:

Etapas de la investigación:
Se determina la pertinencia, importancia maneras y modelos vigentes de la enseñanza de la volatilidad en diferentes escenarios. En esta etapa se utilizó un diseño de investigación únicamente cualitativa para llegar a identificar y clasificar los enfoques y metodologías propuestas por distintos docentes mediante una encuesta, ver anexo 3, para enseñar la temática y los objetivos que se trazan con la

enseñanza de la volatilidad en activos financieros. Sobre la base de estas experiencias se elaboró el modelo y una propuesta didáctica que contiene, actividades con problemas basados en la simulación de escenarios reales y enfocados a la construcción del significado robusto de volatilidad para que los estudiantes tomen mejores decisiones en su ejercicio profesional.

Esta etapa es netamente exploratoria, es fundamento para la determinación del modelo didáctico y de la metodología para la enseñanza de la volatilidad, por ello es el sustento que le proporciona la pertinencia a la serie de actividades que se propone. Esta etapa se subdivide en distintos momentos que cronológicamente permiten lograr los objetivos de la investigación así:

Momento 1: Exploración de experiencias en la enseñanza de la volatilidad.

Se realizó una investigación cualitativa a través de una encuesta a expertos. Además de ello, se realizó una prueba de entrada con el fin de establecer las falencias de los estudiantes de estas carreras frente al tema de investigación, ver anexo 2 y su análisis descriptivo en el anexo 4. Con esta muestra se orienta frente a las siguientes etapas de la investigación así:

1. La búsqueda de investigaciones relacionadas con el problema formulado en la descripción del problema, las áreas de interés y objetivos generales que se buscan con la enseñanza de la volatilidad en el marco de la enseñanza de la estadística.

2. Triangulación teórica entre: simulación, matemática realista, aprendizaje significativo y gamificación en el aula, de esa forma, determinar las distintas teorías, enfoques o metodologías que se utilizan y resaltar los estudios de caso, tanto positivos o negativos, de los docentes de la asignatura de estadística en las distintas universidades al enseñar el concepto de volatilidad.

Momento 2: Investigación bibliográfica.

Una vez identificados los aspectos principales a indagar, se procede a ejecutar una investigación bibliográfica en la que se profundiza en la búsqueda de estándares internacionales en la enseñanza de la volatilidad, sobre esta base y los resultados de la investigación exploratoria, se identifican algunos criterios importantes a resaltar en la enseñanza de este concepto, los que fueron plasmados en ocho mediadores que son la base de las actividades planteadas y que a su vez contienen distintos problemas abstraídos de la realidad en áreas de las ciencias administrativas, y cuyas soluciones se facilitan mediante el uso de problemas retadores con el complemento de la simulación en Excel y otros programas como Geogebra y los emuladores de la Bolsa de valores de Nueva York. Como se dijo previamente, los datos de las simulaciones provienen de bases de datos reales, por ello que cada estudiante es quien diseña su estrategia a partir de soporte computacional para el aprendizaje del tema, mediante bases de datos que el mismo estudiante modela. A continuación, se muestra el diagrama completo de la propuesta de trabajo para la etapa 1.

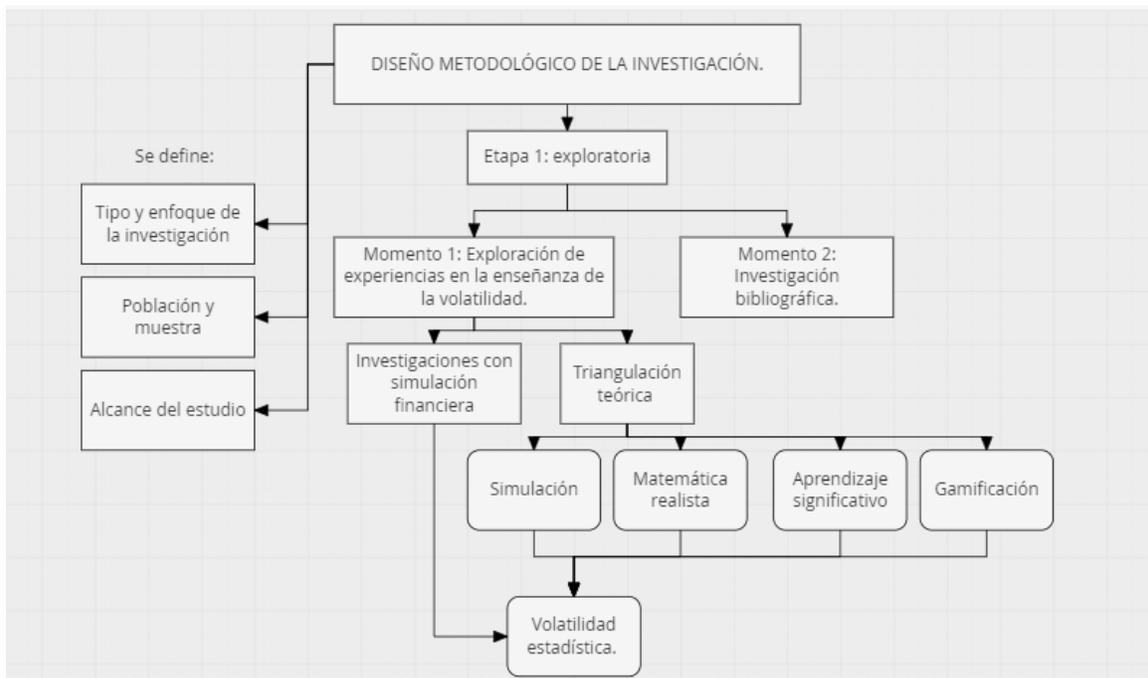


Ilustración 12: Diagrama completo del diseño metodológico, Elaboración Propia.

Etapas 2: Validación de la metodología y el modelo.

Los resultados acerca de la aplicación del modelo se describen como estudios de caso, más allá de establecer grupo experimental y grupo de control, se muestra la eficacia del modelo describiendo cada etapa del aprendizaje con sus dificultades y logros, ya que ambas enriquecieron la experiencia docente mediante la aplicación del modelo. Al final de la etapa experimental se hace un “inventario” de experiencias frente a los logros alcanzados en cada etapa de aprendizaje del estudiante en cuatro dimensiones distintas así: 1. Pruebas de entrada y salida, (Anexos 2 y 16). 2. Encuestas de percepción frente a la estadística (Anexo 14) y a la volatilidad (Anexo15), 3. Resultados de la aplicación de las ocho actividades (Anexos del 5 al 13) y 4. Los videos de las sesiones en cada actividad. El análisis del constructo alcanzado por los estudiantes bajo el nuevo modelo se valida comprobando si en los instrumentos de medición existe la evidencia de construcción de significado.

El modelo, los distintos elementos del significado alcanzado por los estudiantes, cada una de las experiencias frente al proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística mediante simulaciones financieras en Excel, fueron procesadas y analizadas utilizando documentos de trabajo, videos de las clases, almacenamiento del desarrollo de cada una de las preguntas retadoras en el proceso; recopilando toda esta información de forma sistemática para ser analizada posteriormente con el fin de darle validez a la investigación.

El esqueleto de toda la propuesta es la puesta en marcha de siete actividades con problemas retadores, que el estudiante abordó durante la clase y que con mucha creatividad tuvo que resolver en el espacio dado en el aula utilizando la herramienta que quiera. Toda la propuesta está rodeada del espíritu de la solución de problemas retadores, por ello, la actividad 8, “Reta tu creatividad”, (Anexos del 5 al 13), es un compendio de problemas que pueden ir desarrollando durante todo el

semestre, ya que tienen un nivel superior de abstracción, pero con cierta astucia matemática, se llega a soluciones elegantes.

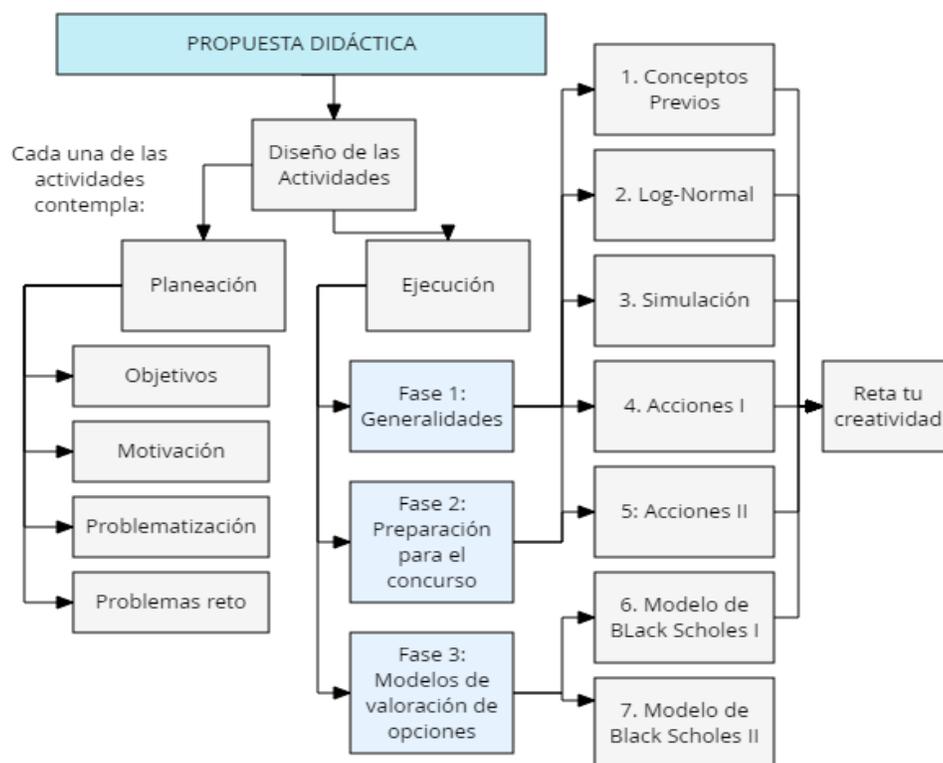


Ilustración 13: Diagrama de la propuesta didáctica. Elaboración propia

Conclusiones del capítulo 3.

1. La definición del tipo de investigación es un norte al que se debe seguir durante toda la línea de tiempo propuesta en la tesis, de esa forma, las actividades planeadas con minucioso detalle son la clave para el éxito de la investigación si se sigue tal norte.
2. La población y muestra es un factor preponderante para la aplicación del experimento didáctico ya que define en gran medida la predisposición del grupo experimental hacia los temas abordados.
3. La metodología de la investigación para el trabajo se dividió en dos etapas que tienen una clasificación según el tipo de actividades a realizar.

CAPÍTULO 4. MODELO PROPUESTO PARA FAVORECER LA CONSTRUCCIÓN DEL SIGNIFICADO ROBUSTO DE LA VOLATILIDAD

El aporte teórico de esta tesis es el diseño y validación de un modelo didáctico para favorecer la construcción del significado robusto de volatilidad estadística mediante simulaciones financieras, en el cual se integra la resolución de problemas retadores bajo el contexto de las finanzas y la toma de decisiones en este campo, por medio de un concienzudo e importante análisis estadístico de la volatilidad y la contextualización de problemas que le otorgan al profesional destrezas importantes ante situaciones reales y constantemente variables de la economía.

Esta propuesta facilita la construcción del significado robusto de la volatilidad dentro del ámbito empresarial y así favorece el razonamiento crítico y cuantitativo de los estudiantes de ciencias administrativas, económicas y contables; además se favorece la capacidad de síntesis en procesos que conllevan a la resolución de un problema en el campo de las finanzas mediante el uso de la estadística, específicamente la volatilidad.

Este proceso propicia una comprensión importante en las aplicaciones de las medidas de dispersión aplicada a las ciencias empresariales. Las categorías que se tienen en cuenta para la elaboración del modelo están inmersas en: el contenido estadístico, la contextualización de situaciones, la resolución de problemas y la simulación mediante ordenador, de esta forma se constituyen en los pilares fundamentales del modelo propuesto así:

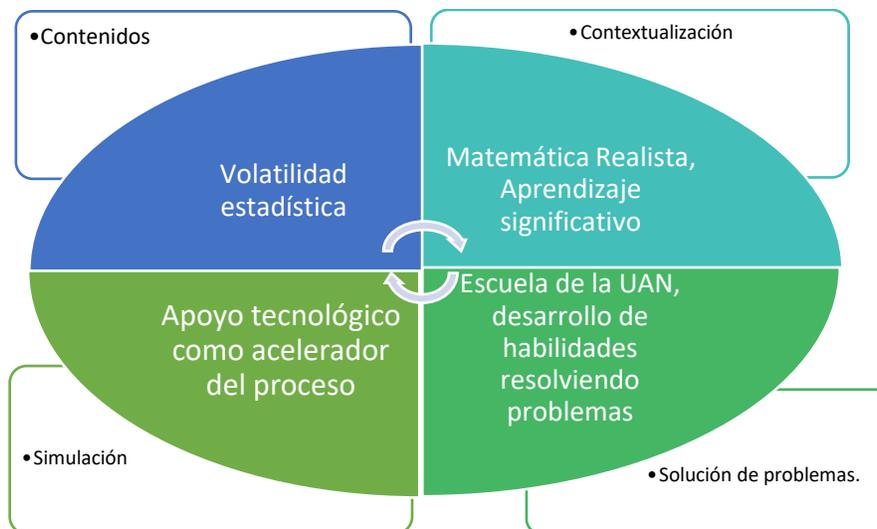


Ilustración 14: Pilares fundamentales del modelo. Elaboración propia.

La forma de correlación de estos cuatro factores constituye la formalización del modelo didáctico cuya puesta en marcha favorecen la construcción del significado robusto y por ende modifican las formas de actuación profesional en los estudiantes objeto de estudio. Las formas en que esta puesta en marcha afecta dicho actuar, se consigna en el capítulo de resultados.

El diseño del modelo tiende a favorecer el proceso de construcción robusta del significado personal de volatilidad en los estudiantes que conlleve a un desarrollo de pensamiento estadístico y matemático de distinta índole, mediante la simulación asistida por computadora con modelos financieros a través de la resolución de problemas retadores.

En el modelo se definen dos fases significativas: la **Fase de Planeación**: En ella se encuentra una serie de actividades que están al margen del aula, no se involucra a los estudiantes objeto de estudio, se concretan mediante la interiorización de la problemática propuesta por parte del docente y la asignatura a impartir, en este caso, estadística 2 o también llamada Inferencia estadística y la **Fase de aplicación o ejecución**: en esta segunda fase se surte una serie de etapas experimentales, que son la puesta en marcha del proyecto con los estudiantes, aquí se debe generar una construcción

robusta y paulatina del concepto de volatilidad estadística, alimentada con los constructos nombrados en las actividades y los elementos propios de las teorías que se utilizan como mediadores pedagógicos que constituyen la salida del modelo; en la salida se visualizan ocho mediadores del aprendizaje y son: Actividad 1: Preliminares y generalidades, Actividad 2: Log Normal, Actividad 3: Simulación (Movimiento Browniano), Actividad 4: Acciones I (Covarianza), Actividad 5: Acciones II (Regresiones y correlaciones), Actividad 6: Black Scholes I, Actividad 7: Black Scholes II y Actividad 8: Reta tu creatividad. Estas actividades o mediadores pueden verse en los anexos del 5 al 14.

Dichas actividades están estructuradas de manera lógica y secuencial de tal manera que el desarrollo de una de ellas sirva para el desarrollo de la siguiente y además permita superar las deficiencias encontradas por los estudiantes en las actividades anteriores; así se van generando redes conceptuales que permiten construir el significado robusto de volatilidad y como consecuencia de ello, la dificultad también debe ir en aumento en cada actividad. Las etapas del modelo permiten constatar el estado de los estudiantes en relación con los conocimientos que poseen en torno a los conceptos tratados. A continuación, en la ilustración 15, se muestra el modelo con las dos etapas descritas anteriormente:

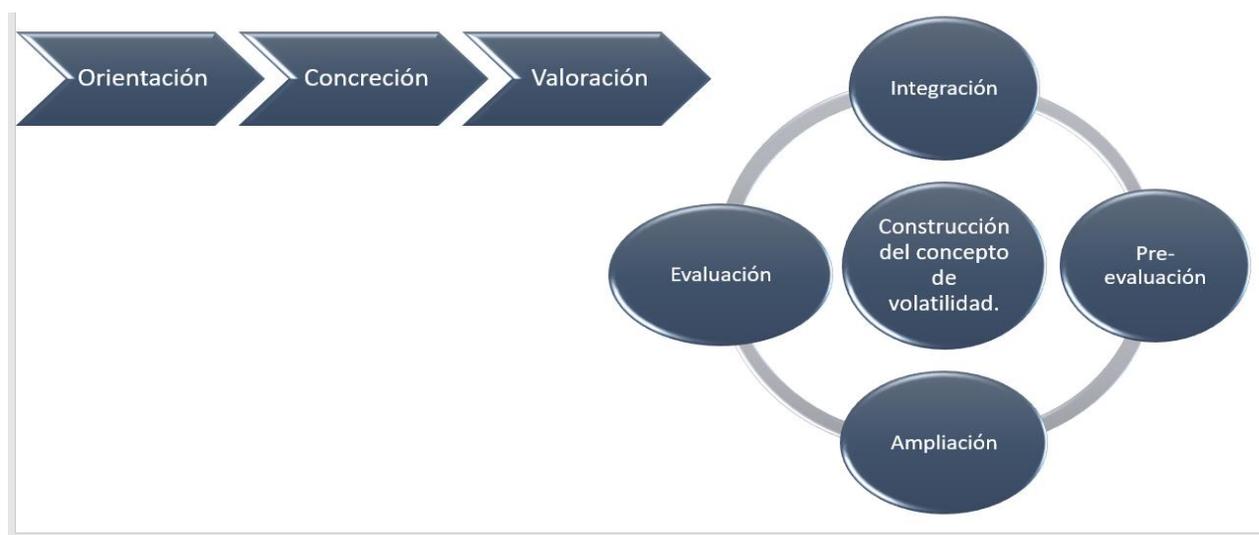


Ilustración 15: Diagrama del modelo propuesto. Elaboración propia.

Etapas de Planeación



Etapas Experimentales.



Ilustración 16: Etapas de Planeación y etapas experimentales del modelo. Elaboración propia.

1.1. Fase de planeación.

El modelo que se propone tiene tres etapas de planeación con exhaustivo detalle en cada paso, por ello se describen a continuación en forma resumida.

1.1.1. Etapa 1: Orientación.

La etapa de orientación tiene como fin dar el sustento teórico, filosófico y disciplinar. En esta primera etapa del modelo, se adapta de Almira (2015), y en ella, el docente debe garantizar que se aborden los conceptos estadísticos necesarios para aplicar las actividades que conlleven a la construcción del significado robusto de volatilidad mediante los problemas retadores y con simulación. Además de ello se deben conocer los fundamentos teóricos de la estadística, los pilares filosóficos de la propuesta y los referentes pedagógicos para dirigir el proceso de formación del significado de volatilidad. La labor docente consiste en organizar en los conceptos que fomenten la construcción del significado robusto de volatilidad estadística. El esquema completo se muestra en la ilustración 17.

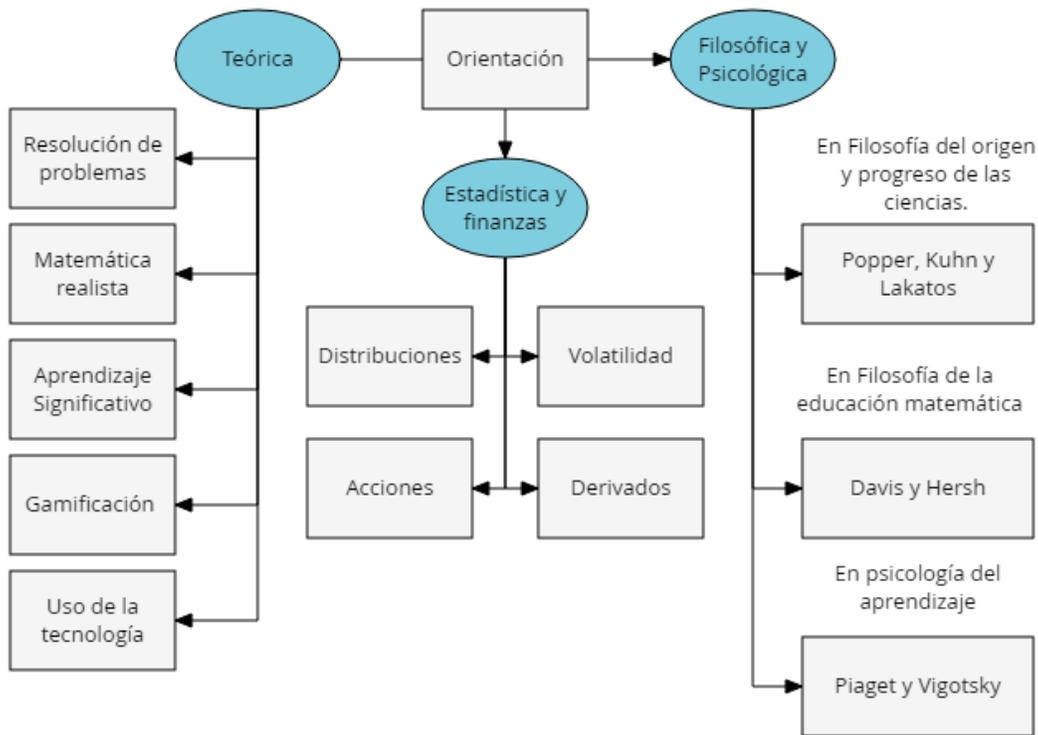


Ilustración 17: Descripción de la etapa de orientación. Elaboración propia.

4.1.1.1. Orientación Teórica.

Para la buena utilización del modelo, es necesario que el docente tenga un horizonte teórico claro el cual debe seguir, en este caso se sugiere la teoría de solución de problemas, la gamificación en la educación, el uso de la tecnología en el aula, el aprendizaje significativo y la matemática realista, para este grupo de investigación es referente fundamental las teorías antes nombradas, sin embargo cada docente al implantar este modelo, se verá enfrentado a situaciones problémicas de distinta naturaleza. Seguramente el docente encargado de aplicar el modelo podrá advertir el cambio de algunas de estas teorías y su marco será uno distinto.

4.1.1.2. Orientación disciplinar en estadística, matemáticas y finanzas.

Para los docentes que imparten la asignatura estadística II o Inferencia estadística, las temáticas generalmente son las siguientes: Repaso de distribuciones discretas y continuas, muestreo, distribuciones en el muestreo, intervalos de confianza, prueba de hipótesis, regresión lineal y análisis de varianza. En cuanto a las temáticas a impartir es necesario que además de los temas antes nombrados, el docente tenga un horizonte claro ante las nuevas temáticas como son: Simulaciones, movimiento browniano, futuros financieros, acciones, opciones etc. De ese modo es muy importante que el docente que decida aplicar el modelo, además de los conocimientos estadísticos, debe estudiar estos conceptos, se indican estos nuevos componentes de enseñanza como problematización-teorización, esta se detalla más adelante en el diseño de cada una de las sesiones.

4.1.1.3. Orientación psicológica y filosófica.

La orientación psicológica de este trabajo está basada en Piaget (1976) con la teoría del desarrollo cognitivo; más allá de las etapas cognoscitivas en las cuales Piaget dividió el desarrollo del ser humano; este trabajo tiene como referente el constructivismo propuesto por él, y la forma de hacer matemáticas desde la intuición. A pesar de que se utiliza el computador y sus herramientas como Excel y Geogebra, la idea es que la propuesta gire en torno a la solución de problemas retadores en un ambiente competitivo. Otro elemento que se toma como referente psicológico, es la manera en la que se induce al estudiante a la zona de desarrollo próximo como lo propone Vigotsky (1979), entendiendo a esta zona como todo aquello que el estudiante sería capaz de hacer con la supervisión y ayuda del profesor, quien acompaña el proceso hasta donde sea necesario debido a la complejidad de los temas a impartir. De ese modo, es un híbrido entre las dos posturas bien interesante en donde se sigue la forma de actuar del estudiante, interviniendo únicamente en las situaciones en las que definitivamente no será capaz de llegar, por ejemplo en las etapas iniciales de la simulación en donde el estudiante está explorando las posibles formas de desarrollar su intuición pero su manejo del Excel

no es suficiente; en éstas situaciones se debe intervenir con el fin de acelerar el proceso en cada uno de los estudiantes y nivelarlos frente a otros compañeros en cuestiones triviales como el manejo de la herramienta, se concibe esta acción como llevar al estudiante a la zona próxima; una vez allí, él será capaz de resolver los problemas propuestos mediante la intuición.

La orientación filosófica se refiere a las creencias acerca del origen y avance del conocimiento científico, que serán el horizonte del proyecto para generar la construcción del significado en los estudiantes y el mismo aporte teórico de la disciplina en educación matemática con la propuesta de modelo; aquí se toma la línea del falsacionismo propuesto por el austriaco Popper (1986), en donde se consideran el conocimiento científico como verdadero hasta encontrar un caso en donde no se cumpla, donde el conocimiento es temporal hasta que se refute, donde la hipótesis, inclusive la del docente sea falsable por su propiedad de temporalidad, inclusive estas se pueden falsear desde el empirismo.

Un estudiante de la clase, desde el punto de vista del modelo, puede perfectamente falsear las hipótesis nulas del conocimiento que el docente pretende impartir en el aula, porque cuenta con las herramientas necesarias, (Excel, simuladores e internet), y por ello el estudiante inquieto, en ocasiones gusta de encontrar errores en lo expuesto por el profesor; y como los estudiantes cuentan con la motivación necesaria, es común en el grupo de aprendices, tratar de hacerlo mediante pruebas en su computador, de esa forma y para mejorar la participación en la clase, el estudiante no debe estar completamente seguro de que lo que se afirma en el aula es cierto. Los paradigmas propuestos por Kuhn (1962), con sus aspectos sociológicos y las anomalías con sus crisis epistemológicas como medio de perfeccionamiento de la ciencia, es un punto de partida para los programas de investigación científica del húngaro Lakatos (1986), quien también es discípulo de Popper.

La refutación de una teoría, según Lakatos, depende del éxito total de una teoría rival, una nueva teoría que perfecciona la ciencia y el conocimiento, estas teorías están relacionadas entre sí y comparten un núcleo duro, con su cinturón protector constituido por hipótesis auxiliares que no permiten que el núcleo duro sea falseado.

Las heurísticas, son las reglas que rigen al científico y las clasifica en dos, las positivas y las negativas.

Las positivas se pueden ver como la forma y la guía de cómo hacer estadística en el aula, mediante simulación, mediante situaciones reales, mediante la gamificación, etcétera. La heurística negativa justamente es lo que no se debe hacer en el aula. Por ejemplo, una clase completamente magistral con un enfoque conductista al mejor estilo de Pavlov (1927), o quizás una clase formalista del tipo Hilbertiano, como se propone en Hilbert (1928), e inclusive tratar de desarrollar en estudiantes de ciencias económicas una clase con la metodología propuesta en la escuela logicista, como se muestra en Russell (1982), y que se puede visualizar con exquisito detalle y profundidad en De Losada (2012).

El énfasis de la investigación es participativo mediante la resolución de problemas, de ese modo, el compromiso de los estudiantes es fundamental y progresivo ante la posibilidad de que construya su significado robusto de una forma paulatina e incremental, y que éste sea completamente significativo.

Además de ello, se genera una competencia sana, cuyo fin es el de verificar cuál de las soluciones propuestas tiene menor número de fallas. Claro, toda esta metodología tiene su núcleo central que no tiene refutaciones y es el contenido estadístico. Por ejemplo, el núcleo central en el tema de la actividad 6: Modelo de Black y Scholes, el mismo modelo no se puede refutar y si de alguna manera lo logran hacer; será atribuible a las hipótesis auxiliares propuestas por el docente, otro ejemplo puede ser cuando el estudiante asegure que no existe algún efecto de la volatilidad del activo del precio n al precio del activo en el periodo $n + 1$, es decir que no existen riesgos asociados a la volatilidad en periodos futuros; es posible que el estudiante refute, muestre, analice mediante las simulaciones que

dicha relación no existe, sin embargo (en el caso muy remoto de ser probado), será atribuible a las hipótesis auxiliares; en la ilustración 18 se hace un acercamiento a las explicaciones antes dadas.

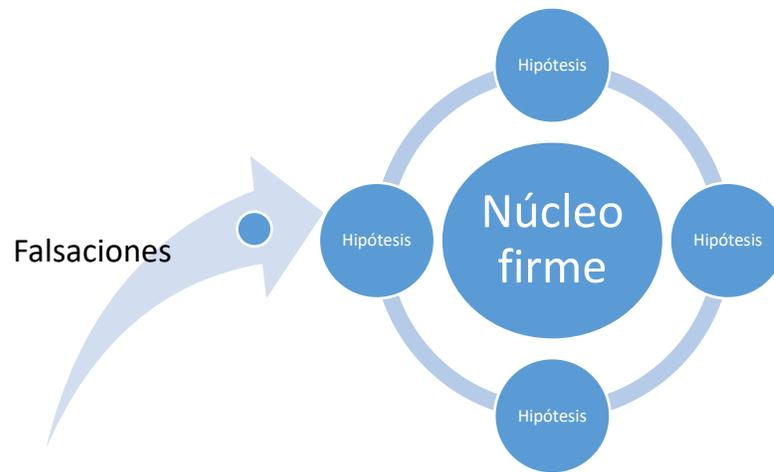


Ilustración 18: Falsacionismo, hipótesis y núcleo firme en el modelo de Lakatos. Adaptación propia.

En el modelo propuesto se establece una etapa de preevaluación que, mediante preguntas orientadoras, llevan al estudiante a generalizaciones simplificadas de la realidad mediante la resolución de problemas utilizando el cuasiempirismo, las metodologías propuestas por Imre Lakatos en su libro *“Pruebas y refutaciones”*⁶⁰ Lakatos (1986). En los fundamentos filosóficos del modelo, se permite que el estudiante ataque las hipótesis del docente mediante falsaciones ya que estas serán parte sustancial de la construcción del significado robusto de volatilidad, que es lo que se pretende que emerja en el aula. Por las razones antes expuestas, toda la metodología del modelo en su parte práctica se realizó mediante el cuasiempirismo propuesto por Lakatos.

Finalmente, respecto a la filosofía propia de las matemáticas, algunas ideas de Hersh (1997), serán de gran utilidad para clasificar el proyecto de investigación. Hersh clasifica a lo largo de la historia de las matemáticas en dos corrientes: La corriente principal, que considera la matemática como sobrehumana, abstracta, ideal, infalible y eterna. La otra corriente que Hersh los llama los Humanistas

⁶⁰ Lakatos (1986). *Pruebas y refutaciones*. Alianza. España

y rebeldes, en donde se afirma que la matemática es una creación humana. Este proyecto de investigación se alinea con los últimos, ya que desde su gestación pretende que la participación del estudiante sea activa y no existe mejor manera de construir algún conocimiento propio que desde la misma base de su equivocación. De esa forma el estudiante debe hacer su conocimiento vivencial mediante ensayo y error que claramente propicia que surja el significado robusto de volatilidad desde su punto de vista y lo realiza de una manera crítica; como afirma Hersh: "*Un análisis realista de la intuición matemática debe ser un objetivo central de la filosofía de la matemática*"⁶¹. Esta frase recopila bastante de la idea principal de la orientación filosófica que pretende llevar este trabajo, la construcción del significado robusto de volatilidad basados en la intuición matemática del estudiante.

4.1.2. Etapa 2: Concreción.

Aquí se concretan las ideas plasmadas en la etapa anterior y el docente debe proponer los problemas que conlleven a cada uno de los conceptos necesarios que permitan el desarrollo de la construcción del significado robusto de volatilidad dentro del contexto económico, lo que permitirá un aprendizaje significativo de los estudiantes, incrementando la motivación hacia el aprendizaje. A continuación, se muestra el esquema de esta etapa.

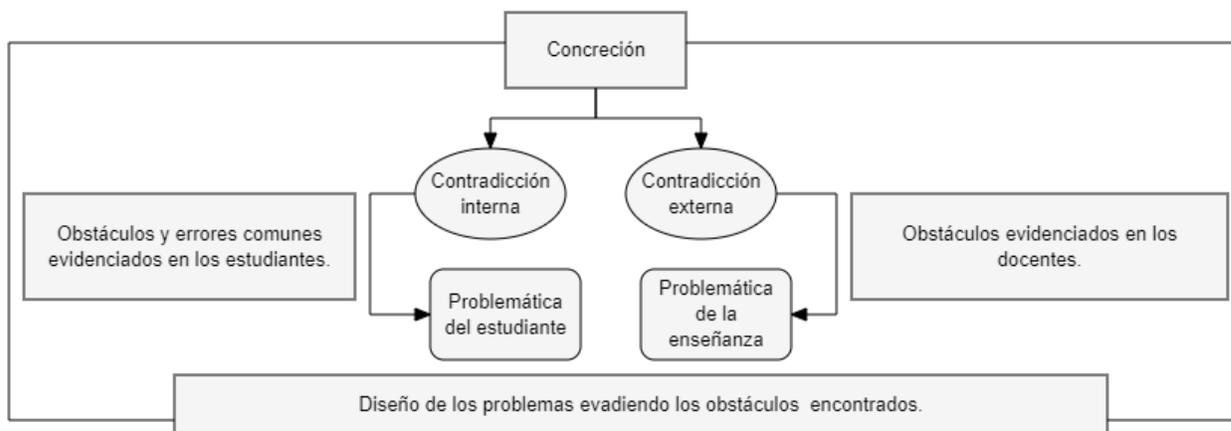


Ilustración 19: Diagrama de la etapa "Concreción" en el modelo propuesto. Elaboración propia.

⁶¹ Hersh (1997). *What is mathematics, really?* Oxford University Press. Cap. 4 P. 343

La etapa 2 del modelo está encaminada a determinar la contradicción interna y la externa. Para determinar acercamientos a la definición de la contradicción interna, es necesario encontrar algunos factores que afectan negativamente en el proceso de aprendizaje de la volatilidad estadística y justamente para ello, se realizan pruebas de entrada a los estudiantes. De acuerdo con estos resultados se evidencian algunas dificultades en el proceso de enseñanza de la volatilidad que se pueden resumir así:

1. Dificultades del estudiante para abordar correctamente el tema de la volatilidad estadística debido a la falta de relación entre medidas estadísticas y su temporalidad.
2. Para el estudiante la volatilidad no le resulta significativa, de ese modo no logra ver la correlación de las medidas de tendencia central con las de dispersión y el tiempo en el marco de su actividad profesional.
3. Poco énfasis al análisis, de esta forma la temporalidad en las medidas no es relevante para él.
4. Aplicar la fórmula es lo que el estudiante pretende para aprobar las asignaturas, de ese modo no profundiza en las aplicaciones en finanzas.

Contradicciones externas:

Respecto a las contradicciones externas, referente a las dificultades observadas en el docente se puede enumerar algunas evidenciadas:

1. Dificultades del docente para abordar correctamente el tema de la volatilidad estadística por la falta de conocimiento de los modelos financieros.
2. Poco énfasis en los textos guía para verificar la temporalidad de las medidas de dispersión.
3. Los problemas dedicados a las medidas de dispersión no llevan alguna medida de temporalidad.

4. Los contenidos en finanzas no tienen énfasis en el currículo y textos guía, por tal motivo no se comprometen a impartir tal tema.

Por estas razones bien resumidas, producto del análisis inicial en la etapa 1 del modelo, se puede dar un acercamiento a las contradicciones internas y externas en la relación entre las metodologías de enseñanza que no se logran articular con el tema de la volatilidad estadística, por esta razón el aprendiz no se apropia de forma significativa del concepto de volatilidad y su utilidad en la toma de decisiones financieras.

4.1.3. Etapa 3: Valoración del estado Inicial.

En esta etapa, se pretende conocer el estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística, en particular el concepto de volatilidad y sus aplicaciones en el campo de la economía. En esta etapa se considera los conocimientos previos necesarios para el aprendizaje y posterior utilización del concepto de volatilidad, en concordancia con los principios de Ausubel (1976), quien propone que el docente debe conocer, antes de enseñar cualquier concepto, qué es lo que el estudiante sabe previamente.

El dominio de los conocimientos previos posibilita dirigir de manera efectiva la actividad del docente, para favorecer el proceso de enseñanza y la construcción del significado robusto de volatilidad en los aprendices objeto de estudio. También es propicio para tener un punto de partida, para determinar cómo influye afectiva y cognitivamente a los estudiantes los contenidos de la estadística en su desempeño profesional. La relación explicada se representa en el esquema de la ilustración 20.



Ilustración 20: Diagrama de la etapa: "Valoración del estado inicial" en el modelo propuesto. Elaboración propia.

4.2. Fase de Ejecución:

En esta fase, ya se tiene contacto con el estudiante y se hace en función de la construcción del significado de volatilidad, se divide en cuatro etapas que circularmente harán que el estudiante construya su significado robusto de una forma espontánea y amena. Las etapas son las siguientes:

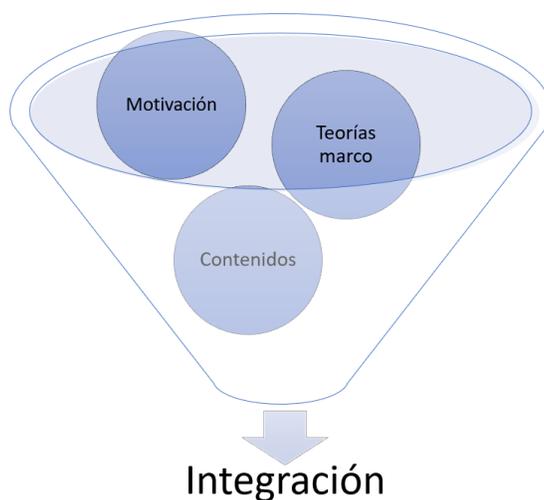
4.2.1. Etapa 4: Integración.

Esta etapa es otra adaptación del buen modelo de Almira (2015), se buscan los elementos esenciales para el diseño de los problemas retadores, la simulación y las teorías en educación propuestas. El docente debe tener en cuenta las necesidades del estudiante ante todo sus conocimientos previos, como se propone en Ausubel (1983) y basado en ello, definir cuál debe ser el alcance de la construcción de significado que se espera de ellos.

En esta fase se integran las teorías utilizadas a saber: la matemática realista, aprendizaje significativo, la gamificación, la resolución de problemas y la simulación; la motivación latente en cada una de las

actividades y en la actitud del docente con sus estudiantes explícita e implícitamente y como se mencionó anteriormente, los contenidos estadísticos, matemáticos y en finanzas.

Con el fin de que el significado sea robusto, se debe tener en cuenta que para el diseño de los problemas abarquen tanto conceptos propios de la volatilidad, así como conceptos que provengan de nuevas áreas para el estudiante, como las finanzas, el cálculo, la teoría de números, la simulación etcétera, con el fin de lograr un desarrollo del pensamiento matemático generalizado y robusto, además de valorar la recursividad con la hoja de cálculo y la motivación por relacionar la teoría con su carrera enmarcado por la asignatura. La selección apropiada de los problemas retadores es fundamental, estos deben contener situaciones que admitan riqueza en distintas temáticas y que generen preguntas complementarias, tanto en matemáticas y estadística como en su aplicación en las ciencias económicas. Lo anteriormente expuesto, se muestra en la ilustración 21.



*Ilustración 21: Diagrama de embudo para la etapa: "integración" en el modelo propuesto.
Elaboración propia.*

Entendiéndose por teorías marco, las teorías que son referentes para esta investigación, a saber: resolución de problemas, gamificación, matemática realista, aprendizaje significativo y uso de la tecnología en el aula.

Una vez definida cada una de las actividades, se debe revisar de forma pormenorizada, con el fin de verificar si efectivamente cada una de ellas cuenta con los elementos propios de las teorías, de lo contrario no es pertinente involucrar actividades o problemas que no aporten suficientemente, esto es, tanto a las teorías como a la generación de la construcción del significado robusto personal de la volatilidad ya que en la validación del modelo, es posible que estas preguntas generen confusión en la percepción de los estudiantes. En ese sentido, una vez finalizado el análisis de cada una de las actividades, el resultado es una mezcla bien interesante de elementos de cada una de esas teorías, como pinceladas que generan actividades distintas y con riqueza conceptual en el sentido matemático, estadístico y en las aplicaciones, como se muestra en la ilustración 22.:



Ilustración 22: Esquema de la integración de las teorías marco. Elaboración propia.

4.2.2. Etapa 5: Pre-Evaluación.

Una vez identificados los conceptos a enseñar, es necesario medir el alcance de los estudiantes frente a la construcción de su significado personal y frente a la resolución de problemas ya que éstas son elementos esenciales para el logro del objetivo final, el desarrollo en la construcción personal de los significados estadísticos propuestos en la investigación. Mediante preguntas orientadoras en todo el proceso; se prueba y se refuta en todo momento todas las soluciones propuestas por los estudiantes y esta dinámica ellos la realizan bidireccionalmente, una es frente a sus pares estudiantes y otra frente

al profesor. De esa forma el docente se forma una idea generalizada de las dificultades y obstáculos en el proceso de aprendizaje además de las fortalezas y la identificación de la intuición natural de los estudiantes con el fin de establecer el siguiente problema reto. El tránsito entre la pre-evaluación y la etapa anterior se muestra en la ilustración 23.

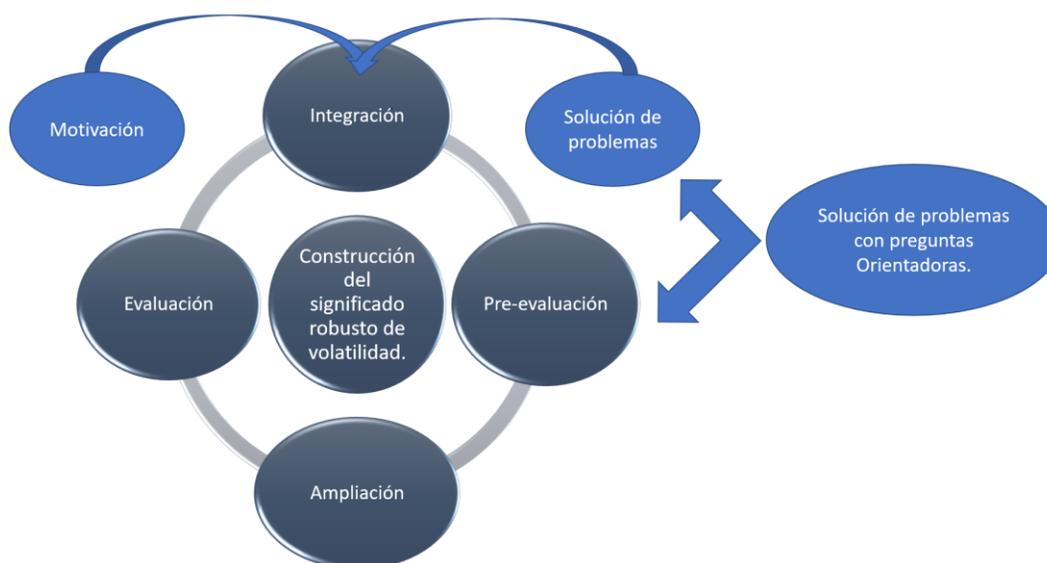


Ilustración 23: Etapa de pre-evaluación. Elaboración propia.

4.2.3. Etapa 6: Ampliación.

En la etapa de ampliación hay una correlación de los elementos que provienen de la estadística con otros elementos que le son necesarios para la solución de su problema reto, por ello el término “ampliación” hace referencia a que el estudiante debe construir más que un significado, debe construir un significado robusto de volatilidad, en concordancia con el elemento que Godino (2002), llama como “Intensivo”. Además de ello, también está orientada a la selección de nuevos problemas que ataquen las deficiencias encontradas en la etapa anterior. En esta etapa es donde realmente se construye el significado robusto; docente y estudiante aprenden uno del otro y esa dinámica presentada en la preevaluación, de preguntas orientadoras en distintos sentidos; genera discusiones académicas

constructivas alrededor de los temas que son necesarios para la solución de los problemas propuestos y permiten que en la Ampliación exista construcción de significado robusto basados en el error.

4.2.4. Etapa 7: Evaluación.

Esta etapa garantiza la eficiencia del modelo ya que en ella se mide por medio de la entrega de las actividades resueltas por parte de los estudiantes, que se complementan con una prueba de salida. La construcción robusta del significado de cada uno de los conceptos y su aplicabilidad a la volatilidad será la evidencia en la evaluación en cada etapa del proceso, siendo la más grande y mejor motivación para el estudiante ya que, en una prueba en donde él reconoce que ha logrado llegar a solucionar, por lo menos en parte, un problema que parece tener mucha complejidad es un motivador muy fuerte, haciendo que el ciclo se repita en cada actividad iniciando con la motivación.

La puesta en marcha del modelo mismo en cada uno de los problemas reto, hace que el estudiante construya el significado robusto de volatilidad de una forma natural y espontánea, como se evidencia en la validación. El paso de la evaluación hacia la motivación mediante la solución de problemas se presenta en la ilustración 24.

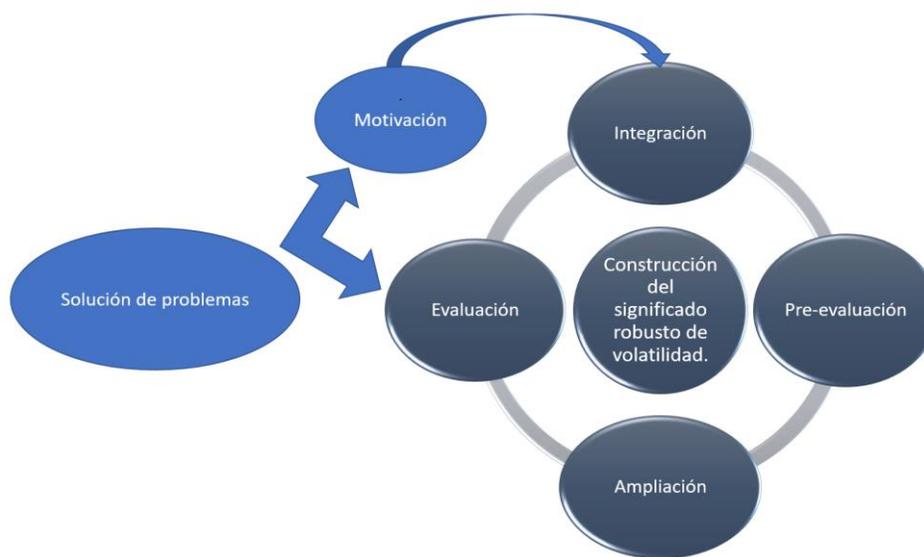


Ilustración 24: Etapa final de evaluación y empalme con la motivación. Elaboración propia.

A continuación, se esquematiza el modelo en su totalidad en la ilustración 25.

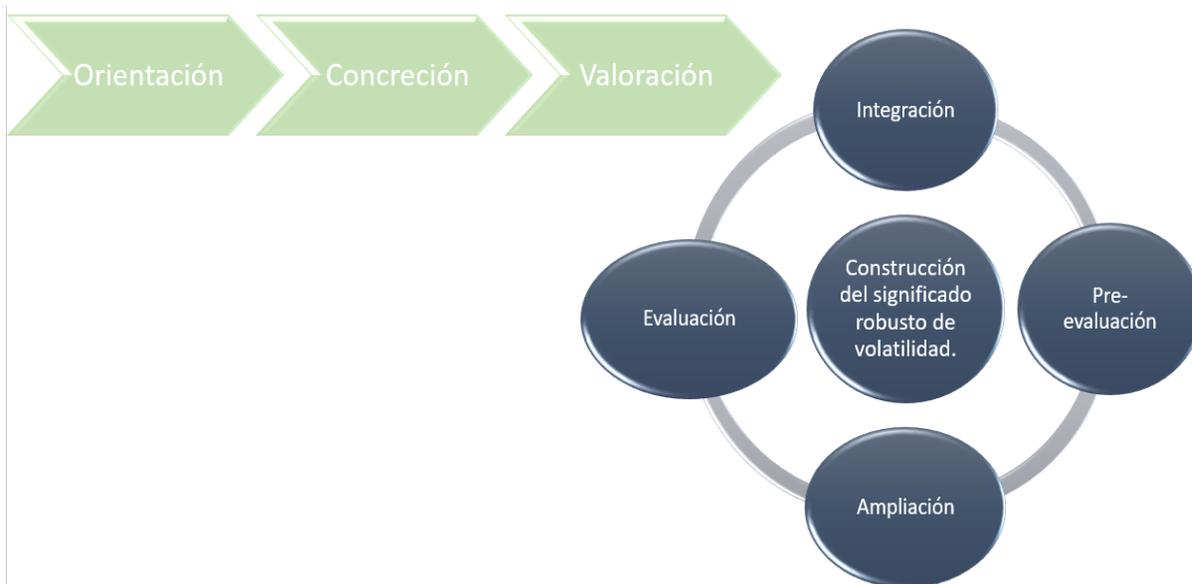


Ilustración 25: Modelo didáctico propuesto en su totalidad. Elaboración propia.

Conclusiones del capítulo 4.

1. La aplicación de los modelos de enseñanza y aprendizaje, simplifican la visión del quehacer del docente, clasificando cada etapa claramente para su análisis.
2. El modelo aquí propuesto, consta de 4 etapas en su fase de ejecución, a saber: Integración, Pre-evaluación, Ampliación y Evaluación. Sin embargo, antes de aplicarlas, se deben contemplar las tres etapas de la fase de Planeación que son a saber: Orientación, Concreción y la Valoración. Es un modelo simple de 7 etapas, pero en cada una de ellas se visualiza como en un fractal, el detalle y la minucia de cada actuar docente.
3. Utilizar el constructivismo desde la misma programación de la herramienta, construyendo paulatinamente el significado de cada concepto de los problemas abordados en clase, es una de las herramientas más poderosas que tiene este modelo.

CAPÍTULO 5. PROPUESTA DIDÁCTICA.

El aporte práctico lo constituye la elaboración de la propuesta didáctica con las actividades que le dan soporte tanto al marco teórico como a la finalidad de la tesis, favorecer la construcción de significado robusto de volatilidad. De esta forma, en la ilustración 26 se muestra el esquema del plan de trabajo pormenorizado en cada una de las etapas de la investigación y su resumen.

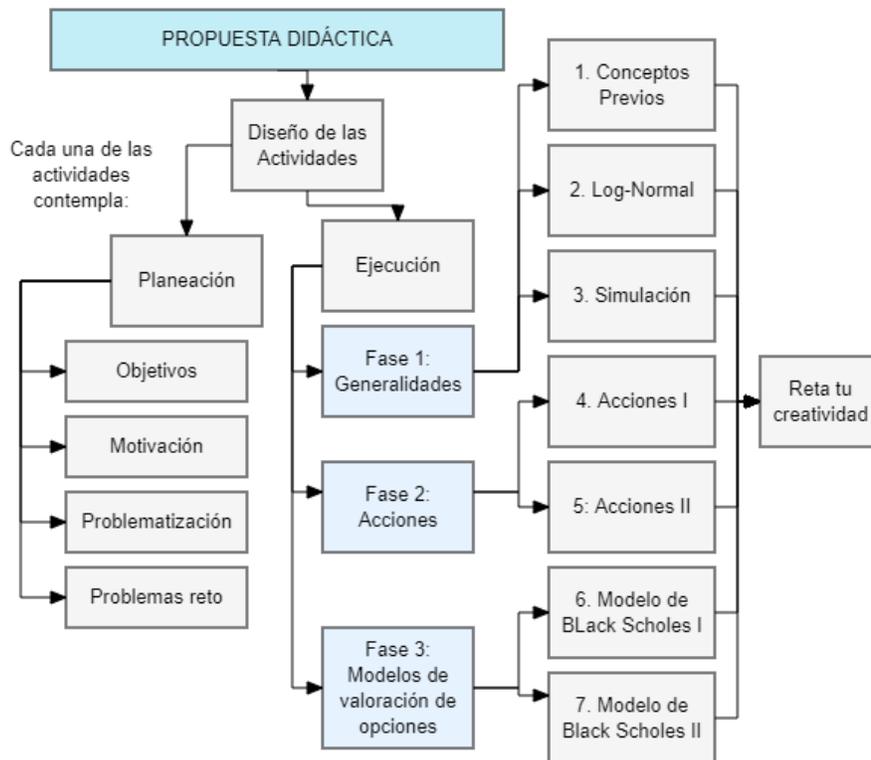


Ilustración 26: Esquema general de la propuesta didáctica. Elaboración propia.

5.1. Diseño de las actividades.

A continuación, se describe la forma de las actividades que se desarrollan a través de solución de problemas. Cada una de las actividades tiene la misma estructura base, tanto en formato como en el desarrollo en el aula, buscando corresponder plenamente a las etapas propuestas en el modelo didáctico, que en su parte práctica necesita de tales actividades, por ello se debe diseñar la

metodología con sus problemas reto propuestos de forma original y que lleguen a crear redes conceptuales que fomenten la construcción del significado robusto de la volatilidad en cada estudiante.

Las actividades están planteadas por sesiones, es decir, cada día corresponde a una actividad en concreto y cada día es importante respecto al momento en que se debe realizar la intervención teniendo en cuenta el currículo de estadística II de la Universidad Antonio Nariño, de esa forma, hay que tener una planeación minuciosa de cada una de las sesiones con el fin de establecer los momentos exactos de intervención para no afectar el curso normal de la asignatura, estos momentos exactos se muestran en el syllabus de la materia. (Ver anexo 1.)

5.1.1. *Diseño de cada sesión.*

En este acápite se muestra cómo se implementa cada una de las actividades o sesiones que permitan la construcción del significado robusto de volatilidad.

Cada intervención tiene las siguientes etapas en su elaboración:

5.1.1.1. *Planeación.*

Se planea de forma pormenorizada los temas a impartir, objetivos, motivación y los problemas reto propuestos.

5.1.1.2. *Ejecución.*

La introducción al tema, con preguntas de actualidad, preguntas de la sesión anterior, dudas en el trabajo que se deja para casa, etc. Es importante que el estudiante encuentre significado y relacione la teoría con la vida cotidiana. En cuanto al desarrollo de la sesión, se realiza una indagación de preconceptos. Mediante la exposición de situaciones prácticas se indaga la manera que ellos utilizarían para modelar o solucionar alguna situación propuesta.

También se realiza una breve explicación de la problematización, de la teoría que se desea impartir, es de aclarar, que esta exposición teórica depende en gran medida del tema de la sesión, no se debe hacer una clase magistral; únicamente se dota al estudiante de la herramienta conceptual necesaria para que, desde allí, el estudiante tenga un punto de partida para sus simulaciones y se hace una breve explicación del problema reto, se orienta al estudiante en los resultados a entregar o mostrar al final de la sesión y Finalmente se debe hacer un acompañamiento y orientación con el fin de aclarar dudas mientras los estudiantes programan sus hojas de cálculo, respecto a los conceptos en estadística y frente a los obstáculos con el software.

El cierre de la sesión se plantean algunas conclusiones, generalizaciones, forma de evaluar la sesión, se deja trabajo para el próximo encuentro. Las clases se imparten de una forma participativa y los estudiantes construyen su significado de volatilidad paulatinamente en cada sesión, incrementando la noción de volatilidad en cada una de las actividades establecidas. En la ilustración 27 se muestra el esquema del diseño de cada una de las sesiones.

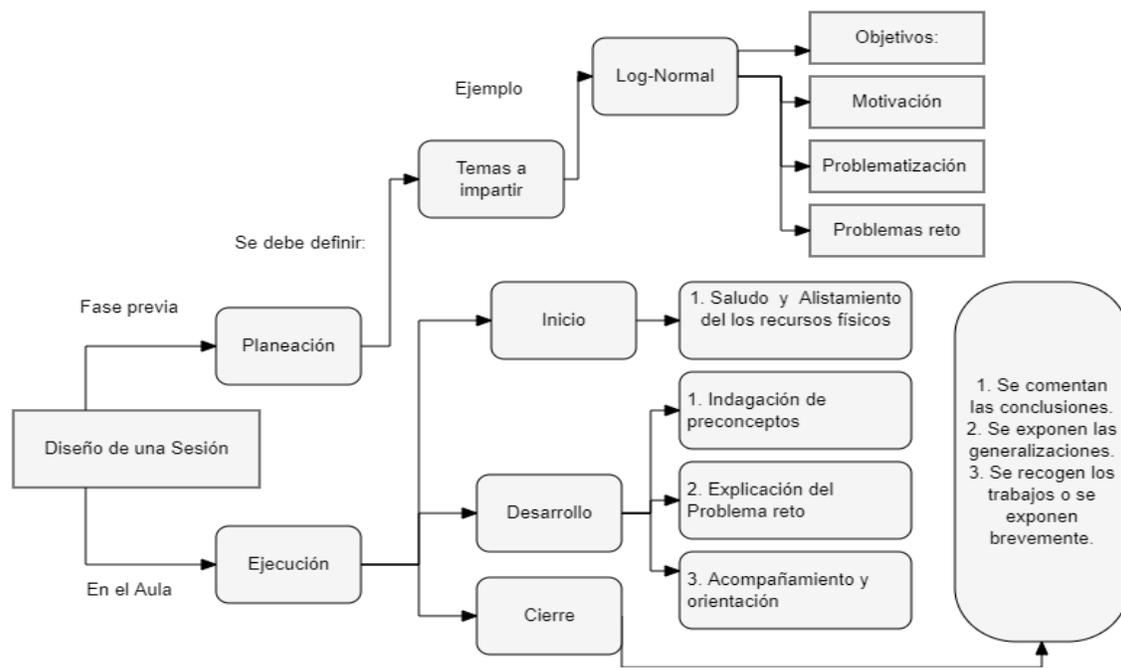


Ilustración 27: Diseño de cada sesión de clases. Elaboración propia

5.1.2. *Análisis cualitativo de la estructura de las actividades y su cohesión con el modelo propuesto.*

Como se ha comentado en el marco teórico de la presente investigación, se deben surtir sistemáticamente las etapas del modelo, aunque en distintas ocasiones se visualicen situaciones de aplicación del modelo en doble vía, es decir que los mediadores utilizados cumplen distintas etapas del modelo. A continuación, se muestra como las actividades surten las etapas en el modelo propuesto a cabalidad y la manera en que otros docentes pueden asegurar que las actividades que planteen bajo el modelo tengan una plena cohesión etapa por etapa así:

5.1.2.1. *Las actividades y su cohesión con el modelo.*

El modelo en su parte práctica se visualiza en su totalidad en la ilustración 20, en el gráfico, cada vez que se vayan cumpliendo las etapas propuestas según el análisis de la actividad, serán puestos en un color más claro para entender la forma cíclica en que se van cumpliendo las etapas, que tienen por objetivo principal la construcción del significado de volatilidad de una forma progresiva.

5.1.2.2. *La Integración:*

La etapa de integración se compone de tres partes, las teorías marco, la motivación y la solución de problemas. La motivación aparece de forma explícita en la actividad y la posibilidad de que el aprendiz de solución a los problemas propuestos es la forma implícita de ella, sumado al hecho de que está jugando y simulando situaciones, de esta forma se guía al estudiante en una solución muy propia a los problemas y en cohesión con el contexto que aparece en la motivación explícita, como se muestra en la ilustración 28.

Motivación:



Es bien sabido que las operaciones que involucran intereses han sido ampliamente estudiados y aplicados desde la antigüedad y ha venido evolucionando desde los Babilonios durante el siglo XVIII A.C., primero en comerciantes y posteriormente con la formación de los primeros Bancos, sin embargo no se involucraba el cálculo de probabilidades hasta que los comerciantes europeos iniciaban sus expediciones internacionales llevando sus mercancías en barcos y de los cuales algunos eran atacados por piratas llevando a la quiebra a quienes tenían su dinero invertido en tal negocio.

Ilustración 28: Etapa de integración: Motivación explícita de la actividad 1. Elaboración propia.

En la etapa de motivación, además de la lectura histórica sugerida, se les comenta a los estudiantes la importancia de la aplicación de la probabilidad en la toma de decisiones de la empresa moderna, beneficios y consecuencias de tomar decisiones financieras teniendo en cuenta la volatilidad frente a eventuales riesgos.

Desde éste momento se integra la teoría, aplicaciones, importancia y pertinencia de la volatilidad mediante la solución de problemas, éstos son diseñados para generar un criterio propio del significado robusto de la misma. En la ilustración 30 se muestra el modelo puesto en marcha en la fase de ejecución y el inicio del ciclo, desde la integración.

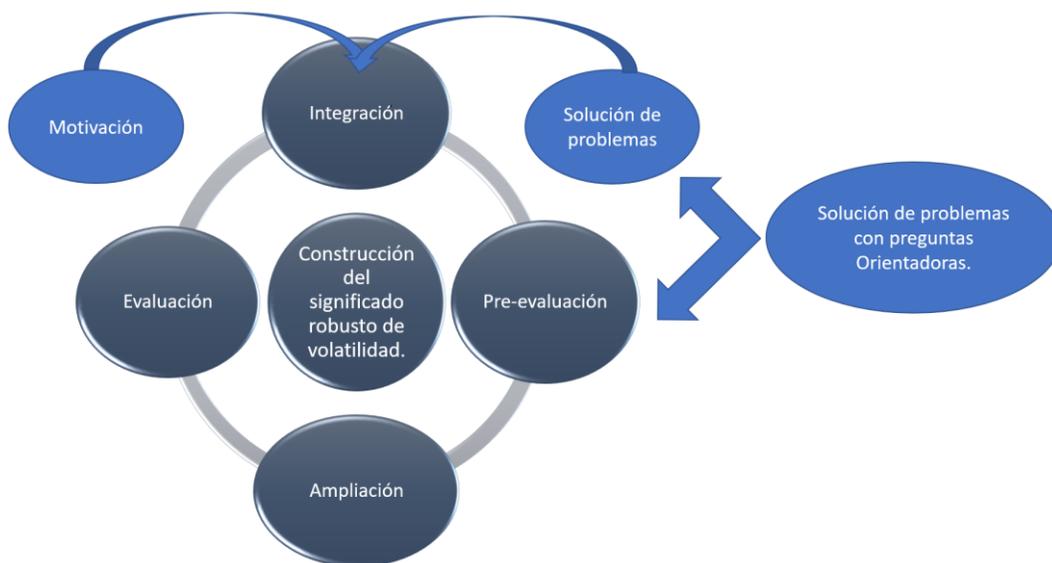


Ilustración 29: Modelo en su parte práctica: Integración y preevaluación. Elaboración propia.

5.1.2.3. La preevaluación:

Posteriormente se proporciona la teoría de los temas a impartir en la actividad. Ésta teorización es de suma importancia ya que tanto el estudiante como otros profesores que deseen tomar el modelo para aplicarlo en su aula, tendrán de primera mano los contenidos, ya se comentó con suficiencia en el marco teórico que se modifica un poco la temática de la asignatura como se dicta regularmente.

La teoría debe ser clara y muy precisa ya que no es la idea otorgar todas las herramientas al estudiante y sesgar su criterio; ante todo debe primar la posibilidad de que el estudiante tenga iniciativas distintas y creativas en la solución de problemas. Esta teorización no está explícita en cada una de las actividades, será fuente de consulta para el docente que imparta la asignatura y que desee aplicar el modelo. En la Ilustración 31 se muestra un ejemplo de la teorización que corresponde a la actividad 3 “Simulación: Movimiento Browniano” (Anexo 8.)

Movimiento Browniano Aritmético:

Un paseo o caminata aleatorios, es la formalización matemática de la trayectoria que resulta de varios pasos con dirección aleatoria, y el movimiento browniano es la misma caminata aleatoria, pero continua.

Definición del movimiento Browniano aritmético:

$$R(0) = 0$$

$$R(t) = R(t - 1) + \mu\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} Z$$

Dónde:

$R(0)$ = Valor inicial del activo, (en el tiempo cero)

$R(t - 1)$ =Cualquier valor del activo en un tiempo anterior.

$R(t)$ =Valor del activo en el tiempo t

$\Delta t = \frac{d}{dt}$ =El diferencial de S respecto al tiempo, si la volatilidad es anual, $\Delta t = 1/256$, (Un año sobre 256 días hábiles de bolsa).

$Z \sim N(0,1)$ = N se comporta normalmente con media cero y desviación 1.

Ilustración 30: Ejemplo de la Problematización-Teorización de la actividad 3. Elaboración propia.

Al momento de otorgar las temáticas por parte del docente, se inicia el proceso de solución de problemas en el aula y como se afirmó en el marco teórico, se basa en el modelo IDEAL. Cuando los estudiantes se familiarizan con las herramientas a utilizar, en éste caso Excel, se comienzan a lanzar las **preguntas orientadoras**, por ejemplo:

¿Cuál es el efecto del cambio de varianza?, ¿Qué tipo de situaciones conllevan a que la probabilidad de generar buenas utilidades sea mayor?, ¿Realmente importa el precio de un activo para la obtención de rentabilidades?, ¿Consideran que el problema de las crisis financieras afecta los cálculos de probabilidad de pérdidas?, ¿Qué sucede si la varianza es extremadamente alta, será beneficiosa en el caso de inversiones financieras?

Mientras ellos encausan sus conocimientos hacia la situación problemática que se plantea en la actividad, se van solucionando problemas con el uso de la tecnología, algunos provenientes del juego de la bolsa de valores de Nueva York y al ser tan amena la situación, se generan respuestas acertadas, otras no tanto; pero las que más ayudan a la construcción del significado robusto, son las respuestas erradas por que son generadoras de nuevas preguntas orientadoras.

En este sentido, la **preevaluación** es una aproximación que le sugiere al docente, hasta dónde puede llegar el estudiante en una evaluación para el planteamiento del siguiente problema.

En esta etapa se conduce al estudiante de una forma amable a la concepción de ideas que lo lleven a una buena asimilación de los significados para resolver los problemas previstos.

5.1.2.4. La Ampliación:

La ampliación es la etapa donde realmente el estudiante y docente aprenden uno del otro; el conocimiento se magnifica en la medida que se presente una buena cohesión entre las preguntas orientadoras, el apropiado uso de las tecnologías, la disposición que tenga el estudiante por aprender (que desde la etapa de motivación se visualiza) y la forma adecuada en la que el docente lleve al grupo por una experiencia enriquecedora en distintos aspectos mediante la forma adecuada al responder sus inquietudes, sin dar los resultados a los problemas que surjan en las preguntas orientadoras ya que estos deben ser logros del estudiante y fuente de motivación implícita. En la

ilustración 32, se muestra un ejemplo de un problema retador que corresponde a la actividad 8 “Reta tu creatividad. (Anexo 13) y en la ilustración 33 se muestra parte de la solución.

2. Ejemplo de problema retador.

Considere que la probabilidad de hurto de una motocicleta se reduce en la medida que la moto sea más vieja, cierto modelo de moto cuando es nueva, la probabilidad de que sea hurtada es de $\frac{1}{2}$, pasado un año de uso es de $\frac{1}{4}$, pasados dos años $\frac{1}{8}$, y así sucesivamente. Es decir que su función de probabilidad se comporta así:

$$f(x) = \begin{cases} (1/2)^x, & \forall x \in \mathbb{Z}^+ \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Si una compañía de seguros desea estimar una prima para este modelo de motos y el actuario considera que se debe cobrar una sola prima por toda la vida útil de la moto, calculándola así:

$$\text{Prima} = 4\sigma$$

Si la moto tiene un precio inicial de 14 millones de pesos, ¿cuál es la prima? para el cálculo de la varianza tenga en cuenta que la moto se deprecia cada año hasta en tres cuartos de su valor.

Ilustración 31: Ejemplo de problema retador. Elaboración propia.

• No hay n , se trata de dos series infinitas convergentes.

• La de la probabilidad de Hurto

• La de la depreciación de la moto

$$E(x) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i f(x)$$

Ilustración 32: Parte de la solución de un problema retador. Elaboración propia.

Como se evidencia en la ilustración 33, además del conocimiento que se espera que el aprendiz logre alcanzar acerca del tema de volatilidad, involucra otros temas de la matemática y de la estadística en problemas en los cuales, el estudiante tiene que ampliar su visión más allá del tema de volatilidad, inclusive de los textos de estadística, buscando que se generen redes conceptuales en torno al tema de volatilidad, en concordancia con la definición de la construcción del significado robusto. El ejemplo anterior proviene de la octava actividad “Reta tu creatividad” en donde el estudiante debe tener un nivel superior de abstracción matemática, por ello esta actividad es para desarrollar durante todo el

semestre, haciendo aproximaciones a la solución poco a poco ya que no es trivial. Sin embargo, con la orientación progresiva del docente sin involucrarse en los logros del estudiante, descubren cosas en el problema que son bastante gratificantes y sorprendentes en la medida que tengan la orientación apropiada.

5.1.2.5. Evaluación.

El uso apropiado del modelo pretende que el estudiante no sea frustrado por un problema inalcanzable, de ese modo, es probable que los problemas propuestos con el fin de evaluar al estudiante sean modificados por el buen criterio del docente, que estará en la capacidad de reducir o eliminar algún problema que el grupo no tenga la suficiente motivación por resolver. Del mismo modo, el docente en uso de su criterio podrá elevar el nivel de algún problema con el fin de que el grupo tenga un reto mayor en cada clase. En la ilustración 35 se muestra un ejemplo de un problema retador, y para su solución es necesario analizar los datos provenientes de las bases de datos de la bolsa de valores de Nueva York, aplicando matemática realista y gamificación. Este problema se puede visualizar en el anexo 8.

Problemas reto propuestos:

1. Qué relación hay entre μ y σ^2 y el crecimiento, decrecimiento de $S(t)$?
 - a. Simule $S(t)$ para los siguientes valores de los parámetros con un diferencial de t de $\frac{1}{256}$ y observe el comportamiento de $S(t)$ con relación a $S(0)$ (crece, decrece).
Usando la hoja de cálculo, cuente en cada simulación el número de veces que la cantidad $(\mu - \sigma^2 / 2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z$ es positiva o negativa.
 - i. $\mu = 0.1\%$ y $\sigma = 10\%$
 - ii. $\mu = 2\%$ y $\sigma = 10\%$
 - iii. $\mu = 1\%$ y $\sigma = 40\%$
 - b. Repita estas simulaciones para $N=20$ repeticiones y calcule en cada caso la media y varianza de $S(256)$. Compare la media obtenida en cada caso con $S(0)$.
2. Si usted tuviera que comparar 2 activos conociendo su rentabilidad media y su volatilidad

Ilustración 33: Ejemplo de problema reto en la actividad 3. Elaboración propia.

Una vez surtido el proceso de evaluación, en el caso de que el estudiante logre resolver alguno de los problemas reto propuestos estará muy motivado para la siguiente actividad, ya que sus logros son la mejor recompensa prevista en el modelo en el proceso de solución de problemas.

Las actividades desde la uno a la siete se desarrollan en las dos horas de clase, porque la idea es visualizar el trabajo de cada estudiante en el aula. Debido a esa característica vivencial en el salón de clase, cada sesión tiene la complejidad para ser trabajada justo en dos horas.

Los problemas retadores de mayor envergadura tienen prevista una actividad especial llamada "Reta tu creatividad", que se trabajará durante todo el semestre, al margen de las demás sesiones porque involucra distintos conceptos que se imparten a lo largo del curso, los problemas propuestos en la actividad ocho, se solucionan mediante acercamientos sucesivos hasta lograr que se desarrollen de manera suficiente y no exhaustiva. Estos problemas diferencian de forma excepcional a los estudiantes con capacidades distintas identificando los talentos sin que los demás sean discriminados y sin involucrar sus notas en el curso regular. En la Ilustración 34 se muestra el paso de la evaluación hacia la motivación, es de esperar que, si el estudiante logra, así no sea del todo, resolver problemas de tipo retador; estará motivado para abordar el siguiente problema propuesto de ese modo la evaluación se convierte en motivación y así se inicia el ciclo nuevamente.

Por ello, en la etapa de evaluación ya el estudiante debe estar tan motivado y con los conocimientos previos construidos apropiadamente en las etapas anteriores, que esta actividad evaluativa le será gratificante.

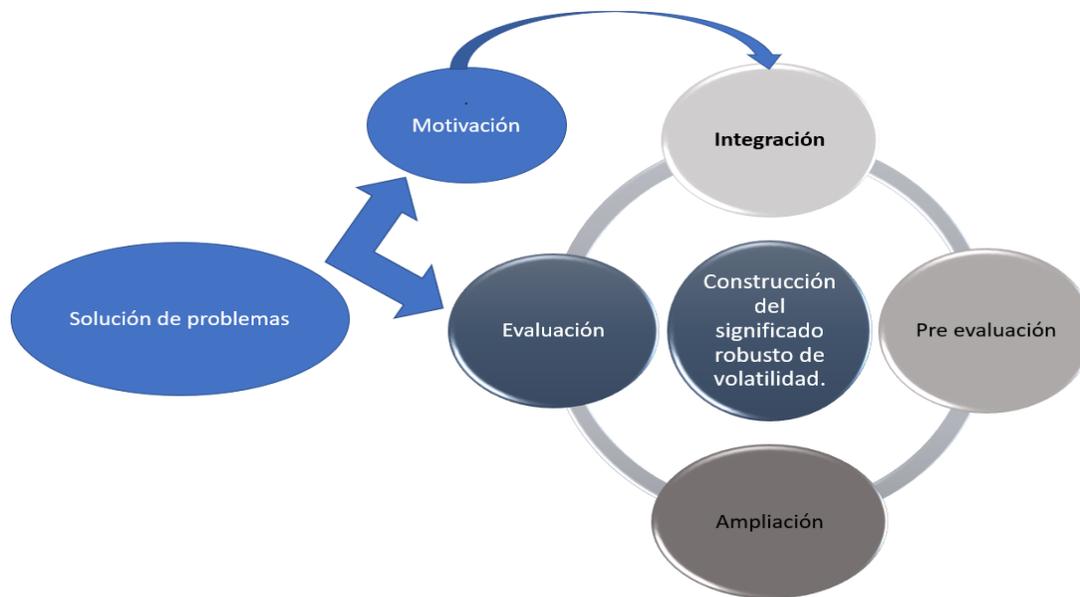


Ilustración 34: Modelo en su fase práctica: Evaluación y motivación. Elaboración propia.

5.2. Descripción de las actividades por temática.

Las temáticas propuestas en cada una de las actividades se muestran a continuación y son divididas en 3 fases:

5.2.1. Fase 1: Generalidades.

En esta fase, se hizo un recorrido por los conceptos de la estadística 1. La estadística 1 en la Universidad Antonio Nariño trata de la parte descriptiva, conteo y termina con el tema de probabilidad, y se profundiza en la distribución normal. Esta fase consiste en un repaso necesario para que el estudiante tenga un buen desarrollo de las sesiones, como el estudiante ya conoce parte de estos conceptos, es tarea del profesor encargado hacer hincapié en las aplicaciones financieras y pormenorizar los temas de la Log-normal, Excel y movimiento browniano. La construcción del significado de volatilidad tendrá sus bases en la medida que el estudiante comprenda de manera suficiente y en contexto, los temas a impartir en estas 3 sesiones, a saber:

Actividad 1: Conceptos previos (Distribución Normal).

Actividad 2: Distribución Log-normal.

Actividad 3: Simulación (Movimiento Browniano)

5.2.2. Fase 2: Acciones.

En esta fase se pretende que el estudiante comprenda el significado del mercado bursátil desde el punto de vista académico y no monetario o especulativo; claramente cada acción es una variable aleatoria a la que se le hace un tratamiento estadístico suficiente con el fin de que sea absolutamente contextualizado su proceso de aprendizaje, cumpliendo así con los principios de la educación matemática realista de Freudenthal (1986), posterior a ello el estudiante debe estar en la capacidad e idoneidad para cumplir con los objetivos del concurso Market Watch; esta gamificación en el aula de estadística es un magnífico escenario para la construcción del significado robusto de volatilidad además de tener la posibilidad de la aplicación de simulaciones ricas en contenidos probabilísticos. Se planean dos sesiones así:

Actividad 4. Acciones I (Covarianza)

Actividad 5: Acciones II (Regresión y correlación)

5.2.3. Fase 3. Modelos de valoración de opciones.

En esta fase, ya el estudiante tiene el suficiente conocimiento para aplicar correctamente con su significado propio de volatilidad, para aplicarlo de manera fácil a modelos de valoración de opciones, que serán de gran utilidad para formar un pensamiento estratégico en el estudiante basado en decisiones estadísticas bien fundamentadas, para comparar distintos planes de inversión sin importar su naturaleza ya sea determinista o estocástica. Para esta fase se destinan dos sesiones; Actividad

6. Modelo de Black Scholes I y Actividad 7: Modelo de Black Scholes II. En los anexos de 5 al 13 se encuentran las actividades en su totalidad.

Conclusiones del capítulo 5.

1. La planeación estricta de los momentos de intervención es fundamental para el éxito de la propuesta didáctica.
2. Los momentos de intervención son consecuentes con los planes de estudio vigentes de la Universidad Antonio Nariño, de aplicarlos en otra institución se recomienda homologar de manera similar a los contenidos propios.
3. El problema reto es una herramienta para la apropiación de conceptos que genera un ambiente creativo dentro del aula.
4. Las 8 sesiones son el fruto de una planeación milimétrica, esperando que con ellas se cumplan los objetivos propuestos en la investigación.
5. Las sesiones de la fase 1, son apropiaciones de los contenidos de estadística 1 y se pretende que los asocien a las aplicaciones financieras desde ese momento.
6. Se considera que se debe implementar de forma más exhaustiva las simulaciones en el aula de estadística para acelerar el proceso de enseñanza y así cumplir holgadamente con los contenidos de las 8 sesiones.
7. En el estudio de conceptos abstractos de estadística, la simulación es un acelerador del proceso de enseñanza y aprendizaje.
8. Se elaboran los mediadores y son clasificados en tres temáticas: La primera respecto a los referentes importantes en las distribuciones que se deben utilizar, otra destinada a la aplicación de actividades referentes a las acciones y finalmente la tercera dedicada al mercado de opciones.

CAPITULO 6. RESULTADOS:

En este capítulo se realiza el análisis de los resultados del sistema de actividades como son: prueba de entrada (Anexo 2); 8 actividades programadas (Anexos del 5 al 13) y prueba de salida (Anexo 16); producto de la puesta en marcha del modelo creado para favorecer la construcción del significado robusto de volatilidad. El análisis cuantitativo y cualitativo de las respuestas dadas a los problemas formulados en cada una de las actividades, permite caracterizar el nivel logrado respecto a la construcción del significado robusto de volatilidad, midiendo cuatro dimensiones de la experiencia bien definidas así:

1. Se muestra una comparación entre las pruebas de entrada y salida que se analiza mediante la prueba de Wilcoxon, para mostrar si realmente hubo algún cambio significativo. Se utiliza Wilcoxon después de analizar y encontrar que los resultados no son normales, y las pruebas paramétricas no modelan correctamente los resultados de los estudiantes antes y después, de esa forma, se tiene el test de Wilcoxon como buena opción de análisis ya que es una prueba de contraste no paramétrica. La prueba de hipótesis con muestras pareadas se descarta debido a la naturaleza distinta de las preguntas en cada prueba, además el análisis descriptivo de los resultados de la prueba se muestra en más detalle, en el anexo 4.
2. Se analizan los resultados de dos pruebas referentes de las actitudes de los estudiantes respecto al estudio de la estadística y su utilidad, para ello se usa el instrumento diseñado por Auzmendi (1992), además se diseña un instrumento con el fin de medir las actitudes de los estudiantes referente al tema de volatilidad específicamente. Se decide implementar estas encuestas de percepción debido a que este instrumento incluye preguntas orientadas a la diversión por medio del aprendizaje, orientadas a la percepción de la utilidad de la estadística, a la percepción de los estudiantes referente a la seguridad que siente el estudiante al resolver un problema, y justamente

esas son las bases teóricas de este proyecto, la gamificación, resolución de problemas, el aprendizaje significativo y la matemática realista. Estas dos pruebas son sometidas a análisis de confiabilidad mediante el índice de consistencia interna Alfa de Cronbach y otros análisis que afirman o rechazan la posibilidad de manipular los resultados de estos instrumentos mediante análisis factorial. El instrumento diseñado por Auzmendi tiene un alfa de Cronbach muy cercano a uno y ya está aplicado en distintos estudios donde se demuestra su eficacia y validez, como se muestra en la ilustración 36.

En cuanto al instrumento de diseño propio frente al tema de volatilidad, en primera medida, se mide el alfa, posteriormente se hace el análisis factorial y se concluye con un análisis descriptivo.

3. Se muestra un ejemplo de la metodología utilizada para el análisis de la construcción del significado, mediante los elementos propuestos por Godino (2002), respecto a las soluciones entregadas por los estudiantes. Una vez analizadas todas las pruebas se elabora una matriz de resumen, se analiza y se concluye.
4. Finalmente, los videos obtenidos en cada una de las sesiones se analizan mediante la metodología propuesta por Planas (2006), quien diseñó un modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático, se muestra un pequeño ejemplo referente a la metodología utilizada, los resultados generales se resumen en una matriz de resultados y se concluye.

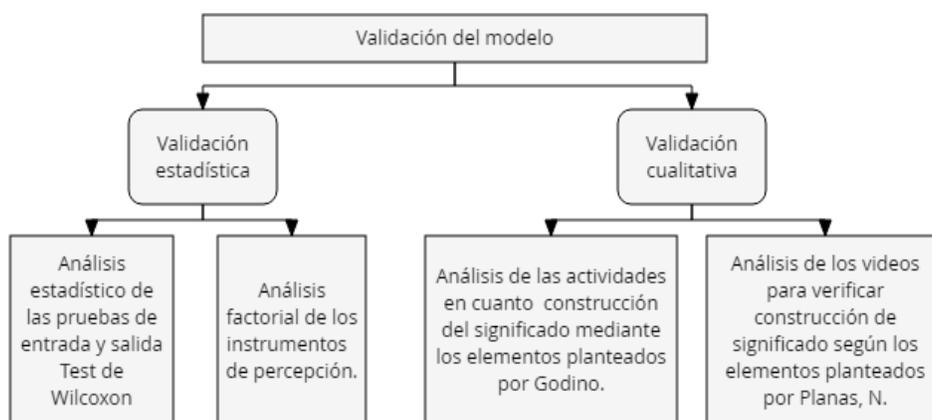


Ilustración 35: Diagrama de la validación del modelo en cuatro dimensiones. Elaboración propia.

6.1. Análisis de pruebas de entrada y salida con la prueba de Wilcoxon.

Una vez efectuada la prueba de salida, se compara con los resultados de la prueba de entrada mediante un análisis de contraste, la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon. Esta prueba relaciona las distintas medidas de tendencia central y verifica si hubo cambios significativos en ellas planteando la hipótesis alternativa en este mismo sentido.

Separadamente se toma la sede Nicolás de Federman y la Sede Sur para este análisis, en los anexos 17 y 18 se muestra los resultados de las pruebas a analizar.

Mediante la prueba se pretende demostrar la relación entre dos variables una cualitativa y otra cuantitativa así:

Cualitativa: La mejora en la concepción apropiada de los significados relativos a la volatilidad.

Cuantitativa: Los resultados en las pruebas de entrada y salida.

De ese modo se plantean las hipótesis del caso:

Ho: "La aplicación del modelo de enseñanza no afecta el desempeño de los estudiantes en temas relativos al tema de volatilidad "

H1: "La aplicación del modelo de enseñanza afecta el desempeño de los estudiantes en temas relativos a la volatilidad".

Para el caso de la Sede Sur, el estadígrafo de prueba: $\min\{T_+, T_-\}$ arroja como resultado 22,5; por fuera del intervalo (59-66) para una prueba a dos colas con $n = 22$.

En el caso de Nicolás de Federman, en el estadígrafo de prueba: $\min\{T_+, T_-\}$ se obtiene 18, resultado por fuera del intervalo (30-35), que sugieren los valores críticos de la prueba de Wilcoxon $n = 18$,

Los análisis en ambos casos, sede Sur y sede Nicolás de Federman, se elaboran con una confiabilidad del 95%, esto indica que los resultados obtenidos en pruebas de entrada y salida son significativamente distintos.

La prueba de los signos se realizó así: prueba de salida menos prueba de entrada; de esa forma se concluye que la diferencia además de ser significativa es positiva, lo que sugiere la mejora ostensible en la concepción del significado de volatilidad en ambos casos.

Por esta razón se rechaza H_0 y se concluye: "Existe suficiente evidencia estadística para afirmar que la aplicación del modelo afecta de manera significativa y positiva la apropiación del concepto robusto de volatilidad".

6.2. Análisis factorial de la encuesta de percepción frente a la estadística.

En primera medida se toma el instrumento diseñado por Auzmendi (1992), referente a la percepción de los estudiantes frente a la estadística y su utilidad, una vez obtenidos los datos, se hace un análisis factorial de componentes principales de rotación Varimax, como se recomienda en Izquierdo (2014), mismo proceso utilizado por Auzmendi, aunque los resultados son bien distintos en su naturaleza. Más adelante se analizará.

Análisis factorial
[ConjuntoDatos2]

Prueba de KMO y Bartlett

Medida Kaiser-Meyer-Olkin de adecuación de muestreo		.894
Prueba de esfericidad de Bartlett	Aprox. Chi-cuadrado	1107,391
	gl	300
	Sig.	.000

Matrices anti-imagen

	Considero la Estadística como una materia muy necesaria en la carrera	La asignatura de Estadística se me da bastante mal	El estudiar o trabajar con la Estadística no me asusta en absoluto	El utilizar la Estadística es una diversión para mí	La Estadística es demasiado teórica como para ser de utilidad práctica para el profesional medio	Quiero llegar a tener un conocimiento más profundo de la Estadística	La Estadística es una de las asignaturas que más temo	Tal como mi nivel entre las materias que más temo
Covarianza anti-imagen	Considero la Estadística como una materia muy necesaria en la carrera	.039	-.009	-.009	.006	-.016	-.014	.006
	La asignatura de	-.009	.050	-.005	.005	-.041	-.003	-.026

Ilustración 36: Inicio del informe estadístico para la encuesta de percepción. Elaboración propia en SPSS.

En la ilustración 37 se puede apreciar la consistencia del instrumento ya que el índice KMO es igual a 0,894. Este índice varía entre 0 y 1, si es cercano a cero; los resultados no muestran suficiente correlación factorial e indica que no debe analizarse por medio de correlación de factores. Si es cercano a 1, los datos son ideales para ser analizados por métodos factoriales como se muestra en Dziuban (1974). El resultado es de aproximadamente 0,9 y un p-valor de cero, con la hipótesis de que las variables no están relacionadas entre sí, de ese modo indica que los datos son apropiados para trabajarlos por el método de rotación Varimax.

Otro indicador muy bueno en cuanto a la consistencia de la prueba es la varianza total explicada, ya que en el factor 6 ya acumula el 86,44% de la varianza explicada, muy bueno para estos análisis e indica que existen fuertes correlaciones entre los factores analizados.

Componente	Varianza total explicada								
	Autovalores iniciales			Sumas de cargas al cuadrado de la extracción			Sumas de cargas al cuadrado de la rotación		
	Total	% de varianza	% acumulado	Total	% de varianza	% acumulado	Total	% de varianza	% acumulado
1	17,428	69,714	69,714	17,428	69,714	69,714	5,458	21,832	21,832
2	1,170	4,679	74,393	1,170	4,679	74,393	4,129	16,515	38,347
3	,992	3,968	78,361	,992	3,968	78,361	3,186	12,745	51,092
4	,745	2,980	81,341	,745	2,980	81,341	2,956	11,823	62,915
5	,647	2,586	83,927	,647	2,586	83,927	2,950	11,800	74,715
6	,628	2,513	86,440	,628	2,513	86,440	2,931	11,725	86,440
7	,478	1,911	88,351						
8	,404	1,618	89,969						
9	,370	1,481	91,450						
10	,312	1,247	92,696						
11	,283	1,132	93,828						
12	,236	,943	94,772						
13	,220	,879	95,651						
14	,201	,803	96,454						
15	,175	,699	97,153						
16	,150	,598	97,752						
17	,131	,523	98,275						
18	,110	,439	98,714						
19	,098	,392	99,105						
20	,072	,287	99,392						
21	,048	,193	99,585						

Ilustración 37: Varianza total explicada de la prueba de Auzmendi. Elaboración propia en SPSS.

Sin embargo, el dato más relevante del análisis es la fuerte correlación entre los factores rotados que se muestra a continuación, allí, aunque no se visualizan la totalidad de los datos, en la ilustración 38 se puede evidenciar que los factores con correlaciones más altas y que explican gran parte de las cifras anteriormente nombradas son las preguntas:

Pregunta 9: Me divierte el hablar con otros de Estadística.

Pregunta 8: Tengo confianza en mí mismo/a cuando me enfrento a un problema de Estadística

Pregunta 14: La Estadística es agradable y estimulante para mí

Pregunta 19: Me gustaría tener una ocupación en la cual tuviera que utilizar la Estadística

Pregunta 4: El utilizar la Estadística es una diversión para mí

	Matriz de componente rotado ^a					
	Componente					
	1	2	3	4	5	6
Me divierte el hablar con otros de Estadística	,771	,173	,441	,127	-,268	-,001
Tengo confianza en mí mismo/a cuando me enfrento a un problema de Estadística	,717	,268	,007	,268	-,175	,404
La Estadística es agradable y estimulante para mí	,707	,329	,281	,229	,012	,280
Me gustaría tener una ocupación en la cual tuviera que utilizar la Estadística	,663	,355	,253	,342	-,322	,089
El utilizar la Estadística es una diversión para mí	,626	,352	,282	,326	-,260	,380
Trabajar con la Estadística hace que me sienta muy nervioso/a	-,570	-,226	-,078	-,282	,317	-,471
El estudiar o trabajar con la Estadística no me asusta en absoluto	,553	,380	,319	,300	-,484	,218
Quiero llegar a tener un conocimiento más profundo de la Estadística	,545	,482	,355	,328	-,114	,316
Considero la Estadística como una materia muy necesaria en la carrera	,512	,504	,457	,383	-,188	,135

Ilustración 38: Análisis de componentes principales. Método de rotación: Varimax con normalización Kaiser. Elaboración propia en SPSS.

En la ilustración 39 se muestra la saturación factorial de los componentes principales, y se pueden agrupar en esas cinco preguntas para el primer y más importante factor. El instrumento analizado corresponde a las actitudes frente a la estadística mostradas por los estudiantes objeto de investigación, por ello se concluye, que existe una fuerte correlación entre los factores analizados en las cinco preguntas nombradas anteriormente.

En el anexo 14 se muestra el instrumento utilizado y el resumen de los resultados, por ello se puede afirmar que los aprendices objeto de estudio, correlacionan estos 5 factores de una forma fuerte y además de manera positiva como muestran tales resultados. Por lo anteriormente nombrado se considera, que esta percepción del estudiante frente a la estadística es absolutamente concordante

con el marco teórico de esta tesis; se puede evidenciar el efecto que tuvo la gamificación en el aula, la matemática realista, el aprendizaje significativo y la resolución de problemas ya que son precisamente las preguntas que indagan directamente sobre los referentes del marco teórico así:

Pregunta 9: Me divierte el hablar con otros de Estadística.

(Atribuible a la implementación de la gamificación en el aula.)

Pregunta 8: Tengo confianza en mí mismo/a cuando me enfrento a un problema de Estadística

(Atribuible a la implementación de la metodología de resolución de problemas.)

Pregunta 14: La Estadística es agradable y estimulante para mí.

(Atribuible a la implementación de la gamificación en el aula.)

Pregunta 19: Me gustaría tener una ocupación en la cual tuviera que utilizar la Estadística.

(Atribuible a la implementación del aprendizaje significativo y la matemática realista.)

Pregunta 4: El utilizar la Estadística es una diversión para mí

(Atribuible a la implementación de la gamificación en el aula.)

Estas percepciones favorables por parte de los estudiantes hacia el tema en general de la estadística nos indican que los factores principales en todo el instrumento son los relacionados directamente con el marco teórico de esta tesis, de esa forma se concluye que el paso por el curso de estadística II, incorporando el modelo propuesto, deja buena percepción frente a los estudiantes en relación con los referentes teóricos del modelo.

6.3. Análisis factorial de la encuesta de percepción y satisfacción de la volatilidad.

Una vez analizado el instrumento de Auzmendi, se diseña un instrumento propio también con escala tipo Likert, mostrado en el anexo 15, con el fin de medir la percepción del estudiante frente al tema en

particular de la volatilidad con el fin de que, una vez obtenidos los datos, hacer un análisis factorial de componentes principales de rotación Varimax.

Se hace el primer análisis para verificar la Medida Kaiser-Meyer-Olkin de adecuación de muestreo que nos indica si es posible analizar reduciendo factores la prueba, obteniendo un 0,911 bastante bueno y un p-valor de cero, como se muestra en la ilustración 40.

Prueba de KMO y Bartlett	
Medida Kaiser-Meyer-Olkin de adecuación de muestreo	,911
Prueba de esfericidad de Bartlett	Aprox. Chi-cuadrado
	295,294
	gl
	45
	Sig.
	,000

Matrices anti-imagen										
	Considera usted que es importante desarrollar el concepto de volatilidad	Cree usted que es mejor dejar el análisis y la utilización de la volatilidad	Piensa usted que comprender y saber utilizar el concepto de volatilidad incrementaría sus	Considera usted que la formación estadística que ha recibido le ayudará a entender mejor las investigaciones que se hacen en su	Cuando me enfrento a un problema de estadística estoy	Para mi desarrollo profesional considero que existen temas más importantes que la	Cree usted que es pertinente que la utilización de la volatilidad puede ser útil para quien se dedique a la investigación, pero no para	Considera usted que el tema de volatilidad le permite entender la solución de problemas en su futura vida profesional	Considera que la estadística le podría ser útil en su vida profesional	Piensa usted que la presentación del tema de la volatilidad permitió cambiar la manera de pensar sobre la aplicabilidad de la Estadística en la formación profesional

Ilustración 39: Análisis para la encuesta de percepción frente al tema de volatilidad. Elaboración propia en SPSS.

Matrices anti-imagen										
	Considera usted que es importante desarrollar el concepto de volatilidad para su futura profesión	Cree usted que es mejor dejar el análisis y la utilización de la volatilidad para los "expertos"	Piensa usted que comprender y saber utilizar el concepto de volatilidad incrementaría sus posibilidades de trabajo	Considera usted que la formación estadística que ha recibido le ayudará a entender mejor las investigaciones que se hacen en su campo de estudio	Cuando me enfrento a un problema de estadística estoy calmado(a) y tranquilo(a)	Para mi desarrollo profesional considero que existen temas más importantes que la volatilidad estadística	Cree usted que es pertinente que la utilización de la volatilidad puede ser útil para quien se dedique a la investigación, pero no para su ejercicio profesional	Considera usted que el tema de volatilidad le permite entender la solución de problemas en su futura vida profesional	Considera que la estadística le podría ser útil en su vida profesional	Piensa usted que la presentación del tema de la volatilidad permitió cambiar la manera de pensar sobre la aplicabilidad de la Estadística en la formación profesional
Piensa usted que la presentación del tema de la volatilidad permitió cambiar la manera de pensar sobre la aplicabilidad de la Estadística en la formación profesional	,000	-,006	,004	-,024	-,031	,004	-,078	-,080	-,032	,322
Considera usted que es importante desarrollar el concepto de volatilidad para su futura profesión	,901 ^a	-,024	-,077	-,172	-,248	,273	-,399	-,125	,092	,000
Cree usted que es mejor dejar el análisis y la utilización de la volatilidad para los "expertos"	-,024	,936 ^a	,260	,098	,170	-,210	,030	,373	,124	-,024
Piensa usted que comprender y saber utilizar el concepto de volatilidad incrementaría sus posibilidades de trabajo	-,077	,260	,947 ^a	-,239	-,054	,269	-,083	-,001	,027	,012
Considera usted que la formación estadística que ha recibido le ayudará a entender mejor las investigaciones que se hacen en su campo de estudio	-,172	,098	-,239	,921 ^a	-,098	-,183	,144	,028	-,393	-,078
Cuando me enfrento a un problema de estadística estoy calmado(a) y tranquilo(a)	-,248	,170	-,054	-,098	,934 ^a	,110	,375	-,077	-,156	-,109
Para mi desarrollo profesional considero que existen temas más importantes que la volatilidad estadística	,273	-,210	,269	-,183	,110	,886 ^a	-,336	-,159	,112	,320
Cree usted que es pertinente que la utilización de la volatilidad puede ser útil para quien se dedique a la investigación, pero no para su ejercicio profesional	-,399	,030	-,083	,144	,375	-,336	,284 ^a	,085	-,259	-,173
Considera usted que el tema de volatilidad le permite entender la solución de problemas en su futura vida profesional	-,125	,373	-,001	,028	-,077	-,159	,085	,923 ^a	-,256	-,278
Considera que la estadística le podría ser útil en su vida profesional	,092	,124	,027	-,393	-,156	,112	-,259	-,256	,919 ^a	-,116
Piensa usted que la presentación del tema de la volatilidad permitió cambiar la manera de pensar sobre la aplicabilidad de la Estadística en la formación profesional	,000	-,024	,012	-,078	-,109	,320	-,173	-,278	-,116	,940 ^a

Ilustración 40: Correlaciones anti-imagen encuesta de percepción frente a la volatilidad. Elaboración propia en SPSS.

Sin embargo, hay un ítem que está muy por debajo de lo esperado, como se observa en la ilustración 41, en la matriz de correlaciones anti-imagen, se obtienen resultados muy cercanos a uno en toda la diagonal, menos en el factor 7, con un 0,284 que corresponde a la pregunta:

¿Cree usted que es pertinente que la utilización de la volatilidad puede ser útil para quien se dedique a la investigación, pero no para su ejercicio profesional?

Por ello se decide eliminar del análisis ya que no aporta nada en la correlación con otros factores, como lo sugieren manuales de análisis factorial por ejemplo se muestra en Lozares (1991). Una vez eliminado el ítem, se procede a medir la fiabilidad y consistencia interna del instrumento mediante el alfa de Cronbach, en la ilustración 42 se muestra el nuevo alfa.

Estadísticas de fiabilidad

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en elementos estandarizados	N de elementos
,934	,932	10

Ilustración 41: Alfa de Cronbach de la encuesta de percepción acerca de la volatilidad. Elaboración propia en SPSS.

Una vez replanteada la fiabilidad del instrumento con un alfa bastante alto, se hace nuevamente el análisis factorial y la medida de Kaiser-Meyer-Olkin de adecuación de muestreo mejora de 0.911 a 0.943 como se muestra en la ilustración 43.

➔ Análisis factorial

[ConjuntoDatos6]

Prueba de KMO y Bartlett

Medida Kaiser-Meyer-Olkin de adecuación de muestreo		,943
Prueba de esfericidad de Bartlett	Aprox. Chi-cuadrado	282,516
	gl	36
	Sig.	,000

Ilustración 42: Medida de Kaiser-Meyer-Olkin para el instrumento de la percepción acerca de la volatilidad. Elaboración propia en SPSS.

Matrices anti-imagen									
	Considera usted que es importante desarrollar el concepto de volatilidad para su futura profesión.	Cree usted que es mejor dejar el análisis y la utilización la volatilidad para los "expertos".	Piensa usted que comprender y saber utilizar el concepto volatilidad incrementaría sus posibilidades de trabajo.	Considera usted que la formación estadística que ha recibido le ayudará a entender mejor las investigaciones que se hacen en su campo de estudio.	Cuando me enfrento a un problema de estadística estoy calmado(a) y tranquilo(a).	Para mi desarrollo profesional considero que existen temas más importantes que la volatilidad estadística	Considera usted que el tema de volatilidad le permite entender la solución de problemas en su futura vida profesional.	Considera que la estadística le podría ser útil en su vida profesional.	Piensa usted que la presentación del tema de la volatilidad permitió cambiar la manera de pensar sobre la aplicabilidad de la Estadística en la formación profesional
Considera usted que es importante desarrollar el concepto de volatilidad para su futura profesión.	,974^a	-,013	-,120	-,126	-,116	,161	-,100	-,013	-,076
Cree usted que es mejor dejar el análisis y la utilización la volatilidad para los "expertos".	-,013	,935^a	,263	,095	,171	-,212	,372	,137	-,019
Piensa usted que comprender y saber utilizar el concepto volatilidad incrementaría sus posibilidades de trabajo.	-,120	,263	,950^a	-,230	-,025	,257	,006	,005	-,002
Considera usted que la formación estadística que ha recibido le ayudará a entender mejor las investigaciones que se hacen en su campo de estudio.	-,126	,095	-,230	,933^a	-,165	-,145	,016	-,372	-,054
Cuando me enfrento a un problema de estadística estoy calmado(a) y tranquilo(a).	-,116	,171	-,025	-,165	,961^a	,270	-,118	-,066	-,048
Para mi desarrollo profesional considero que existen temas más importantes que la volatilidad estadística	,161	-,212	,257	-,145	,270	,919^a	-,139	,028	,282
Considera usted que el tema de volatilidad le permite entender la solución de problemas en su futura vida profesional.	-,100	,372	,006	,016	-,118	-,139	,928^a	-,243	-,268
Considera que la estadística le podría ser útil en su vida profesional.	-,013	,137	,005	-,372	-,066	,028	-,243	,943^a	-,170
Piensa usted que la presentación del tema de la volatilidad permitió cambiar la manera de pensar sobre la aplicabilidad de la Estadística en la formación profesional	-,076	-,019	-,002	-,054	-,048	,282	-,268	-,170	,952^a

Ilustración 43: Anti-imagen para el instrumento de la percepción de la volatilidad una vez reducida. Elaborado en SPSS

En la ilustración 44, de las matrices anti-imagen, los indicadores de correlación mejoran bastante, y se evidencia con toda la diagonal, que se resaltó en rojo, todos sobre 0,9; y la matriz de componentes rotados muestra una muy fuerte correlación entre todos los factores que no permite otra solución ya que los componentes no se pueden rotar como muestra la imagen 45.

Matriz de componente ^a		Matriz de componente rotado ^a	
	Componente 1		
Cree usted que es mejor dejar el análisis y la utilización la volatilidad para los "expertos".	-,910	Para mi desarrollo profesional considero que existen temas más importantes que la volatilidad estadística	-,839
Cuando me enfrento a un problema de estadística estoy calmado(a) y tranquilo(a).	,876	Considera usted que es importante desarrollar el concepto de volatilidad para su futura profesión.	,784
Considera que la estadística le podría ser útil en su vida profesional.	,875	Método de extracción: análisis de componentes principales. a. 1 componentes extraídos.	
Considera usted que el tema de volatilidad le permite entender la solución de problemas en su futura vida profesional.	,867	Matriz de componente rotado^a	
Piensa usted que comprender y saber utilizar el concepto volatilidad incrementaría sus posibilidades de trabajo.	,849	a. Sólo se ha extraído un componente. La solución no se puede rotar.	
Piensa usted que la presentación del tema de la volatilidad permitió cambiar la manera de pensar sobre la	,844		

Ilustración 44: Matriz de rotación de factores para la encuesta de percepción de la volatilidad. Elaborado en SPSS

Del anterior análisis factorial, se puede concluir que los estudiantes correlacionan de una forma fuerte y positiva los elementos que se visualizan en cada una de las preguntas. En el siguiente acápite se visualiza tanto las preguntas como el resultado descriptivo de los resultados obtenidos.

6.3.1. Análisis descriptivo de la prueba de percepción de la volatilidad:

Una vez efectuado el análisis factorial de la encuesta de percepción acerca de la volatilidad, se procede a realizar un análisis descriptivo de los datos, en esta encuesta participan 39 estudiantes en total; 18 de la sede Nicolás de Federman y 21 de la sede Sur, debido a que un estudiante de esta última desistió del proceso y abandonó el curso en las dos últimas semanas, ya que académicamente no tenía posibilidades de aprobar la asignatura.

La escala utilizada es tipo Likert; siendo 1: Muy en desacuerdo; 2: En desacuerdo; 3: Indiferente; 4: De acuerdo; 5: Muy de acuerdo. El resumen de los resultados se muestra a continuación en la ilustración 46.

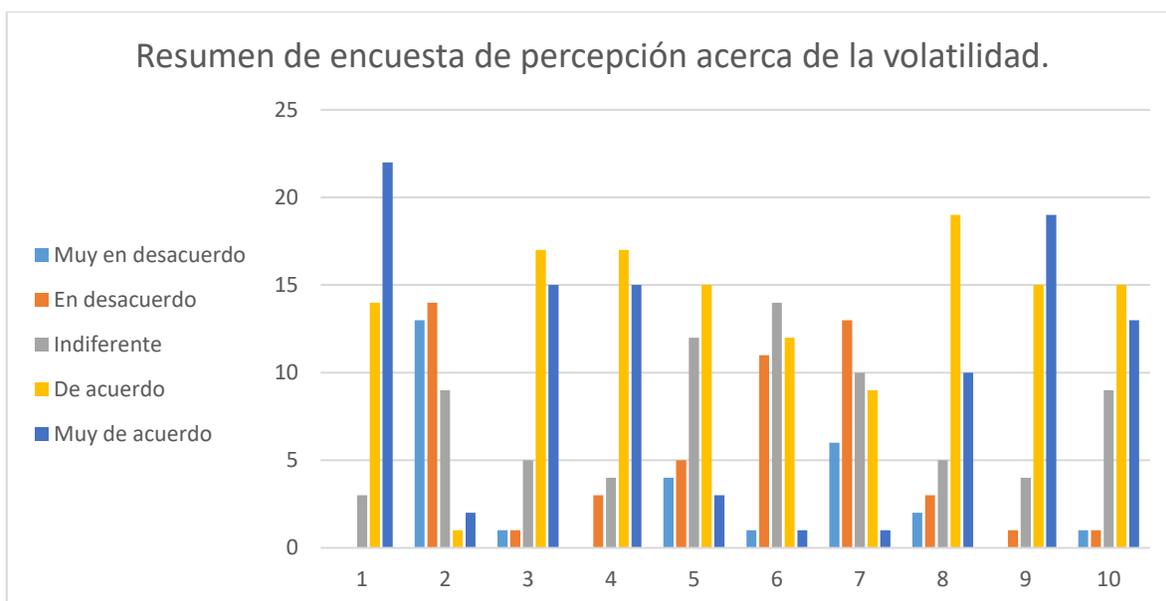


Ilustración 45: Resumen descriptivo de la encuesta de percepción acerca de la volatilidad. Elaboración propia.

En este cuadro resumen se pretende poner en evidencia las diferencias tan marcadas de cada pregunta y las diferencias entre las respuestas categorizadas como 1 muy en desacuerdo y la 5 muy de acuerdo.

6.4. Análisis de las actividades mediante los elementos de significado.

Cada una de las respuestas de los estudiantes a los problemas propuestos en las actividades, fueron sometidas al análisis mediante los elementos de significado propuesto por Godino (2002), sin embargo, por falta de espacio no se muestra la totalidad del análisis, únicamente un ejemplo de la metodología utilizada para este; es claro que cada una de las respuestas para todos los estudiantes, deben tener un tratamiento pormenorizado, por ello es imposible registrarlos todos en este documento. Una vez finalizado el ejemplo, se muestra un cuadro resumen con los resultados finales de cada una de las actividades. A continuación, se muestra el ejemplo nombrado anteriormente.

6.4.1. Ejemplo: Análisis de la tercera actividad: “Simulación: Movimiento Browniano”

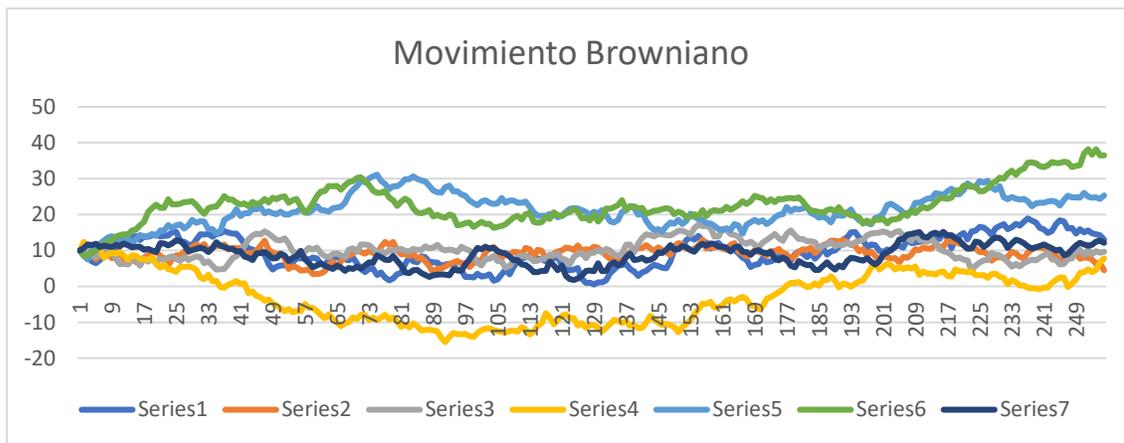
Ésta tercera actividad, consta de 4 problemas, donde el estudiante hace un acercamiento al tema de las caminatas aleatorias de una forma sencilla, con la fuerte motivación de ya estar inmersos en el juego Market Watch. Para las simulaciones, ellos colocan el precio inicial de una acción y hacen distintos escenarios donde verifican los efectos de la varianza sobre las rutas aleatorias. Al inicio intuyeron que la “suerte” mediante la generación de números aleatorios distribuidos normalmente de Excel, se puede manipular a su favor; de esa forma hacen varias veces la generación de los aleatorios con el fin de conseguir un mejor escenario. Es de aclarar que el estudiante debe construir desde cero su propio simulador, únicamente se les proporciona el modelo, tanto de Movimiento browniano aritmético como del geométrico. Una vez entregada las respuestas a los problemas propuestos en la actividad, se procede al análisis individual mediante los elementos presentes en cada una de ellas,

los elementos por encontrar en cada respuesta son los siguientes: Extensivos, Ostensivos, Actuativos, Intensivos y Validativos

A continuación, se muestra el ejemplo del análisis, se escoge un estudiante de forma aleatoria entre los participantes para ello y los resultados se consignan en un cuadro resumen con los elementos presentes o no presentes en cada una de las actividades, las respuestas de la estudiante escogida se muestran entre comillas.

Actividad: 3 Estudiante: Angie Libreros. Archivos 2.

1. *La gráfica que se muestra a continuación es la simulación del precio de una acción.*



a. Una vez analizado el gráfico, ¿Qué se puede afirmar acerca de la simulación en la serie 4?

“Se puede afirmar que la serie 4 alcanza valores negativos que son absurdos. Es absurdo que existan valores negativos en esas simulaciones, si compro una acción, el menor valor que puede tomar es cero”⁶².

b. ¿Las caminatas aleatorias son geométricas o aritméticas? Justifique sus respuestas.

“Las caminatas aleatorias son aritméticas porque tiene valores negativos en la gráfica, mientras que la geométrica no tiene valores negativos.”⁶³”

⁶² Criterio de los estudiantes.

⁶³ Criterio de los estudiantes.

Elementos presentes en la pregunta 1:

- **Extensivos:** Elemento presente, ya que únicamente se le suministra los modelos a utilizar, de esa forma la estudiante construye el simulador, identifica la situación del problema, analiza los distintos escenarios y concluye de forma acertada, aunque muy concisa lo que se le indaga. La idea de contestar adecuadamente hace que se tome el tiempo necesario para programar la hoja de cálculo.

Ostensivos: Elemento Presente, ya que identifica adecuadamente $(\mu - \sigma^2 / 2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} Z$ y se evidencia en la adecuada programación de la hoja de cálculo, porque además de identificarlos, debe conocer qué significa cada elemento en la expresión para lograr una buena programación de su hoja de trabajo, en la ilustración 47 se visualiza la forma de programar la hoja de cálculo para resolver la pregunta 1.

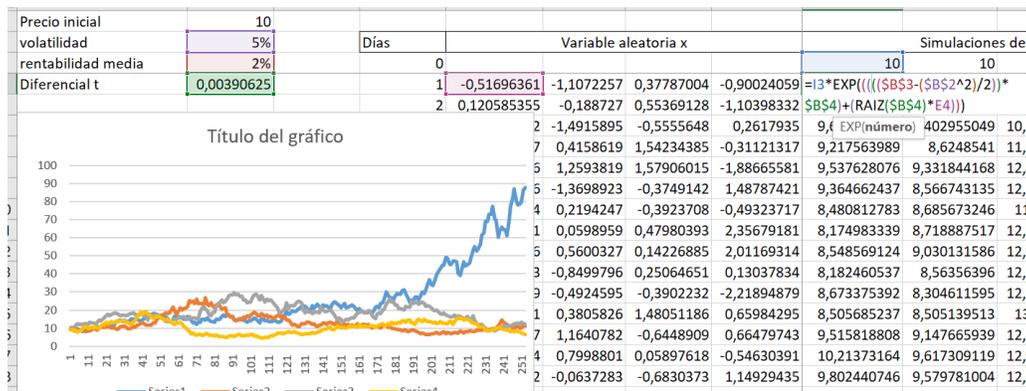


Ilustración 46: Adecuado manejo de la sintaxis matemática, como elemento Ostensivo. Elaboración de la estudiante Angie Liberos.

Actuativos: Elemento presente. La estudiante envía su solución en editor de texto Word, pero hace uso de las herramientas de Excel y muestra dos tipos de escenarios, que se muestran en la ilustración

48.

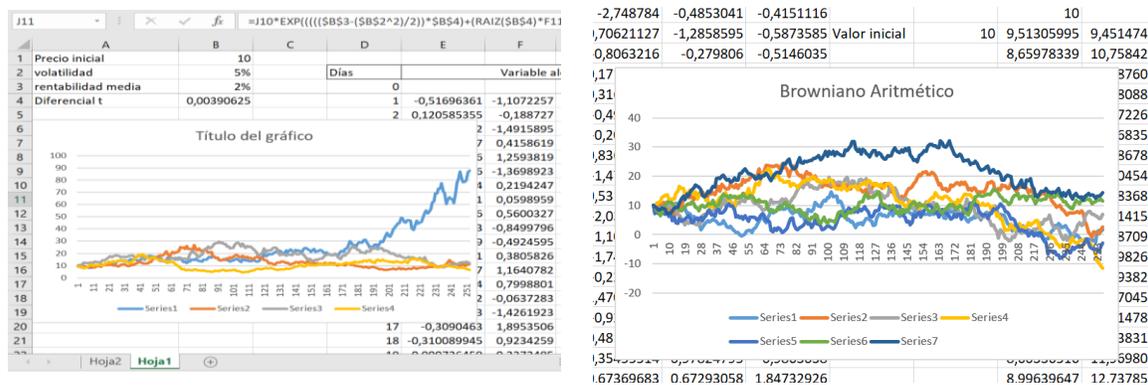
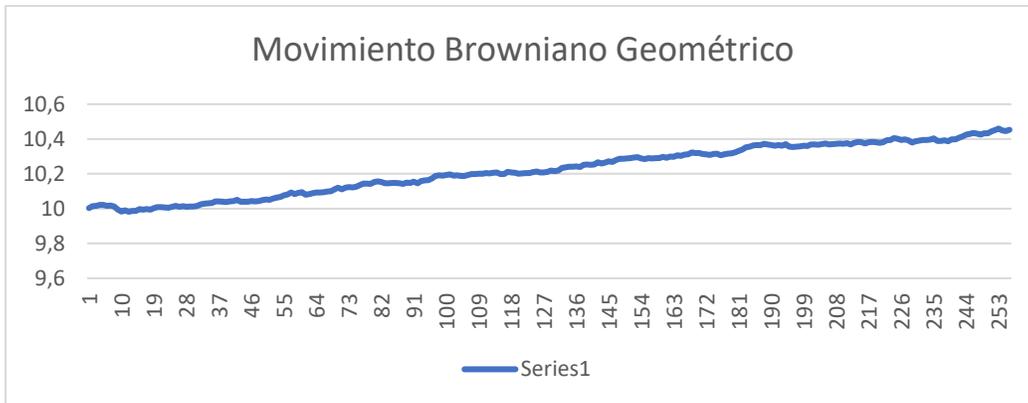


Ilustración 47: Apoyo en gráficos como elemento actuativo. Elaboración: Estudiante Angie Libreros.

Intensivos: Elemento Presente: La estudiante identifica que los valores negativos no pueden ser posibles, relaciona las finanzas de una forma espontánea con el movimiento browniano. En el aula se genera la misma duda, el docente debe intervenir afirmando que la aplicación de estos modelos no es exclusiva de las finanzas y que existen distintas variables aleatorias que pueden tomar valores negativos como la temperatura. Finalmente, los estudiantes concluyen que para el movimiento browniano geométrico no sería posible que existieran valores negativos por la forma exponencial del modelo y lo relacionan con “El dominio de una función exponencial”

Validativos: Elemento presente: La estudiante comprueba en distintos escenarios la posibilidad de que existan valores negativos en el geométrico, llegando a conclusiones correctas.

2. La gráfica abajo mostrada, constituye una simulación por 253 días de una acción con valor inicial de \$10 dólares.



¿Considera usted que la tendencia alcista es debido únicamente a la “buena suerte” de los valores que toma el componente aleatorio en las simulaciones? Justifique numéricamente sus respuestas.

“Cuando la varianza es mayor y la media es pequeña la gráfica tiene una tendencia alcista”⁶⁴.

Elementos presentes en la pregunta 2:

Extensivos: Elemento Presente. La estudiante para contestar tuvo que programar la hoja de cálculo y hacer simulaciones

Ostensivos: No presente

Actuativos: Elemento Presente, toma la iniciativa de simular en distintos escenarios y para ello elabora su hoja de trabajo-

Intensivos: No presentes. La estudiante no correlaciona correctamente y concluye de forma errada.

Validativos: No presentes. La estudiante no valida sus respuestas, por ello no concluye adecuadamente.

3. Qué relación hay entre μ y σ^2 y el crecimiento o decrecimiento de $S(t)$.

⁶⁴ Criterio de los estudiantes.

“La relación que existe ente la media y la varianza es que al tener una gran amplitud en la varianza la gráfica será decreciente, por el contrario, si la media y la varianza son pequeñas la gráfica tendrá un comportamiento creciente debido a que los números aleatorios al ser mayor la media y la varianza serán más grandes lo que aumenta el riesgo de disminución de una acción”⁶⁵.

- a. Simule $S(t)$ para los siguientes valores de los parámetros con un diferencial de t de $\frac{1}{256}$ y observe el comportamiento de $S(t)$ con relación a $S(0)$.
- b. Utilizando la hoja de cálculo, cuente en cada simulación el número de veces que la cantidad $(\mu - \sigma^2 / 2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} Z$ es positiva o negativa, para los tres casos siguientes:
- $\mu = 0.1\%$ y $\sigma = 10\%$ 507 datos son negativos y 505 son positivos.
 - $\mu = 2\%$ y $\sigma = 10\%$ 506 datos son negativos y 506 son positivos.
 - $\mu = 1\%$ y $\sigma = 40\%$ 508 datos son negativos y 504 son positivos.
- ¿interprete qué significa la proporción de valores negativos en cada caso?
- El valor negativo significa la decadencia del precio de la acción.
- c. Repita estas simulaciones para $N = 20$ y calcule en cada caso la media y varianza de $S(256)$. Compare la media obtenida en cada caso con $S(0)$.

Elementos presentes en la pregunta 3:

Extensivos: Elemento Presente, para dar respuesta elabora su hoja de cálculo, para hacer las simulaciones.

Ostensivos: Elemento Presente, identifica y entiende la notación utilizada y la reproduce correctamente en la hoja de cálculo.

⁶⁵ Criterio de los estudiantes.

Actuativos: Elemento presente, incluye funciones en Excel como “Contar si” además de la visualización de los gráficos que ya había elaborado, acondiciona sus simulaciones para verificar lo que se está preguntando.

Intensivos: Elemento Presente: La estudiante concluye correctamente después de elaborar distintas simulaciones e identifica que la forma de la función exponencial es la que le da la tendencia al alza o baja de la acción que se esté simulando.

Validativos: Presentes. Envía archivo completo de las simulaciones con las funciones y gráficas utilizadas para darle validez a sus conclusiones.

4. Si usted tuviera que comparar 2 activos conociendo su rentabilidad media y su volatilidad, ¿qué criterios usaría? Sugerencia: mire las variables aleatorias

$$X = ((\mu - \sigma^2 / 2) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} Z$$

“No contesta.”

Una vez completo el análisis de cada una de las preguntas en los archivos enviados por los 39 estudiantes, se presenta la información de la siguiente forma:

Resumen estadístico total y por actividad:

	Actividad 1					Actividad 2					Actividad 3					Actividad 4					Actividad 5					Actividad 6					Actividad 7					Total																								
	P1	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P3	P4	P5																									
Extensivos:	10%	40%	70%	30%	70%	80%	80%	82%	64%	69%	70%	70%	75%	70%	70%	80%	80%	92%	80%	80%	80%	80%	90%	80%	80%	80%	80%	90%	70%	70%	80%	80%	90%	80%	80%	80%	80%	90%	70%	70%	80%	80%	90%	70%	70%	76%	76%	85%	74%	74%										
Ostensivos:	60%	85%	86%	84%	81%	68%	76%	76%	93%	71%	70%	70%	70%	70%	70%	80%	80%	87%	80%	80%	80%	80%	85%	80%	80%	80%	80%	85%	79%	79%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	75%	75%	85%	74%	74%										
Actuativos:	80%	75%	90%	70%	80%	65%	69%	86%	65%	86%	94%	94%	93%	94%	94%	89%	88%	82%	90%	90%	89%	89%	98%	90%	90%	89%	89%	95%	89%	89%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	85%	85%	85%	85%	85%										
Intensivos:	95%	95%	94%	96%	90%	92%	95%	95%	92%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	85%	85%	88%	90%	90%	85%	85%	90%	85%	85%	85%	85%	89%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%	85%										
Validativos	92%	76%	76%	74%	74%	86%	89%	89%	71%	70%	80%	80%	80%	80%	80%	73%	73%	73%	68%	68%	79%	79%	79%	70%	70%	79%	79%	79%	70%	70%	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%	79%

Nota: Se excluyen del estudio las pruebas con resultado 00.

Actividad 1					Total
P1	P2	P3	P4		
10%	40%	70%	30%	38%	
60%	85%	86%	84%	79%	
80%	75%	90%	70%	79%	
95%	95%	94%	96%	95%	
92%	76%	76%	75%	80%	

74%

Actividad 2					Total
P1	P2	P3	P4	P5	
70%	80%	82%	64%	69%	73%
81%	68%	76%	93%	71%	78%
80%	69%	95%	65%	86%	79%
90%	82%	95%	92%	95%	91%
74%	86%	89%	71%	70%	78%

80%

Actividad 3				Total
P1	P2	P3	P4	
90%	75%	70%	70%	76%
90%	75%	70%	70%	76%
98%	93%	94%	69%	89%
90%	95%	95%	85%	91%
80%	80%	95%	85%	85%

83%

Actividad 4		Total
P1	P2	
80%	80%	77%
95%	80%	80%
90%	90%	84%
90%	90%	89%
65%	90%	81%

82%

Actividad 5					Total
P1	P2	P3	P4	P5	
92%	40%	60%	70%	80%	68%
87%	69%	66%	79%	77%	76%
82%	83%	79%	78%	89%	82%
68%	76%	80%	95%	89%	82%
73%	84%	85%	70%	79%	78%

77%

Extensivos:
Ostensivos:
Actuativos:
Intensivos:
Validativos

	Actividad 6		Total
	P1	P2	
Extensivos:	76%	54%	65%
Ostensivos:	96%	74%	85%
Actuativos:	65%	90%	78%
Intensivos:	95%	84%	90%
Validativos	85%	70%	78%
			79%

	Actividad 7		Total
	P1	P2	
Extensivos:	75%	54%	65%
Ostensivos:	85%	85%	85%
Actuativos:	86%	85%	86%
Intensivos:	80%	85%	83%
Validativos	80%	79%	80%
			79%

	Reta tu creatividad:					Total
	P1	P2	P3	P4	P5	
Extensivos:	55%	45%	34%	50%	10%	39%
Ostensivos:	65%	79%	10%	74%	45%	55%
Actuativos:	85%	83%	25%	80%	28%	60%
Intensivos:	69%	78%	51%	75%	40%	63%
Validativos	79%	84%	40%	90%	14%	61%
						56%

Ilustración 48: Resumen estadístico del análisis de significado con los elementos propuestos por Godino (2002). Elaboración propia.

La actividad en la que los estudiantes tuvieron mejor desempeño en la construcción de significado robusto es en la actividad 3: "Simulación: Movimiento Browniano", se cree que es por la motivación de las dos primeras actividades, sumado al hecho de la aplicabilidad de estos conceptos interesantes en el juego de la bolsa de valores.

En contraste, la actividad en la que menos hubo construcción de significado robusto fue la actividad "Reta tu creatividad", se considera que esto es reflejo de la impotencia de los estudiantes por realizar algunos problemas sumado al hecho de que estos problemas pertenecen al último corte académico y

los estudiantes en este momento están tratando de recuperar otras asignaturas en las que no tienen buenas notas.

6.5. Ejemplo de análisis de la construcción de significado evidenciados en las pruebas videográficas.

Planas (2006), propone un modelo de análisis para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático, que se aplica en análisis de videos. Debido a la gran cantidad de material videográfico recopilado a lo largo del ciclo académico, es necesario implementar este modelo con el fin de sistematizar y resumir los resultados.

Se resume el modelo propuesto en Planas (2006), para el análisis de videos mediante las siguientes etapas:

1. Estudio general, descripción del video.
2. Identificación de episodios de revisión de significados matemáticos.
3. Búsqueda de procesos de reelaboración de estos significados.
4. Caracterización de interacciones sociales.
5. Elaboración de historias explicativas
6. Comparación de los episodios de revisión.

Los detalles de la metodología de aplicación de cada una de las etapas del modelo propuesto para el análisis de videos no se explican en este documento, por no ser central en la investigación, se dejan al lector en la referencia: Planas (2006).⁶⁶

⁶⁶ Planas, N. (2006). Modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. *Educación matemática*, 18(1), 37-72.

En este documento es imposible el registro sistemático de todos los episodios videográficos registrados en el aula, de ese modo se coloca un ejemplo de la aplicación del modelo para el análisis de la pregunta:

1. *Si se tiene que la covarianza entre dos conjuntos de variables aleatorias consecutivas discretas mayores a cero es de $Cov_{x,y} = 2$ si uno de los valores de un conjunto es 12 y uno de los promedios coincide con el 12, ¿Cuál es el mínimo valor que toma la variable aleatoria de los dos conjuntos?*

6.5.1. Estudio general, descripción del video:

Se denota cada estudiante interviniente como A1, A2...An; en diálogo con el Profesor.

Transcripción del diálogo principal:

....

A1: "...y abajo es 13...Ahhhh! (Exclamación de sorpresa)"

Profesor: *¿Se mantiene? (Refiriéndose a la media calculada previamente 12).*

A1: Si.

Profesor: *Ahora, ¿cuántas veces pueden hacer eso? (Refiriéndose a adicionar números antes y después para mantener un promedio dado)*

A1: *¿Tres veces?*

A2: *No, las que queramos, porque, si aumentamos uno arriba y uno abajo, el promedio debe ser constante.*

A1: *Ahhh, por ejemplo, si yo coloco aquí un 10...*

A2: No, No... si agregas un 15 ahora tienes que agregar un nueve...si agregas un 16 debes agregar un 8 ... (A2 Corrige a su compañera y tiene la idea principal para el desarrollo del problema).

A1: ¡Ahhh ya entendí profe...!

Profesor: ¡Pero son dos conjuntos de datos!, entonces aquí tendrían que empezar a jugar para que la covarianza sea igual a 2.

A2: ¡Pero si ni siquiera sabemos cuál es el otro conjunto de datos!

A3: Y la pregunta nos dice que: ¿cuál debe ser el mínimo valor que toma la variable en los dos conjuntos?

Profesor: ¡Exacto! Entonces cuando tengan las condiciones dadas pues ya, buscan el más pequeño.

A2: ¿Entonces también nos inventamos el otro conjunto de datos?

Profesor: Pues inventarse...no; que cumpla las condiciones.

...

A3: y la covarianza se saca respecto a los dos conjuntos.

Profesor: Si, Siempre.

A3: Pero ahí como sabemos que la covarianza va a dar 2, si no tenemos el otro conjunto...

Profesor: ... (Exclamación de: ese es el objetivo del problema, NO VERBAL)

A3: ¡Ah, ya ... solo... hmmm... olvídale!... es que fue una pregunta estúpida...

Profesor: No, no hay preguntas estúpidas, estuvo bien; pero si deben tener dos conjuntos de datos... (Devolviendo el interés en el problema y no en la situación) y tener en cuenta que son consecutivos.

A3: Listo, entonces si son consecutivos puede ser 16, 17, ¡18...! ahhhh entonces ya lo hice! (De manera equivocada considera que tiene el resultado.)

A2: Si tiene 10 datos, la multiplicación debe dar 20... (La estudiante 2 comienza a hilar acerca de las condiciones ideales para conjeturar una respuesta más analítica, en lugar de "probar" valores en Excel.

Profesor: Si señora, porque debe dar 2 y es sobre n .

A1: (Analiza la descripción consecutiva de los datos y trata de explicarle a la estudiante 4, 5 y 6.) ...Si uno disminuye, el otro aumenta... y responder esta pregunta que no entiendo...

A4: y bueno y ahí ¿cuál es el mínimo? (Considera que ya está cerca de la solución y no es así)

A5: y cómo se sabe...

En el puesto de trabajo de la estudiante 3.

A3: ¡Da error! ¿los conjuntos deben ser del mismo tamaño?

A7: ¡Obvio!

... Tres minutos de conjeturas que no llevan a ningún avance.

En el puesto de trabajo de la estudiante 8.

... Conjeturas que no llevan a ningún avance, pero la estudiante entiende el concepto.

En el puesto de trabajo de la estudiante 4.

... conjeturas que acercan a la solución, sin éxito.

En el puesto de trabajo de la estudiante 2.

A2: ... Esto es como un cuadrado, ¿sí? 3 al cuadrado, 2 al cuadrado, entonces no daba... entonces comenzamos a jugar colocando un número más en cada lado...(cada extremo de los dos conjuntos

de datos), ya con 9 si nos dio... porque son 14 datos, $n = 14$ y la suma de los cuadrados da 28...(Explicando su estrategia, la estudiante reconoce que, si son consecutivos, el producto $(\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i)$, es como un "cuadrado" por que esas diferencias siempre van a ser iguales.) y 28 dividido 14 da 2, que es la covarianza.

Profesor: ¡Bien!, dale en covarianza... (Con el fin de validar con Excel su respuesta) ... se enseña la función COVAR.

A2: ¡Profeseee no da!

Profesor: Es por n , tienen 14 y debe ser 7...

... Se discute acerca del número de datos...

A2: Entonces debo quitar datos...acomoda la base de datos y encuentra el resultado. Ah entonces es 10...

Profesor: (Se comprueban datos y la estudiante espera la aprobación).

Posterior a ello se felicita, sin embargo, todos salen muy rápido porque la clase ya se había terminado hace 25 minutos.

Descripción del episodio:

Describiendo un poco la población protagonista de este episodio videográfico, además de todo lo relacionado con la construcción de significado; es importante reconocer la motivación que tienen algunos estudiantes por aprender, por ejemplo la estudiante número 1 (A1), proviene la comunidad indígena NASA del Putumayo, al sur de Colombia; a esta comunidad, la Universidad Antonio Nariño les otorga unas facilidades de estudio y por ello es muy frecuente verlos en los cursos regulares, a pesar de sus limitaciones en cuanto a la comunicación, la falta de bases académicas adecuadas y la

extrema timidez debido a sus rasgos culturales; es increíble la forma en que el modelo ayudó a la confianza en sí mismos para atreverse a conjeturar y de alguna forma, participar activamente en la solución de cada problema; no necesariamente llegar a la solución del problema otorga un grado de motivación, el ser parte activa de la clase hace que el estudiante genere autoconfianza. Es de resaltar que en la primera sesión se presenta este diálogo:

Profesor: Bueno chicos, no vamos a aprender estadística... ¡vamos a hacer estadística! Abran Excel y vamos a comenzar por....

Después de 20 minutos...

A1. Profe... ¿Qué es Excel?

Esta conversación surge con la estudiante A1 el primer día de clase en el semestre, por ello es de resaltar la forma tan activa en la que afronta los problemas y la motivación por aprender.

Respecto a la estudiante 2 (A2), es una estudiante muy disciplinada, pero tiene éxito en los problemas rutinarios, una crítica recibida de su parte en el inicio del curso fue:

“A mí deme la fórmula... yo debo entregar resultados y usted nos debe decir si está bien o mal...”

A (A2) le costó mucho trabajo acomodarse a la metodología, pero es innegable que es una estudiante extremadamente hábil con los números, en videos posteriores resuelve con fluidez problemas de mayor envergadura como el siguiente:

1. *Suponga que se entra en “Default” o quiebra para un inversionista, si ocurre que $V_t < B$, con B un cierto valor. Muestre que:*

$$P(V_t < B) = \Phi\left(\frac{\ln B - \ln V_0 - (\mu - \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}\right)$$

Donde Φ es la función de distribución de una normal estándar.

A partir de la fórmula anterior discuta el efecto del aumento de σ sobre la probabilidad de "default"

Los estudiantes (A3) hasta (A7), todos participan de manera activa, conjeturando en cada etapa del proceso y estas conjeturas van encaminando al grupo a obtener la solución en un ambiente muy competitivo, pero a su vez cordial.

6.5.2. Identificación de episodios de revisión de significados matemáticos.

Como lo afirma la autora del modelo, *"...en esta etapa el estudiante reconoce dudas en torno al significado y pide a otros participantes que hagan explícitas sus interpretaciones"*⁶⁷.

Elemento presente en el video del ejemplo y en cada uno de los videos analizados. En algunas ocasiones se comete algún error en la interpretación del significado, pero a su vez muestra interés por encontrar la fuente del error y cómo superarlo, se cita nuevamente a la autora en este sentido *"...Expresa un cierto bloqueo en torno al significado, pero no deja de atender las conversaciones de otros participantes acerca de este significado"*⁶⁸.

Una vez caracterizado este comportamiento por parte de la autora del modelo, es interesante verificar cómo este elemento emerge sistemáticamente en cada uno de los videos capturados en clase en distintas ocasiones; este tipo de situaciones generalmente se pasan por alto en clase y realmente es un elemento para considerar ya que posee demasiada relevancia pedagógica.

Es el modo en que el estudiante se manifiesta frente al error y según su carácter afronta la situación; de esa forma en la misma aula de clase, ante un problema que a todos se les muestra de la misma

⁶⁷ Planas, N. (2006). Modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. Educación matemática, 18(1), p 45.

⁶⁸ Planas, N. (2006). Modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. Educación matemática, 18(1),p 55.

forma; se generan múltiples situaciones según la manera que posee cada uno de ellos para enfrentar la dificultad.

En el video anteriormente descrito, este elemento está presente en cada instante, ya que cada uno de los estudiantes lanza su hipótesis y trata de validarla frente a sus compañeros. Los demás presentan sus posturas para apoyar o rechazar tales afirmaciones, este enfoque de aprendizaje se correlaciona perfectamente con los fundamentos filosóficos del proyecto evidenciando el cuasiempirismo aplicado en el modelo.

6.5.3. Búsqueda de procesos de reelaboración de estos significados.

En el video transcrito anteriormente, se puede inferir que la reelaboración del significado de covarianza estuvo presente en el siguiente diálogo:

A2: Si tiene 10 datos, la multiplicación debe dar 20... (La estudiante 2 comienza a hilar acerca de las condiciones ideales para conjeturar una respuesta más analítica, en lugar de “probar” valores en Excel.

A2: ... Esto es como un cuadrado, ¿sí? 3 al cuadrado, 2 al cuadrado, entonces no daba... entonces comenzamos a jugar colocando un número más en cada lado...(cada extremo de los dos conjuntos de datos), ya con 9 si nos dio... porque son 14 datos, $n=14$ y la suma de los cuadrados da 28...(Explicando su estrategia, la estudiante reconoce que, si son consecutivos, el producto $(\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i)$, es como un “cuadrado” porque esas diferencias siempre van a ser iguales.) y 28 dividido 14 da 2, que es la covarianza.

Esta reelaboración de significados es lo que precisamente se busca mediante el modelo, que el estudiante cada vez se acerque más a su significado de volatilidad utilizando los medios que se le brindan en el aula, los problemas, los recursos informáticos, las discusiones académicas, las bases

de datos reales, el juego de la bolsa etcétera. Afortunadamente, en todos los videos emerge este elemento como protagonista.

6.5.4. Caracterización de interacciones sociales.

Se puede apreciar claramente, en la formulación de preguntas orientadoras para una estudiante intervienen 5 estudiantes más, la interacción social hace que el significado emerja de forma más natural y espontánea dentro del grupo. Todos los videos muestran la interacción social como elemento que valida o rechaza las Hipótesis lanzadas por los estudiantes frente a alguna situación problemática, estas interacciones confirman que el modelo favorece la construcción del significado de volatilidad en cada etapa.

6.5.5. Elaboración de historias explicativas.

El video evidencia cómo la estudiante 2 explica de forma versada a sus símiles, la estudiante 1 intenta explicar a las estudiantes 4, 5 y 6, pero lo que realmente buscan es una aprobación para continuar por la misma línea de solución. Este elemento es muy importante en la construcción del significado robusto de volatilidad, el estudiante al buscar la forma adecuada de expresar lo que está visualizando en su solución, con el fin de encontrar la aprobación de sus compañeros y del profesor, va construyendo un lenguaje asociado a un significado robusto y, producto de esas historias explicativas, construye significado.

6.5.6. Comparación de los episodios de revisión.

Se comparan distintos videos y en ellos se encuentran episodios constantemente repetitivos, como:

- a. El hecho de trabajar en grupo buscando la aprobación de sus compañeros.
- b. La renuencia para trabajar antes de la orientación del docente.

- c. La motivación al ver resultados importantes. Se trae a colación la siguiente afirmación de un estudiante en este sentido quien manifiesta: “Profe, la verdad nunca creí que yo pudiera hacer esto”
- d. El deseo de “retar” al docente con preguntas cada vez más profundas.
- e. Los estudiantes tratan de Identificar un líder, y los distintos grupos de trabajo le buscan con el fin de sentirse aprobados.
- f. La asociación espontánea de los estudiantes que consideran que han encontrado un avance con características similares.
- g. La evaluación integrada a la motivación, debido a que el estudiante se siente “capaz”.

En conclusión; 100% de los videos analizados tienen algún elemento de generación de significado, es de aclarar que no se pudo grabar la totalidad de los episodios de aula, debido a que sería inoperante tener tantas cámaras grabando cuatro horas a la semana, sin embargo la muestra es representativa y señala de alguna forma muchos elementos que la prueba escrita deja sin análisis, por ejemplo, las expresiones de emoción, sus equivocaciones, los distintos caminos que toma errónea y correctamente; la conformación espontánea de grupos de trabajo, la forma en que se indagan ellos mismos y la forma en que solicitan ayuda del docente.

Es muy importante que los estudiantes a quienes se les aplique el modelo propuesto en esta tesis tengan la suficiente confianza entre ellos y su docente. Consecuentemente con el modelo, es absolutamente necesario que el profesor les brinde la posibilidad de participación a todos sus estudiantes, con el fin de explotar la riqueza conceptual de una clase en donde la construcción de significados sea la protagonista.

CONCLUSIONES.

El transcurso de la investigación, sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la construcción del significado robusto de la volatilidad a partir de simulación con aplicaciones financieras, en los estudiantes de administración de la Universidad Antonio Nariño, permite comprobar la hipótesis de la tesis y ofrecer una respuesta al objetivo. Los resultados obtenidos propician destacar algunos elementos que resultan esenciales en este trabajo, ellos son:

El proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística en la formación del administrador ha sido investigado por Tauber, L. M. (2001), Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007), Sánchez, I. R., & Ramis, F. J. (2004), Christou, Nicolas. (2008), Suh, A., Wagner, C., & Liu, L. (2018), entre otros. Estos autores realizan estudios sobre la importancia de la enseñanza de la estadística, identificando que el uso de la tecnología en su enseñanza ya no es una tendencia, es una necesidad. La incorporación y el uso del computador en el aula para los estudiantes de pregrado no es una novedad, es parte de su naturaleza y los docentes deben adecuarse a esas nuevas tendencias sociales y pedagógicas.

Estos autores afirman que los conceptos tratados en el aula de estadística deben tener relación con la vida cotidiana del futuro profesional. Para ello los docentes que imparten tales asignaturas deben conocer e ir un paso más allá de la vieja estructura de clase de la escuela conductista de la forma: "Axioma, Teorema, Demostración". La aplicación es fundamental para que el aprendizaje sea significativo.

Además, las investigaciones afirman, que la simulación en el aula, particularmente para estadística deben ser un vehículo que profundice y acelere el proceso de enseñanza aprendizaje, esto se facilita hoy en día con las bases de datos que abundan, que permite una mejor preparación de los futuros profesionales.

Como fundamentos teóricos para el desarrollo de esta tesis, se sustentan en Godino (1999) y Tauber (2001), frente a los referentes del significado y construcción de significado, donde se proponen tres dimensiones de éste, (institucional, personal y temporal) al objeto matemático, se tiene en cuenta este aspecto para el análisis de construcción que realizan los estudiantes del concepto de volatilidad.

En la investigación se asumió la teoría de la resolución de problemas dada por Bransford (1987), quien propone su método IDEAL, que tiene en cuenta el logro del estudiante y este factor es de importancia suprema en el modelo que se propone en la tesis, como en la elaboración de los problemas reto y demás actividades planteadas para que el estudiante realice.

Frente al referentes de la teoría del aprendizaje significativo, se asume la postura de Ausubel (1976), bajo el principio que los conocimientos previos del estudiante son fundamentales para la construcción de un nuevo conocimiento, aspecto esencial para la presente investigación, que mediante la experimentación se crea un ambiente familiar con aplicaciones agradables para el estudiante y con sus preconceptos asimile con facilidad la importancia y la pertinencia de los temas a desarrollar en el aula de estadística.

Esto lleva que para la tesis sea de gran importancia que el estudiante encuentre concordancia entre lo aprendido y las aplicaciones que provienen del ámbito de las finanzas. Por esta razón, la matemática realista es un referente teórico central, pues Freudenthal (1986) considera de suma relevancia que el aprendizaje del estudiante provenga de fuentes realistas para lograr un aprendizaje en contexto. En este proceso se utiliza el juego MarketWatch como mediador didáctico, para que el estudiante tenga escenarios reales en la economía, donde puede aplicar el concepto de volatilidad y se creen redes conceptuales con los elementos estadísticos.

Todo esto para llegar a matematizar situaciones que provienen de la experiencia, donde el estudiante generalice de una manera adecuada los conceptos, los relacione en la solución de problemas y con ello se construya un significado robusto personal en cada una de las temáticas, propósito fundamental para esta investigación.

Con la investigación se logra realizar un cambio en la actitud de los estudiantes hacia la estadística, esto se evidencia en la observación de la encuesta de percepción y satisfacción de la volatilidad, donde se evidencia la importancia que le dan a la estadística y el cambio de percepción que tenían de la asignatura al inicio del curso. Esta percepción del estudiante frente a la estadística es absolutamente concordante con el marco teórico de esta tesis, donde se puede evidenciar el efecto que tuvo la gamificación en el aula, la matemática realista, el aprendizaje significativo y la resolución de problemas.

En esta tesis se analizan principalmente variables cualitativas, ya que algunas de las medidas del avance de los estudiantes en la construcción de significado; como el análisis de las actitudes de los estudiantes frente a la volatilidad y el análisis de su desarrollo en el aula mediante episodios videográficos; se realizan con un enfoque de investigación acción. En los resultados finales se realizó una comparación de las pruebas de entrada y salida con la metodología no paramétrica de Wilcoxon. En este proceso se observó, que en cada uno de los conceptos estadísticos tuvo un cambio significativo, lo que indica que la propuesta didáctica sustentada en el modelo posibilitó un dominio del contenido en los estudiantes, pues relaciona e integra los conceptos estadísticos con la aplicación de la volatilidad.

Se presenta un modelo didáctico que consta de categorías inmersas en: el contenido estadístico, la contextualización de situaciones, la resolución de problemas y la simulación mediante el computador. El modelo didáctico tiene su salida en la práctica, a través de una propuesta didáctica, que se basa en

interrelacionar de los conceptos esenciales de la estadística que permitir la integración de redes conceptuales, que facilitan las condiciones para el desarrollo de la definición y aplicación de la volatilidad.

El estudio de los resultados obtenidos a partir de los talleres, en el análisis de los significados utilizando la metodología planteada por Godino y la observación del material videográfico, revela el carácter multidimensional de los diferentes procedimientos utilizados por los estudiantes en la solución de los problemas. Cada una de las estrategias propuestas, ha permitido evaluar los diferentes componentes de la estadística, encontrando respuestas que permiten, observar los avances de los estudiantes y como iban construyendo los diferentes conceptos, que los llevaban a ir relacionado los diferentes contenidos para llegar a la construcción del significado robusto de volatilidad a partir de simulación.

En el desarrollo de los talleres los estudiantes reconocieron las ventajas de utilizar la metodología de la simulación, porque aumenta su capacidad para el autoaprendizaje y su capacidad crítica para analizar la información que les ofrecían cada uno de los problemas, lo que les permite encontrar procedimientos y estrategias convenientes, que los involucren como elementos activos de su propio aprendizaje, esto les permite tener mayor seguridad de los conocimientos adquiridos, lo que eleva el nivel de motivación de los estudiantes, llevándolos a un aprendizaje significativo, fundamento teórico de esta tesis.

RECOMENDACIONES

De la experiencia recogida esta investigación se recomienda seguir con investigaciones donde el centro sea la simulación, con conceptos prácticos y que relaciones con temáticas que se desarrollan en los cursos de matemáticas y estadísticas de los futuros profesionales de la administración y economía.

Realizar investigaciones que indaguen la capacidad que tienen los docentes para relacionar el contenido matemáticos y estadísticos con aplicaciones reales que mejoren la preparación de los futuros profesionales.

Crear material práctico que relacione los contenidos estadísticos con situaciones reales a la administración y la economía dentro del contexto colombiano.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

1. Almira, J. M. S., & Laborde, J. M. (2015). Modelo Didáctico para la Formación Axiológica a través de la Resolución de Problemas Matemáticos. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 4(1).
2. Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1976). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* (Vol. 3). México: Trillas.
3. Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Fascículos de CEIF, 1.
4. Ausubel, D. (2002) *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Editorial Paidós Ibérica. P. 123.
5. Auzmendi Escribano, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas media y universitaria. Características y medición*. Ed mensajero. España.
6. Baptista, P., Fernández, C., & Hernández, R. (2010). *Metodología de la investigación*. Editorial The McGraw-Hill. DF, México:
7. Batanero Bernabeu, M. D. C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística. España.
8. Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (2011). In New ICMI study series: Vol. 14. Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study: *The 18th ICMI study*. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V
9. Bedoya, G. S. (1999). Análisis Riesgo-País. *Estudios Gerenciales*, 37-46.
10. Black, F. (1976). The pricing of commodity contracts. *Journal of financial economics*, 3(1), 167-179.

11. Black y Scholes (1973). The Pricing of options an corporate liabilities. Fischer Black and Myron Scholes. *Journal of Political Economy* Vol. 81, No. 3 (May - Jun.1973), pp. 637-654 The University of Chicago Press.
12. Blejec, A. (2003). Teaching statistics by using simulations on the Internet. In *IASE* (International Association for Statistical Education) *Satellite Conference Berlin 2003*.
13. Bransford, J. D., Sherwood, R. D., & Sturdevant, T. (1987). *Teaching thinking and problem solving*. WH Freeman/Times Books/Henry Holt & Co.
14. Bressan, A., Zolkower, B. E. T. I. N. A., & Gallego, F. (2004). Los principios de la educación matemática realista. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. P. 82.
15. Brown, R. F.R.S. Hon. M.R.S.E. & R.I. Acad. V.P.L.S. (1828) XXVII. A brief account of microscopical observations made in the months of June, July and August 1827, on the particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of active molecules in organic and inorganic bodies, *The Philosophical Magazine*, 4:21, 161-73, DOI: [10.1080/14786442808674769](https://doi.org/10.1080/14786442808674769)
16. Caballero Valderrama, J. G. (2015). *Análisis de la eficiencia de los portafolios de pensiones bajo el esquema de multifondos-una aproximación bajo el enfoque de Markowitz y Black-Litterman*. (Tesis de maestría). Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia,
17. Cabrera, C. R., & Campistrous, L. A. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. RELIME. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 2(2), 31-46.
18. Casal, J. & Mateu, E. (2003). Tipos de Muestreo. *Revista de Epidemiología y Medicina Preventiva*, 3-7.
19. Christou, Nicolas. (2008) Enhancing the Teaching of Statistics: Portfolio Theory, an Application of Statistics in Finance. *Journal of Statistics Education* Volume 16, Number 3

20. De Losada M. F. (2012). *Corrientes del pensamiento matemático del siglo XX. Primera parte: fundamentación*. U. Antonio Nariño. Bogotá, Colombia.
21. Deci, E. L., & Ryan, R. M. (2010). *Intrinsic motivation*. The corsini encyclopedia of psychology.
22. Dewey, J. (1910). Science as subject-matter and as method. *Science*, 31(787), 121-127.
23. Díaz, M. (2012) “Una propuesta de enseñanza de la probabilidad basada en aplicaciones financieras para estudiantes de ciencias administrativas, económicas y contables” (Tesis de Maestría). Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia
24. Duhalde, M. Á. (1999). *La investigación en la escuela*. Noveduc Libros. P. 22.
25. Duncker, K. (1945). *On problem- solving*. (Psychological Monographs, No. 270.).
26. Dziuban, C. D., & Shirkey, E. C. (1974). When is a correlation matrix appropriate for factor analysis? Some decision rules. *Psychological bulletin*, 81(6), 358.
27. Escalona Reyes, M. (2007). *El uso de recursos informáticos para favorecer la integración de contenidos en el área de Ciencias Exactas del preuniversitario*. (Tesis doctoral) Instituto superior pedagógico “José de la luz y caballero” Holguín, Cuba.p.65.
28. Escalona, M. (2011). El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior. Su concreción en las carreras de ingeniería en la Universidad de Holguín. *Revista Iberoamericana de Educación*, 56(4), 1-13.
29. Figlewski, S. (1995). Remembering Fischer Black. *Journal of Portfolio Management*, 92.
30. Flórez Ochoa, R. (1994). *Modelos pedagógicos y enseñanza de las ciencias. Hacia una pedagogía del conocimiento*. McGraw Hill, Bogotá.

31. Freudenthal, H. (1986). Didactical phenomenology of mathematical structures (Vol. 1). *Springer Science & Business Media*.
32. Freudenthal, H. (1991). Revisiting Mathematics Education: *China Lectures*, Kluwer, Dordrecht, Reidel Publishing Co.
33. Funes, M., & Guardiola, M. (2016). *Enseñanza a través de la metodología del juego y de actividades interactivas en las aulas de la Facultad de Ciencias Económicas*. Experiencias de la Comunidad de Prácticas para el mejoramiento de la enseñanza de las Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. 11. P. 54
34. Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*, 75(3), 372-396.
35. Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
36. Godino, Juan D. (1999). *Implicaciones metodológicas de un enfoque semiótico-antropológico para la investigación en Educación Matemática*. En Ortega, Tomás (Ed.), *Actas del III SEIEM* (pp. 196-212). Valladolid: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
37. Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237-284.
38. Guzman, M. de (1991), *Para pensar mejor*. Labor, Barcelona.
39. Henry, P. (1995). *Modelos de investigación*. Servicio de publicaciones Universidad Politécnica de Valencia, Valencia. España, P. 46
40. Hersh, R. (1997). *What is mathematics, really?* Oxford University Press.

41. Hilbert, D. (1928). *Die Grundlagen der Mathematik*. In *Die Grundlagen der Mathematik* (pp. 1-21). Vieweg+ Teubner Verlag, Wiesbaden.
42. Hook, Sydney (2000). *John Dewey. Semblanza intelectual* (Trad. L. Arenas y R. del Castillo). Barcelona: Paidós
43. Huang, W. H. Y., & Soman, D. (2013). *Gamification of education. Research Report Series: Behavioural Economics in Action*, Rotman School of Management, University of Toronto. Toronto, Canada.
44. Izquierdo Alfaro, I., Olea Díaz, J., & Abad García, F. J. (2014). Exploratory factor analysis in validation studies: Uses and recommendations. *Psicothema*. P. 398.
45. Jiménez Aleixandre, M. P. (2000). Modelos didácticos. *Didáctica de las ciencias experimentales*, 165-186.
46. Kaufman, A. (1996). *Modelación*. Tomo I, CECSA, Barcelona.
47. Kuhn, T. S. (1962). *La estructura de las revoluciones científicas*, Fondo de Cultura Económica. Buenos Aires. Argentina
48. Lakatos, I. (1986). *Pruebas y refutaciones*. Alianza. España.
49. Lamothe, P. (1995). *Opciones financieras*. McGraw-Hill Interamericana.
50. Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical thinking and learning*, 5(2-3), 157-189.
51. Lozada, Gustavo Adolfo (2016). Fundamentación en estadística descriptiva a partir del mercado de capitales. En Álvarez, Ingrith; Sua, Camilo (Eds.), *Memorias del II Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (pp. 213-220). Bogotá, Colombia: Asociación Colombiana de Educación Estocástica.

52. Lozares Colina, C., & López-Roldán, P. (1991). El análisis de componentes principales: aplicación al análisis de datos secundarios. *Revista de sociología* (37), 031-63. P. 44.
53. Markopoulos, A. Fragkou, A. Davim, J. (2015). Gamification in engineering education and professional training. *International Journal of Mechanical Engineering Education*. 2015, Vol. 43(2) 118–131 <https://doi.org/10.1177 / 0306419015591324>
54. Markowitz, H. (1962). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1. (Mar. 1952), pp. 77-91.
55. Martí Parreño, J., Queiro Ameijeiras, C. M., Méndez Ibáñez, E., & Giménez Fita, E. (2015). El uso de la gamificación en la educación superior: el caso de Trade Ruler. *XII Jornadas Internacionales de Innovación Universitaria*. Educar para transformar: Aprendizaje experiencial. P. 95.
56. Martin, A. C. U., & Prieto, M. D. S. C. (2014). Aprendizaje a través de juegos de simulación: un estudio de los factores que determinan su eficacia pedagógica. *Educat. Revista electrónica de tecnología educativa* (47), a266-a266.
57. Merton, R. C., & Scholes, M. S. (1995). Fischer Black. *The Journal of Finance*, 50(5), 1359-1370. Vol. 16.
58. Miller, J. (1998). " *The psychology mathematical*". Princeton, University Press, Princeton. P.13.
59. Moore, D. S. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International statistical review*, 65(2), 123-137.
60. Nieto, J.H. (2005). *Olimpiadas matemáticas: El arte de resolver problemas*. Ed. CEC, S.A. Los libros El Nacional. ISBN: 980.388.239-2.
61. Pavlov, I. P. (1927). *Conditioned reflexes*. (G. V. Anrep, Trans.). London: Oxford University Press.

62. Pérez, D. (2016). *Construcción de significado robusto para el concepto de área y caracterización del pensamiento geométrico involucrado en los estudiantes de sexto grado*. (Tesis Doctoral). Universidad Antonio Nariño, Bogotá. P. 11.
63. Piaget, J. (1976). *Piaget's theory*. In *Piaget and his school* (pp. 11-23). Springer, Berlin, Heidelberg.
64. Planas, N. (2006). Modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. *Educación matemática*, 18(1), 37-72.
65. Plass, J. L., Homer, B. D., & Kinzer, C. K. (2015). Foundations of game-based learning. *Educational Psychologist*, 50(4), 258-283.
66. Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton. New Jersey: Princeton University.
67. Popper, K. (1986). *La Lógica de la Investigación Científica*. Editorial Tecnos. Madrid. España.
68. Roy, S., Rossman, A., Chance, B., Cobb, G., Vander Stoep, J., Tittle, N., & Swanson, T. (2014, July). Using simulation/randomization to introduce p-value in week 1. In *Proceedings of the 9th International Conference on Teaching Statistics* (Vol. 9, pp. 1-6). Flagstaff, Arizona, U.S.A.
69. Russell, B., Domingo, J. N., & Wood, A. (1982). *La evolución de mi pensamiento filosófico*. Madrid. Alianza.
70. Sánchez, I. R., & Ramis, F. J. (2004). *Aprendizaje significativo basado en problemas*. Horizontes Educativos (9), 101-111.
71. Sandín Esteban, M. P., & Esteban, M. P. S. (2003). *Investigación cualitativa en educación: fundamentos y tradiciones*: Mc Graw and Hill Interamericana. Madrid. p. 123.
72. Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Nueva York: Academic Press.
73. Sharpe, W. F. (1977). The capital asset pricing model: a "multi-beta" interpretation. In *Financial Dec Making Under Uncertainty*. Academic Press. (pp. 127-135).

74. Sierra Salcedo, R. A. (2002). Modelación y estrategia: algunas consideraciones desde una perspectiva pedagógica. Compendio de pedagogía. Ciudad de La Habana: Ciencias Médicas, 311-28.
75. Sigarreta, J. (2001). *Incidencia del tratamiento de los problemas matemáticos en la formación de valores*. (Tesis doctoral), Instituto Superior José de la Luz y Caballero, Holguín, Cuba.
76. Sigal, Matthew J & Chalmers, R. Philip (2016) Play It Again: Teaching Statistics with Monte Carlo Simulation, *Journal of Statistics Education*, 24:3, 136-156
77. Stewart, I. (2018). *Mentes maravillosas: Los matemáticos que cambiaron el mundo*. Cap. 9. El operador del calor. Joseph Fourier. Editorial Crítica.
78. Suh, A., Wagner, C., & Liu, L. (2018). *Enhancing user engagement through gamification*. *Journal of Computer Information Systems*, 58(3), 204-213.
79. Tauber, L. M. (2001). *La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos*. (Tesis doctoral), Universidad de Sevilla, Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Sevilla, España.
80. Terán, Teresita; Anido, Mercedes (2007). Un informe sobre el significado personal logrado en el tema intervalos de confianza por alumnos de una facultad de ciencias veterinarias. En Crespo, Cecilia Rita (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 37-42). Camagüey, Cuba.
81. Türker, N.K. & Turanli, N. (2013). Developing an attitude scale for mathematics education courses via fuzzy statistics. *Middle East Journal of Scientific Research*. 13. 561-567.0.5829/idosi.mejsr.2013.13.4.25213.
82. Varian, H. (2009) January. Hal Varian on how the Web challenges managers. Tomado de <http://www.mckinsey.com/industries/high-tech/our-insights/hal-varian-on-how-the-web-challengesmanagers>.

83. Vigotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Crítica. Barcelona.
84. Wallas, G. (1926). *The art of thought*. J. Cape: London.
85. Wertheimer, M. (1945) *Productive thinking*. Chicago: University Press.
86. Wilcoxon, F., Katti, S. K., & Wilcox, R. A. (1970). Critical values and probability levels for the Wilcoxon rank sum test and the Wilcoxon signed rank test. *Selected tables in mathematical statistics*, 1, 171-259.
87. Yildirim, I. (2017). The effects of gamification-based teaching practices on student achievement and students' attitudes toward lessons. *The Internet and Higher Education*, 33, 86-92.
88. Yun Hsing Cheung; Powell, Robert. (2012) Anybody can do Value at Risk: A Teaching Study using Parametric Computation and Monte Carlo Simulation. *Australasian Accounting Business & Finance Journal* . Vol. 6 Issue 5, p101-118.
89. Yunita, D. R., Maharani, A., & Sulaiman, H. (2019, April). Identifying of Rigorous Mathematical Thinking on Olympic Students in Solving Non-routine Problems on Geometry *Topics*. In *3rd Asian Education Symposium (AES 2018)*. Atlantis Press.
90. Zapata, C. A. (2016). Aplicaciones del lema de Itô en Finanzas Corporativas: un enfoque de valoración utilizando ecuaciones diferenciales estocásticas (ede). *Observatorio de Economía y Operaciones Numéricas*, 10, pp. 65-84. DOI: <http://dx.doi.org/10.18601/17941113.n10.04>

Anexos.

Anexo 1: Contenido y planeación sesión a sesión.

Contenidos para las 16 semanas							
Semanas	Sesiones	NUCLEOS	TEMAS	SUBTEMAS			
1	1	1. DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL.	1. PRELIMINARES	Introducción.	Actividad 1.		
				Introducción Planteamiento del proyecto Prueba diagnóstica (30 min).			
				Distribución de probabilidad normal estándar. (90 minutos).			
	2		2. GENERALIDADES	Efecto de la varianza y media. Cálculo de cuantiles. Efecto de cambios en media y varianza en los valores de los cuantiles. Condiciones intuitivas de normalidad.			
				Análisis de histogramas y funciones de distribución variando los parámetros de la distribución.			
				Cálculo de probabilidades. Efecto de cambios en media y varianza en los valores de las probabilidades			
2	3	3. APROXIMACIONES Y DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL.	3. APROXIMACIONES Y DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL.	Aproximación de la distribución normal a la distribución binomial y Poisson.	Actividades 2 y 3.		
				Corrección por continuidad.			
				Ejercicios aplicados a las finanzas.			
	4			4. TEORÍA DE MUESTREO Y EJERCICIOS			Distribución log normal. Conversión de rentabilidades simples a logarítmicas.
							Simulación en hoja de cálculo (60 min).
							Histogramas y funciones de distribución de diferentes tipos de transformaciones de la distribución normal.
				Histogramas de distribuciones log-normales.			
				Efecto de la varianza sobre la distribución.			
				Simulación de activos utilizando log-retornos.			
				Gráficos de series de tiempo. Efecto de la varianza sobre la visualización temporal.			
3	5	2. MUESTREO	4. TEORÍA DE MUESTREO Y EJERCICIOS	Métodos de muestreo	Actividad 4.		
				Muestreo aleatorio simple			
	6	3. PRELIMINARES DE	5. ANÁLISIS DE GRÁFICOS	Muestreo aleatorio sistemático			
				Muestreo aleatorio estratificado			
				Muestreo aleatorio por conglomerados			
				Muestreo aleatorio no probabilístico			
				Error de muestreo			
				Simulador de concurso "Marketwatch" (60 minutos)			
				Estadísticos: media, mediana, desviación estándar, máx, min, Análisis de gráficos.			

				Volatilidad del día. Análisis gráfico de la volatilidad diaria de una muestra de acciones. Estudio empírico de rendimiento vs volatilidad.		
4	7		6. TEOREMA DEL LÍMITE CENTRAL	Distribución de medias muestrales. Teorema del límite central.		
	8			PARCIAL		PARCIAL
5	9	4. ESTIMACIÓN.	7. ESTIMACIÓN E INTERVALOS DE CONFIANZA	Estimación puntual. Estimaciones por intervalo para la media poblacional. Poblaciones normales, desviación estándar conocida y muestra grande. Poblaciones normales, desviación estándar desconocida y muestra pequeña. Intervalos de confianza para la proporción. Intervalos de confianza para diferencia de medias. (Datos pareados y no pareados).		
	10			Análisis del tamaño de los intervalos de confianza en función de la varianza estimada. Generación por simulación de variables con la distribución muestral (varianzas conocidas y desconocidas). Análisis de histogramas, funciones de distribución y comparación con intervalos de confianza.		Actividad 5.
6	11	5. INFERENCIA ESTADÍSTICA	8. PRUEBA DE HIPÓTESIS PARA UNA MUESTRA	Definición de hipótesis y de prueba de hipótesis. Procedimiento de cinco pasos para probar una hipótesis.		
	7			12		Pruebas de significancia de una cola y de dos colas. Prueba para una media poblacional con una desviación estándar poblacional conocida.
8				13		Chi cuadrado.
	14			Valor p.		
9	15			Taller.		
	16			PARCIAL		PARCIAL
10	17			9. PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA DOS MUESTRAS		Pruebas de hipótesis: medias poblacionales.
	18					Comparación de poblaciones con muestras pequeñas.
11	19			Pruebas para proporciones.		
	20			Muestras dependientes. Comparación de muestras dependientes e independientes.		
12	21	6. ANÁLISIS DE VARIANZA	La distribución F. Comparación de dos varianzas poblacionales. Ejercicios prueba de hipótesis de varianza.			
	22		Taller: Volatilidad. Aplicación a datos del concurso. (60 min). a. Introducción al concepto de volatilidad. b. Cálculo de varianzas de la serie original, de la serie de retornos simples y de la serie de log-retornos para datos simulados en Excel. c. Cálculo anterior con series del concurso d. Definición de rendimiento en ventanas de tiempo.		Actividad 6.	
12	23	PARCIAL	PARCIAL			
	24		Suposiciones para el ANOVA			

			10. ANALISIS DE VARIANZA.	Análisis de varianza en dos direcciones	
13	25	7. REGRESIÓN LINEAL Y CORRELACIÓN	11. REGRESIÓN LINEAL Y CORRELACIÓN	Coefficiente de correlación. Coefficiente de determinación. Prueba de significancia del coeficiente de correlación. Recta del mejor ajuste.	Actividad 7.
	26			Análisis de regresión. Principio de los mínimos cuadrados. Recta del mejor ajuste.	
14	27			Ejercicios regresión lineal. Taller (60 min) a. Análisis de rendimiento vs volatilidad de series estudiadas b. Análisis gráfico c. Cálculo de regresiones entre volatilidad y rendimiento.	
	28			1. Opciones Simulador en EXCEL: (120 min) Definición de opción: ejercicios de grupo sobre las series del concurso Modelado de opciones con EXCEL.	
15	29			Error estándar de estimación. Intervalos de confianza y predicción	
	30			Intervalos de confianza y de predicción. Introducción/Planteamiento del proyecto/Prueba diagnóstica (30 min)	
16	31	EXAMEN FINAL	EXAMEN FINAL		
	32	ENTREGA DE NOTAS Y CIERRE	ENTREGA DE NOTAS Y RETROALIMENTACIÓN 1. Discusión resultados del concurso y prueba diagnóstica final (120 min) a. Análisis resultados concurso b. Evaluación de la intervención: dinámica de grupos c. Prueba de salida		

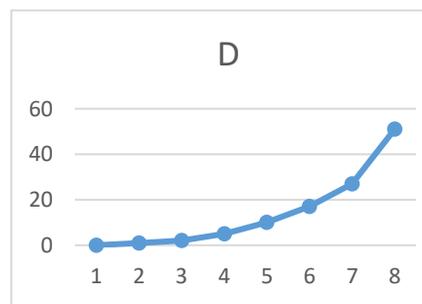
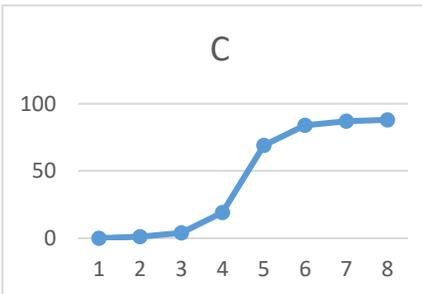
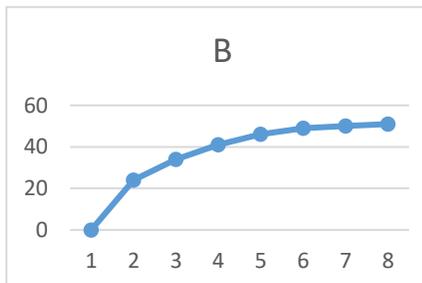
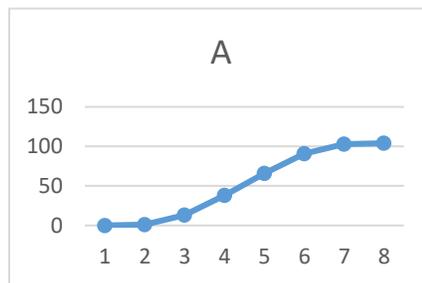
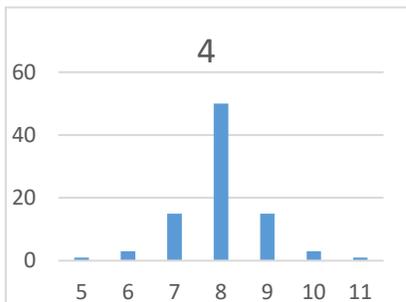
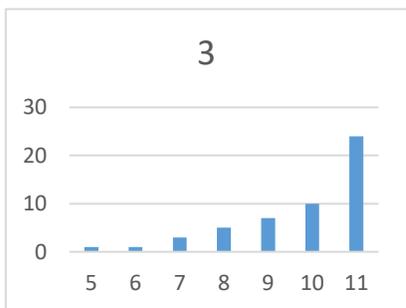
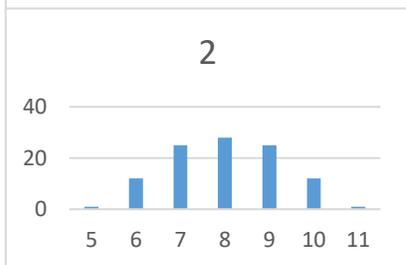
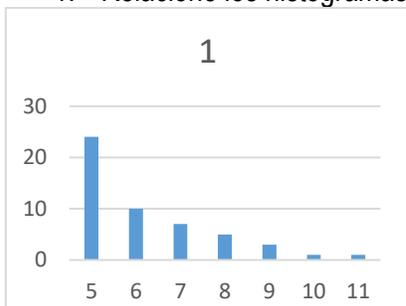
Anexo 2: Prueba de entrada.

La siguiente prueba constituye la etapa inicial de un proyecto de investigación netamente académico adelantado en distintas universidades de Bogotá, solicitamos su colaboración contestando a conciencia todos los puntos de la presente prueba.

Muchas gracias por su tiempo y colaboración.

Tiempo máximo estimado de la prueba: 20 minutos.

1. Relacione los histogramas con su respectiva ojiva.



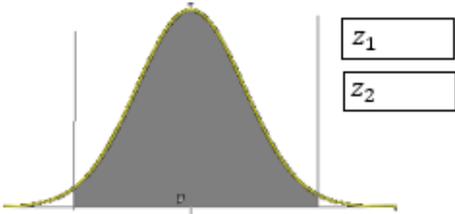
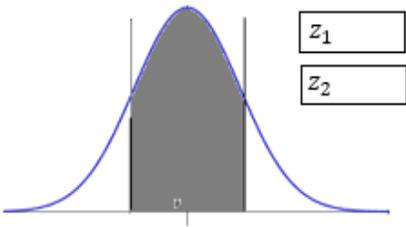
	1	2	3	4
--	---	---	---	---

Marque A, B, C o D				
--------------------	--	--	--	--

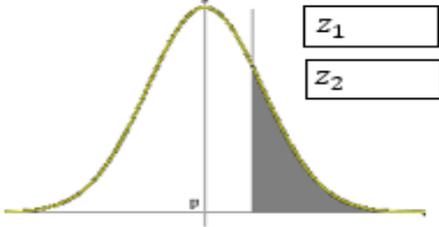
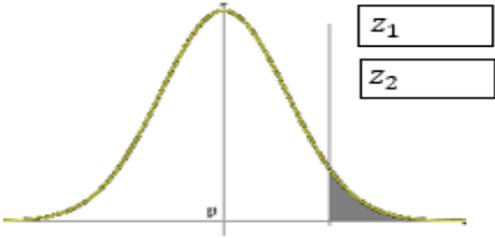
2. De las anteriores gráficas de distribuciones, ¿Cuáles de ellas puede afirmarse que se comportan de manera aproximadamente normal? Respuesta:

	Histograma	Ojiva
Marque números y letras		

3. Se presentan dos distribuciones normales midiendo $P(x_1 < z_1 < x_2)$ y $P(x_1 < z_2 < x_2)$ con dos desviaciones estándar diferentes, σ_1 y σ_2 respectivamente; ¿Cuál de las gráficas corresponde a cada distribución si $\sigma_1 \geq \sigma_2$? (Marque con una x)



4. Se presentan dos distribuciones normales midiendo $P(z_1 > x)$ y $P(z_2 > x)$ con dos desviaciones estándar diferentes, σ_1 y σ_2 respectivamente; ¿Cuál de las gráficas corresponde a cada probabilidad si $\sigma_1 \geq \sigma_2$? (Marque con una x).

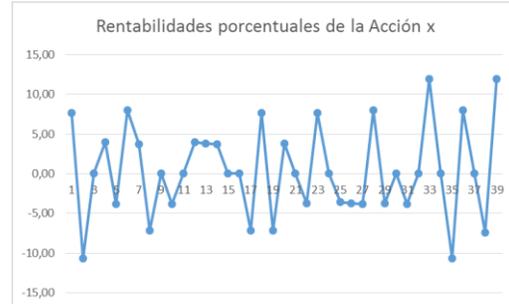


5. Observe los siguientes gráficos.



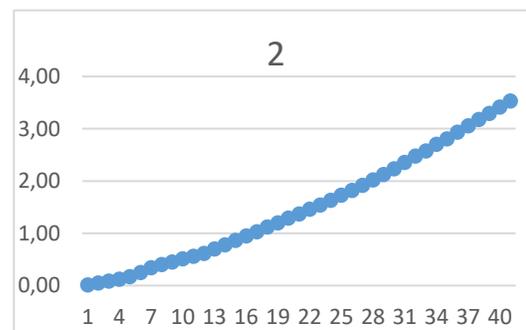
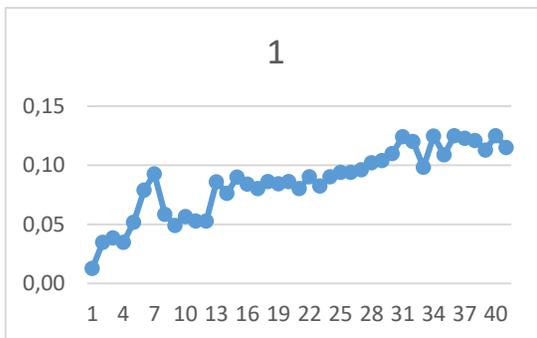
Marque con una x si es falsa o verdadera la siguiente afirmación: "Es menos riesgoso invertir \$100.000.000, en EEB por que el precio de la acción es bajo". (F) (V)

6. En las gráficas que se muestran a continuación aparecen los retornos de las acciones x y y (marque con una x)



	X	Y
¿Cuál de las dos acciones tienen más probabilidad de generar súbitas y altas ganancias?		
¿Cuál de las dos acciones tiene menor riesgo?		
¿Cuál de las dos acciones es más volátil?		

7. Las acciones de una empresa se presentan a continuación, una gráfica está con retornos simples acumulados **Rentabilidad simple = (Precio inicial del día - precio final del día) / precio inicial del día** y la otra es la gráfica de la rentabilidad logarítmica acumulada: **Rentabilidad logarítmica = ln (Precio inicial del día / Precio final del día en 40 días de operación)**. ¿Cuál de las gráficas corresponde a cada rentabilidad?



	Logarítmica	Retornos simples
Coloque el número:		

8. La acción de cierta empresa tiene un precio hoy de \$4.500, sin embargo, se ha pronosticado el precio de la misma acción en un mes con distintas probabilidades así:

Precio	\$4.000	\$4.250	\$4.500	\$4.750	\$5.000	\$5.250	\$5.500
Probabilidad	0,05	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,05

¿Cuál es la probabilidad de que la acción suba de precio?

Respuesta: _____

¿Cuál es la probabilidad de que baje de precio?

Respuesta: _____

¿Cuál es el valor esperado de la acción?

Respuesta: _____

9. Como gerentes de compras de una compañía, ustedes necesitan para la operación de su empresa cierto insumo que tiene un precio que fluctúa con severidad. En la siguiente gráfica se muestra el comportamiento mensual del precio y ustedes hoy deben garantizar que la empresa cuente con el insumo en el mes 24.



¿Si le propusieran pagar una prima de \$1 por mantener un precio de \$275 en el mes 24 aceptaría?

Si	No

10. Se tienen dos posibles proveedores para el mismo insumo que pueden garantizar la existencia del insumo en el mes 24 firmando un contrato con la garantía que nos venderán su producto, ¿con cuál proveedor firmarían? (Marque con una x)



Proveedor 1	Proveedor 2

11. En pocas palabras defina **VOLATILIDAD**:

Anexo 3: Estructura de la prueba de entrada: Observaciones Expertas.

Pregunta	Conceptos	Antonio Velasco ⁶⁹	Sergio Arciniegas ⁷⁰	Julián Acuña ⁷¹
1	<ol style="list-style-type: none"> 1. Visualización de la frecuencia y su relación con la frecuencia acumulada 2. Visualización de la forma de una distribución y su relación con la ojiva. 3. Visualización del sesgo en una ojiva. 4. Comparación de sesgos en histogramas. 	No debería orientarse hacia la visualización del sesgo. Eso es de estadística 1.	Es pertinente.	Es pertinente.
2	<ol style="list-style-type: none"> 1. Inspección visual de una distribución normal. 2. Comparación entre distintas formas de distribución. 	Es pertinente.	Es pertinente.	Es pertinente.
3	<ol style="list-style-type: none"> 1. Análisis del efecto de una mayor dispersión en los datos siendo una distribución normalizada. 2. Recordar el concepto de distribución normal estándar. 3. Manejo intuitivo de la tabla de distribución normal. 4. Recordar la forma de graficar la probabilidad entre dos valores que será útil para pruebas de hipótesis a dos colas. 5. Recordar la estructura de la fórmula de Z. 6. Identificación del efecto de la varianza en la probabilidad de ocurrencia de un evento. 	La pregunta no es clara, no se sabe lo que en realidad se pretende indagar.	La pregunta es muy buena, sin embargo, debe ser más explícito en la forma de operar por parte del estudiante. Se debe colocar específicamente la fórmula de z.	No es clara para los estudiantes de ese nivel.
4	<ol style="list-style-type: none"> 1. Análisis del efecto de una mayor dispersión en los datos siendo una distribución normalizada. 2. Recordar el concepto de distribución normal estándar. 	La pregunta no es clara, no se sabe lo que en realidad	La pregunta es muy buena, sin embargo, debe ser más explícito	No es clara para los estudiantes de ese nivel.

⁶⁹ Antonio Velasco, Creador de la maestría en estadística de la Universidad Nacional de Colombia.

⁷⁰ Sergio Arciniegas, PhD. En Estadística, Universidad de Sao Paulo, Brasil.

⁷¹ Julian Auña, PhD. En Estadística, Universidad Estatal de Campiñas. Brasil

	<ol style="list-style-type: none"> 3. Manejo intuitivo de la tabla de distribución normal. 4. Recordar la forma de graficar la probabilidad entre dos valores que será útil para pruebas de hipótesis a una cola. 5. Recordar la estructura de la fórmula de Z. 6. Identificación del efecto de la varianza en la probabilidad de ocurrencia de un evento. 	se pretende indagar.	en la forma de operar por parte del estudiante. Se debe colocar específicamente la fórmula de z.	
5	<ol style="list-style-type: none"> 1. Inspección visual de la volatilidad de un activo. 2. Inicio temprano de series temporales. 3. Concepto intuitivo de riesgo. 4. Relación entre precio y tiempo. 	Es pertinente.	Es pertinente.	Es pertinente.
6	<ol style="list-style-type: none"> 1. Visualización de los retornos. 2. Utilizar los retornos como variable a estudiar. 3. Distinguir la suavización de los valores absolutos. 4. Distinguir que ahora si se pueden comparar. 5. Encontrar la relevancia de utilizar retornos y no precios. 6. Concepto temprano de riesgo. 7. Concepto temprano de volatilidad. 	Mejorar el tamaño en la escala de las gráficas.	Es pertinente.	Es pertinente.
7	<ol style="list-style-type: none"> 1. Visualización de una suavización logarítmica. 2. Reconocer la importancia de manejar los log-retornos. 3. Relacionar la gráfica logarítmica con las ojivas arriba mostradas. 4. Reconocer que los retornos simples no se distribuyen normalmente. 5. Reconocer que los log-retornos son una variable aleatoria que se comporta mejor para trabajarlos como distribución. 6. Interpretar los retornos simples como herramienta de visualización y no como pronóstico. 	Es pertinente.	Es pertinente.	Es pertinente.
8	<ol style="list-style-type: none"> 1. Concepto de valor esperado 	Es pertinente.	Es pertinente.	Es pertinente.

	<ol style="list-style-type: none"> 2. Probabilidad frecuentista. 3. Regla de la suma. 4. Relación entre precio y probabilidad de ocurrencia. 5. Cálculo inicial de valoración futura de acciones. 			
9	<ol style="list-style-type: none"> 1. Iniciación en el concepto de opciones. 2. Generar la curiosidad por el cálculo futuro de precios en el mercado. 3. Generar la curiosidad por el tema de los derivados financieros y su importancia en la industria. 4. Inclusión de la “prima” como factor para tener en cuenta en el cálculo del derivado. 	Es pertinente.	Es pertinente.	Es pertinente.
10	<ol style="list-style-type: none"> 4. Análisis intuitivo de riesgo. 5. Inspección visual de un activo volátil. 6. Comparación de volatilidad vs estabilidad. 7. Análisis de gráficas para la toma de decisiones. 	Es pertinente.	Es pertinente.	Es pertinente.
Pregunta	Conceptos	Antonio Velasco ⁷²	Sergio Arciniegas ⁷³	Julián Acuña ⁷⁴

⁷² Antonio Velasco, Creador de la maestría en estadística de la Universidad Nacional de Colombia.

⁷³ Sergio Arciniegas, PhD. En Estadística, Universidad de Sao Paulo, Brasil.

⁷⁴ Julian Auña, PhD. En Estadística, Universidad Estatal de Campiñas. Brasil

Comentarios adicionales de los expertos:

Ms.C. Antonio Velasco:

“Es muy importante llegar a relacionar esas dos áreas del conocimiento en vista de que hoy en día todo debe ser interdisciplinario y si van en esa vía, deberían de publicar la metodología para ser consultada por otros docentes de estadística.”

Ph.D. Sergio Arciniegas:

“Sabemos que hay que hacer un cambio en la manera de enseñar la estadística y ese proyecto es una buena forma de hacerlo, las clases de estadística deben ser aplicadas y con el uso de simulación. Los datos ahora son muy abundantes y lo que se enseña no es suficiente para tratarlos de forma adecuada.”

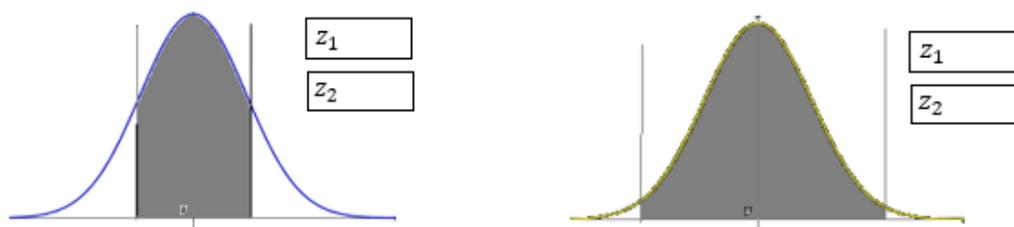
Ph.D. Julián Acuña:

“Es necesario que los estudiantes de esta generación apliquen modelos de aplicación más robustos, en vista de la abundancia de datos”

Teniendo en cuenta las recomendaciones de los expertos, se modifican las preguntas 3, 4 y 6 así:

Pregunta 3:

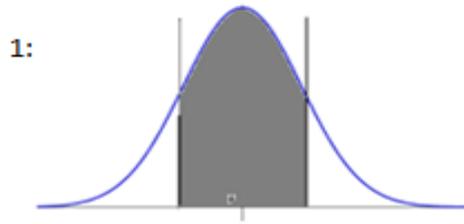
Se presentan dos distribuciones normales midiendo $P(x_1 < z_1 < x_2)$ y $P(x_1 < z_2 < x_2)$ con dos desviaciones estándar diferentes, σ_1 y σ_2 respectivamente; ¿Cuál de las gráficas corresponde a cada distribución si $\sigma_1 \geq \sigma_2$? (Marque con una x)



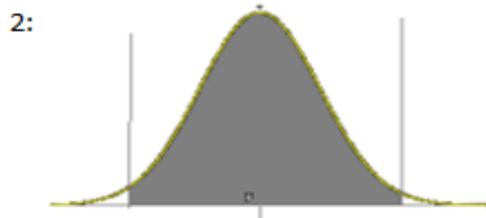
Se presentan dos gráficas de distribuciones normales y dos expresiones de probabilidad. Suponga que Z es una normal estándar. Aparee horizontalmente la gráfica según corresponda a la probabilidad asociada si:

$$z_1 = \frac{Z - \mu}{\sigma_1}$$
$$z_2 = \frac{Z - \mu}{\sigma_2}$$

y se tiene que: $\sigma_1 \geq \sigma_2$



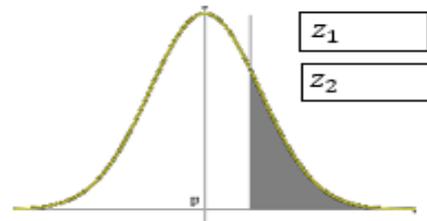
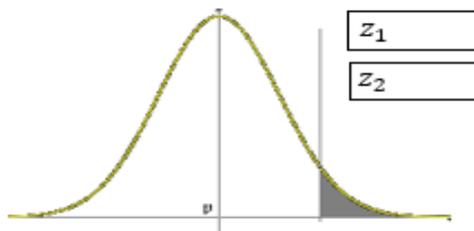
A: $P(x_1 < z_2 < x_2)$



B: $P(x_1 < z_1 < x_2)$

	Gráfica 1	Gráfica 2
Marque A o B.		

Se presentan dos distribuciones normales midiendo $P(z_1 > x)$ y $P(z_2 > x)$ con dos desviaciones estándar diferentes, σ_1 y σ_2 respectivamente; ¿Cuál de las gráficas corresponde a cada probabilidad si $\sigma_1 \geq \sigma_2$? (Marque con una x).

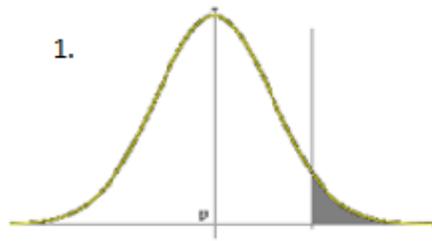


Se presentan dos gráficas de distribuciones normales, identifique cuál es la expresión de probabilidad asociada si:

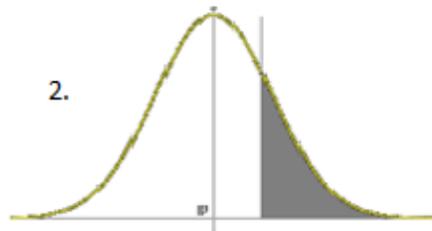
$$z_1 = \frac{Z - \mu}{\sigma_1}$$

$$z_2 = \frac{Z - \mu}{\sigma_2}$$

Si Z es una normal estándar y se tiene que: $\sigma_1 \geq \sigma_2$



A: $P(z_1 > x)$



B: $P(z_2 > x)$

	Gráfica 1	Gráfica 2
Marque A o B.		

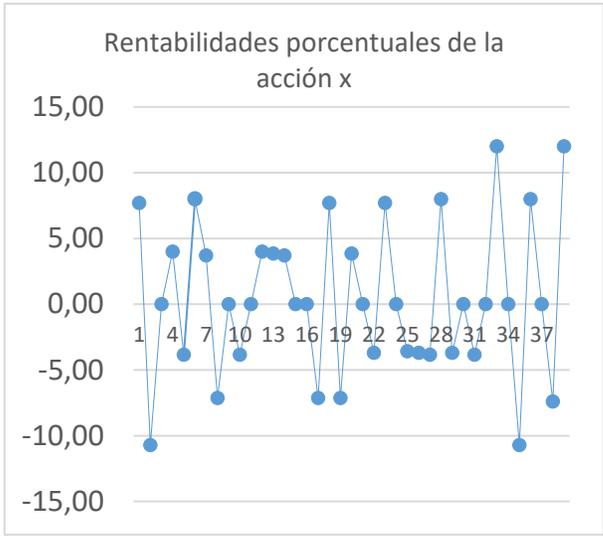
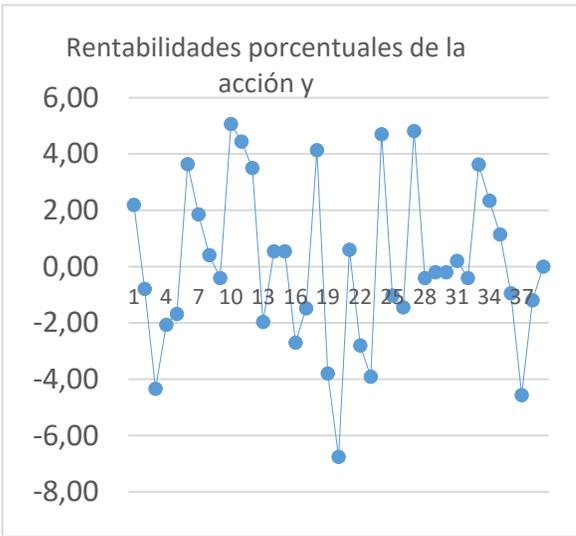
Pregunta 6.

En las gráficas que se muestran a continuación aparecen los retornos de las acciones x y y (marque con una x)



	x	Y
¿Cuál de las dos acciones tienen más probabilidad de generar súbitas y altas ganancias?		
¿Cuál de las dos acciones tiene menor riesgo?		
¿Cuál de las dos acciones es más volátil?		

En las gráficas que se muestran a continuación aparecen los retornos de las acciones x y y durante 39 días de operación: (marque con una x)



	x	Y
¿Cuál de las dos acciones tienen más probabilidad de generar súbitas y altas ganancias?		
¿Cuál de las dos acciones tiene menor riesgo?		
¿Cuál de las dos acciones es más volátil?		

Anexo 4: Resultados de la prueba de entrada y análisis.

Para verificar la pertinencia del proyecto, se ha realizado una prueba de entrada con el fin de encontrar algunos conceptos importantes en la medición de la volatilidad estadística. La prueba de entrada se muestra en anexo 2. Los resultados en general se visualizan en la Ilustración 1.

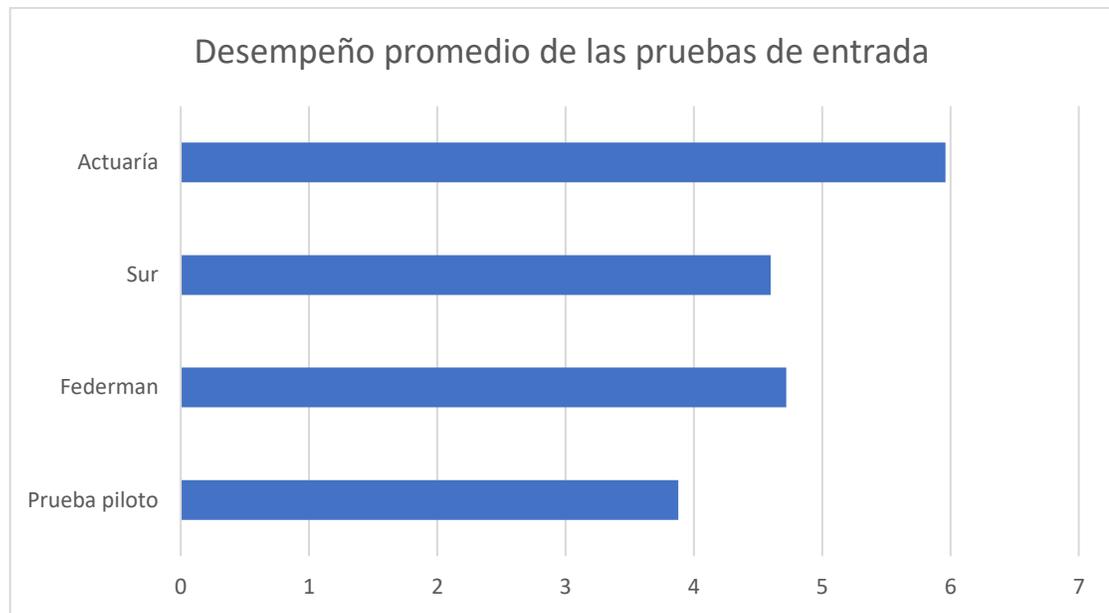


Ilustración 1. Desempeño en puntajes absolutos de cada uno de los grupos en donde se aplicó la prueba de entrada. Elaboración propia.

Las pruebas de entrada se realizaron en 4 grupos así:

El grupo de la prueba piloto consta de 36 observaciones en cursos de estadística II, una población comparable con el grupo objeto de estudio, esta prueba piloto se realiza un semestre antes de aplicarlo en los grupos experimentales que son, Sede Sur con 22 observaciones y Sede Federman con 17; además de ello; por recomendación de la dirección del doctorado, se aplica la misma prueba a una muestra de 13 especialistas en actuaría, donde se esperaba un mejor rendimiento en general de la prueba y la evidencia estadística así lo demuestra, aunque no con diferencias significativas, inclusive se evidencia que los

valores máximos en el grupo Federman y Actuaría, son muy similares, como se observa en la ilustración 2.

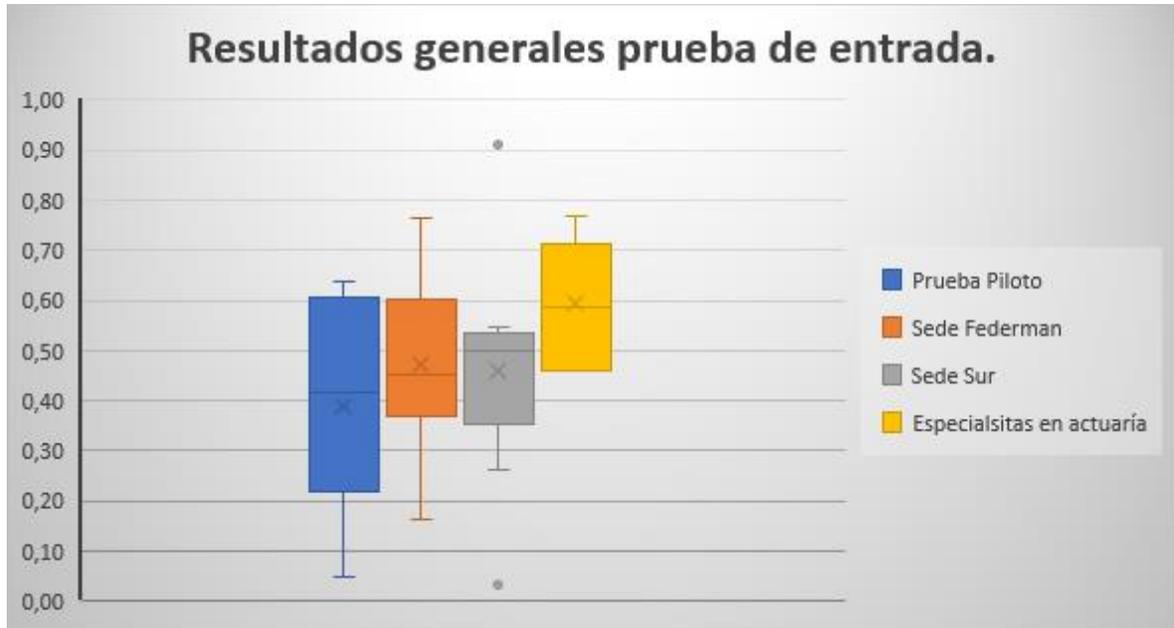


Ilustración 2. Box plot comparativo de los resultados por grupo Elaboración propia.

Las temáticas por grupos de preguntas se muestran a continuación:

Las preguntas 1,2,3 y 4. Indagan acerca de la visualización de la distribución normal y el efecto de la modificación de la varianza en ella.

Las preguntas 5,6,7 y 8, Preguntas acerca de la visualización de la volatilidad en acciones, se indagó acerca de las percepciones que tiene el estudiante acerca de los movimientos típicos accionarios. Las preguntas tienen por objetivo reflejar la idea del estudiante acerca del mercado bursátil y su relación con la estadística y probabilidad, asociándolo con una incipiente idea de volatilidad.

Las preguntas 9 y 10, Preguntas acerca de la aversión del estudiante al riesgo de volatilidad en mercados de futuros, especialmente las opciones, ya que uno de los objetos importantes del proyecto es llegar a estimar el precio de opciones mediante el modelo de Black Scholes y Merton. No se trata de

medir conocimiento acerca de un tema en particular, sino la aversión al riesgo de cada uno de los estudiantes y niveles de entendimiento de la situación en la vida cotidiana de la empresa.

La ausencia de respuesta nos indica que el estudiante no comprende la pregunta y se asocia con una respuesta errada calificada con cero. A continuación, en la ilustración 3, se muestra el desempeño por pregunta

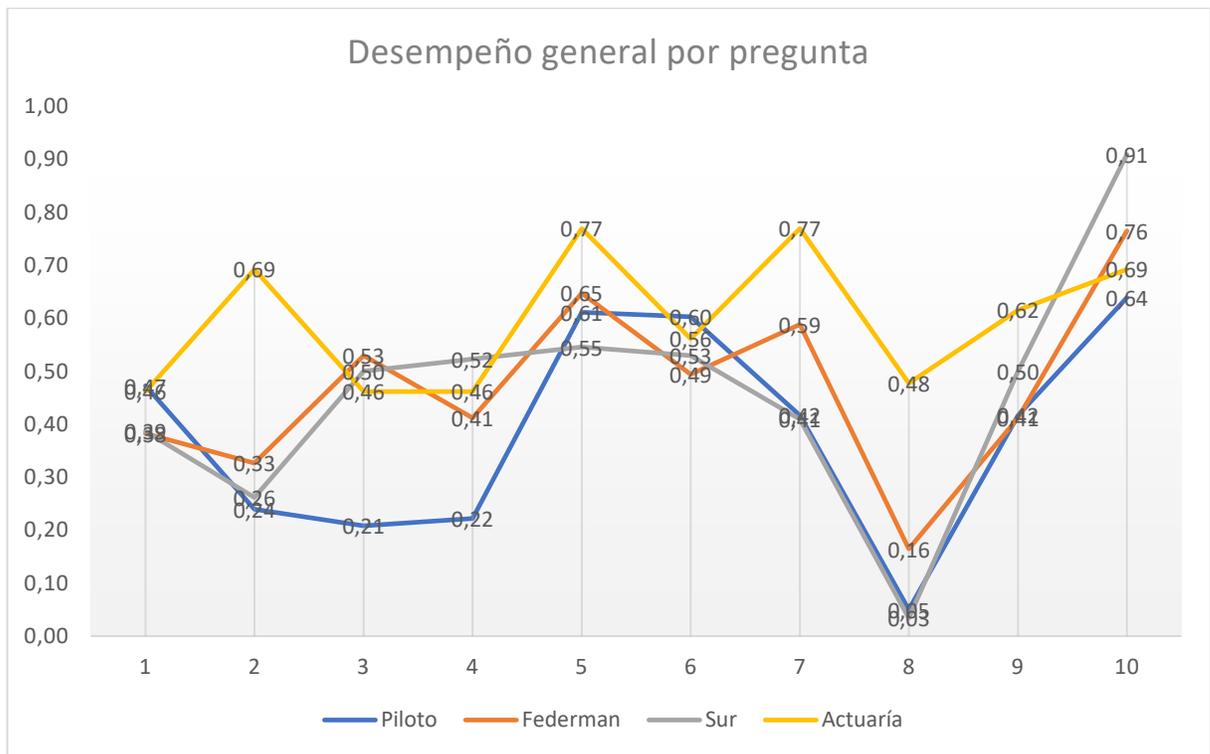


Ilustración 3: Desempeño por pregunta de cada grupo. Elaboración propia.

El instrumento diseñado como prueba de entrada, consta de 10 preguntas cerradas y una abierta. Como cifras significativas, se puede apreciar el pico en lo bajo de la calificación para todos los grupos, en la pregunta 8, que tiene que ver específicamente con cálculos que debe realizar el estudiante, acerca de valor esperado. Y un pico alto igualmente para todos los grupos, en la pregunta 9 y 10, que tiene que ver con la aversión al riesgo.

Las cuatro primeras preguntas están orientadas a medir el grado de familiaridad que tiene el estudiante con la forma normal de una distribución mediante inspección visual.

Anexo 5: Actividad 0. Introducción.



DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

Facultad de Ciencias.

Estadística II

Profesor: Miguel Andrés Díaz

E-mail: miguel@uan.edu.co

Introducción

La expansión de la estadística como disciplina de investigación, ha sido significativa en las últimas décadas y parte de ese proceso surge de la preocupación del ser humano por obtener más información contenida en los datos que le permitan mejorar su capacidad de tomar decisiones importantes. En particular, en el mundo de las finanzas, predecir el comportamiento de las inversiones, lograr “certeza” de que se ha realizado un buen negocio, descartar posibles pérdidas y de esa manera proteger el patrimonio y sustento de las familias, tiene una gran importancia dentro de la cotidianidad de los emprendedores.

De esa forma, la asignatura estadística II, tiene como fin brindar al estudiante herramientas prácticas en la toma de decisiones financieras útiles en su vida profesional más allá de la teoría. Ustedes como profesionales en áreas administrativas económicas y contables tienen una gran responsabilidad en sus hombros y es mantener la salud financiera en las organizaciones para las que trabajan; y no se trata únicamente del dinero de los socios, se trata de la estabilidad de las personas que dependen económicamente de la empresa, empleados, proveedores, clientes, etcétera, es decir: responsabilidad económica y social.

Por ello se pretende enseñar herramientas claras de decisión financiera en dos frentes; uno es el manejo de inversiones en la bolsa de valores y otra es el manejo de opciones, obviamente el manejo estadístico será fundamental y para cohesionarlas, se utilizará simulaciones en Excel y otros programas.

Lograr que ustedes como estudiantes de la asignatura tengan una experiencia vivencial en cada etapa del proceso es esencial en esta fase de su formación profesional.

Aprende Jugando.

Muchos éxitos en el desarrollo de la asignatura Estadística II.

Su profesor: Miguel Andrés Díaz Osorio

Anexo 6: Actividad 1. Preliminares y generalidades.



DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

Facultad de Ciencias.

Estadística II

Profesor: Miguel Andrés Díaz

E-mail: migueld@uan.edu.co

ACTIVIDAD No. 1: Preliminares y generalidades.

OBJETIVOS:

- Reconocer y dominar los procesos para calcular probabilidades aplicando la distribución normal.
- Identificar los diferentes cambios en la probabilidad modificando parámetros. (Análisis de sensibilidad)
- Aplicar conocimientos financieros en operaciones estadísticas sencillas.
- Visualización del efecto del cambio en la varianza en el cálculo de probabilidades.

Motivación:



Es bien sabido que las operaciones que involucran intereses han sido ampliamente estudiadas y han venido evolucionando desde los Babilonios en el siglo XVIII A.C., primero en comerciantes y posteriormente con la formación de los primeros bancos, sin embargo no se involucraba el cálculo de probabilidades hasta que los comerciantes europeos iniciaron sus expediciones internacionales llevando sus mercancías en barcos, debido a que algunos de ellos eran atacados por piratas y en otras ocasiones las tormentas los hundían; llevando a la quiebra a quienes tenían su dinero invertido en tal negocio.

Es así como se empiezan a estimar las probabilidades; tanto de sufrir siniestros relacionados con fenómenos naturales como los ocasionados por el hombre. De esa forma, los incipientes bancos empezaron a cubrir, a cambio de una "prima" las posibles pérdidas de los cargamentos y el costoso barco, haciendo que las empresas encargadas de asegurar esta actividad empiezan a ser parte de la cotidianidad de los comerciantes especialmente en Londres.

Como vemos, medir las probabilidades de pérdidas económicas en la vida profesional y personal es de gran importancia, sobre todo para el profesional en ciencias administrativas económicas y contables, quien es el encargado de manejar los recursos de las organizaciones.

La intención de esta actividad es mostrar cómo relacionar las finanzas con la medición de pérdidas o ganancias futuras de una forma aplicada mediante la distribución normal.

Problemas reto propuestos:

1. El mercado accionario tiene alzas y bajas en periodos relativamente cortos de tiempo, sin embargo, entre estos periodos algunas veces es posible observar algunas tendencias, tanto alcistas como a la baja. En ciertos periodos es posible encontrar que la variable aleatoria "Acción" se comporta de forma aproximadamente normal.



Historico del precio de las acciones de Ecopetrol durante 2015*

*Imagen tomada de:

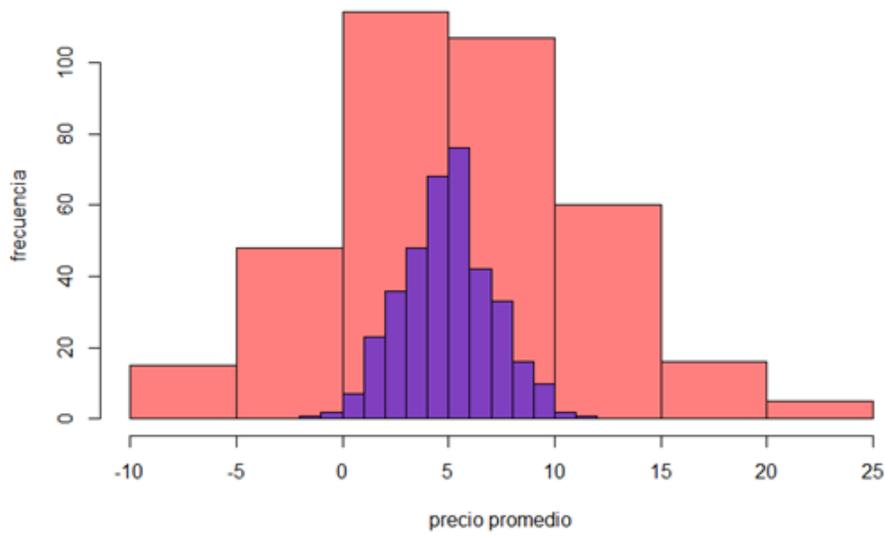
http://www.elmundo.com/porta/noticias/economia/accion_de_ecopetrol_se_acerca_al_precio_d_e_su_primera_emision.php#.W5KO0OhKg2w

El 7 de septiembre de 2018.

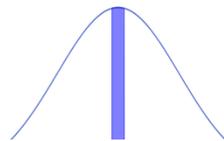
Teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto, un inversor desea conocer la probabilidad de que la acción de Ecopetrol llegue al 1.8%, si históricamente ha tenido una media en su rentabilidad del 1.5% y desviación estándar de 0.5%. durante un periodo de tiempo de 1 mes. ¿Cuál es dicha probabilidad?

2. Se tiene la expectativa que una acción del sector tecnológico suba rápidamente de precio debido a la expansión del sector, aun así, un inversor está indeciso por la compra de dichos activos, ya que en la varianza de esta variable aleatoria se prevé un alza del 10% cada momento. Si en este momento la rentabilidad es en promedio 1% y la varianza de 1% y se desea que obtenga al menos 2% como rentabilidad, aconseje al inversionista en qué momento puede llegar a tener una probabilidad de que su idea de inversión tenga menos de 6% de probabilidad de ocurrencia.
3. Un corredor de bolsa desea invertir \$100.000 dólares en dos activos A y B. Se encuentra con los histogramas de las rentabilidades donde se muestran los valores promedio diarios de sus rentabilidades. (Activo A: El color Naranja. Activo B: El color Morado). Basados en esta gráfica, ¿Qué análisis debe realizar el corredor de bolsa para tomar su decisión? Justifique su respuesta.

Distribución de rentabilidades diaria promedio de dos acciones

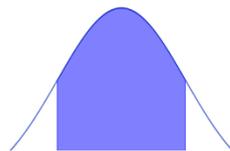


4. ¿Qué pasaría si la varianza asociada a la variable aleatoria sea más grande o chica?
Si se desea encontrar $p(-1 \leq x \leq 1)$



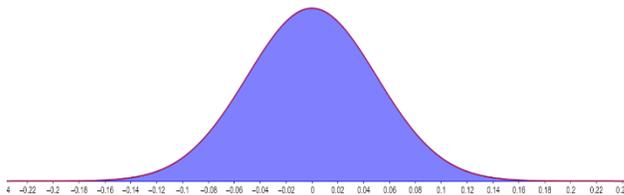
$$\mu = 0$$

$$\sigma = 10$$



$$\mu = 0$$

$$\sigma = 1$$

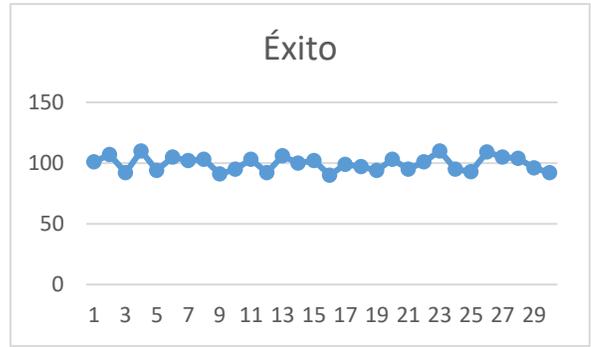
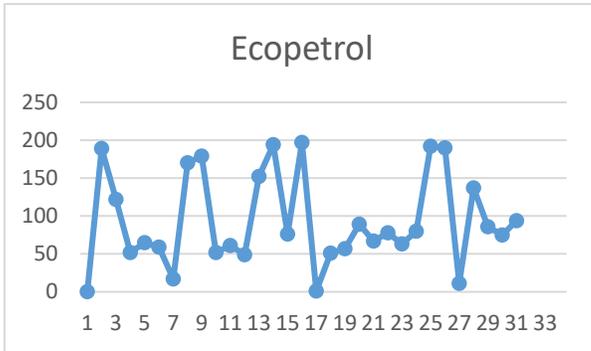


$$\mu = 0$$

$$\sigma = 0.5$$

Una vez analizadas las gráficas anteriores, ¿qué podría decirse de la siguiente situación?

Se encuentra en los archivos de la bolsa de valores, los gráficos de la línea de tendencia del valor promedio de las acciones de Ecopetrol y el Éxito.



- a. *¿Cuál de las dos acciones A o B tienen menor probabilidad de pérdida?*
-
- b. *¿Cuál de ellas tiene un conjunto de valores más homogéneo?*
-
- c. *De acuerdo con las preguntas a y b, ¿Cuál de ellas se presume que tiene mayor riesgo asociado a pérdidas importantes?*

Anexo 7: Actividad 2. Distribución Log-Normal.



DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

Facultad de Ciencias.

Estadística II

Profesor: Miguel Andrés Díaz

E-mail: miguel@uan.edu.co

ACTIVIDAD No. 2: **Distribución Log-Normal.**

OBJETIVOS:

- Visualizar cuál es la diferencia entre la distribución normal y la Log-normal
- Reconocer y dominar los procesos para calcular probabilidades aplicando la distribución log-normal.
- Identificar diferentes variables aleatorias que sean susceptibles a la suavización logarítmica.
- Aplicar conocimientos en operaciones bursátiles simples a cálculos estadísticos sencillos.

Motivación:



¿Qué significa NORMALIDAD en los datos?

Como vemos, el abuso de la palabra normal nos lleva a cometer errores estadísticos muy costosos y lamentablemente para el personaje de la caricatura, su agente quizás esté cometiendo tal error.

La intención de esta actividad es mostrar al estudiante cómo realizar una transformación logarítmica de los datos, con el fin de que una distribución con datos que no son normales tenga un mejor ajuste en los modelos con supuestos de normalidad.

Problemas reto propuestos.

2. En promedio los retornos logarítmicos de una acción son de 1,4% mensuales, con una desviación estándar de 0,25%. Si graficamos en Excel el comportamiento de 100 veces este cálculo y si la desviación aumenta en 0,01% cada momento. Qué se Observa ¿Cuál es el valor esperado de los retornos?
3. Se sabe que históricamente los retornos de la inversión en acciones del "Éxito" tienen un comportamiento log-normal, debido a la naturaleza porcentual de la variable aleatoria, con parámetros $\mu = 3\%$ y $\sigma = 1,5\%$ Si un inversionista quiere una rentabilidad superior al 6%,

¿usted recomendaría invertir en esta acción? ¿cuál es la probabilidad de la acción supere la rentabilidad de 6%

4. La esperanza de una variable *Lognormal*(μ, σ^2) es $e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$ Tome una muestra de 40 variables log normales, las rentabilidades logarítmicas de la acción Ecopetrol de los últimos días. ¿Cómo estimaría la media? Discuta varias opciones y simule la varianza en cada caso para comparar y concluya.

5. Supongamos que el valor de una acción se modela mediante la fórmula:

$$V_t = V_{t-1} e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma Z}$$

Dónde:

V_0 es el precio inicial de la acción.

V_t es el precio en el tiempo t

Z es una normal estándar.

Muestre que V_t satisface

$$V_t = V_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\sqrt{t}Z}$$

6. Suponga que se entra en "Default" o quiebra para un inversionista, si ocurre que $V_t < B$, con B un cierto valor. Muestre que:

$$P(V_t < B) = \Phi\left(\frac{\ln B - \ln V_0 - (\mu - \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}\right)$$

Donde Φ es la función de distribución de una normal estándar.

A partir de la fórmula anterior discuta el efecto del aumento de σ sobre la probabilidad de "default"

Anexo 7: Actividad 3. Simulación (Movimiento Browniano).



DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

Facultad de Ciencias.

Estadística II

Profesor: Miguel Andrés Díaz

E-mail: miguel@uan.edu.co

ACTIVIDAD No. 3: Simulación (Movimiento Browniano)

OBJETIVOS:

- Visualización del comportamiento de un activo en situación de incertidumbre.
- Dominar algunos procesos sencillos para la simulación en Excel.
- Presentar los datos de una forma gráfica sencilla.

Motivación:



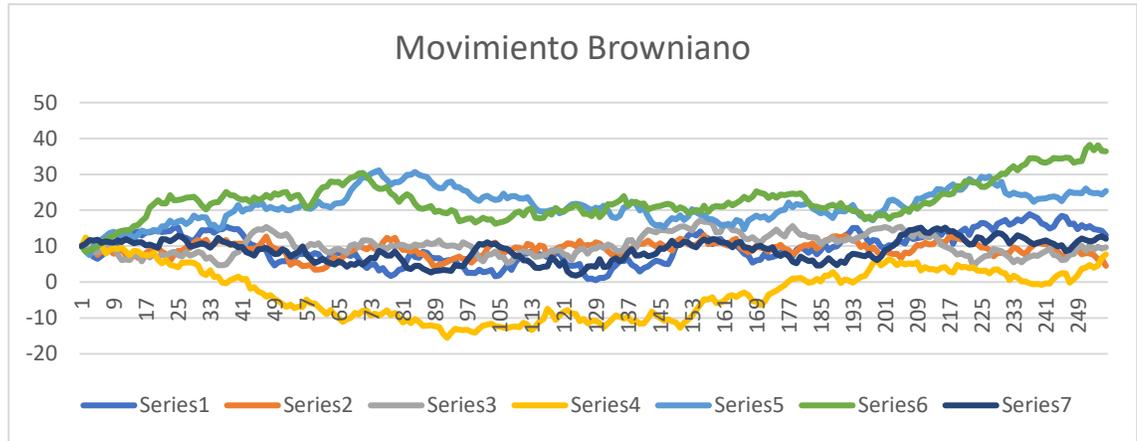
Supongamos que el amigo de la caricatura está bebiendo desde muy temprano y ya muy ebrio decide irse del bar, se levanta y da su primer paso, con probabilidad p da su paso ligeramente a la derecha y con probabilidad q , ligeramente a la izquierda, así continúa su caminata por varios minutos. ¿A dónde llegará? Aunque el movimiento del borracho sea un tanto aleatorio, inclusive caótico; su caminata no lo conducirá al polo norte; por caótico que parezca su caminar, se puede simular su comportamiento con algo de intuición.

El comportamiento del precio de un activo puede verse caminando como borracho en una línea temporal, sube, baja, sube mucho, etcétera. Afortunadamente es en dos dimensiones (Sube o baja), de esa forma se puede asignar la probabilidad de que “camine” hacia arriba o hacia abajo según unas leyes de probabilidad básica.

Robert Brown, biólogo y botánico escocés, observó este movimiento y trató de modelarlo por primera vez en 1827, aunque no con precios de acciones sino con el movimiento de partículas en un fluido, de ahí en adelante muchos científicos, hasta el famoso Albert Einstein se han interesado por tal problema que en adelante lo llamaron **Movimiento Browniano**, sólo hasta 1900 el francés Louis Bachelier lo utilizó para modelar las fluctuaciones que sufría la bolsa de valores de París.

Problemas reto propuestos:

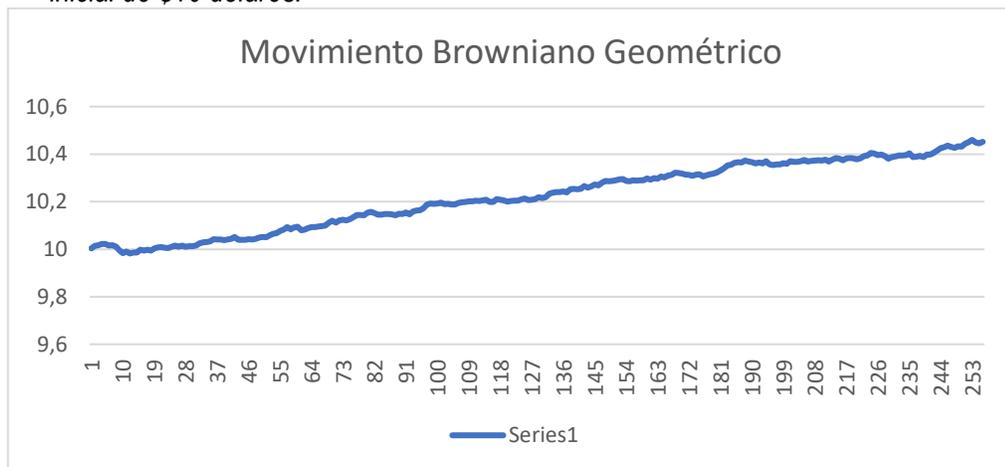
1. La gráfica que se muestra a continuación es la simulación del precio de una acción cuyo valor inicial es de \$10 y 253 días de operación.



- c. Una vez analizado el gráfico, ¿Qué se puede afirmar acerca de la simulación en la serie 4?

- d. ¿Las caminatas aleatorias son geométricas o aritméticas? Justifique sus respuestas.

2. La gráfica abajo mostrada, constituye una simulación por 253 días de una acción con valor inicial de \$10 dólares.



¿Considera usted que la tendencia alcista es debido únicamente a la “buena suerte” de los valores que toma el componente aleatorio en las simulaciones? Justifique numéricamente sus respuestas.

3. Qué relación hay entre μ y σ^2 y el crecimiento o decrecimiento de $S(t)$.

- d. Simule $S(t)$ para los siguientes valores de los parámetros con un diferencial de t de $\frac{1}{256}$ y observe el comportamiento de $S(t)$ con relación a $S(0)$.
- e. Utilizando la hoja de cálculo, cuente en cada simulación el
- f. número de veces que la cantidad $(\mu - \sigma^2 / 2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} Z$ es positiva o negativa, para los tres casos siguientes:
- i. $\mu = 0.1\%$ y $\sigma = 10\%$
 - ii. $\mu = 2\%$ y $\sigma = 10\%$
 - iii. $\mu = 1\%$ y $\sigma = 40\%$
- ¿interprete qué significa la proporción de valores negativos en cada caso?
- g. Repita estas simulaciones para $N = 20$ y calcule en cada caso la media y varianza de $S(256)$. Compare la media obtenida en cada caso con $S(0)$.
4. Si usted tuviera que comparar 2 activos conociendo su rentabilidad media y su volatilidad, ¿qué criterios usaría? Sugerencia: mire las variables aleatorias

$$X = (\mu - \sigma^2 / 2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} Z$$

Anexo 8: Actividad 4. Acciones I (Covarianza).



DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

Facultad de Ciencias.

Estadística II

Profesor: Miguel Andrés Díaz

E-mail: miguel@uan.edu.co

ACTIVIDAD No. 4: Acciones I “Covarianza”

OBJETIVOS:

- Reconocer las generalidades y la naturaleza de los datos disponibles en el mercado bursátil.
- Identificar algunas formas de análisis de los datos que se manejan en las finanzas.
- Simular en distintos escenarios el comportamiento de la variable aleatoria “Acciones”.
- Presentar los datos de una forma gráfica sencilla.

Motivación:



En la Ciudad de Brujas, una importante ciudad en Bélgica se instaura en el edificio de la familia “Van der Buerse” una especie de hogar de paso donde se reunían comerciantes de toda la Europa del llamado “siglo de los castillos”, el siglo XIII.

En el edificio de la aristocrática familia “Van der Buërse” llamado “Huis Ter Beurze” se realiza la primera operación bursátil del mundo, a partir de este hecho, se toma por costumbre de los comerciantes de la época, la realización de este tipo de operaciones en el histórico sitio. De esa forma se crea la primera bolsa de valores del mundo.

En aquella lejana época, se colocaba una bolsa de cuero para monedas en la puerta de la famosa casa para indicar que era día de operaciones comerciales, pero no fue por esta “Bolsa de monedas” que se deriva su curioso nombre, sino por el apellido de la familia Buërse que se tradujo como “Bolsa”.

Sin embargo, la bolsa de valores en el sentido en que la conocemos hoy en día sólo llega en el año 1602 con la fundación de la Bolsa de Valores de Ámsterdam, operando con acciones y bonos. Una de las aplicaciones de la estadística es precisamente el tratamiento a los datos provenientes de las operaciones bursátiles y, si desde el siglo XIII se trató de llevar algún registro de estas operaciones y mejor aún, desde aquella época se trataba de pronosticar el valor que puede llegar a tener en el futuro las inversiones que se realizaban en estos sitios, entonces... ¿por qué no lo intentamos hoy en nuestra clase de estadística?

Problemas reto propuestos:

The screenshot shows the MarketWatch website interface. At the top, there's a navigation bar with the MarketWatch logo and various menu items like 'Último', 'Lista de vigilancia', 'Los mercados', 'Invertiendo', 'Barron's', 'Economía', and a user profile 'Miguel diaz'. The main content area features a large headline: 'Cómo proteger su dinero de la volatilidad salvaje de este mercado de valores'. Below the headline is a line chart with three data series: DJIA (blue), SPX (purple), and COMP (green). The y-axis represents percentage change, ranging from -4% to 1%. To the right of the chart is a yellow-bordered advertisement for Philip Morris International with the text 'MAKE A CHANGE TODAY. UNSMOKE YOUR WORLD.' and a 'FIND OUT HOW' button. At the bottom of the screenshot, there's a 'Tickers de tendencia' section powered by StockTwits, listing several stock tickers with their respective percentage changes: CSCO 0.81%, OSTK -15.67%, PDSB 41.37%, WMT -0.41%, and TTD 7.89%.

2. Si se tiene que la covarianza entre dos conjuntos de variables aleatorias consecutivas discretas mayores a cero es de $Cov_{x,y} = 2$ si uno de los valores de un conjunto es 12 y uno de los promedios coincide con el 12, ¿Cuál es el mínimo valor que toma la variable aleatoria de los dos conjuntos?
3. En el juego "UAN-UMNG" de MarketWatch:

Debes invertir USD\$100.000 en acciones, tomar las decisiones más acertadas garantiza que no pierdas tu dinero, recuerda que la diversificación de portafolio es una de las claves del éxito del buen inversionista. Se deben analizar distintas opciones para asegurar que se tomen las mejores. De ese modo, toma por lo menos 7 acciones y de los datos disponibles de cada uno calcula:

Valor Máximo	
Valor Mínimo	
Promedio	
Desviación estándar	
Covarianza	
Beta	

De las 7 acciones, toma la decisión de invertir en 3 de ellas 90 millones y asegúrate de que el riesgo sea el menor posible. ¿En cuál de las acciones invertirías tu capital? Justifica tu respuesta.

Anexo 9: Actividad 5. Acciones II (Regresión y correlación).



DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

Facultad de Ciencias.

Estadística II

Profesor: Miguel Andrés Díaz

E-mail: miguel@d@uan.edu.co

ACTIVIDAD No. 5: Acciones II (Regresión y correlación)

OBJETIVOS:

- Determinar la ecuación de regresión (modelo).
- Predecir el valor de la variable independiente (Y) basada en la variable independiente (X).
- Identificar algunas formas de regresión que se ajusten a los datos que se manejan en las finanzas.
- Simular en distintos escenarios el comportamiento de la variable aleatoria "Acciones".
- Presentar los datos de una forma gráfica sencilla pronosticando lineal, polinomial, o exponencialmente
- Medir la fuerza de la correlación entre las variables.

Motivación:



Encontrar una fórmula mágica para predecir el comportamiento de una variable aleatoria con toda exactitud, es una tarea imposible. Sin embargo, el componente aleatorio, muestra movimientos que, en muchos casos, siguen tendencias que de alguna manera resultan medibles.

No hay que tener una bola de cristal para llegar a vaticinar hechos que, aunque aleatorios, se presentan con bastante frecuencia, como el alza generalizada de los precios en las economías de mercado.

En esta actividad se abordará el tema de regresión lineal, se retomará el tema de movimiento browniano geométrico y se harán ajustes polinómicos en Excel para modelar el mejor ajuste de la variable aleatoria acciones.

Cuando se trata de pronosticar un evento, lo primero es verificar el comportamiento de la variable en el pasado, muy seguramente hayan escuchado el dicho: "El que fue, nunca dejará de ser",

Problemas reto propuestos:

1. Una empresa ha tomado los registros de ventas en la semana en que ha lanzado una campaña publicitaria y encuentra cierta correlación entre la cantidad invertida en publicidad televisiva y sus ingresos semanales así:

Dinero en Publicidad	Ventas semanales
30	4700
40	6500
50	6550
60	7890
70	9001

***En miles de dólares.**

La empresa cuenta con \$100.000 dólares para invertir, si le ofrecen un paquete accionario con unas probabilidades proyectadas de crecimiento en un mes así:

Valor de la inversión en un mes:	\$100000	\$105000	\$110000	\$115000	\$120000
Probabilidad	0,05	0,1	0,5	0,2	0,15

Si las utilidades se estiman en el 10% de las ventas, ¿Aconsejaría usted realizar esta inversión en publicidad o en las acciones? Justifique sus respuestas.

2. Se tienen los registros de 5 días de transacciones en la bolsa de valores con un "missing value", Un dato perdido. El modelo lineal muestra una pendiente $\beta_1 = -570$, Mediante la hoja de cálculo, encuentre el dato faltante.

Periodo	Valor
1	x
2	2600
3	2300
4	1900
5	1000

3. Una vez encontrado el valor faltante, calcular la desviación estándar de cada una de las variables, determine la razón entre la desviación del valor y los periodos, multiplique por la pendiente. Una vez efectuados estos cálculos, simule en distintos escenarios y concluya acerca de este índice. ¿Qué observa? Concluya qué significa este coeficiente.

4. Intervalo de confianza

A partir de un intervalo de confianza apropiado para la regresión lineal simple, genere en Excel una gráfica donde se visualice el efecto progresivo de la confianza para distintos valores de $t_{(n-2;1-\alpha/2)}$, desde el 80% hasta el 99.9% en 100 intervalos regulares.

¿Qué se puede afirmar acerca del radio del intervalo a medida que crece el nivel de confianza?

5. El coeficiente de determinación, $R = r^2$, mide la proporción de la variación total en la variable dependiente Y, que está explicada por, o se debe a la variación en la variable independiente X.

En cuente los r^2 de la regresión lineal de los log-retornos en 7 acciones y compare con las aproximaciones polinómicas que ofrece excel.

¿Qué modelo se ajusta más a la naturaleza de los datos teniendo en cuenta los gráficos y el r^2 de cada modelo?

Justifique sus respuestas y en el pronóstico más prometedor inviertan todo el dinero restante en su módulo del juego de la bolsa de valores.

Anexo 10: Actividad 6. Modelo de Black Scholes I.



DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

Facultad de Ciencias.

Estadística II

Profesor: Miguel Andrés Díaz

E-mail: miguel@d@uan.edu.co

ACTIVIDAD No. 6: Modelo de Black Scholes I.

OBJETIVOS:

- Visualización del comportamiento de un activo en situación de incertidumbre.
- Dominar algunos procesos de valoración de activos en el futuro.
- Conocer un modelo de valuación de opciones.

Motivación:

Suponga que, por el giro de la empresa, se necesita comprar 100 toneladas de cebada cada seis meses y los precios de las materias primas como esta, son bastante volátiles... ¿No sería genial tener la certeza del precio de esta materia prima en un futuro?, dar un salto hacia un precio estable y despreocuparme por el valor de la cebada durante un periodo de tiempo fijo.



Garantizar el precio en el futuro de un activo es de gran utilidad cuando se trata de realizar presupuestos ajustados a la realidad económica de la empresa. El Modelo de Black-Scholes está diseñado para estimar el precio de los activos en el futuro, y para su desarrollo, es necesario definir algunos conceptos a tener en cuenta acerca de los derivados financieros sobre los que se pretende efectuar las simulaciones..

Opción: Es un contrato que le otorga el derecho al poseedor de este de comprar o vender un activo subyacente en un instante futuro (fecha de expiración) a un precio estipulado, llamado precio del ejercicio.

Operaciones call: Es una opción de derecho de compra.

Operaciones put: Es una opción de derecho de venta.

Opciones europeas: Sólo pueden ejercerse en la fecha de expiración.

Opciones americanas: Se puede ejercer el derecho de compra o venta en cualquier instante antes de la fecha de expiración.

Activo subyacente (S): Es el activo que puede ser comprado o vendido, generalmente commodities. S_t Representa el valor del activo al tiempo t .

Problemas reto propuestos:

1. El precio de una opción de compra de cebada con precio seis meses antes de la fecha de su vencimiento es de \$900 kilo, en este momento se está negociando por un valor de \$880, la tasa

libre de riesgo estimada es del 10% efectiva anual y la volatilidad del activo histórica, se ha calculado del 17% anual. ¿Cuál sería el precio Call?

Una vez encontrado estos valores, tome como la volatilidad histórica 0,01 anual y en Excel incremente en 0,01 en cada periodo hasta llegar al 20%. Grafique en una serie temporal este comportamiento.

¿Qué sucede?, ¿desde qué valores de sigma existe transacción Call?

2. Muestre que si $d_1 = 1$ y $T - t = 1$

$$\sigma = 1 \pm \sqrt{1 - 2 \left(r + \ln \frac{S_0}{K} \right)}$$

Anexo 11: Actividad 7. Modelo de Black Scholes II.



DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

Facultad de Ciencias.

Estadística II

Profesor: Miguel Andrés Díaz

E-mail: miguel@uan.edu.co

ACTIVIDAD No. 7: Modelo de Black Scholes II.

OBJETIVOS:

- Visualización del comportamiento de un activo en situación de incertidumbre.
- Dominar algunos procesos de valoración de activos en el futuro.
- Conocer un modelo de valuación de opciones.

Motivación:

Los autores de este modelo basaron su desarrollo en la suposición de un movimiento browniano que modela la incertidumbre asociada a un subyacente, esta ecuación tuvo su génesis como un intento por modelar las garantías financieras ya que, por mucho tiempo, estas eran

calculadas simplemente como el valor futuro menos el valor presente y de allí se calculaba la tasa de retorno en un proceso nada probabilístico.

$$\frac{1}{2}\sigma^2S^2\frac{\partial^2V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\partial V}{\partial t} - rV = 0$$

$$C_T = S_T N(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_2), P_T = S_T N(-d_1) + Ke^{-r(T-t)} N(-d_2)$$

En trabajos simultáneos, Paul Samuelson y Merton trabajaron para encontrar solución a este mismo problema. El éxito de Fisher Black proviene de hacer muchos supuestos que derivan fácilmente a la fórmula, por ejemplo, que no existen costos de arbitraje, que existe una tasa libre de riesgo y que ella es constante, además que la volatilidad del activo es constante durante el lapso t . De esa manera supuso que el precio de la opción sigue una distribución Log Normal, así que el precio futuro dependía de la volatilidad del mismo activo. Por lo tanto, una aplicación del CAPM bajo estos supuestos resultó en la famosa ecuación diferencial.

En su momento Black no encontró una solución, aunque era una versión de la reconocida ecuación del calor para la que desde 1811 con Fourier ya se esbozaban algunas soluciones, Black no reconoció este patrón, de esa manera dejó de lado su trabajo por unos años. En 1969, Myron Scholes y Black retomaron el trabajo haciendo avances significativos en poco tiempo llegando al famoso modelo y ganando el premio Nobel en economía de 1997.

Problemas reto propuestos:

1. Se tienen \$500 millones para invertir hoy hasta Julio de 2024.
¿En dónde los invertiría?
 - a. Acciones del Éxito.

- b. Opciones Call para los TES con vencimiento en Julio de 2024.
- c. Oro
- d. Euros

Justifique plenamente su respuesta.

2. Si $S_0 = 1$, $K = 2$, $r = 10\%$, $(T - t) = 1$, encuentre todos los valores posibles para una operación call de ese activo con $\phi(d_1)$ y $\phi(d_2)$, siempre enteros, encuentre la volatilidad asociada a cada uno de los casos.

Anexo 12: Actividad 8. Reta tu creatividad.



DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

Facultad de Ciencias.

Estadística II

Profesor: Miguel Andrés Díaz

E-mail: miguel@uan.edu.co

Reta tu creatividad

OBJETIVOS:

- Resolver problemas de nivel avanzado utilizando la intuición matemática.
- Incentivar el pensamiento estocástico en función de la construcción del significado de volatilidad.

Motivación:



¿Qué es pensar estadísticamente? ¿Qué es construir el significado de un concepto estadístico? Una vez que estamos frente a ciertas situaciones problemáticas, ya sea de la vida real o que simplemente desafíen la imaginación más allá de los algoritmos vistos en clase, se crean concepciones propias acerca de lo que consideramos como “correcto” acerca de una serie de procedimientos lógicos.

La idea es visualizar los problemas de una forma distinta y muy creativa en diferentes situaciones. Esto sin duda fortalecerá nuestra capacidad de analizar desde varias ópticas que seguramente favorecerán la toma de decisiones financieras y estadísticas, desde una cosmovisión general, por ello implícitamente estarán tomando decisiones de riesgo financiero.

Éstos son los problemas que retarán tu creatividad. Ya tienes las herramientas suficientes para solucionarlos correctamente.

Ánimo que seguro podrás con ellos.

1. El valor de un activo se comporta aproximadamente normal con precio medio de \$4000. Y varianza igual a \$1. Suponga que se entra en “Default” si el valor del activo es menor a \$0, Si la varianza crece un tercio cada día, ¿Cuál es el mínimo tiempo para que la probabilidad de llegar a Default sea mayor que 0,3?
2. Supongamos que el precio inicial de un activo $S_{(0)}$ se consigue como un número x_i de una colección de variables aleatorias discretas mayor a cero de un conjunto de valores distintos con las siguientes características:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 3500$$

$$\bar{x} = 500$$

Algún dato del conjunto es $x_i = 100$

¿Cuál es el mayor valor posible del precio inicial $S_{(0)}$ con estas restricciones?

¿Cuánto vale n ?

Partiendo de $S_{(n)}$ simule hasta $S_{(70)}$ con los valores iniciales obtenidos, con un diferencial de t de $\frac{1}{256}$ y estime la varianza.

3. Supongamos que el valor de una acción se modela mediante la fórmula:

$$V_t = V_{t-1} e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2}) + \sigma Z}$$

Dónde:

V_0 es el precio inicial de la acción.

V_t es el precio en el tiempo t

Z es una normal estándar.

Muestre que V_t satisface

$$V_t = V_0 e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma \sqrt{t} Z}$$

4. Suponga que se entra en "Default" o quiebra para un inversionista, si ocurre que $V_t < B$, con B un cierto valor. Muestre que:

$$P(V_t < B) = \Phi\left(\frac{\ln B - \ln V_0 - (\mu - \sigma^2/2)t}{\sigma \sqrt{t}}\right)$$

Donde Φ es la función de distribución de una normal estándar.

A partir de la fórmula anterior discuta el efecto del aumento de σ sobre la probabilidad de "default"

5. Considere que la probabilidad de hurto de una motocicleta se reduce en la medida que la moto sea más vieja, cierto modelo de moto cuando es nueva, la probabilidad de que sea hurtada es de $\frac{1}{2}$, pasado un año de uso es de $\frac{1}{4}$, pasados dos años $\frac{1}{8}$, y así sucesivamente. Es decir que su función de probabilidad se comporta así:

$$f(x) = \begin{cases} (1/2)^x, & \forall x \in \mathbb{Z}^+ \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Si una compañía de seguros desea estimar una prima para este modelo de motos y el actuario considera que se debe cobrar una sola prima por toda la vida útil de la moto, calculándola así:

$$\text{Prima} = 4\sigma$$

Si la moto tiene un precio inicial de 14 millones de pesos, ¿cuál es la prima? para el cálculo de la varianza tenga en cuenta que la moto se deprecia cada año hasta en tres cuartos de su valor.

Anexo 14 Encuesta de percepción acerca de la estadística de Auzmendi y resumen de resultados.

INSTRUCCIONES:

En las siguientes páginas hay una serie de afirmaciones. Estas han sido elaboradas de forma que te permitan indicar hasta qué punto estás de acuerdo o en desacuerdo con las ideas ahí expresadas. Supón que la afirmación es:

Ejemplo: Me gusta la Estadística

Debes rodear con un círculo, según tu grado de acuerdo o de desacuerdo con la afirmación correspondiente, uno de los siguientes cinco números:

- 1 Totalmente en Desacuerdo
- 2 En Desacuerdo
- 3 Neutral, ni de acuerdo ni en desacuerdo
- 4 De Acuerdo
- 5 Totalmente de Acuerdo

No pases mucho tiempo con cada afirmación, pero asegúrate de contestar todas las afirmaciones. Trabaja rápido, pero con cuidado.

	TD	D	N	A	TA
1. Considero la Estadística como una asignatura muy necesaria en la carrera.	1	2	3	4	5
2. En la asignatura de Estadística me va bastante mal	1	2	3	4	5
3. El estudiar o trabajar con la Estadística no me asusta en absoluto	1	2	3	4	5
4. El utilizar la Estadística es una diversión para mí	1	2	3	4	5
5. La Estadística es demasiado teórica como para ser de utilidad práctica para el profesional medio	1	2	3	4	5
6. Quiero llegar a tener un conocimiento más profundo de la Estadística	1	2	3	4	5
7. La Estadística es una de las asignaturas que más temo	1	2	3	4	5
8. Tengo confianza en mí mismo/a cuando me enfrento a un problema de Estadística	1	2	3	4	5
9. Me divierte el hablar con otros de Estadística	1	2	3	4	5
10. La Estadística puede ser útil para el que se dedique a la investigación, pero no para el profesional medio	1	2	3	4	5
11. Saber utilizar la Estadística incrementaría mis posibilidades de mejoras en el trabajo	1	2	3	4	5
12. Cuando me enfrento a un problema de Estadística me					

siento incapaz de pensar con claridad	1	2	3	4	5
13. Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de Estadística	1	2	3	4	5
14. La Estadística es agradable y estimulante para mí	1	2	3	4	5
15. Espero tener que utilizar poco la Estadística en mi vida profesional	1	2	3	4	5
16. Para el desarrollo profesional de nuestra carrera considero que existen otras asignaturas más importantes que la Estadística	1	2	3	4	5
17. Trabajar con la Estadística hace que me sienta nervioso	1	2	3	4	5
18. No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de Estadística	1	2	3	4	5
19. Me gustaría tener una ocupación en la cual tuviera que utilizar la Estadística	1	2	3	4	5
20. Me provoca una gran satisfacción el llegar a resolver problemas de Estadística	1	2	3	4	5
21. Para el desarrollo profesional de mi carrera una de las asignaturas más importantes que ha de estudiarse es la Estadística.	1	2	3	4	5
22. La Estadística hace que me sienta incómodo y nervioso	1	2	3	4	5
23. Si me lo propusiera creo que llegaría a dominar bien la Estadística.	1	2	3	4	5
24. Sí tuviera oportunidad me inscribiría en más cursos de Estadística de los que son obligatorios	1	2	3	4	5
25. La materia que se imparte en las clases de Estadística es muy poco interesante	1	2	3	4	5

						Test de Auzmendi		
	1	2	3	4	5			Total
1	0	2	7	9	21	Considero la Estadística como una materia muy necesaria en la carrera		39
2	3	10	20	5	1	La asignatura de Estadística se me da bastante mal		39
3	2	7	13	11	6	El estudiar o trabajar con la Estadística no me asusta en absoluto		39
4	2	11	16	9	1	El utilizar la Estadística es una diversión para mí		39
5	10	15	10	3	1	La Estadística es demasiado teórica como para ser de utilidad práctica para el profesional medio		39
6	1	0	7	14	17	Quiero llegar a tener un conocimiento más profundo de la Estadística		39
7	6	10	11	9	3	La Estadística es una de las asignaturas que más temo		39
8	1	9	11	14	4	Tengo confianza en mí mismo/a cuando me enfrente a un problema de Estadística		39
9	6	9	15	8	1	Me divierte el hablar con otros de Estadística		39
10	11	17	4	6	1	La Estadística puede ser útil para el que se dedique a la investigación pero no para el profesional medio		39
11	1	2	4	13	19	Saber utilizar la Estadística incrementaría mis posibilidades de trabajo		39
12	4	13	13	6	3	Cuando me enfrente a un problema de Estadística me siento incapaz de pensar con claridad		39
13	2	10	15	12	0	Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrente a un problema de Estadística		39
14	1	3	16	17	2	La Estadística es agradable y estimulante para mí		39
15	6	8	11	10	4	Espero tener que utilizar poco la Estadística en mi vida profesional		39
16	6	10	15	6	2	Para el desarrollo profesional de nuestra carrera considero que existen otras asignaturas más importantes que la Estadística		39
17	4	8	20	6	1	Trabajar con la Estadística hace que me sienta muy nervioso/a		39
18	4	7	16	10	2	No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de Estadística		39
19	3	10	7	12	7	Me gustaría tener una ocupación en la cual tuviera que utilizar la Estadística		39
20	3	2	7	20	7	Me provoca una gran satisfacción el llegar a resolver problemas de estadística		39
21	1	4	15	15	4	Para el desarrollo profesional de mi carrera una de las asignaturas más importantes que ha de estudiarse es la estadística		39
22	5	12	11	7	4	La Estadística hace que me sienta incómodo/a y nervioso/a		39
23	1	1	9	15	13	Si me lo propusiera creo que llegaría a dominar bien la Estadística		39
24	5	2	10	16	6	Sí tuviera oportunidad me inscribiría en más cursos de Estadística de los que son obligatorios		39
25	9	15	11	4	0	Los temas que se imparten en las clases de Estadística son muy poco interesantes		39

Anexo 15 Encuesta de percepción acerca de la volatilidad y resumen de resultados.

Objetivo: conocer los criterios de los estudiantes sobre el aporte de la estadística, específicamente la volatilidad estadística, para su formación y futuro desempeño profesional.

Desarrollo: apreciado estudiante, a partir de su vivencia en la clase de estadística II, le solicitamos su valiosa opinión, las cuales serán útiles en la investigación. En las preguntas del 1 al 10 y de acuerdo con su criterio califique de 1 a 5 cada uno de los siguientes aspectos relacionados, siendo: 5- Muy de acuerdo, 4- De acuerdo, 3- Indiferente, 2- En desacuerdo, 1- Muy en desacuerdo, marcando con una X la casilla correspondiente.

Muchas gracias por su colaboración.

Pregunta	5	4	3	2	1
a. Considera usted que es importante desarrollar el concepto de volatilidad para su futura profesión.					
b. Cree usted que es mejor dejar el análisis y la utilización la volatilidad para los "expertos " .					
c. Piensa usted que comprender y saber utilizar el concepto volatilidad incrementaría sus posibilidades de trabajo.					
d. Considera usted que la formación estadística que ha recibido le ayudará a entender mejor las investigaciones que se hacen en su campo de estudio.					
e. Cuando me enfrento a un problema de estadística estoy calmado(a) y tranquilo(a).					
f. Para mi desarrollo profesional considero que existen temas más importantes que la volatilidad estadística.					
g. Cree usted que es pertinente que la utilización de la volatilidad puede ser útil para quien se dedique a la investigación, pero no para su ejercicio profesional.					
h. Considera usted que el tema de volatilidad le permite entender la solución de problemas en su futura vida profesional.					
i. Considera que la estadística le podría ser útil en su vida profesional.					
j. Piensa usted que la presentación del tema de la volatilidad permitió cambiar la manera de pensar sobre la aplicabilidad de la Estadística en la formación profesional.					

	1	2	3	4	5	Total
	0	0	3	14	22	
1	13	14	9	1	2	39
2	1	1	5	17	15	39
3	0	3	4	17	15	39
4	4	5	12	15	3	39
5	1	11	14	12	1	39
6	6	13	10	9	1	39
7	2	3	5	19	10	39
8	0	1	4	15	19	39
9	1	1	9	15	13	39
10						

Encuesta percepción acerca de la volatilidad

1 Considera usted que es importante desarrollar el concepto de volatilidad para su futura profesión. 39

2 Cree usted que es mejor dejar el análisis y la utilización la volatilidad para los "expertos". 39

3 Piensa usted que comprender y saber utilizar el concepto volatilidad incrementaría sus posibilidades de trabajo. 39

4 Considera usted que la formación estadística que ha recibido le ayudará a entender mejor las investigaciones que se hacen en su campo de estudio. 39

5 Cuando me enfrento a un problema de estadística estoy calmado(a) y tranquilo(a). 39

6 Para mi desarrollo profesional considero que existen temas más importantes que la volatilidad estadística 39

7 Cree usted que es pertinente que la utilización de la volatilidad puede ser útil para quien se dedique a la investigación, pero no para su ejercicio profesional. 39

8 Considera usted que el tema de volatilidad le permite entender la solución de problemas en su futura vida profesional. 39

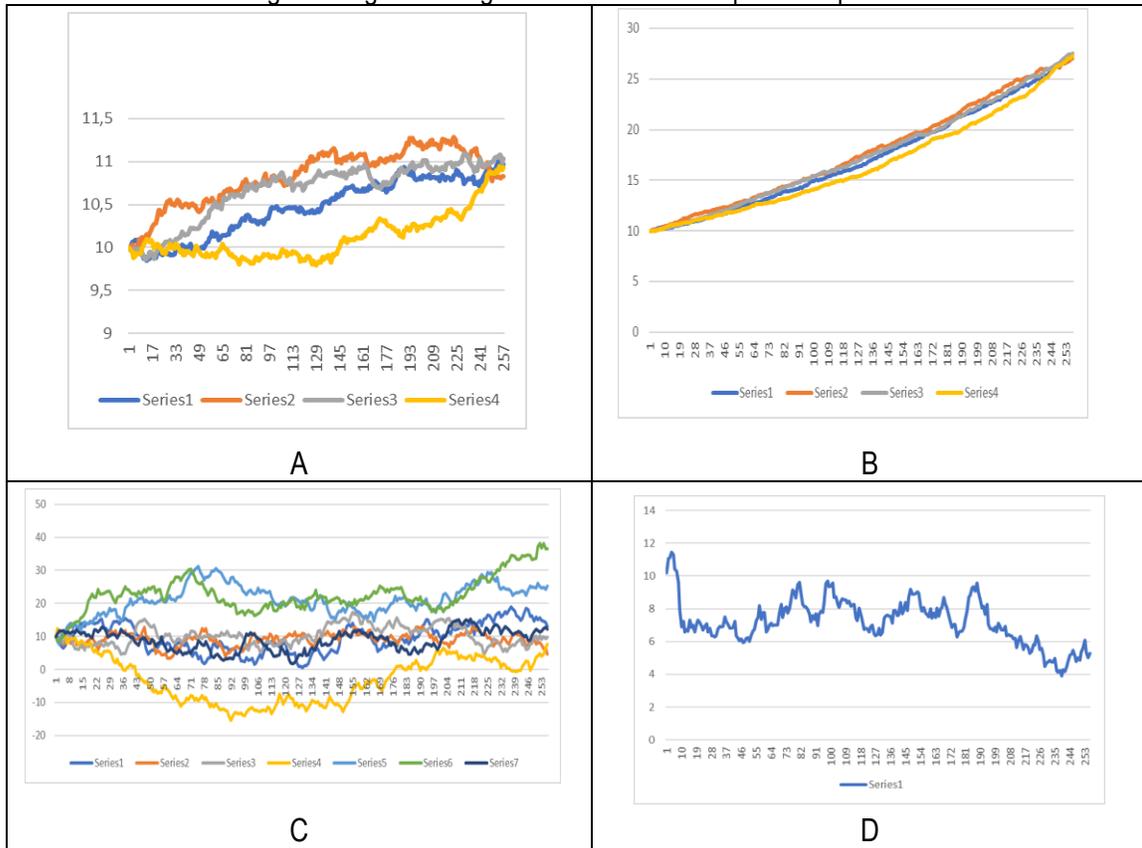
9 Considera que la estadística le podría ser útil en su vida profesional. 39

10 Piensa usted que la presentación del tema de la volatilidad permitió cambiar la manera de pensar sobre la aplicabilidad de la Estadística en la formación profesional 39

Anexo 16 Prueba de Salida.

Nombre: _____ Cód. _____

1. Relacione los siguientes gráficos según las características que corresponda.



Marque frente a las características, la letra correspondiente, A,B,C o D.

Movimiento Browniano Geométrico Volatilidad: 100% Rentabilidad: 10% Simulaciones: 4 Precio inicial: \$10	
Movimiento Browniano Geométrico Volatilidad: 10% Rentabilidad: 100% Simulaciones: 4 Precio inicial: \$10	
Movimiento Browniano Geométrico Volatilidad: 10% Rentabilidad: 20% Simulaciones: 1 Precio inicial: \$10	
Movimiento Browniano Aritmético Simulaciones: 4 Precio inicial: \$10	

2. De las gráficas anteriores ¿cuáles son apropiadas para modelar la rentabilidad de un activo?

3. ¿Por qué se utiliza la rentabilidad logarítmica en lugar de las rentabilidades simples?
4. Se tienen 4 activos así:

Activo 1	Activo 2	Activo 3	Activo 4
Beta: 1,5	Beta: 1	Beta: 0,5	Beta: 2

¿Cuál de ellos es más riesgoso en relación con los demás activos del mercado?

5. Si se tiene que una recta que modela el mercado de un activo es:

$$\hat{y} = -x + 1200$$

¿Cuál es el valor inicial del activo?

Se desea pronosticar el valor de este activo en el momento 100, ¿qué valor toma en ese instante?

6. En el mercado de valores, ¿Qué mide la covarianza de un activo frente al mercado en que se mueve?, ¿cómo se calcula?
7. ¿Qué es una opción call?
8. ¿Cómo afecta la volatilidad de un activo el cobro de las opciones?
 - a. A mayor volatilidad mayor valor call
 - b. A menor volatilidad mayor valor call
 - c. No afecta en nada
 - d. A mayor volatilidad menor valor call
9. Considere la siguiente afirmación, diga si es verdadera o falsa y justifique plenamente sus respuestas.

“La volatilidad de afecta negativamente los pronósticos de las empresas.”

10. Se tienen dos posibles proveedores para el mismo insumo que pueden garantizar la existencia del insumo en el mes 24 firmando un contrato con la garantía que nos venderán su producto, ¿con cuál proveedor firmarían? (Marque con una x)



Proveedor 1	Proveedor 2

11. En pocas palabras defina **VOLATILIDAD**:

Anexo 17: Resultados prueba de entrada, de salida y prueba de Wilcoxon Sede Sur.

Test de Wilcoxon Sede Sur									
	Estudiante	Entrada	SALIDA	DIFERENCIA	Abs	Ordenados	Rango de orden	Rangos asignados	Rangos de "D"
David Andres Garzón Gama	1	5,30	5,5	0,20	0,2	0,2	1	1	1
Viviana Alejandra Bejarano Buitrago	2	3,05	5	1,95	1,95	0,25	2	2	11
Ingrid Michael Acuña	3	5,25	5,75	0,50	0,5	0,5	3	3,5	3,5
Marlon Chilito	4	4,05	5	0,95	0,95	0,5	4	3,5	7
Dayan Alexa Chizner Romero	5	3,50	5,5	2,00	2	0,75	5	5,5	12
Jefferson Castro	6	5,50	8,25	2,75	2,75	0,75	6	5,5	16
Laura Sofía Forero Monroy	8	3,50	9	5,50	5,5	0,95	7	7	20
Yakelinne Acevedo Alape	9	4,75	2,5	-2,25	2,25	1,25	8	8	13
Brenda Carolina Acero López	10	4,50	7,25	2,75	2,75	1,5	9	9,5	16
Paola Vargas	11	5,75	6,5	0,75	0,75	1,5	10	9,5	5,5
Doris Aleja Urrego Patiño	12	5,50	4	-1,50	1,5	1,95	11	11	9,5
Kevin Sebastián Salazar Gonzalez	13	5,75	8,25	2,50	2,5	2	12	12	14
Marilyn Rodríguez Rivera	14	5,25	5,5	0,25	0,25	2,25	13	13	2
Cristian Camilo Rodríguez Hincapie	15	3,75	7,75	4,00	4	2,5	14	14	19
Sonia Yamile Reina	16	4,00	4,5	0,50	0,5	2,75	15	16	3,5
Kelly Johanna Orjuela Pérez	17	5,25	6	0,75	0,75	2,75	16	16	5,5
Daniel Felipe Arias	18	3,25	6	2,75	2,75	2,75	17	16	16
Anderson Damián Lancheros	20	5,25	9	3,75	3,75	3,75	18	18	18
Laura Lizeth Hernández Páez	21	6,50	8	1,50	1,5	4	19	19	9,5
Erik Brandon Gómez Suárez	22	2,25	3,5	1,25	1,25	5,5	20	20	8
Variable cualitativa:	Mejora en la concepción apropiada de los significados relativos al tema de volatilidad.								
Variable cuantitativa:	Pruebas de entrada y salida								
¿Existe relación entre las variables cualitativas y las cuantitativas?									
Contraste de comparación de la tendencia central									
T(+)=	187,5								
T(-)=	22,5								
min{T(+), T(-)}=	22,5								
Valor T de Wilcoxon	22,5								
Nivel de significancia	0,05 a dos colas								
Valor crítico de T	66								
Ho: "La aplicación del modelo de enseñanza no afecta el desempeño de los estudiantes en temas relativos al tema de volatilidad"									
H1: "La aplicación del modelo de enseñanza afecta el desempeño de los estudiantes en temas relativos a la volatilidad"									
El Estadígrafo de prueba: min{T(+), T(-)}= 22,5 se encuentra por fuera del intervalo (59,66) lo que indica que se debe aceptar H1									

Anexo 18. Resultados prueba de entrada, de salida y prueba de Wilcoxon Sede Federman.

Test de Wilcoxon Federman								
Estudiante	Entrada	SALIDA	DIFERENCIA	Abs	Ordenados	Rango de orden	Rangos asignados	
John Freddy Bautista Unda	1	4,25	6,5	2,25	2,25	0,1	1	1
Omar Julian Bonilla Triana	2	5,60	5,5	-0,10	0,1	0,2	2	2
Madian Castro Rodriguez	4	4,85	6,0	1,15	1,15	0,55	3	3
Luisa Fernanda Chalarcá	5	3,65	5,5	1,85	1,85	1,15	4	4
Cristian Javier Gonzalez	6	4,15	7,8	3,65	3,65	1,2	5	5
Pedro López Campos	7	5,85	9,8	3,95	3,95	1,35	6	6
Alejandra Marroquín Rocha	8	3,75	6,3	2,55	2,55	1,85	7	7
Angie Viviana Libreros	9	4,80	6,8	2,00	2	2	8	8
Leidy Johanna Ruiz Campos	10	7,10	7,3	0,20	0,2	2,25	9	9
Maria Salomé Sierra Correa	11	5,75	6,3	0,55	0,55	2,55	10	10
Derly Sierra Lamilla	12	4,30	5,5	1,20	1,2	3	11	11,5
Lina María Tangarife	13	3,80	6,8	3,00	3	3	12	11,5
Diana Yonda	14	3,30	6,8	3,50	3,5	3,2	13	13
Stefanny Pedraza Montaña	15	6,30	9,5	3,20	3,2	3,5	14	14
Maria Camila Tenorio Julian	16	3,85	9,0	5,15	5,15	3,65	15	15
Luisa Fernanda Díaz	17	6,85	5,5	-1,35	1,35	3,95	16	16
Yalanda Pechene Angela Rocio	18	0,00	3,0	3,00	3	5,15	17	17
Variable cualitativa:	Mejora en la concepción apropiada de los significados relativos al tema de volatilidad.							
Variable cuantitativa:	Pruebas de entrada y salida							
Tamaño de la muestra:	17							
T(+)=	135							
T(-)=	18							
min{T(+), T(-)}=			18					
Valor T de Wilcoxon			18					
Nivel de significancia			0,05					
Valor crítico de T			35					
Ho:	"La aplicación del modelo de enseñanza no afecta la construcción de los significados relativos al tema de volatilidad"							
H1:	"La aplicación del modelo de enseñanza afecta a la construcción del significado de los temas relativos a la volatilidad"							
El Estadígrafo de prueba: $\min\{T(+), T(-)\} = 18$ se encuentra por fuera del intervalo (30,35) lo que indica que se debe aceptar H1								