



# **Desarrollo de un modelo de elementos finitos del conjunto herramienta-sujeción, para su caracterización dinámica en el análisis de vibraciones en el proceso de fresado**

**Fausto Alberto Arango Mantilla  
Felipe Casas Estévez**

Universidad Antonio Nariño  
Facultad de Ingeniería Mecánica, Electrónica y Biomédica  
Bogotá D.C, Colombia  
2021



# **Desarrollo de un modelo de elementos finitos del conjunto herramienta-sujeción, para su caracterización dinámica en el análisis de vibraciones en el proceso de fresado**

**Fausto Alberto Arango Mantilla  
Felipe Casas Estévez**

Proyecto de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:  
**Ingeniero Mecánico**

Director (a):  
PhD. Diego Calero Arellano

Línea de Investigación:  
Diseño mecánico y análisis de vibraciones.

Universidad Antonio Nariño  
Facultad de Ingeniería Mecánica, Electrónica y Biomédica  
Bogotá D.C, Colombia  
2021



# Agradecimientos

Le agradecemos principalmente a cada uno de nuestros padres, los cuales nos han apoyado, motivado y enseñado a que las metas se logran trabajando día a día con esfuerzo y sacrificio.

También se agradece al ingeniero Diego Calero Arellano por su esfuerzo, paciencia, tiempo y entrega de todo su conocimiento para lograr el desarrollo de este proyecto de grado.

Y por último agradecer a los demás familiares como son hermanos, esposa, abuela y a Dios por permitirnos culminar nuestra carrera y estar cada vez más cerca de ella.



# Resumen

En este trabajo de grado terminado, se realizó una verificación de resultados y se planteó una solución propia del comportamiento dinámico del conjunto herramienta sujeción por un MEF, mencionando las regiones de estabilidad adecuadas para evitar el Chatter en el acabado superficial en los procesos de fresado y obtener el respectivo análisis de las fuerzas externas por medio de una simulación en ANSYS, para un proceso de fresado frontal.

En este estudio, se verifica el comportamiento modal para determinar la relación del movimiento dinámico en la herramienta, actuando como un esfuerzo de tensión. Adicional se realizó el análisis armonio en frecuencias naturales para diferentes tipos de contactos, para determinar las regiones donde se produce resonancia y anti-resonancia en el sistema. Teniendo en cuenta que el tipo de contacto de la herramienta y portaherramientas interactúa como un contacto de fricción, resorte y rígido en función de una fuerza.

Aplicar las fuerzas externas sobre los filos de la herramienta se obtienen resultados sobre la deformación en la cara de la herramienta y la deformación direccional en la componente  $(x, y)$ , dando una solución a la detención de Chatter que se produce a ciertas frecuencias de oscilación produciendo resonancia cuando la herramienta genera corte en la pieza de trabajo y analizando las regiones más estables. Donde el acero al carbón es el material más significativo por sus propiedades mecánicas produciendo un mayor desplazamiento.

**Palabras clave:** Chatter, Vibraciones, MEF (Modelo de Elementos Finitos), Fresado, Porta-herramienta, Modelo.

# Abstract

In this finished grade work, a verification of the results was carried out and an own solution of the dynamic behavior of the clamping tool assembly was proposed by a FEM, mentioning the adequate stability regions to avoid the Chatter in the surface finish in the milling processes and Obtain the respective analysis of external forces by means of a simulation in ANSYS, for a face milling process.

In this study, the modal behavior is verified to determine the relationship of the dynamic movement in the tool, acting as a tensile stress. Additionally, the harmonium analysis was carried out in natural frequencies for different types of contacts, to determine the regions where resonance and anti-resonance occurs in the system. Taking into account that the type of contact of the tool and tool holder interacts as a friction, spring and rigid contact as a function of a force.

Applying external forces on the edges of the tool gives results on the deformation in the face of the tool and the directional deformation in the component  $(x, y)$ , giving a solution to the Chatter stop that occurs at certain frequencies of oscillation producing resonance when the tool generates cut in the piece of work and analyzing the most stable regions. Where steel is the most significant material for its mechanical properties producing a greater displacement.

**Keywords:** Chatter, Vibrations, FEM (Finite Element Model), Milling, Tool holder, Model



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>- 15 -</b>
1.1 Definición del problema	- 20 -
1.2 Justificación	- 21 -
1.3 Objetivos	- 22 -
1.3.1 General	- 22 -
1.3.2 Específicos	- 22 -
<b>2. Marco teórico</b>	<b>- 23 -</b>
2.1 Proceso de fresado	- 23 -
2.1.1 Proceso de maquinado	- 24 -
2.1.2 Fresadoras y herramientas	- 26 -
2.1.3 Configuraciones	- 27 -
2.2 Vibraciones mecánicas	- 29 -
2.2.1 Sistema de un grado de libertad	- 31 -
2.2.2 Sistema de dos grados de libertad	- 32 -
2.2.3 Análisis modal	- 34 -
2.2.4 Análisis de respuesta en frecuencia	- 35 -
2.3 Chatter en procesos de fresado	- 36 -
2.3.1 Estabilidad en procesos de maquinado	- 37 -
2.3.2 Estabilidad en procesos de fresado frontal	- 38 -
2.4 Análisis de elementos finitos	- 39 -
2.4.1 Tipos de elementos	- 40 -
2.4.2 Análisis dinámico en el dominio del tiempo	- 42 -
<b>3. Metodología</b>	<b>- 44 -</b>
3.1 Selección del tipo de proceso de fresado	- 45 -
3.1.1 Parámetros recomendados por el fabricante	- 47 -
3.1.2 Parámetros seleccionados para el desarrollo del modelo	- 48 -
3.1.3 Simulación de las fuerzas en el tiempo	- 51 -
3.2 Definición de la geometría del conjunto herramienta–sujeción	- 54 -
3.3 Desarrollo del estudio en frecuencia para el modelo por el MEF	- 58 -
3.3.1 Estudio de frecuencia en SolidWorks®	- 58 -
3.3.2 Estudio de frecuencia en Ansys Student®	- 62 -
3.4 Análisis de diferentes tipos de contacto	- 65 -
3.4.1 Contacto de tipo friccional	- 66 -
3.4.2 Contacto rígido	- 67 -
3.4.3 Contacto de resorte	- 68 -
3.5 Análisis de diferentes tipos de interacción entre herramienta y pieza de trabajo	- 70 -
3.5.1 Análisis en respuesta armónica de las fuerzas variables en el tiempo	- 70 -
3.5.2 Análisis en respuesta dinámica de las fuerzas variables en el tiempo	- 71 -
<b>4. Resultados y Análisis</b>	<b>- 74 -</b>

4.1	Análisis de convergencia para el estudio de frecuencia en la selección del tamaño de malla y nodos. ....	- 74 -
4.2	Análisis Modal con diferentes tipos de contacto. ....	- 76 -
4.3	Análisis en respuesta armónica con diferentes tipos de contacto. ....	- 84 -
4.4	Análisis en desplazamiento total para la cara de la herramienta con tres hélices. ....	- 96 -
4.4.1	Análisis en desplazamiento total con profundidad de 5 mm y 10 mm a una velocidad de 2000 RPM .....	- 97 -
4.4.2	Análisis en desplazamiento total con profundidad de 5 mm y 10 mm a una velocidad de 10000 RPM. ....	- 99 -
4.4.3	Análisis en desplazamiento total con profundidad de 5 mm y 10 mm a una velocidad de 20000 RPM. ....	- 101 -
4.5	Análisis en desplazamiento direccional en la cara de la herramienta. ....	- 104 -
4.5.1	Análisis en desplazamiento direccional sobre los ejes (X, Y) a una profundidad 10 mm y una velocidad de 2000 RPM. ....	- 105 -
4.5.2	Análisis en desplazamiento direccional sobre los ejes (X, Y) a una profundidad de 10 mm a 10000 RPM .....	- 108 -
4.5.3	Análisis en desplazamiento direccional sobre los ejes (X, Y) a una profundidad de 10 mm a 20000 RPM .....	- 110 -
4.6	Análisis de mayor desplazamiento total para el acero al carbón a una velocidad de 2000 RPM, 10000 RPM y 20000 RPM con profundidad de 5 mm y 10 mm. ....	- 112 -
4.7	Análisis de mayor desplazamiento direccional para el acero al carbón en la dirección (Y, X) a velocidad de 2000 RPM, 10000 RPM, 20000 RPM con una profundidad de 10 mm. ....	- 114 -
<b>5.</b>	<b>Conclusiones y Recomendaciones</b> .....	<b>- 116 -</b>
5.1	Conclusiones .....	- 116 -
5.2	Recomendaciones y trabajos futuros .....	- 119 -
	<b>Bibliografía</b> .....	<b>- 120 -</b>
	<b>Anexos</b> .....	<b>- 125 -</b>

# Índice de figuras

<b>Figura 1.</b> Ejemplo de montaje Herramienta - sujeción. ....	- 15 -
<b>Figura 2.</b> Diagrama de estabilidad profundidad de corte en función a la velocidad de giro. ....	- 18 -
<b>Figura 3.</b> Proceso de Fresado Frontal. ....	- 23 -
<b>Figura 4.</b> Componentes para el fresado frontal. ....	- 24 -
<b>Figura 5.</b> Componentes de las Fuerzas de corte. ....	- 25 -
<b>Figura 6.</b> Fuerza de corte en función del tiempo. ....	- 26 -
<b>Figura 7.</b> Partes de la fresadora vertical. ....	- 27 -
<b>Figura 8.</b> Partes de la herramienta de corte (A) Mango, (B) Angulo de hélice, (C) Labio, (D) Diámetro, (E) Longitud de corte, (F) Longitud total. ....	- 27 -
<b>Figura 9.</b> Tipos de fresado a) Contorneado, b) Fresado frontal, c) Ranurado, d) Penetración, e) Fresado en rampa. ....	- 28 -
<b>Figura 10.</b> Geometría de fresas con punta redonda y punta plana. ....	- 29 -
<b>Figura 11.</b> Esquema de los sistemas dinámicos vibratorios. ....	- 30 -
<b>Figura 12.</b> Sistemas vibratorios amortiguados y no amortiguados. ....	- 31 -
<b>Figura 13.</b> Sistemas con un grado de libertad. ....	- 32 -
<b>Figura 14.</b> Sistemas con dos grados de libertad. ....	- 33 -
<b>Figura 15.</b> Sistema amortiguado con dos grados de libertad. ....	- 33 -
<b>Figura 16.</b> Modelo de dos grados de libertad con: a) Dos masas se conectan en serie por dos resortes, b) Una masa con doble resorte. ....	- 34 -
<b>Figura 17.</b> Resultados de frecuencias con sus respectivos Modos. ....	- 35 -
<b>Figura 18.</b> Sobre picos en frecuencias específicas. ....	- 35 -
<b>Figura 19.</b> Chatter producido en un proceso de fresado en una herramienta de cuatro hélices. ....	- 37 -
<b>Figura 20.</b> Regiones de estabilidad para dos grados de libertad en el fresado frontal. .	- 38 -
<b>Figura 21.</b> Herramienta de corte estudiada con análisis de elementos finitos. ....	- 39 -
<b>Figura 22.</b> Elementos de una malla. ....	- 40 -
<b>Figura 23.</b> Principales tipos de elementos: a) unidimensionales, b) bidimensionales, c) tridimensionales. ....	- 41 -

<b>Figura 24.</b> Discretización de malla.....	- 42 -
<b>Figura 25.</b> Tipos de estudio dinámicos en ANSYS. ....	- 43 -
<b>Figura 26.</b> Dimensiones fresa frontal Z3.....	- 46 -
<b>Figura 27.</b> Portaherramientas Weldon para fresa frontal. ....	- 47 -
<b>Figura 28.</b> Fuerzas aplicadas en A) Primer filo, B) Segundo filo y C) Tercer filo...-	53 -
<b>Figura 29.</b> Fuerzas para el acero al carbón a velocidad 2000 RPM.....	- 54 -
<b>Figura 30.</b> Geometría de fresas con a) dos hélices, b) tres hélices, c) cuatro hélices...-	55 -
<b>Figura 31.</b> Fresa de tres hélices. ....	- 56 -
<b>Figura 32.</b> Husillo .....	- 56 -
<b>Figura 33.</b> Husillo-herramienta de una sola pieza.....	- 57 -
<b>Figura 34.</b> Ensamble de husillo-herramienta .....	- 57 -
<b>Figura 35.</b> Estudio de frecuencia.....	- 58 -
<b>Figura 36.</b> Creación de malla. ....	- 59 -
<b>Figura 37.</b> Primer modo de vibración en el estudio de frecuencia en SolidWorks...-	59 -
<b>Figura 38.</b> Segundo modo de vibración en el estudio de frecuencia en SolidWorks-	60 -
<b>Figura 39.</b> Tercer modo de vibración en el estudio de frecuencia en SolidWorks...-	60 -
<b>Figura 40.</b> Cuarto modo de vibración en el estudio de frecuencia en SolidWorks...-	61 -
<b>Figura 41.</b> Quinto modo de vibración en el estudio de frecuencia en SolidWorks...-	61 -
<b>Figura 42.</b> Estudio Modal. ....	- 62 -
<b>Figura 43.</b> Sujeción fija.....	- 63 -
<b>Figura 44.</b> Tamaño de malla.....	- 63 -
<b>Figura 45.</b> Primer modo de vibración en el estudio de frecuencia en Ansys. ....	- 64 -
<b>Figura 46.</b> Segundo modo de vibración en el estudio de frecuencia en Ansys. ....	- 64 -
<b>Figura 47.</b> Tercer modo de vibración en el estudio de frecuencia en Ansys. ....	- 64 -
<b>Figura 48.</b> Cuarto modo de vibración en el estudio de frecuencia en Ansys.....	- 64 -
<b>Figura 49.</b> Quinto modo de vibración en el estudio de frecuencia en Ansys. ....	- 65 -
<b>Figura 50.</b> Contacto entre husillo-herramienta.....	- 66 -
<b>Figura 51.</b> Contacto de tipo friccional. ....	- 67 -
<b>Figura 52.</b> Contacto de tipo rígido. ....	- 68 -
<b>Figura 53.</b> Contacto por resorte.....	- 69 -
<b>Figura 54.</b> Aplicación de la fuerza variable en el tiempo en respuesta armonica. ...-	70 -
<b>Figura 55.</b> Fuerza aplicada para el análisis de respuesta armónica. ....	- 71 -
<b>Figura 56.</b> Fuerza aplicada en el primer filo.....	- 72 -

<b>Figura 57.</b> Fuerza aplicada en el segundo filo. ....	- 72 -
<b>Figura 58.</b> Fuerza aplicada en el tercer filo. ....	- 72 -
<b>Figura 59.</b> Estudio del comportamiento para el tercer y cuarto modo. ....	- 74 -
<b>Figura 60.</b> Primer modo de vibración por contacto friccional. ....	- 77 -
<b>Figura 61.</b> Segundo modo de vibración por contacto friccional. ....	- 77 -
<b>Figura 62.</b> Tercer modo de vibración por contacto friccional. ....	- 78 -
<b>Figura 63.</b> Cuarto modo de vibración por contacto friccional. ....	- 78 -
<b>Figura 64.</b> Quinto modo de vibración por contacto friccional. ....	- 78 -
<b>Figura 65.</b> Sexto modo de vibración por contacto friccional.....	- 78 -
<b>Figura 66.</b> Primer modo de vibración por contacto resorte. ....	- 80 -
<b>Figura 67.</b> Segundo modo de vibración por contacto resorte. ....	- 80 -
<b>Figura 68.</b> Tercer modo de vibración por contacto resorte. ....	- 80 -
<b>Figura 69.</b> Cuarto modo de vibración por contacto resorte.....	- 80 -
<b>Figura 70.</b> Quinto modo de vibración por contacto resorte. ....	- 81 -
<b>Figura 71.</b> Sexto modo de vibración por contacto resorte.....	- 81 -
<b>Figura 72.</b> Primer modo de vibración por contacto rígido. ....	- 82 -
<b>Figura 73.</b> Segundo modo de vibración por contacto rígido.....	- 82 -
<b>Figura 74.</b> Tercer modo de vibración por contacto rígido.....	- 83 -
<b>Figura 75.</b> Cuarto modo de vibración por contacto rígido. ....	- 83 -
<b>Figura 76.</b> Quinto modo de vibración por contacto rígido. ....	- 83 -
<b>Figura 77.</b> Sexto modo de vibración por contacto rígido.....	- 83 -
<b>Figura 78.</b> Amplitud vs Frecuencia en respuesta armónica contacto friccional. ....	- 85 -
<b>Figura 79.</b> Angulo de fase vs Frecuencia en respuesta armónica contacto friccional ...	-

85 -

<b>Figura 80.</b> Frecuencia de 200 Hz en respuesta armónica. ....	- 86 -
<b>Figura 81.</b> Frecuencia de 6600 Hz en respuesta armónica. ....	- 86 -
<b>Figura 82.</b> Frecuencia de 7800 Hz en respuesta armónica. ....	- 86 -
<b>Figura 83.</b> Frecuencia de 14400 Hz en respuesta armónica. ....	- 86 -
<b>Figura 84.</b> Frecuencia de 15000 Hz en respuesta armónica. ....	- 87 -
<b>Figura 85.</b> Frecuencia de 15800 Hz en respuesta armónica. ....	- 87 -
<b>Figura 86.</b> Frecuencia de 20000 Hz en respuesta armónica. ....	- 87 -
<b>Figura 87.</b> Amplitud vs Frecuencia en respuesta armónica contacto resorte.....	- 88 -
<b>Figura 88.</b> Angulo de fase vs Frecuencia en respuesta armónica contacto resorte.-	- 89 -
<b>Figura 89.</b> Frecuencia de 200 Hz en respuesta armónica. ....	- 89 -

<b>Figura 90.</b> Frecuencia de 4000 Hz en respuesta armónica.....	- 89 -
<b>Figura 91.</b> Frecuencia de 5400 Hz en respuesta armónica.....	- 90 -
<b>Figura 92.</b> Frecuencia de 6400 Hz en respuesta armónica.....	- 90 -
<b>Figura 93.</b> Frecuencia de 9200 Hz en respuesta armónica.....	- 90 -
<b>Figura 94.</b> Frecuencia de 9400 Hz en respuesta armónica.....	- 90 -
<b>Figura 95.</b> Frecuencia de 9600 Hz en respuesta armónica.....	- 91 -
<b>Figura 96.</b> Frecuencia de 17800 Hz en respuesta armónica.....	- 91 -
<b>Figura 97.</b> Frecuencia de 18000 Hz en respuesta armónica.....	- 91 -
<b>Figura 98.</b> Frecuencia de 20000 Hz en respuesta armónica.....	- 91 -
<b>Figura 99.</b> Amplitud vs Frecuencia en respuesta armónica contacto rígido. ....	- 92 -
<b>Figura 100.</b> Angulo de fase vs Frecuencia en respuesta armónica contacto rígido.	- 93 -
<b>Figura 101.</b> Frecuencia de 200 Hz en respuesta armonica.....	- 93 -
<b>Figura 102.</b> Frecuencia de 1400 Hz en respuesta armónica.....	- 93 -
<b>Figura 103.</b> Frecuencia de 3600 Hz en respuesta armónica.....	- 94 -
<b>Figura 104.</b> Frecuencia de 7000 Hz en respuesta armónica.....	- 94 -
<b>Figura 105.</b> Frecuencia de 7600 Hz en respuesta armónica.....	- 94 -
<b>Figura 106.</b> Frecuencia de 12000 Hz en respuesta armónica.....	- 94 -
<b>Figura 107.</b> Frecuencia de 13000 Hz en respuesta armónica.....	- 95 -
<b>Figura 108.</b> Frecuencia de 13400 Hz en respuesta armónica.....	- 95 -
<b>Figura 109.</b> Frecuencia de 14000 Hz en respuesta armónica.....	- 95 -
<b>Figura 110.</b> Frecuencia de 20000 Hz en respuesta armónica.....	- 95 -
<b>Figura 111.</b> Cara de la herramienta.....	- 96 -
<b>Figura 112.</b> Desplazamiento total a velocidad 2000 (RPM) con profundidad de 5 (mm). .....	- 97 -
<b>Figura 113.</b> Desplazamiento total a velocidad 2000 (RPM) con profundidad de 10 (mm). .....	- 98 -
<b>Figura 114.</b> Desplazamiento total a velocidad 10000 (RPM) con profundidad de 5 (mm). .....	- 99 -
<b>Figura 115.</b> Desplazamiento total a velocidad 10000 (RPM) con profundidad de 10 (mm).....	- 100 -
<b>Figura 116.</b> Desplazamiento total a velocidad 20000 (RPM) con profundidad de 5 (mm). .....	- 102 -
<b>Figura 117.</b> Desplazamiento total a velocidad 20000 (RPM) con profundidad de 10 (mm).....	- 103 -

<b>Figura 118.</b> Nodo seleccionado en la cara de la herramienta.....	- 105 -
<b>Figura 119.</b> Desplazamiento direccional velocidad 2000RPM con profundidad de 10mm en Y.....	- 106 -
<b>Figura 120.</b> Desplazamiento direccional velocidad 2000RPM con profundidad de 10mm en X.....	- 107 -
<b>Figura 121.</b> Desplazamiento direccional velocidad 10000 RPM con una profundidad de 10mm en Y.....	- 108 -
<b>Figura 122.</b> Desplazamiento direccional velocidad 10000 RPM con una profundidad de 10mm en X.....	- 109 -
<b>Figura 123.</b> Desplazamiento direccional velocidad 20000 RPM con profundidad de 10mm en Y.....	- 110 -
<b>Figura 124.</b> Desplazamiento direccional velocidad 20000 RPM con profundidad de 10mm en X.....	- 111 -
<b>Figura 125.</b> Profundidad 5 mm, velocidad 2000 RPM, 10000 RPM, 20000 RPM.-	112 -
<b>Figura 126.</b> Profundidad de 10 mm, velocidad 2000 RPM, 10000 RPM, 20000 RPM. .-	113 -
<b>Figura 127.</b> Profundidad 10 mm, velocidad 2000 RPM, 10000 RPM, 20000 RPM para la dirección y. ....	- 114 -
<b>Figura 128.</b> Profundidad 10 mm, velocidad 2000 RPM, 10000 RPM, 20000 RPM para la dirección x. ....	- 115 -

# Índice de tablas

<b>Tabla 1.</b> Propiedades mecánicas de la herramienta de corte.....	- 45 -
<b>Tabla 2.</b> Resistencia mecánica y dureza para los materiales.....	- 47 -
<b>Tabla 3.</b> Parámetros recomendados por el fabricante.....	- 48 -
<b>Tabla 4.</b> Velocidad de corte estimada para el aluminio, acero al carbón y acero inoxidable. ....	- 48 -
<b>Tabla 5.</b> Fuerza específica de arrancamiento para distintos materiales. ....	- 49 -
<b>Tabla 6.</b> Fuerza de corte de la herramienta para el aluminio a cinco milímetros. ....	- 50 -
<b>Tabla 7.</b> Fuerza de corte de la herramienta para el acero al carbón a cinco milímetros. ....	- 50 -
<b>Tabla 8.</b> Fuerza de corte de la herramienta para el acero inoxidable a cinco milímetros. ....	- 50 -
<b>Tabla 9.</b> Fuerza de corte de la herramienta para el aluminio a diez milímetros. ....	- 50 -
<b>Tabla 10.</b> Fuerza de corte de la herramienta para el acero al carbón a diez milímetros. ....	- 51 -
<b>Tabla 11.</b> Fuerza de corte de la herramienta para el acero inoxidable a diez milímetros. ....	- 51 -
<b>Tabla 12.</b> Velocidades de corte en función al tiempo.....	- 52 -
<b>Tabla 13.</b> Cálculo de tiempos para velocidades de corte. ....	- 52 -
<b>Tabla 14.</b> Tercer modo en el estudio de frecuencia SolidWorks.....	- 75 -
<b>Tabla 15.</b> Tamaño de malla .....	- 75 -
<b>Tabla 16.</b> Variación porcentual de las Frecuencias Naturales en SolidWorks y ANSYS. ....	- 76 -
<b>Tabla 17.</b> Resultados análisis modal contacto friccional. ....	- 77 -
<b>Tabla 18.</b> Resultados análisis modal contacto resorte.....	- 79 -
<b>Tabla 19.</b> Resultados análisis modal contacto rígido. ....	- 82 -



# Lista de Símbolos y abreviaturas

## Símbolos con letras latinas

Símbolo	Termino
[M]	Matriz de masa
[K]	Matriz de rigidez
[C]	Matriz de amortiguamiento
$V_c$	Velocidad de corte de la herramienta
$d$	Diámetro
$N$	Velocidad del husillo
$F_c$	Fuerza de corte
$N_d$	Número de dientes
$Q$	Fuerza específica
$S_t$	sección máxima de la viruta
$P_d$	Profundidad de pasada
$A_d$	Avance por diente

---

## Símbolos con letras griegas

Símbolo	Termino
$\omega$	Velocidad angular
$\pi$	Pi
$\Theta$	Angulo de inclinación

---

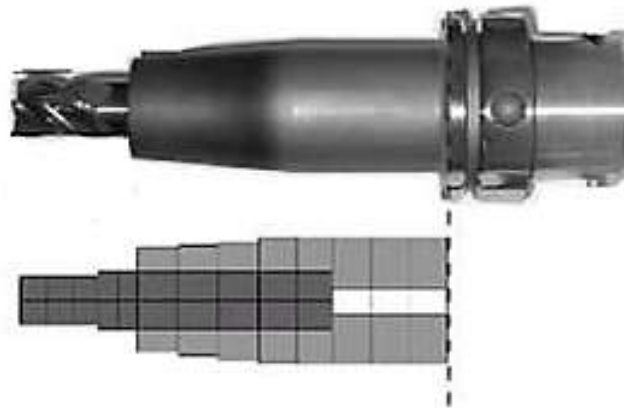
## Abreviaturas

Símbolos	Termino
MEF	Modelo de Elementos Finitos
CNC	Control Numérico Computarizado
TMD	Masas inerciales que se agregan para amortiguar el sistema y enfocar el modo crítico de ellos.
HSS	High Speed Steel
CAM	Fabricación Asistida por Computador
SLD	Stability Lobes Diagrams

# Capítulo 1

## 1.Introducción

El fresado es un proceso industrial en el cual se realiza un desbaste de material por medio de una herramienta [1]. La fresa genera una serie de numerosas virutas del material debido a su herramienta multifilar. La remoción de material requiere una combinación de parámetros como el avance, profundidad de corte, velocidad de giro, etc. [2]. Un ejemplo de montaje de herramienta-sujeción es mostrado en la Figura 1.



**Figura 1.** Ejemplo de montaje Herramienta - sujeción.  
[2]

El *Chatter* en procesos de maquinado, es un problema frecuente de inestabilidad debido a la aparición de las vibraciones. Estas vibraciones son ocasionadas por el carácter dinámico del conjunto máquina-herramienta-pieza de trabajo, en relación al borde con el filo de la herramienta que, debido a los niveles de intensidad, acelera el desgaste y causa la rotura de la herramienta [3].

El *Chatter* se caracteriza por la apariencia de diversas ondulaciones en las superficies dejadas por el paso de la herramienta, cada diente de la fresa que pasa a través del corte generando acabados superficiales deficientes, desgastes prematuros de la herramienta y ruidos excesivos debido a las amplitudes de las vibraciones [4], la aparición de este problema depende de ciertas condiciones, en especial la profundidad de corte y la velocidad del soporte de la herramienta que pueden llevar a problemas de estabilidad [8]

Las regiones de estabilidad dependen directamente de la dinámica estructural del conjunto herramienta-sujeción. Esta dinámica estructural puede ser representada por algunos modelos, entre los cuales se puede usar el modelo de elementos finitos (MEF) [3].

Los modos críticos de vibración se obtienen por los diferentes tipos de contacto en el material debido al movimiento giratorio de la herramienta a diferentes velocidad, este factor limita la productividad [5].

Algunas de las vibraciones forzadas se producen cuando hay una interfaz de la frecuencia de paso del diente y la frecuencia natural, del sistema – máquina - herramienta [3].

Los parámetros de velocidad y profundidad de corte son factores importantes para la productividad, por lo tanto, son una limitante, inclusive si se operan procesos de mecanizado en sistemas de control numérico (CNC). Por lo cual es necesario definir regiones estables de trabajo que beneficien la productividad [5].

La industria en general ha intentado determinar empíricamente regiones de trabajo variando las velocidades de corte y profundidad de acuerdo a la experiencia obtenida. Por otro lado, empresas de mecanizado como OKUMA y HAAS se han encargado de monitorear el estado de estabilidad del proceso de fresado CNC, por lo que han podido obtener mejores acabados superficiales.

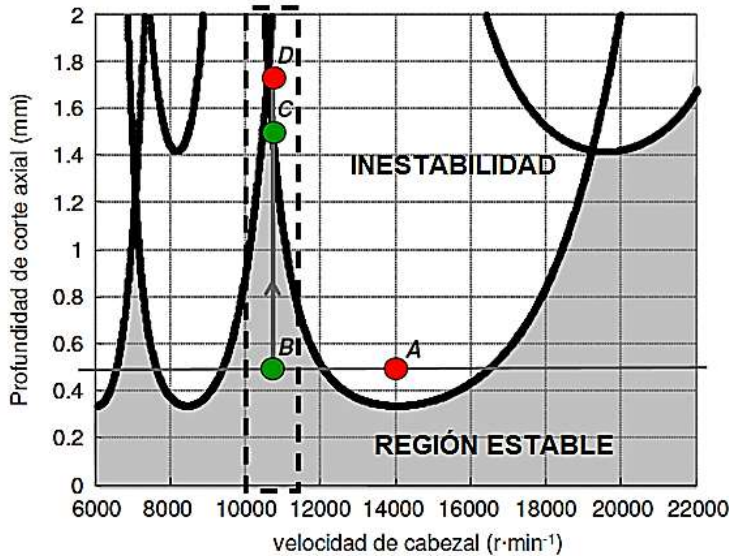
Los materiales de mayor dureza y de menor tamaño de grano permiten mejores valores de rugosidad superficial debido a que la viruta tiene una menor probabilidad de deformación plástica en la zona de corte, los valores de rugosidad son críticos por el diámetro de la herramienta y el avance de corte en el material [6].

Debido a este comportamiento, existen soluciones de carácter pasivo y carácter activo, las estrategias de carácter pasivo se enfocan en aumentar la amortiguación y la rigidez, mediante soluciones con respecto a las variaciones de amortiguadores que se dan de modo crítico, se espera una eficacia a la vibración de la herramienta con múltiples grados de libertad para obtener una amortiguación de un solo modo. Se ha podido demostrar que varias **TMD** (masas inerciales que se agregan para amortiguar el sistema y enfocar el modo crítico de ellos) dan una mejor solución y son más eficientes que solo una **TMD** [7].

Las estrategias de carácter activo se enfocan en medir ciertos parámetros vibratorios, para poder agregar una señal de entrada controlada en respuesta con un actuador. Estos actuadores consisten en la identificación de **SLD** por medio de la velocidad de corte y la profundidad que muestra **Chatter** [8]. Los actuadores se pueden clasificar en: Actuadores en serie que están ubicados dentro de la trayectoria de la fuerza de la máquina y actuadores en paralelo que están ubicados afuera de la trayectoria de la máquina [9].

Estos tipos de actuadores se basan en adicionar energía al sistema y dar una respuesta directa o modificando el sistema.

Tanto las soluciones pasivas como las activas buscan usar las caracterizar dinámicas del sistema máquina-herramienta-pieza, para determinar regiones de estabilidad en función de la profundidad de corte y la velocidad de giro de la herramienta, como se muestra en la Figura 2 [10].



**Figura 2.** Diagrama de estabilidad profundidad de corte en función a la velocidad de giro.  
[10]

En la Figura 2 se puede observar en el punto “A” la inestabilidad, punto “B” la velocidad ideal, punto “C” el valor máximo y en el punto “D” el valor crítico.

La amortiguación predice la estabilidad debido a que el establecimiento de propiedades dinámicas se ha realizado usando modelos de parámetros concentrados de diferentes grados de libertad [7] que han mostrado ser útiles cuando las condiciones de maquinado no tienen tantas direcciones a considerar.

Sin embargo, cuando se tienen condiciones de maquinado tan complejas como el fresado CNC, determinar las características dinámicas puede ser complejo debido a las geometrías y direcciones en las que se trabaja [7].

Se han aplicado diferentes alternativas para definir características dinámicas de estructuras complejas como lo son el método de elementos finitos [11], **Método de Galerkin** [12], **Método de Gamma** [13], **Método de la Semidiscretización** [14], o inclusive combinaciones de estos métodos para determinar las regiones de estabilidad en máquinas de herramientas complejas.

Se realizó un experimento que permite analizar el comportamiento del aluminio

sometido a una carga en voladizo, usando una barra en aluminio que por su diámetro y longitud permite suprimir las vibraciones, debido a las propiedades mecánicas del material [15].

Según **J. Munoa**, en los análisis experimentales se puede observar que el modelo de respuesta en frecuencia en su desarrollo se obtiene valores muy cercanos a los datos reales, determinando que la herramienta ocasiona un modo de flexión que predomina en el sistema haciendo referencia a el valor de la rigidez modal, coeficiente de rozamiento y coeficiente de elasticidad, por lo cual estos resultados experimentales evidencian el valor mínimo y máximos de la respuesta en frecuencia. [16]

Según **Z. Cassier de Crespo**, escogió unos parámetros de herramienta para la fresadora que, al realizar ensayos de corte, se implementó un dinamómetro el cual tiene como fundición medir las fuerzas de corte tanto del material y el respectivo avance, adicional se utilizó un sensor llamado galga extensiométrica que permite medir el torque originado mediante el contacto entre herramienta y pieza de trabajo por una fuerza externa en el sistema.

Mencionó **J. Munoa** que se puede controlar la velocidad de giro del husillo- herramienta mediante la obtención de la frecuencia más dominante y este valor determina un exceso de giro produciendo *Chatter* y a su vez presentando inestabilidad del sistema. Del ensayo experimental se obtuvo una disminución en las deformaciones producidas en el desbaste del material por contacto entre la herramienta y pieza de trabajo.

**EB Kivanc y E. Budak** mencionan que los comportamientos dinámicos para una herramienta de 6 mm de diámetro, 4 filos de corte, longitud de ranura 13 mm y una longitud total de la fresa de 57 mm, aumenta el 5% para el primer modo de flexión mientras que para el tercer modo de flexión aumenta el 18%, es decir, que a mayor el diámetro de la herramienta mayor será el error entre frecuencias. Estos modelos de elementos finitos fueron validos con modelos analíticos para vigas, obteniendo frecuencias naturales entre 900 y 1400 Hz para el primer modo de vibración. Estos comportamientos dinámicos fueron usados para análisis de estabilidad.

Menciona **MX Zhao, B. Balachandran** que, al utilizar una herramienta flexible para

procesos de fresado en general, los movimientos ocasionados en la dirección  $(x, y)$  obligan a la herramienta a que tenga un desplazamiento tipo orbital y elíptico a lo largo de una trayectoria en el plano ortogonal, estos parámetros son dependientes a los modos de frecuencia que equivalen a la inestabilidad.

## 1.1 Definición del problema

¿Como determinar la caracterización dinámica y analítica de vibraciones en un proceso de fresado? Es necesario definir un modelo que permita analizar de manera más completa el *Chatter*, ya que no hay certeza de la estabilidad en cada uno de los procesos de manufactura y más si se trata de un proceso como el fresado.

Existen estudios para modelos específicos de herramientas que permiten determinar su comportamiento dinámico. Sin embargo, la definición de regiones de estabilidad está condicionada a su adaptación al diagrama de lóbulos de estabilidad y las direcciones de remoción de material.

Es necesario una representación de la interacción de la herramienta y sujeción, ya que puede afectar la rigidez del sistema. También otro factor importante que se debe contemplar es la velocidad de giro del portaherramientas y el avance de la mesa de trabajo.

Los diagramas de estabilidad, son comúnmente construidos a partir de modelos simples de pocos grados de libertad y no representan todos los fenómenos que pueden surgir a partir de la geometría compleja de una herramienta- porta herramienta - pieza de trabajo.

Una forma de poder analizar dinámicamente un sistema específico, puede ser la definición de un modelo MEF que pueda ser verificado y que pueda admitir geometrías, condiciones, contactos y propiedades específicas. Además de entregar resultados confiables para definir su comportamiento dinámico (frecuencias naturales y formas modales)



## 1.2 Justificación

Con el desarrollo de este trabajo, se pretende determinar el avance y velocidad indicada del husillo en una fresadora, mediante el desarrollo de un modelo que permita una mejor predicción del *Chatter*, indicando un análisis crítico de las fuerzas externas.

Es importante llevar a cabo esta investigación ya que, en la mayoría de los casos limitan la producción en muchas industrias, esto debido a ciertas tasas de remoción del material que generan vibraciones no deseadas que afectan el acabado superficial, lo cual retrasa la productividad y desarrollando este proyecto se establecerán regiones más precisas de trabajo que mejoren los tiempos de fabricación y entrega del producto.

El MEF ofrece una amplia interfaz de análisis en los cuales se obtienen resultados más aproximados a los cálculos manuales con el fin de tener datos más exactos y también más soluciones a las ecuaciones diferencias que se generan en la creación de los nodos y las mallas del sistema.

Todo esto se hace con el fin de encontrar las regiones de estabilidad y encontrar una mejor eficiencia de maquinado en cuanto a tiempos de producción.

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 General**

Desarrollar un modelo con elementos finitos del conjunto sujeción-porta herramientas, para la caracterización dinámica y analítica de vibraciones en el proceso de maquinado.

### **1.3.2 Específicos**

1. Seleccionar un tipo de proceso de fresado que sea característico para el análisis de Chatter.
2. Definir la geometría del conjunto herramienta sujeción de una fresadora.
3. Analizar el comportamiento dinámico del conjunto herramienta-porta herramienta seleccionado por medio del método de elementos finitos.
4. Analizar la respuesta del modelo desarrollado ante diferentes tipos de contacto entre la herramienta y el portaherramientas.
5. Analizar la respuesta del modelo desarrollado ante diferentes tipos de interacción entre la herramienta y pieza de trabajo.

# Capítulo 2

## 2.Marco teórico

### 2.1 Proceso de fresado

El fresado frontal se realiza para obtener una superficie maquinada normal con respecto al eje de rotación del portaherramientas. Por lo regular este proceso es aplicado para los casos en que se deseen obtener superficies planas y anchas, ya que los dientes de la herramienta son periféricos. Por sus proporciones, la herramienta llamada también fresa de vástago o escariador, es aprovechada para el maquinado frontal de la pieza. En la Figura 3 se puede observar este tipo de herramientas que consta de una forma helicoidal la cual es aprovechada como función de realizar el proceso de corte y desbaste de material [17].



**Figura 3.** Proceso de Fresado Frontal.  
Modificada de [18]

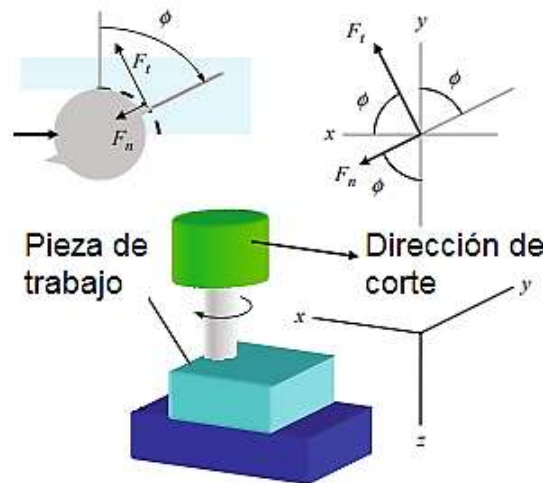
El proceso de fresado frontal es uno de los procesos más comunes al momento de realizar un mecanizado, y es muy utilizado ya que tiene un mejor rendimiento en

comparación al ranurado, contorneado y por penetración con un acabado superficial aceptable [19].

El fresado consta de una herramienta de corte, para realizar trabajos de remoción de material, con el fin de obtener una geometría específica. Este proceso usa una máquina-herramienta llamada fresadora que puede tener varias configuraciones. Una de ellas es la fresadora la cual consta de tres partes principales como se muestra en la Figura 3, las cuales se componen del husillo, el cual le proporciona la velocidad de giro a la herramienta, el portaherramientas que como su nombre lo indica, sujeta la herramienta de corte y la mesa de trabajo, la cual permite el giro [20].

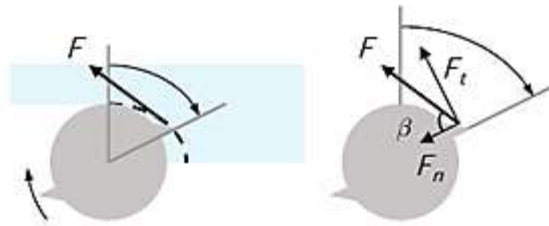
### 2.1.1 Proceso de maquinado

En los procesos de fresado en general, es importante tener en cuenta las tres dimensiones del espacio ( $x, y, z$ ), para el proceso de desbaste frontal se tomarán en cuenta las componentes direccionales en el plano ( $x, y, z$ ) como se muestra en la Figura 4. En la figura se puede observar la fuerza tangencial y normal que se ejercen sobre la herramienta de corte.



**Figura 4.** Componentes para el fresado frontal.  
Modificado de [20].

En la Figura 5 se puede observar que (F) es la fuerza de corte ejercida sobre un diente, (F<sub>t</sub>) es la fuerza tangencial sobre la pieza de trabajo, (F<sub>n</sub>) es la fuerza normal sobre la pieza de trabajo y (β) es el ángulo que incide la herramienta sobre la pieza de trabajo. Por lo tanto, a medida que avanza la herramienta de corte sobre la pieza de trabajo la fuerza en cada diente varía, al igual que su dirección.

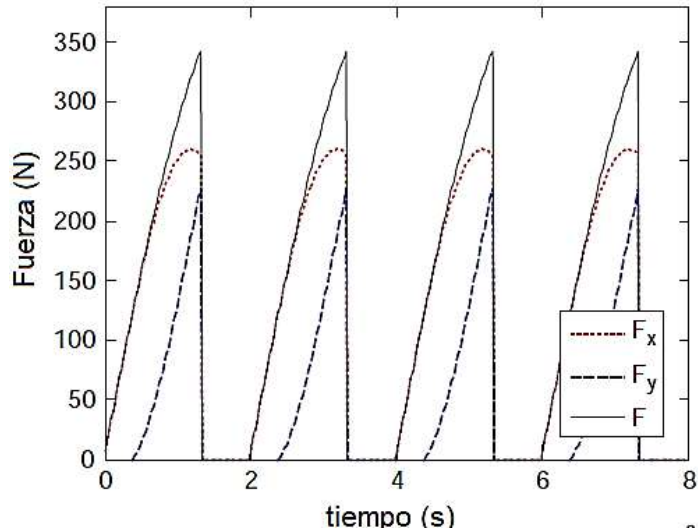


**Figura 5.** Componentes de las Fuerzas de corte [20]

La velocidad de corte aparece en todos los procesos de fresado, por lo cual se tiene en cuenta en el Chatter y en otros factores adicionales que serán mencionados en la sección (2.3). Se calcula usando la ecuación (2-1).

$$v = \frac{r\Omega * 2\pi}{60} = \frac{d\Omega * \pi}{60} \left(\frac{mm}{s}\right) \quad (2-1)$$

Donde  $\Omega$  corresponde a la velocidad de giro de la herramienta de trabajo, (r) corresponde al radio de la herramienta de trabajo que se vaya a utilizar o en su defecto (d) corresponde a el diámetro de la herramienta.

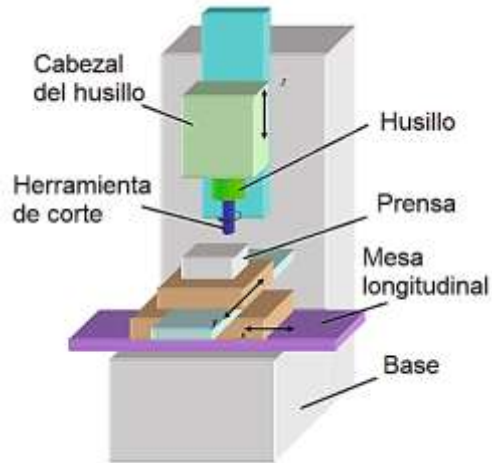


**Figura 6.** Fuerza de corte en función del tiempo.

En la Figura 6 se observa el comportamiento de las fuerzas de corte en función del tiempo que se obtiene por el (ángulo de giro, ángulo de la hélice, fuerza tangencial y fuerza normal). De las cuales la fuerza de corte se compone de la magnitud de la fuerza  $x$  más la fuerza  $y$ . Y las fuerzas  $(x, y)$  se obtiene por las fuerza tangencial y normal de los filos de la herramienta de cuatro hélices.

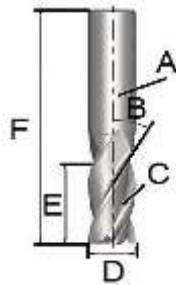
### 2.1.2 Fresadoras y herramientas

Las fresadoras manuales en su mayoría se componen de tres ejes, los cuales son de tipo vertical, horizontal y transversal. La mesa de trabajo únicamente maneja dos direcciones en un plano, mientras que el husillo trabaja perpendicular a ese plano, como se puede observar en la Figura 7 donde se explica las partes principales de una fresadora vertical [20].



**Figura 7.** Partes de la fresadora vertical.  
Modificada de [20]

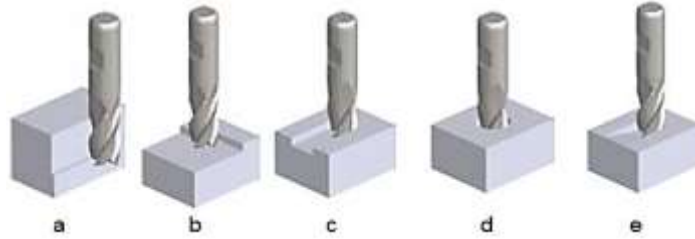
La herramienta de corte de la fresadora, o fresa, tiene un papel importante en el proceso de desbaste, ya que es la encargada en realizar la remoción del material sobre la pieza de trabajo y de manera general, cuenta con las siguientes partes como se observa en la Figura 8.



**Figura 8.** Partes de la herramienta de corte (A) Mango, (B) Angulo de hélice, (C) Labio, (D) Diámetro, (E) Longitud de corte, (F) Longitud total.  
Modificada de [21]

### 2.1.3 Configuraciones

La fresa de corte, se puede utilizar de varias formas dependiendo el trabajo que se vaya a realizar, se puede observar en la Figura 9 las diferentes configuraciones:



**Figura 9.** Tipos de fresado a) Contorneado, b) Fresado frontal, c) Ranurado, d) Penetración, e) Fresado en rampa.  
Modificada de [1].

En la Figura 9 a), se puede ver el contorneado el cual es un proceso de mecanizado donde la herramienta entra en contacto con el material en una de las caras de la superficie, realizando desbastes internos o externos en la pieza. En la industria es común realizar un contorneado interno para la fabricación de moldes [22].

En la Figura 9 b), se menciona el fresado frontal el cual es el proceso más utilizado en la industria, ya que la herramienta de corte entra en contacto con el material desde la parte superior y realiza un movimiento tangencial sobre el material, con el fin de realizar un desbaste en el material [22].

La Figura 9 c), se explica el ranurado el cual consiste en desplazar la herramienta de corte en forma frontal y tangencial sobre la pieza de trabajo, este proceso se usa para mecanizar cavidades o chaveteros [23].

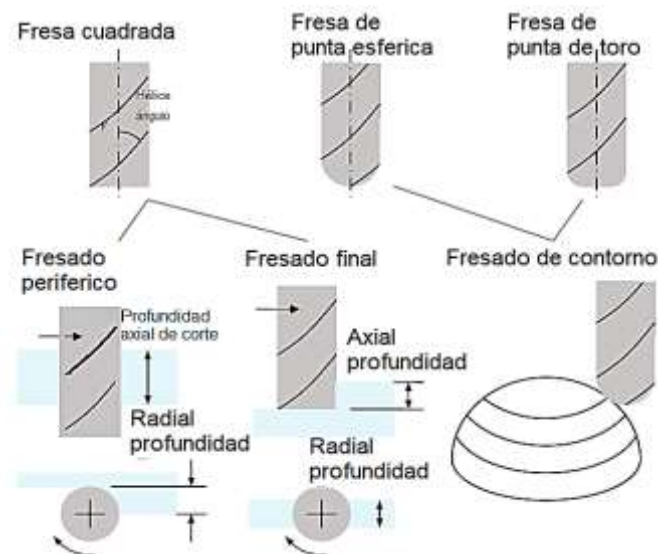
El fresado por penetración como se puede ver en la Figura 9 d), como su nombre lo indica, consta de un movimiento tangencial sobre la pieza de trabajo. La viruta sale conforme al movimiento de la herramienta, este tipo de proceso es muy usado para realizar roscas o cavidades donde se usen pasadores [23].

Por último, la Figura 9 e), es el fresado en rampa, el cual consiste en realizar un movimiento frontal y tangencial sobre la pieza de trabajo, este proceso es comúnmente usado en las fresadoras CNC (Control Numérico Computarizado), ya que se pueden realizar movimiento simultáneo tanto en el plano de corte como en su profundidad [23].



En la industria existen varios tipos de herramientas de corte, entre ellas están las herramientas convencionales que son usados a altas velocidades fabricados con materiales resistentes como aceros rápidos (HS o HSS) y aleaciones con carburo sinterizado. Sin embargo, existen herramientas de corte con injertos o pastillas intercambiables de carburo o cerámico con el fin de prolongar la vida útil de la herramienta [23].

Dependiendo del diseño de la herramienta de corte, existen varios tipos de puntas como lo son redondas o planas para diferentes acabados superficiales en los procesos de fresado. En la Figura 10 se observa los diferentes tipos de puntas de las herramientas:

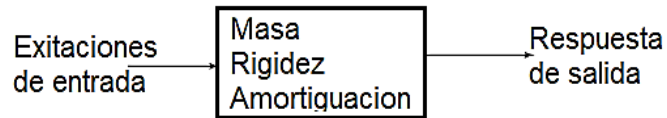


**Figura 10.** Geometría de fresas con punta redonda y punta plana. Modificada de [20].

La herramienta de corte que más se usa en la industria es de punta cuadrada, debido a su ángulo de hélice la cual es muy común para el proceso de fresado frontal.

## 2.2 Vibraciones mecánicas

La dinámica de un sistema mecánico está sujeto a excitaciones de entrada, siendo que la respuesta de salida de parámetros característicos del sistema como son la masa, la rigidez y amortiguamiento como se puede observar en la Figura 11.



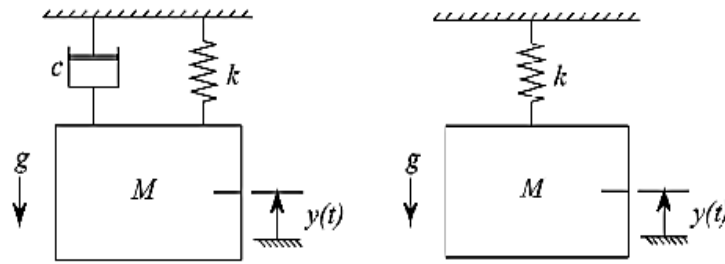
**Figura 11.** Esquema de los sistemas dinámicos vibratorios.  
Modificada de [24].

En esta Figura 11 se observa de forma veraz el sistema dinámico de las vibraciones.

Los sistemas vibratorios involucran un modelo matemático, el cual depende de ecuaciones de movimiento en el tiempo para sus debidos resultados de respuesta [24]. En los sistemas discretos y continuos. Se puede estimar una infinidad de grados de libertad haciendo más referencia en los miembros elásticos continuos, las múltiples coordenadas producidas por la infinidad de grados de libertad pueden definir la curva de deflexión del sistema [25].

En la mayoría de los sistemas que tiene cierta cantidad finita de grados de libertad, se definen como sistemas discretos o también se definen como parámetros concentrados y la que cuenta con una infinidad de grados de libertad se conoce como sistemas continuos o distribuidos. Es decir, que los sistemas continuos se interpretan como un acercamiento a los sistemas discretos por medio de soluciones simples, obteniendo resultados exactos en métodos analíticos [25].

En los sistemas vibratorios cuentan con propiedades de inercia, elasticidad y energía las cuales son propiedades continuas para un sistema vibratorio, la herramienta para la solución de estos sistemas continuos se basan en las ecuaciones diferenciales parciales que es son entrada para resolver problemas y dar un análisis por el método de elementos finitos [26]. En la Figura 12 se puede observar el comportamiento de un sistema amortiguado y un sistema no amortiguado, estos sistemas están definidos por masa, rigidez y elasticidad.



a) Sistemas vibratorios amortiguados. b) Sistemas vibratorios no amortiguados

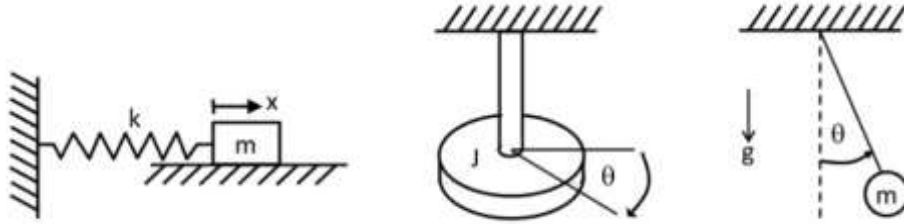
**Figura 12.** Sistemas vibratorios amortiguados y no amortiguados.  
Modificada de [26]

Las vibraciones pueden ser libres, las cuales no cuentan con ninguna fuerza que sea aplicada en el sistema, por otro lado, las vibraciones forzadas como su nombre lo indica, cuenta con una variación de fuerza en el tiempo que es sometida en el sistema [25]. En este caso, si una de las frecuencias llegase a coincidir con alguna de las frecuencias naturales, todo el sistema entraría en resonancia, las cuales pueden ser muy peligrosas en estructuras [26].

Por otro lado, las vibraciones también pueden ser lineales, las cuales consisten en mantener todo el sistema de resorte, masa y amortiguador como un comportamiento estable. Y para el caso contrario se le llama vibraciones no lineales, las cuales matemáticamente no es fácil de analizar debido a las oscilaciones crecientes en el sistema [25].

### 2.2.1 Sistema de un grado de libertad

Los sistemas con un grado de libertad se caracterizan por tener un número mínimo de coordenadas [27] ya sean en el eje x o y, dependiendo de la dirección del objeto. En la Figura 13 a) se puede observar que el resorte puede ser representado por x o por el ángulo ( $\Theta$ ), el cual en cualquiera de las coordenadas se puede expresar la dirección del movimiento. Para el caso b) se puede ver claramente que el sistema de masa resorte cuenta con un movimiento sobre el eje x. Y por último, para un sistema con rotación o torsión se puede usar la coordenada ( $\Theta$ ) para determinar el movimiento del cuerpo [25].



**Figura 13.** Sistemas con un grado de libertad.  
Modificado de [25]

Cuando se emplea un sistema de un grado de libertad, su comportamiento se basa en un movimiento libre en una dirección. Analizando el sistema dinámico, se determina la variedad entre las frecuencias de excitación y las frecuencias naturales. Este depende de la matriz (masa, rigidez y amortiguamiento) ocasionando la resonancia en el sistema, donde el amortiguamiento se compone de las raíces bases las cuales son de sistemas sub-amortiguados, críticamente amortiguados y sobre amortiguados [28] [29].

Se puede observar en la ecuación (2-2), las fuerza en función del tiempo que actúan sobre el sistema, adicionalmente, las fuerzas elásticas y de amortiguamiento que actuarían, por ejemplo, en el sistema de la Figura 13 “b” [29]

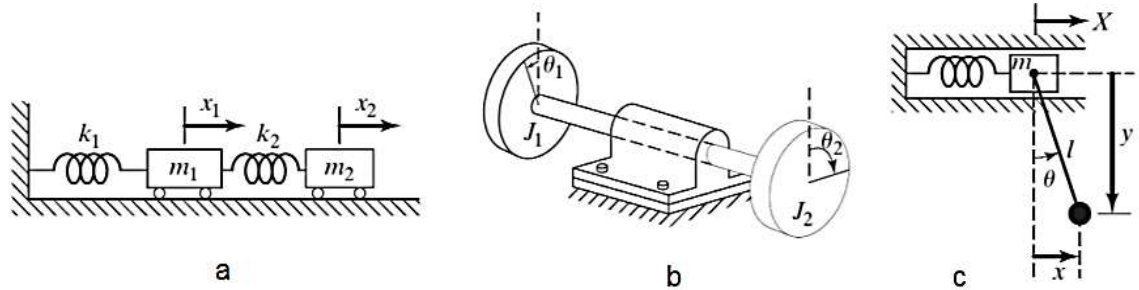
$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (2-2)$$

Donde  $m$  corresponde a la masa,  $c$  la rigidez y  $k$  a la amortiguación del sistema, el factor  $x$  corresponde a la posición,  $\dot{x}$  es la primera derivada de la posición la cual es la velocidad y por último  $\ddot{x}$  es la segunda derivada de la posición la cual es la aceleración.

## 2.2.2 Sistema de dos grados de libertad

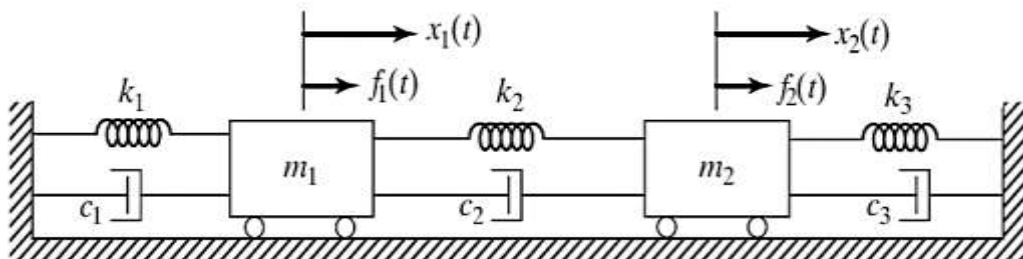
Los sistemas con dos grados de libertad, son aquellos que requieren dos coordenadas independientes que describen un movimiento, como se puede ver en la Figura 14. En el caso de la Figura 14 a) se puede ver un sistema con dos tipos de masa ( $m_1$  y  $m_2$ ) con sus dos respectivas coordenadas independientes ( $x_1$  y  $x_2$ ). Mientras que para la figura b) se puede ver dos discos  $J_1$  y  $J_2$  girando cada uno en una dirección ( $\Theta$ ). Por último, para la figura c) se puede observar que el sistema cuenta con una masa y un péndulo, donde la

masa cuenta con un movimiento en la coordenada (x) mientras que para el caso del péndulo se puede obtener el movimiento en las coordenadas ya sean (x, y) o con el ángulo ( $\Theta$ ), siendo que para este caso no son independientes [25].



**Figura 14.** Sistemas con dos grados de libertad.  
Modificada de [25]

Se puede tomar como ejemplo las dos masas de la Figura 15, para las cuales se aplica las leyes de Newton con el fin de caracterizar su movimiento.



**Figura 15.** Sistema amortiguado con dos grados de libertad  
[26].

De esta manera se obtienen las ecuaciones (2-3) y (2-4).

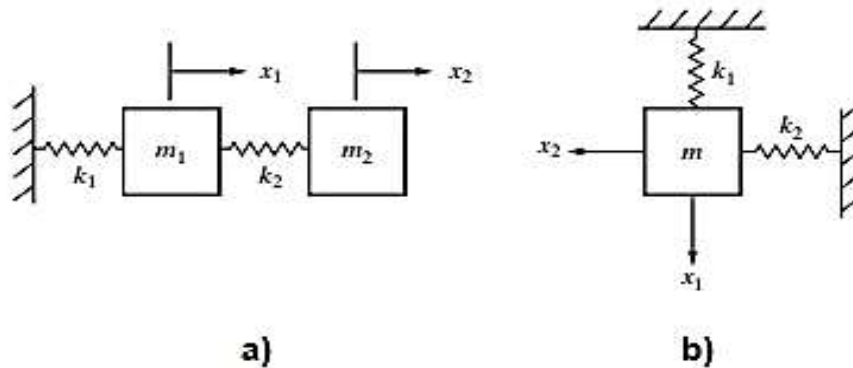
$$(\mathbf{m}_1)\ddot{x}_1 + (\mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2)\dot{x}_1 - \mathbf{c}_2\dot{x}_2 + (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)x_1 - (\mathbf{k}_2)x_2 = \mathbf{F}_1 \quad (2-3)$$

$$(\mathbf{m}_2)\ddot{x}_2 - (\mathbf{c}_2)\dot{x}_1 + (\mathbf{c}_2 + \mathbf{c}_3)\dot{x}_2 - (\mathbf{k}_2)x_1 + (\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3)x_2 = \mathbf{F}_2 \quad (2-4)$$

Donde  $\mathbf{m}_1$  y  $\mathbf{m}_2$  corresponde a la masa,  $\mathbf{c}_1$  y  $\mathbf{c}_2$  a la rigidez, y  $\mathbf{k}_1$  y  $\mathbf{k}_2$  a la amortiguación del sistema, el factor  $x_1$  y  $x_2$  corresponde a la posición,  $\dot{x}_1$  y  $\dot{x}_2$  es la primera derivada de

la posición la cual es la velocidad y por último  $\ddot{x}_1$  y  $\ddot{x}_2$  es la segunda derivada de la posición la cual es la aceleración.

En la Figura 16, se identifica los modelos de dos grados de libertad donde se observa que se puede interpretar las masas conectadas por resortes en diferentes posiciones y estados.



**Figura 16.** Modelo de dos grados de libertad con: a) Dos masas se conectan en serie por dos resortes, b) Una masa con doble resorte. Modifica de [30].

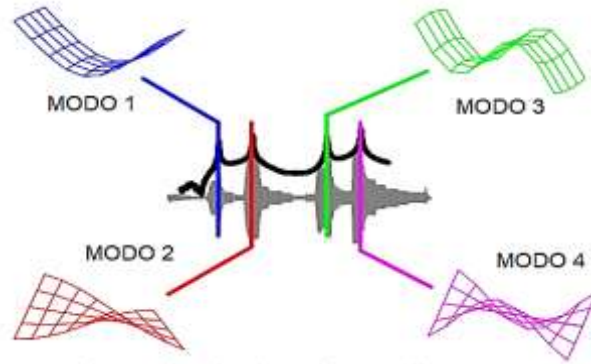
### 2.2.3 Análisis modal

El análisis modal es una forma de resolver un sistema de múltiples grados de libertad. La excitación externa es conocida o puede ser nula [31]. La idea consiste en representar la respuesta del sistema en función de frecuencias naturales y para cada una de ellas un modo de vibración [32].

En este método se describe el comportamiento dinámico que se emplea por medio de modos de vibración que están dados en frecuencias naturales, en donde cada modo genera un modo de vibración. Estos modos representan unos desplazamientos que están dados por el movimiento de flexión de la herramienta [30]. Este método se puede obtener analíticamente mediante las ecuaciones (2-3)(2-4).

Como ejemplo de un sistema continuo de una placa, con infinitos grados de libertad, se puede observar en la Figura 17 las respuestas de frecuencias y las amplitudes con sus

respectivos modos, en este caso se pueden observar cuatro modos predominantes para su respectiva frecuencia natural.

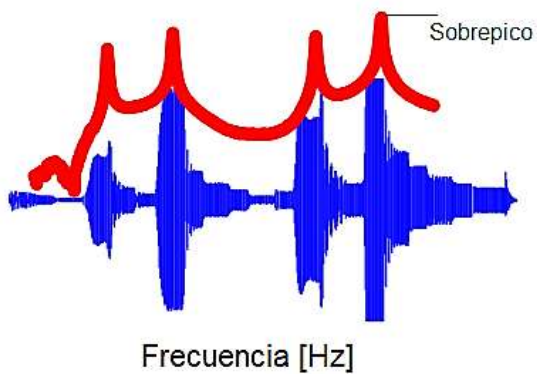


**Figura 17.** Resultados de frecuencias con sus respectivos Modos.  
Modificada de [33]

En la Figura 17 para la placa en cada uno de los modos se observa el fenómeno de la resonancia debido a sus respuestas en frecuencias naturales.

## 2.2.4 Análisis de respuesta en frecuencia

La fuerza externa a un sistema no varía de magnitud, solamente de frecuencia de oscilación. Por eso cuando se acerca a las frecuencias naturales existe ese sobre pico que es la resonancia [33] como se puede observar en la Figura 18.



**Figura 18.** Sobre picos en frecuencias específicas.  
Modificada de [33].

Los sistemas de respuesta armónica consisten en analizar las excitaciones sinusoidales que son producidas por el estado estacionario que se da en las respuestas armónicas. En cuanto al estado transitorio, las vibraciones no se tienen presentes para los análisis en respuesta armónica [34].

## 2.3 Chatter en procesos de fresado

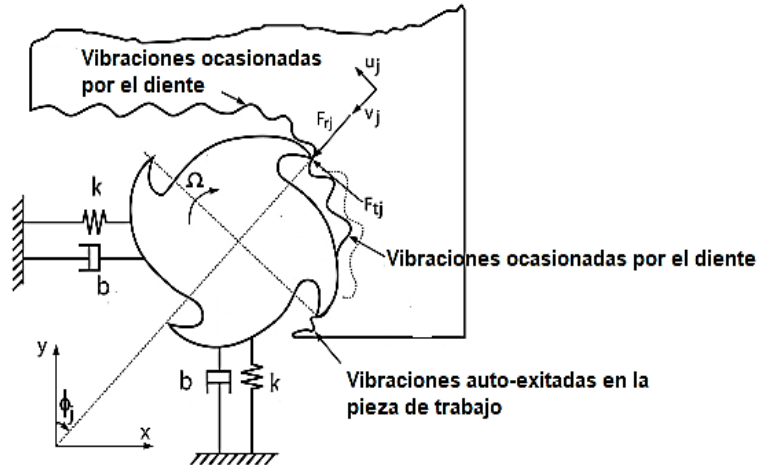
El *Chatter* ocurre en los procesos de mecanizado por arranque de viruta, que surgen por las vibraciones auto inducidas, debido a estas vibraciones se ocasiona los desplazamientos entre el material y la herramienta, principalmente en los dientes de la hélice [35].

Al obtener las características dinámicas del sistema se genera Chatter ocasionado directamente por efectos entre el material de trabajo y la herramienta de corte, por medio de una vibración auto excitada la pieza de trabajo suele tener una deformación significativa en cuanto a ondulaciones producidas por el excedente de viruta [26].

Entre los parámetros de corte que influyen en el comportamiento del *Chatter* está la profundidad de corte axial, la cual mientras mayor sea, mayor inestabilidad va tener la fresa, por lo que se deberá usar una profundidad de corte pequeña para evitar *Chatter* sobre el material. En cuanto al avance de corte, cada herramienta de corte tiene definido un avance recomendado según la cantidad de filos que cuente la herramienta, por lo cual el avance es uno de los factores que generan el *Chatter*. Respecto a la velocidad de corte, cuando se realiza un mecanizado a bajas velocidades, se genera un amortiguamiento entre la herramienta y la pieza a mecanizar, haciendo que se genere *Chatter* sobre la superficie de trabajo [35].

Por medio de este comportamiento se realizan estudios computacionales para poder obtener mejores acabados superficiales por el material retirado [36]. Este comportamiento se puede explicar cómo una vibración auto excitada del sistema a estudiar que se produce entre la máquina, herramienta y la pieza de trabajo. El Chatter se puede observar y analizar en los procesos de mecanizado y de fresado. En la Figura 19, se puede observar el sistema de las vibraciones auto excitadas explicadas anteriormente para una herramienta de fresado de cuatro hélices en el plano de coordenadas  $(x, y)$ .





**Figura 19.** Chatter producido en un proceso de fresado en una herramienta de cuatro hélices.  
Modificada de [37]

El Chatter regenerativo, es el más destacado entre estos tipos de fenómenos, ya que por medio del corte de las superficies a mecanizar se inducen unas diminutas vibraciones entre el contacto de la herramienta y el material, generando unas ondulaciones en el sistema que van afectando los acabados superficiales, por eso, al tener este tipo de ondulaciones en el sistema, la vida útil de la herramienta se reduce ocasionando mayores costos para la productividad en los procesos de fresado [36].

### 2.3.1 Estabilidad en procesos de maquinado

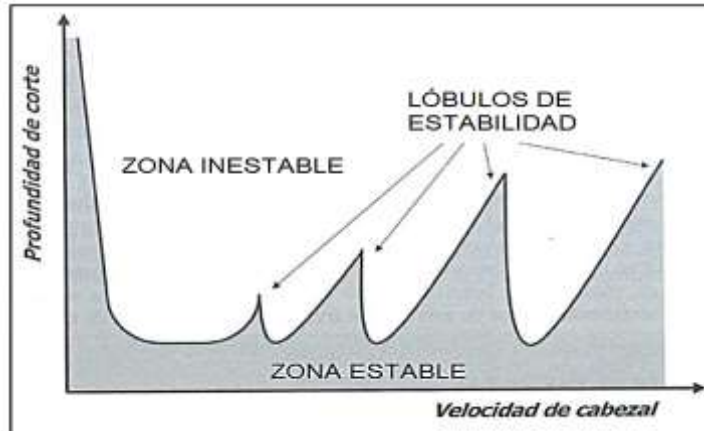
En los diagramas de estabilidad de maquinado, se puede determinar un límite en el proceso, en el cual, los parámetros de corte de la herramienta y la velocidad de husillo definen un corte estable o inestable [38]. Los lóbulos de estabilidad dependen principalmente de las características dinámicas de la herramienta [39].

La estabilidad en los procesos de maquinado, son un factor importante en la industria, y más cuando se refiere en la parte de producción, ya que el rendimiento en la fabricación, calidad, tiempos y costos de producción. Sin embargo, hoy en día es posible determinar las estabilidades en los procesos de mecanizado mediante herramientas CAM, las cuales simulan el comportamiento de la herramienta a través del tiempo, teniendo en cuenta la rigidez de la pieza de trabajo y la flexibilidad de la herramienta de corte, donde se estudian las regiones de estabilidad adecuadas para el mecanizado [40].

Las regiones de estabilidad en los procesos de mecanizado. Son generalmente determinadas por métodos, que permite analizar los tres factores importantes los cuales son (masa, rigidez y amortiguamiento) durante la trayectoria que realice la herramienta. Donde las propiedades dinámicas son determinadas por medio de posiciones a través del tiempo [40].

### 2.3.2 Estabilidad en procesos de fresado frontal

Las regiones de estabilidad de dos grados de libertad se puede observar en la Figura 20, la cual describe que la zona estable se encuentra localizada debajo de las curvas que son llamadas lóbulos de estabilidad, cabe resaltar que al mecanizar el material si se encuentra en la zona estable resultará un acabado superficial libre de imperfecciones [37]. Para lograr el mecanizado en la zona estable, se debe tener en cuenta el material, la velocidad angular, velocidad de avance, velocidad de corte y el avance por diente, lo cual son descritos en un ensayo experimental y los valores son tomados por el fabricante.[41] [42].



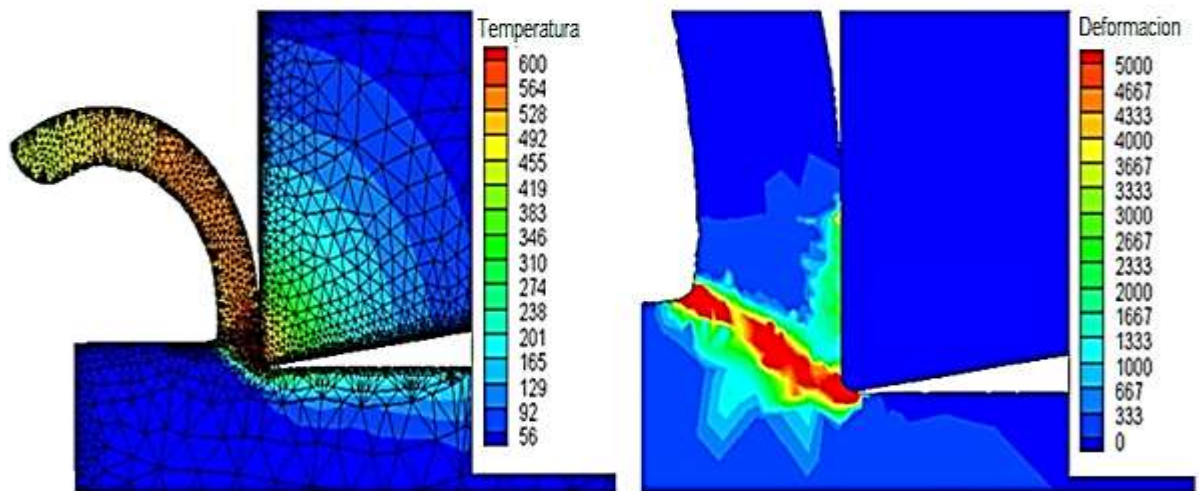
**Figura 20.** Regiones de estabilidad para dos grados de libertad en el fresado frontal. Modificada de [41]

Para los sistemas de un grado de libertad se tienen en cuenta parámetros modales y parámetros de corte, en ellos se encuentran la constante tangencia, radial, axial, ángulo de corte, ángulo de hélice, número de dientes y velocidad angular entre otros. Para estos

sistemas se utiliza la función de transferencia que determina los lóbulos de estabilidad al momento de entrar en contacto la herramienta de corte con la pieza de trabajo.

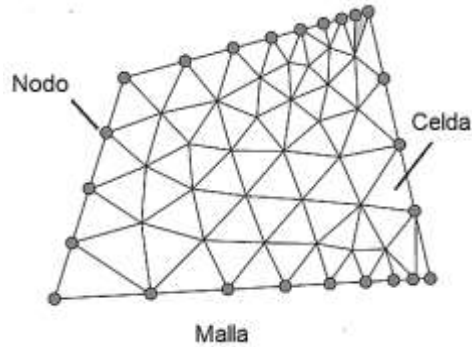
## 2.4 Análisis de elementos finitos

Los sistemas o procesos se representan en general por ecuaciones diferenciales, una forma de resolverlos es representarlos con parámetros concentrados o sistemas continuos, al tener geometrías complejas esa representación puede tener inexactitudes [43], igualmente al representar problemas en escala microscópica como la Figura 21.



**Figura 21.** Herramienta de corte estudiada con análisis de elementos finitos [44]

El MEF discretiza este tipo de problemas convirtiendo un dominio continuo en un dominio discreto dividiéndolo en elementos unidos por nodos, a este proceso se lo conoce como mallado. El objetivo del MEF es obtener un problema de valores de contorno, en el cual se obtengan finitos grados de libertad de acuerdo con esto se construyen las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento del sistema, así como la definición de las condiciones de contorno naturales y esenciales [45], como se puede observar en la Figura 22 una representación gráfica de la malla para un análisis del MEF.



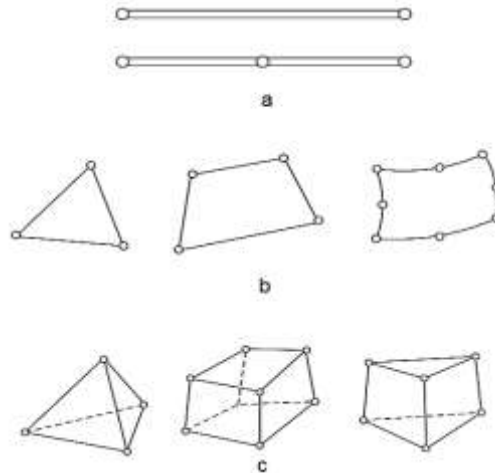
**Figura 22.** Elementos de una malla.  
Modificada de [46]

Se generan soluciones de ecuaciones diferenciales aproximándose a polinomios cuyos coeficientes son desconocidos. De esta manera, la solución del dominio pasa a ser de un sistema de ecuaciones lineales, cuyo orden depende del número de elementos. El software de elementos finitos asiste con el ensamblaje de las matrices del sistema y la obtención de las respuestas de acuerdo con las condiciones de contorno [47].

La malla tiene la función de obtener las propiedades estructurales de los materiales cuando se ejerce una fuerza sobre el material. El objetivo de este método numérico es resolver problemas más sencillos de analizar y resolver problemas [45].

### **2.4.1 Tipos de elementos**

Los tipos de elementos se definen por la cantidad de parámetros que se permitan en la geometría de estudio sin exceder el límite de la malla en el software [48]. Donde se puede observar en la Figura 23 los principales tipos de elementos para un análisis de MEF.

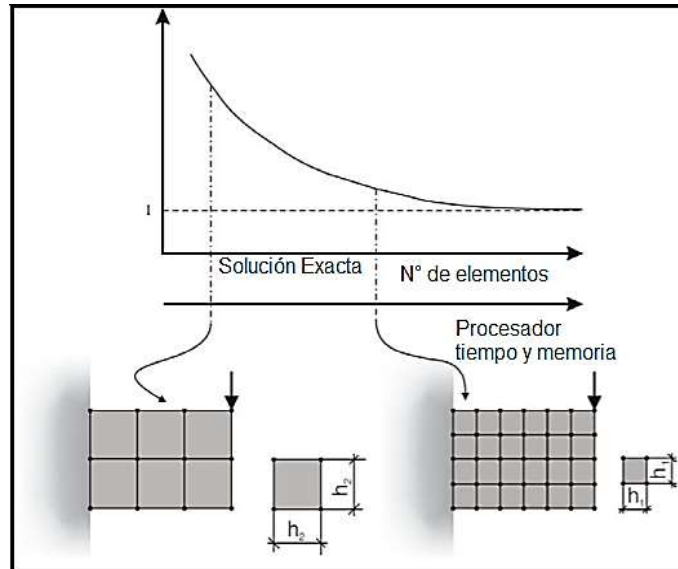


**Figura 23.** Principales tipos de elementos: a) unidimensionales, b) bidimensionales, c) tridimensionales.  
Modificada de [48]

En la resolución del método de elementos finitos, se apropian los problemas de ingeniería que permiten analizarlos por medio de elementos y numero de nodos. Dependiendo del tipo de problema, se pueden definir las dimensiones a estudiar ya sean unidimensionales, bidimensionales o tridimensionales. En la Figura 24 se puede notar claramente el tipo de elementos mencionados para este tipo de problema que está discretizado [49].

Al analizar el problema de ingeniería, definirlo y discretizarlo, se elige un solo número de elementos que permite identificar los nodos en el dominio. Dichos nodos, se enumeran dentro del elemento para ser definidos como nodos locales, y enumerar los nodos en un único dominio que se define como nodos globales [50].

Los elementos finitos se definen al momento de realizar la discretización de la malla, ya que, dependiendo del tamaño el error de aproximación va ser menor y se pueden generar problemas numéricos al momento de realizar el estudio. Esta relación de convergencia de número de elementos se muestra en la Figura 24.



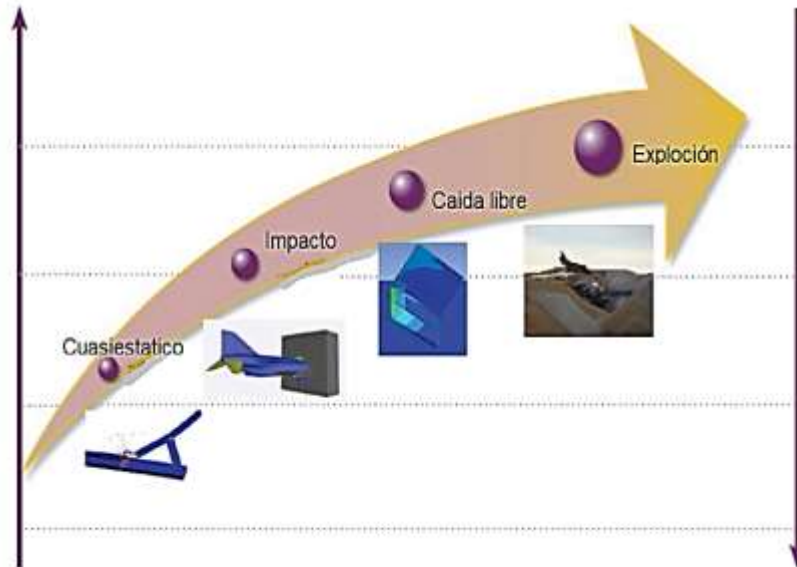
**Figura 24.** Discretización de malla.  
Modificada de [51]

### 2.4.2 Análisis dinámico en el dominio del tiempo.

El análisis dinámico, es una herramienta que permite analizar físicamente elementos que son sometidos a fuerzas dinámicas no lineales [52]. Como, por ejemplo, se realizan estudios de diferentes formas como lo son:

- Estudios a estructuras cuasi estáticos.
- Impactos que tienen velocidades altas e incluso hipervelocidad.
- Deformaciones y fallos que se generan sobre materiales.
- Penetraciones e impactos a velocidades altas.
- Estudios de caída libre.
- Cargas y formación explosiva.

Esta herramienta realiza un estudio mediante el solucionador de LaGrange, el cual determina las ondas de choque y presiones extremas en cada uno de los puntos del material a medida que se deforma como se observa en la Figura 25. El método de Euler, realiza un estudio de las deformaciones en materiales sólidos, líquidos e incluso gases [52].



**Figura 25.** Tipos de estudio dinámicos en ANSYS.  
Modificada de [52]

Este tipo de análisis, puede realizar variedad de estudios que son usados en la ingeniería para la resolución de problemas en coordenadas  $(x, y, z)$ , dichos comportamientos de este análisis se basan en estudios dinámicos para sólidos, fluidos y gases. La simulación dinámica explícita permite interactuar el modelo por medio de las cargas aplicadas en los cuerpos y de ello obtener los resultados correspondientes a la respuesta dinámica no lineal, para ello se cuenta con variedad de herramientas [31].

# Capítulo 3

## 3. Metodología

En este proyecto la fase metodológica se divide en cinco etapas:

Etapa 1 (Selección del tipo de fresado): Definir un tipo de proceso de fresado con el fin de especificar el fresado frontal, el tipo de herramienta, tipos de material para el proceso y por último las velocidades y profundidades de corte.

Etapa 2 (Definición de la geometría): Definir la geometría del husillo y de la herramienta de corte para el proceso de fresado seleccionado, además se determinó la herramienta adecuada para los materiales que se van a utilizar ya que son materiales muy comunes en la industria y poder llevar a cabo la simulación mediante diferentes tipos de contacto.

Etapa 3 (Desarrollo del modelo): Realizar el MEF mediante el Software ANSYS Student ® y SolidWorks, para determinar el estudio de convergencia en la selección de los parámetros para la simulación.

Etapa 4 (Análisis de tipos de contacto): Seleccionar el tipo de contacto ya sea por fricción, rigidez del resorte elástico, etc. Para la modelización en el Software ANSYS Student ®.

Etapa 5 (Análisis de diferentes tipos de interacción entre herramienta y pieza de trabajo): Realizar un estudio armónico a la geometría obtenida, incluyendo fuerzas variables en el tiempo.



### 3.1 Selección del tipo de proceso de fresado

Para el desarrollo de este modelo se selecciona un tipo de proceso de fresado, en este caso el proceso de fresado frontal es uno de los más utilizados en la industria debido a que la herramienta entra en contacto con el material generando un movimiento tangencial y normal [53].

En la Tabla 1 se mencionan las propiedades mecánicas de la fresa que se utilizó para el desarrollo de este modelo, donde el fabricante (**SORIANO INNOVATION & PRECISION**) recomienda utilizar una fresa frontal de referencia Z3 la cual es una de las más adecuadas para el desbaste frontal.

DESCRIPCION	CARACTERISTICAS
Material de la fresa	Metal duro
Ángulo de hélice	30°.
Recubrimiento de la fresa	(TiAlN) Nitruro de Titanio de Aluminio.
Materiales a mecanizar	Acero templado < 56 HRC. (Dureza rockwell), Acero al carbón, Aluminio, Acero inoxidable y fundición.
Densidad de la fresa	14,40 $\frac{g}{cm^3}$
Módulo de elasticidad del recubrimiento	E = 1140 Gpa.
Dureza de la fresa	1570 HV30 (Dureza Vickers)
Grano	<1 $\mu m$

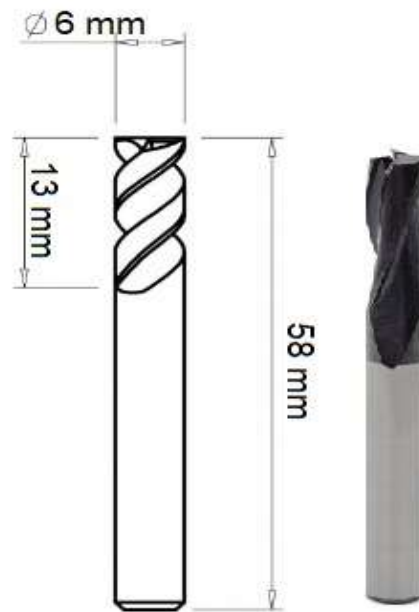
**Tabla 1.** Propiedades mecánicas de la herramienta de corte [54]

El material de la fresa que recomienda el fabricante tiene una gran resistencia mecánica, lo cual significa que no se raya con facilidad, tiene una gran resistencia al desgaste y la deformación, este material es el más adecuado y utilizado para la fabricación de este tipo de herramientas. El metal duro tiene propiedades químicas muy eficientes para la resistencia a la oxidación, difusión y los diferentes cambios térmicos por contacto entre la herramienta y el material a mecanizar, la temperatura de oxidación al mecanizar aceros puede variar entre los 300°C a 900°C [55].

El recubrimiento de nitruro de aluminio titanio (TiAlN) es muy importante para esta selección de herramienta debido a sus características como lo son: estabilidad térmica,

mayor dureza, disipación de calor, menor desgaste al someter la herramienta a mayores velocidades de maquinado, entre otras. Cuenta con un coeficiente de fricción de 0,55, una dureza de 81 HRC y temperatura de oxidación de 600°C, la dureza de el recubrimiento es mayor al que ofrece el fabricante en la fresa frontal Z3 como se menciona en la Tabla 1.

Se define en la Figura 26, las respectivas dimensiones de la fresa frontal Z3 la cual cuenta con tres hélices, ángulo de hélice 30° especificados por el fabricante (**SORIANO INNOVATION & PRECISION**).



**Figura 26.** Dimensiones fresa frontal Z3.

Por lo tanto, el portaherramientas que se selecciona como lo recomienda el fabricante (**SANDVIK COROMANT**) es uno de los más adecuados para el tipo de fresa Z3 debido a sus respectivas dimensiones y por el material. En la Figura 27 el portaherramientas Weldon, cuenta con las siguientes características: diámetro interno de 6 mm, rosca M6, par torsional de 3 N.m y compuesto de un metal duro para la sujeción de la herramienta.



Figura 27. Portaherramientas Weldon para fresa frontal.

### 3.1.1 Parámetros recomendados por el fabricante

En esta sección se define los materiales que se utilizan para mecanizar con la fresa frontal Z3, estos materiales son acero al carbón, acero inoxidable y aluminio que debido a sus propiedades que se mencionan en la Tabla 2 son los más apropiados para el desarrollo del modelo por la selección de la herramienta [56].

CARACTERISTICAS			
Materiales	Acero con 0,55% de carbón	Acero inoxidable	Aluminio
Resistencia mecánica (MPa)	(686,7 - 735,75)	(540 – 680)	(160 – 200)
Dureza (HB)	220	< 200	20

Tabla 2. Resistencia mecánica y dureza para los materiales.

El fabricante (**SORIANO INNOVATION & PRECISION**) recomienda unas velocidades de giro y unos avances de corte en la fresa frontal Z3 de la Figura 26, las características mencionadas en la Tabla 3 son muy importantes para un buen manejo de la utilidad en la herramienta, un mejor acabado superficial en el mecanizado y evitar el desgaste de la misma [54].

DATOS RECOMENDADOS POR EL FABRICANTE			
Materiales	Acero al carbón	Acero inoxidable	Aluminio
Velocidades de corte (RPM)	5560	2840	7600
Avance por diente (mm/diente)	0,033	0,033	0,032

**Tabla 3.** Parámetros recomendados por el fabricante.

Con los parámetros recomendados por el fabricante, se procede a calcular la velocidad de corte estimada para el proceso de fresado en cada material usando la ecuación (3-1):

$$V_c = \frac{(\pi)(d)(N)}{1000} \quad (3-1)$$

Donde  $d$  es el diámetro de la fresa seleccionada y  $N$  es la velocidad del husillo que recomienda el fabricante.

Reemplazando los valores de la velocidad para cada material y el diámetro de la fresa frontal Z3, se obtienen los siguientes resultados que se muestra en la Tabla 4:

Velocidad de corte	Aluminio	Acero al carbón	Acero inoxidable
$V_c \left[ \frac{m}{s} \right]$	0,143	0,104	0,053

**Tabla 4.** Velocidad de corte estimada para el aluminio, acero al carbón y acero inoxidable.

Los resultados de las velocidades de corte estimadas indican que el aluminio se puede mecanizar a una más alta velocidad en comparación del acero al carbón y acero inoxidable, esto se debe a que el aluminio es un material más blando, de poca resistencia a la tracción y más deformable.

### 3.1.2 Parámetros seleccionados para el desarrollo del modelo

Se procede a calcular la fuerza de corte en la herramienta seleccionada [57] usando la ecuación (3-2).

$$F = (F_c)(N_d) \quad (3-2)$$

Donde  $F_c$  es la fuerza de corte por cada diente y  $N_d$  es el número de dientes de la herramienta, y para calcular  $F_c$  se deberá usar la siguiente ecuación (3-3):

$$F_c = (Q)(S_t) \quad (3-3)$$

Donde  $Q$  es la fuerza específica de arranque para diferente material y  $S_t$  es la sección máxima de la viruta en el proceso de fresado frontal que se calcula con la ecuación (3-4):

$$S_t = (P_d)(A_d) \quad (3-4)$$

Donde  $P_d$  es la profundidad de pasada y  $A_d$  es el avance por diente de la herramienta [57].

Los valores de fuerza específica de arranque  $Q$  se mencionan en la Tabla 5, este factor es importante ya que cada material tiene su respectivo valor y de él se procede a calcular la fuerza de corte [1].

Material	Fuerza específica de arranque ( $\frac{kg}{mm^2}$ )
Acero al carbón	200
Acero inoxidable	183,54
Aluminio	150

**Tabla 5.** Fuerza específica de arranque para distintos materiales.

La profundidad de corte seleccionada es de cinco milímetros y diez milímetros, estos parámetros fueron seleccionados por medio de una visita realizada a la empresa **INDUSTRIAS FABRIMAQ**, en la cual recomiendan estos parámetros ya que generan diferentes acabados superficiales.

Ahora se procede a calcular las fuerzas de corte para la fresa frontal Z3 como se mencionan en la Tabla 6, Tabla 7, Tabla 8, Tabla 9, Tabla 10 y Tabla 11. La fuerza de corte

total es el producto de la fuerza de corte en cada diente y el número de dientes de la fresa, para este caso la selección de la herramienta es de tres dientes.

<b>ALUMINIO</b>	
<b>Sección máxima de viruta</b>	$S_t = 5mm * 0,032 \frac{mm}{diente} = 0,16 \frac{mm^2}{diente}$
<b>Fuerza de corte por cada diente</b>	$F_c = 150 \frac{kg}{mm^2} * 0,16 \frac{mm^2}{diente} = 24kgF * \left[ \frac{9,81N}{1kgF} \right] = 235,44 N$
<b>Fuerza de corte total</b>	$F = 235,44 N * 3dientes = 706,32 N$

**Tabla 6.** Fuerza de corte de la herramienta para el aluminio a cinco milímetros.

<b>ACERO AL CARBÓN</b>	
<b>Sección máxima de viruta</b>	$S_t = 5mm * 0,033 \frac{mm}{diente} = 0,165 \frac{mm^2}{diente}$
<b>Fuerza de corte por cada diente</b>	$F_c = 200 \frac{kg}{mm^2} * 0,165 \frac{mm^2}{diente} = 33 kgF * \left[ \frac{9,81 N}{1kgF} \right] = 323,73 N$
<b>Fuerza de corte total</b>	$F = 323,73 N * 3dientes = 971,19 N$

**Tabla 7.** Fuerza de corte de la herramienta para el acero al carbón a cinco milímetros.

<b>ACERO INOXIDABLE</b>	
<b>Sección máxima de viruta</b>	$S_t = 5mm * 0,033 \frac{mm}{diente} = 0,165 \frac{mm^2}{diente}$
<b>Fuerza de corte por cada diente</b>	$F_c = 183,54 \frac{kg}{mm^2} * 0,165 \frac{mm^2}{diente} = 30,28 kgF * \left[ \frac{9,81 N}{1kgF} \right] = 297,09 N$
<b>Fuerza de corte total</b>	$F = 297,09 N * 3dientes = 891,26 N$

**Tabla 8.** Fuerza de corte de la herramienta para el acero inoxidable a cinco milímetros.

<b>ALUMINIO</b>	
<b>Sección máxima de viruta</b>	$S_t = 10mm * 0,032 \frac{mm}{diente} = 0,32 \frac{mm^2}{diente}$
<b>Fuerza de corte por cada diente</b>	$F_c = 150 \frac{kg}{mm^2} * 0,16 \frac{mm^2}{diente} = 48kgF * \left[ \frac{9,81N}{1kgF} \right] = 470,88 N$
<b>Fuerza de corte total</b>	$F = 470,88 N * 3dientes = 1412,64 N$

**Tabla 9.** Fuerza de corte de la herramienta para el aluminio a diez milímetros.

<b>ACERO AL CARBON</b>	
<b>Sección máxima de viruta</b>	$S_t = 10mm * 0,033 \frac{mm}{diente} = 0,333 \frac{mm^2}{diente}$
<b>Fuerza de corte por cada diente</b>	$F_c = 200 \frac{kg}{mm^2} * 0,165 \frac{mm^2}{diente} = 66 kgF * \left[ \frac{9,81 N}{1kgF} \right] = 647,46N$
<b>Fuerza de corte total</b>	$F = 647,46 N * 3dientes = 1942,38 N$

**Tabla 10.** Fuerza de corte de la herramienta para el acero al carbón a diez milímetros.

<b>ACERO INOXIDABLE</b>	
<b>Sección máxima de viruta</b>	$S_t = 10mm * 0,033 \frac{mm}{diente} = 0,333 \frac{mm^2}{diente}$
<b>Fuerza de corte por cada diente</b>	$F_c = 183,54 \frac{kg}{mm^2} * 0,165 \frac{mm^2}{diente} = 60,56 kgF * \left[ \frac{9,81 N}{1kgF} \right] = 594,17N$
<b>Fuerza de corte total</b>	$F = 594,17 * 3dientes = 1782,52N$

**Tabla 11.** Fuerza de corte de la herramienta para el acero inoxidable a diez milímetros.

Los cálculos indican una variación de las fuerzas de corte para los tres materiales a mecanizar, por lo cual el acero al carbón presenta una mayor fuerza de corte que los demás materiales, esto debido a la profundidad de corte, el avance por diente de pasada en el material y la fuerza de arrancamiento específica que se ejerce sobre él, este valor es significativo para la aplicación en las tres hélices de la herramienta.

### 3.1.3 Simulación de las fuerzas en el tiempo

Al llevar a cabo las simulaciones se tiene en cuenta el rango de velocidades descritos por el fabricante para la fresa frontal Z3, donde la capacidad de cómputo de Ansys Student® no permite elegir específicamente esos valores de velocidad, por lo cual se escoge un valor de velocidad máximo, medio y mínimo que se mencionan en la Tabla 12, donde permiten adicionar las fuerzas de corte en intervalos muy pequeños de tiempo que se llevan a cabo en tres pasos para llegar a las velocidades mencionadas.

Pasos	VELOCIDAD EN RPM		
	2000	10000	20000
1 (Seg)	$1x10^{-2}$	$4x10^{-3}$	$1x10^{-3}$
2 (Seg)	$2x10^{-2}$	$5x10^{-3}$	$2x10^{-3}$
3 (Seg)	$3x10^{-2}$	$6x10^{-3}$	$3x10^{-3}$

**Tabla 12.** Velocidades de corte en función al tiempo

Se eligieron tres pasos de tiempo ya que la selección de la herramienta es de tres filos, por lo que el paso tres de 0,03 segundos es equivalente a la velocidad de 2000 RPM, el paso tres de 0,006 segundos es equivalente a la velocidad 10000 RPM y por último el paso tres de 0,003 segundos es equivalente a la velocidad de 20000 RPM, el razonamiento de estos tiempos se obtiene en la siguiente Tabla 13:

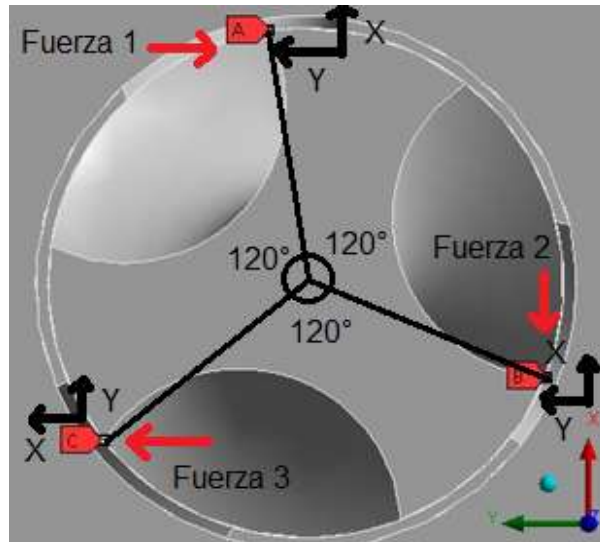
VELOCIDAD (RPM)
$V = \frac{1 \text{ RPM}}{0,03 \text{ seg}} (60 \text{ seg}) = 2000 \text{ RPM}$
$V = \frac{1 \text{ RPM}}{0,006 \text{ seg}} (60 \text{ seg}) = 10000 \text{ RPM}$
$V = \frac{1 \text{ RPM}}{0,003 \text{ seg}} (60 \text{ seg}) = 20000 \text{ RPM}$

**Tabla 13.** Cálculo de tiempos para velocidades de corte.

Los pasos uno y dos mencionados en la Tabla 12 son determinados por el software Ansys Student de una manera automática ya que la diferencia es milésima de segundos entre cada paso.

En la Figura 28, se muestra las fuerzas aplicadas en cada uno de los filos de la herramienta, siguiendo el plano de coordenadas. La aplicación de estas fuerzas se lleva a cabo para el análisis modal, análisis en respuesta armónica y análisis en respuesta dinámica explícita.

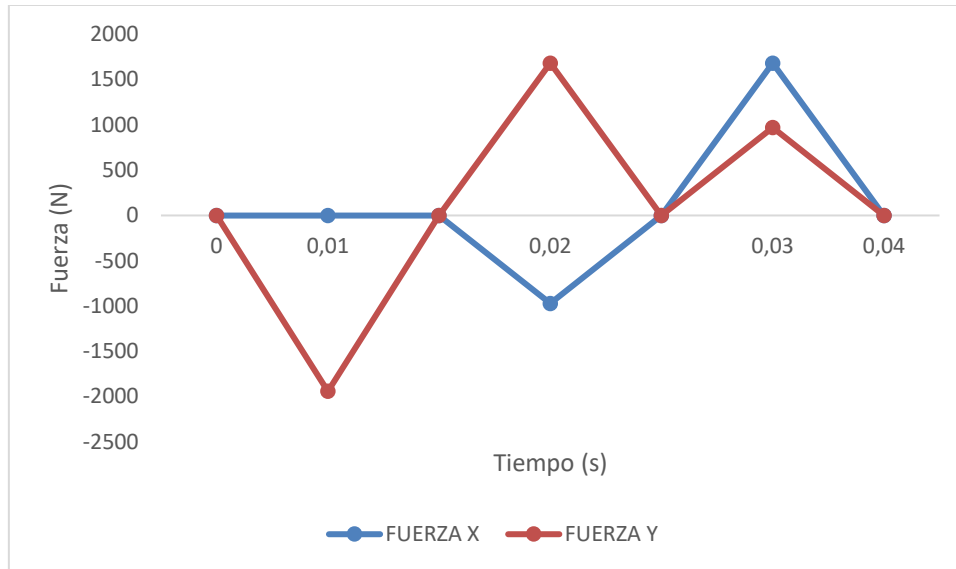




**Figura 28.** Fuerzas aplicadas en A) Primer filo, B) Segundo filo y C) Tercer filo.

Cada fuerza aplicada cuenta con una componente vectorial  $(x, y)$ , donde en la primera fuerza se aplica en una componente vectorial en  $(-y)$ , la segunda fuerza se aplica en una componente vectorial en  $(-x, y)$  para la tercera fuerza se aplica en una componente vectorial en  $(x, y)$ , estas componentes vectoriales se establecieron con el fin de que cada una de las fuerzas sean aplicadas en los fillos con su respectivo ángulo de inclinación.

En la Figura 29 se aplica una primera fuerza de  $-1942,4$  N en la componente vectorial  $(y)$ , luego se aplica una segunda fuerza con una componente en  $(x)$  de  $-971,19$  N y una componente  $(y)$   $1682,2$  N y por último se aplica la tercera fuerza con una componente en  $(x)$  de  $1682,2$  N y una componente en  $(y)$  de  $971,19$  N, las fuerzas se aplicaron en los tres pasos de tiempo que se mencionan en la Tabla 12 con el fin de que cada fuerza se aplique correctamente.



**Figura 29.** Fuerzas para el acero al carbón a velocidad 2000 RPM

El comportamiento de la Figura 29 muestra que cada fuerza aplicada en un mínimo intervalo de tiempo corresponde a las componentes vectoriales de la Figura 28 esto debido a que la fuerza es aplicada e inmediatamente se retira y así sucesivamente. La simulación de las fuerzas aplicada en la herramienta para todos los materiales tiene el mismo comportamiento de la Figura 29 pero solo cambia el valor de la fuerza y los intervalos de tiempo.

### 3.2 Definición de la geometría del conjunto herramienta–sujeción

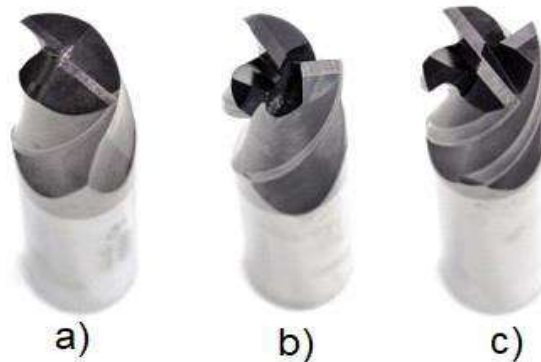
En este proyecto se llevó a cabo con ciertos parámetros de geometría lo cuales son descritos a continuación:

Descripción de la herramienta: En este tipo de proceso se utilizó una herramienta de corte de fresado con las siguientes características:

En el proceso de fresado frontal, existe una cierta variedad de diámetros que se encuentran en un rango entre ( $4 \text{ mm} < d < 18 \text{ mm}$ ) [54], lo cual, el fabricante (**SORIANO INNOVATION & PRECISION**) recomienda valores intermedios de geometría para el tipo

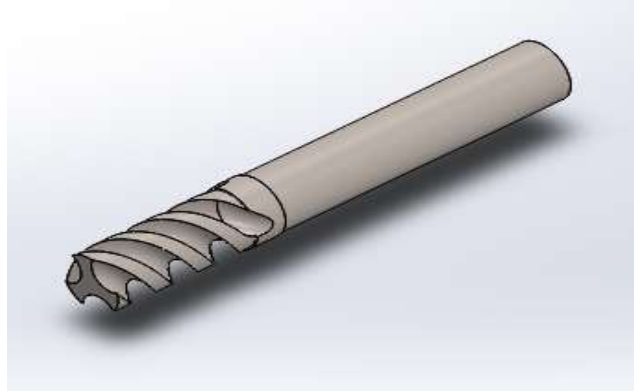
de proceso de fresado frontal, debido a su gran facilidad para llegar a extremidades pequeñas.

En la industria, existen variedades de fresas o escariadores dependiendo del material que se vaya a utilizar, por lo cual, para el proceso de fresado frontal se recomienda usar fresas de acabado frontal con dos o tres o hasta cuatro hélices como se pueden ver en la Figura 30.



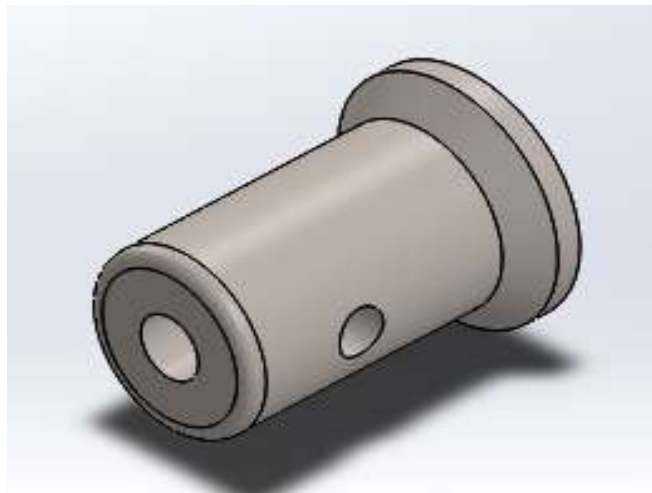
**Figura 30.** Geometría de fresas con a) dos hélices, b) tres hélices, c) cuatro hélices. Modificada de [54].

Las dimensiones para la herramienta de corte que se observan en la Figura 26 y las características de la Tabla 1 permite mejorar el contacto entre el husillo y la herramienta. Este valor no sufriría un exceso de dimensiones al momento de ensamblarse y de generar movimiento sobre la pieza de trabajo. Se puede observar Figura 31 el diseño en SolidWorks de la fresa frontal Z3.



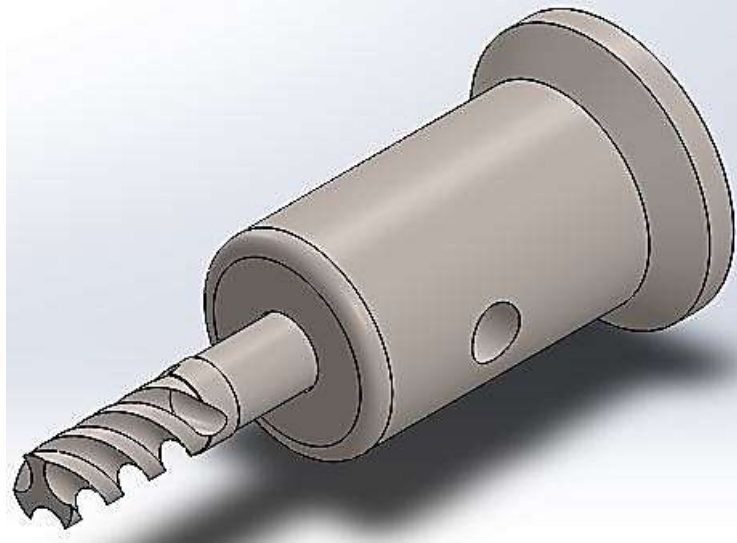
**Figura 31.** Fresa de tres hélices.

La elección del portaherramientas Weldon es el que más se ajusta a las características de la herramienta que se mencionan en la Tabla 1 y también por las propiedades específicas de la marca (**SANDVIK COROMANT**), se diseñó el husillo en SolidWorks como se observa en la Figura 32.



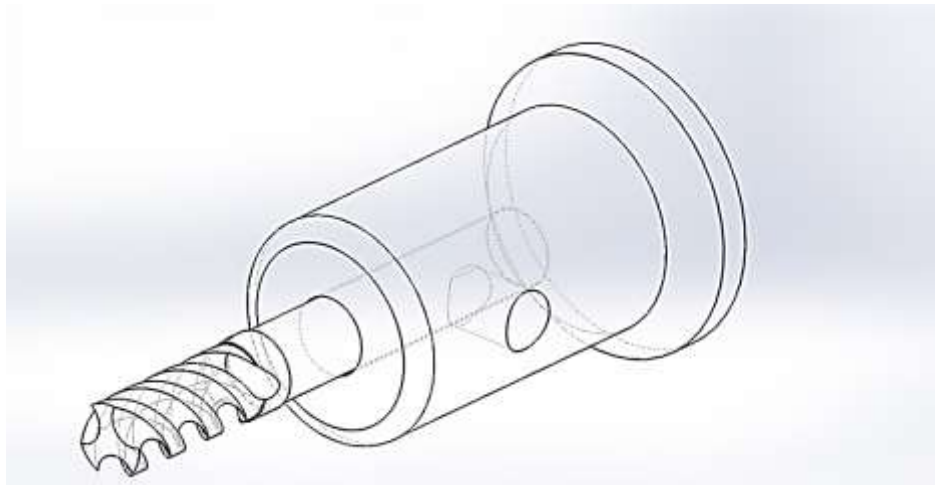
**Figura 32.** Husillo

**Geometría en una pieza:** Para el desarrollo del estudio en ANSYS Student®, se realizó un diseño del husillo-herramienta en SolidWorks. Por lo cual, el husillo y la herramienta son una pieza fija como se muestra en la Figura 33.



**Figura 33.** Husillo-herramienta de una sola pieza.

**Geometría en dos piezas:** Para el desarrollo del estudio en ANSYS Student ®, se realizó un diseño del husillo-herramienta en SolidWorks. Por lo cual, el husillo y la herramienta de corte se encuentran ensambladas como se muestra en la Figura 34.



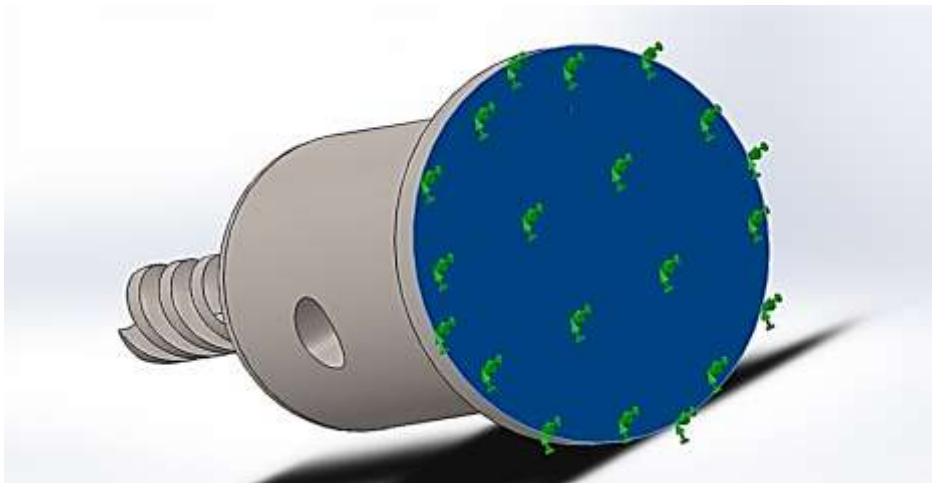
**Figura 34.** Ensamble de husillo-herramienta

### 3.3 Desarrollo del estudio en frecuencia para el modelo por el MEF

En este caso, se realizó un análisis de convergencia con el fin de poder determinar el tamaño de la malla y optimizar el costo computacional en cuanto a tiempo de simulación. Por lo cual se realizó un estudio de frecuencia en el Software SolidWorks y ANSYS Student ® que serán explicados a continuación:

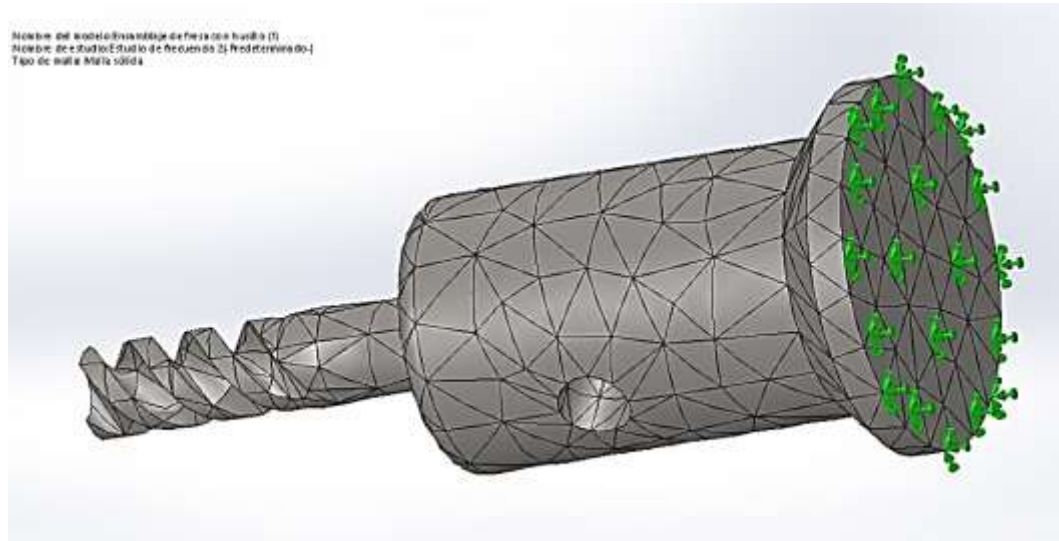
#### 3.3.1 Estudio de frecuencia en SolidWorks ®:

Se realiza un estudio de análisis de respuesta en frecuencia del portaherramientas, como se observa en la Figura 35 se selecciona la sujeción fija en la parte superior del portaherramientas debido a que es un desplazamiento libre y no se aplican cargas.



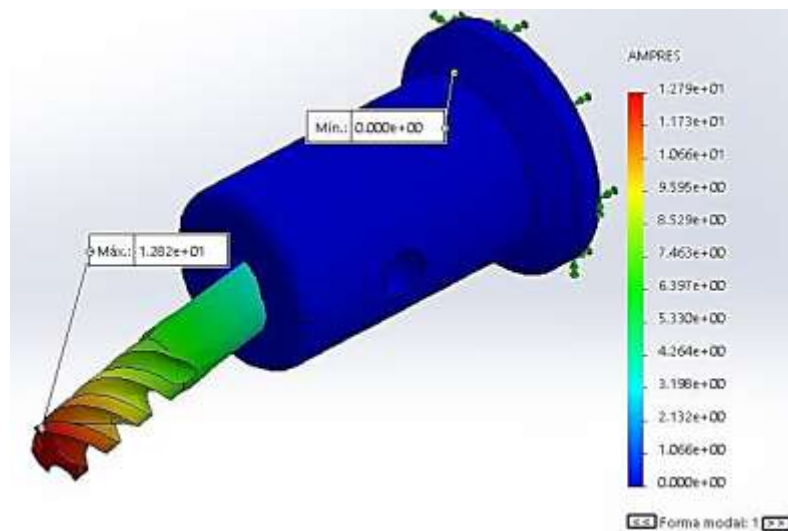
**Figura 35.** Estudio de frecuencia.

Al seleccionar la parte fija se procede a elegir un tamaño de malla para obtener los correspondientes estudios modales. Donde en la Figura 36 este tamaño de malla se obtiene de un estudio de convergencia mostrado posteriormente con el fin de reducir el costo computacional en cuanto al tiempo de simulación.

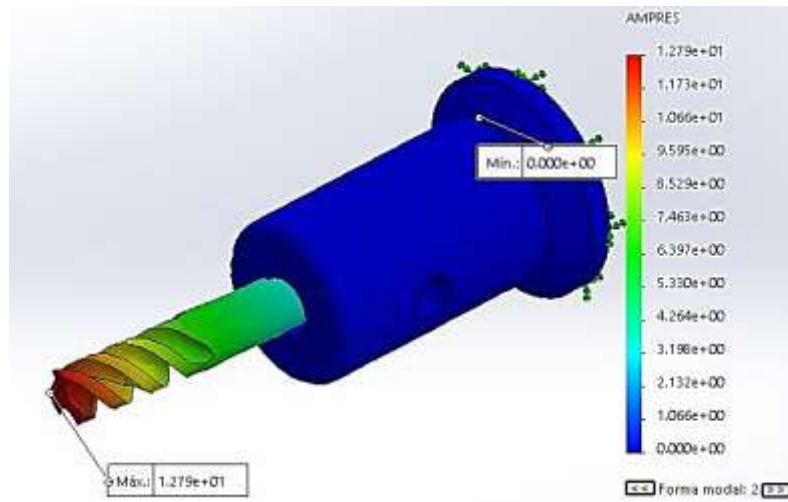


**Figura 36.** Creación de malla.

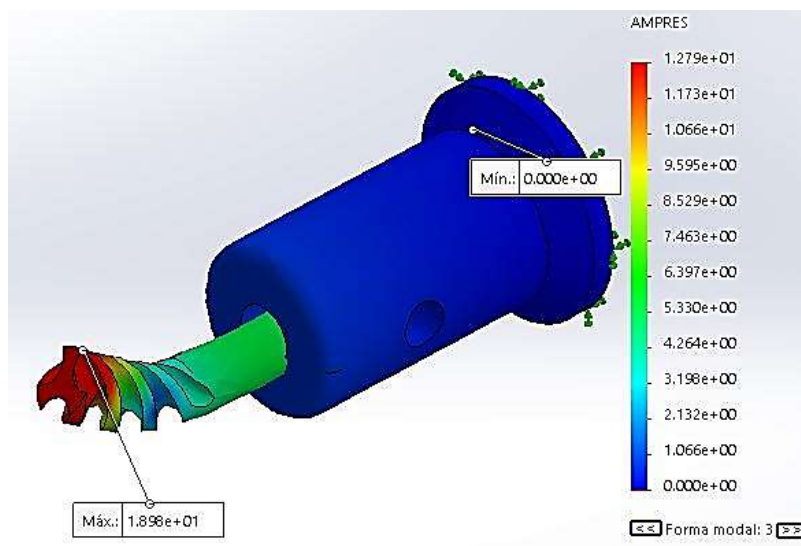
Luego de aplicar la malla sobre la geometría, se genera un análisis de respuesta en frecuencia obteniendo los modos de vibración correspondientes a este estudio de frecuencia y con ellos se determina el análisis de convergencia. En las Figura 37, Figura 38, Figura 39, Figura 40 y Figura 41 se observan los cinco modos de vibración del estudio en frecuencia.



**Figura 37.** Primer modo de vibración en el estudio de frecuencia en SolidWorks.

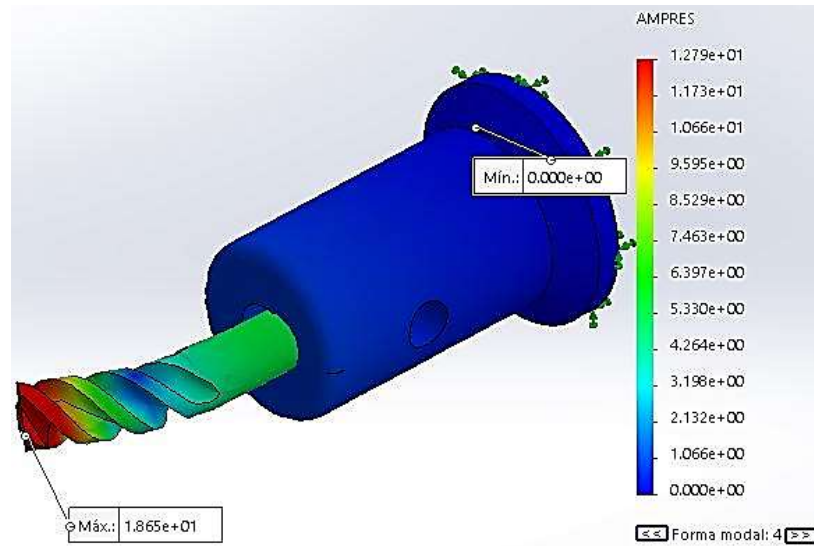


**Figura 38.**Segundo modo de vibración en el estudio de frecuencia en SolidWorks

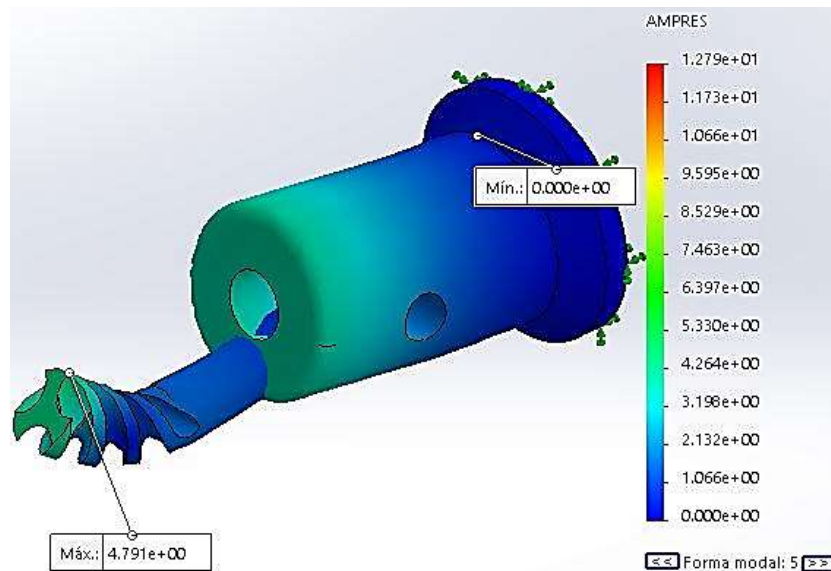


**Figura 39.**Tercer modo de vibración en el estudio de frecuencia en SolidWorks





**Figura 40.**Cuarto modo de vibración en el estudio de frecuencia en SolidWorks



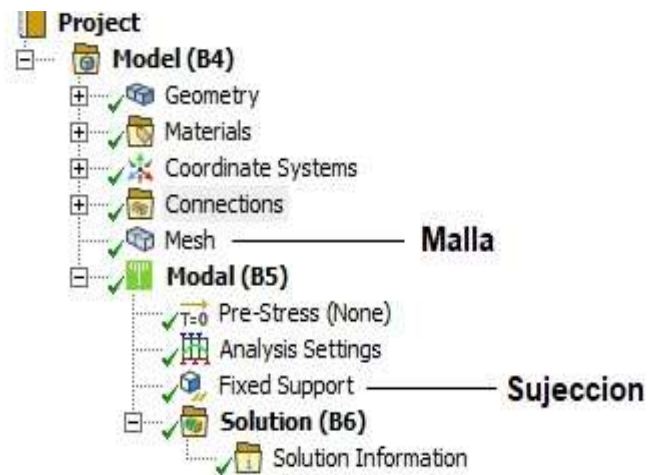
**Figura 41.**Quinto modo de vibración en el estudio de frecuencia en SolidWorks

Los modos de vibración para este estudio de respuesta en frecuencia indica que el modo tercero, cuarto y quinto presentan flexión en la punta de la herramienta y son los más críticos. Los datos visualizados pertenecen a un movimiento relativo, es decir, esos valores no pertenecen a la escala real si no que son un valor que indica la forma en que vibra.

### 3.3.2 Estudio de frecuencia en Ansys Student®

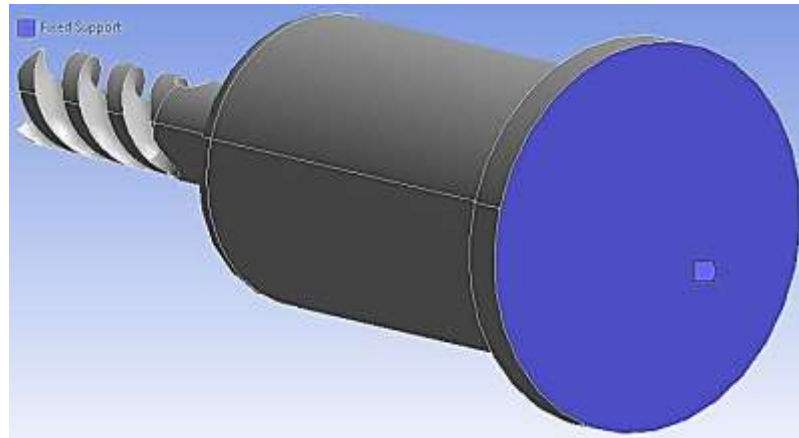
Según los parámetros obtenidos en el estudio de frecuencia en SolidWorks, se procede a realizar el mismo estudio de respuesta en frecuencia en ANSYS Student®, con el fin de realizar una comparación y analizar los modos de vibración y así obtener el estudio de convergencia, los parámetros seleccionados para este estudio tienen un desplazamiento libre y no se aplican cargas.

Se procede a ingresar a la interfaz del análisis modal de Ansys Student® para realizar el estudio de respuesta en frecuencia como se observa en la Figura 42.



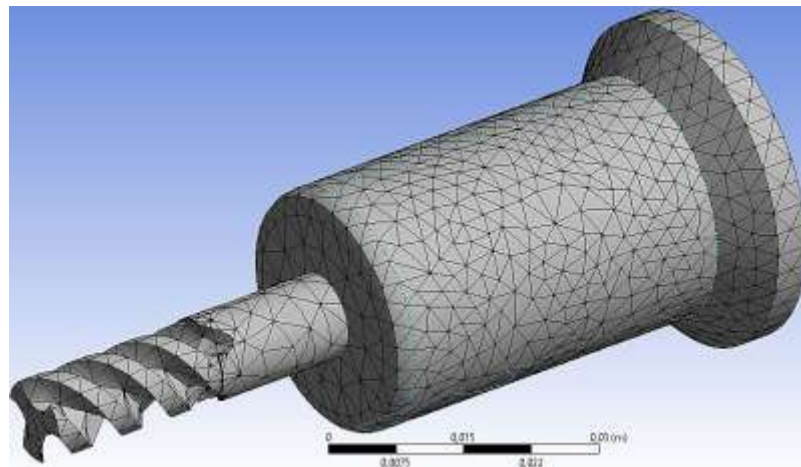
**Figura 42.** Estudio Modal.

Se selecciona la sujeción fija de la parte superior del portaherramientas como se realizó para el estudio de respuesta en frecuencia en SolidWorks, donde en la Figura 43 se aplica este parámetro.



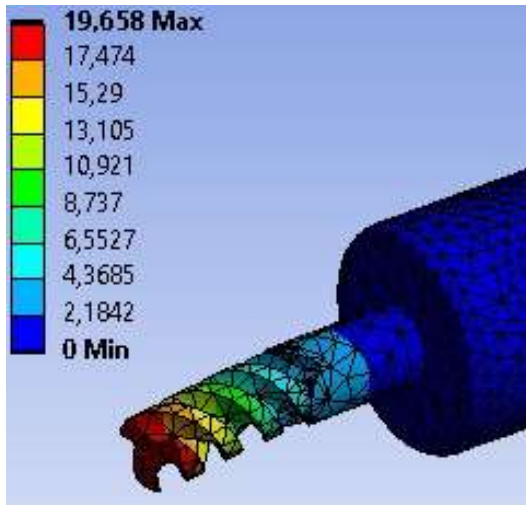
**Figura 43.** Sujeción fija.

Una vez seleccionada la parte fija del portaherramientas se procede a elegir un tamaño de malla para obtener los estudios modales correspondientes. Se selecciona una malla con el fin de reducir el costo computacional en cuanto a el tiempo de simulación y evitar errores computaciones como se observa en la Figura 44.

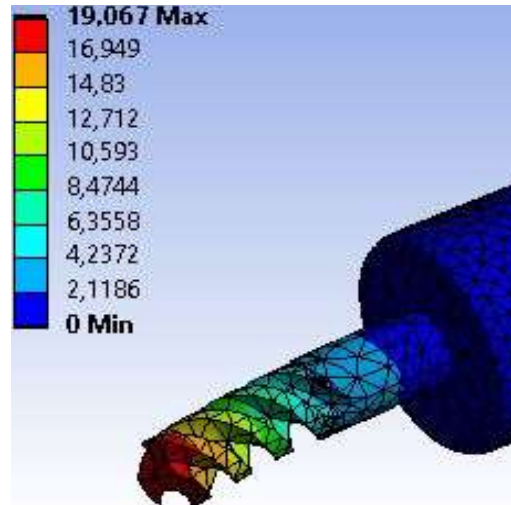


**Figura 44.** Tamaño de malla.

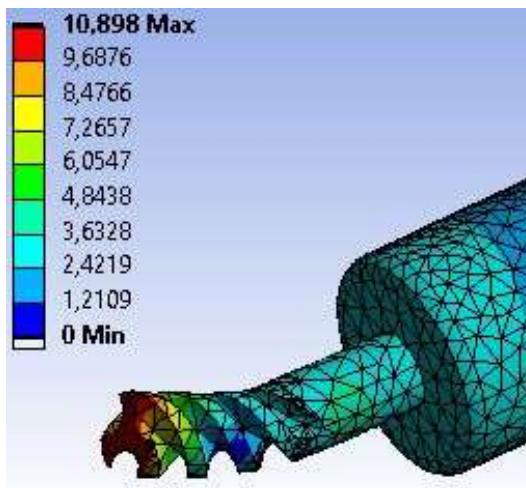
Al aplicar la malla en la geometría, se obtiene un análisis de respuesta en frecuencia para cada modo de vibración y de ello poder comparar con los resultados obtenidos en el estudio de frecuencia en SolidWorks. En las Figura 45, Figura 46, Figura 47, Figura 48 y Figura 49 se observan los cinco modos de vibración del estudio en frecuencia.



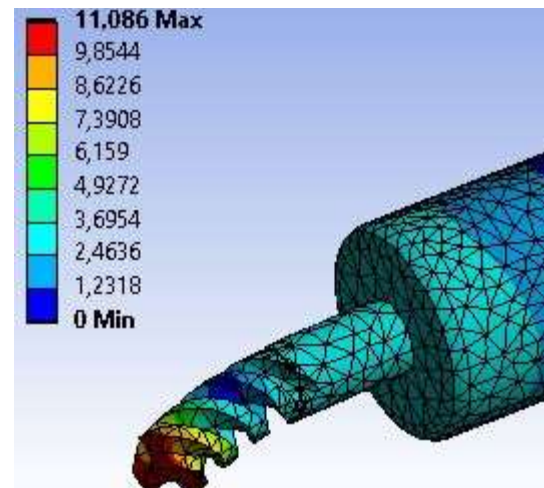
**Figura 45.** Primer modo de vibración en el estudio de frecuencia en Ansys.



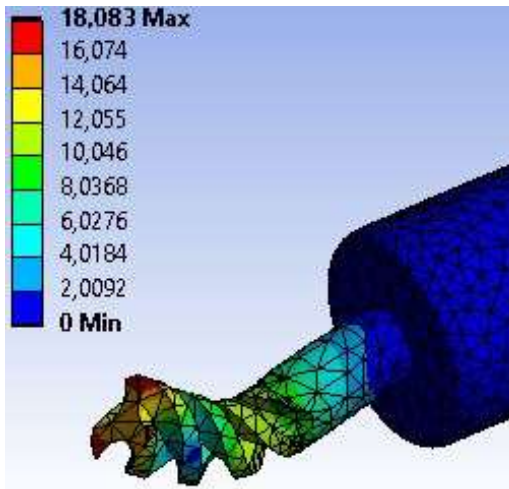
**Figura 46.** Segundo modo de vibración en el estudio de frecuencia en Ansys.



**Figura 47.** Tercer modo de vibración en el estudio de frecuencia en Ansys.



**Figura 48.** Cuarto modo de vibración en el estudio de frecuencia en Ansys.



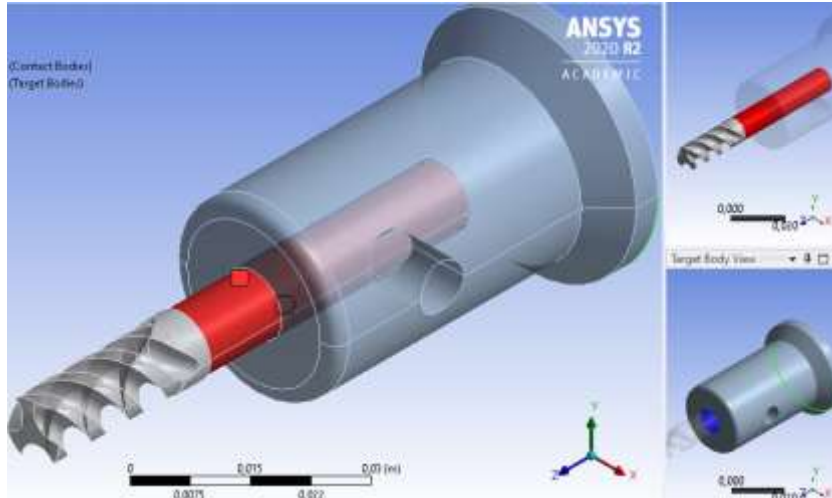
**Figura 49.** Quinto modo de vibración en el estudio de frecuencia en Ansys.

El tercero, cuarto y quinto modo del análisis de respuesta en frecuencia presentan un mayor desplazamiento sobre la herramienta, lo cual se puede decir que estos modos son los más críticos. Los datos visualizados pertenecen a un movimiento relativo, es decir, esos valores no pertenecen a la escala real si no que son un valor que indica la forma en que vibra.

Luego de obtenidos los estudios de respuesta en frecuencia tanto para SolidWorks como para Ansys, el quinto modo en SolidWorks tiene un valor máximo de desplazamiento de 4,79 (m), mientras que para Ansys el quinto modo tiene un valor de 18,083 (m), luego de analizar estos resultados se puede decir que los valores del movimiento relativo son mayores en Ansys que en SolidWorks, ya que se seleccionó un tamaño de malla en SolidWorks de 4,02 (mm) y una malla en Ansys de 2,65 (mm) , esto quiere decir que al obtener un tamaño de malla más fino los resultados del estudio en frecuencia serán más cercanos al valor real.

### 3.4 Análisis de diferentes tipos de contacto

Este estudio se realizó con tres tipos de contacto, donde en la Figura 50 se observa que la herramienta se encuentra resaltada en color rojo y la parte interna del husillo en color azul.

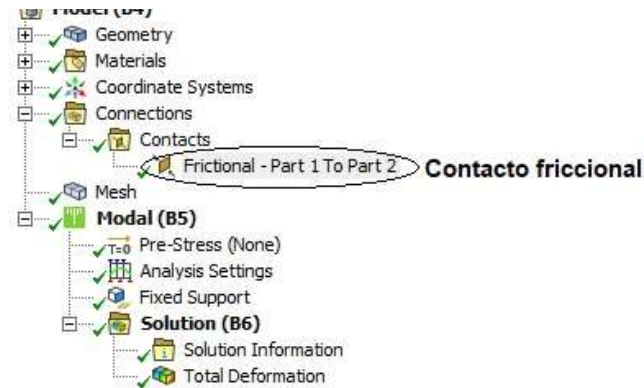


**Figura 50.** Contacto entre husillo-herramienta.

Al momento de realizar la selección de los contactos, la configuración en el software describe la herramienta como parte 1 y el husillo como parte 2. El contacto friccional, resorte y rígido tienen esta configuración.

### 3.4.1 Contacto de tipo friccional

Para este tipo de contacto el coeficiente de fricción para el acero sobre acero es de  $0,57\mu_k$ , el coeficiente del aluminio sobre el acero es de  $0,47\mu_k$  y el coeficiente del acero inoxidable sobre el acero es de  $0,25\mu_k$ , estos valores corresponden a el coeficiente de fricción cinético [58]. Para realizar el respectivo análisis fueron seleccionados coeficientes de fricción de  $0,3\mu_k$ ,  $0,5\mu_k$ ,  $0,7\mu_k$  y  $0,9\mu_k$  que están en el rango de dichos materiales con el fin de verificar si en Ansys se presentan diferentes reacciones para el contacto friccional. En la Figura 51 se observa la configuración del contacto friccional.



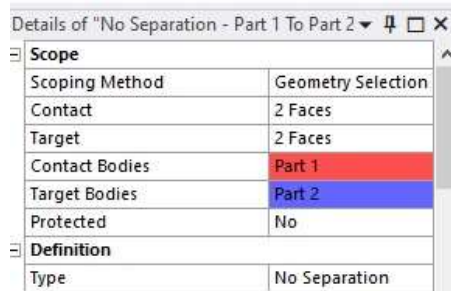
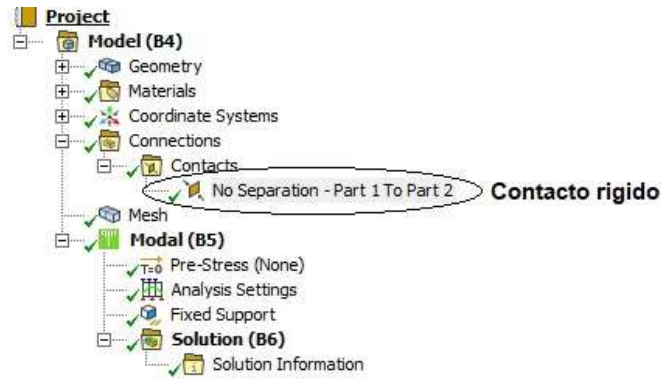
Properties of "Frictional - Part 1 To Part 2"	
<b>Properties</b>	
Opening Method	Geometry Selection
Initial State	2 Faces
Target	2 Faces
Initial Bodies	Part 1
Target Bodies	Part 2
Detected	Yes
<b>Definition</b>	
Type	Frictional
Friction Coefficient	0,3

**Figura 51.** Contacto de tipo friccional.

Al realizar el estudio de respuesta en frecuencia con el tipo de contacto friccional, se obtienen seis modos de respuesta en frecuencia entre (0,00217Hz a 0,00917Hz) como se menciona en la Tabla 17. El primer y segundo modo de vibración tiene un valor de frecuencia igual a cero debido a que se presenta un desplazamiento libre entre la herramienta (parte 1) y el husillo (parte 2).

### 3.4.2 Contacto rígido.

Para este tipo de contacto rígido, no se tiene en cuenta valores de referencia para la parte 1 y la parte 2, únicamente seleccionar correctamente los contactos, con el fin de analizar los desplazamientos que se generan en la herramienta y el husillo. En la Figura 52 se observa la configuración del contacto rígido.



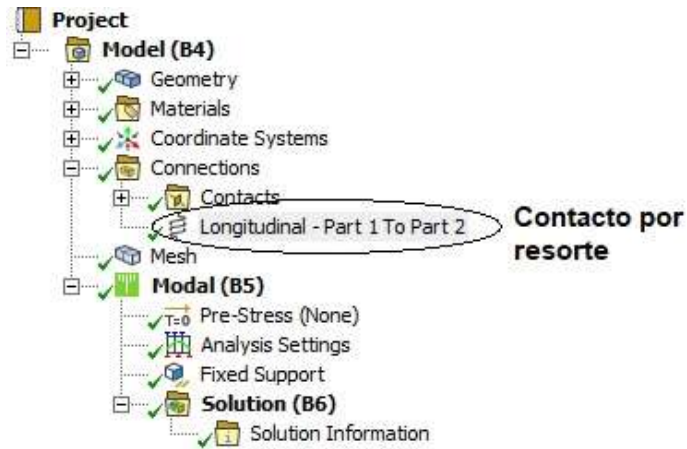
**Figura 52.** Contacto de tipo rígido.

Obtenidos los resultados del contacto rígido se menciona en la Tabla 19 los seis modos de vibración en frecuencia entre un rango de (992,4 Hz a 7108,2 Hz), esto indica que los modos críticos de vibración se encuentran en el modo cinco y el seis ya que presentan mayor desplazamiento, Este tipo de contacto es uno de los que presenta mayor variación en las frecuencias naturales.

### 3.4.3 Contacto de resorte

Para este tipo de contacto la constante de elasticidad del resorte es seleccionada por disponibilidad de rango del software Ansys ya que no permite valores mayores de 1000 N/m y no menores a 250N/m. Para el respectivo análisis fueron seleccionados 250 N/m, 500 N/m, 750 N/m y 1000 N/m, esto con el fin de verificar las reacciones de Ansys para este tipo de contacto, que presenta un ajuste o pretensión. En la Figura 53 se observa la configuración del contacto resorte.





Details of "Longitudinal - Part 1 To Part 2" ▾ ⚙ □

Graphics Properties	
Definition	
Material	None
Type	Longitudinal
Spring Behavior	Both
<input type="checkbox"/> Longitudinal Stiffness	500, N/m

**Figura 53.** Contacto por resorte.

Al mencionar la Tabla 18 se obtienen seis modos de frecuencia en un rango de (5420 Hz a 23700 Hz) esto quiere decir que el contacto resorte presenta dos modos críticos que son el modo cinco y el seis, por lo que este estudio presenta frecuencias altas en vibraciones naturales. Los valores aplicados para la constante de elasticidad son altos debido a este tipo de contacto entre la herramienta (parte 1) y el husillo (parte 2) generando amortiguamiento ya que las frecuencias altas oscilan a mayor rapidez.

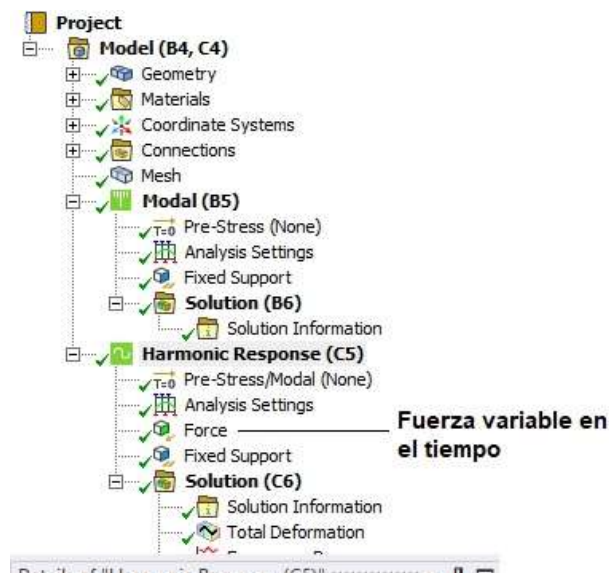
Luego de obtener los estudios para cada tipo de contacto, el contacto rígido es el más apropiado para realizar el estudio de análisis aplicando una fuerza variable en el tiempo ya que los resultados de las frecuencias naturales se mantienen estables en comparación con los otros.

## 3.5 Análisis de diferentes tipos de interacción entre herramienta y pieza de trabajo

La interacción del análisis dinámico y de respuesta armónica en el Software ANSYS Student® permiten analizar una fuerza variable en el tiempo por medio de la configuración. Se puede llevar a cabo con una cierta cantidad de condiciones o parámetros para que se logre obtener, verificar y definir el tipo de resultados y llegar a una comparación [31].

### 3.5.1 Análisis en respuesta armónica de las fuerzas variables en el tiempo

Para el análisis de respuesta armónica se adiciona una fuerza variable en el tiempo con el fin de analizar el comportamiento en las frecuencias naturales. En la Figura 54 se observa la configuración Harmonic Response.

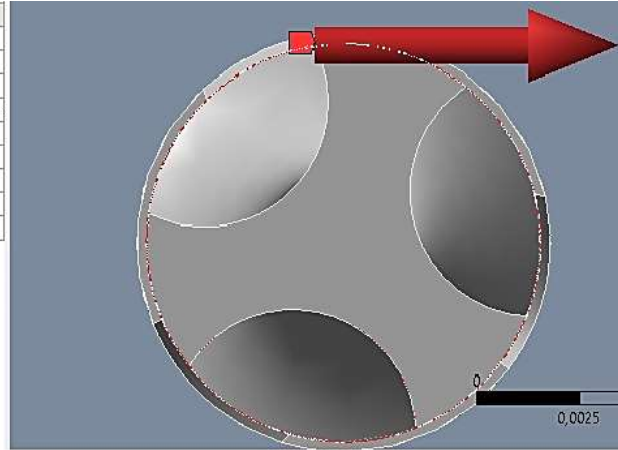


**Figura 54.** Aplicación de la fuerza variable en el tiempo en respuesta armónica.

Este estudio se realiza en principio con el análisis modal para luego aplicar una fuerza variable en pequeños lapsos de tiempo en la herramienta y así analizar su comportamiento. En la Figura 55 se aplica la fuerza de 1942,4 N que pertenece a el acero al carbón a 10 mm de profundidad para el contacto friccional en el primer filo de la herramienta siguiendo el plano de coordenadas de la Figura 31.

Type	Force
Define By	Components
Coordinate System	Global Coordinate System
<input type="checkbox"/> X Component	0, N
<input checked="" type="checkbox"/> Y Component	-1942,4 N
<input type="checkbox"/> Z Component	0, N
<input type="checkbox"/> X Phase Angle	0, °
<input type="checkbox"/> Y Phase Angle	0, °
<input type="checkbox"/> Z Phase Angle	0, °
Suppressed	No

Fuerza del acero a diez milímetros **1942,4 N**  
en la componente vectorial (Y)

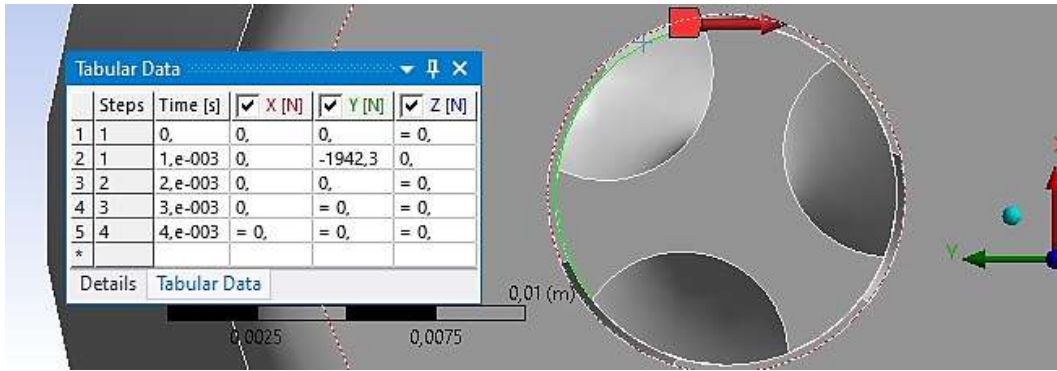


**Figura 55.** Fuerza aplicada para el análisis de respuesta armónica.

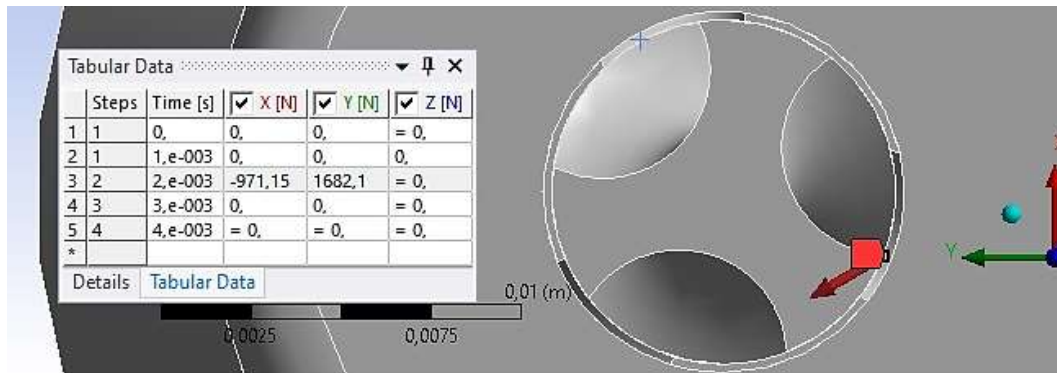
Al aplicar esta fuerza en el primer filo de la herramienta para el acero al carbón a una profundidad de 10 mm se obtiene un rango de frecuencias entre (200 Hz a 20000 Hz) como se observa en la Figura 78, esto se debe porque al aplicar la fuerza se generan unas amplitudes de onda muy altas en función de las frecuencias naturales ocasionando el fenómeno de resonancia y anti resonancia, es decir, la resonancia se produce cuando a medida que la frecuencia natural aumente la amplitud de onda se vuelve críticamente mayor y la anti resonancia se produce cuando a medida que la frecuencia natural aumente la amplitud de onda disminuye.

### 3.5.2 Análisis en respuesta dinámica de las fuerzas variables en el tiempo

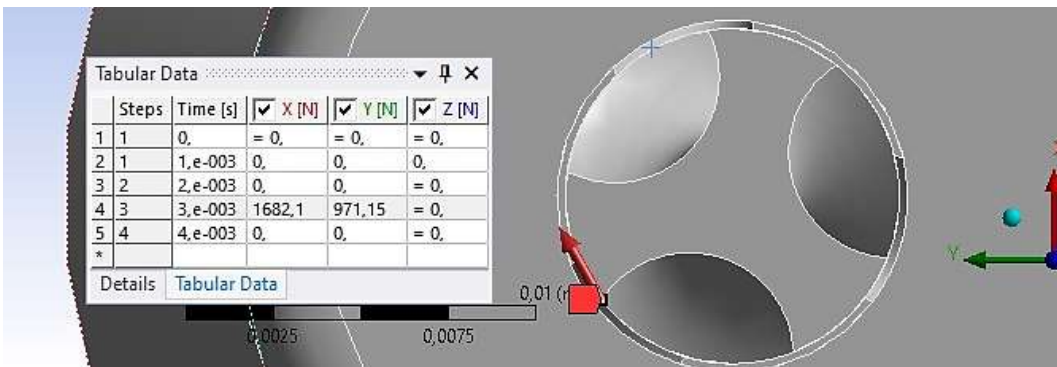
Para el análisis de respuesta dinámica se adicionan tres fuerzas variables en el tiempo, al aplicar esta fuerza en intervalos pequeños de tiempo sus componentes vectoriales cambian con respecto a los filos de la herramienta, en la Figura 56, Figura 57 y Figura 58 se observa la aplicación de esta fuerza.



**Figura 56.** Fuerza aplicada en el primer filo.



**Figura 57.** Fuerza aplicada en el segundo filo.



**Figura 58.** Fuerza aplicada en el tercer filo.

La fuerza que se aplica pertenece a la del acero al carbón que es de 1942,4 N, con una componente vectorial en (x) de 971,15 N y una componente vectorial en (y) de 1682,1 N, donde los tres pasos de tiempo se mencionan en la Tabla 12 y los signos para cada paso varían en función al ángulo de inclinación de la Figura 28.

Al obtener el resultado de las fuerzas aplicadas, la primera fuerza presenta un mayor desplazamiento debido a que su magnitud es más alta en comparación a las demás fuerzas por sus respectivos valores, donde el impacto que genera la primera fuerza sobre la herramienta es significativo para el desplazamiento total y el desplazamiento en las direcciones  $(x, y)$

# Capítulo 4

## 4.Resultados y Análisis

### 4.1 Análisis de convergencia para el estudio de frecuencia en la selección del tamaño de malla y nodos.

Luego de obtenidos los estudios de frecuencia en las secciones (3.3.1) y (3.3.2) se procede a obtener el estudio de convergencia para la selección de la malla y el número de nodos que permite la configuración del Software Ansys.

En la Figura 59 se observa el comportamiento para el tercer y cuarto modo del estudio de frecuencia de la sección (3.3.1) donde el número de frecuencias es mayor en el rango de número de elementos entre (0 a 10000).

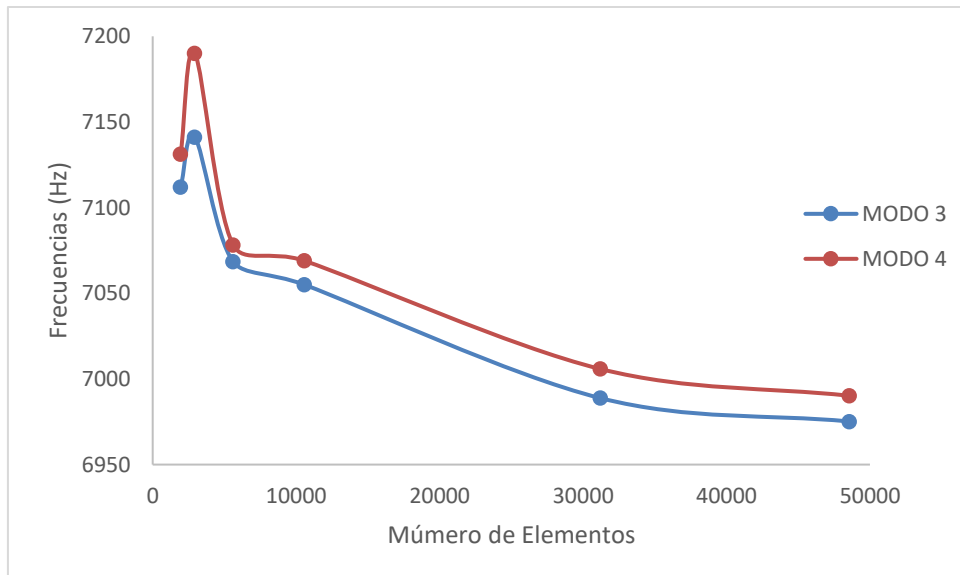


Figura 59. Estudio del comportamiento para el tercer y cuarto modo.

El comportamiento es similar, es decir, el valor de frecuencia tiende a estabilizarse desde una cantidad de elementos de 10000, después del cual la variación entre frecuencias obtenidas no supera el 5% como se menciona en la Tabla 14.

<b>MODO 3</b>	
<b># de Nodos</b>	8927
<b># de elementos</b>	5610
<b>Longitud del mallado</b>	4,02 (mm)
<b>Modo</b>	<b>Frecuencias (Hz)</b>
1	4061,58
2	4075,26
3	7068,42
4	7078,15
5	14755,5

Tabla 14. Tercer modo en el estudio de frecuencia SolidWorks.

En la Tabla 15, se puede mostrar los valores de la diferencia en la longitud de malla y tamaño de elementos que se utilizaran para los análisis de las fuerzas variables en el tiempo.

<b>MODO 3</b>	<b>SolidWorks</b>	<b>ANSYS</b>
<b>N° de Nodos</b>	8927	10181
<b>N° de elementos</b>	5610	5641
<b>Longitud del mallado</b>	<b>4,026 (mm)</b>	<b>2,650 (mm)</b>

Tabla 15. Tamaño de malla

El número de elementos mencionados en la Tabla 15 son cercanos para ambos softwares, por lo cual la longitud de malla varía en ambos casos y para la configuración de Ansys resulta ser un mallado más fino.

En la Tabla 16 se menciona la variación porcentual de los modos de frecuencias naturales. Se recopilan los datos de los cinco modos de vibración de la sección (3.3.1) y (3.3.2) para el tercer modo.

Estudio	Frecuencias (Hz) SolidWorks	Frecuencias (Hz) ANSYS	Variación %
1	4061,58	4009,2	-1,31%
2	4075,26	4070,3	-0,12%
3	7068,42	7170	1,42%
4	7078,15	7235,5	2,17%
5	14755,5	15132	2,49%

**Tabla 16.** Variación porcentual de las Frecuencias Naturales en SolidWorks y ANSYS.

Las frecuencias no sobrepasan el 5% de la variación porcentual con respecto a las frecuencias de SolidWorks cuando se utiliza un número de nodos de 10181 y un número de elementos de 5641 mencionados en la Tabla 15.

## 4.2 Análisis Modal con diferentes tipos de contacto.

Para esta herramienta se desarrolló un análisis modal con diferentes tipos de contacto que se mencionan en la sección (3.4).

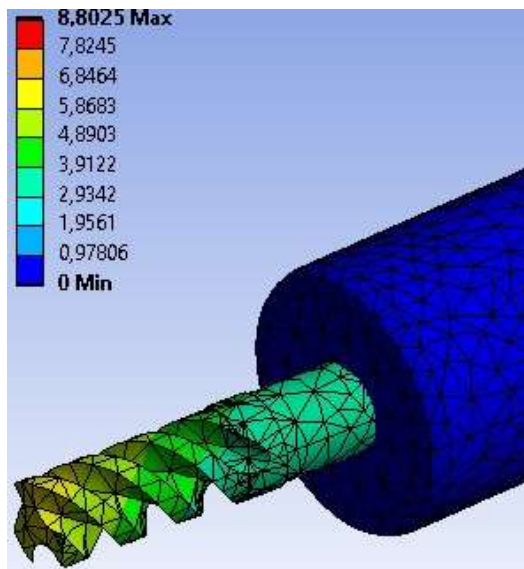
**Contacto friccional:** En este tipo de contacto se utilizan los valores de coeficiente de rozamiento que se mencionan en la sección (3.4.1) Donde en la Tabla 17 se muestran los resultados obtenidos con un coeficiente de fricción cinético de  $0,3\mu_k$



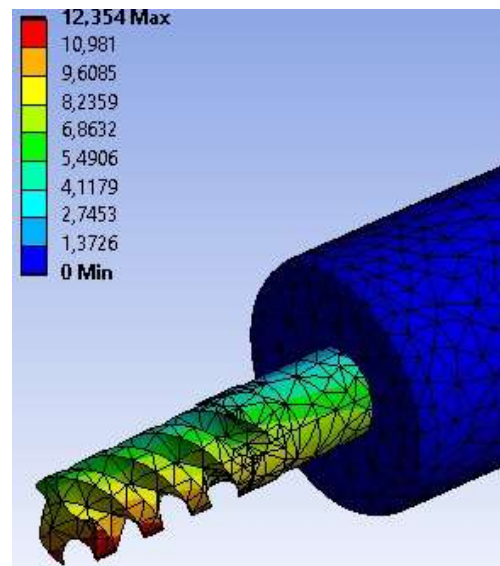
Modos	Frecuencia (Hz)
1	0
2	0
3	$2,17 \times 10^{-3}$
4	$4,56 \times 10^{-3}$
5	$5,51 \times 10^{-3}$
6	$9,17 \times 10^{-3}$

**Tabla 17.** Resultados análisis modal contacto friccional.

Los primeros dos modos de vibración tienen un desplazamiento libre por lo cual sus frecuencias son cero, pero tiene un movimiento relativo que no es muy significativo. En la Figura 60 y Figura 61 se observan los dos modos de vibración con este tipo de contacto.

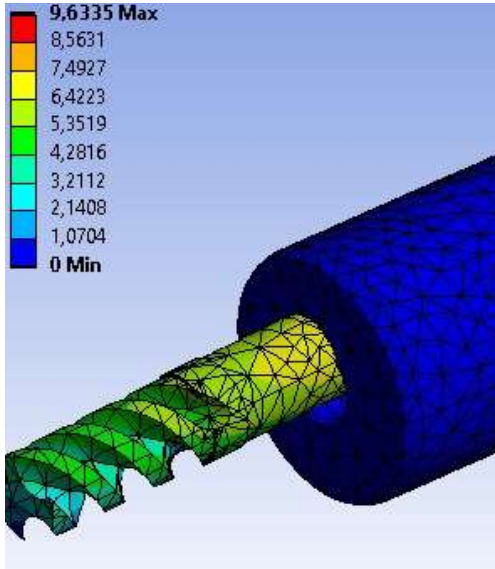


**Figura 60.** Primer modo de vibración por contacto friccional.

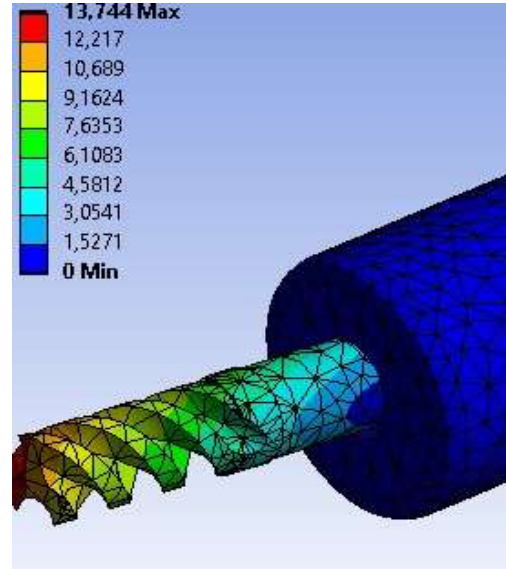


**Figura 61.** Segundo modo de vibración por contacto friccional.

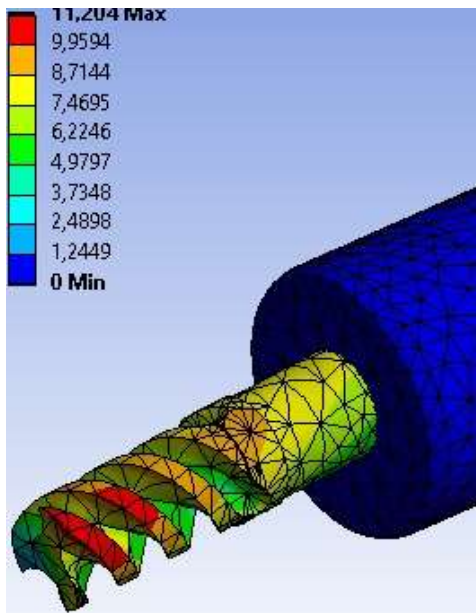
Para los siguientes modos de vibración se presentan unas variaciones mínimas en las frecuencias como se observa el comportamiento en este tipo de contacto en la Figura 62, Figura 63, Figura 64 y Figura 65.



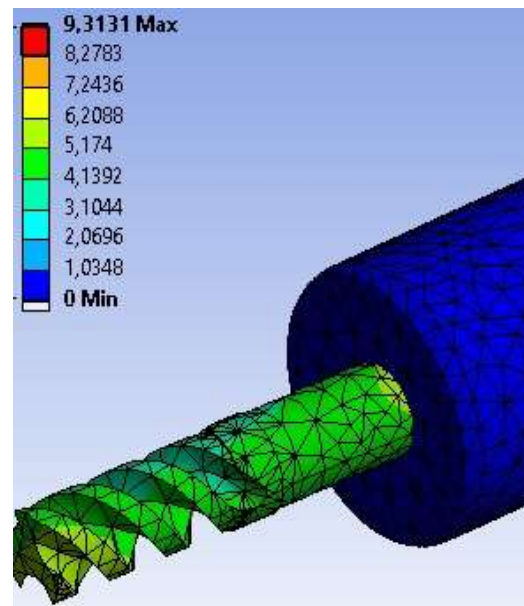
**Figura 62.** Tercer modo de vibración por contacto friccional.



**Figura 63.** Cuarto modo de vibración por contacto friccional.



**Figura 64.** Quinto modo de vibración por contacto friccional.



**Figura 65.** Sexto modo de vibración por contacto friccional.

Analizando los resultados se observa y se verifica que para los dos primeros modos de vibración la herramienta no tiene ninguna oscilación en comparación con los demás modos, este se debe a que el desplazamiento es libre por lo que no hay ninguna interferencia entre herramienta (parte 1) y husillo (parte 2). Las frecuencias de oscilación son muy bajas por la configuración del software.

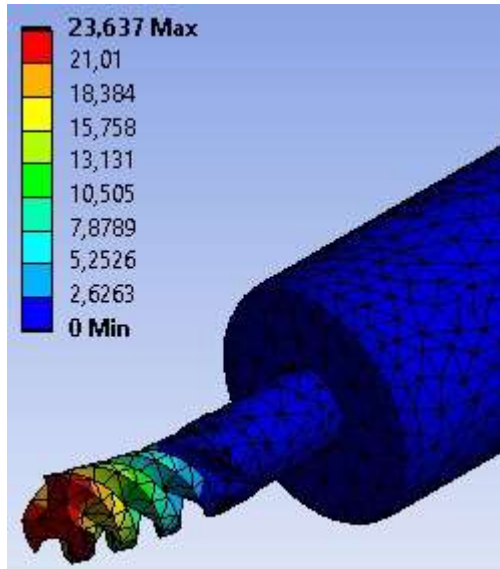
La herramienta no está sometida a ninguna flexión por el tipo de desplazamiento. Los coeficientes de fricción que se mencionaron y se utilizaron en la sección (3.4.1) no presenta ninguna variación en los resultados a pesar de que son distintos los coeficientes de fricción con el fin de observar la reacción de la herramienta.

**Contacto resorte:** En este tipo de contacto se utilizaron los valores de la constante de elasticidad que se mencionan en la sección (3.4.3). Donde en la Tabla 18 se muestran los resultados obtenidos con una constante de elasticidad de 250 N/m.

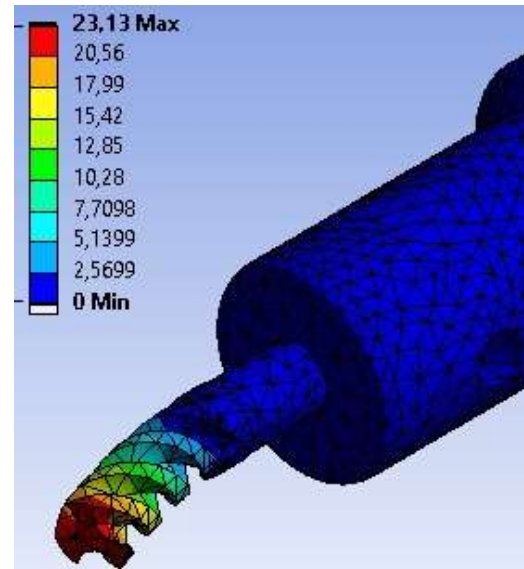
Modos	Frecuencia (Hz)
1	5420
2	5649
3	9340
4	9360
5	17900
6	23700

Tabla 18. Resultados análisis modal contacto resorte.

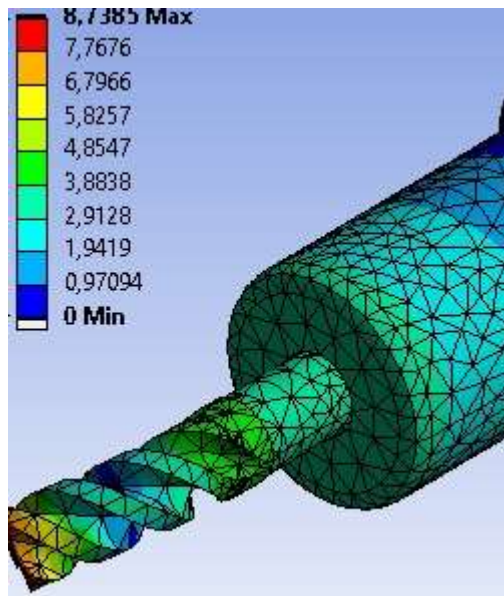
En la Figura 66, Figura 67, Figura 68, Figura 69, Figura 70 y Figura 71 se observa el comportamiento modal en frecuencias naturales.



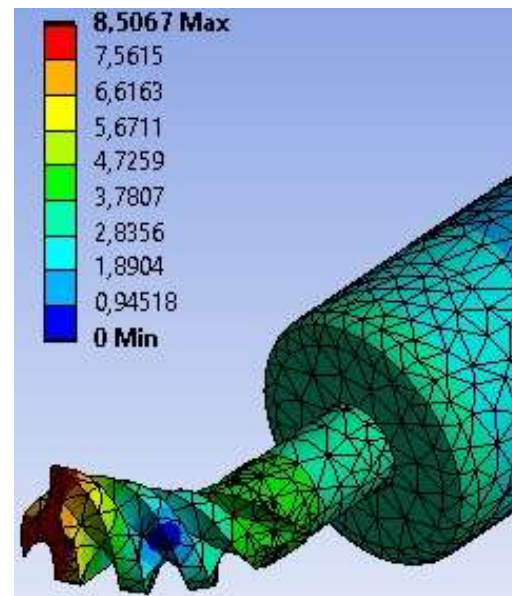
**Figura 66.** Primer modo de vibración por contacto resorte.



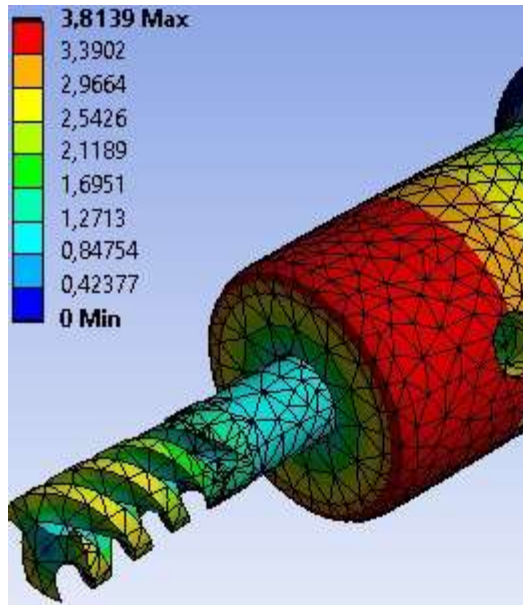
**Figura 67.** Segundo modo de vibración por contacto resorte.



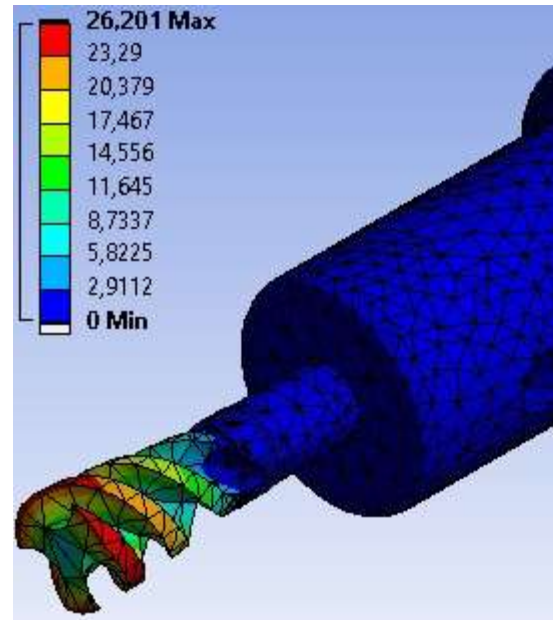
**Figura 68.** Tercer modo de vibración por contacto resorte.



**Figura 69.** Cuarto modo de vibración por contacto resorte.



**Figura 70.** Quinto modo de vibración por contacto resorte.



**Figura 71.** Sexto modo de vibración por contacto resorte.

Analizando los resultados se observa y se verifica que el primero, segundo y sexto tiene un valor crítico de movimiento relativo en comparación a los modos tres, cuatro y cinco del estudio de frecuencia. Los cuatro primeros modos de frecuencia están en un rango de (5420 Hz a 9320 Hz) indica que la herramienta no sufre de una ruptura, solo son los puntos en los cuales la herramienta tiene el punto máximo de flexión. El sexto modo de vibración tiene una frecuencia de (23700 Hz) el cual indica que los filos de la herramienta están sometidos a un desplazamiento máximo torsional por sus valores críticos en el movimiento relativo mostrados en la Figura 71, mientras que para el quinto modo de vibración se tiene una frecuencia de (17900 Hz) el cual indica que el contacto de la herramienta (parte 1) y husillo (parte 2) genera un mayor movimiento de torsión en el husillo, esto se debe a que en el cuarto modo de vibración está sometido a una mayor flexión de la herramienta en comparación a los demás modos y el quinto modo de vibración la herramienta tiende a desplazarse de manera torsional ya que el husillo presenta una alta frecuencia de oscilación.

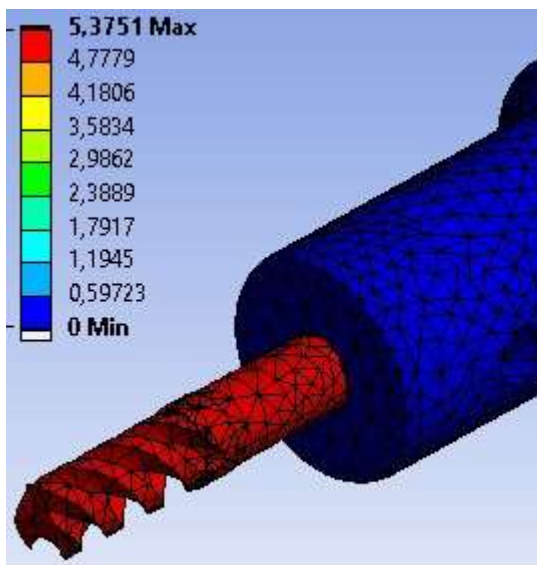
**Contacto rígido:** En este tipo de contacto no se considera un movimiento relativo entre los nodos que están interactuando, los valores son despreciables, por lo cual solo se

analiza el comportamiento modal de la herramienta en sus respectivas frecuencias naturales obteniendo los siguientes resultados que se mencionan en Tabla 19.

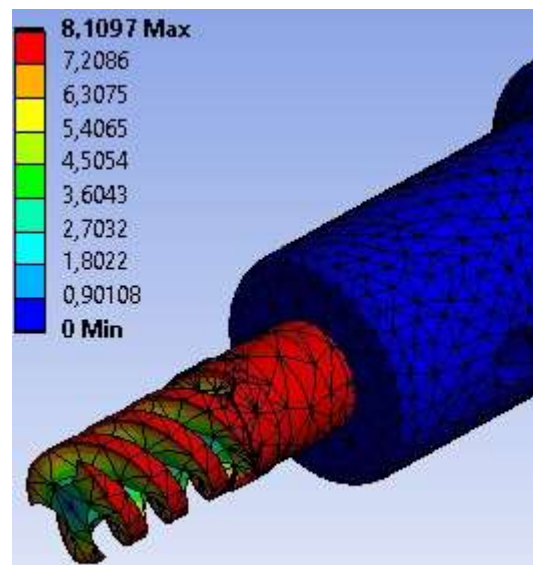
Modos	Frecuencia (Hz)
1	992,4
2	1386
3	3505,1
4	3543,5
5	7019,3
6	7108,2

**Tabla 19.** Resultados análisis modal contacto rígido.

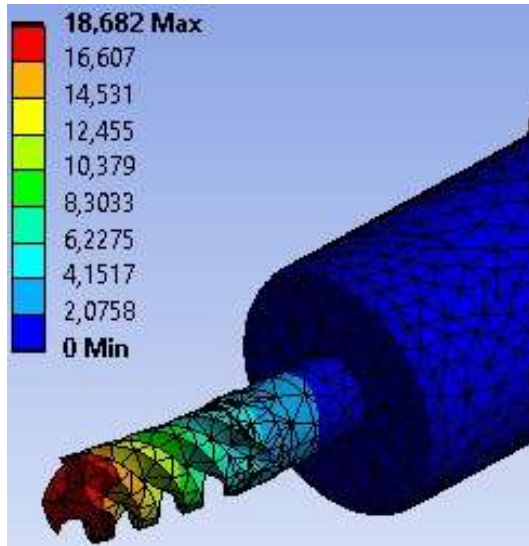
En la Figura 72, Figura 73, Figura 74, Figura 75, Figura 76 y Figura 77 se observa el comportamiento modal en frecuencias naturales.



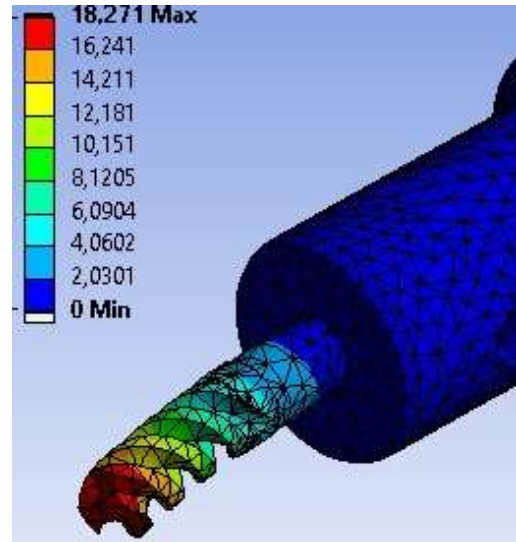
**Figura 72.** Primer modo de vibración por contacto rígido.



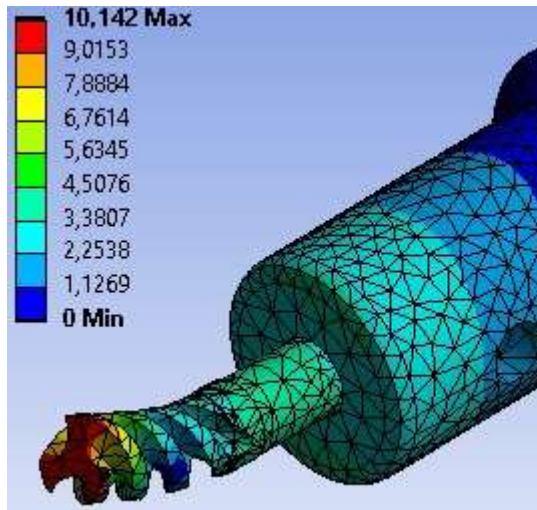
**Figura 73.** Segundo modo de vibración por contacto rígido.



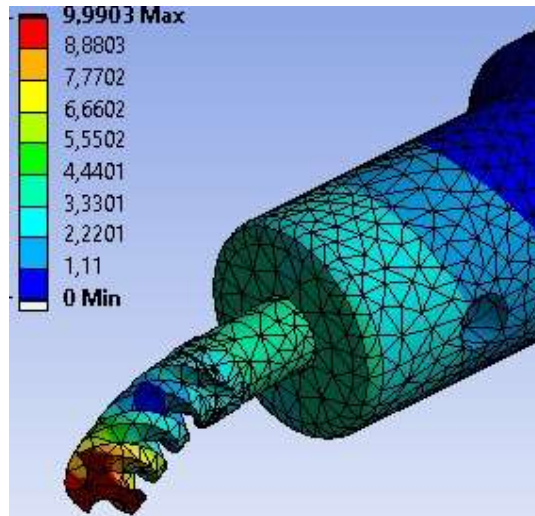
**Figura 74.** Tercer modo de vibración por contacto rígido.



**Figura 75.** Cuarto modo de vibración por contacto rígido.



**Figura 76.** Quinto modo de vibración por contacto rígido.



**Figura 77.** Sexto modo de vibración por contacto rígido.

Analizando los resultados se observa y se verifica que para los dos primeros modos de vibración la herramienta indica que está sometida a tensión por el tipo de contacto rígido que hay entre la herramienta (parte 1) y husillo (parte 2), ocasionando un mínimo desplazamiento relativo y expansión de la herramienta. El modo tres y cuatro solo presentan flexión en la herramienta ya que debido a su contacto rígido el husillo se mantiene estático y presenta pequeños desplazamientos. El modo cinco y seis tiene una

mayor flexión en la herramienta ya que se generan una mayor oscilación donde el husillo presenta un pequeño movimiento que no es significativo.

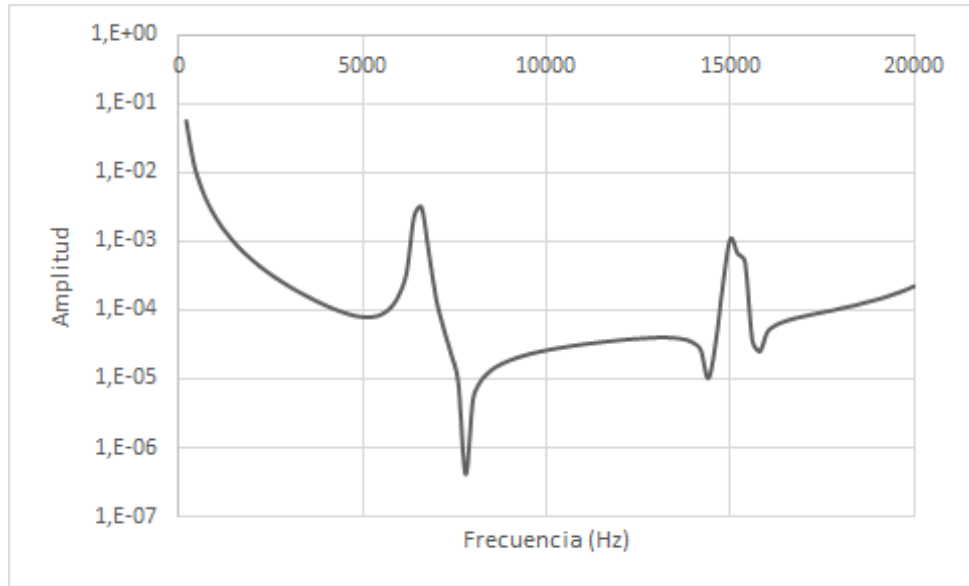
En general se analiza y se compara que las frecuencias naturales con contacto friccional son muy bajas porque ofrecen poca resistencia al movimiento, las frecuencias con contacto de resorte son muy altas porque indican una pre-tensión que impide incluso el movimiento del área que se encuentra en interacción, el más confiable es el contacto rígido por que las frecuencias de oscilación se mantiene más estables, no tiene una variación significativa y la herramienta no está sometida a una máxima flexión. El análisis de convergencia se realizó mediante el diseño de una pieza fija como se observa Figura 33 en la cual se tiene diferentes frecuencias a comparación del análisis por contacto rígido, este contacto se realizó por un diseño de ensamble como se observa en la Figura 34 que se emplea para realizar el análisis para la aplicación de fuerzas variables en el tiempo.

### **4.3 Análisis en respuesta armónica con diferentes tipos de contacto.**

Una vez obtenidos los resultados en el análisis modal para diferentes tipos de contactos en la sección (4.2) se realiza un análisis en respuesta armónica adicionando una fuerza para un filo de la herramienta como se observa en la Figura 55.

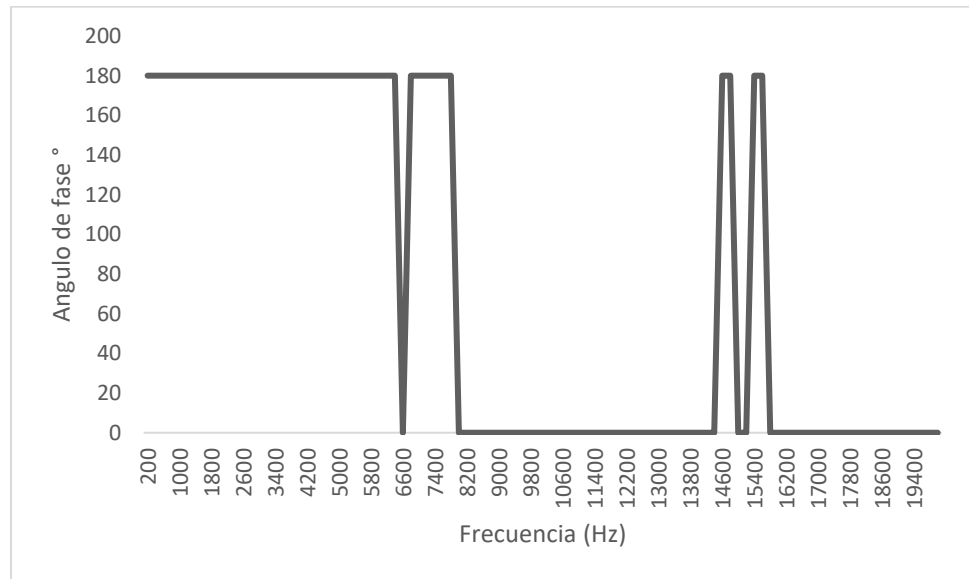
**Contacto friccional:** En este tipo de contacto se utilizaron los valores de coeficiente de rozamiento que se mencionan en la sección (3.4.1) donde en la Figura 78 se observa el comportamiento de los estudios modales y se utilizó un coeficiente de fricción cinético de  $0,3\mu_k$ .





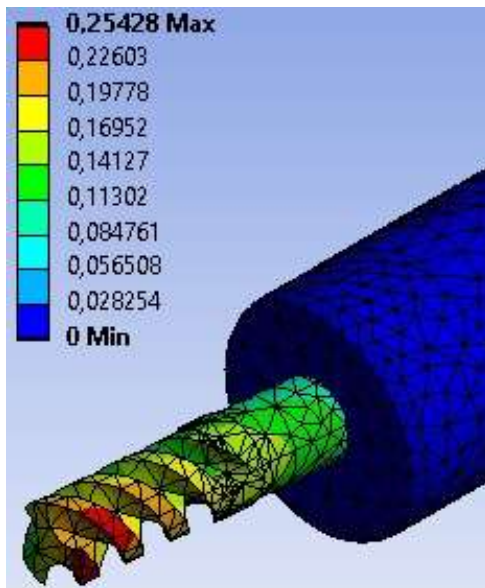
**Figura 78.** Amplitud vs Frecuencia en respuesta armónica contacto friccional.

En la Figura 79, se muestra el cambio de la posición de la herramienta, por lo cual los cambios oportunos del ángulo de fase se deben a la presencia de resonancia y anti-resonancia del sistema.

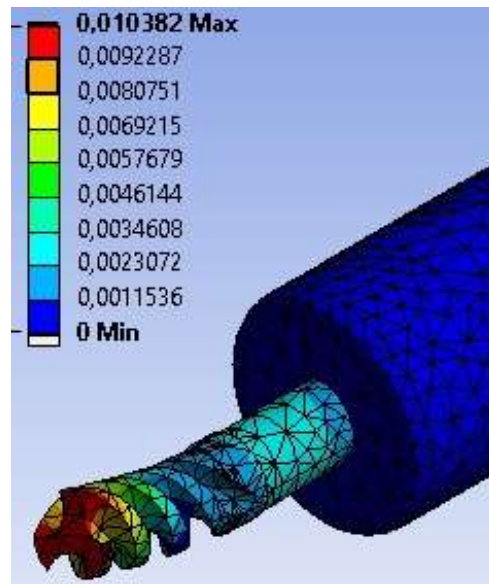


**Figura 79.** Angulo de fase vs Frecuencia en respuesta armónica contacto friccional

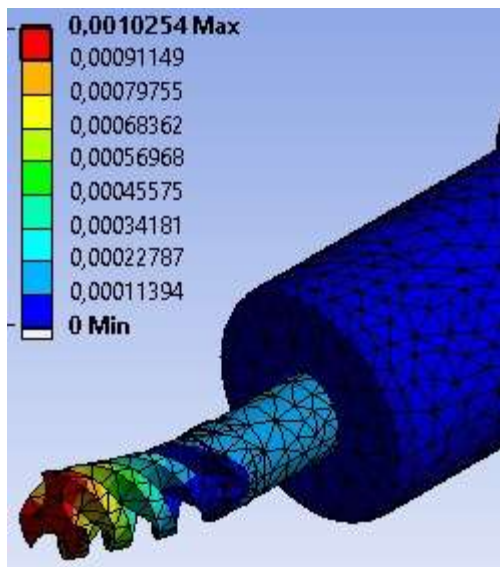
En la Figura 80, Figura 81, Figura 82, Figura 83, Figura 84, Figura 85 y Figura 86 se muestran el comportamiento frecuencial más relevante que corresponde a la Figura 78.



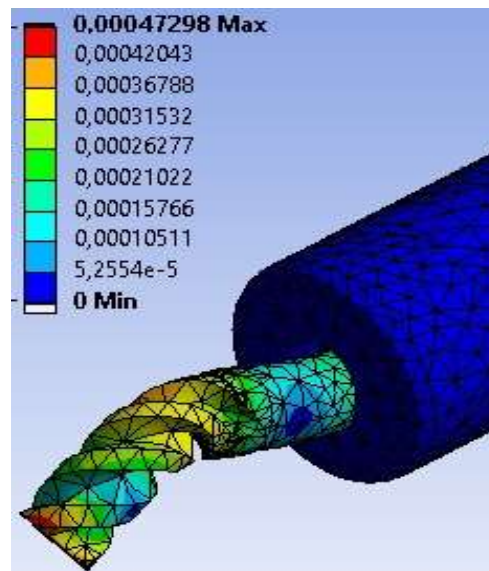
**Figura 80.** Frecuencia de 200 Hz en respuesta armónica.



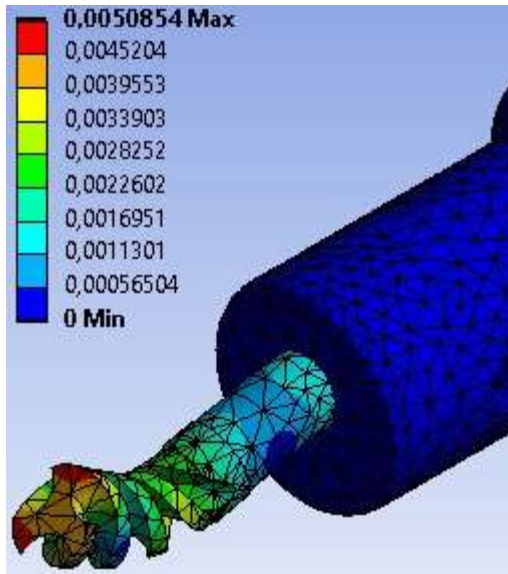
**Figura 81.** Frecuencia de 6600 Hz en respuesta armónica.



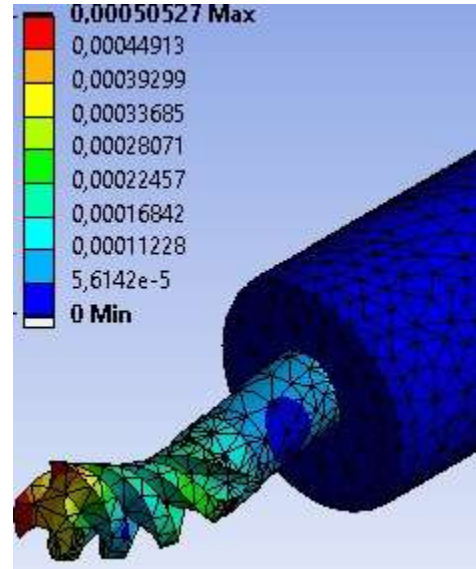
**Figura 82.** Frecuencia de 7800 Hz en respuesta armónica.



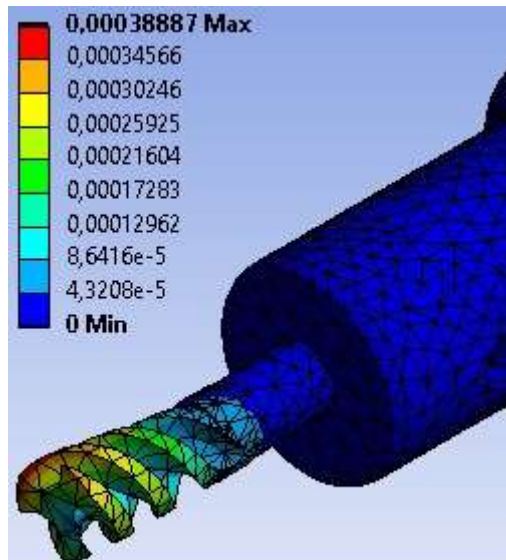
**Figura 83.** Frecuencia de 14400 Hz en respuesta armónica.



**Figura 84.** Frecuencia de 15000 Hz en respuesta armónica.



**Figura 85.** Frecuencia de 15800 Hz en respuesta armónica.



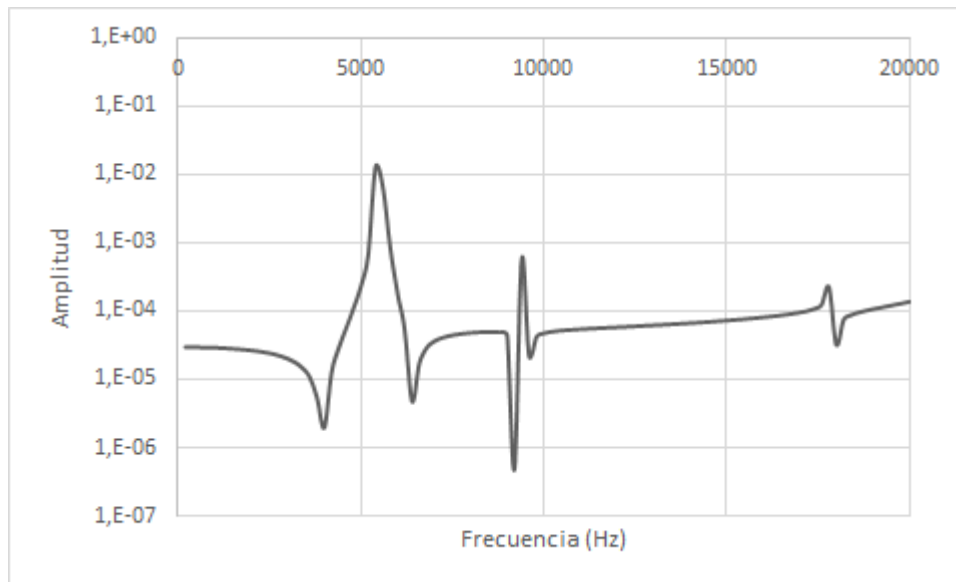
**Figura 86.** Frecuencia de 20000 Hz en respuesta armónica.

Analizando los resultados se observa y se verifica que las frecuencias de (200, 6600, 15000 y 20000 Hz) presentan resonancia mientras que las frecuencias de (7800, 14400 y 15800 Hz) presentan anti-resonancia, por lo que en las frecuencias de (14400 y 15000 Hz)

presentan un gran punto de flexión debido a la gran fuerza de impacto que se genera sobre la herramienta.

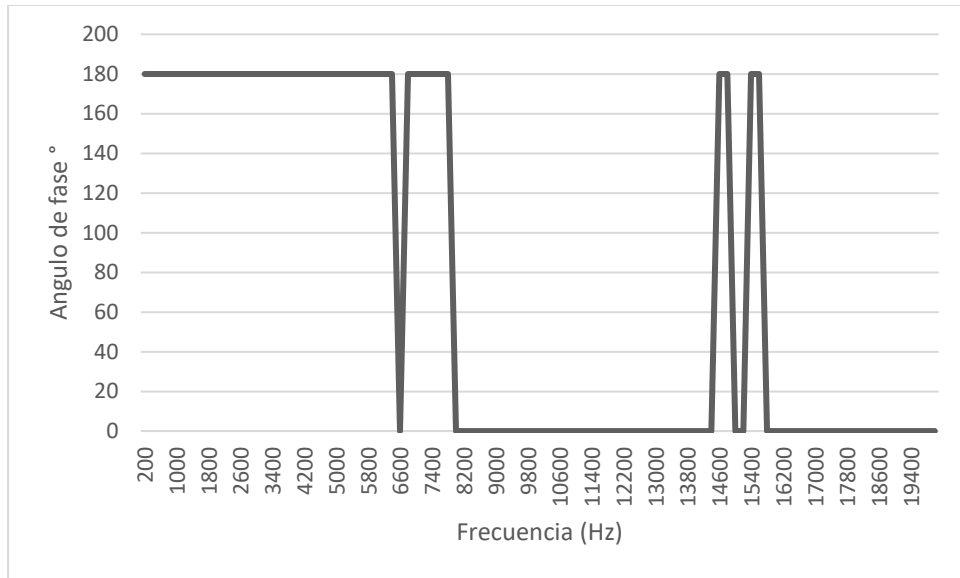
El comportamiento de la Figura 78 y Figura 79 es igual para los demás coeficientes de fricción de la sección (3.4.1).

**Contacto resorte:** En este tipo contacto se utilizaron los valores de la constante de elasticidad que se mencionan en la sección (3.4.3) donde en la Figura 87 se observa el comportamiento de los estudios modales y se utilizó una constante de elasticidad de 250 N/m.



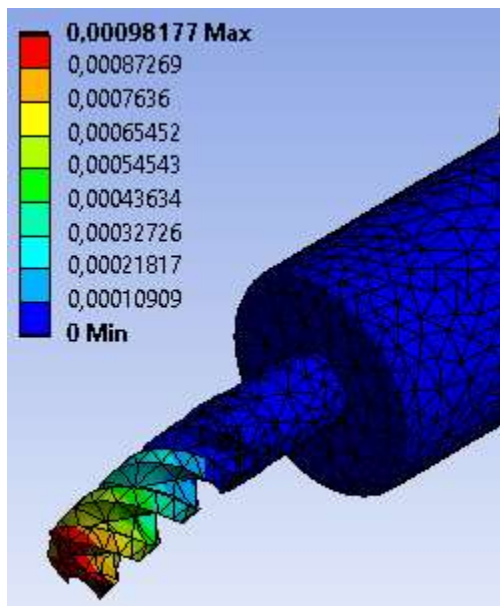
**Figura 87.** Amplitud vs Frecuencia en respuesta armónica contacto resorte.

En la Figura 88, se muestra el cambio de la posición de la herramienta, por lo cual los cambios oportunos del ángulo de fase se deben a la presencia de resonancia y anti-resonancia del sistema.

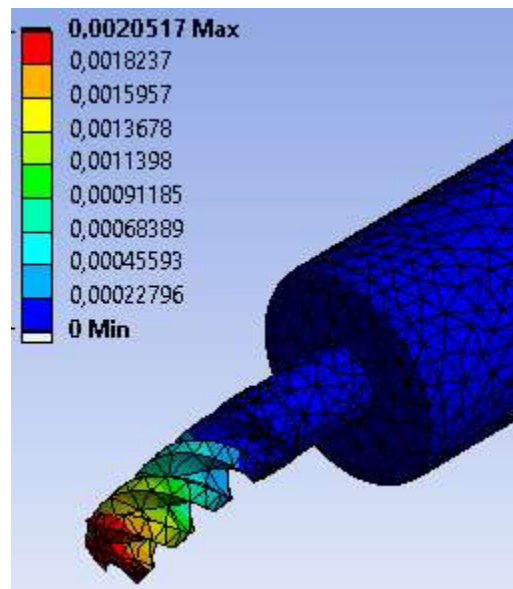


**Figura 88.** Angulo de fase vs Frecuencia en respuesta armónica contacto resorte.

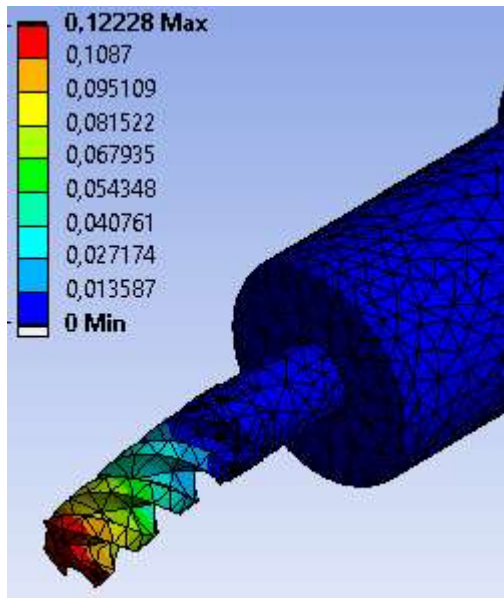
En la Figura 89, Figura 90, Figura 91, Figura 92, Figura 93, Figura 94, Figura 95, Figura 96, Figura 97 y la Figura 98 muestran el comportamiento frecuencial más relevante que corresponde a la Figura 87.



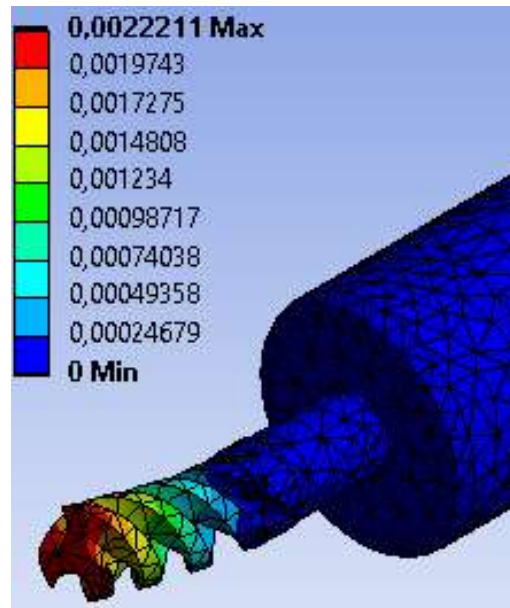
**Figura 89.** Frecuencia de 200 Hz en respuesta armónica.



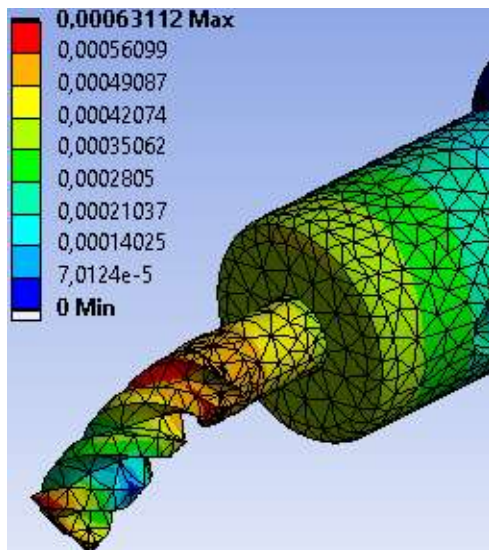
**Figura 90.** Frecuencia de 4000 Hz en respuesta armónica.



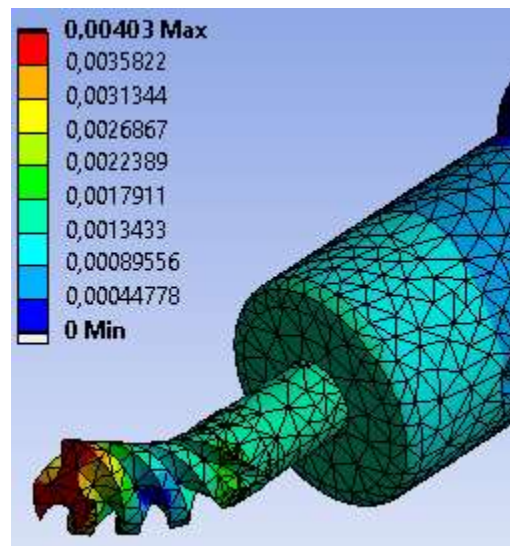
**Figura 91.** Frecuencia de 5400 Hz en respuesta armónica.



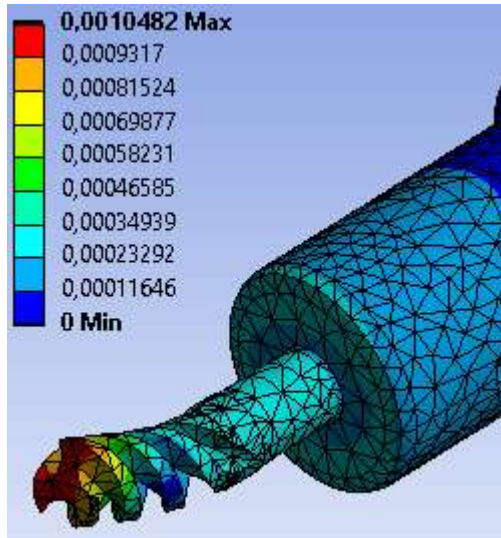
**Figura 92.** Frecuencia de 6400 Hz en respuesta armónica.



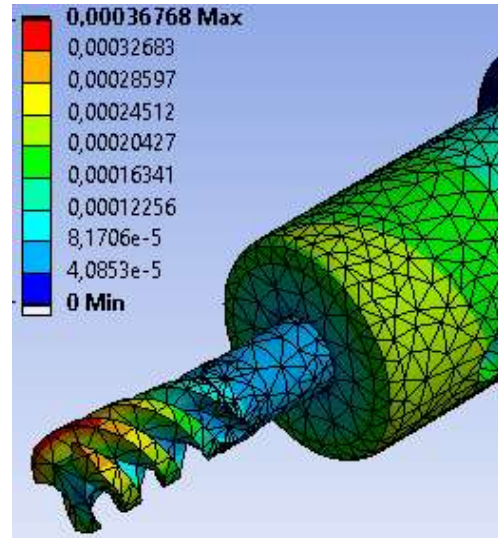
**Figura 93.** Frecuencia de 9200 Hz en respuesta armónica.



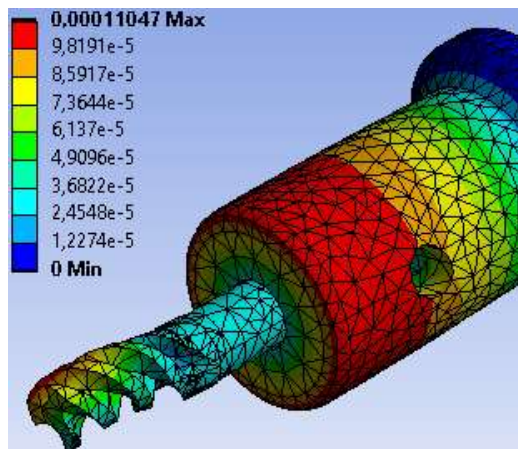
**Figura 94.** Frecuencia de 9400 Hz en respuesta armónica.



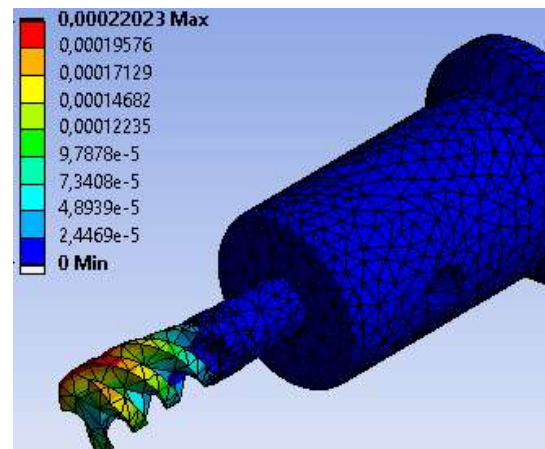
**Figura 95.** Frecuencia de 9600 Hz en respuesta armónica.



**Figura 96.** Frecuencia de 17800 Hz en respuesta armónica.



**Figura 97.** Frecuencia de 18000 Hz en respuesta armónica.

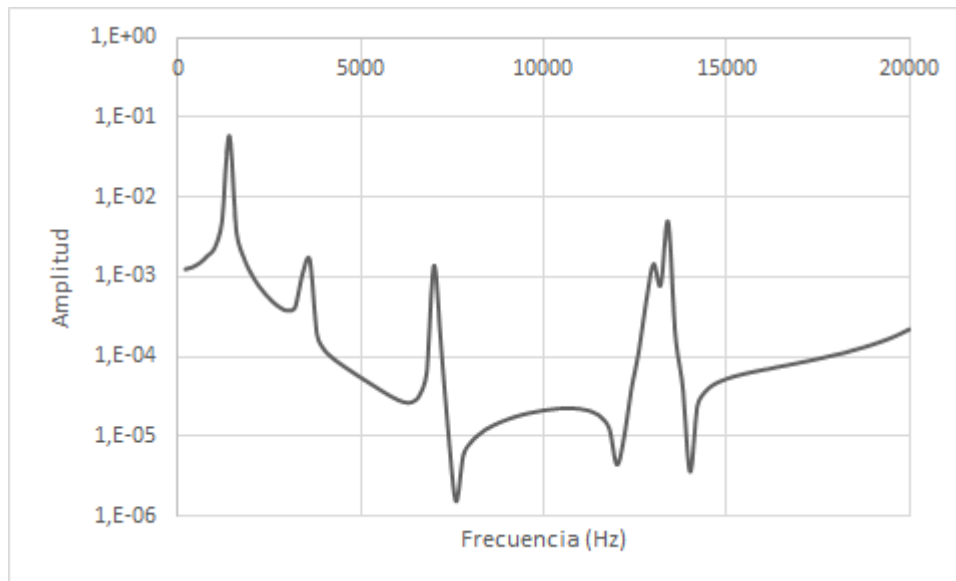


**Figura 98.** Frecuencia de 20000 Hz en respuesta armónica.

Analizando los resultados se observa y se verifica que las frecuencias de (200, 5400, 9400, 17800 y 20000 Hz) presentan resonancia mientras que las frecuencias de (4000, 3400, 9200, 9600 y 18000 Hz) presentan anti-resonancia, las frecuencias desde (5400 Hz a 9600 Hz) presentan una gran flexión sobre la herramienta, mientras que las frecuencias desde (17800 hasta 20000 Hz) presentan un movimiento torsional en la herramienta.

El comportamiento de la Figura 87 y Figura 88 es igual para las demás constantes de elasticidad de la sección (3.4.3).

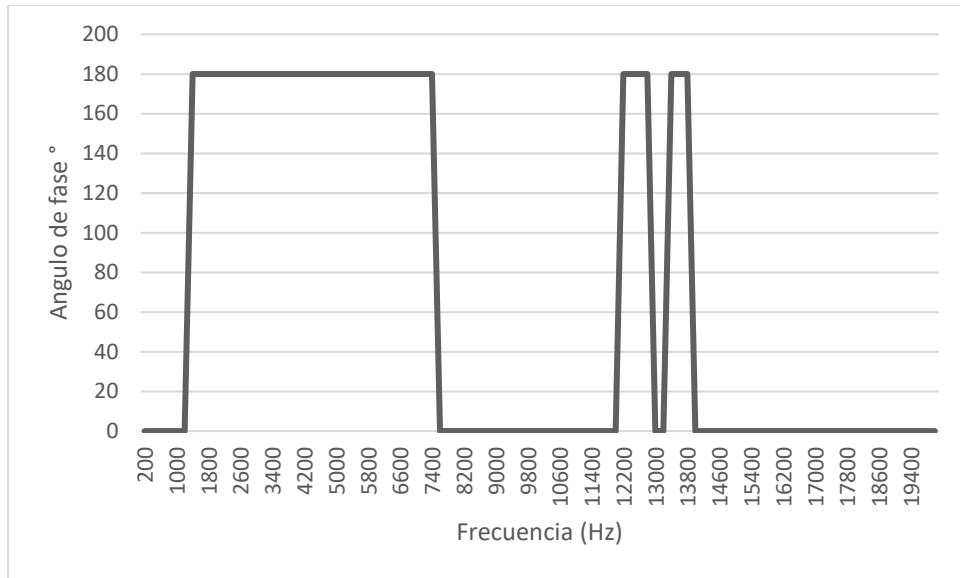
**Contacto rígido:** En este tipo de contacto no se considera ningún valor ya que se genera movimiento relativo entre los nodos que están interactuando entre la herramienta (parte 1) y husillo (parte 2) por lo cual los valores no se aplicaron, donde en la Figura 99 se muestran los resultados.



**Figura 99.** Amplitud vs Frecuencia en respuesta armónica contacto rígido.

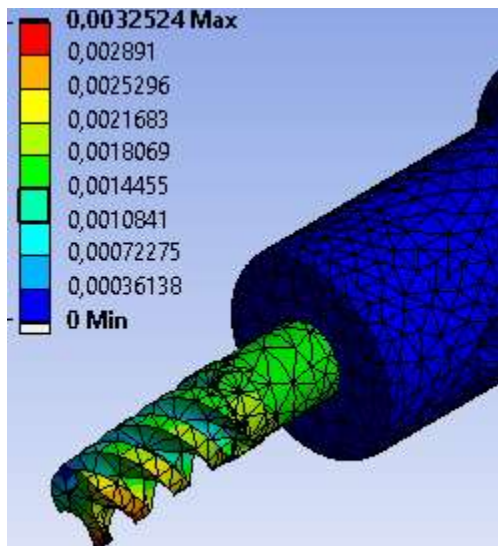
En la Figura 100, se muestra el cambio de la posición de la herramienta, por lo cual los cambios oportunos del ángulo de fase se deben a la presencia de resonancia y anti-resonancia del sistema.



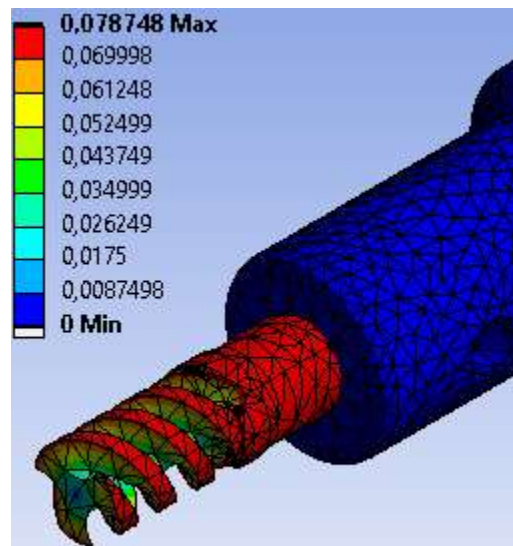


**Figura 100.** Angulo de fase vs Frecuencia en respuesta armónica contacto rígido.

En la Figura 101, Figura 102, Figura 103, Figura 104, Figura 105, Figura 106, Figura 107, Figura 108, Figura 109 y Figura 110 muestran el comportamiento frecuencial más relevante que corresponde a la Figura 99.



**Figura 101.** Frecuencia de 200 Hz en respuesta armónica.



**Figura 102.** Frecuencia de 1400 Hz en respuesta armónica.

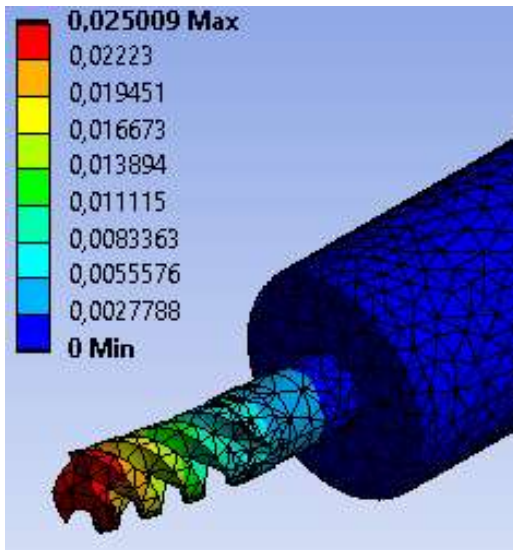


Figura 103. Frecuencia de 3600 Hz en respuesta armónica.

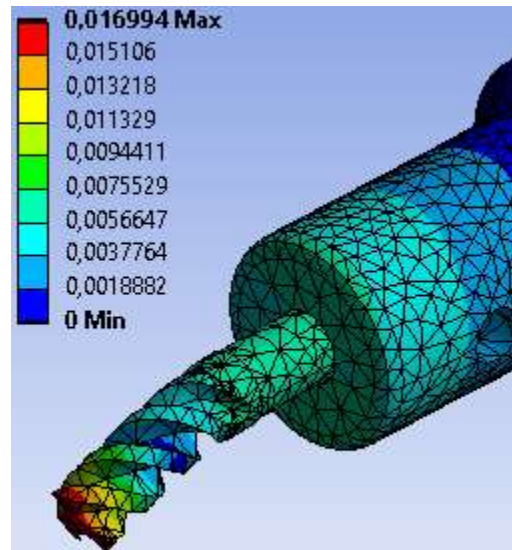


Figura 104. Frecuencia de 7000 Hz en respuesta armónica.

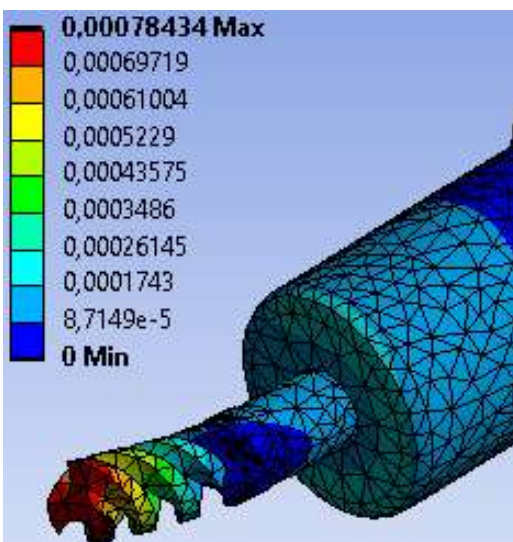


Figura 105. Frecuencia de 7600 Hz en respuesta armónica.

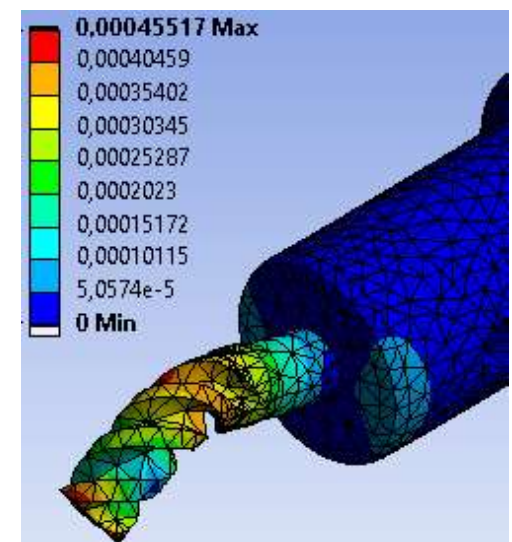
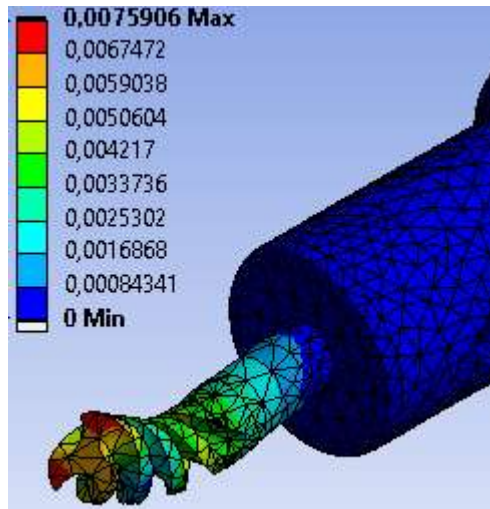
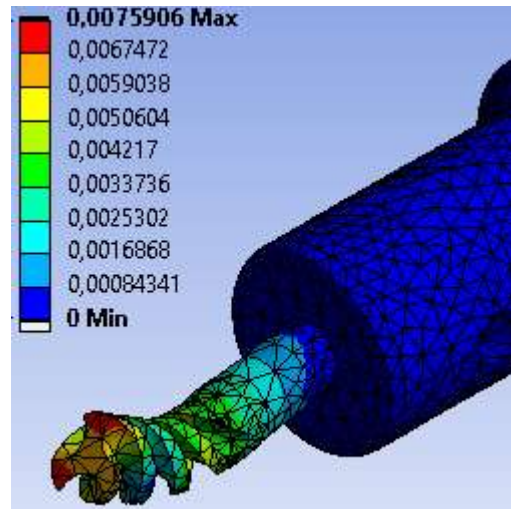


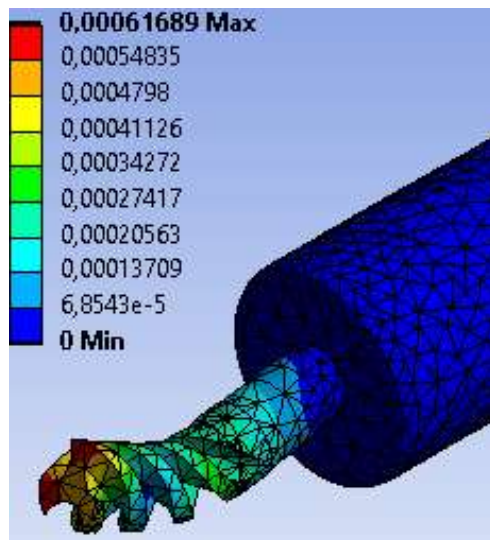
Figura 106. Frecuencia de 12000 Hz en respuesta armónica.



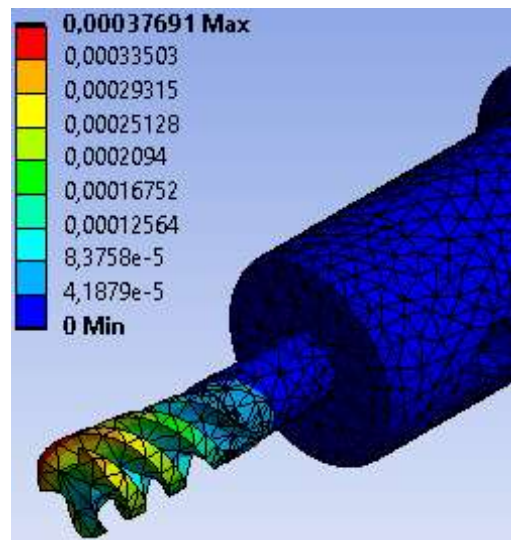
**Figura 107.** Frecuencia de 13000 Hz en respuesta armónica



**Figura 108.** Frecuencia de 13400 Hz en respuesta armónica



**Figura 109.** Frecuencia de 14000 Hz en respuesta armónica



**Figura 110.** Frecuencia de 20000 Hz en respuesta armónica

Analizando los resultados se observa y se verifica que las frecuencias de (200, 1400, 3600, 7000, 13000, 13400 y 20000 Hz) presentan resonancia mientras que las frecuencias de (7600, 12000 y 14000Hz) presentan anti-resonancia, las frecuencias de (200, 1400 y 20000 Hz) presentan un movimiento de tipo torsional mientras que las frecuencias presentan una máxima flexión.

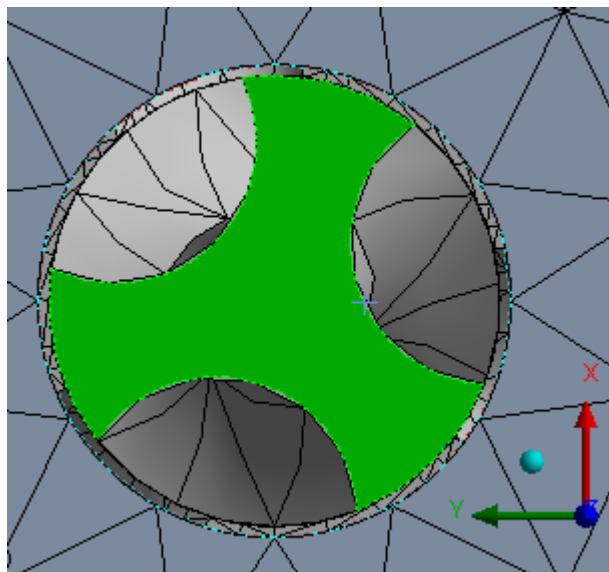
En general se analiza y se comparan los resultados de las frecuencias para cada contacto, el fenómeno de la resonancia aumenta porque está cercano a la frecuencia

natural del sistema esto significa que la fuerza actúa, se retira y entre más rápido la fuerza se aplica se obtiene mayor frecuencia, mientras que la anti-resonancia si gira en su frecuencia el desplazamiento cae pero no significa que esos valores sean deseables, porque al aumentarse un pico de frecuencia este se mantiene en un régimen constante por lo que son fuerzas de impacto y no de vibraciones.

El contacto rígido presenta una mayor resonancia debido a el comportamiento entre los contactos ya que no interfieren parámetros adicionales si no que solo giro en sus frecuencias naturales, por lo cual este contacto es una primera guía para verificar cuando el sistema entra en vibraciones mecánicas produciendo *Chatter*.

#### **4.4 Análisis en desplazamiento total para la cara de la herramienta con tres hélices.**

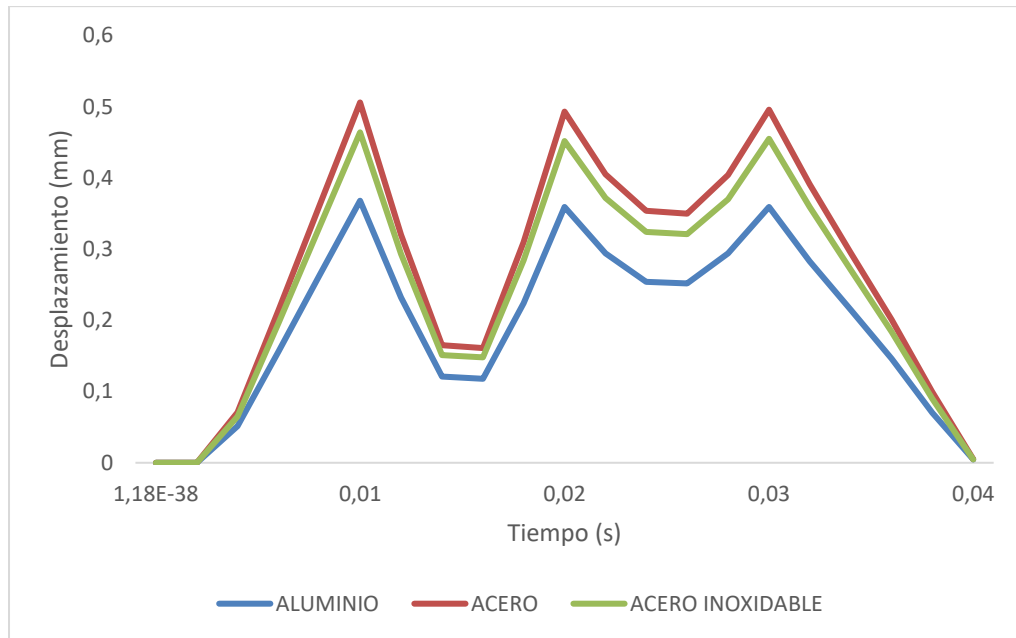
El análisis para una fuerza variable en el tiempo se llevó acabo en la cara de la herramienta como se muestra en la Figura 111, con el fin de observar el desplazamiento total mediante los parámetros mencionados en la sección (3.1.1) y (3.1.3) .



**Figura 111.** Cara de la herramienta.

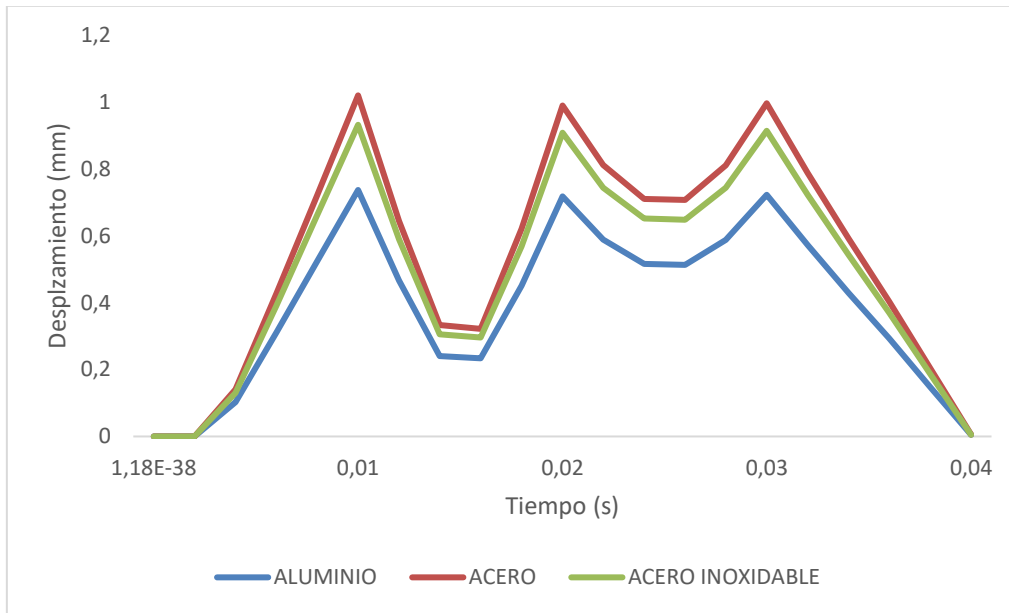
#### 4.4.1 Análisis en desplazamiento total con profundidad de 5 mm y 10 mm a una velocidad de 2000 RPM

Se realiza un análisis para dos profundidades de corte a una determinada velocidad, en la Figura 112 y Figura 113, se puede observar el comportamiento en respuesta dinámica explícita.



**Figura 112.** Desplazamiento total a velocidad 2000 (RPM) con profundidad de 5 (mm).

Las fuerzas mencionadas en la sección (3.1.3) y las respectivas componentes vectoriales que se mencionan en la sección (3.5.2) inciden sobre el primer filo de la herramienta ocasionando un desplazamiento de 0,506 mm para el acero al carbón, 0,464 mm para el acero inoxidable y 0,368 mm para el aluminio en un tiempo de 0,01 segundos. Para el segundo filo de la herramienta se tiene un desplazamiento de 0,493 mm para el acero al carbón, 0,452 mm para el acero inoxidable y 0,359 mm para el aluminio en un tiempo de 0,02 segundos. Por último, el tercer filo de la herramienta tiene un desplazamiento de 0,496 mm para el acero al carbón, 0,455 mm para el acero inoxidable y 0,359 mm para el aluminio en un tiempo de 0,03 segundos.



**Figura 113.** Desplazamiento total a velocidad 2000 (RPM) con profundidad de 10 (mm).

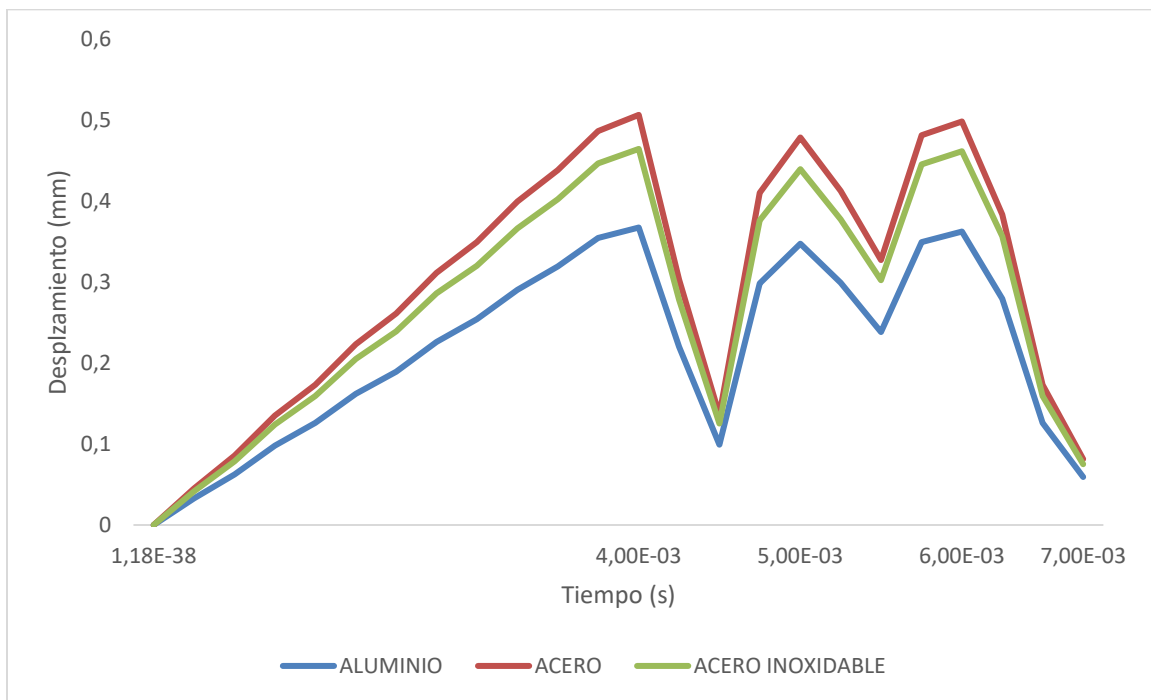
Sobre el primer filo de la herramienta se tiene un desplazamiento de 1,02 mm para el acero al carbón, 0,932 mm para el acero inoxidable y 0,737 mm para el aluminio en un tiempo de 0,01 segundos. Para el segundo filo de la herramienta se tiene un desplazamiento de 0,99 mm para el acero al carbón, 0,908 mm para el acero inoxidable y 0,718 mm para el aluminio en un tiempo de 0,02 segundos. Por último, el tercer filo de la herramienta tiene un desplazamiento de 0,996 mm para el acero al carbón, 0,914 mm para el acero inoxidable y 0,723 mm para el aluminio en un tiempo de 0,03 segundos

En general se analiza y se comparan los resultados de las dos figuras para los tipos tres de materiales a diferentes profundidades en el cual el comportamiento que tiene el acero al carbón es mayor en desplazamiento a los demás materiales por que ejerce una mayor fuerza de corte indicando que este sería el material que presenta *Chatter* sobre la pieza a mecanizar en los pequeños intervalos de tiempo mencionados.

El comportamiento que se observa en el intervalo de tiempo (0,01 a 0,02 segundos) y (0,02 a 0,03 segundos) hace referencia a que la fuerza aplicada deja de incidir sobre cada filo por lo que se encuentra en movimiento giratorio esto quiere decir que la herramienta no está sometida a ninguna torsión.

#### 4.4.2 Análisis en desplazamiento total con profundidad de 5 mm y 10 mm a una velocidad de 10000 RPM

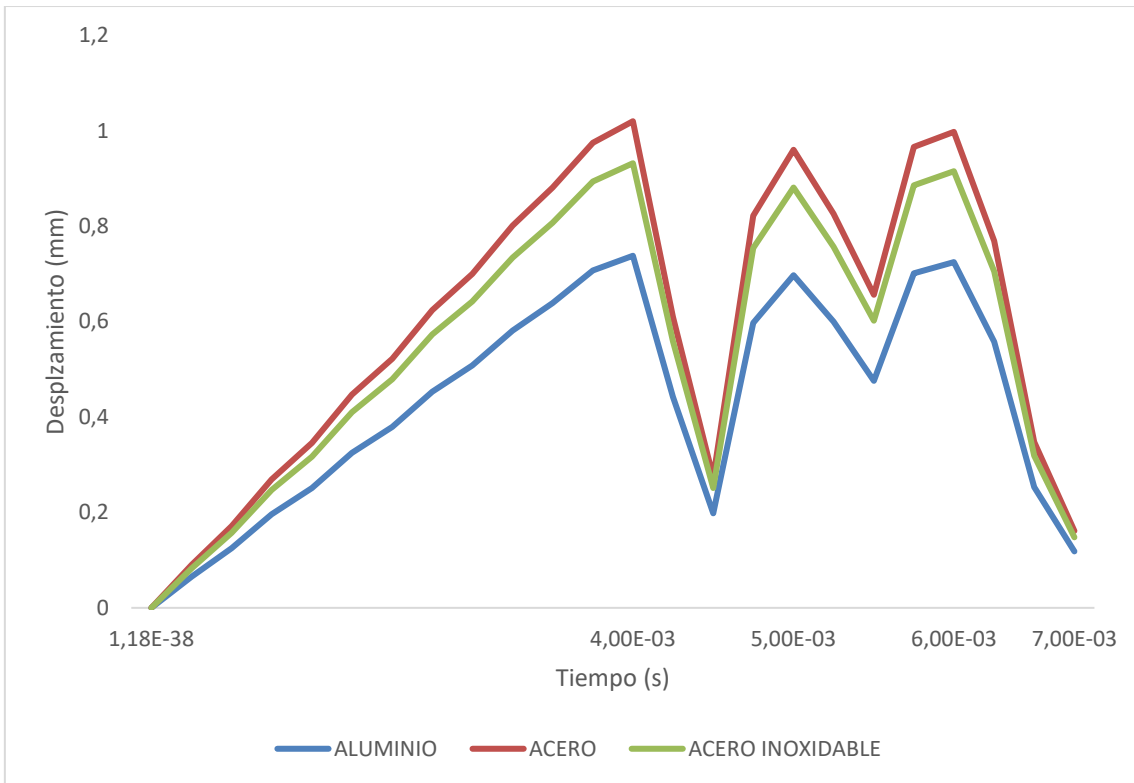
Se realiza un análisis para dos profundidades de corte a una determinada velocidad, en la Figura 114 y Figura 115, se puede observar el comportamiento en respuesta dinámica explícita.



**Figura 114.** Desplazamiento total a velocidad 10000 (RPM) con profundidad de 5 (mm).

Sobre el primer filo de la herramienta se tiene un desplazamiento de 0,506 mm para el acero al carbón, 0,464 mm para el acero inoxidable y 0,367 mm para el aluminio en un tiempo de 0,004 segundos. Para el segundo filo de la herramienta se tiene un desplazamiento de 0,478 mm para el acero al carbón, 0,439 mm para el acero inoxidable

y 0,347 mm para el aluminio en un tiempo de 0,005 segundos. Por último, el tercer filo de la herramienta tiene un desplazamiento de 0,498 mm para el acero al carbón, 0,461 mm para el acero inoxidable y 0,3mm para el aluminio en un tiempo de 0,006 segundos.



**Figura 115.** Desplazamiento total a velocidad 10000 (RPM) con profundidad de 10 (mm).

Sobre el primer filo de la herramienta se tiene un desplazamiento de 1,02 mm para el acero al carbón, 0,932 mm para el acero inoxidable y 0,738 mm para el aluminio en un tiempo de 0,004 segundos. Para el segundo filo de la herramienta se tiene un desplazamiento de 0,96 mm para el acero al carbón, 0,881 mm para el acero inoxidable y 0,697 mm para el aluminio en un tiempo de 0,005 segundos. Por último, el tercer filo de la herramienta tiene un desplazamiento de 0,998 mm para el acero al carbón, 0,915 mm para el acero inoxidable y 0,725 mm para el aluminio en un tiempo de 0,006 segundos.



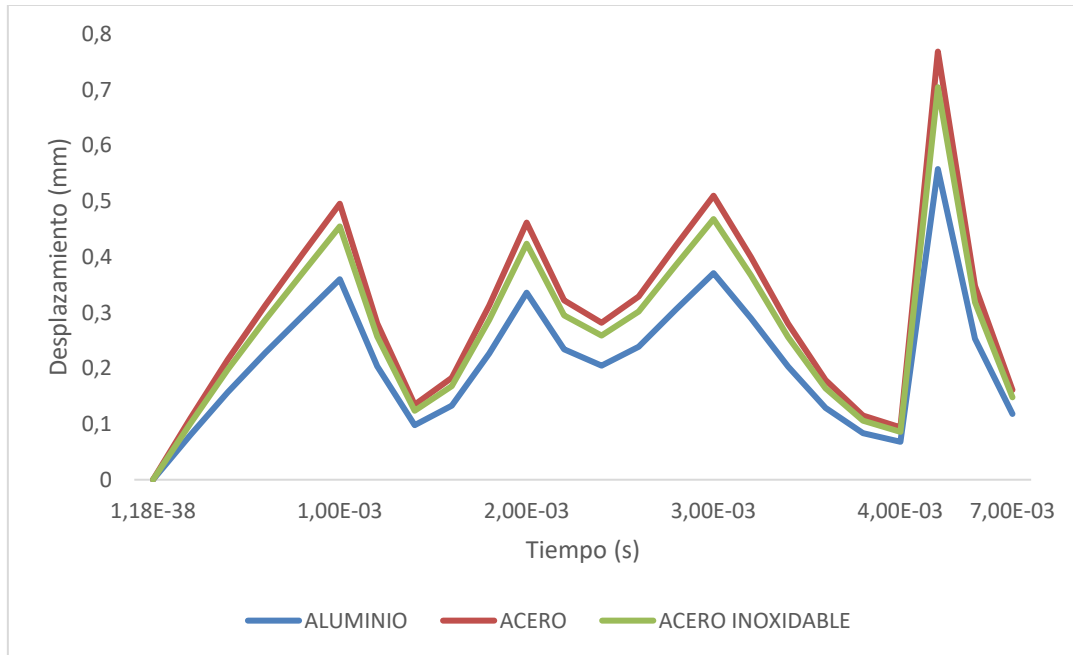
En general se analiza y se comparan los resultados de las dos figuras para los tipos tres de materiales a diferentes profundidades en el cual el comportamiento que tiene el acero al carbón es mayor en desplazamiento a los demás materiales por que el desplazamiento de la herramienta para maquinar acero es mayor, pero puede ser por dos razones: 1) hay una fuerza mayor para maquinar el acero a una profundidad de 10 mm y 2) la herramienta se acerca a una resonancia.

En la Figura 114 y Figura 115 no se observar un comportamiento similar al de la sección (4.4.1) ya que la configuración interna del software no permite tomar más puntos de dispersión y obtener unos picos de desplazamiento más acercados a el valor real.

El intervalo de tiempo (0,004 a 0,005 segundos) y (0,005 a 0,006 segundos) hace referencia a que la fuerza aplicada deja de incidir sobre cada filo por lo que se encuentra en movimiento giratorio esto quiere decir que la herramienta no está sometida a ninguna torsión.

#### **4.4.3 Análisis en desplazamiento total con profundidad de 5 mm y 10 mm a una velocidad de 20000 RPM**

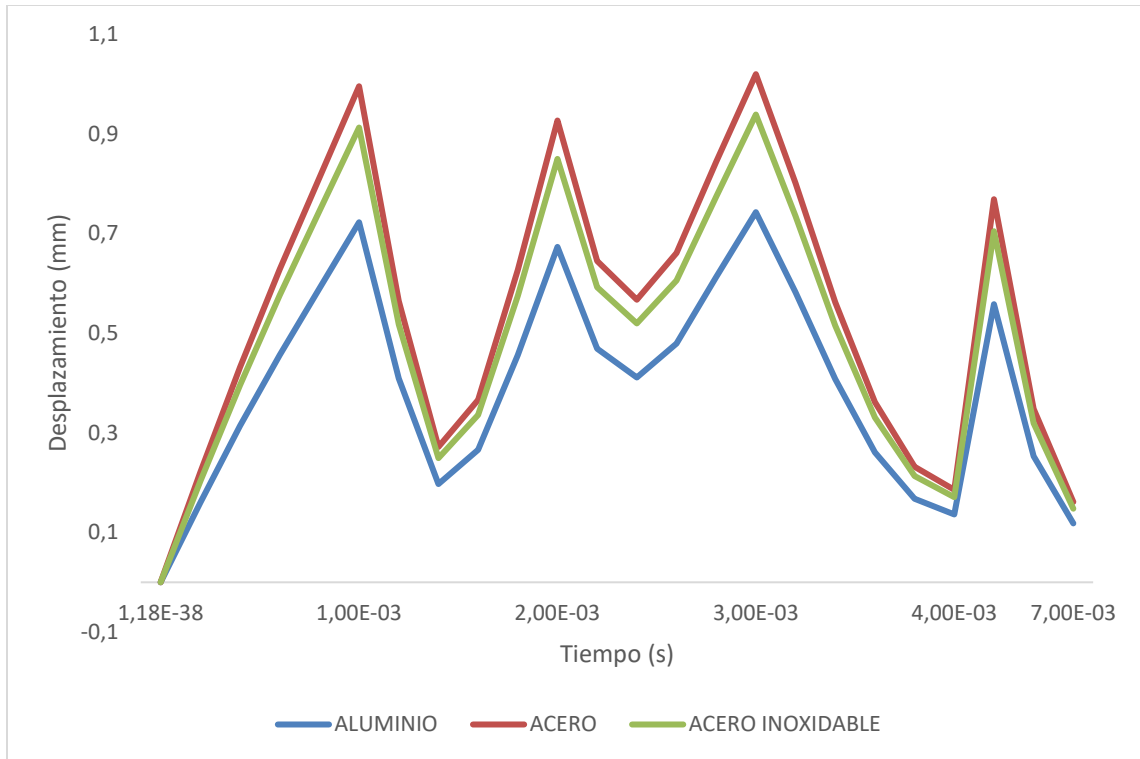
Se realiza un análisis para dos profundidades de corte a una determinada velocidad, en la Figura 116 y Figura 117, se puede observar el comportamiento en respuesta dinámica explicita.



**Figura 116.** Desplazamiento total a velocidad 20000 (RPM) con profundidad de 5 (mm).

Sobre el primer filo de la herramienta se tiene un desplazamiento de 0,496 mm para el acero al carbón, 0,455 mm para el acero inoxidable y 0,36 mm para el aluminio en un tiempo de 0,001 segundos. Para el segundo filo de la herramienta se tiene un desplazamiento de 0,462 mm para el acero al carbón, 0,424 mm para el acero inoxidable y 0,336 mm para el aluminio en un tiempo de 0,002 segundos. Por último, el tercer filo de la herramienta tiene un desplazamiento de 0,51 mm para el acero al carbón, 0,468 mm para el acero inoxidable y 0,371mm para el aluminio en un tiempo de 0,003 segundos.

El primer filo de la herramienta vuelve a tener un desplazamiento de 0,769 mm para el acero al carbón, 0,705 mm para el acero inoxidable y 0,558 mm para el aluminio en un tiempo de 0,0063 segundos. Esto ocurre porque al seleccionar la velocidad máxima de la herramienta la configuración del software arroja dos pasos de tiempo adicionales en los que la primera fuerza se aplica nuevamente en el primer filo de la herramienta.



**Figura 117.** Desplazamiento total a velocidad 20000 (RPM) con profundidad de 10 (mm).

Sobre el primer filo de la herramienta se tiene un desplazamiento de 0,996 mm para el acero al carbón, 0,913 mm para el acero inoxidable y 0,723 mm para el aluminio en un tiempo de 0,001 segundos. Para el segundo filo de la herramienta se tiene un desplazamiento de 0,927 mm para el acero al carbón, 0,85 mm para el acero inoxidable y 0,673 mm para el aluminio en un tiempo de 0,002 segundos. Por último, el tercer filo de la herramienta tiene un desplazamiento de 1,02 mm para el acero al carbón, 0,939 mm para el acero inoxidable y 0,743 mm para el aluminio en un tiempo de 0,003 segundos.

El primer filo de la herramienta vuelve a tener un desplazamiento de 0,769 mm para el acero al carbón, 0,705 mm para el acero inoxidable y 0,558 mm para el aluminio en un tiempo de 0,0063 segundos. Esto ocurre igualmente como se observa y se analiza en la Figura 116.

El intervalo de tiempo (0,001 a 0,002 segundos), (0,002 a 0,003 segundos) y (0,003 a 0,0063 segundos) indica que al aplicar la fuerza esta deja de incidir sobre cada filo por lo

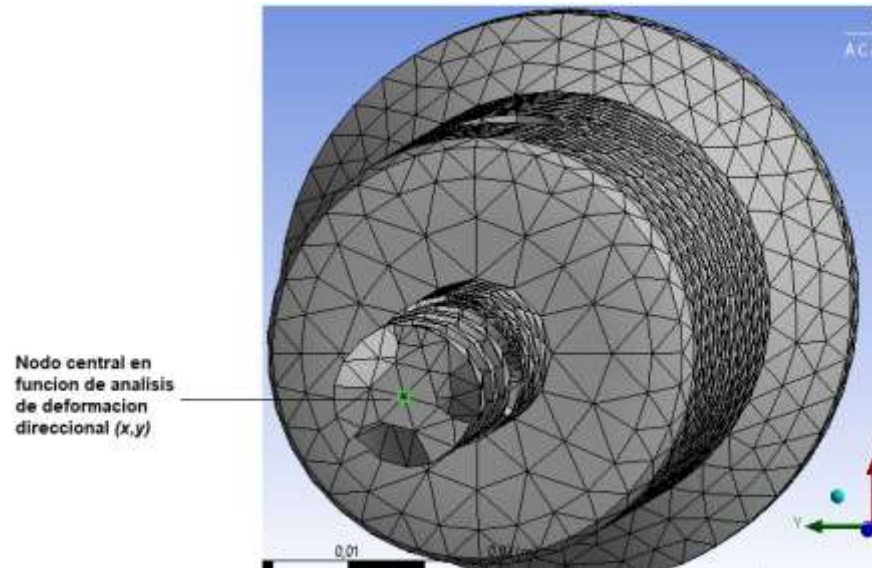
que se encuentra en movimiento giratorio esto quiere decir que la herramienta no está sometida a ninguna torsión.

En general para todos los desplazamientos se analiza y se comparan los resultados para los tipos tres de materiales a diferentes profundidades en el cual el comportamiento que tiene el acero al carbón es mayor en desplazamiento total como se menciona en la sección (4.4.1) y (4.4.2) la herramienta para maquinar acero es mayor pero puede ser por dos razones: 1) hay una fuerza mayor para maquinar el acero a una profundidad de 10 mm y 2) la herramienta se acerca a una resonancia, mientras que el aluminio al ser un material más blando la deformación es menor y no sufre un desgaste significativo.

La segunda opción es menos probable ya que se comprobó por medio del análisis dinámico que no se acerca a una resonancia si no que se debe más a la mayor fuerza que se genera para maquinar un acero con una profundidad de 10 mm por lo que se necesita una mayor fuerza.

## **4.5 Análisis en desplazamiento direccional en la cara de la herramienta.**

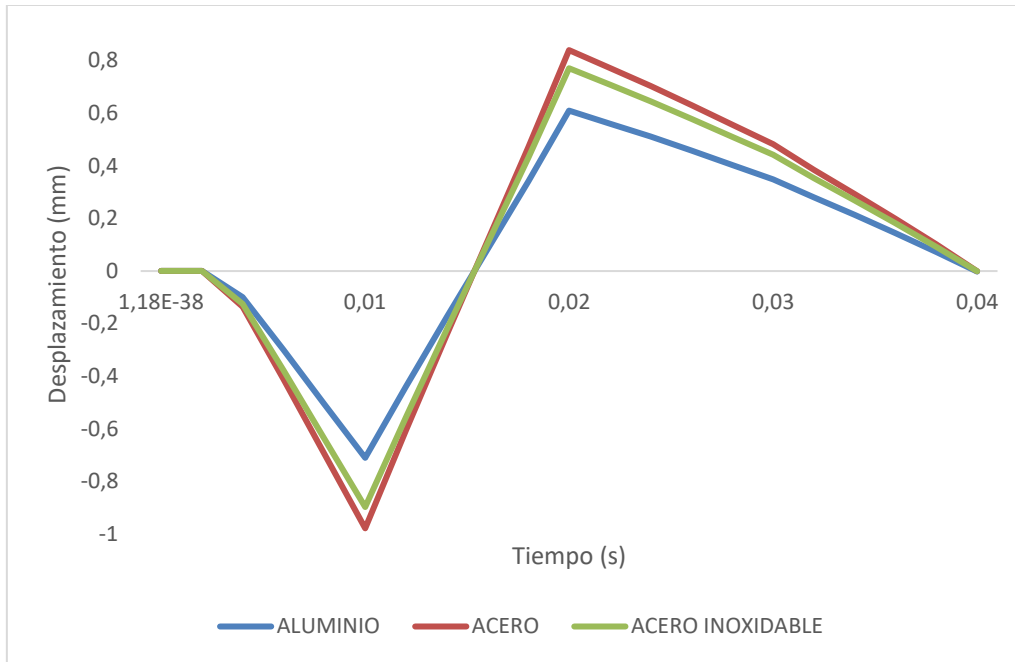
El análisis para una fuerza variable en el tiempo se llevó a cabo también en un nodo central de la herramienta como se muestra en la Figura 118 con el fin de observar el desplazamiento direccional en  $(x, y)$  mediante los parámetros mencionados en la sección (3.1.1) y (3.1.3). Se realizará el análisis para una profundidad de 10 mm ya que en la sección (4.4) se menciona que es la más significativa para los valores de desplazamiento y corte de viruta.



**Figura 118.** Nodo seleccionado en la cara de la herramienta.

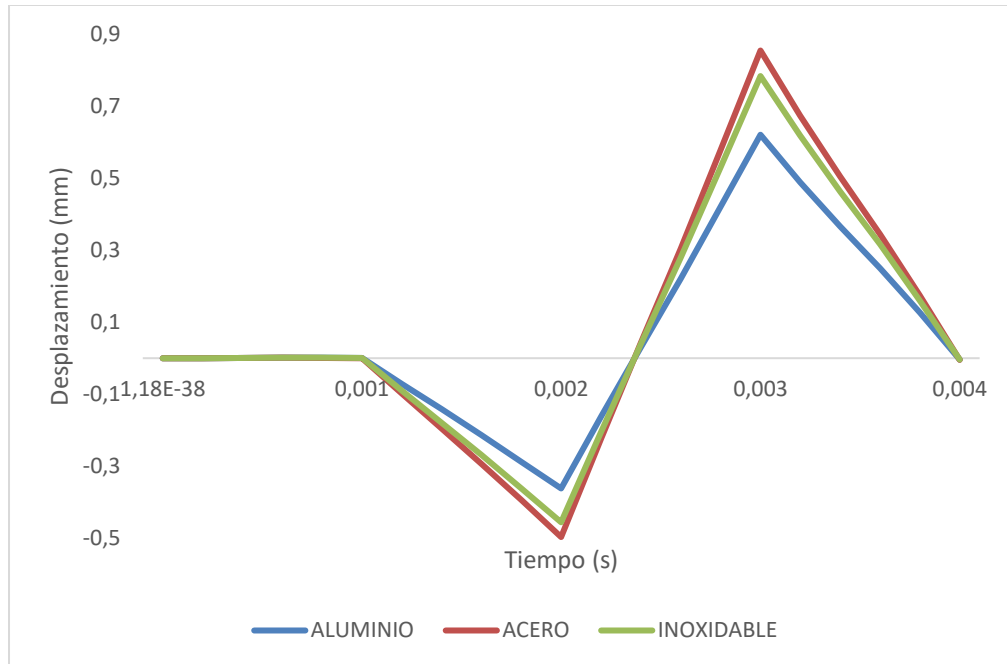
#### **4.5.1 Análisis en desplazamiento direccional sobre los ejes (X, Y) a una profundidad 10 mm y una velocidad de 2000 RPM**

Se realiza un análisis para una determinada profundidad de corte y velocidad de giro, donde en la Figura 119 y Figura 120, se puede observar el comportamiento en respuesta dinámica explícita para las direcciones (x, y).



**Figura 119.** Desplazamiento direccional velocidad 2000RPM con profundidad de 10mm en Y.

Las fuerzas mencionadas en la sección (3.1.3) y las respectivas componentes vectoriales que se mencionan en la sección (3.5.2) con un desplazamiento negativo de 0,978 mm para el acero al carbón, 0,897 mm para el acero inoxidable y 0,71 mm para el aluminio en un tiempo de 0,01 segundos y un desplazamiento positivo de 0,84 mm para el acero al carbón, 0,771 mm para el acero inoxidable y 0,61 mm para el aluminio en un tiempo de 0,02 segundos.



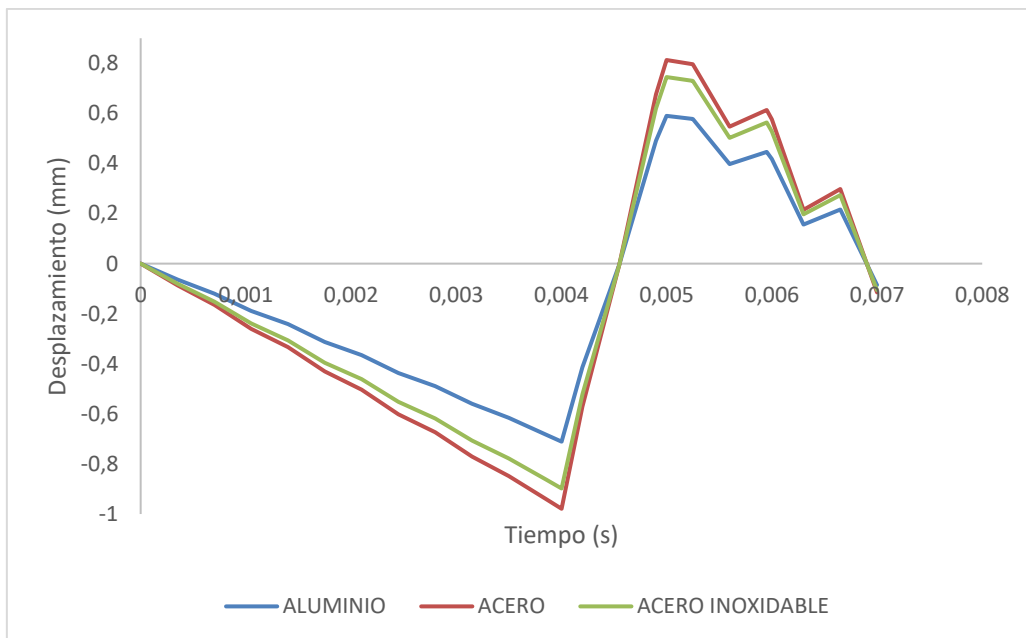
**Figura 120.** Desplazamiento direccional velocidad 2000RPM con profundidad de 10mm en X.

Se tiene un desplazamiento negativo de 0,497 mm para el acero al carbón, 0,456 mm para el acero inoxidable y 0,362 mm para el aluminio en un tiempo de 0,002 segundos y un desplazamiento positivo de 0,855 mm para el acero al carbón, 0,784 mm para el acero inoxidable y 0,621 mm para el aluminio en un tiempo de 0,003 segundos.

En general analizando y observando el comportamiento de la herramienta, la dirección (y) tiene los desplazamientos negativos debido a que la fuerza impacta cuando la herramienta se mueve en contra del eje de coordenadas y viceversa para el desplazamiento positivo. La herramienta en el intervalo de tiempo ( $1,38 \times 10^{-38}$  a 0,001 segundos) de la Figura 120 se mantiene estable, pero se genera un pequeño desplazamiento debido a que en la dirección (y) ya se está generando un movimiento a lo largo de la trayectoria del tiempo.

#### 4.5.2 Análisis en desplazamiento direccional sobre los ejes (X, Y) a una profundidad de 10 mm a 10000 RPM

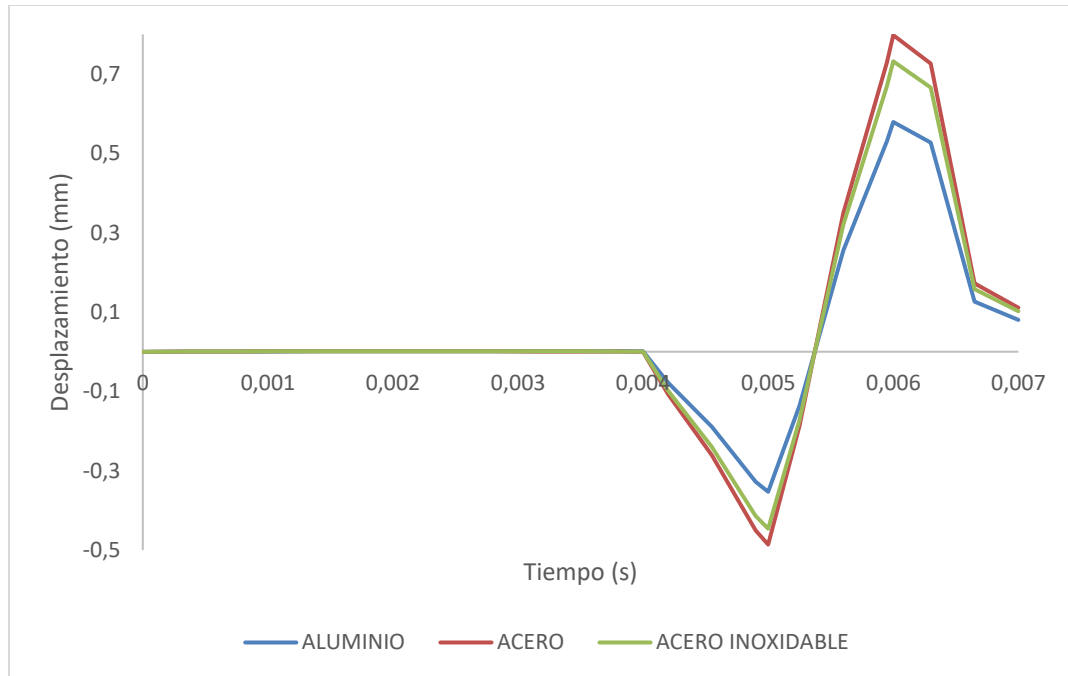
Se realiza un análisis para una determinada profundidad de corte y velocidad de giro, donde en la Figura 121 y Figura 122 se puede observar el comportamiento en respuesta dinámica explícita para las direcciones (x, y).



**Figura 121.** Desplazamiento direccional velocidad 10000 RPM con una profundidad de 10mm en Y.

Se tiene un desplazamiento negativo de 0,979 mm para el acero al carbón, 0,898 mm para el acero inoxidable y 0,711 mm para el aluminio en un tiempo de 0,004 segundos y un desplazamiento positivo de 0,813 mm para el acero al carbón, 0,745 mm para el acero inoxidable y 0,59 mm para el aluminio en un tiempo de 0,005 segundos.





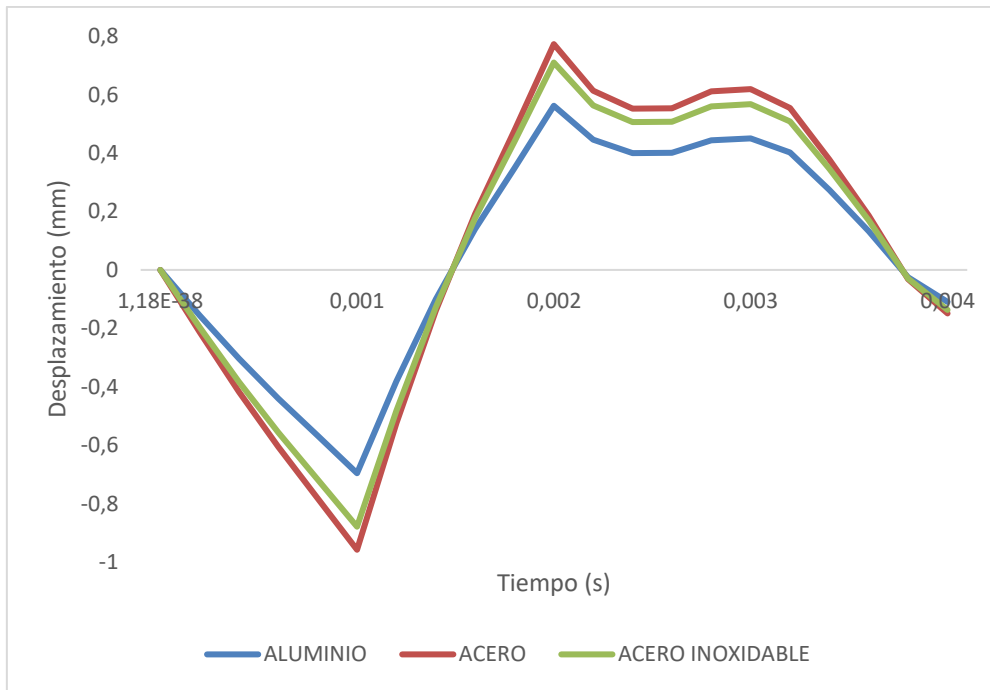
**Figura 122.** Desplazamiento direccional velocidad 10000 RPM con una profundidad de 10mm en X

Se tiene un desplazamiento negativo de 0,486 mm para el acero al carbón, 0,446 mm para el acero inoxidable y 0,353 mm para el aluminio en un tiempo de 0,005 segundos y un desplazamiento positivo de 0,798 mm para el acero al carbón, 0,732 mm para el acero inoxidable y 0,579 mm para el aluminio en un tiempo de 0,006 segundos.

En general analizando y observando el comportamiento de la herramienta, la dirección (y) tiene los desplazamientos negativos debido a que la fuerza impacta cuando la herramienta se mueve en contra del eje de coordenadas y viceversa para el desplazamiento positivo. La herramienta en el intervalo de tiempo (0 a 0,004 segundos) de la Figura 122 se mantiene estable solo hasta cuando que se aplica la fuerza en el primer filo por lo cual no genera ningún desplazamiento. En la Figura 121 el comportamiento de las fuerzas aplicadas en el intervalo de tiempo de (0,005 a 0,007 segundos) se debe a que la fuerza genera mayor interferencia de oscilación al momento de realizar el corte del material por lo que las demás fuerzas disminuyen su desplazamiento. El comportamiento de las figuras se debe a la configuración interna del software no permite tomar más puntos de dispersión y obtener unos picos de desplazamiento más acercados a el valor real.

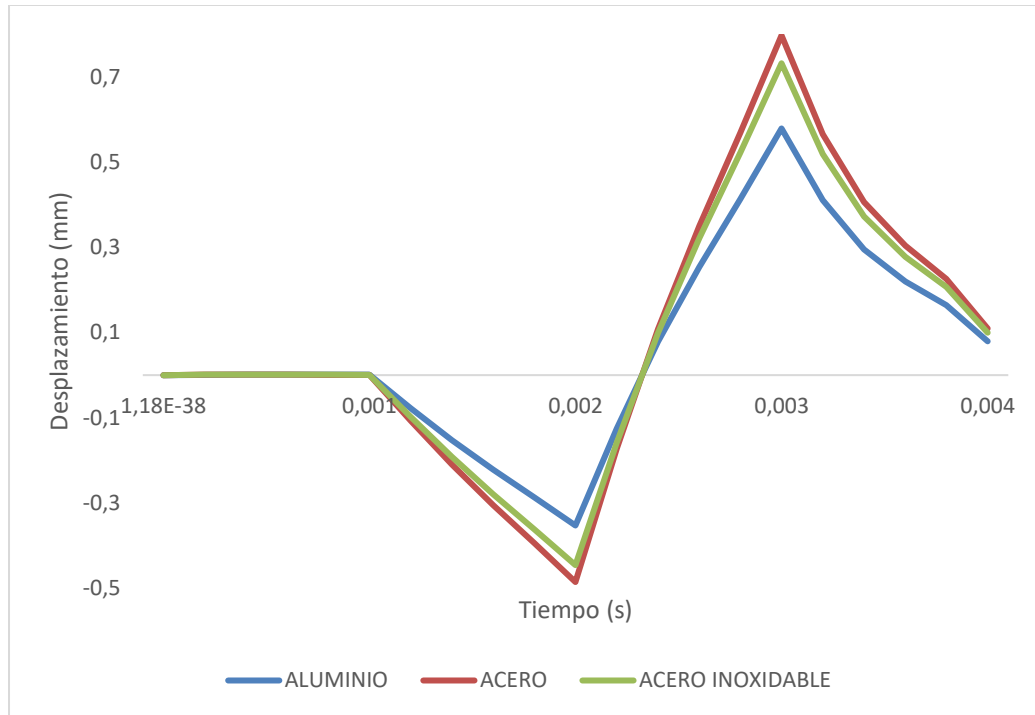
### 4.5.3 Análisis en desplazamiento direccional sobre los ejes (X, Y) a una profundidad de 10 mm a 20000 RPM

Se realiza un análisis para una determinada profundidad de corte y velocidad de giro, donde en la Figura 123 y Figura 124 se puede observar el comportamiento en respuesta dinámica explícita para las direcciones (x, y).



**Figura 123.** Desplazamiento direccional velocidad 20000 RPM con profundidad de 10mm en Y.

Se tiene un desplazamiento negativo de 0,958 mm para el acero al carbón, 0,879 mm para el acero inoxidable y 0,696 mm para el aluminio en un tiempo de 0,001 segundos y un desplazamiento positivo de 0,773 mm para el acero al carbón, 0,71 mm para el acero inoxidable y 0,562 mm para el aluminio en un tiempo de 0,002 segundos.



**Figura 124.** Desplazamiento direccional velocidad 20000 RPM con profundidad de 10mm en X.

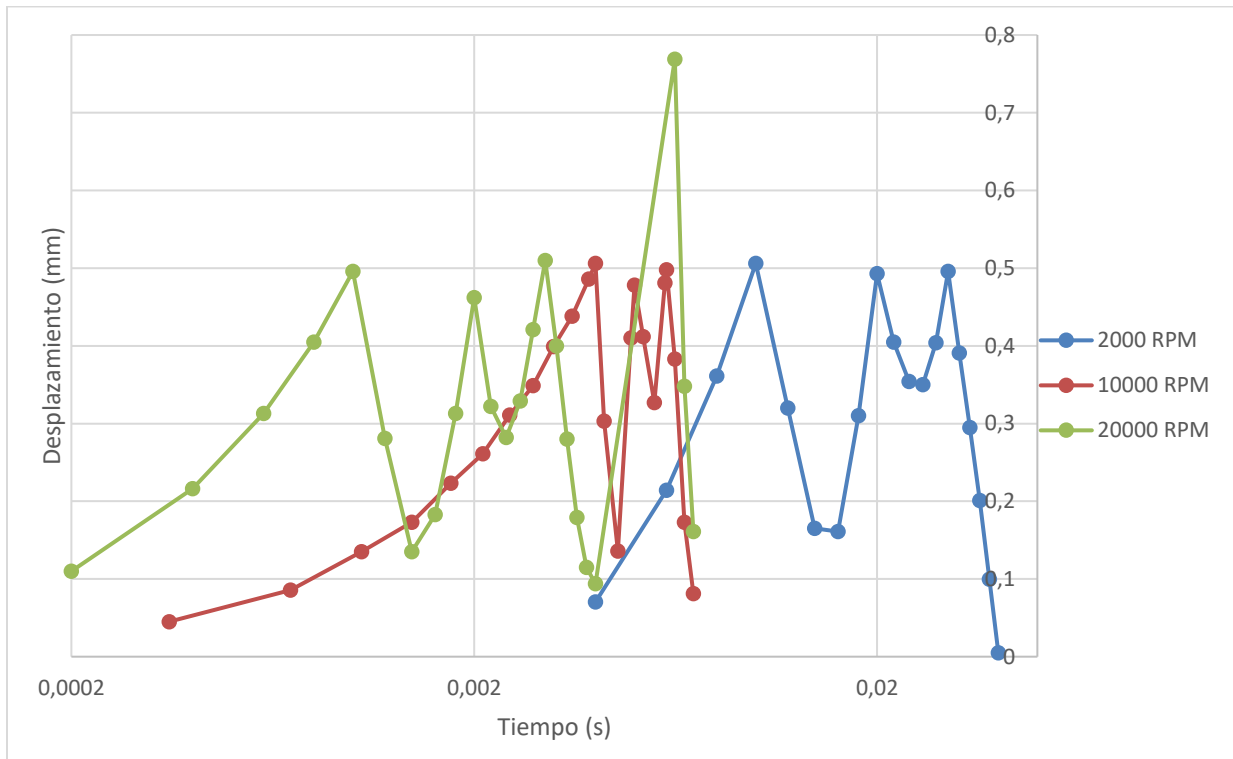
Se tiene un desplazamiento negativo de 0,485 mm para el acero al carbón, 0,446 mm para el acero inoxidable y 0,353 mm para el aluminio en un tiempo de 0,002 segundos y un desplazamiento positivo de 0,797 mm para el acero al carbón, 0,732 mm para el acero inoxidable y 0,579 mm para el aluminio en un tiempo de 0,003 segundos.

En general analizando y observando el comportamiento de la herramienta, la dirección (y) tiene los desplazamientos negativos como se analizó en la sección (4.5.1). La herramienta en el intervalo de tiempo ( $1,38 \times 10^{-38}$  a 0,001 segundos) de la Figura 124.

Analizando el desplazamiento en la dirección (x, y) se comparan los resultados para los tipos tres de materiales a la profundidad de 10 mm en el cual el comportamiento que tiene el acero al carbón es similar al que fue mencionado en la toda la sección (4.4).

## 4.6 Análisis de mayor desplazamiento total para el acero al carbón a una velocidad de 2000 RPM, 10000 RPM y 20000 RPM con profundidad de 5 mm y 10 mm.

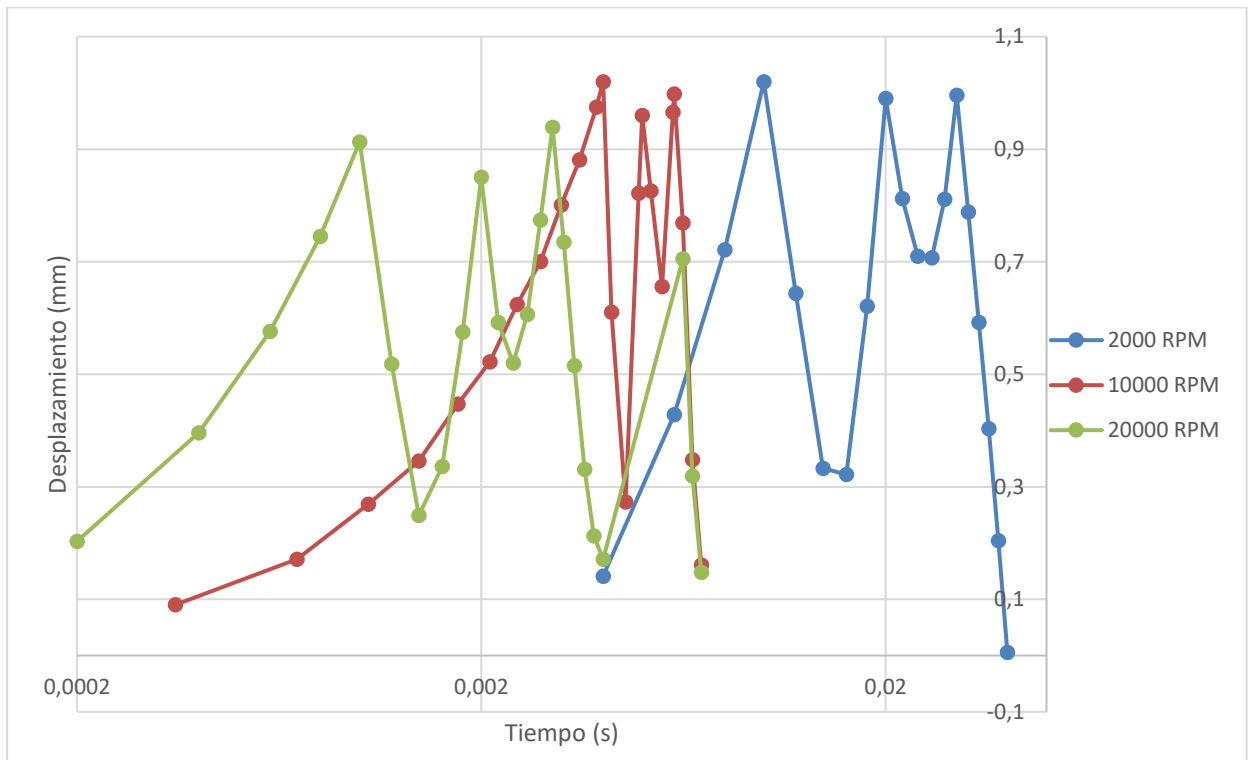
Obtenidos los resultados y análisis de los desplazamientos totales en la sección (4.4), se evidencia en la Figura 125 el acero al carbón a una velocidad de 20000 RPM tiene un mayor desplazamiento en la cara de la herramienta en comparación a las demás velocidades, esto se debe porque al aplicar las fuerzas se tiene distintos comportamientos en todas la componentes vectoriales, esta velocidad tiene un mayor desgaste para toda la cara de la herramienta.



**Figura 125.** Profundidad 5 mm, velocidad 2000 RPM, 10000 RPM, 20000 RPM.

El pico con mayor desplazamiento es a una velocidad de 20000 RPM con un valor de 0,769 mm en un tiempo 0,0063 segundos este es el punto más crítico, esta deformación es significativa ya que sucede el mismo comportamiento de la sección (4.4.3).

En la Figura 126 el comportamiento de los resultados es similares a la Figura 125, la diferencia es que para estos resultados los desplazamientos para las velocidades se mantienen cercanos no tiene una variación muy relevante solo la aplicación de las fuerzas en sus respectivos tiempos.

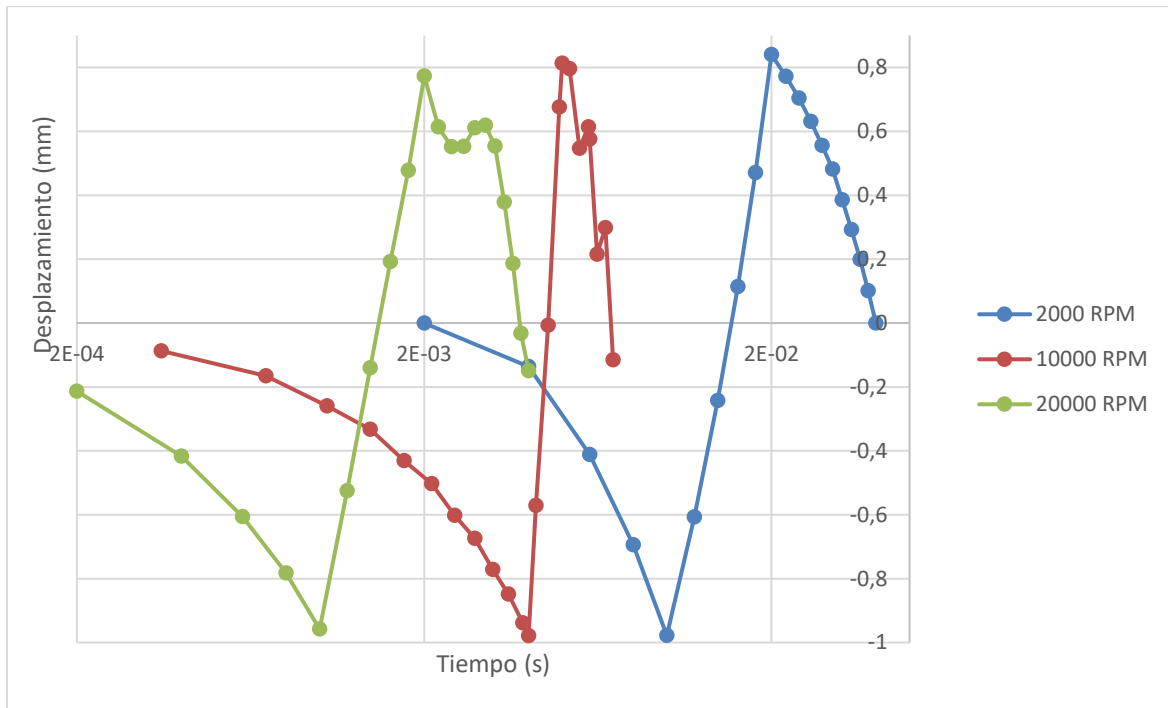


**Figura 126.** Profundidad de 10 mm, velocidad 2000 RPM, 10000 RPM, 20000 RPM.

El pico con mayor desplazamiento es a una velocidad de 2000 RPM con un valor de 1,02 mm en un tiempo 0,001 segundos este es el punto más crítico.

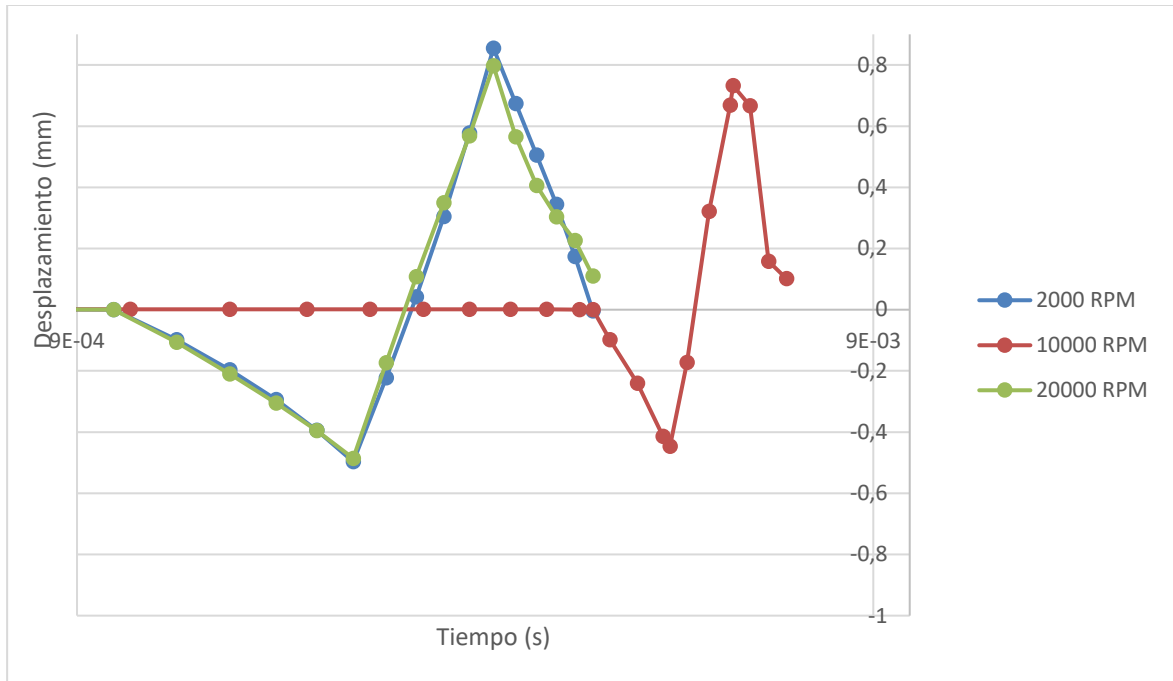
## 4.7 Análisis de mayor desplazamiento direccional para el acero al carbón en la dirección (Y, X) a velocidad de 2000 RPM, 10000 RPM, 20000 RPM con una profundidad de 10 mm.

Obtenidos los resultados y análisis de los desplazamientos direccionales en la sección (4.5), se evidencia en la Figura 127 y Figura 128 que el acero al carbón a una velocidad de 2000 RPM tiene un mayor desplazamiento en comparación a las demás velocidades, esto se debe a que tiene mayor maquinabilidad, mayor desplazamiento y corte de viruta en la dirección (x, y) del centro de la cara en la herramienta.



**Figura 127.** Profundidad 10 mm, velocidad 2000 RPM, 10000 RPM, 20000 RPM para la dirección y.

El pico con mayor desplazamiento para el acero al carbón a 2000 RPM en la dirección (y) es de 0,84 mm en un tiempo 0,02 segundos este es el punto más crítico.



**Figura 128.** Profundidad 10 mm, velocidad 2000 RPM, 10000 RPM, 20000 RPM para la dirección x.

El pico con mayor desplazamiento para el acero al carbón a 2000 RPM en la dirección (x) es de 0,855 mm en un tiempo 0,003 segundos este es el punto más crítico, las velocidades de 2000 y 20000 son muy similares para este desplazamiento.

En general los resultados obtenidos en la sección (4.6) (4.7) se representan en una escala logarítmica para una mejor visualización del comportamiento de la herramienta en el análisis de desplazamiento total y direccional. En la Figura 125 se tiene mayor desplazamiento para la velocidad de 20000 RPM, pero no es significativo, solamente en un intervalo de tiempo. Esto se puede deber a dos razones: 1) el tipo de análisis en el tiempo considera ese cambio de fuerza como impacto y 2) la herramienta se acerca a una resonancia.

# Capítulo 5

## 5. Conclusiones y Recomendaciones

### 5.1 Conclusiones

Con base en lo desarrollado y los resultados obtenidos se puede concluir diferentes puntos de vista y aspectos notables para la determinación del tipo de proceso de fresado frontal que es uno de los más usados y característico para el análisis de *Chatter* para un conjunto husillo- herramienta de una fresadora y un sistema de vibración en Ansys. Este tipo de geometría seleccionado tiene relevancia ya que los parámetros son los más indicados para este tipo de corte frontal, el diámetro de la herramienta se encuentra en un rango de (4 a 18 mm) se seleccionó un valor de 6 mm y con este valor se escogió el husillo Weldon el cual fue el más indicado para este proceso de corte, con el fin de realizar los estudios de frecuencia y que el número de elementos y nodos no excediera lo configuración establecida por el software Ansys.

El software de análisis de elementos finitos es una herramienta que permite realizar diversos análisis de comportamientos de respuesta en frecuencia, armónica y dinámica, para este caso en el conjunto husillo-herramienta se desarrolló el estudio de respuesta en frecuencia en SolidWorks y Ansys con el fin de obtener un análisis de convergencia que requiere una correcta discretización del dominio analizado esto con el fin de seleccionar un tipo de malla para no exceder la capacidad computacional, se seleccionó un número mínimo de 8927 elementos con un numero de nodos de 5610 para el estudio en frecuencia en SolidWorks logrando una malla de 4,026 mm , y para el caso de Ansys se tiene un número mínimo de 10181 elementos y 5641 nodos logrando una malla de 2,650 mm, esta variación no supera el 5% ni la capacidad computacional para toda la geometría. Cabe indicar que se uso el tipo de elemento que indica el software por defecto.

En los análisis las condiciones de frontera se definen en base a la configuración del software el cual limita una mayor precisión para el análisis y aplicar datos adicionales que



cambiarían los resultados. Para el estudio modal en Ansys a diferentes tipos de contactos no se nota ningún tipo de variación en los parámetros seleccionados como lo son el coeficiente de fricción y la constante de elasticidad, esto se realizó con el fin de verificar la variación de los desplazamientos relativos en frecuencias naturales libres y la interacción de la configuración de Ansys, estos resultados sugieren que es necesario analizar otros parámetros en el software que permitan analizar estos tipos de contacto con mayor precisión. Estos resultados no son del todo confiables ya que en realidad si afectan el comportamiento dinámico, sin embargo, se pueden hacer otro análisis posterior en el software. Por esta razón el contacto rígido es el más adecuado para realizar el análisis del modelo al aplicar una fuerza ya que es el que tiene un desplazamiento libre y no presenta interferencia.

Se puede verificar los resultados para diferentes tipos de contacto aplicando una fuerza con el fin obtener una respuesta armónica en todo el conjunto husillo-herramienta permite identificar la resonancia y la anti-resonancia para las amplitudes de onda que se generan cuando hay un mayor desplazamiento. Por lo cual se cumplió el objetivo de analizar la respuesta armónica ante diferentes tipos de contacto, porque el contacto rígido presenta mayores resonancias puntos críticos que son los indicadores de la aparición de *Chatter*.

Los tipos de iteraciones para la herramienta y pieza de trabajo se pueden verificar mediante los diferentes análisis en desplazamiento total de la cara en la herramienta y el desplazamiento direccional para el nodo central en las direcciones  $(x, y)$ , esto nos permite identificar que el acero al carbón presenta un mayor desplazamiento para una velocidad de corte de 2000 RPM a 10 mm de profundidad, donde el valor de desplazamiento más significativo es de 1,02 mm en un tiempo de 0,01 segundos, la herramienta no se puede acercar a una resonancia porque la velocidad de giro es de 10000 RPM lo que equivale a 166 Hz, es decir, no se acerca a ninguna frecuencia de resonancia. Lo que indica esto con respecto al *Chatter* es que, al tener mayor desplazamiento, las ondulaciones que se crean por la deformación en la herramienta podrían incrementarse en el siguiente paso, lo que no se puede ver en este tipo de simulación.

Se tiene un mayor desplazamiento para una velocidad de 20000 RPM de 0,769 mm a un tiempo de 0,0063 segundos, no es significativo porque la resonancia esta cerca de 200 Hz para el contacto rígido. Este comportamiento si podría indicar una aparición del *Chatter*

ya que el desplazamiento es mayor, para la siguiente pasada se aumenta la vibración forzada de la herramienta.

El análisis de frecuencia indicaría de forma más efectiva la presencia de resonancias e inestabilidades que el análisis explícito dinámico. Se requiere una muestra mayor de tiempo para analizar la posible presencia de inestabilidades, pero requiere un tiempo considerable de simulación.

La simulación de las fuerzas de corte tiene un comportamiento similar a las fuerzas de corte con los parámetros de la fuerza tangencial y fuerza normal entran en contacto con el material con diferentes grados de inclinación de la herramienta por lo que no se considera ese tipo de característica armónica debido a la complejidad en la aplicación de las fuerzas.

Se uso el MEF para analizar la respuesta dinámica de la herramienta ante diferentes tipos de contacto, definiendo un contacto rígido como aquel que presentaba respuestas acordes a lo revisado en la literatura para modelos continuos y discretos en los cuales la primera frecuencia natural se encuentra entre 900 Hz y 1400 Hz. Igualmente se usó este modelo para revisar entradas de fuerzas de corte para diferentes materiales, profundidades y velocidades, evidenciando un comportamiento coherente con el tipo de herramienta y las entradas y salidas del modelo.

Finalmente se puede indicar que el método de elementos finitos es una herramienta útil para plantear modelos de procesos de fresado. Esto se debe a que permite seleccionar geometrías complejas y establecer condiciones de contorno precisas y entradas de fuerza y movimiento cercanas a la realidad. Sin embargo, el modelo planteado se aplica únicamente a condiciones y entradas de fuerza específicas por lo que se analizaron las respuestas obtenidas para casos únicos.

## 5.2 Recomendaciones y trabajos futuros

Con el desarrollo de este proyecto se dan aspectos muy importantes que permiten mejorar la verificación de resultados y demás.

Al realizar este proyecto se recomendaría ya con equipos de medición para la validación de este modelo en proceso industriales, donde se requiera disminuir el *Chatter* y obtener un mayor rendimiento en la productividad para mejorar los acabados superficiales de los mecanizados.

Considerar condiciones de contorno más específicas en los contactos, considerar la dirección efectiva en la que se aplican las cargas, considerar direcciones axiales de corte, considerar una simulación temporal mayor y con efectos giroscópicos (velocidad de giro de la herramienta).

Comprobar estos resultados con una validación para cada uno de los modelos a través de la medición específica dependiendo los parámetros que sean seleccionados.

Y por último se debería considerar más propiedades mecánicas para el modelo de elementos finitos como lo son temperatura, lubricación de la herramienta, dureza del material y refrigeración durante el proceso.

# Bibliografía

- [1] M. Delmar, "Trabajos con la Fresadora," pp. 1–287, 1962.
- [2] S. Kalpakjian, "Manufactura, ingeniería y tecnología," 2002.
- [3] F. G. Fernández, "Sistemas de monitorización de vibraciones auto-excitadas(CHATTER)en procesos de mecanizado," 1994.
- [4] R. F. Fuente Morales, "SUPRESIÓN DE INESTABILIDADES DINÁMICAS (CHATTER) EN MAQUINADOS DE ALTA VELOCIDAD MEDIANTE LA MODULACIÓN DE LA VELOCIDAD DE LA HERRAMIENTA DE CORTE.," 2017.
- [5] A. Iglesias, J. Munoa, and J. Ciurana, "Optimisation of Face Milling Operations with Structural Chatter Using a Stability Model Based Process Planning Methodology. International Journal of Advanced Manufacturing Technology," 2014.
- [6] M. Garzón, "¿Cómo alcanzar excelentes acabados superficiales durante el mecanizado?," 2018.
- [7] J. Munoa *et al.*, "Chatter suppression techniques in metal cutting," pp. 1–24, 2016.
- [8] N. D. Sims, P. V. Bayly, and K. A. Young, "Piezoelectric sensors and actuators for milling tool stability lobes," *J. Sound Vib.*, pp. 1–20, Mar. 2005.
- [9] A. Preumont, "Vibration Control of Active Structures, Springer," 2011.
- [10] J. Munoa, *Estrategia de regulación automática de la velocidad de giro para la obtención de un corte estable en fresado a alta velocidad.* 2008.
- [11] P. Bayly, J. Halley, B. Mann, and M. Davies, "Stability of Interrupted Cutting by Temporal Finite Element Analysis. Journal of Manufacturing Science & Engineering,"

2003.

- [12] A. Sadath, C. Vyasarayani, and Galerkin, "Approximations for Stability of Delay Differential Equations with Time Periodic Delays. Journal of Computational & Nonlinear Dynamics," 2015.
- [13] T. Insperger and G. Stepan, "Stability of the Milling Process. Periodica Polytechnica - Mechanical Engineering," 2000.
- [14] J. Gradisek *et al.*, "On Stability Prediction for Milling. International Journal of Machine Tools & Manufacture," 2005.
- [15] J. Tlustý, S. Smith, and W. Winfough, "Techniques for the Use of Long Slender End Mills in High-Speed Milling. CIRP Annals," 1996.
- [16] J. Pacheco, A. Zúñiga, and C. Rodríguez, "OBTENCIÓN DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD EN UNA HERRAMIENTA DE PUNTA ESFÉRICA MEDIANTE UN MODELO DE FUERZAS TRIDIMENSIONAL," 2008.
- [17] K. Gupta, "Metal cutting and forming," 2004.
- [18] Irving P. Girsang, "Machine Tools for Machining," 2015.
- [19] S. . Kapoor and university of illions, "A mechanistic model for the prediction of the force system in face milling operations."
- [20] T. L. Schmitz and K. Scott Smith, *Machining Dynamics*. 2009.
- [21] Dormer, "Catalogue DORMER," 2019.
- [22] J. M. Cabrero Armijo, *Operaciones de mecanizado por medios automaticos*, Edicion 2. 2018.

- [23] F. Gonzalo Contreras, *Planificación en procesos de fresado*. 2015.
- [24] S. Singiresu Rao and University of Miami, "Vibration of Continuous Systems," 2007.
- [25] S. S. Rao, "Vibraciones Mecánicas," 2012.
- [26] J. M. Rico Martínez, "Sistemas Vibratorios de un Grado de Libertad Sujetos a Vibración Libre No Amortiguada.," 2010.
- [27] J. C. Botero Palacio, *Dinámica de estructuras: Sistema de un grado de libertad*. 2011.
- [28] Johnston, E. R. Eisenberg, and R. G. Sarubbi, "Mecánica vectorial para ingenieros," *McGraw-Hill*, 2010.
- [29] M. L. Adams, "Rotating machinery vibration: from analysis to troubleshooting," 2009.
- [30] D. J. Inman, *Engineering vibrations*. 2014.
- [31] "ANSYS Workbench et al. Ansys workbench user's guide.," 2020.
- [32] J. He and Z.-F. Fu, *Modal Analysis*. 2001.
- [33] P. Avitabile, "Experimental Modal Analysis," 2000.
- [34] Ansys, "Respuesta Armónica," 2020. .
- [35] Eduardo, "Vibraciones en los procesos de mecanizado," 2014.
- [36] I. La Fe, R. Quiza, and M. Rivas, "Detección del Chatter en los procesos de maquinado: Una revista de técnicas empleadas," 2017.
- [37] G. Quintana and J. Ciurana, "Chatter in machining processes," 2010.

- [38] F. I. Compean Revuelta, *Alternativas de control de vibraciones en mecanizado de alto rendimiento: Herramienta multi-variables e inertes*. 2010.
- [39] Abhijit Ganguli., "Chatter reduction through active vibration damping.," 2005.
- [40] O. Gonzalo, G. Peigné, and D. González, "Mecanizado de piezas de rigidez reducida: Estabilidad de proceso y simulación," 2006.
- [41] X. Sabalza, J. Munoa, I. Mugica, R. Uribe-Etxeberria, and R. Lizarralde, "Incremento de la capacidad productiva de las fresadoras mediante la reducción del efecto del chatter utilizando actuadores inerciales," 2004.
- [42] D. Olvera Trejo, "Aplicacion de tecnicas experimentales y metodos analiticos para suprimir la inestabilidad en operaciones de fresado para mecanizados de alta velocidad." 2008.
- [43] By INGENIERIA Y MECANICA AUTOMOTRIZ, "ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS," 2019.
- [44] A. Calleja, A. Celaya, and G. Urbikain, "Tendencias en modelización de los procesos de mecanizado," 2017.
- [45] S. S. Rao and Elsevier Inc., "The Finite Element Method in Engineering," 2010.
- [46] F. Gabaldon Castillo, "METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS," 2007.
- [47] E. M. Alawadhi, "Finite element simulations using ANSYS. CRC Press," 2015.
- [48] J. T. Celigüeta Lizarza, "Método de los Elementos Finitos para Análisis Estructural," 2011.
- [49] K.-J. Bathe, "Finite Element Procedures, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ," 1996.

- [50] O. Z.-R. T. and O. Zienkiewicz., "El método de los elementos finitos.," 1994.
- [51] S. Toro, V. Sonzogni, and C. Neuman, "ELEMENTOS FINITOS DE DIFERENTES ÓRDENES PARA PROBLEMAS DE ELASTICIDAD PLANA Y MEZCLAS DE SUS MALLAS," 2005.
- [52] Ansys, "Ansys Explicit Dynamics," 2021.
- [53] J. Montes de Oca, H. J. Gonzalez, E. Solisc, J. Moreno, and J. Munoz-Saldaña, "Aplicacion de un recubrimiento de TiAlN para el incremento de la resistencia al ´ desgaste de una compuerta de paso fabricada en acero T9," 2009.
- [54] Soriano, "Fresa Frontal Z3."
- [55] Sandvik Coromant, "Materiales de las herramientas de corte." <https://www.sandvik.coromant.com/es-es/knowledge/materials/pages/cutting-tool-materials.aspx>.
- [56] JAMES F. SHACKELFORD, *Introduccion a la ciencia de los materiales para ingenieros*, PEARSON ED. Universidad Politécnica de Madrid, 2005.
- [57] H. Zapana Venegas, "Factores de corte en el fresado," 2014.
- [58] J. A. CHEY, *Procesos de manufactura*. México, 2000.



## **Anexos**

# A. Métodos matemáticos de Ansys ®

## A.1 Método de Análisis Modal

En el análisis modal se describe de forma analítica el comportamiento de los efectos por medio de una ecuación diferencial como se muestra en la ecuación (0-1):

$$[M]\{\ddot{E}\} + [K]\{E\} = 0 \quad (0-1)$$

Donde  $[k]$  expresa la rigidez y de ellos se desglosa y se expresa en la ecuación (0-2):

$$\{E\} = \{\beta_i\} \cos(i) t \quad (0-2)$$

Donde  $\{\beta_i\}$  es el vector en representación a el análisis modal en la posición  $i$ - esima de sus frecuencias modales,  $(i)$  es la frecuencia natural para el sistema, por último,  $t$  el tiempo en respuesta como se muestra en la (0-3).

$$(i)^2[M] + [K]\{\beta_i\} = \{0\} \quad (0-3)$$

Se satisface si  $\{\beta_i\} = 0$ , o si  $(i)^2[M] + [K] = 0$

Si se cumple se obtiene la ecuación (0-4):

$$wf = \frac{\beta_i}{2\pi} \quad (0-4)$$

En la relación de frecuencias  $wf$ , las frecuencias naturales  $\beta_i$  a un ciclo una vuelta completa  $2\pi$

## A.2. Método de Análisis Armónico

Para la respuesta armónica de los sistemas en frecuencia se obtiene de forma analítica en la ecuación (0-5):

$$[M]\{\ddot{E}\} + [C]\{\dot{E}\} + [K]\{E\} = Ca \quad (0-5)$$

De la cual  $[M]$  es la matriz de masa,  $[C]$  es la matriz de amortiguamiento y  $[K]$  es la matriz de rigidez, de esa matriz el valor de  $\{\ddot{E}\}$  es la aceleración que representa la segunda derivada,  $\{\dot{E}\}$  valor de la velocidad que representa la primera derivada y  $\{E\}$  el desplazamiento que representa la primera derivada. Por último  $Ca$  es la carga aplicada.

En el análisis de respuesta armónica los estados se mueven en frecuencias de excitación y adicional se emplea una carga dinámica en función del tiempo, de ellos se producen cambios de fase para producir los desplazamientos que se mostraran en la ecuación (0-6):

$$\{E\} = \{Emax. e^{i\beta}\}e^{i(i)t} \quad (0-6)$$

Se entiende que  $Emax$  es el desplazamiento máximo por la carga,  $i$  es el valor del número complejo equivalente a la raíz de -1,  $(i)$  es la frecuencia circular impuesta a el sistema y  $\beta$  es el desplazamiento en fase del sistema.

Luego de este razonamiento se da un tipo de solución a la ecuación diferencial general para la respuesta armónica que se muestra en la ecuación (0-7):

$$([K] - (i)^2 [M] + i(i)[C])(\{E1\} + i\{E2\}) = \{F1\} + i\{F2\} \quad (0-7)$$

### A.3. Método Dinámico Explícito

Para resolver el comportamiento dinámico en un sistema, se tiene en cuenta las variables de masa, momento y energía expresadas en el método de Lagrange. Por lo cual este método determina el movimiento de la malla que actúa en el sistema por lo que la masa, el momento y la energía se mantiene constantes.

Realizando una Semidiscretización a las ecuaciones de movimiento en el tiempo, se obtiene en la ecuación (0-8) y (0-9):

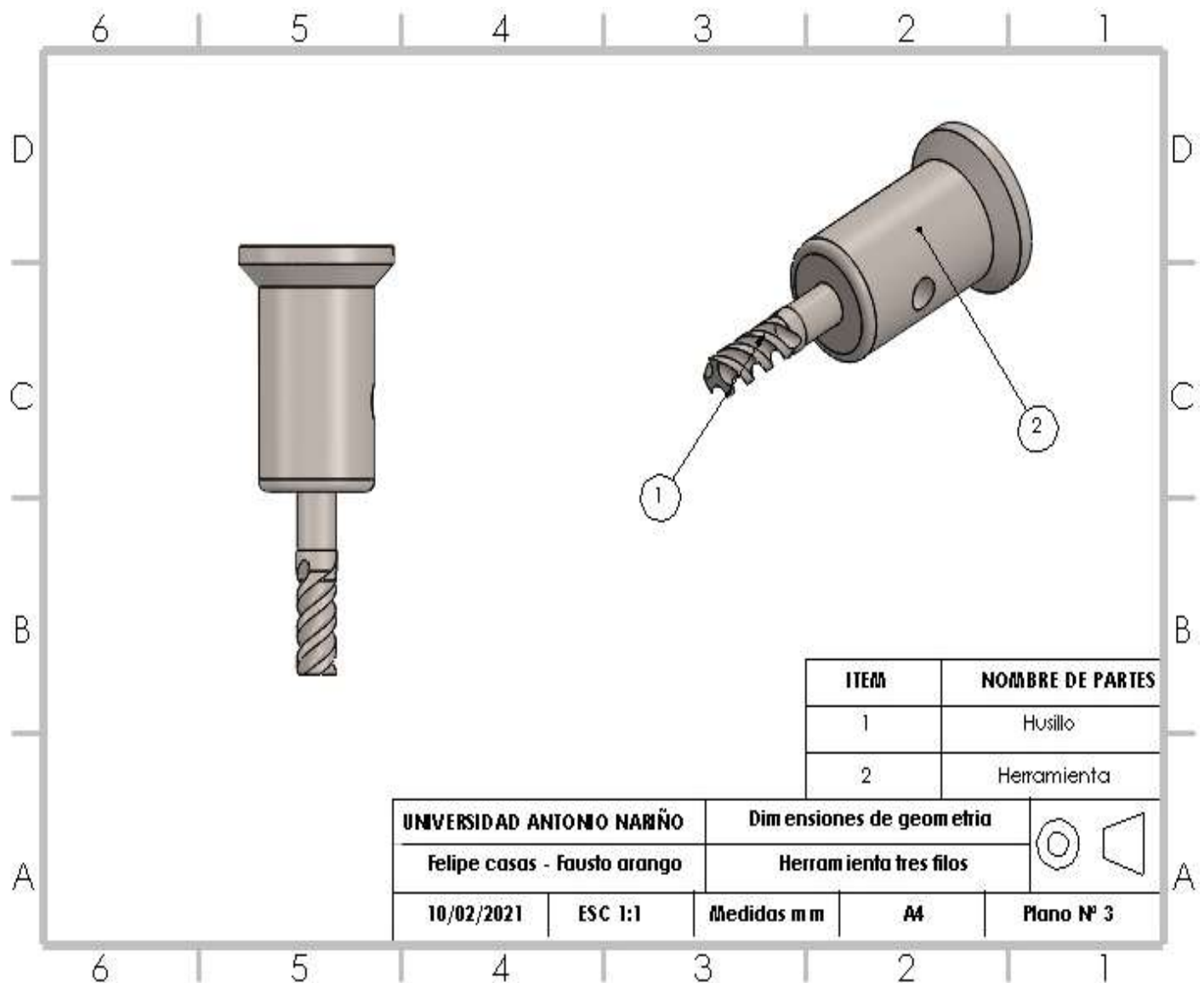
$$M\ddot{x} + K_x = f_{externa} \quad (0-8)$$

$$M\ddot{x} = f_{externa} - f_{interna} \quad (0-9)$$

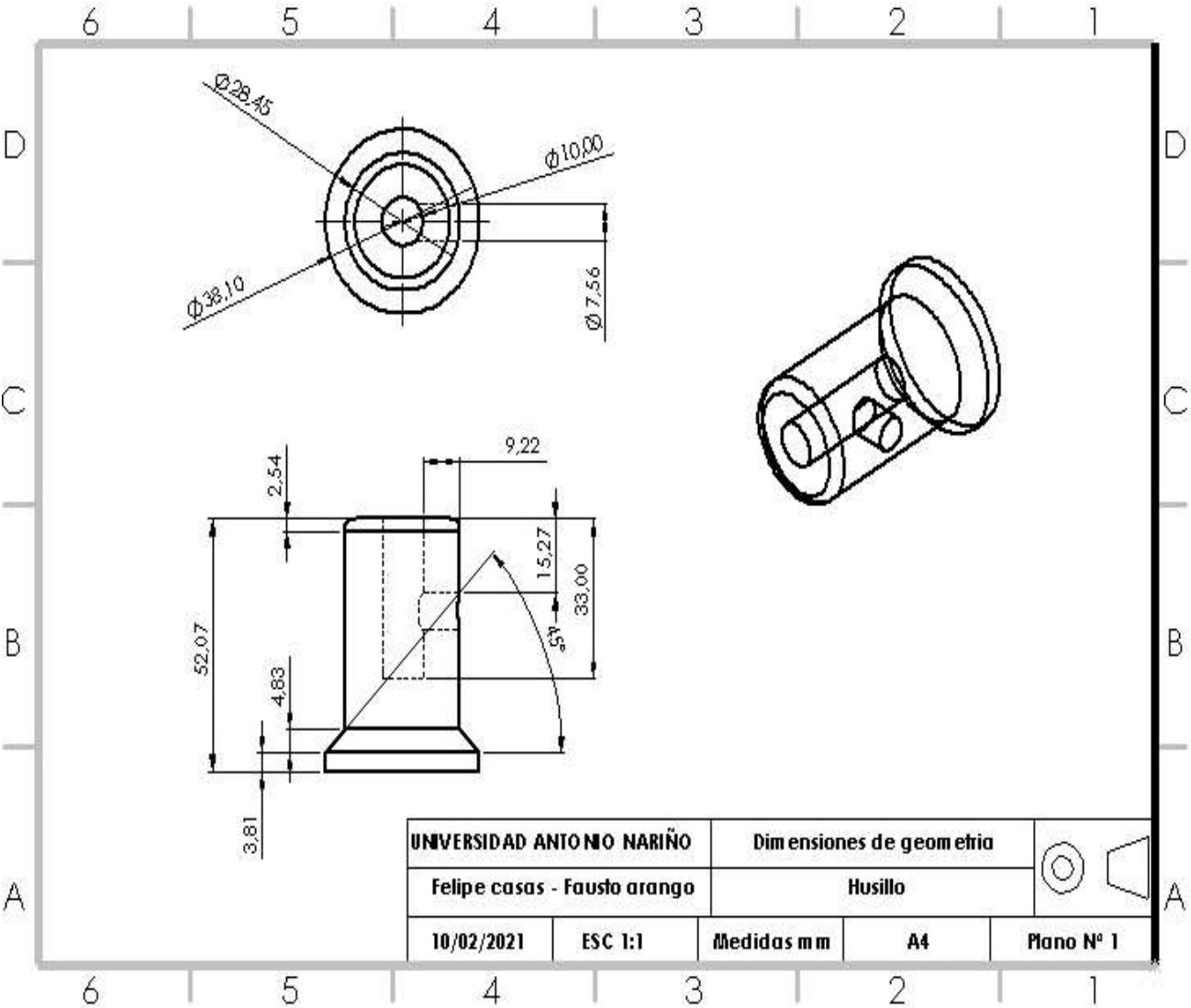
Donde M corresponde a la masa,  $\ddot{x}$  es el desplazamiento del vector,  $K_x$  es la rigidez y  $f$  corresponde a las fuerzas que actúan interna o externamente en el sistema, las cuales actúan a través del tiempo de forma lineal, de igual manera la rigidez permanece constante.

## B. Diseño del portaherramientas-herramienta en SolidWorks

### B.1 Plano ensamble de la geometría seleccionada



## B.2 Plano de dimensiones del husillo



### B.3 Plano de dimensiones de la herramienta

