



**Modelo dinámico de procesos de fresado CNC en
varios materiales para implementación de un
sistema de monitoreo de vibraciones chatter**

Andrés Felipe Sánchez Navas

Universidad Antonio Nariño
Facultad de Ingeniería Mecánica, Electrónica y Biomédica
Bogotá, Colombia
2020

Modelo dinámico de procesos de fresado CNC en varios materiales para implementación de un sistema de monitoreo de vibraciones chatter

Andrés Felipe Sánchez Navas

Proyecto de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Ingeniero Mecatrónico

Director (a):
PhD., Doctor, Ingeniero. Diego Patricio Calero Arellano

Universidad Antonio Nariño
Facultad de Ingeniería Mecánica, Electrónica y Biomédica
Bogotá, Colombia
2020

Agradecimientos

Principalmente agradecer a mis padres y abuelos por el acompañamiento y apoyo que me han brindado durante estos años dándome la motivación necesaria para seguir adelante y culminar mi carrera de la mejor forma.

También agradezco a todas y cada una de las personas que me dieron una guía para avanzar desde el primer día de mis estudios para mi formación académica y especialmente al PhD., Doctor, Ingeniero. Diego Patricio Calero Arellano por brindarme el tiempo necesario y su saber para poder culminar este proyecto lo mejor posible.

Resumen

En el presente proyecto se explicará cómo simular un sistema de monitoreo para maquinaria industrial, específicamente para una fresadora CNC con el fin de identificar por medio del software Matlab si en la maquina al momento de realizar el proceso de mecanizado existe algún tipo de vibración chatter al trabajar con distintos materiales como el acero, acero inoxidable y el alumunio definiendo un proceso de fresado con sus respectivos modelos de parámetros para caracterizar su comportamiento dinámico que pueda causar acabado superficial, ruido, y el desgaste de la herramienta, siendo las fallas más comunes; haciendo un análisis a las lecturas que arrojen las mediciones y a los diagramas de estabilidad graficados.

Palabras clave: Monitoreo, fresadora CNC, vibración, chatter, acabado superficial, ruido, desgaste, herramienta, diagrama, estabilidad.

Abstract

In this project, it will be explained how to simulate a monitoring system for industrial machinery, specifically for a CNC milling machine in order to identify through Matlab software if there is any type of chatter vibration in the machine at the time of the machining process. working with different materials such as steel, stainless steel and aluminum defining a milling process with their respective parameter models to characterize their dynamic behavior that can cause surface finish, noise, and tool wear, being the most common failures; doing an analysis to the readings that the measurements give and to the graphed stability diagrams.

Keywords: Monitoring, CNC milling machine, vibration, chatter, surface finish, noise, wear, tool, diagram, stability.

Índice general

Resumen	IX
Lista de figuras	XII
Lista de tablas	XV
1. Introducción	1
1.1. Estado del Arte	2
1.2. Planteamiento del Problema	4
1.3. Objetivos	4
1.3.1. Objetivo General	4
1.3.2. Objetivos Específicos	4
1.4. Justificación	4
2. Marco Teórico	5
2.1. Vibraciones mecánicas	5
2.1.1. Transformada de Laplace de las señales	7
2.1.2. Tipos de vibraciones	8
2.2. Proceso de Fresado	10
2.3. Modelo dinámico del proceso de fresado	12
2.3.1. Modelo de Fresado de un Grado de Libertad	12
2.4. Chatter en el proceso de fresado	15
2.4.1. Estabilidad	16
2.4.2. Diagrama de lóbulos	17
2.5. Sensores para vibración	18
2.6. Tratamiento de señal e identificación de sistemas	19
2.6.1. Transformada discreta de Fourier	20
3. Metodología	22
3.1. Selección del proceso	22
3.2. Modelado de 2 GDL del proceso de fresado	25
3.2.1. Modelo del proceso para fresado de aluminio	26
3.2.2. Modelo del proceso para fresado del acero	26
3.2.3. Modelo del proceso para fresado del acero inoxidable	26
3.3. Simulación del sistema de medición	28
3.3.1. Acelerómetro	28
3.3.2. Respuesta del sistema ante una fuerza de entrada	29
3.3.3. Análisis de señales	30

4. Resultados y Análisis	31
4.1. Resultados	31
4.1.1. Diagramas de lóbulos	31
4.1.2. Respuesta de la simulación del sistema de medición	41
4.1.3. Adquisición de señales durante el proceso	42
4.2. Análisis	48
4.2.1. Análisis diagramas de lóbulos	48
4.2.2. Sistema de medición y tratamiento de señales	50
5. Conclusiones y Recomendaciones	51
5.1. Conclusiones	51
5.2. Recomendaciones	53
Bibliografía	54
Apéndices	55
A. Características generales de los procesos de maquinado y tolerancias dimensionales características	56
B. Modelamiento dinámico del sistema	57
C. Modelo de Fresado de dos Grados de Libertad	58
D. Programa diagramas de estabilidad	62
E. Programa transformadas de Fourier	64
F. Programa para el sensor Mpu6050	68

Índice de figuras

1.1. Proceso de fresado con dos grados de libertad.	1
2.1. Sistema Vibratorio de un Grado de Libertad amortiguado y no amortiguado	6
2.2. Sistema Vibratorio de varios grados de Libertad amortiguado y no amortiguado	7
2.3. Onda que disipa energía a través de la amortiguación	8
2.4. Comportamiento en frecuencia de la vibración forzada	9
2.5. Proceso de fresado frontal	10
2.6. Tipos de fresadoras	11
2.7. Software Mach3	11
2.8. Proceso de fresado de un Grado de Libertad.	12
2.9. Diagrama de inestabilidad y retroalimentación de chatter	16
2.10. Diagrama de lóbulos del proceso de fresado	17
2.11. Tratamiento de señal digital	19
2.12. Tratamiento de señal análoga	19
2.13. Representación gráfica de la señal discreta en el tiempo $x(n)$, para $n>0$ y $x(n)=0$ para $n<0$	20
3.1. Fresa frontal	23
3.2. Sensor Mpu6050	28
4.1. Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de un solo filo para el aluminio.	32
4.2. Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de dos filos para el aluminio.	33
4.3. Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de tres filos para el aluminio.	34
4.4. Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de un solo filo para el acero.	35
4.5. Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de dos filos para el acero.	36
4.6. Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de tres filos para el acero.	37
4.7. Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de un solo filo para el acero inoxidable.	38
4.8. Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de doble filo para el acero inoxidable.	39
4.9. Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de tres filos para el acero inoxidable.	40
4.10. Comportamiento del acelerómetro y frecuencia de corte	41

4.11. Espectros de frecuencia para el proceso de fresado del aluminio con la fresa de dos filos	42
4.12. Espectros de frecuencia para el proceso de fresado del acero con la fresa de dos filos	43
4.13. Espectros de frecuencia para el proceso de fresado del acero inoxidable con la fresa de dos filos	44
4.14. Espectro de frecuencia para la salidad de voltaje del acelerómetro durante el proceso de fresado para el aluminio	45
4.15. Espectro de frecuencia para la salidad de voltaje del acelerómetro durante el proceso de fresado para el acero	46
4.16. Espectro de frecuencia para la salidad de voltaje del acelerómetro durante el proceso de fresado para el acero inoxidable	47

Índice de tablas

3.1. Constante equivalente del rodamiento del resorte	22
3.2. Constante de corte de los materiales	23
3.3. Características de las herramientas	24
3.4. Propiedades de las herramientas	24
3.5. Ángulo de las herramientas	25
3.6. Coeficientes del modelado del proceso para fresado del aluminio	26
3.7. Coeficientes del modelado del proceso para fresado del acero	26
3.8. Coeficientes del modelado del proceso para fresado del acero inoxidable	26
3.9. Masa de las herramientas	27
4.1. Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de un solo filo para el proceso de fresado del aluminio	32
4.2. Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de doble filo para el proceso de fresado del aluminio	33
4.3. Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de tres filos para el proceso de fresado del aluminio	34
4.4. Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de un solo filo para el proceso de fresado del acero	35
4.5. Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de doble filo para el proceso de fresado del acero	36
4.6. Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de tres filos para el proceso de fresado del acero	37
4.7. Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de un solo filo para el proceso de fresado del acero inoxidable	38
4.8. Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de doble filo para el proceso de fresado del acero inoxidable	39
4.9. Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de tres filos para el proceso de fresado del acero inoxidable	40

Capítulo 1

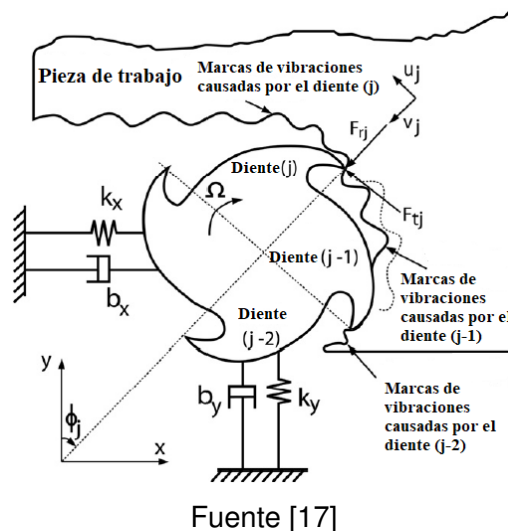
Introducción

El chatter es un fenómeno que crea inestabilidad en los procesos de maquinado, causado principalmente por el proceso de regeneración como se muestra en la figura 1.1 [17]. Entre los factores que afectan la respuesta están las características dinámicas propias del sistema máquina (sujeción) – herramienta – pieza de trabajo, tales como inercia, rigidez y amortiguamiento, y las fuerzas externas producto del proceso realizado también teniendo en cuenta las características de los materiales en los que se realiza el proceso de mecanizado cómo lo son el aluminio, acero y acero inoxidable.

Las características dinámicas definen el comportamiento vibratorio del sistema, siendo que puede ser resonante para ciertas combinaciones de parámetros del proceso de maquinado que modifican las fuerzas externas al sistema [13]. Entre estos parámetros se encuentran la velocidad de rotación (de la herramienta para el proceso de fresado), parámetros de corte como la profundidad y el avance, y el material de la pieza de trabajo [20].

Esta vibración forzada genera ondulaciones sobre las superficies maquinadas, las cuales son amplificadas en cortes sucesivos cuando la herramienta pasa continuamente sobre la superficie irregular maquinada previamente como se muestra en el esquema de la Figura 1.1. Este esquema también muestra una herramienta de fresado, modelada como un sistema de dos grados de libertad.

Figura 1.1: Proceso de fresado con dos grados de libertad.



1.1. Estado del Arte

Se han realizado avances para determinar las características dinámicas durante el proceso de fresado, esto se realiza para un proceso definido y una herramienta definida. De igual manera, se necesita un sistema de medición especializado el cual no pueda ser dañado por factores externos presentes en procesos de maquinado (virutas, impactos, fluidos de corte, etc).

Para analizar la estabilidad del proceso se elaboran los diagramas de lóbulos de estabilidad (SLD) mostrados en [13] [17]. En estos diagramas se define límite de estabilidad representado por la profundidad de corte axial, en función de la velocidad de rotación. De esta manera se establecen zonas en las cuales la operación es estable, es decir, libre de chatter. En altas frecuencias (0.5 -10 kHz) existe inestabilidad, causada principalmente por la flexibilidad del portaherramientas o la pieza de trabajo.

Para realizar el gráfico de los SLD es importante la determinación de los parámetros dinámicos del sistema. Estos parámetros pueden ser determinados usando modelos teóricos como se observa en la figura 1.1 o experimentales. Se desea entonces, obtener las suficientes funciones de respuesta en frecuencia (FRF) que caractericen completamente el sistema, para las frecuencias de trabajo. Esta cantidad de FRFs depende también de la complejidad del modelo que se desea implementar en compromiso con los parámetros de corte [17].

El proceso de fresado puede ser representado por un sistema de dos grados de libertad como el de la figura 1.1. No obstante, se trata de un proceso complejo, en el que los ángulos de corte y las direcciones varían. Por lo tanto, soluciones experimentales han sido necesarias para determinar estos parámetros.

En el 2008 Zhang y Chen realizaron un enfoque de monitoreo de condición de herramienta en un fresado final operación basada en la señal de vibración recolectada a través de una adquisición de datos basada en microcontroladores de bajo costo [24]

En 2009 Kuljanic et al. investigaron la aplicación de las condiciones industriales en procesos de fresado obteniendo de un sistema de monitoreo compuesto de acelerómetros montados en la máquina y un sensor de fuerzas axiales un proceso mediante el uso de señal de avance. En este estudio se usaron técnicas de análisis como la descomposición de las ondas. Los parámetros estadísticos obtenidos de la descomposición wavelet se utilizaron para detectar el patrón mediante el uso de un dispositivo artificial y clasificaciones de inteligencia de un sistema de redes neuronales integradas. Las redes para cada señal se combinaron aún más al utilizar diferentes estrategias para obtener un indicador de tabla de sensores múltiples [10].

Entre las soluciones activas/pasivas es la implementación de un sistema de medición para la detección de vibraciones chatter en el sistema, esta se caracteriza por darse en los procesos de mecanizado por arranque de viruta [15].

En el 2007, la escuela de ingeniería Julio Garavito realizó un estudio sobre el proceso de fresado y taladrado sobre el aluminio en el cual se investigó sobre los distintos parámetros y respuestas sobre este material respecto a la herramienta utilizada aplicando un método experimental en el que se llevan a cabo varias prácticas de mecanizado, sin embargo los resultados fueron aproximaciones estimadas ya que no hacían implementación de un sistema de medición adecuado para medir las respuestas y comportamientos de este proceso [5].

En el 2017, el ingeniero Luis Felipe realizó un estudio sobre la inestabilidad en el proceso de fresado en cual hizo uso de distintos tipos de acero en donde identificó las regiones de chatter gracias a los diagramas de estabilidad obtenidos durante este proceso en los cuales se analizaron las zonas estables, inestables y los límites de estabilidad que se presentan en este proceso de mecanizado, los resultados fueron teóricos ya que no hizo uso de un sistema de medición el cual le permitiera obtener conclusiones con más exactitud [18].

En el 2017, la ingeniera Rosa Fuentes realizó un trabajo sobre la inestabilidad dinámica en procesos de mecanizado de alta velocidad mediante la modulación de esta sobre la herramienta de corte donde concluyó que la inestabilidad varía respecto a la velocidad y al tipo de herramienta ya que la fuerza que ejerce la fresa sobre el material con el que se está haciendo el proceso de mecanizado es proporcional con dicha velocidad, los resultados mostraron los diferentes intervalos de velocidad para los que se encuentra la inestabilidad aunque no se aplicó un sistema de medición el cual facilitaría la obtención de datos para este proceso [12].

En el año 2018, César Ayabaca y Carlos Villa realizaron un artículo sobre el estudio de un diseño de un sistema de medición para operaciones de fresado orientado a la evaluación de parámetros de sostenibilidad en entornos de industria 4.0 en el que demostraron la necesidad de los sistemas de medición en este proceso de mecanizado en el que puedes intervenir factores como la remoción de material e indicadores sustentables para procesos de mecanizado principalmente los cuales ayudaron para la obtención y detección de irregularidades llevadas a cabo durante el proceso [4].

1.2. Planteamiento del Problema

Debido a la cantidad de variables que intervienen en el proceso de fresado CNC, la determinación de parámetros dinámicos del sistema máquina-herramienta-pieza es un proceso complejo. Por este motivo, la elaboración de los modelos de fresado para los materiales más comunes en este proceso de maquinado con sus respectivos diagramas de estabilidad requiere un análisis de la herramienta como de estos materiales que permitan la identificación de chatter durante el proceso, definiendo un sistema de monitoreo. Los sistemas de medición propuestos en la literatura requieren de sensores especializados y sistemas de adquisición robustos, que podrían ser afectados durante una operación de corte. Por esta razón es necesario implementar sistemas de monitoreo de bajo costo que permitan identificar las condiciones de chatter durante el proceso de fresado CNC sin importar el proceso, con una herramienta o material diferente.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Obtener un modelo dinámico de procesos de fresado CNC en varios materiales para la implementación de un sistema de monitoreo de vibraciones chatter

1.3.2. Objetivos Específicos

- Definir un conjunto de procesos de fresado e identificar las condiciones de aparición de la vibración chatter
- Definir modelos de parámetros concentrados de los procesos y materiales seleccionados para caracterizar su comportamiento dinámico
- Graficar diagramas de estabilidad para los procesos de fresado seleccionados para los distintos materiales a través de los modelos definidos.
- Proponer un sistema de medición y tratamiento de señales a través del uso de sensores MPU 6050 que podrían ser montados en la fresadora CNC
- Analizar las gráficas de estabilidad obtenidas para definir las regiones con presencia de chatter en el proceso de fresado definido

1.4. Justificación

El problema de chatter en fresadoras CNC es un problema común, el cual genera acabado superficial deficiente, ruido y desgaste de la herramienta. Estos problemas derivan en una reducción de la productividad, ya que normalmente se asocia la presencia de chatter con el aumento de velocidad o profundidades de corte. La implementación de un sistema de medición respecto a los modelos implementados de varios procesos de fresado para distintos materiales y herramientas permitirá un análisis de chatter para cada uno de estos procesos de maquinado y de esta manera poder monitorear este tipo de vibraciones sobre la fresadora CNC, esto permitirá realizar un análisis de datos de los cuales se podrá evidenciar la presencia de irregularidades durante el mecanizado y permitirle al usuario revisar las regiones en las cuales el proceso es estable.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Vibraciones mecánicas

La vibración mecánica se puede definir la transformación de energía en movimiento la cual altera la posición de equilibrio de un sistema mecánico y que caracteriza su comportamiento dinámico. [23] [8]

Las vibraciones se caracterizan por tener distintos niveles de frecuencia , la cual indica el número de oscilaciones por unidad de tiempo, y que puede ser clasificada en tres niveles [8]: Muy baja frecuencia, en la cual se considera cuando ésta es menor a 1 Hz, de baja frecuencia, cuando ésta se encuentra en el rango de 1 a 20 Hz y de alta frecuencia cuando ésta se encuentra en el rango de 20 Hz a 1 KHz [8].

Un sistema mecánico que presenta comportamiento vibratorio se constituye de las propiedades como las de la ecuación 2.2, las cuales son propiedades de inercia, rigidez y amortiguamiento aunque esta última no es esencial para que un sistema tenga vibraciones naturales, cuando un sistema cumple esta condición mencionada anteriormente se le llama un sistema no amortiguado.

Estas propiedades se encuentran distribuidas a través de todo el sistema en el que exista algún tipo de vibración, a esto se le conoce como un sistema de vibración continua, el cual se caracteriza por tener un modelo matemático relacionado con las ecuaciones diferenciales y aproximaciones numéricas.

También se pueden encontrar sistemas en los que las propiedades estén distribuidas de manera discreta, esto quiere decir que el sistema tiene solamente características de masa o de inercia, de elasticidad o de amortiguación o disipación de energía, la vibración discreta se caracteriza por tener un modelo de ecuaciones ordinarias lo cual se acerca más a un modelo de vibración real.

La vibración de un sistema depende de la cantidad de grados de libertad que este posea, ésta está definida como el número mínimo de variables que se necesitan conocer para saber el estado de un sistema [11]. Hablando de un sistema mecánico, tenemos que conocer los grados de libertad del sistema para identificar la posición de los elementos que lo complementan a éste.

2.1.0.1. Modelo para un grado de libertad

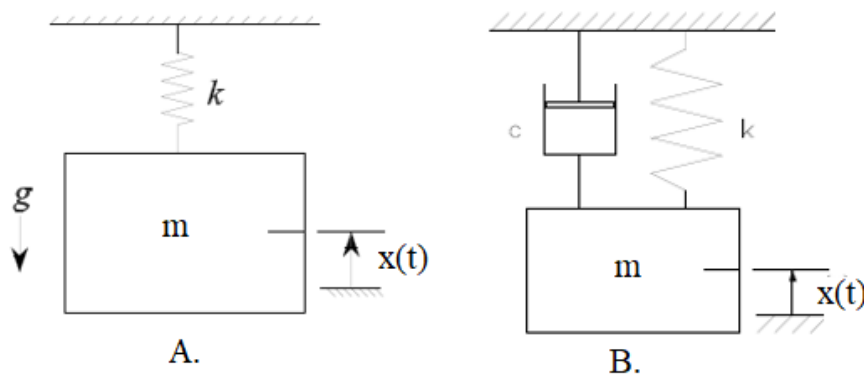
El modelo para el sistema vibratorio masa resorte amortiguado y no amortiguado de un solo grado de libertad el cuál se muestra en la figura 2.1 es el ejemplo más claro para explicar y modelar este tipo de sistemas.

En éste modelo, la vibración se puede determinar entre el intercambio de energía entre la masa m que es totalmente rígida y el resorte k lineal, los cuales se ven afectados por el desplazamiento y y la fuerza de gravedad g , esto último quiere decir que la constante del resorte se denomina por una constante k . [11] [24].

En éste sistema la masa m (o inercia en otros casos) es un elemento totalmente rígido, de esta manera el elemento encargado de disipar ésta energía es el amortiguamiento c como se muestra en la figura 2.1

En el ejemplo de la figura 2.1 se puede observar un sistema masa resorte-amortiguado de un grado de libertad, el cual concentra los parámetros de inercia, rigidez y amortiguación en una sola característica. [11] [24] [19]

Figura 2.1: Sistema Vibratorio de un Grado de Libertad amortiguado y no amortiguado



Fuente [11]

La ecuación que representa adecuadamente el sistema modelo masa resorte no amortiguado es

$$m\ddot{x} + kx = x(t) \quad (2.1)$$

y la ecuación que representa adecuadamente el sistema modelo masa resorte amortiguado es

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = x(t) \quad (2.2)$$

esta fuerza $x(t)$ para ambos casos se representa como

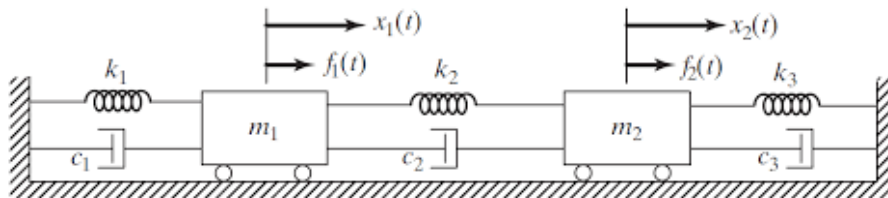
$$x(t) = A \sin(\omega t) \quad (2.3)$$

en la cual A es la amplitud y ω la frecuencia de la onda.

2.1.0.2. Modelo para multiples grados de libertad

En la figura 2.2 se puede observar un sistema vibratorio de múltiples grados de libertad donde cada sistema masa resorte-amortiguado es un grado de libertad.

Figura 2.2: Sistema Vibratorio de varios grados de Libertad amortiguado y no amortiguado



Fuente [11]

Se puede ver que se tienen dos masas por lo cual se tiene un sistema de dos grados de libertad al que se le debe realizar un modelo de forma matricial de la siguiente forma

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad (2.4)$$

en la que $x(t)$ se define como $x_1(t)$ y $x_2(t)$ los cuales son vectores que representan los GDL del sistema en general.

Para definir las matrices M que son los coeficientes de la masa, C los coeficientes de amortiguamiento y K los coeficientes de rigidez según [19] se definen como

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} c_2 + c_1 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 + c_3 \end{pmatrix}; K = \begin{pmatrix} k_2 + k_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

2.1.1. Transformada de Laplace de las señales

La transformada de Laplace permite transformar cualquier sistema que este en función del tiempo al dominio de la frecuencia.

Para el modelo de un grado de libertad tenemos que la ecuación 2.2 queda de la forma

$$m[X(S)]S^2 + c[X(S)]S + k[X(S)] = F(S) \quad (2.6)$$

en la cual podemos hallar la función de transferencia sabiendo que tenemos una entrada que es $F(s)$ y una salida que es $X(S)$ por lo que se tendría

$$G(S) = \frac{X(S)}{F(S)} = \frac{1}{mS^2 + cS + k} \quad (2.7)$$

Para el modelo de dos grados de libertad se parte desde la ecuación 2.4 en donde si la pasamos al dominio de Laplace tenemos

$$M[x(S)]S^2 + C[X(S)]S + K[X(S)] = F(s) \quad (2.8)$$

y la función de transferencia es la misma que la ecuación 2.7 pero con los coeficientes matriciales

$$G(S) = \frac{X(S)}{F(S)} = \frac{1}{MS^2 + CS + K} \quad (2.9)$$

y de esta podemos obtener una matriz de funciones de transferencia la cual se da como

$$G(S) = \begin{pmatrix} G_{xx} & G_{yx} \\ G_{xy} & G_{yy} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

2.1.2. Tipos de vibraciones

Dentro de los tipos de vibración se pueden encontrar:

- **Vibración libre:** Está presente cuando la masa del sistema tiene un desplazamiento debido a sus parámetros dinámicos. Es importante recalcar que dicho desplazamiento ocurre gracias a un impulso dado al sistema.

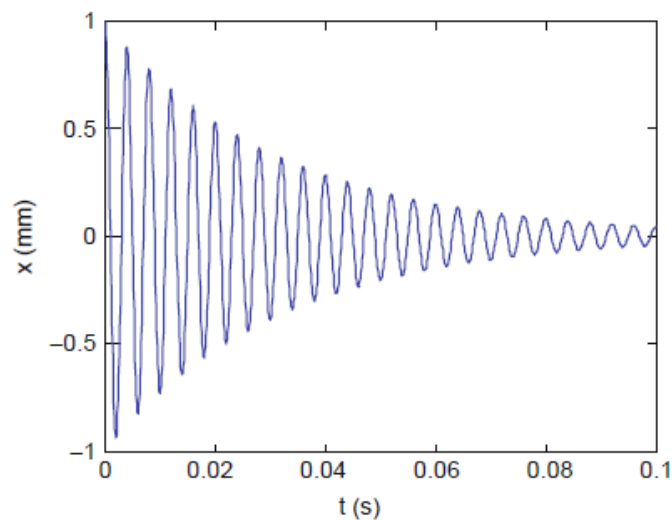
Al hacer mención de la vibración libre, se tiene en cuenta que existe la vibración libre amortiguada y no amortiguada.

En la vibración libre amortiguada, la masa del sistema se encuentra oscilando a una frecuencia natural determinada alrededor del punto de equilibrio con una magnitud que tiende a ser nula.

La expresión que define la vibración libre amortiguada es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.11)$$

Figura 2.3: Onda que disipa energía a través de la amortiguación



Fuente [21]

En la vibración libre no amortiguada, la masa del sistema se encuentra oscilando a una frecuencia natural determinada de forma indefinida por la razón de que existe una disipación de energía al no haber un elemento que lo haga [21].

La expresión que define la vibración libre no amortiguada es:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (2.12)$$

Cabe resaltar que la vibración libre se produce cuando hay una ausencia de una fuerza excitada externa, por esto mismo el sistema pierde energía como se muestra en la figura 2.3.

- **Vibración forzada:** Ocurre cuando se aplica una fuerza externa. Generalmente esta fuerza es de carácter armónico, por lo que tiene una frecuencia angular de actuación ω [21] [19]. Este tipo de vibración también puede ser amortiguada y no amortiguada:

En la vibración forzada amortiguada, la masa está en oscilación alrededor de un punto de equilibrio pero estas están presentes los efectos de una fuerza externa f . La expresión que define la vibración forzada amortiguada es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \sin \omega t \quad (2.13)$$

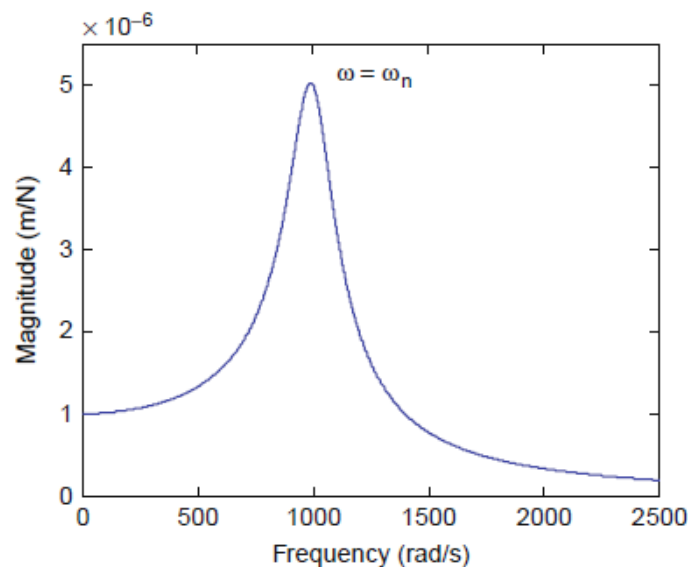
En la vibración forzada no amortiguada la masa del sistema se encuentra oscilando a una frecuencia natural determinada de forma indefinida al igual que en el caso de la vibración libre [21] [19].

La expresión que define la vibración forzada no amortiguada es:

$$m\ddot{x} + kx = F \sin \omega t \quad (2.14)$$

El efecto de resonancia ocurre cuando la frecuencia con la actúa la fuerza ω es cercana a la frecuencia natural del sistema ω_n como se muestra en la figura 2.4

Figura 2.4: Comportamiento en frecuencia de la vibración forzada



Fuente [21]

- **Vibración auto-exitada:** Se caracteriza por que también hay una fuerza externa pero esta fuerza es no periódica, es decir, puede ser modulada y se produce a una frecuencia muy cercana a la natural, esto hace que el traspaso de energía sea continuo y no se disipe a medida de que pasan los ciclos [21] [19].

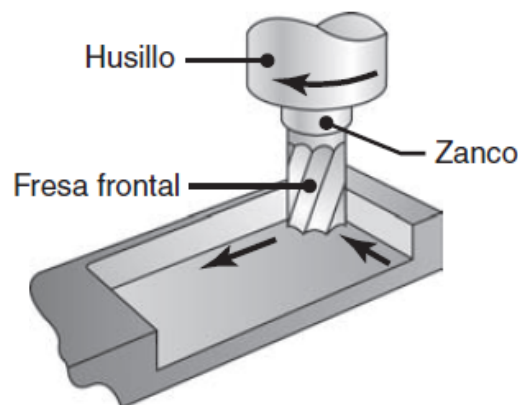
2.2. Proceso de Fresado

Se puede indicar que existen otros procesos de mecanizado como lo son el torneado, mandrilado, taladrado, planeado, cepillado, brochado y aserrado. Las diferencias entre estos procesos con el fresado son las tolerancias dimensionales, los parámetros del proceso, el uso, características de la herramienta, entre otras mencionadas en el Apéndice A. El fresado se caracteriza por tener la mesa de trabajo fijada y todo el movimiento del proceso se realiza en la herramienta.

El proceso de fresado se trata del corte de material el cual se realiza con una herramienta rotativa de N dientes los cuales tienen movimiento en los tres ejes en los que se puede desplazar la mesa en la que se encuentra fija la pieza de trabajo en la que se va a realizar el proceso.

Los movimientos que una fresadora dependen de a la cantidad de ejes que posea. Los principales tipos de fresadoras que se encuentran en las industrias son las de tres, cuatro y cinco ejes. Para este caso el movimiento de un proceso de fresado frontal se muestra en la figura 2.5.

Figura 2.5: Proceso de fresado frontal

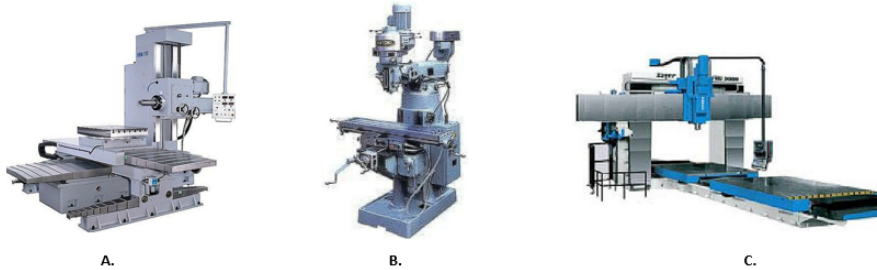


Fuente: [21]

Las fresadoras de tres ejes realizan desplazamiento vertical, horizontal y oblicuo por encima de la zona o mesa en la que se está realizando el proceso de fresado, las de cuatro ejes tiene los mismos grados de libertad que la fresadora de tres ejes pero a esta se le agrega el movimiento de giro de la pieza sobre alguno de los ejes respectivos, y la de cinco ejes al igual que la de cuatro ejes posee la capacidad de girar sobre la pieza pero en este caso sobre dos de los ejes.

Así como las fresadoras tienen varios movimientos dependiendo de su cantidad de ejes, también existen varios tipos de fresadoras donde las más comunes son:

Figura 2.6: Tipos de fresadoras



Fuente [2]

La fresadora horizontal como se muestra en la figura 2.5A tiene el eje horizontal, tiene la mesa de trabajo fija y se va realizando el movimiento (longitudinal y transversal) sobre la pieza de trabajo. La fresadora vertical (Figura 2.5B) al eje esta en posición vertical el cual se encuentra perpendicular a la mesa lo que hace posible un movimiento axial.

Y por último la fresadora tipo puente (Figura 2.5C) se caracteriza por tener la mesa de trabajo fijada y todo el movimiento del proceso se realiza en la herramienta.

Además el fresado permite tolerancias entre 0.3 y 0.25 mm entre otras características secundarias que se indican en el Apéndice A.

Como sabemos, la maquinaria CNC (control numérico computarizado) necesitan de un software para poder realizar sus labores y tener un funcionamiento correspondiente a lo que se desee.

Uno de estos softwares (especialmente para el proceso de fresado) es el Mach3, este programa nos permite manipular la fresadora al gusto del usuario, el lenguaje con el que se trabaja es el lenguaje G el cual permite que la CNC lea correctamente el código lo procese.

Figura 2.7: Software Mach3



Fuente propia

2.3. Modelo dinámico del proceso de fresado

Una de las formas de expresar la dinámica del proceso de fresado de una manera general la ecuación 2.2.

donde m , c y k representan los parámetros del sistema herramienta-sujeción-pieza de trabajo, $F(t)$ es fuerza total del sistema o en este caso, representa un efecto regenerativo el cual se tiene como un retraso en el tiempo con el que se describe la dinámica de la viruta al momento en el que se efectúa el proceso de fresado [22]

Se puede expresar el periodo de giro de la herramienta de la siguiente forma:

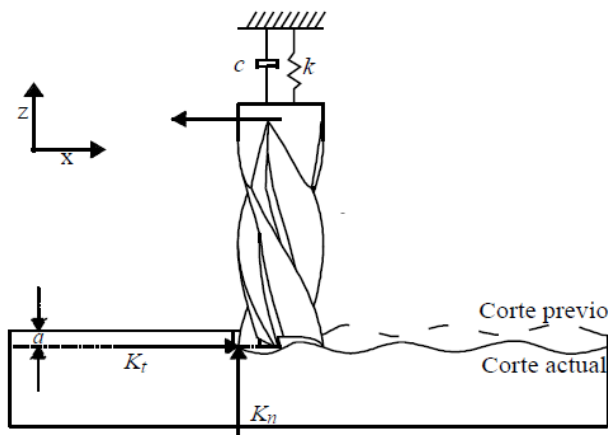
$$\tau = \frac{60}{N\Omega} \quad (2.15)$$

Donde N es el número de dientes y Ω es la velocidad de giro las cuales se pueden evidenciar en el Apéndice B.

2.3.1. Modelo de Fresado de un Grado de Libertad

El esquema para el proceso de fresado de un grado de libertad es el que se puede observar en la figura 2.8

Figura 2.8: Proceso de fresado de un Grado de Libertad.



Fuente [18]

Para un proceso de fresado de un grado de libertad tenemos la siguiente ecuación:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_s(t) + K_t\alpha A(t)(r(t) - r(t - \tau)) + F_{pd}(t, \dot{r}(t)) \quad (2.16)$$

que para explicarla se puede dividir en las siguientes partes

Primero se tiene el modelo del sistema mecánico para el cual se tiene en la ecuación 2.2.

Donde los coeficientes $x(t)$, m , c y k son los mismos expresados en la ecuación 2.5

Para las fuerzas aplicadas en el sistema se obtiene el siguiente modelo representadas por los términos

$$F_s(t), F_{pd}(t), \dot{r}(t) \quad (2.17)$$

Donde $F_s(t)$ es la parte estacionaria periódica de tiempo y F_{pd} es la fuerza de amortiguamiento del proceso, y las fuerzas de corte se expresan como

$$K_t \alpha A(t)(r(t) - r(t - \tau)) \quad (2.18)$$

Donde K_t es el coeficiente de fuerza de corte, α es la profundidad de corte, τ es el retraso regenerativo y A es la matriz direccional cartesiana la cual es la forma en la que la fuerza se divide para una dirección u otra y $r(t)$ es el contacto entre la pieza de trabajo y la herramienta, este se expresa se la siguiente forma:

$$r(t) = \sum_{i=1}^N g(\phi_i(t)) \sin(\phi_i(t)) [K_t \cos(\phi_i(t)) + K_n \sin(\phi_i(t))] \quad (2.19)$$

Donde ϕ_i es el ángulo de corte de los dientes, K_t y K_n son los coeficientes de corte tangencial y normal respectivamente, ambos linealizados, y $g(\phi_i(t))$ se puede expresar como:

$$g(\phi_i(t)) = \begin{cases} 1 & \text{si } \phi_{ia} \leq \phi_i(t) \leq \phi_{oa} \\ 0 & \text{En otra posición} \end{cases} \quad (2.20)$$

en la cual ϕ_{ia} es el ángulo de entrada de los dientes y ϕ_{oa} es en ángulo de salida de los dientes como se muestra en la figura 1.1

Para el modelo de dos grados de libertad tenemos las siguientes ecuaciones características para el eje x y y :

$$m_x \ddot{x}(t) + c_x \dot{x} + k_x x(t) = \sum_{i=1}^N F_{xi}(t) \quad (2.21)$$

$$m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y} + k_y y(t) = \sum_{i=1}^N F_{yi}(t) \quad (2.22)$$

Donde los coeficientes m_{xy} , c_{xy} y k_{xy} son los mismos expresados en la ecuación 2.2 para cada eje respectivamente.

A continuación, las fuerzas se descomponen de la siguiente forma:

$$F_{xi} = -F_{ti} \cos \phi_i - F_{ri} \sin \phi_i \quad (2.23)$$

$$F_{yi} = -F_{ti} \sin \phi_i - F_{ri} \cos \phi_i \quad (2.24)$$

Como se está hablando de un proceso de fresado de dos dimensiones, tenemos dos vectores de fuerza resultantes que se expresan de la siguiente manera tangencial y radial:

$$F_{ti} = K_t a h(\phi_i) \quad (2.25)$$

$$F_{ri} = K_r F_t = K_r K_t a h(\phi_i) \quad (2.26)$$

Donde a es la profundidad de corte axial, $h(\phi_i)$ representa el espesor de la viruta, K_n es el coeficiente de corte radial y K_t es el coeficiente de corte tangencial.

2.4. Chatter en el proceso de fresado

El chatter es un fenómeno causado por las vibraciones auto inducidas presentes en procesos de maquinado. Las vibraciones en el proceso de fresado son causadas principalmente por deformaciones en la pieza de trabajo y/o en la herramienta y el choque del diente en la pieza principalmente. Los efectos más comunes son acabado superficial, ruido y desgaste de la herramienta [17]. También se genera en el momento de despliegue de la viruta.

Otras de las razones principales por las que se presenta el chatter es por error por flexión estática y por error por la amplitud de la vibración forzada

El chatter regenerativo es el más común en el proceso de fresado, este se presenta cuando el filo de la herramienta de trabajo pasa sobre una pieza que ya ha sido mecanizada. Es producida por el proceso de arranque del material sobrante dependiendo del movimiento que realice la herramienta sobre la pieza de trabajo [11].

Una de las razones principales es que en la pieza de trabajo o también en la herramienta hallan defectos directamente en el material lo cual hace que la respuesta dinámica del sistema genere el chatter. Esta vibración suele mantenerse constante pero nunca aumenta considerablemente. [11] [24] [19]

En esta vibración auto-excitada, el filo de la herramienta es repasada sobre una superficie ya mecanizada con anterioridad. En ocasiones, esta superficie suele tener imperfecciones como ondulaciones las cuales ocurren durante el mismo proceso lo que genera un exceso de material o exceso de viruta. [11] [24]

Se conocen distintos tipos de chatter los cuales se generan por causas diferentes, chatter tipo A, chatter tipo B, chatter de herramienta y chatter de máquina:

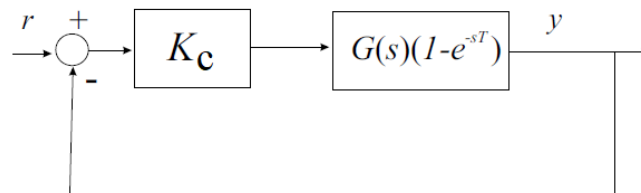
- **Chatter tipo A y B:** Este tipo de chatter es el más general, se genera a medida que la herramienta tiene una dinámica de vibración muy fuerte mientras esta en el proceso, está vibración se genera en la dirección en la que se esta moviendo la herramienta [24].
El chatter tipo B a diferencia del tipo A, se produce a por la velocidad de la herramienta que esta tiene al momento de tener alguna dinámica sobre la pieza [24]
- **Chatter de pieza:** El chatter de pieza se genera como su nombre lo indica sobre la pieza, esta tiene una propiedad local (depende de cada herramienta) la cual tiene su propio intervalo de frecuencia [24].
- **Chatter de herramienta:** El chatter de herramienta es el generado por cada herramienta, dependiendo de la composición de su material, cada herramienta transmite energía hacia el sistema (pieza de trabajo) la cual produce la vibración pero dependiendo del tipo de herramienta, la transmisión de energía es mayor o menor [24].
- **Chatter de maquina:** Este tipo de chatter es el generado por procesos de desgaste, como por ejemplo al pulir una pieza, o pequeños detalles sobre esta, se caracteriza por tener una baja frecuencia y transmisión de energía entre sus elementos [24].

2.4.1. Estabilidad

La estabilidad de un sistema dinámico se refiere al equilibrio que llega a tener dicho sistema después de que este tenga algún tipo de perturbación. Al hablar de un sistema dinámico, en este caso de un proceso de fresado, se tiene que hacer referencia a los diagramas de lóbulos, los cuales son los encargados de describir la estabilidad del sistema en distintas fases del proceso.

Según Ganguli [6] la inestabilidad de la vibración se puede analizar por medio del método del lugar de las raíces, esto desde el punto de vista de control donde se tiene un circuito en lazo cerrado con una realimentación unitaria como se ve en la figura 2.9 en la cual se muestra el diagrama de bloques o función de transferencia (a) lo cual permite que los polos en lazo cerrado aumentan k_c en cual es un coeficiente que relacione el coeficiente de corte kt y la profundidad α de la forma $kt\alpha$ y el límite de estabilidad del sistema se logra cuando las raíces del sistema estén conjugadas, es decir, cuando sobrepasen el límite imaginario [6].

Figura 2.9: Diagrama de inestabilidad y retroalimentación de chatter



Fuente: Adaptado de [6]

Según la figura 2.9 se puede ver que la estabilidad del sistema depende k_c y del τ el cual hace referencia al retraso mencionado anteriormente en el cual r es la distancia entre la pieza de trabajo y la herramienta, y es el movimiento de la herramienta, en donde la diferencia entre los dos se multiplica por el coeficiente de corte k_t y este se aplica en la función de transferencia $G(s)$ la cual se multiplica por otra función de transferencia en donde se encuentra el retraso del periodo de la herramienta [6].

Del diagrama de bloques de la figura 2.9 se puede hallar la función de transferencia del sistema el cual es de la forma [6]

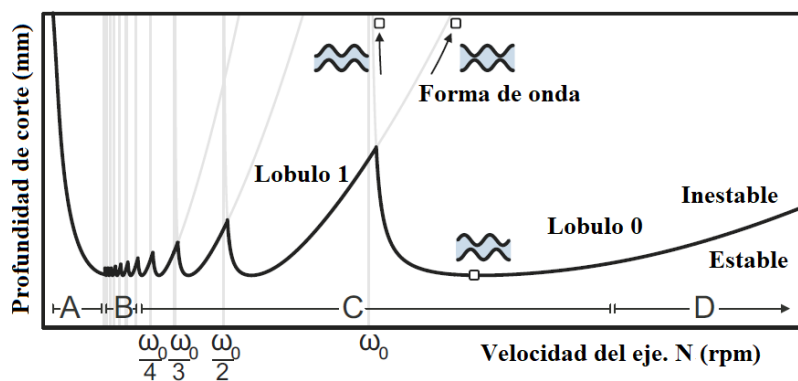
$$G_e = \frac{k_c G(s)(1 - e^{-s\tau})}{1 + k_c G(s)(1 - e^{-s\tau})} \quad (2.27)$$

2.4.2. Diagrama de lóbulos

El diagrama de lóbulos es una gráfica la cual nos muestra el comportamiento del chatter durante el proceso de fresado donde en los ejes x y y se compone de la profundidad de corte expresada en milímetros (mm) y la velocidad del eje (rpm) como se observa en la figura 2.10.

Este diagrama depende de muchos factores, por ejemplo, la herramienta con la que se va a realizar el proceso de fresado y el tipo de material como el aluminio, el acero y el acero inoxidable ya que las características de cada uno, descritas en el Apéndice B, permiten que el comportamiento del diagrama sea diferente dependiendo de estos parámetros.

Figura 2.10: Diagrama de lóbulos del proceso de fresado



Fuente [13]

Se puede ver en el diagrama, una región estable y una inestable la cual es la región del chatter generado en el proceso. En este también se evidencian los lóbulos los cuales son el comportamiento del sistema por cada corte que se realiza, los cuales dependen de la profundidad de corte a medida que cambia la velocidad del eje o del husillo, una forma de expresarlos matemáticamente es con la frecuencia del chatter ω_0 y el número del lóbulo, como se muestra en la figura 2.10 [13]

En la figura 2.10 se pueden ver cuatro zonas:

- Zona A: Es la zona de amortiguación donde factor de amortiguamiento es $k > 10$, en la cual si es menor la velocidad de la herramienta, el límite estable será mayor.
- Zona B: Es la zona intermedia donde $10 > k > 3$, es donde el límite de estabilidad esta cerca del límite de estabilidad total sobre el intervalo completo de la velocidad de la herramienta.
- Zona C: Es la zona de alta velocidad donde $3 > k > 0.5$ en la cual la estabilidad puede aumentar considerablemente respecto al límite de velocidad máximo de la herramienta.
- Zona D: Es la zona de ultra velocidad donde $0.5 > k$ en la que la estabilidad mejora aumentando aún más la velocidad de la herramienta por lo que también tendrá frecuencias altas.

2.5. Sensores para vibración

Un sensor se define como un artefacto el cual nos permite realizar una lectura de una medición la cual detecta una magnitud de una determinada característica física y lo transforma en una señal la cual se pueda procesar para hacer su respectivo análisis. Los sensores tienen características dinámicas lo que define los tiempos de respuestas e intervalos de frecuencia en los que se puede realizar una medición, estas características son [19]:

Para el proceso de fresado, es adecuado usar un sensor de vibración ya que este nos ayudara a medir el chatter durante el proceso, para esto existen los sensores de movimiento los cuales detectan el movimiento en un área determinada dependiendo de la superficie en la que se encuentre.

Algunos tipos de sensores de vibración son:

- **Extensómetro:** Este sensor es capaz de realizar la medición de voltaje/tensión de un componente mecánico gracias a que hace la lectura de una variación en la resistencia eléctrica del componente.

La ventaja que ellos tienen es que son muy útiles al momento de hacer mediciones en lugares peligrosos, además de que su instalación va directamente anidada al artefacto que se quiera registrar alguna medición.

- **Piezoeléctricos:** Las magnitudes a medir de este tipo de sensor se encuentran entre la presión, aceleración, fuerza y tensión transformando cada una de las señales en pulsos eléctricos.

Los materiales en los que más se hace uso de estos son los cerámico y materiales de un solo cristal; el principio de funcionamiento de estos se divide en efecto transversal, longitudinal y tangencial.

- **Capacitivos:** También conocidos como sensores de corriente de Foucault son reconocidos al tener la característica de que no se pueden instalar directamente sobre el sistema a medir, sino que deben colocarse en zonas cercanas a él sin que realicen algún tipo de contacto.

Estos tienen un embobinado en su interior el cual genera un campo magnético en su punta los que generan pequeños pulsos de corrientes sobre el sistema a medir, estos deben tener una calibración antes de darles un uso.

- **Acelerómetros:** Este sensor mide aceleración y/y vibración antes un movimiento generado en un artefacto o estructura, su característica principal es convertir estas vibraciones en señales eléctricas que permitan realizar una correcta medición de la magnitud a medir.

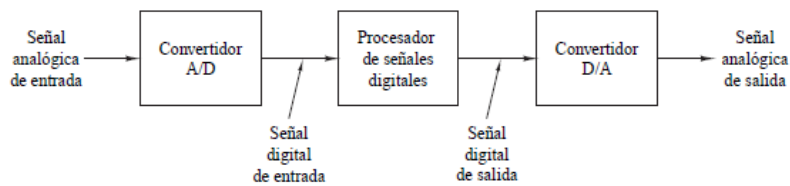
Los más comunes son los acelerómetros de baja impedancia los cuales permiten adaptar el instrumento al campo de la industria, los más usados son los que tienen un rango de frecuencia amplio desde las bajas hasta las altas.

2.6. Tratamiento de señal e identificación de sistemas

Una señal se puede definir como una magnitud física la cual tiene un cambio sobre una respectiva variable. Estas se dividen en señales digitales y análogas.

Una señal digital se caracteriza por tener una interfaz entre una señal análoga a una digital, a esto se le llama como convertidor análogo-digital (A/D) el cual permite una relación entre la señal análoga de entrada y la señal digital de salida por medio un procesador como se observa en la figura 2.11.

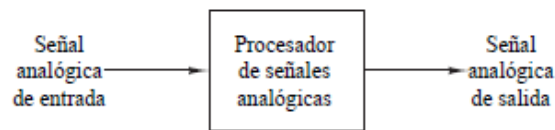
Figura 2.11: Tratamiento de señal digital



Fuente: Adaptado de [16]

Una señal análoga se caracteriza por su rápida respuesta para obtener algún dato que se requiera directamente, por lo cual facilita su tratamiento ya que este procedimiento se realiza de forma directa.

Figura 2.12: Tratamiento de señal análoga



Fuente: Adaptado de [16]

Las señales tienen características generales, entre ellas se puede hablar de las señales de tiempo continuo y tiempo discreto en el dominio del tiempo.

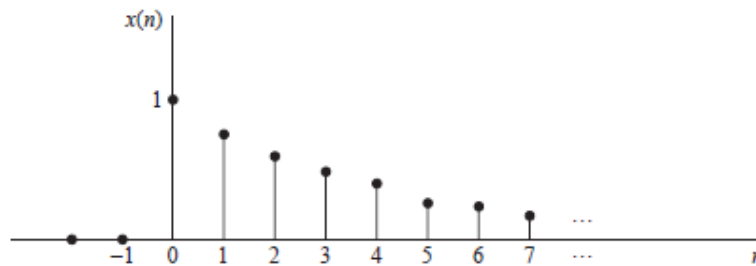
Las señales en tiempo continuo se definen como una señal que cambia instantáneamente donde sus valores pueden estar entre $-\infty$ a ∞ . Estas deben expresarse matemáticamente a través de una función continua. [16]

Las señales en tiempo discreto se caracterizan por estar definida en ciertos intervalos de tiempo específicos, en la teoría no es relevante que los instantes de tiempo tengan una distancia precisa, pero en la práctica, esta distancia se toma en cuenta donde la discretización depende de cómo la señal cambia en el tiempo, es decir si tienen una frecuencia de cambio alta, la frecuencia de discretización debe ser por lo menos el doble de esa frecuencia. Esto se conoce como el teorema de Nyquist. [16]

Si tenemos una señal discreta en el tiempo como se muestra en la figura 2.13, esta se puede descomponer en series de senos y cosenos con diferentes componentes de frecuencia.

Las técnicas para la caracterización y manipulación de señales cuyas estadísticas varían en el tiempo, como las señales transitorias se llama transformada de Fourier la cual se puede implementar para obtener el espectro de frecuencias de cualquier señal de crecimiento lento localmente integrable, esto requiere una descripción completa de la conducta de la señal a lo largo del tiempo como se observa en la figura 2.13.

Figura 2.13: Representación gráfica de la señal discreta en el tiempo $x(n)$, para $n > 0$ y $x(n) = 0$ para $n < 0$



Fuente [16]

Para identificar los componentes de frecuencia una señal discreta en el tiempo, se hace uso de la transformada discreta de Fourier.

2.6.1. Transformada discreta de Fourier

Una de las transformadas más comunes para el tratamiento de señales es la transformada de Fourier. Es una transformada que nos permite calcular cada valor de la frecuencia a la formación de dicha señal. La expresión matemática para esto es:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi i}{N} k n} \quad (2.28)$$

donde $k = 0, \dots, N - 1$, i es la unidad imaginaria como conocemos y $e^{\frac{2\pi i}{N}}$ se conoce como la N-ésima parte de todos los números que satisfacen la ecuación $z^N = 1$ donde $n \in N, n > 1$ en la cual las diferentes raíces n-ésimas de esta unidad son $e^{\frac{2\pi i k}{n}}$, a esto se le llama la raíz de la unidad.

A partir de esto también podemos hallar la transformada inversa de Fourier donde la expresión matemática es:

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{\frac{2\pi i}{N} k n}, n = 0, \dots, N - 1 \quad (2.29)$$

en la cual X_k representa la amplitud y la fase de distintos componentes sinusoidales de la señal de entrada x_n .

Con esto se busca encontrar componentes de frecuencia en una señal en el tiempo. Es decir, representa la misma señal, pero en el dominio de la frecuencia lo cual permite lograr para encontrar componentes de frecuencia en la señal de sensores de vibración, es decir identificar su comportamiento vibratorio de acuerdo con la señal medida.

Una de las características principales de la transformada de Fourier es que es una operación matemática que siempre debe cumplir con la linealidad, es decir, que sus variables dependientes están ligadas directamente a las variables independientes [16].

Capítulo 3

Metodología

3.1. Selección del proceso

Para la selección de proceso se tuvo en cuenta el tipo y características del material y la fresa con la cual se realizará el proceso de fresado. Para esto se escogieron tres tipos de materiales con diferentes características.

Para el proceso de fresado frontal se realizan cortes planos sobre la pieza de trabajo, donde esta se encuentra perpendicular a la cuchilla en donde la fresa se ubica en el eje de la fresadora y como evidenciamos en las características anteriores.

Para hallar el coeficiente de corte tangencial hacemos uso de la expresión [21]

$$k_t = \frac{k_s}{\sqrt{1 + k_n^2}} \quad (3.1)$$

Donde el coeficiente de corte radial k_n se expresa como [21]

$$k_n = \frac{1}{\tan(\beta * \frac{\pi}{180})} \quad (3.2)$$

en cual, β es el ángulo de fricción donde se relaciona el coeficiente de fricción estática el cual tendrá un valor de $\beta = 70$ para todos los procesos [21]

La constante equivalente del rodamiento del resorte k_s según Smith [21] tiene tu valor para los distintos materiales con los que se desea trabajar los cuales se encuentran en la tabla 3.1.

Material	k_s [N/m]
Aluminio	2.50×10^9
Acero	2.40×10^9
Acero inoxidable	2.15×10^9

Tabla 3.1: Constante equivalente del rodamiento del resorte

Se calculan los valores para k_t reemplazando los valores de cada material en la ecuación 3.1 y el k_n hallado de la ecuación 3.2.

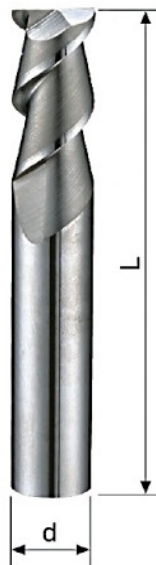
Material	K_t [N/m ²]
Aluminio	57.1×10^6
Acero	54.8×10^6
Acero inoxidable	49.1×10^6

Tabla 3.2: Constante de corte de los materiales

Para las herramientas se considera k_x y k_y iguales ya que son simétricas tanto en x y en y , esto quiere decir que tienen la misma propiedad, se tiene en cuenta que el material de las fresas es el carburo con un módulo de elasticidad E de 550 GPa.

En la figura 3.1 se pueden observar las características principales de una fresa frontal.

Figura 3.1: Fresa frontal



En la cual ara calcular la rigidez direccional $k_x = k_y$ se tiene en cuenta que la herramienta de la figura 3.1 es una viga, por tanto tenemos la siguiente expresión:

$$k_x = \frac{3EI}{L^3} \quad (3.3)$$

Donde I es el momento de inercia que será $\frac{\pi d^4}{64}$ donde d es el diámetro de la herramienta y L su longitud como se observa en la figura 3.1.

Cada herramienta tiene sus propias características como se evidencia en la tabla 3.3

Herramienta	L [mm]	d [mm]
Fresa de un solo filo	32	6
Fresa de doble filo	24	6.4
Fresa de tres o más filos	28	6.6

Tabla 3.3: Características de las herramientas

Una vez obtenidos los valores de la tabla 3.3 [1] los reemplazamos en la ecuación 3.3 para hallar la rigidez

Herramienta	k_x, k_y [N/m]
Fresa de un solo filo	3.20×10^6
Fresa de doble filo	9.82×10^6
Fresa de tres o más filos	7×10^6

Tabla 3.4: Propiedades de las herramientas

3.2. Modelado de 2 GDL del proceso de fresado

Una vez definidas las propiedades se procede a realizar el proceso para el sistema de dos grados de libertad, primero se necesitan los coeficientes de la matriz del valor promedio de la rotación de la herramienta y el periodo en el que el diente realiza su ciclo como se indica en el Apéndice C, ecuaciones C.16 y C.17 para obtener lo siguiente [3]:

$$\alpha_{xx} = \frac{1}{2}[\cos 2\phi - 2K_n\phi + K_n \sin 2\phi]_{\phi_{ia}}^{\phi_{oa}} \quad (3.4)$$

$$\alpha_{xy} = \frac{1}{2}[-\sin 2\phi - 2\phi + K_n \cos 2\phi]_{\phi_{ia}}^{\phi_{oa}} \quad (3.5)$$

$$\alpha_{yx} = \frac{1}{2}[-\sin 2\phi + 2\phi + K_n \cos 2\phi]_{\phi_{ia}}^{\phi_{oa}} \quad (3.6)$$

$$\alpha_{yy} = \frac{1}{2}[-\cos 2\phi - 2K_n\phi - K_n \sin 2\phi]_{\phi_{ia}}^{\phi_{oa}} \quad (3.7)$$

Obtenidos los coeficientes de corte direccionales, se procede a reemplazar de los ángulos de entrada x el cual será de 180° para todas las herramientas y salida y será menor cada vez que la fresa tenga más filos, para la fresa de un filo tomara el valor de 130° , para la de dos filos de 120° y para la de tres filos de 105° [21], donde x y y es el ángulo de la hélice de cada herramienta los cuales obtenemos de la siguiente forma:

$$\phi_{ia} = x \frac{\pi}{180} \quad (3.8)$$

$$\phi_{oa} = y \frac{\pi}{180} \quad (3.9)$$

Una vez reemplazado los valores obtenemos los coeficientes de corte direccionales:

$$\alpha_{xx} = \frac{1}{2}[\cos 2\phi_{oa} - 2K_n\phi_{oa} + K_n \sin 2\phi_{oa}] - \frac{1}{2}[\cos 2\phi_{ia} - 2K_n\phi_{ia} + K_n \sin 2\phi_{ia}] \quad (3.10)$$

$$\alpha_{xy} = \frac{1}{2}[-\sin 2\phi_{oa} - 2\phi_{oa} + K_n \cos 2\phi_{oa}] - \frac{1}{2}[-\sin 2\phi_{ia} - 2\phi_{ia} + K_n \cos 2\phi_{ia}] \quad (3.11)$$

$$\alpha_{yx} = \frac{1}{2}[-\sin 2\phi_{oa} + 2\phi_{oa} + K_n \cos 2\phi_{oa}] - \frac{1}{2}[-\sin 2\phi_{ia} + 2\phi_{ia} + K_n \cos 2\phi_{ia}] \quad (3.12)$$

$$\alpha_{yy} = \frac{1}{2}[-\cos 2\phi_{oa} - 2K_n\phi_{oa} - K_n \sin 2\phi_{oa}] - \frac{1}{2}[-\cos 2\phi_{ia} - 2K_n\phi_{ia} - K_n \sin 2\phi_{ia}] \quad (3.13)$$

A continuación, reemplazamos k_n de la tabla 3.2 para cada material en las ecuaciones 3.10 - 3.13 respectivamente teniendo en cuenta que cada herramienta tiene un ángulo de entrada y salida diferente, esto depende de la inclinación en la que se encuentren sus dientes los cuales se muestran en la tabla 3.5.

Herramienta	$\phi_{ia}rad$	$\phi_{oa}rad$
Fresas de un filo	π	$\frac{13\pi}{18}$
Fresas de dos filos	π	$\frac{2\pi}{3}$
Fresas de tres filos	π	$\frac{7\pi}{12}$

Tabla 3.5: Ángulo de las herramientas

3.2.1. Modelo del proceso para fresado de aluminio

A continuación se reemplazan los valores mostrados en la tabla 3.5 y en la ecuación 3.2 mostrados en la tabla 3.6 para hallarlos coeficientes de corte direccionales del aluminio de las ecuaciones 3.10 - 3.13

Herramienta	ϕ_{ia} [rad]	ϕ_{oa} [rad]	k_t [N/m ²]	k_n [N/m ²]
Fresas de un filo	π	$\frac{13\pi}{18}$	53.3×10^6	46.89
Fresas de dos filos	π	$\frac{2\pi}{3}$	53.3×10^6	46.89
Fresas de tres filos	π	$\frac{7\pi}{12}$	53.3×10^6	46.89

Tabla 3.6: Coeficientes del modelado del proceso para fresado del aluminio

3.2.2. Modelo del proceso para fresado del acero

A continuación se reemplazan los valores mostrados en la tabla 3.5 y en la ecuación 3.2 mostrados en la tabla 3.7 para hallarlos coeficientes de corte direccionales del acero de las ecuaciones 3.10 - 3.13

Herramienta	ϕ_{ia} [rad]	ϕ_{oa} [rad]	k_t [N/m ²]	k_n [N/m ²]
Fresas de un filo	π	$\frac{13\pi}{18}$	51.17×10^6	46.89
Fresas de dos filos	π	$\frac{2\pi}{3}$	51.17×10^6	46.89
Fresas de tres filos	π	$\frac{7\pi}{12}$	51.17×10^6	46.89

Tabla 3.7: Coeficientes del modelado del proceso para fresado del acero

3.2.3. Modelo del proceso para fresado del acero inoxidable

A continuación se reemplazan los valores mostrados en la tabla 3.5 y en la ecuación 3.2 mostrados en la tabla 3.8 para hallarlos coeficientes de corte direccionales del acero inoxidable de las ecuaciones 3.10 - 3.13

Herramienta	ϕ_{ia} [rad]	ϕ_{oa} [rad]	k_t [N/m ²]	k_n [N/m ²]
Fresas de un filo	π	$\frac{13\pi}{18}$	45.8×10^6	46.89
Fresas de dos filos	π	$\frac{2\pi}{3}$	45.8×10^6	46.89
Fresas de tres filos	π	$\frac{7\pi}{12}$	45.8×10^6	46.89

Tabla 3.8: Coeficientes del modelado del proceso para fresado del acero inoxidable

Para hallar la frecuencia natural de cada herramienta, se tiene en cuenta la relación entre la masa y el coeficiente de rigidez direccional, debido a que se considera que las herramientas son simétricas, la frecuencia natural sera la misma en ambos ejes.

Para la masa tenemos en cuenta esta característica de cada herramienta (Figura 3.1), es decir, la masa para los tres tipos de herramienta y la dividimos en dos ya que su simetría permita que sea la misma en ambos ejes.

$$m_x = m_y = \frac{m_{herramienta}}{2} \quad (3.14)$$

Para esto en la tabla 3.9 se encuentran las masas de cada una de las herramientas, para la de un filo es de 0.117 kg, dos fillos de 0.100 kg y de tres o más fillos 0.110 kg, esto debido a las propiedades geométricas de las herramientas:

Herramienta	m_x [kg]	m_y [kg]
Fresa de un solo filo	0.0585	0.0585
Fresa de doble filo	0.05	0.05
Fresa de tres o mas fillos	0.055	0.055

Tabla 3.9: Masa de las herramientas

Con los valores de las tablas 3.4 y 3.9, reemplazamos en la ecuación 3.15 para cada herramienta:

$$w_n = \sqrt{\frac{k_{xy}}{m_{xy}}} \quad (3.15)$$

Para el factor de amortiguamiento se tienen en cuenta la siguiente respuesta que es la de un sistema ante alguna excitación externa [21]:

$$\zeta_{xy} = \frac{c}{2m_{xy}w_n} = \frac{c}{2\sqrt{km}} = \frac{cw_n}{2k_{xy}} \quad (3.16)$$

Donde sabemos que si $\zeta_{xy} = 1$ se tiene un sistema muy amortiguado, si $\zeta_{xy} > 1$ es un sistema sobre amortiguado y si $0 < \zeta_{xy} < 1$ es sub amortiguado.

El valor para el factor de amortiguamiento específicamente para estructuras metálicas puede ser entre 0.02 y 0.04 lo que permite que la región de estabilidad se reduzca [14] [10].

Obtenidos los datos anteriores, se obtienen las funciones de transferencia de cada herramienta con el siguiente modelo:

$$G_x = \frac{1}{m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x} \quad (3.17)$$

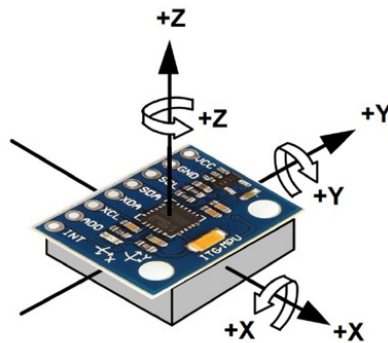
$$G_y = \frac{1}{m_y \ddot{x} + c_y \dot{x} + k_y} \quad (3.18)$$

3.3. Simulación del sistema de medición

3.3.1. Acelerómetro

Para el sistema de medición que se desea simular se hará uso del sensor Mpu 6050; este sensor se ubicará en la herramienta de trabajo para registrar las señales y comportamiento del proceso de fresado durante su ejecución [9]

Figura 3.2: Sensor Mpu6050



Fuente [9]

Este sensor posee seis grados de libertad, tres en el giroscopio y tres en el acelerómetro de tipo IMU (Inertial measurement units), las principales características a tener en cuenta son:

- Mejora del rendimiento de ruido de baja frecuencia.
- Corriente de funcionamiento de 3.6 mA
- Corriente del acelerómetro en baja potencia de 10 μA a 1.25 Hz, 20 μA a 5 Hz, 60 μA a 20 Hz, 110 μA a 40 Hz
- Sensibilidad alta y detección de movimientos mínimos.
- Salida digital de 6 ejes.
- Giroscopio con sensibilidad de ± 250 , ± 500 , ± 1000 , y ± 2000 dps
- Acelerómetro con sensibilidad de ± 2 g/v, ± 4 g/v, ± 8 g/v y ± 16 g/v
- Voltaje de alimentación: 2.37 V a 3.46 V
- Voltaje lógico: 1.8 V \pm 5 o V_{DD}
- 10000g tolerancia de aceleración máxima
- Rango de frecuencia de 1000 Hz
- Ruido de 400 $\mu\text{g} / \sqrt{\text{Hz}}$

3.3.2. Respuesta del sistema ante una fuerza de entrada

Se analizará el comportamiento de la herramienta en dos partes distintas (ya que es un sistema de dos grados de libertad). Para esto se simulará con una fuerza de entrada la cual se realizara el modelo para aplicarla al sistema.

Principalmente se tiene el sistema de dos grados de libertad para el cual se le aplicada una entrada de movimiento que será una fuerza que tendrá una fase y una frecuencia respecto a la profundidad de corte, el coeficiente de corte tangencial k_t y radial k_r :

$$F_{xy} = f_{re} \sin(h(\phi_i)) + f_{te} \cos(h(\phi_i)) \quad (3.19)$$

donde f_{re} se define como

$$f_{re} = k_t \alpha h(\phi_i) \quad (3.20)$$

y f_{te} se define como

$$f_{te} = k_t k_r \alpha h(\phi_i) \quad (3.21)$$

Debido a que ϕ_i depende del valor a calcular, se desea simplificar la fuerza de corte como una entrada independiente, y de esta manera se pueden obtener siguientes ecuaciones.

$$f_{re} = k_t \alpha \sin(w_g t) \quad (3.22)$$

$$f_{te} = k_t k_r \alpha \sin(w_g t) \quad (3.23)$$

en donde w_g es $w_g = \frac{1}{\tau}$

Una vez obtenida y aplicada esta fuerza obtendremos la respuesta del voltaje en función del tiempo teniendo en cuenta de que son dos sensores ubicados en dos partes diferentes a las cuales se analizará para determinar la respuesta en función de la frecuencia respecto a las características del sistema desde la función de transferencia del sistema en dominio de Laplace:

$$G_x(S) = \frac{1}{m_x S^2 + c_x S + k_x} \quad (3.24)$$

$$G_y(S) = \frac{1}{m_y S^2 + c_y S + k_y} \quad (3.25)$$

Como se desea obtener las funciones de transferencia de aceleración del sistema, por lo que podemos describirlo de la siguiente forma:

$$G_{xx} = \frac{X(s)}{F_x(s)} S^2 \quad (3.26)$$

$$G_{yy} = \frac{Y(s)}{F_y(s)} S^2 \quad (3.27)$$

Para las cuales usando las herramientas del software MATLAB® obtendremos las respuestas de la aceleración en el tiempo del sistema.

3.3.3. Análisis de señales

Una vez obtenidas las respuestas del sistema de aceleración en función del tiempo tanto en x como en y se obtendrán graficas ideales, es decir, como si se estuviera usando un sensor ideal, para las cuales se les aplicara la transformada de Fourier a dichas respuestas.

Para hallar la respuesta de voltaje tenemos que saber que las respuestas mencionadas anteriormente dependen de los parámetros w_g y de la profundidad de corte α de la ecuación 3.22 y 3.23 los cuales podemos que se encuentran en los diagramas de estabilidad.

El voltaje depende de la sensibilidad del sensor para la cual según las características principales es de 2 g/v donde g es el valor de la gravedad, lo que quiere decir que por cada 19.6133 m/s² se obtiene 1 voltio.

Teniendo en cuenta que la respuesta del sensor respecto a la sensibilidad en función de la frecuencia se comporta como un filtro pasa bajos, este tendrá su función de transferencia que se define como:

$$G_s(S) = \frac{Aw_c^2}{S^2 + 2\zeta w_c S + w_c^2} \quad (3.28)$$

donde A será una ganancia que permitirá diseñar la magnitud del filtro que se tomara como la sensibilidad 2 g/v, w_c es la frecuencia de corte del sensor, en la cual según las características se sabe que el rango de frecuencia es 1000 Hz por lo cual tenemos que w_c es

$$w_c = \frac{1000\text{Hz}}{2\pi} = 159.155\text{rad/s} \quad (3.29)$$

y el factor de amortiguamiento ζ será de 0.8 para obtener una respuesta amortiguada en el sistema de la figura 1.1.

Obtenida la función de transferencia G_s , se multiplica por la función de transferencia hallada en las ecuaciones 3.26 y 3.27 en donde se obtendrán las frecuencias altas en el espectro de voltaje respecto al tiempo en donde si estas frecuencias sobrepasan los 1000 Hz el sensor ya no podrá detectar la presencia de chatter.

Para obtener los resultados de las respuestas del sistema se hará uso de las funciones de MATLAB® la cual se encargará de trazar la respuesta de tiempo simulada del sistema dinámico a entradas arbitrarias, esto permitirá poder obtener los espectros respectivos de aceleración y voltaje por medio de la función fft como se muestra en el Apéndice E, la cual se encargará de graficar la respuesta en frecuencia, es decir, la transformada de Fourier.

Capítulo 4

Resultados y Análisis

4.1. Resultados

4.1.1. Diagramas de lóbulos

En la sección 3.3 se puede observar el comportamiento del proceso de fresado por medio de los diagramas de lóbulos en el cual se diferencia en cada uno la zona estable e inestable con su respectiva identificación en la que se presenta el chatter, cabe recordar que las tres fresas son de carburo.

Una vez realizado el modelo para el proceso de fresado de dos grados de libertad, se obtienen los diagramas de estabilidad (diagramas de lóbulos) para cada material con una herramienta diferente por medio del software MATLAB® con el programa anexo en el Apéndice D.

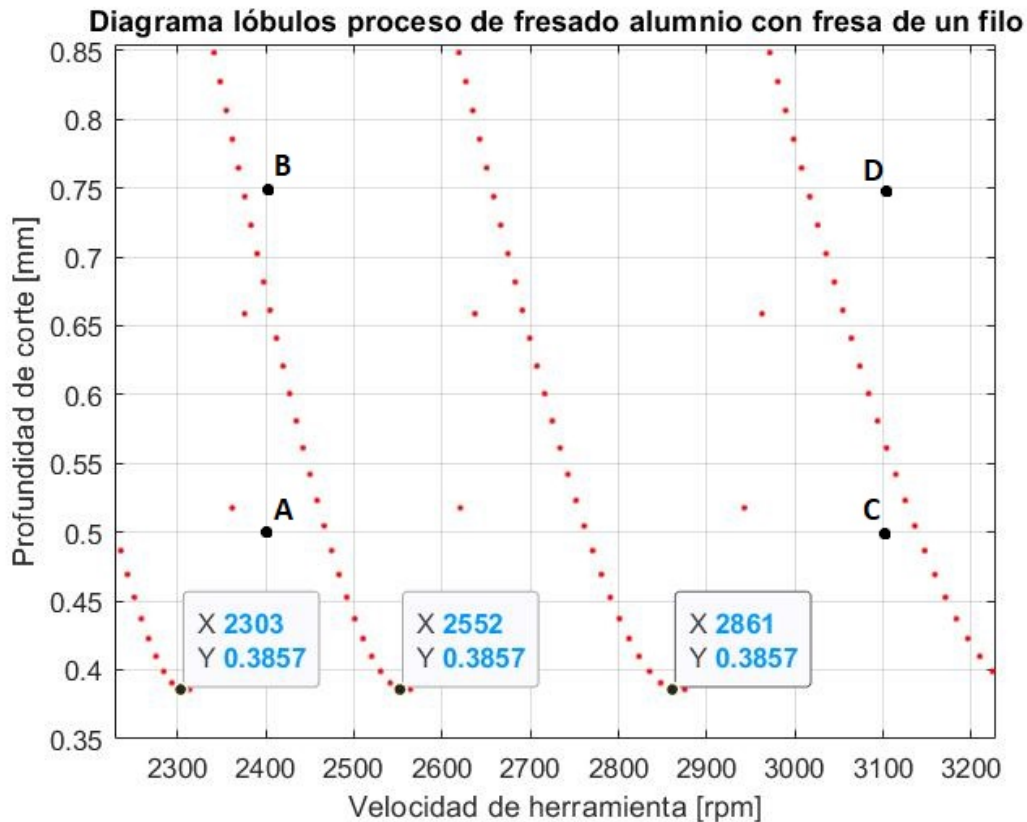
A continuación de cada uno de los diagramas de estabilidad, se escogieron cuatro regiones, dos estables y dos inestables en los cuales se determinaron la profundidad y velocidad, para esto se tomaron dos lóbulos, uno de baja velocidad y otro de alta velocidad y para cada lóbulo se seleccionaron dos puntos, uno en la zona estable y otro en la zona inestable respectivamente.

Una vez escogidas los puntos de los diagramas se analizaron gráficamente a que región pertenecen con el fin de identificar las zonas estables e inestables según el modelo realizado en los diagramas de estabilidad para los tres materiales con cada uno de los procesos.

4.1.1.1. Diagramas de lóbulos fresado aluminio

En la figura 4.1 se realiza el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado para el aluminio con una fresa de un filo según el modelo realizado en la sección 3.2 implementando las ecuaciones 3.10 - 3.13.

Figura 4.1: Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de un solo filo para el aluminio.



Se puede observar que en la figura 4.1 se seleccionan cuatro puntos (A, B, C y D) de los cuales los puntos A y C están en una región estable y los puntos B y D están en una región inestable. Estas regiones se especifican en la tabla 4.1

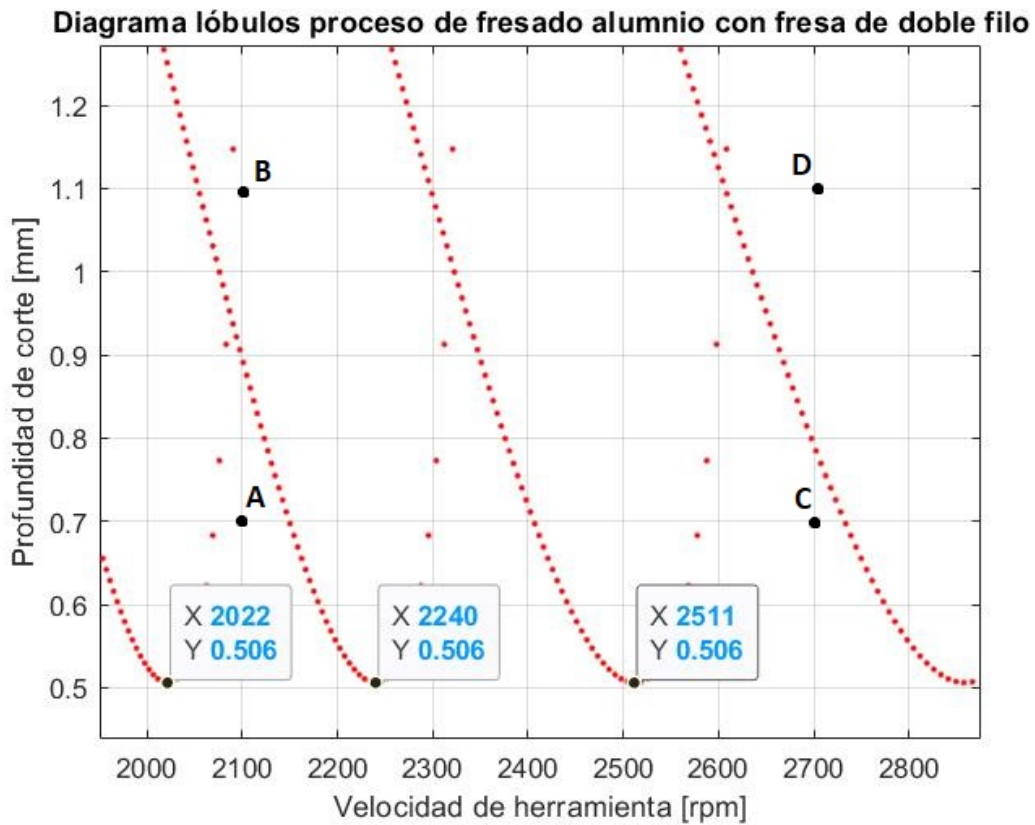
Región	α [mm]	Ω [rpm]
A	0.5	2400
B	0.75	2400
C	0.5	3100
D	0.75	3100

Tabla 4.1: Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de un solo filo para el proceso de fresado del aluminio

También se puede observar en la figura 4.1 que el límite mínimo de estabilidad para este proceso es 0.3857 mm.

En la figura 4.2 se realiza el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado para el aluminio con una fresa de dos filos según el modelo realizado en la sección 3.2 implementando las ecuaciones 3.10 - 3.13.

Figura 4.2: Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de dos filos para el aluminio.



Se puede observar que en la figura 4.2 se seleccionan cuatro puntos (A, B, C y D) de los cuales los puntos A y C están en una región estable y los puntos B y D están en una región inestable. Estas regiones se especifican en la tabla 4.2

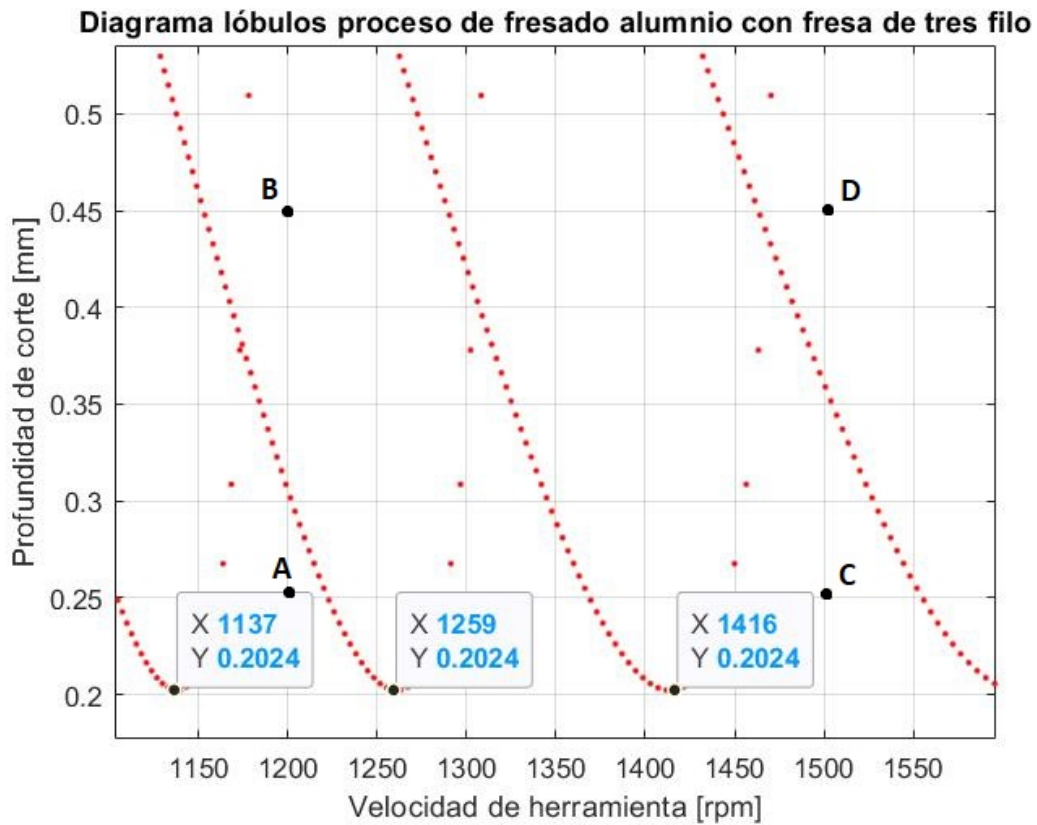
Región	a [mm]	Ω [rpm]
A	0.7	2100
B	1.1	2100
C	0.7	2700
D	1.1	2700

Tabla 4.2: Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de doble filo para el proceso de fresado del aluminio

También se puede observar en la figura 4.2 que el límite mínimo de estabilidad para este proceso es 0.506 mm.

En la figura 4.3 se realiza el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado para el aluminio con una fresa de tres filos según el modelo realizado en la sección 3.2 implementando las ecuaciones 3.10 - 3.13.

Figura 4.3: Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de tres filos para el aluminio.



Se puede observar que en la figura 4.3 se seleccionan cuatro puntos (A, B, C y D) de los cuales los puntos A y C están en una región estable y los puntos B y D están en una región inestable. Estas regiones se especifican en la tabla 4.3

Región	α [mm]	Ω [rpm]
A	0.25	1200
B	0.45	1200
C	0.25	1500
D	0.45	1500

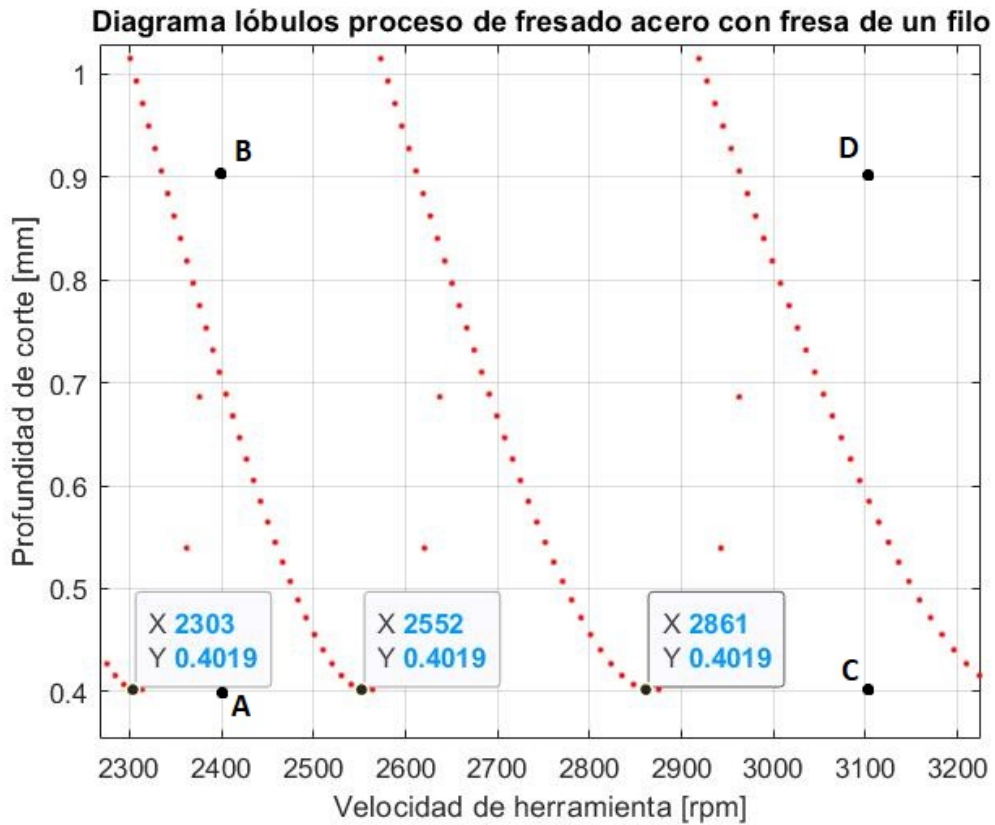
Tabla 4.3: Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de tres filos para el proceso de fresado del aluminio

También se puede observar en la figura 4.3 que el límite mínimo de estabilidad para este proceso es 0.2024 mm.

4.1.1.2. Diagramas de lóbulos del acero

En la figura 4.4 se realiza el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado para el acero con una fresa de un filo según el modelo realizado en la sección 3.2 implementando las ecuaciones 3.10 - 3.13.

Figura 4.4: Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de un solo filo para el acero.



Se puede observar que en la figura 4.4 se seleccionan cuatro puntos (A, B, C y D) de los cuales los puntos A y C están en una región estable y los puntos B y D están en una región inestable. Estas regiones se especifican en la tabla 4.4

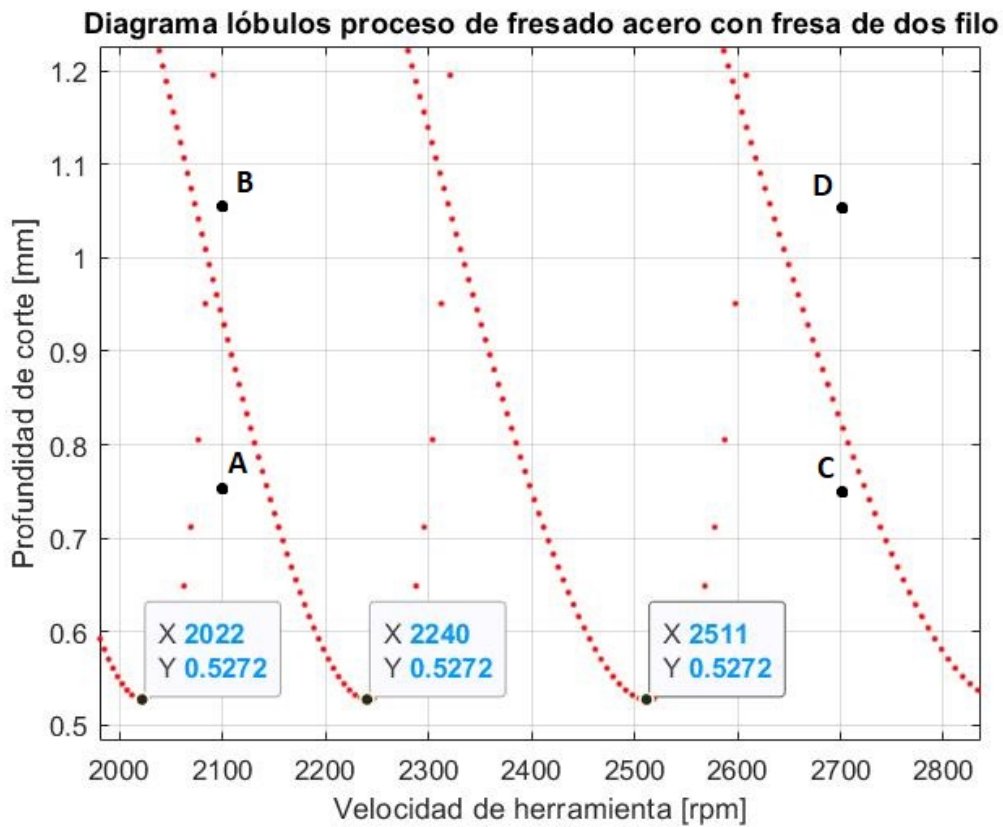
Región	a [mm]	Ω [rpm]
A	0.4	2400
B	0.9	2400
C	0.4	3100
D	0.9	3100

Tabla 4.4: Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de un solo filo para el proceso de fresado del acero

También se puede observar en la figura 4.4 que el límite mínimo de estabilidad para este proceso es 0.4019 mm.

En la figura 4.5 se realiza el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado para el acero con una fresa de dos filos según el modelo realizado en la sección 3.2 implementando las ecuaciones 3.10 - 3.13

Figura 4.5: Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de dos filos para el acero.



Se puede observar que en la figura 4.5 se seleccionan cuatro puntos (A, B, C y D) de los cuales los puntos A y C están en una región estable y los puntos B y D están en una región inestable. Estas regiones se especifican en la tabla 4.5

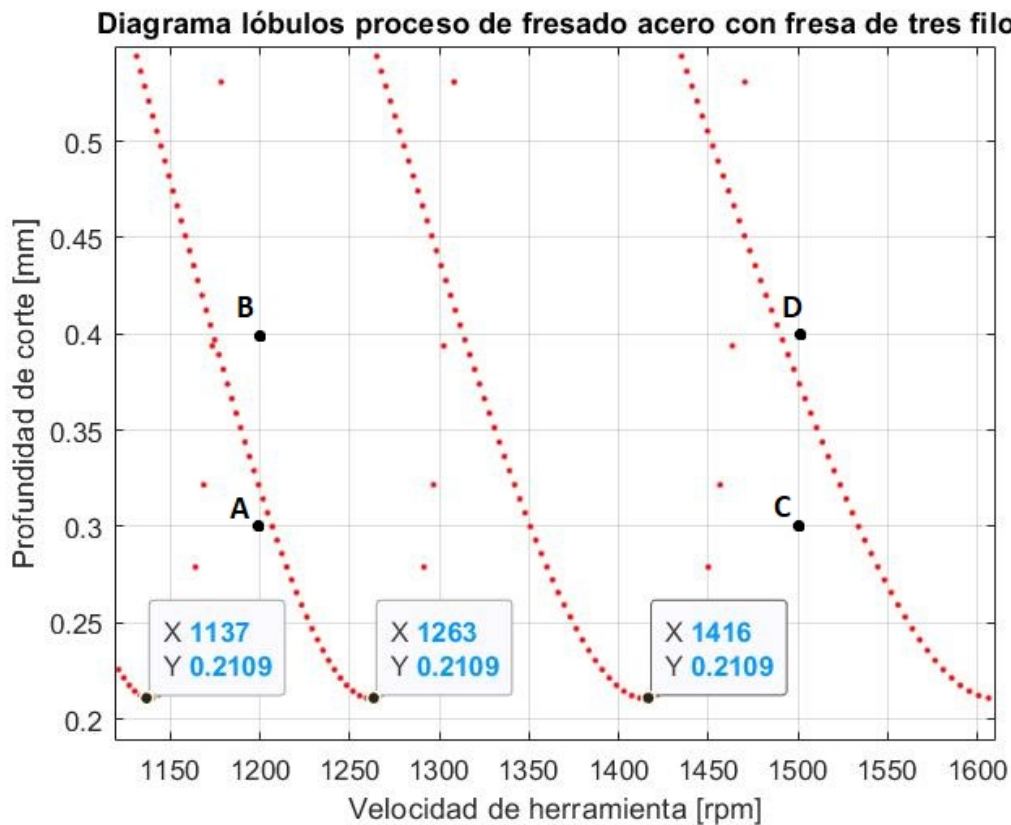
Región	α [mm]	Ω [rpm]
A	0.75	2100
B	1.05	2100
C	0.75	2700
D	1.05	2700

Tabla 4.5: Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de doble filo para el proceso de fresado del acero

También se puede observar en la figura 4.5 que el límite mínimo de estabilidad para este proceso es 0.5272 mm.

En la figura 4.6 se realiza el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado para el acero con una fresa de tres filos según el modelo realizado en la sección 3.2 implementando las ecuaciones 3.10 - 3.13

Figura 4.6: Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de tres filos para el acero.



Se puede observar que en la figura 4.6 se seleccionan cuatro puntos (A, B, C y D) de los cuales los puntos A y C están en una región estable y los puntos B y D están en una región inestable. Estas regiones se especifican en la tabla 4.6

Región	α [mm]	Ω [rpm]
A	0.3	1200
B	0.4	1200
C	0.3	1500
D	0.4	1500

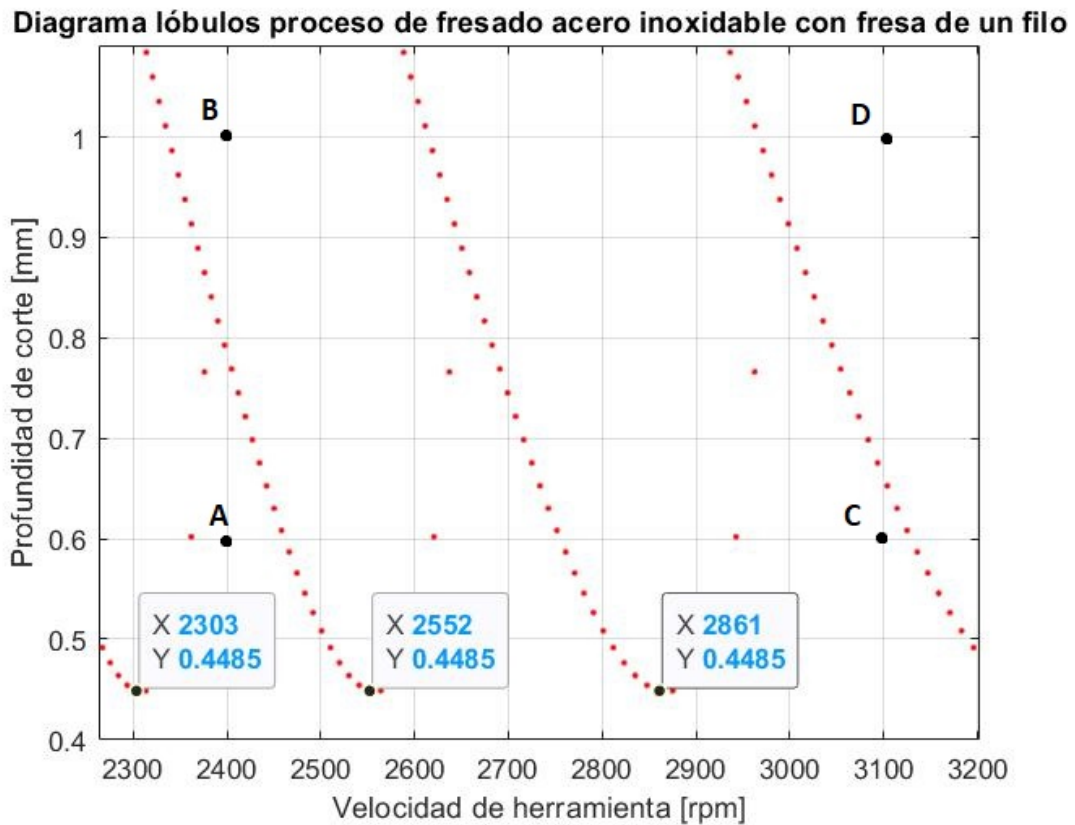
Tabla 4.6: Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de tres filos para el proceso de fresado del acero

También se puede observar en la figura 4.6 que el límite mínimo de estabilidad para este proceso es 0.2109 mm.

4.1.1.3. Diagramas de lóbulos del acero inoxidable

En la figura 4.7 se realiza el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado para el acero inoxidable con una fresa de un filo según el modelo realizado en la sección 3.2 implementando las ecuaciones 3.10 - 3.13

Figura 4.7: Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de un solo filo para el acero inoxidable.



Se puede observar que en la figura 4.7 se seleccionan cuatro puntos (A, B, C y D) de los cuales los puntos A y C están en una región estable y los puntos B y D están en una región inestable. Estas regiones se especifican en la tabla 4.7

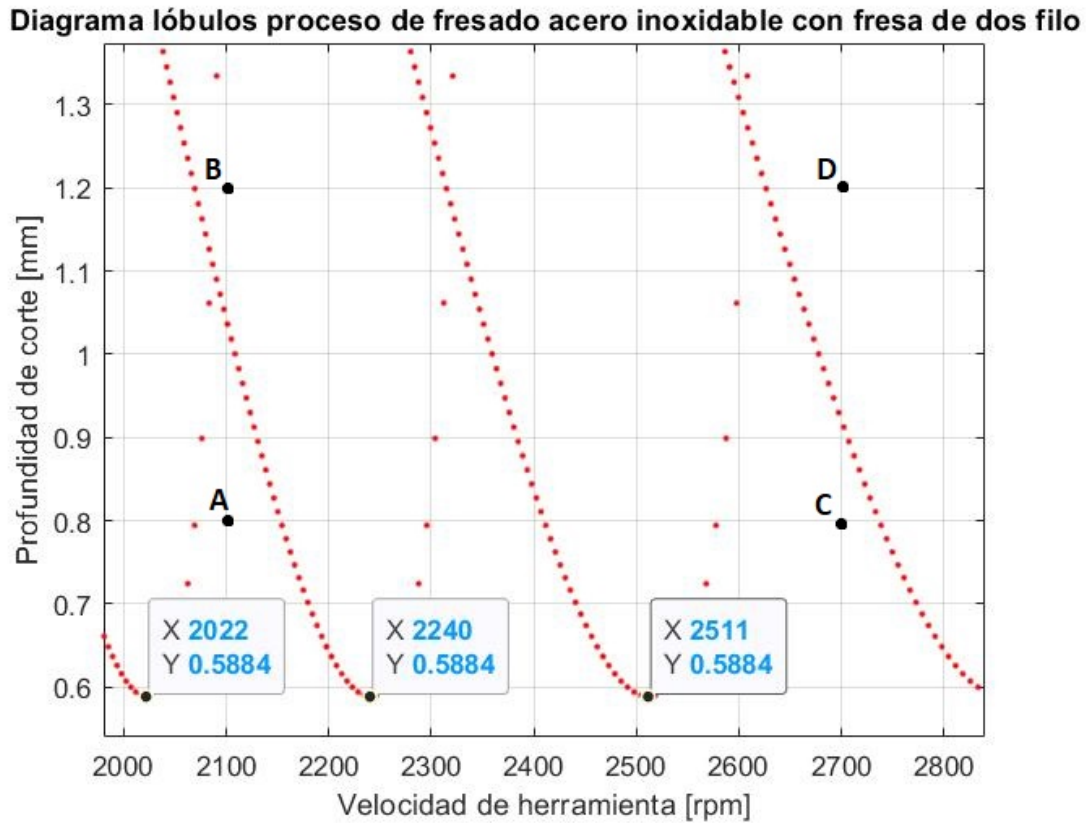
Región	α [mm]	Ω [rpm]
A	0.6	2400
B	1	2400
C	0.6	3100
D	1	3100

Tabla 4.7: Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de un solo filo para el proceso de fresado del acero inoxidable

También se puede observar en la figura 4.7 que el límite mínimo de estabilidad para este proceso es 0.4485 mm.

En la figura 4.8 se realiza el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado para el acero inoxidable con fresa de dos filos según el modelo realizado en la sección 3.2 implementando las ecuaciones 3.10 - 3.13

Figura 4.8: Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de doble filo para el acero inoxidable.



Se puede observar que en la figura 4.8 se seleccionan cuatro puntos (A, B, C y D) de los cuales los puntos A y C están en una región estable y los puntos B y D están en una región inestable. Estas regiones se especifican en la tabla 4.8

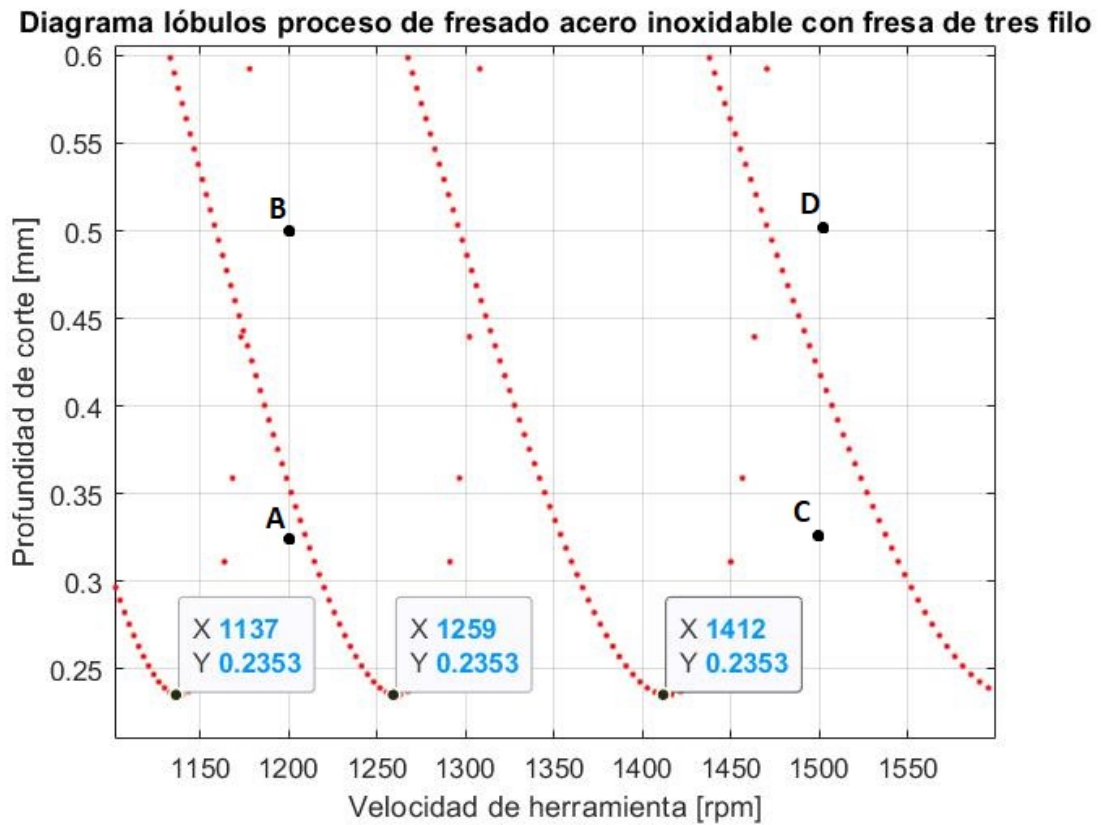
Región	α [mm]	Ω [rpm]
A	0.8	2100
B	1.2	2100
C	0.8	2700
D	1.2	2700

Tabla 4.8: Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de doble filo para el proceso de fresado del acero inoxidable

También se puede observar en la figura 4.8 que el límite mínimo de estabilidad para este proceso es 0.5884 mm.

En la figura 4.9 se realiza el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado para el acero inoxidable con una fresa de tres filos según el modelo realizado en la sección 3.2 implementando las ecuaciones 3.10 - 3.13

Figura 4.9: Diagrama de lóbulos del proceso de fresado con una fresa de tres filos para el acero inoxidable.



Se puede observar que en la figura 4.9 se seleccionan cuatro puntos (A, B, C y D) de los cuales los puntos A y C están en una región estable y los puntos B y D están en una región inestable. Estas regiones se especifican en la tabla 4.9

Región	α [mm]	Ω [rpm]
A	0.325	1200
B	0.5	1200
C	0.325	1500
D	0.5	1500

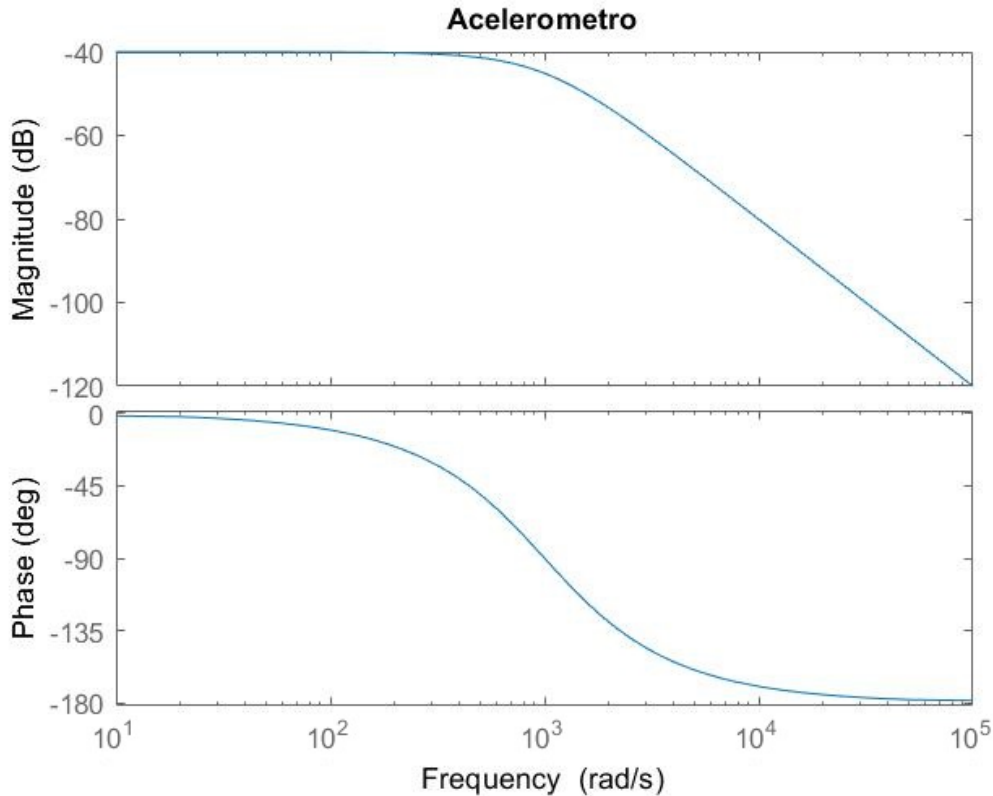
Tabla 4.9: Regiones estables e inestables del diagrama de estabilidad con fresa de tres filos para el proceso de fresado del acero inoxidable

También se puede observar en la figura 4.9 que el límite mínimo de estabilidad para este proceso es 0.2353 mm.

4.1.2. Respuesta de la simulación del sistema de medición

Para hallar la frecuencia de corte del acelerómetro se tiene en cuenta el comportamiento de este respecto a su función de transferencia expresada en la ecuación 3.28.

Figura 4.10: Comportamiento del acelerómetro y frecuencia de corte



En el diagrama de bode de la figura 4.10 se puede evidenciar la frecuencia de corte del sensor, lo que quiere decir que el acelerómetro del Mpu6050 tiene la capacidad de hacer lecturas menores a 1000 Hz.

En caso de que la frecuencia de chatter este por arriba de este valor, el sensor no podrá hacer la medición adecuada para esta vibración, pero si la frecuencia de chatter es menor en acelerómetro podrá arrojar resultados los cuales indiquen la presencia de esta irregularidad.

Según las especificaciones del sensor, el ruido especificado es de $400 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ a 10 kHz, lo que significa que el espectro de ese ruido es casi plano en esa banda de potencia, eso quiere decir que para obtener el valor RMS del ruido multiplica el ruido por la raíz de la banda es decir $400 \times 10^{-6} \times \sqrt{10000} = 0.04 \text{ g} = 0.392 \text{ m/s}^2$, esto quiere decir que si el espectro de la aceleración le da picos menores a este valor y que probablemente en este intervalo el sensor este haciendo mediciones de su propio ruido.

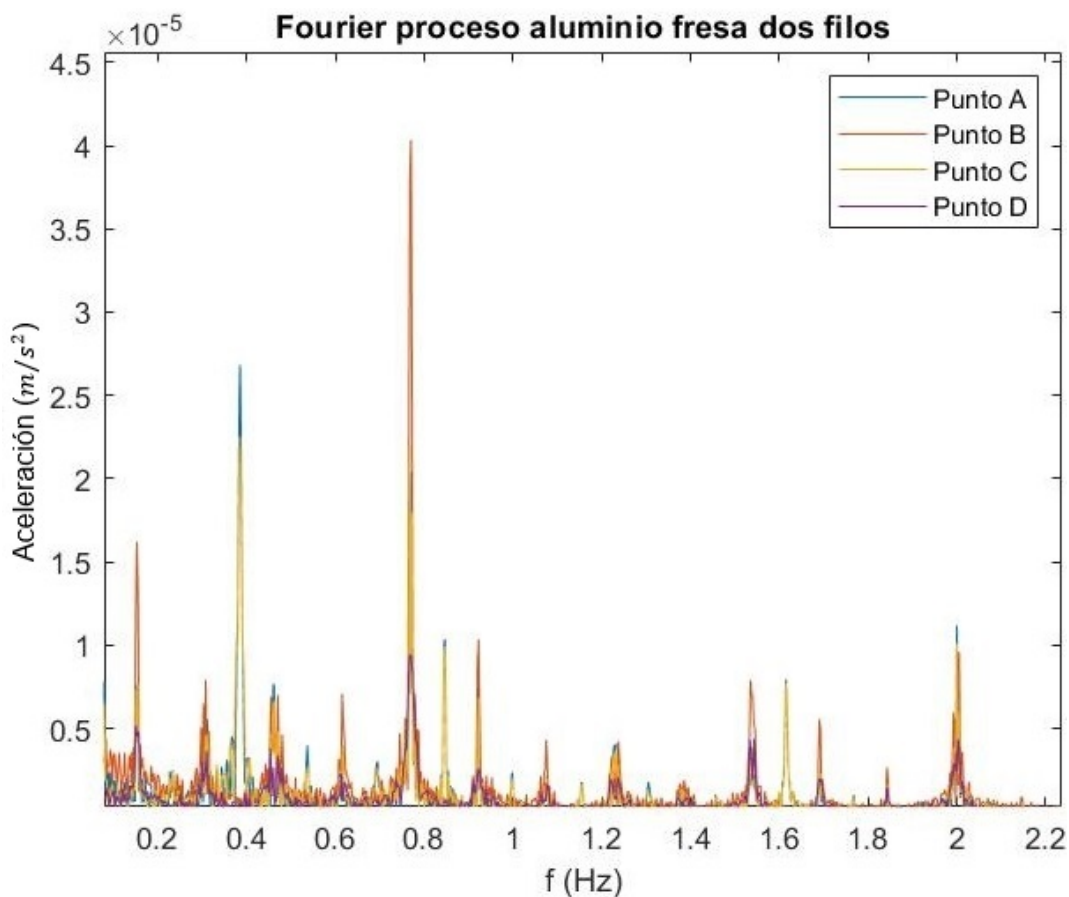
4.1.3. Adquisición de señales durante el proceso

Basándose de las tablas 4.1 - 4.9 se escogieron los procesos de fresado que se realizaron con la fresa de dos filas ya que esta permitía una región estable más grande respecto a los procesos con las otras dos fresas.

Por lo mencionado anteriormente se realizó el tratamiento de señales con Fourier para estos tres procesos:

A continuación en la figura 4.11 se realiza la transformada de Fourier de los puntos seleccionados en el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado del aluminio con una fresa de dos filas (Figura 4.2)

Figura 4.11: Espectros de frecuencia para el proceso de fresado del aluminio con la fresa de dos filas

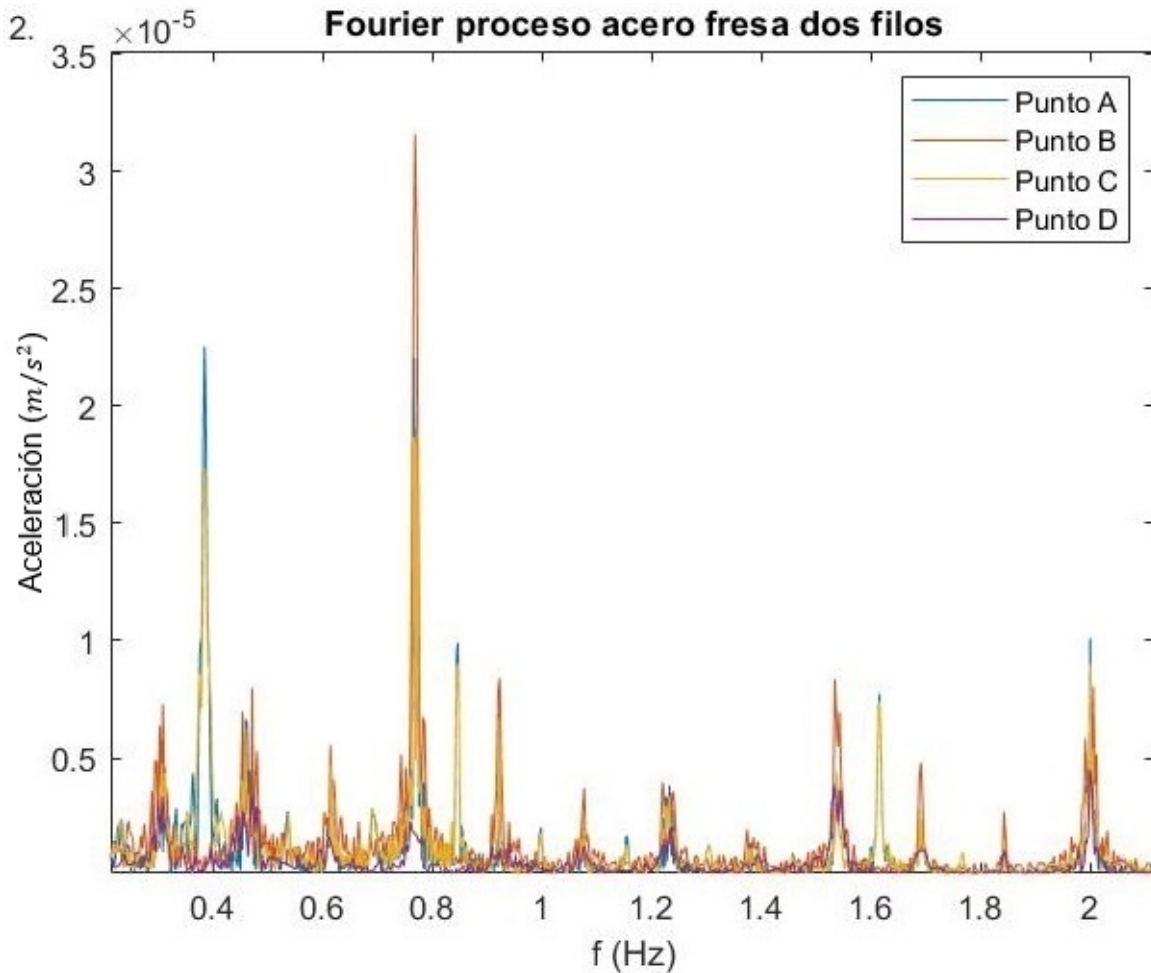


En la figura 4.11 se puede observar que para los puntos ubicados en la zona con mayor estabilidad A y C, tienen una frecuencia natural de 0.4 Hz aproximadamente y los puntos ubicados en la zona con mayor presencia de chatter B y D tienen una frecuencia natural de 0.8 Hz, ambas regiones en un rango de 0.5×10^{-5} y $4 \times 10^{-5} m/s^2$ aproximadamente.

A continuación en la figura 4.12 se realiza la transformada de Fourier de los puntos seleccionados en el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado del acero con una fresa de dos filos (Figura 4.5)

En la figura 4.12 se puede observar que para los puntos ubicados en la zona con ma-

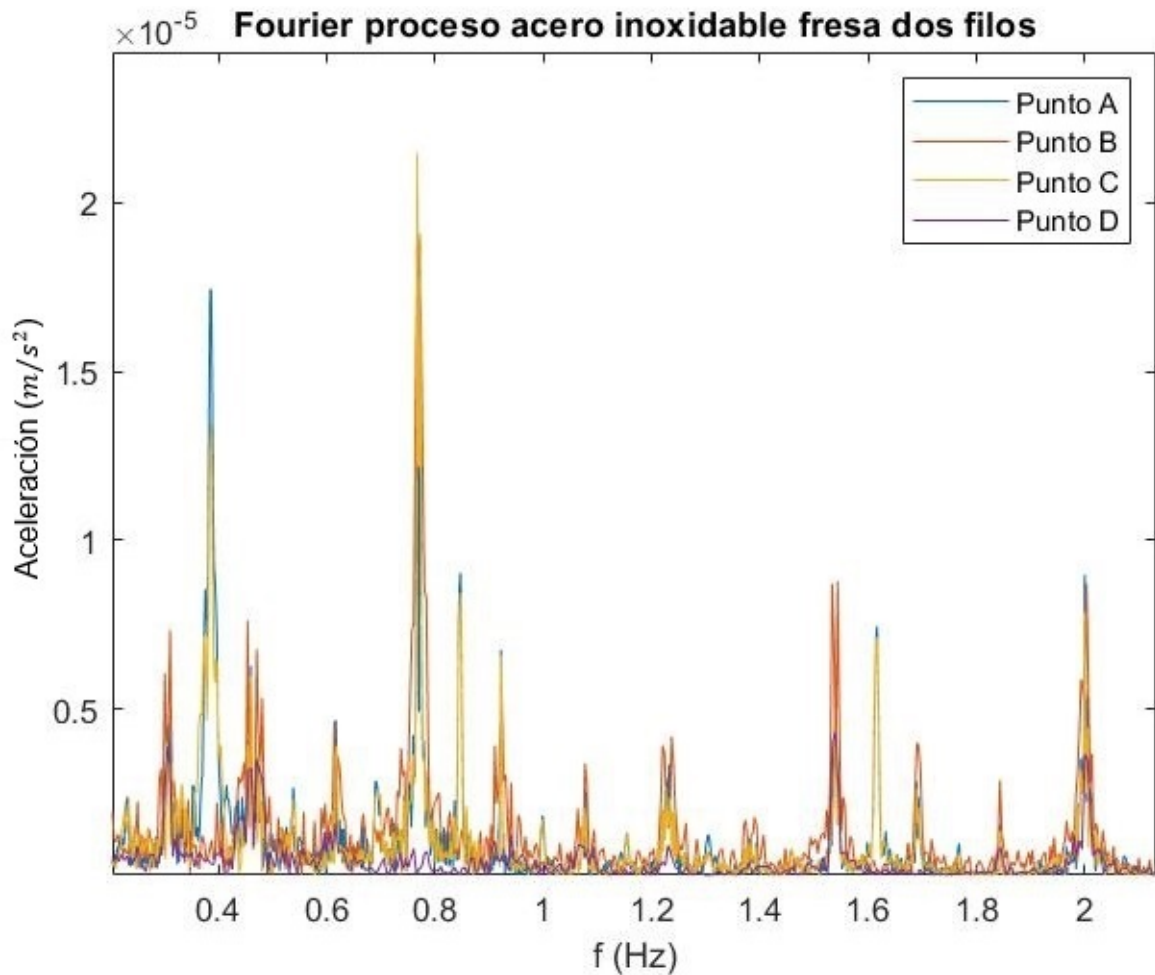
Figura 4.12: Espectros de frecuencia para el proceso de fresado del acero con la fresa de dos filos



yor estabilidad A y C, tienen una frecuencia natural de 0.4 Hz aproximadamente y los puntos ubicados en la zona con mayor presencia de chatter B y D tienen una frecuencia natural de 0.8 Hz, ambas regiones en un rango de 0.5×10^{-5} y 3.25×10^{-5} m/s² aproximadamente.

A continuación en la figura 4.12 se realiza la transformada de Fourier de los puntos seleccionados en el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado del acero inoxidable con una fresa de dos filos (Figura 4.8)

Figura 4.13: Espectros de frecuencia para el proceso de fresado del acero inoxidable con la fresa de dos filos

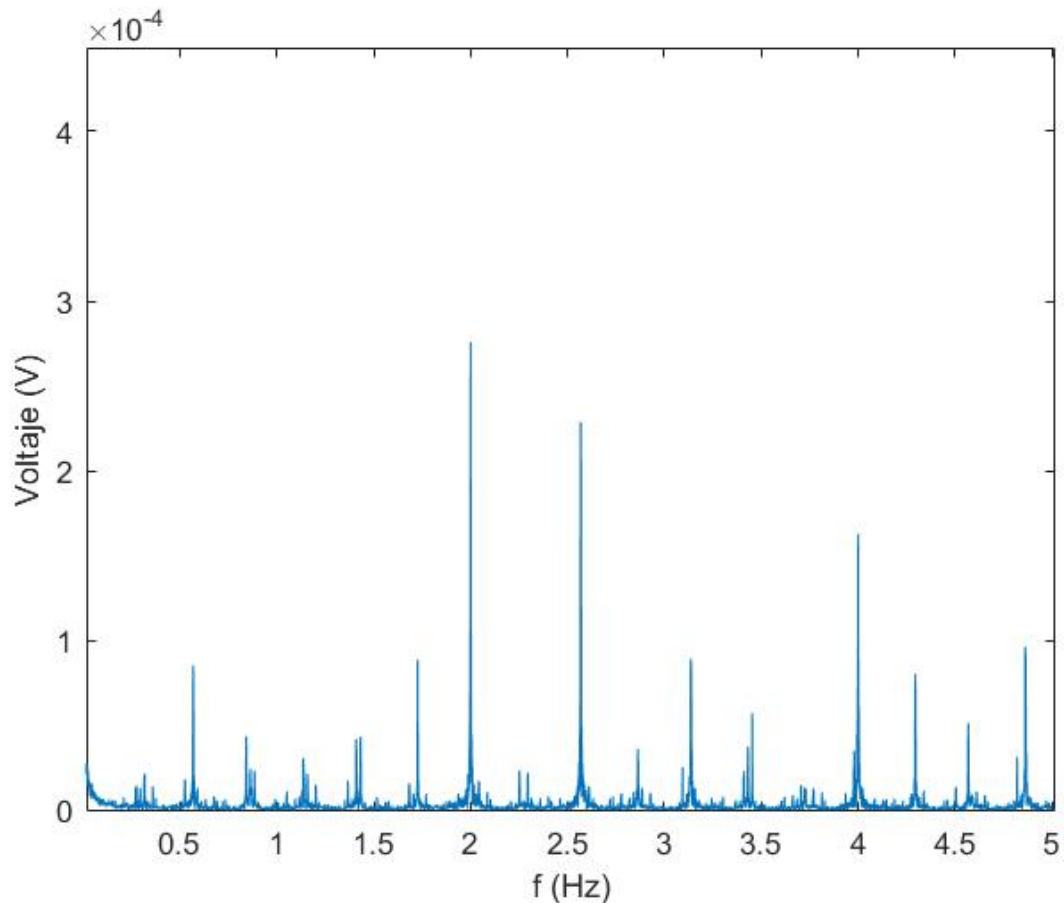


En la figura 4.11 se puede observar que para los puntos ubicados en la zona con mayor estabilidad A y C, tienen una frecuencia natural de 0.4 Hz aproximadamente y los puntos ubicados en la zona con mayor presencia de chatter B y D tienen una frecuencia natural de 0.8 Hz, ambas regiones en un rango de 0.4×10^{-5} y $2.3 \times 10^{-5} m/s^2$ aproximadamente.

Según las características del sensor descritas en la sección 3.3.1, se puede obtener una respuesta de voltaje en función de la frecuencia la cual podemos observar en las siguientes gráficas:

A continuación en la figura 4.14 se realiza la transformada de Fourier de la respuesta de voltaje para el proceso de fresado del aluminio con una fresa de dos filos

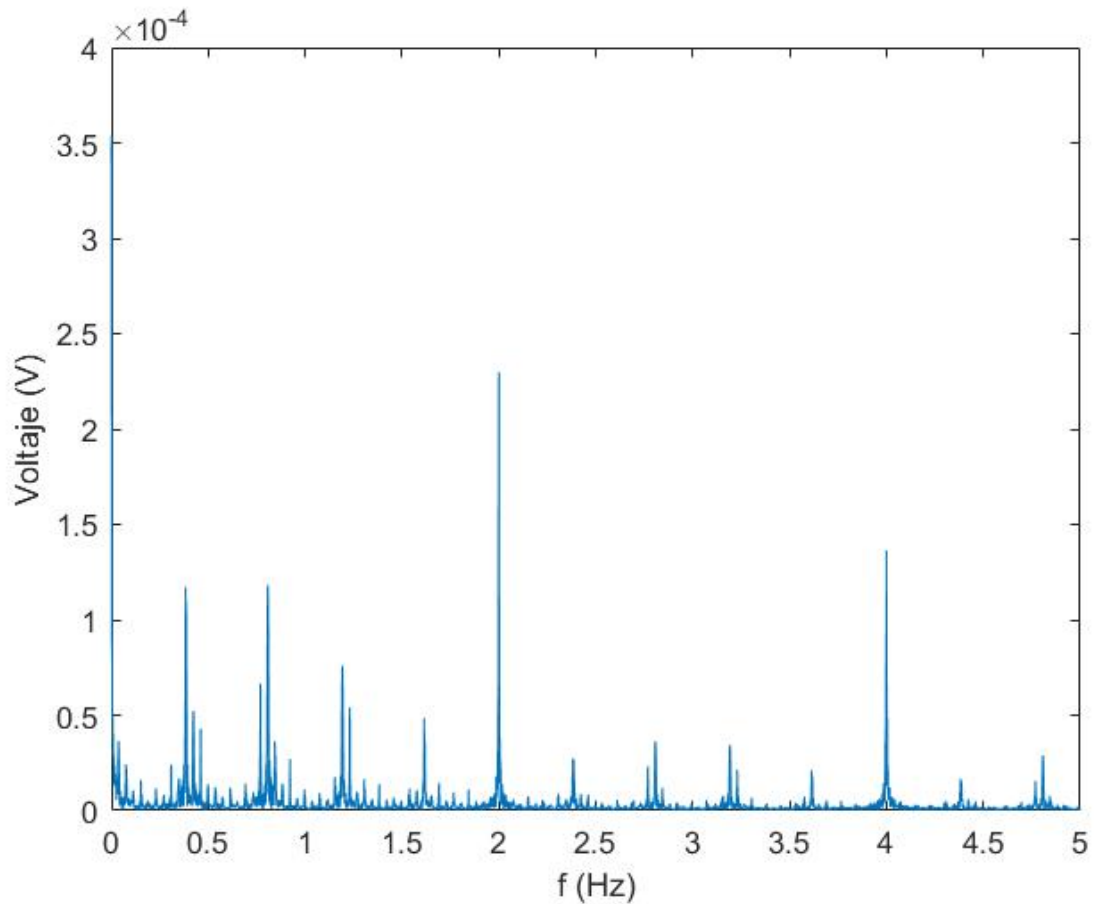
Figura 4.14: Espectro de frecuencia para la salida de voltaje del acelerómetro durante el proceso de fresado para el aluminio



En la figura 4.14 se puede observar que el espectro de voltaje en función de la frecuencia realizado por medio de la transformada de Fourier tiene picos de voltaje más altos con 2.4×10^{-4} V para una frecuencia de 2.6 Hz aproximadamente y 2.8×10^{-4} V para una frecuencia de 2.1 Hz, por lo cual el sensor tiene la capacidad de realizar la medición sin ningún problema ya que su frecuencia de corte o frecuencia máxima es 1 kHz.

A continuación en la figura 4.15 se realiza la transformada de Fourier de la respuesta de voltaje para el proceso de fresado del acero con una fresa de dos filos

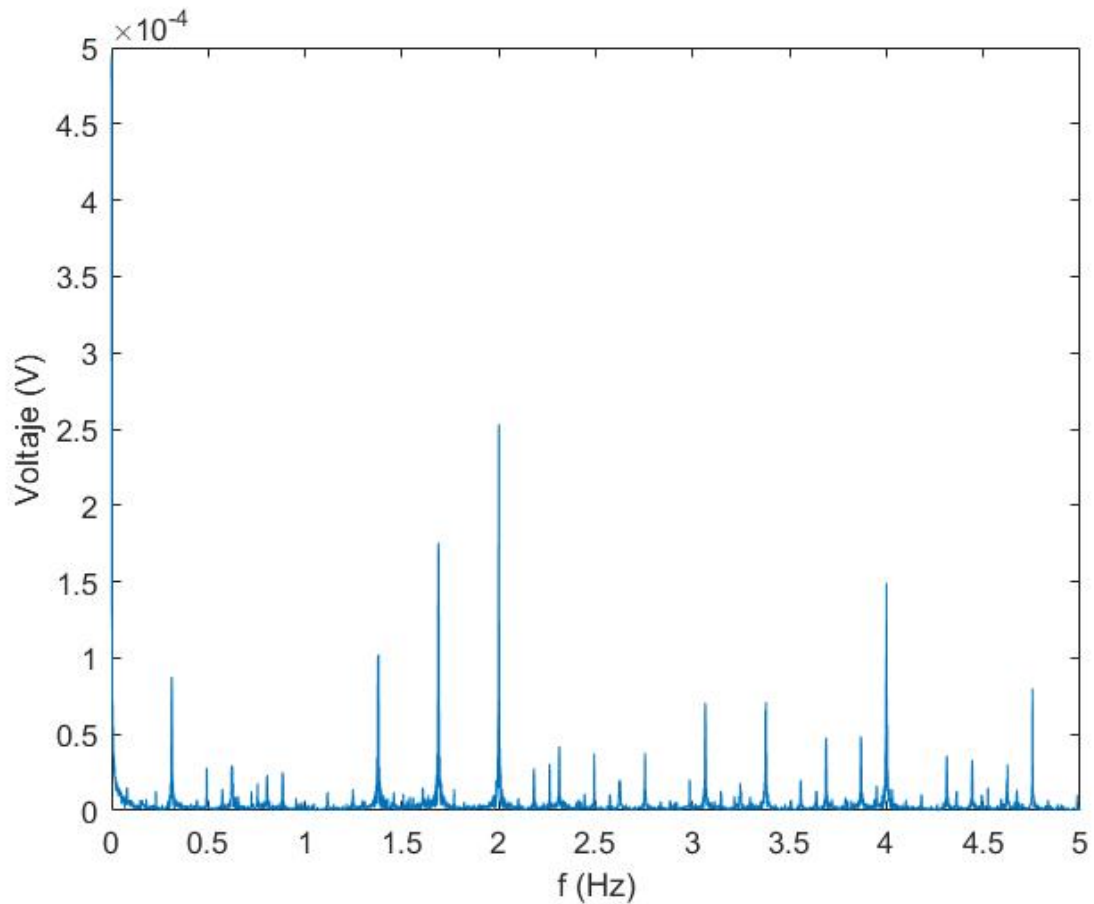
Figura 4.15: Espectro de frecuencia para la salida de voltaje del acelerómetro durante el proceso de fresado para el acero



En la figura 4.15 se puede observar que el espectro de voltaje el función de la frecuencia realizado por medio de las transformada de Fourier tiene picos de voltaje más altos con 2.4×10^{-4} V para una frecuencia de 2 Hz aproximadamente, por lo cual el sensor tiene la capacidad de realizar la medición sin ningún problema ya que su frecuencia de corte o frecuencia máxima es 1 kHz.

A continuación en la figura 4.15 se realiza la transformada de Fourier de la respuesta de voltaje para el proceso de fresado del acero inoxidable con una fresa de dos filos

Figura 4.16: Espectro de frecuencia para la salidad de voltaje del acelerómetro durante el proceso de fresado para el acero inoxidable



En la figura 4.16 se puede observar que el espectro de voltaje el función de la frecuencia realizado por medio de las transformada de Fourier tiene picos de voltaje más altos con 2.7×10^{-4} V para una frecuencia de 2 Hz aproximadamente y 1.75×10^{-4} V para una frecuencia de 1.75 Hz, por lo cual el sensor tiene la capacidad de realizar la medición sin ningún problema ya que su frecuencia de corte o frecuencia máxima es 1 kHz.

4.2. Análisis

4.2.1. Análisis diagramas de lóbulos

Los diagramas de lóbulos tienen un comportamiento en el cual se observa que la estabilidad de cada lóbulo aumenta respecto a la velocidad de la herramienta y a la profundidad de corte, en los cuatro puntos seleccionados en cada proceso se evidencia estas regiones, la estable que son los puntos A y B tanto la región de chatter que la identifican los puntos C y D.

Una vez obtenidos los datos de cada punto con su respectiva profundidad y velocidad, se observó de forma general, que la fresa de un filo tiene un nivel de estabilidad intermedio ya que sus regiones estables e inestables de los lóbulos no son mayores ni menores respecto a los otros dos procesos con las otras dos herramientas, esto debido a que con una fresa de un filo se puede trabajar a una velocidad alta sin tener un avance del proceso considerable gracias a la profundidad que se debe llevar a cabo con esta herramienta.

Para los procesos con fresa de dos filos se obtienen los diagramas más estables a razón de que la velocidad y profundidad estarán balanceadas debido a que la cantidad de filos de la herramienta le dan una fuerza moderada a la pieza de trabajo y al sistema en general por lo que la vibración inducida no será tan alta. Esto debido a que los ángulos de esta fresa están fuera de fase, es decir que no entran en resonancia con el giro de la herramienta.

Al realizar los procesos con la fresa de tres filos se tiene un sistema inestable a razón de que la fuerza realizada por la herramienta le inducirá a la pieza de trabajo una vibración alta por la cantidad de filos, por lo que genera una fuerza mayor acompañado de que la velocidad es más alta y para lograr la profundidad deseada se tiene que hacer más fuerza comparado a las otras dos herramientas.

Teniendo en cuenta el tipo de material, para los diagramas de estabilidad del aluminio, el valor de profundidad en la que siempre se mantuvo constante la estabilidad durante todo el proceso fue menor en la fresa de tres filos con 0.2024 mm ya que como se mencionó anteriormente, para esta herramienta la inestabilidad aparece a medida de que la profundidad es cada vez mayor, la segunda con la menor profundidad para la estabilidad fue el proceso con la fresa de un filo con 0.3857 mm y por último el proceso con la fresa de dos filos con 0.506 mm siendo este el mayor punto para mantener la estabilidad en el proceso de fresado para el aluminio teniendo en cuenta que es el material con un coeficiente de corte más alto.

Para el proceso de fresado con el acero, la herramienta que le da al sistema un valor de profundidad menor para la estabilidad es la fresa de tres filos con 0.2109 mm, seguida de la fresa de un filo con 0.4019 mm y la fresa de dos filos con el valor mayor de profundidad con 0.5272 mm sabiendo que el acero es el material con coeficiente de corte intermedio.

Por ultimo para el acero inoxidable el cual es el material con coeficiente de corte más bajo tuvo una respuesta de profundidad más baja para estabilidad con la fresa de tres filos con 0.2353 mm, el valor intermedio fue de 0.4485 mm para la fresa de un filo y el más alto es para la fresa de dos filos con 0.5884 mm.

Un aspecto importante a resaltar son los rangos de aceleración obtenidos para cada uno de los diferentes procesos seleccionados. Para el proceso de fresado del aluminio se obtuvo que su rango de velocidad estuvo entre los de 0.5×10^{-5} y $4 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ aproximadamente para la región que se analizó, el acero tuvo un rango entre 0.5×10^{-5} y $3.25 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ y el acero inoxidable un rango de 0.4×10^{-5} y $2.3 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$, lo que quiere decir que el acero inoxidable tuvo una región menor siendo así el material con menos estabilidad y el aluminio el material con una región mayor por lo que es el material que más estabilidad genera.

Al hacer las graficar la fuerza de los procesos de cada material con la fresa de dos filos se evidenció un comportamiento sinoidal en el que la amplitud es constante a razón de que la profundidad durante todo el proceso de maquinado también lo es.

4.2.2. Sistema de medición y tratamiento de señales

El sistema de medición el cual ya está basado en una combinación entre el sensor y las herramientas, permite evidenciar el comportamiento del proceso de fresado durante el mecanizado.

Al realizar el tratamiento de las señales de los procesos de fresado con las fresas de dos filos para los tres materiales, el comportamiento mostrado en las gráficas 4.11, 4.12 y 4.13 se evidencia las frecuencias en las que se encuentran las zonas estables y las regiones con chatter.

Para la figura 4.11 que el en análisis en frecuencia del proceso de fresado del aluminio para la fresa de dos filos se observa que la región estable se encuentra en gran parte sobre una frecuencia natural de 0.4 Hz y la región de chatter en una frecuencia natural de 0.8 Hz

Al igual que para el aluminio, las frecuencias naturales en las regiones estables y con presencia de chatter son las mismas porque esta frecuencia la genera la herramienta, pero el tipo de material al ser de características diferentes hace que el mecanizado sea más o menos complejo.

El aluminio es el material más fácil de trabajar ya que la figura 4.11 el proceso con este metal es más rápido, seguido del acero y acero inoxidable respectivamente

El acelerómetro al tener una frecuencia de corte de 1 kHz como se muestra en la figura 4.10, este puede medir sin ningún problema las regiones estables y con chatter ya que son menores a la frecuencia de corte, esto también permite ver frecuencias más bajas en donde se presenta estabilidad y chatter.

En la respuesta de voltaje de sensor para cada proceso se observó que el acelerómetro puede censar sin problema las mediciones correspondientes ya que todas las frecuencias fueron menores a la frecuencia de corte que es la frecuencia máxima a la que el sistema de medición puede dar una respuesta, el aluminio es el proceso tiene picos de voltaje más altos en frecuencias de 2 Hz y 2.5 Hz como se muestra en la figura 4.14, el acero tiene un promedio de voltaje altos entre 0.48 Hz y 1 Hz, además de un comportamiento en voltaje más alto en los 2 Hz aproximadamente como se muestra en la figura 4.15, y el acero inoxidable tuvo picos de voltaje altos entre los 1.4 Hz y los 2.1 Hz aproximadamente como se muestra en la figura 4.16.

Teniendo en cuenta que el sensor realiza la medición en ambos ejes, que el sistema de medición esta ubicado en el husillo y que el proceso se asumió en general como simétrico, la respuesta en el eje x será la misma para el eje y , lo que hace posible una respuesta única para todo el sistema. Esta respuesta no será igual si suponemos un sistema de medición sobre la herramienta o pieza de trabajo por lo que no es del todo factible esa medición, sin embargo, para la simulación se tuvieron en cuenta factores que permitieron tomar valores cercanos a lo mencionado anteriormente para tener una respuesta cercana a lo ideal.

Capítulo 5

Conclusiones y Recomendaciones

5.1. Conclusiones

Al escoger los materiales para realizar la simulación del proceso de fresado para cada uno de ellos, los coeficientes y propiedades de estos permitieron un análisis de resultados más apropiado ya que en sus tres diagramas de estabilidad se vio reflejado las zonas de estabilidad y chatter respecto a la profundidad y velocidad del conjunto de procesos de fresado definidos y de las herramientas. A esto también se le puede añadir que el coeficiente de corte depende de las propiedades de los materiales; esto gracias a los modelos de los parámetros de cada uno y de esta forma se describen el comportamiento dinámico de estos.

Para obtener estas gráficas primer se implementó el modelo realizado en la sección 3.2 en el software MATLAB® a partir de la formulación hecha en la sección mencionada en donde esto facilitó la simulación ya que permitió obtener los coeficientes de corte de las formulas 3.10 - 3.13 con sus respectivos coeficientes y se esta manera se tuvieron resultados con más precisión para lograr que los diagramas de lóbulos tuvieran un comportamiento con mayor exactitud.

Una vez se realizó la simulación de los diagramas de lóbulos, se evidenció que las herramientas, fueron las que más influyeron en el proceso de mecanizado, cada una proporcionó que el sistema tuviera una fuerza respecto a las propiedades de estas, la fresa de dos filos fue la herramienta que más estabilidad le proporcionó al sistema ya que la zona estable era mayor respecto a los procesos de las otras herramientas; la fresa de tres filos fue la herramienta que le proporcionó al sistema mayor inestabilidad, por tanto la zona chatter fue más evidente para los procesos con esta fresa y la fresa de un filo le proporcionó al sistema un proceso más equilibrado entre la zona estable y la zona de chatter.

La diferencia en el comportamiento presentada en las herramientas se debe a que la cantidad de filos de las herramientas es proporcional a la fuerza que entrega el sistema y a la vibración inducida, con la fresa de 3 filos el proceso de fresado necesitó una mayor fuerza para poder ejercer una profundidad adecuada a una velocidad apropiada, la fresa de dos filos hizo que el sistema pudiera tener una fuerza moderada para obtener una profundidad y velocidad moderada y por otro lado la fresa de un filo al tener este único filo hizo que fuera más sencillo que al sistema se le pudiera realizar el mecanizado generando una fuerza menor al conseguir profundidad y velocidad adecuadas. Esto también

es gracias a que la rigidez direccional es una propiedad fundamental de las herramientas.

Realizados los análisis de la estabilidad respecto a lo mencionado anteriormente se concluye que la estabilidad del proceso de fresado depende del conjunto de las propiedades de la herramienta y del material independiente de cual sea la combinación de estos.

Al realizar el análisis de chatter en dominio de frecuencia se observó que el sistema de medición es el adecuado para detectar esta vibración ya que todas las frecuencias del sistema fueron menores a los 1 kHz que es la frecuencia de corte del acelerómetro al igual que para la respuesta de voltaje para cada proceso de fresado.

El comportamiento de los procesos de fresado que se escogieron para realizar el tratamiento de señales indicó que la frecuencia natural de las zonas estables va a ser menor a las zonas con presencia de chatter los cuales gracias al sistema de medición se pudieron observar con más detalle y rango de frecuencia otras zonas donde pueden haber presencias mínimas de estabilidad como zonas con presencia de chatter.

Se puede concluir que si la frecuencia natural de un proceso de fresado para cualquier combinación entre materiales y fresas, es menor a 0.5 Hz se considera un proceso con zona estable, y si la frecuencia es mayor a este valor es un proceso en el cual su zona posee presencia de chatter. Sin embargo, dentro del intervalo de frecuencia puede haber zonas con tanto estables como inestables en todo el proceso las cuales se representan con los picos más pequeños respecto a los que representan zonas principales de estabilidad e inestabilidad.

5.2. Recomendaciones

Al realizar el proceso de mecanizado para cada material, al ser las herramientas de un solo material (carburo), se obtuvieron resultados similares para cada herramienta en cada proceso, se recomienda hacer el análisis de estabilidad con un conjunto de herramientas más amplio y de distinto material para así mismo obtener resultados más específicos respecto a las fuerzas.

Respecto a los materiales, al igual que con las herramientas, se recomienda trabajar con materiales más específicos, ya que el aluminio, acero y acero inoxidable se trabajaron de forma general, de poder ser, escoger tipos de cada uno de estos de manera más específica.

Para obtener resultados más cercanos a la realidad se podrían validar pruebas experimentales con el sistema de medición propuesto implementando un modelo con mediciones de vibración y/o rugosidad de las piezas de trabajo para poder evidenciar características y el comportamiento de estas piezas al momento de realizar el mecanizado.

Los resultados obtenidos fueron para un modelo de dos grados de libertad, por lo cual se recomienda realizar modelos numéricos que incluyan más grados de libertad para poder considerar efectos visco elásticos y giroscópicos en el sistema.

Se puede tener en cuenta para futuros trabajos experimentales la ductilidad de los materiales, donde el aluminio es el material más dúctil y por esto es el material más fácil de trabajar, el acero inoxidable al ser el menos dúctil es el que más fuerza proporciona por el hecho de esta propiedad y el acero fue el material intermedio para trabajar ya que no posee una ductilidad intermedia.

Se recomienda para futuras prácticas e investigaciones realizar en ensado con un sistema de medición más robusto para que los análisis de vibraciones del proceso de fresado puedan ser comparado con todos los componentes del sistema.

Bibliografía

- [1] *Cómo interpretar la página estándar de fresas integrales de metal duro.*
- [2] *Tipos de fresadoras.*
- [3] Y Altıntaş and Erhan Budak. Analytical prediction of stability lobes in milling. *CIRP annals*, 44(1):357–362, 1995.
- [4] César Ayabaca. Diseño de un sistema de indicadores para operaciones de fresado orientado a la evaluación de parámetros de sostenibilidad en entornos de industria 4.0.
- [5] Curso de Procesos de Manufactura. Fresado y taladrado.
- [6] Abhijit Ganguli. *Chatter reduction through active vibration damping*. PhD thesis, Ph. D. dissertation, Université libre de Bruxelles, Brussels, 2005.
- [7] Miguel Romera García. *Técnica de los sistemas dinámicos discretos*, volume 27. Editorial CSIC-CSIC Press, 1997.
- [8] SL Ideara. *Vibraciones mecánicas. factores relacionados con la fuente y medidas de control*, 2014.
- [9] I InvenSense. Mpu-6000 and mpu 6050 product specification revision 3.4, 2013.
- [10] Fatma Nur Kudu, Şenay Uçak, Gökhan Osmancikli, Temel Türker, and Alemdar Bayraktar. Estimation of damping ratios of steel structures by operational modal analysis method. *Journal of Constructional Steel Research*, 112:61–68, 2015.
- [11] José Maria Rico Martínez. *Sistemas vibratorios de un grado de libertad sujetos a vibración libre amortiguada.*
- [12] ROSA FABIOLA FUENTES MORALES. *Supresión de inestabilidades dinámicas (chatter) en maquinados de alta velocidad mediante la modulación de la velocidad de la herramienta de corte.* 2017.
- [13] J Munoa, X Beudaert, Z Dombovari, Y Altintas, Erhan Budak, C Brecher, and G Stepan. Chatter suppression techniques in metal cutting. *CIRP Annals*, 65(2):785–808, 2016.
- [14] F Orban. Damping of materials and members in structures. In *Journal of Physics-Conference Series*, volume 268, page 012022, 2011.
- [15] EDGAR DARIO ACOSTA PÉREZ. *Detección de inestabilidades dinámicas (chatter) en procesos de maquinados de alta velocidad mediante técnicas fractales.* 2018.

- [16] John G Proakis and Dimitris G Manolakis. *Tratamiento digital de señales*. Pearson Prentice-Hall, 2007.
- [17] Guillem Quintana and Joaquim Ciurana. Chatter in machining processes: A review. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 51(5):363–376, 2011.
- [18] LUIS FELIPE RAMIREZ JERONIMO et al. Modelado y análisis de vibraciones en el proceso de fresado. Master's thesis, Universidad Autónoma del Estado de México, 2017.
- [19] Singiresu S Rao. *Vibration of continuous systems*, volume 464. Wiley Online Library, 2007.
- [20] Xabier Sabalza, Jokin Munoa, Iban Mugica, Ramon Uribe-Etxeberria, and Rafael Lizarralde. Incremento de la capacidad productiva de las fresadoras mediante la reducción del efecto del chatter utilizando actuadores inerciales. 2004.
- [21] L Schmitz and K Smith. *Machining dynamics: Frequency response to improved productivity* (2009).
- [22] M Siddhpura and Roshun Paurobally. A review of chatter vibration research in turning. *International Journal of Machine tools and manufacture*, 61:27–47, 2012.
- [23] Glen White. Introducción al análisis de vibraciones. *USA, Azima DLI*, pages 22–29, 2010.
- [24] Julie Z Zhang and Joseph C Chen. Tool condition monitoring in an end-milling operation based on the vibration signal collected through a microcontroller-based data acquisition system. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 39(1-2):118–128, 2008.

Apéndice A

Características generales de los procesos de maquinado y tolerancias dimensionales características

Proceso	Características	Tolerancias dimensionales características, \pm mm (pulgadas)
Torneado	Operaciones de torneado y careado (refrentado) en todos los tipos de materiales, utiliza herramientas de una sola punta o de forma, los tornos mecánicos requieren mano de obra experta, baja velocidad de producción (pero velocidad media a alta con tornos de torreta y máquinas automáticas) que requiere mano de obra menos experta.	Fino: 0.025–0.13 (0.001–0.005) Basto: 0.13 (0.005)
Mandrinado	Superficies o perfiles internos con características similares al torneado, es importante la rigidez de la barra para mandrinar para evitar traqueteo.	0.025 (0.001)
Taladrado	Orificios redondos de varios tamaños y profundidades, alta velocidad de producción, la mano de obra calificada se requiere dependiendo de la ubicación de los orificios y la precisión especificada, requiere mandrinado y escariado para mejorar precisión.	0.075 (0.003)
Fresado	Gran variedad de formas que comprenden contornos, superficies planas y ranuras; versátil; velocidad de producción baja a media; requiere mano de obra calificada.	0.13–0.25 (0.005–0.01)
Planeado	Superficies planas grandes y perfiles de contornos rectos en piezas de trabajo largas, producción de bajas cantidades, la mano de obra calificada se requiere dependiendo de la forma de la parte.	0.08–0.13 (0.003–0.005)
Cepillado de mesa fija	Superficies planas y perfiles de contornos rectos en piezas de trabajo relativamente pequeñas, producción de bajas cantidades, la mano de obra calificada se requiere dependiendo de la forma de la parte.	0.05–0.13 (0.002–0.003)
Brochado	Superficies internas y externas, ranuras y contornos; buen acabado superficial; herramientas costosas; alta velocidad de producción; la mano de obra calificada se requiere dependiendo de la forma de la parte.	0.025–0.15
Aserrado	Cortes rectos y de contornos en formas planas o estructurales; no adecuado para materiales duros, a menos que la sierra tenga dientes de carburo o estén recubiertos con diamante, baja velocidad de producción, por lo general se requiere mano de obra poco calificada.	0.8

Apéndice B

Modelamiento dinámico del sistema

Un sistema dinámico es un sistema cuyo comportamiento varia con el tiempo, este se puede determinar obteniendo los limites, relaciones y la relación del sistema lo cual sirve para poder modelarlo y representar la estructura del mismo sistema. Estos sistemas de pueden clasificar de la siguiente manera:

Clasificación de los sistemas dinámicos

Sistemas dinámicos discretos: Los sistemas dinámicos discretos se representan con ecuaciones en diferencia de la forma

$$x_{k+1} = F(x_k), k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{B.1})$$

donde el conjunto de variables se expresa en variables de estado [7]

Sistemas dinámicos continuos: Los sistemas dinámicos continuos se representan con ecuaciones diferenciales ordinarias las cuales se pueden representar como

$$\dot{x} = F(x) \quad (\text{B.2})$$

por ejemplo, en dinámica poblacional, en la que se estudia la evolución de una población con el paso de los días, años o generaciones.

Sistemas dinámicos autonomos y no autonomos: Se dice que un sistema dinámico es autónomo cuando este se representa con la ecuación B.2 al igual que un sistema dinámico continuo.

Un sistema dinámico no es autónomo cuando este se representa con la ecuación

$$\dot{x} = F(x, t) \quad (\text{B.3})$$

Donde podemos ver que la ecuación B.2 no depende de un comportamiento forzado externo mientras que la ecuación B.3 si

Sistemas dinámicos con linealidad y sin linealidad: Se dice que un sistema dinámico cumple linealidad si este cumple la siguiente expresión:

$$\dot{x} = F(ax + by) = aF(x) + bF(Y) \quad (\text{B.4})$$

En caso de que la ecuación B.4 no se cumpla, el sistema es no lineal. En otras palabras, si la función B.4 cumple con el principio de superposición

Apéndice C

Modelo de Fresado de dos Grados de Libertad

Se tiene que $h(\phi_i)$ es dependiente del ángulo de corte de los dientes de la pieza por lo cual tenemos:

$$h(\phi_i) = [\Delta x(t) \sin \phi(t) + \Delta y(t) \cos \phi(t)]g(\phi_i(t)) \quad (\text{C.1})$$

Donde:

- $g(\phi_i(t))$ se expresa en la ecuación 2.20
- $\Delta x(t)$ y $\Delta y(t)$ se definen como la diferencia entre el corte actual y el corte anterior en sus respectivos eje, esto se expresa de la siguiente manera:

Para el eje x:

$$\Delta x(t) : x(t) - x(t - \tau) \quad (\text{C.2})$$

Para el eje y:

$$\Delta y(t) : y(t) - y(t - \tau) \quad (\text{C.3})$$

donde τ se define en la ecuación 2.15

Si se reemplazan los coeficientes de las ecuaciones C.2 y C.3 y la expresión hallada en C.1 en las expresiones 2.25 y 2.26 por medio de razones trigonométricas del producto de una suma, podemos obtener lo siguiente:

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} a K_t \begin{pmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta y(t) \end{pmatrix} \quad (\text{C.4})$$

Una vez obtenida la expresión C.4, se definen los coeficientes a_{xx} a_{xy} a_{yx} a_{yy} :

$$a_{xx} = \sum_{i=1}^N -g(\phi_i(t))[\sin 2\phi_i + K_n(1 - \cos 2\phi_i)] \quad (C.5)$$

$$a_{xy} = \sum_{i=1}^N -g(\phi_i(t))[(1 + \cos 2\phi_i) + K_n \sin 2\phi_i] \quad (C.6)$$

$$a_{yx} = \sum_{i=1}^N g(\phi_i(t))[(1 - \cos 2\phi_i) - K_n \sin 2\phi_i] \quad (C.7)$$

$$a_{yy} = \sum_{r=-\infty}^{\infty} g(\phi_i(t))[\sin 2\phi_i - K_n(1 + \cos 2\phi_i)] \quad (C.8)$$

Una forma de reducir o de expresar la ecuación C.4 de manera diferente es:

$$F(t) = \frac{1}{2}aK_t D(t)\Delta(t) \quad (C.9)$$

Donde:

- $\Delta(t) = [\Delta x(t)\Delta y(t)]^T$
- $D(t) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} D_r e^{irwt}$

en el que D(t) es la rotación de la herramienta y también el periodo en el que el diente hace su ciclo.

De esta última, definimos r como el número de armónicos, w como la frecuencia del ciclo del diente para tener un valor preciso de D(t) y la cual también depende del tipo de corte y del número de dientes como lo definen en [3] donde nos recomienda tomar un valor de $r=0$, por lo cual:

$$D_t = \frac{1}{T} \int_0^T D(t)dt \quad (C.10)$$

Teniendo en cuenta esto, en [3] nos sugiere tomar $g(\phi_i) = 1$, también se tiene un ángulo de paso $\phi_p = \frac{2\pi}{N}$ por lo cual tenemos que el valor promedio para D(t) es:

$$D_0 = \frac{1}{\phi_p} \int_{\phi_{ia}}^{\phi_{oa}} D(\phi)d\phi = \frac{N}{2\pi} \begin{pmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{pmatrix} \quad (C.11)$$

Donde:

- ϕ_{ia} es el valor angular de entrada de la herramienta
- ϕ_{oa} es el valor angular de salida de la herramienta

Y los coeficientes de la matriz se definen como:

$$\alpha_{xx} = \frac{1}{2}[\cos 2\phi - 2K_n\phi + K_n \sin 2\phi]_{\phi_{ia}}^{\phi_{oa}} \quad (\text{C.12})$$

$$\alpha_{xy} = \frac{1}{2}[-\sin 2\phi - 2\phi + K_n \cos 2\phi]_{\phi_{ia}}^{\phi_{oa}} \quad (\text{C.13})$$

$$\alpha_{yx} = \frac{1}{2}[-\sin 2\phi + 2\phi + K_n \cos 2\phi]_{\phi_{ia}}^{\phi_{oa}} \quad (\text{C.14})$$

$$\alpha_{yy} = \frac{1}{2}[-\cos 2\phi - 2K_n\phi - K_n \sin 2\phi]_{\phi_{ia}}^{\phi_{oa}} \quad (\text{C.15})$$

Definidos los coeficientes, podemos reemplazar el valor promedio D_0 por $D(t)$ en la ecuación C.10 para obtener:

$$F(t) = \frac{1}{2}aK_tD_0\Delta(t) \quad (\text{C.16})$$

Una vez obtenidas nuestras ecuaciones, podemos obtener una expresión para la dinámica del sistema la cual está representada en la ecuación 2.21 y 2.22 para dos grados de libertad obtenemos:

$$m\ddot{w}(t) + c\dot{w}(t) + kw(t) = \frac{1}{2}aK_tD_0\Delta(t) \quad (\text{C.17})$$

Donde:

$$w = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} m = \begin{pmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{pmatrix} c = \begin{pmatrix} c_x & 0 \\ 0 & c_y \end{pmatrix} k = \begin{pmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{pmatrix} \quad (\text{C.18})$$

Otra forma de escribir la ecuación C.18 es por el espacio de estados, por consiguiente tenemos el siguiente modelo:

$$\begin{aligned} x_1 &= x(t) & \dot{x}_1 &= \dot{x}(t) = x_2 \\ x_2 &= \dot{x}(t) & \dot{x}_2 &= \ddot{x}(t) \\ x_3 &= y(t) & \dot{x}_3 &= \dot{y}(t) = x_4 \\ x_4 &= \dot{y}(t) & \dot{x}_4 &= \ddot{y}(t) \end{aligned}$$

En donde $\ddot{x}(t)$ y $\ddot{y}(t)$ se pueden expresar como:

$$\ddot{x}(t) = -\frac{c_x}{m_x}x_2 - \frac{k_x}{m_x}x_1 + \frac{ak_tN}{4\pi m_x}\alpha_{xx}(x_1 - x_1(t-\tau)) + \frac{ak_tN}{4\pi m_x}\alpha_{xy}(x_3 - x_3(t-\tau)) \quad (\text{C.19})$$

$$\ddot{y}(t) = -\frac{c_y}{m_y}x_4 - \frac{k_y}{m_y}x_3 + \frac{ak_tN}{4\pi m_y}\alpha_{yx}(x_1 - x_1(t-\tau)) + \frac{ak_tN}{4\pi m_y}\alpha_{yy}(x_3 - x_3(t-\tau)) \quad (\text{C.20})$$

Teniendo el modelo de espacio de estados, lo podemos expresar de la siguiente forma:

$$\dot{x} = A_0 x(t) + A_1 x(t - \tau) \quad (\text{C.21})$$

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_x}{m_x} + \frac{ak_t N}{4\pi m_x} \alpha_{xx} & -\frac{c_x}{m_x} & \frac{ak_t N}{4\pi m_x} \alpha_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{ak_t N}{4\pi m_y} \alpha_{yx} & 0 & -\frac{k_y}{m_y} + \frac{ak_t N}{4\pi m_y} \alpha_{yy} & -\frac{c_y}{m_y} \end{pmatrix} \quad (\text{C.22})$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{ak_t N}{4\pi m_x} \alpha_{xx} & 0 & -\frac{ak_t N}{4\pi m_x} \alpha_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{ak_t N}{4\pi m_y} \alpha_{yx} & 0 & -\frac{ak_t N}{4\pi m_y} \alpha_{yy} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.23})$$

De lo cual, reemplazando las ecuaciones C.22 y C.23 en la expresión C.21 obtenemos nuestro modelo de dos grados de libertad definitivo.

Apéndice D

Programa diagramas de estabilidad

```
clc;
clear all;

%% Modelado
N=;

%% Coeficientes de cortes (características del material)
kr=; % Radial
kt=; % Tangencial

%% Rigidez direccional
kx=;
ky=;

%% Factor de amortiguamiento
zeta_x=;
zeta_y=;

%% Masa (masa de la herramienta/2)
mx=;
my=;

%% Frecuencias naturales (sqrt(k/m))
omegan_x=sqrt(kx/mx);
omegan_y=sqrt(ky/my);
%% Angulos (característica de la herramienta)
phi_e=*pi/180; % Entrada
phi_s=*pi/180; % Salida

%% Vector de frecuencia
f=[0:1:800]; % Vector de frecuencia y frecuencia natural
omega=2*pi*f; % Frecuencia

%% Coeficientes de corte direccionales
alpha_xx = 0.5*(cos(2*phi_s)-
2*kr*phi_s+kr*sin(2*phi_s))-0.5*(cos(2*phi_e)-
2*kr*phi_e+kr*sin(2*phi_e))
alpha_xy = 0.5*(-sin(2*phi_s)-2*phi_s+kr*cos(2*phi_s))-
0.5*(-sin(2*phi_e)-2*phi_e+kr*cos(2*phi_e))
alpha_yx = 0.5*(-sin(2*phi_s)+2*phi_s+kr*cos(2*phi_s))-
0.5*(-sin(2*phi_e)+2*phi_e+kr*cos(2*phi_e))
alpha_yy = 0.5*(-cos(2*phi_s)-2*kr*phi_s-
kr*sin(2*phi_s))-0.5*(-cos(2*phi_e)-2*kr*phi_e-
kr*sin(2*phi_e))
```



```

%% Funcion transferencia herramienta
Gx=((omegan_x)^2./(kx*((omega*1i).^2+2*zeta_x*omegan_x*o
mega*1i+(omegan_x)^2)))
Gy=((omegan_y)^2./(ky*((omega*1i).^2+2*zeta_y*omegan_y*o
mega*1i+(omegan_y)^2)))

%% Calculo autovalores
a0=Gx.*Gy*(alpha_xx*alpha_yy-alpha_xy*alpha_yx)
a1=alpha_xx*Gx+alpha_yy*Gy
Lambda1=- (a1-sqrt((a1.^2)-4*a0))./(2*a0)
Lambda2=- (a1+sqrt((a1.^2)-4*a0))./(2*a0)
kappa1=imag(Lambda1)./real(Lambda1)
kappa2=imag(Lambda2)./real(Lambda2)
Lambda_real=real(Lambda1)
psi=atan(kappa1)
epsilon=pi-2*psi
a_c=- (2*pi*Lambda_real).*(1+kappa1.^2)/(N*kt)

%% Diagrama de lobulos
for p=0:10
    T=((2*p*pi)+epsilon)./omega
    n=60./(N*T)
    figure(1);
    plot(n,1000*a_c,'r.')
    hold on
    axis([0 35000 0 20])
    grid on;
title('Diagrama l6bulos proceso de fresado')
xlabel('Velocidad de herramienta [rpm]');
ylabel('Profundidad de corte [mm]');
end

```

Apéndice E

Programa transformadas de Fourier

```
%% Fourier
clc
clear all
%% Constantes
N=2;
fs = 10;
T= 1/fs;
l = 6000;
t= (0:l-1)*T;
angulo_entrada=pi;
kn=43.76;
kt=

%% Puntos

%A
prof_a=          % Profundidad del punto seleccionado
vel_a=          % Velocidad del punto seleccionado
Tau_A=60/N*vel_a;
wg_A=1/Tau_A;
fre_A=kt*prof_a*sin(wg_A*t)
fte_A=kt*kn*sin(wg_A*t);
S_A = -fte_A.*cos(angulo_entrada) -
fre_A.*sin(angulo_entrada);

%B
prof_B=          % Profundidad del punto seleccionado
vel_B=          % Velocidad del punto seleccionado
Tau_B=60/N*vel_B;
wg_B=1/Tau_B;
fre_B=kt*prof_B*sin(wg_B*t)
fte_B=kt*kn*sin(wg_B*t);
S_B = -fte_B.*cos(angulo_entrada) -
fre_B.*sin(angulo_entrada);

%C
prof_C=          % Profundidad del punto seleccionado
vel_C=          % Velocidad del punto seleccionado
Tau_C=60/N*vel_C;
wg_C=1/Tau_C;
fre_C=kt*prof_C*sin(wg_C*t)
fte_C=kt*kn*sin(wg_C*t);
S_C = -fte_C.*cos(angulo_entrada) -
fre_C.*sin(angulo_entrada);
```

```

%D
prof_D=          % Profundidad del punto seleccionado
vel_D=          % Velocidad del punto seleccionado
Tau_D=60/N*vel_D;
wg_D=1/Tau_D;
fre_D=kt*prof_D*sin(wg_D*t)
fte_D=kt*kn*sin(wg_D*t);
S_D = -fte_D.*cos(angulo_entrada) -
fre_D.*sin(angulo_entrada);

%% Acelerometro
k_x = 9.82e6;
c_x = 0.8;
num1 = 1;
den1 = [1 c_x k_x];
A1 = tf(num1, den1);
bode(A1)
title('Acelerometro')

%% Voltaje
%A
m_x=0.05;
s=tf('s');
G=[m_x*s^2+c_x*s+k_x];
H=inv(G);
Ha=s^2*H;
Z=A1*H;
sm_A=lsim(S_A,t,Z)

%B
m_x=0.05;
s=tf('s');
G=[m_x*s^2+c_x*s+k_x];
H=inv(G);
Ha=s^2*H;
Z=A1*H;
sm_B=lsim(S_B,t,Z)

```

```

%C
m_x=0.05;
s=tf('s');
G=[m_x*s^2+c_x*s+k_x];
H=inv(G);
Ha=s^2*H;
Z=A1*H;
sm_C=lsim(S_C,t,Z)

%D
m_x=0.05;
s=tf('s');
G=[m_x*s^2+c_x*s+k_x];
H=inv(G);
Ha=s^2*H;
Z=A1*H;
sm_D=lsim(S_D,t,Z)

%% Transformada de Fourier procesos de fresado
%A
f_m_A = fft(sm_A);
P4_A = abs(f_m_A/1);
P3_A = P4_A(1:l/2+1);
P3_A(2:end-1) = 2*P3_A(2:end-1);
f1 = fs*(0:(l/2))/1;

%B
f_m_B = fft(sm_B);
P4_B = abs(f_m_B/1);
P3_B = P4_B(1:l/2+1);
P3_B(2:end-1) = 2*P3_B(2:end-1);
f1 = fs*(0:(l/2))/1;

%C
f_m_C = fft(sm_C);
P4_C = abs(f_m_C/1);
P3_C = P4_C(1:l/2+1);
P3_C(2:end-1) = 2*P3_C(2:end-1);
f1 = fs*(0:(l/2))/1;

```

```
%D
f_m_D = fft(sm_D);
P4_D = abs(f_m_D/l);
P3_D = P4_D(1:l/2+1);
P3_D(2:end-1) = 2*P3_D(2:end-1);
f1 = fs*(0:(l/2))/l;

%% Graficas Fourier
plot(f1,P3_A,'DisplayName','Punto A')
hold on
plot(f1,P3_B,'DisplayName','Punto B')
hold on
plot(f1,P3_C,'DisplayName','Punto C')
hold on
plot(f1,P3_D,'DisplayName','Punto D')
title('Fourier proceso acero inoxidable fresa dos
filos')
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Amplitud')
lgd = legend;
lgd.NumColumns = 1;
```

Apéndice F

Programa para el sensor Mpu6050

```
clc;
clear all;

hold all
a = arduino('COM2', 'Uno');
mpu = i2cdev(a, '0x68');
writeRegister(mpu, hex2dec('B6'), hex2dec('00'),
'int16');
data = zeros(10000,14,'int8');
j = 1;
a1 = animatedline('Color',[1 0 0]);
a2 = animatedline('Color',[0 1 0]);
a3 = animatedline('Color',[0 0 1]);
legend('Accel_x','Accel_y','Accel_z')

while(true)
    x=1;
    for i=59:72
        data(j,x) = readRegister(mpu, i, 'int8');
        x = x + 1;
    end
    y = swapbytes(typecast(data(j,:), 'int16'))
    addpoints(a1,j,double(y(1)));
    addpoints(a2,j,double(y(2)));
    addpoints(a3,j,double(y(3)));
    j = j+1;
end
```