



Simulación de un sistema de detección
de chatter en la fresadora
Paxton/Patterson a través de la
medición de los parámetros eléctricos
del motor de la máquina herramienta

Cristhian David Santa Cañas
Valeryn Melissa Molina Giraldo

Universidad Antonio Nariño
Facultad de Ingeniería Mecánica, Electrónica y Biomédica
Bogotá DC, Colombia

2021

Simulación de un sistema de detección de chatter en la fresadora Paxton/Patterson a través de la medición de los parámetros eléctricos del motor de la máquina herramienta

Cristhian David Santa Cañas
Valeryn Melissa Molina Giraldo

Proyecto de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Ingeniero mecatronico

Director:
Ph.D. Diego Patricio Calero Arellano

Universidad Antonio Nariño
Facultad de Ingeniería Mecánica, Electrónica y Biomédica
Bogotá DC, Colombia

2021

AGRADECIMIENTOS

Valeryn Melissa Molina Giraldo

Agradezco a mis padres por su amor, apoyo y los consejos que han sido la motivación para seguir y culminar esta etapa de mi vida. También quiero agradecer a todos mis amigos y compañeros que me han ayudado a lo largo de la carrera en los momentos difíciles y a formarme como persona. Por último, quiero agradecerle al PhD. Diego Calero Arellano por guiarnos con paciencia y compartirnos su conocimiento para culminar este proyecto, además de fomentar mi gusto en el campo de la mecánica al tener clases donde era profesor.

Cristhian David Santa Cañas

Agradezco a mis padres por todo el cariño, amor, confianza y apoyo que me han brindado a través de cada una de las etapas que he afrontado en mi vida permitiéndome superar los desafíos que se me han presentado con toda confianza. También agradecer a aquellas pocas personas que siempre me apoyaron y confiaron en mí sin señalarme ni juzgarme si valorando quien realmente soy. Y por último quiero agradecerle al PhD. Diego Calero Arellano por su guía y apoyo ya sea en la tesis o en una materia, él siempre brinda su apoyo, tiempo y conocimiento a quienes lo necesitan, siempre siendo paciente y ayudándonos a que mejoremos.

Resumen

En el presente documento se propuso una simulación de un sistema de detección de chatter, por medio de la medición de parámetros eléctricos, la cual consiste de una construcción de un modelo de bloques de un motor DC en el programa MATLAB-SIMULINK para la herramienta de la fresadora Paxton/Patterson, obteniendo como resultado el comportamiento del sistema con el fin de validar este modelo por medio de los análisis realizados a las transformadas rápidas de Fourier y a los diagramas de lóbulos de estabilidad para determinar los puntos en donde existe el chatter en el proceso de fresado.

Palabras clave: CNC, Chatter, Modelo dinámico, Motor eléctrico, Fresadora

Abstract

This paper proposed a simulation of a chatter detection system, using the measurement of electrical parameters, which consists of a construction of a block model of a DC engine in the MATLAB-programSIMULINK for Paxton/Patterson milling machine tool, obtaining as a result the behavior of the system in order to validate this model by means of the analyses carried out to the fast transforms of Fourier and to the diagrams of lobes of stability to determine the points where the chatter exists in the process of milling.

Keywords: CNC, Chatter, Dynamic model, Electric motor, Milling machine.

Índice general

AGRADECIMIENTOS	I
Resumen	II
Abstract	III
1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	1
1.2. Planteamiento del problema	3
1.3. Objetivos	4
1.3.1. Objetivo general	4
1.3.2. Objetivos específicos	4
1.4. Justificación	4
2. Marco Teórico	5
2.1. Proceso de fresado	5
2.1.1. Fresado cilíndrico	9
2.1.2. Fresado frontal	9
2.1.3. Fresado de acabado	10
2.2. Dinámica del fresado	10
2.2.1. Modelo dinámico de fresado para un grado de libertad	10
2.3. Vibraciones	11
2.3.1. Modelo para un grado de libertad	12
2.3.2. Modelo de múltiples grados de libertad	13
2.3.3. Sistemas continuos	14
2.3.4. Análisis modal	14
2.3.5. Chatter	16
2.4. Motores eléctricos	17
2.4.1. Partes de un motor eléctrico	18
2.4.2. Tipos de motores eléctricos	19
2.5. Motor DC	20
2.6. Señales en el tiempo	23
3. Metodología	24
3.1. Selección del proceso a analizar	24
3.1.1. Selección de la máquina	24
3.2. Modelo del motor	26

3.2.1.	Funciones de transferencia del motor	27
3.2.1.1.	Funciones resultantes de la salida de $I_a(s)$	28
3.2.1.2.	Funciones resultantes de la salida de $\Omega(s)$	28
3.2.1.3.	Funciones de transferencia realizados en Simulink	29
3.3.	Modelo de dos grados de libertad del fresado	30
3.4.	Modelado de maquinado y diagramas de estabilidad de material aluminio . .	33
3.5.	Relación entre torque y corriente	35
3.6.	Transformada de Fourier	35
4.	Resultados y análisis	37
4.1.	Simulación de las funciones de transferencia de torque y voltaje.	37
4.1.1.	Señales de entrada torque con sus respuesta de corriente y velocidad angular.	37
4.1.1.1.	Seno con frecuencia de 100 rad/sec	38
4.1.1.2.	Seno con frecuencia de 2500 rad/sec	42
4.1.1.3.	Señal del bloque Chirp	46
4.1.1.4.	Entrada Voltaje	51
4.2.	Entrada torque y voltaje implementando el modelo del motor DC	55
4.2.1.	Entrada de voltaje y torque de 100 rad/sec	56
4.2.2.	Entrada voltaje y torque de 2500 rad/sec	56
4.2.3.	Entrada voltaje y torque de señal chirp	57
4.3.	Construcción de diagrama de lóbulos	57
4.4.	Medición practica de la corriente	72
5.	Conclusiones y recomendaciones	74
5.1.	Conclusiones	74
5.2.	Recomendaciones	76
	Referencias	77
	A. Motor DC	79
	Apéndices	79
	B. Modelo dinámico de dos grados de libertad para el fresado	80
B.1.	Modelo dinámico	80
	C. Fresado	84
	D. Sensores	88
D.1.	Características	88
D.1.1.	Sensor ACS712	88
D.1.2.	Sensor ACS756xCB	89
	E. Programa de diagrama de lóbulos	90
	F. Programa para fuerzas de corte en ejes X y Y, torque y transformada de Fourier	92
	G. Código señales, bode y fourier del motor	98

Índice de tablas

2.1.1.Partes principales de la fresadora	6
2.1.2.Partes específicas de la fresadora	8
3.1.1.Especificaciones del motor del husillo.	25
3.1.2.Especificaciones de mecánicas del motor 23M80.	25
3.1.3.Especificaciones mecánicas del motor 23M80.	26
3.5.1.Señales usadas en para el torque.	35
4.1.1.Especificaciones de la señal de entrada seno de 100 rad/sec.	38
4.1.2.Datos de la señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal seno de 100 rad/sec	39
4.1.3.Datos de la señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal seno de 100 rad/sec.	40
4.1.4.Especificaciones de la señal de entrada seno de 2500 rad/sec.	42
4.1.5.Datos de la señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal seno de frecuencia de 2500 rad/sec.	43
4.1.6.Datos de la señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal seno de frecuencia de 2500 rad/sec.	44
4.1.7.Especificaciones de la señal de entrada chirp.	46
4.1.8.Datos de la señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal de bloque chirp.	47
4.1.9.Datos de la señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal bloque chirp.	48
4.1.10 Datos de la señal de Voltaje motor DC	52
4.1.11 Datos de la señal de corriente con respecto a la entrada de voltaje de 90 V	53
4.1.12 Datos de la señal de velocidad angular con respecto a la entrada de voltaje de 90 V	53
4.3.1.Datos obtenidos de profundidad de corte con respecto a la velocidad de la herramienta.	58
4.4.1.Datos pertinentes ACS712	72
4.4.2.Datos pertinentes ACS756xCB	73

Índice de figuras

1.1.1.Diagrama de estabilidad de lóbulos en el proceso de maquinado.	2
2.1.1.Componentes principales de la fresadora.	6
2.1.2.Mecanismos de la fresadora.	7
2.1.3.Tipos de fresado. a) cilíndrico; b) frontal; c) de acabado	10
2.2.1.Modelo dinámico del fresado para un grado de libertad.	11
2.3.1.Modelos masa-resorte: a)No amortiguado, b)Amortiguado.	12
2.3.2.Modelo de sistema masa resorte amortiguado de dos grados de libertad. . . .	13
2.3.3.Sistemas vibratorios: a) Discreto, b) Continuo. Modificado de [1]	14
2.3.4.Chatter regenerativo.	17
2.4.1.Partes de un motor eléctrico.	18
2.5.1.Vista en corte de un motor DC.	20
2.5.2.Circuito de la armadura.	21
2.5.3.Subsistema mecánico.	22
3.1.1.Detalle del motor usado en el husillo 23M80 a) Fotografía b)Vista lateral c)Vista frontal (dimensiones en pulgadas).	25
3.2.1.Modelo electromagnético del motor.	26
3.2.2.Diagrama de bloques de Simulink. Elaboración propia.	27
3.2.3.Modelo realizado en Simulink de un motor DC	29
3.2.4.Bloques de Funciones transferencia con respecto al voltaje	29
3.2.5.Bloques de Funciones transferencia con respecto al torque	30
3.3.1.Modelo dos grados de libertad.	30
3.4.1.Diagrama de lóbulos de estabilidad del proceso de fresado.	34
4.1.1.Señal de entrada torque de un seno con frecuencia 100 rad/sec	38
4.1.2.Señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal seno de 100 rad/sec.	39
4.1.3.Señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal seno de 100 rad/sec.	40
4.1.4.Fourier respecto a la señal de entrada torque de seno de 100 rad/sec	41
4.1.5.Señal de entrada torque de un seno con frecuencia de 2500 rad/sec	42
4.1.6.Señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal seno de frecuencia de 2500 rad/sec.	43
4.1.7.Señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal seno de frecuencia de 2500 rad/sec.	44
4.1.8.Fourier respecto a la señal de entrada torque de seno de 2500 (rad/sec)	45

4.1.9.	Señal de entrada torque generada por el Bloque chirp	46
4.1.10	Señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal de bloque chirp.	47
4.1.11	A) Parte inicial del chirp. B) Parte final del chirp.	47
4.1.12	Señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal bloque chirp.	48
4.1.13	A) Parte inicial del chirp. B) Parte final del chirp.	49
4.1.14	Fourier respecto a la señal de entrada torque del bloque Chip	49
4.1.15	Bode de la función de transferencia de corriente - torque	50
4.1.16	Bode de la función de transferencia de velocidad angular - torque	51
4.1.17	Señal de entrada de voltaje del motor DC	51
4.1.18	Señal de corriente con respecto a la entrada de voltaje de 90 V	52
4.1.19	Señal de velocidad angular con respecto a la entrada de voltaje de 90 V	53
4.1.20	Fourier respecto a la señal de entrada de voltaje de 90 V	54
4.1.21	Bode de la función de transferencia de velocidad angular - voltaje	55
4.1.22	Bode de la función de transferencia de Corriente - voltaje	55
4.2.1.	Señal de corriente con respecto a la entrada de voltaje y torque con un voltaje de 90 V y una señal seno de 100 rad/sec.	56
4.2.2.	Señal de corriente con respecto a la entrada de voltaje y torque con un voltaje de 90 V y una señal seno de 2500 rad/sec.	56
4.2.3.	Señal de corriente con respecto a la entrada de voltaje y torque con un voltaje de 90 V y una señal del bloque chirp.	57
4.3.1.	Diagrama de lóbulos para maquinado de material aluminio	58
4.3.2.	Señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto A de estabilidad con características: a) $h=0.3$ mm; b) $\Omega = 1150rpm$	59
4.3.3.	Forma de onda de las señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto A.	59
4.3.4.	Señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto B de inestabilidad con características: a) $h=0.4$ mm; b) $\Omega = 1150rpm$	60
4.3.5.	Forma de onda de las señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto B.	60
4.3.6.	Señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto C de estabilidad con características: a) $h=0.3$ mm; b) $\Omega = 1300rpm$	61
4.3.7.	Forma de onda de las señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto C.	61
4.3.8.	Señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto D de inestabilidad con características: a) $h=0.4$ mm; b) $\Omega = 1300rpm$	62
4.3.9.	Forma de onda de las señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto D.	62
4.3.10	Señal de torque producido en el punto A.	63
4.3.11	Forma de onda de la señal de torque en el punto A.	63
4.3.12	Señal de torque producido en el punto B.	64
4.3.13	Forma de onda de la señal de torque en el punto B.	64
4.3.14	Señal de torque producido en el punto C.	65
4.3.15	Forma de onda de la señal de torque en el punto C.	65
4.3.16	Señal de torque producido en el punto D.	66
4.3.17	Forma de onda de la señal de torque en el punto D.	66
4.3.18	Señal de salida de corriente en el punto A.	67

4.3.1	Forma de onda de la señal de la corriente en el punto A.	68
4.3.2	Señal de salida de corriente en el punto B.	68
4.3.2	Forma de onda de la señal de la corriente en el punto B.	69
4.3.2	Señal de salida de corriente en el punto C.	69
4.3.2	Forma de onda de la señal de la corriente en el punto C.	70
4.3.2	Señal de salida de corriente en el punto D.	70
4.3.2	Forma de onda de la señal de la corriente en el punto D.	71
4.3.2	Transformada de Fourier de la corriente en los puntos de estabilidad	71
A.0.1	Datasheet del motor DC C42-L90	79
C.0.1	Tipos y usos del fresado - parte 1	84
C.0.2	Tipos y usos del fresado - parte 2	85
C.0.3	Tipos y usos del fresado - parte 3	85
C.0.4	Tipos y usos del fresado - parte 4	86
C.0.5	Tipos y usos del fresado - parte 5	87
C.0.6	Tipos y usos del fresado - parte 6	87
D.1.1	ACS712 - Características	88
D.1.2	ACS712 - Imagen	89
D.1.3	ACS756xCB - Características	89
D.1.4	ACS756xCB - Imagen	89

Capítulo 1

Introducción

El *Chatter* es una vibración auto-excitada que puede ocurrir durante las operaciones de mecanizado y convertirse en una limitación común para la productividad y la calidad de la pieza. Las vibraciones auto-excitadas extraen energía a partir de la interacción entre la herramienta de corte y la pieza de trabajo durante el proceso de mecanizado. Este tipo de vibración lleva al sistema a la inestabilidad siendo esta característica indeseable y haciendo que el sistema sea menos controlable. Un tipo de vibración auto-excitada es el *Chatter* regenerativo que ocurre a menudo porque la mayoría de las operaciones de corte de metales implican cortes superpuestos que pueden ser una fuente de amplificación de la vibración [2].

1.1. Estado del arte

Alrededor de este fenómeno se han planteado muchos estudios y propuestas para mitigar sus efectos. Una de estas propuestas incluye el entendimiento del fenómeno y su representación a través de modelos dinámicos por parte de Tobías y Firshwick [3]. De esta manera, fue posible considerar las afectaciones que puede tener el *Chatter* en la maquinaria.

Partiendo del planteamiento de Tobías y Firshwick fueron desarrolladas diversas investigaciones sobre métodos pasivos y activos para tratar de comprender y controlar el fenómeno del *Chatter*. Los métodos pasivos son aquellos que no necesitan energía por medio de dispositivos externos para modificar los parámetros del sistema. Por el contrario siendo los métodos activos necesitan implementar instrumentos de actuación y medición para la

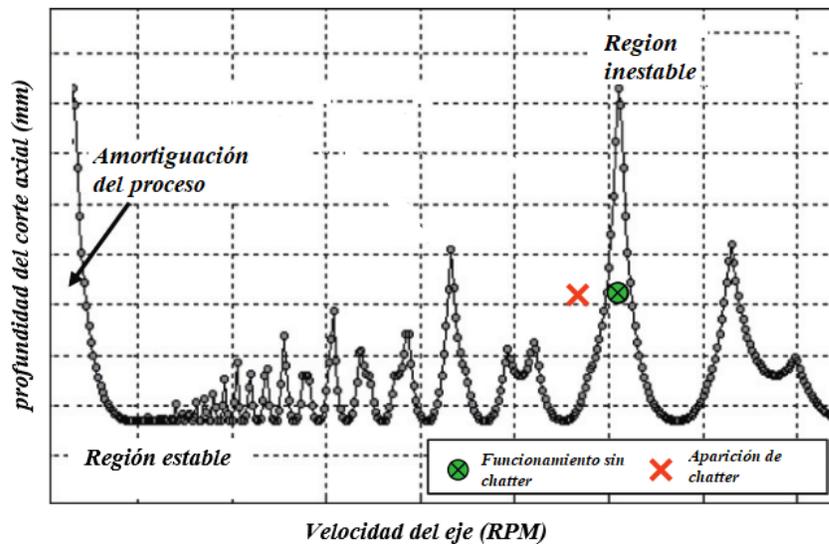
modificación de las características dinámicas del sistema [4].

Uno de los métodos pasivos fue un método analítico mostrado en el trabajo de Altintas y Budak [5] el cual se centraba en la predicción del *Chatter* por medio del análisis del diagrama de lóbulos que describe el grado de este fenómeno durante el proceso de fresado donde el eje horizontal indica la velocidad del husillo y el vertical indica la profundidad del eje axial, como muestra la figura 2.3.4.

Adicionalmente Campa et al. [6] propone un modelo de estabilidad por medio de parámetros modales para el fresado de sistemas compatibles en la dirección del eje de la herramienta con fresas de punta redondeada.

Igualmente se puede mencionar a Yang et al. [7] el cual plantea el diseño y el ajuste óptimo de múltiples amortiguadores de masa sintonizados (TMD) para aumentar la resistencia a la vibración de las estructuras de las máquinas herramienta, ilustrando experimentalmente para aumentar la profundidad de los cortes sin vibraciones.

Figura 1.1.1: Diagrama de estabilidad de lóbulos en el proceso de maquinado.



Fuente: Adaptado de [2]

Hablando de métodos activos se puede indicar en el trabajo de Li et al. [8] en cual se propone una estructura de control activo de vibraciones por medio de actuadores piezoeléctricos y sensores de desplazamiento en el sistema husillo-portaherramientas-herramienta. También Elad Mizrachi y Sergei Basovich [4] presentan un diseño de control activo de retroalimentación

de salida dependiente del retardo en el torneado de barras delgadas. Shaoke et al. [9] plantean la supresión activa del *Chatter* en el fresado mediante el control de modo de desplazamiento y un actuador electromagnético.

Mediante el desarrollo de las nuevas tecnologías, las investigaciones desarrollan métodos más precisos y puntuales. Partiendo de los diversos métodos mencionados anteriormente como los son el de Li et al. [8], Tobías y Firshwick [3] y Elad Mizrachi y Sergei Basovich [4], los cuales han desarrollado métodos de simulación usando diferentes tipos de software que les han permitido no depender de las pruebas físicas y obtener datos pertinentes aproximados a la realidad.

Entre otras investigaciones se encuentra el trabajo de Aslan y Altintas [10] el cual implementa una simulación para una fresadora CNC, en la cual se representa matemáticamente el funcionamiento del motor de la máquina.

1.2. Planteamiento del problema

A pesar de los trabajos realizados tanto para mitigar, controlar o medir los efectos del *Chatter*, uno de los retos principales es realizar estos procedimientos de manera no invasiva en el sistema. Previamente se han propuesto soluciones para la detección del *Chatter*, que conllevan ciertos inconvenientes para la máquina CNC:

- Las estrategias activas requieren de un monitoreo que tradicionalmente se realiza a través de sensores y actuadores, los cuales pueden dañarse debido a las condiciones hostiles del ambiente de trabajo y requieren costos relativamente altos.
- La medición directa en las máquinas requiere una instrumentación accesible.
- Los modelos numéricos permiten el análisis de las variables sin necesidad de realizar la medición directa en la máquina, permitiendo una predicción del comportamiento

Debido a lo anterior se propone una simulación que permitirá analizar la sensibilidad del sistema de medición propuesto para la detección de este fenómeno mediante los parámetros eléctricos en la fresadora Paxton/Patterson CNC training center ubicada en la sede sur de la universidad Antonio Nariño de Bogotá D.C.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Simular un sistema de detección de *Chatter* en los procesos de maquinado de la fresadora Paxton/Patterson CNC a través de la medición de parámetros eléctricos del motor de la máquina herramienta.

1.3.2. Objetivos específicos

- Seleccionar un proceso o grupo de procesos realizados en la fresadora Paxton/patterson y para los cuales sea crítica la aparición del *Chatter*.
- Determinar las regiones de estabilidad e inestabilidad usando un modelo de herramienta que represente de manera suficiente los movimientos principales de la herramienta de fresado.
- Desarrollar un modelo del motor de la herramienta.
- Simular el comportamiento electromecánico del motor de la herramienta ante las fuerzas de corte en las regiones de estabilidad e inestabilidad.
- Analizar y comparar el comportamiento dinámico de los parámetros eléctricos para determinar su factibilidad en el monitoreo de *Chatter*.

1.4. Justificación

El *Chatter* es un problema para las máquinas CNC, el cual tiene efectos negativos en la elaboración de piezas, como lo es el ruido excesivo, la mala calidad de la superficie, daño de la máquina-herramienta, desgaste desproporcionado de la herramienta, entre otros, además, causa inestabilidad en el sistema por las altas velocidades que son requeridas para mejorar el proceso de productividad. Por ello se propone la realización de un modelo y simulación que se enfoque en la corriente, logrando así obtener un análisis del comportamiento del *Chatter* en la CNC sin llegar a invadir el sistema o intervenir en el proceso de elaboración de la misma.

Capítulo 2

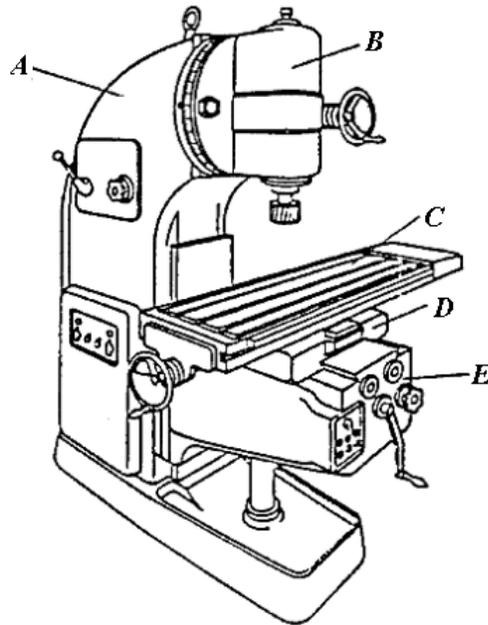
Marco Teórico

2.1. Proceso de fresado

El fresado es un proceso de mecanizado en el cual se realiza un movimiento rotacional con una herramienta de varios dientes que ejecuta el corte, esta gira alrededor de un eje fijo con una dirección de corte perpendicular e incluso a veces de manera transversal a la rotación del eje de la herramienta [11]. Asimismo, se conocen otros procesos de maquinado como por ejemplo el torneado, taladrado, planeado, brochado, aserrado, etc. En el apéndice C se comparan los procesos de fresado, exponiendo las características y tolerancias dimensionales, las cuales son las principales diferencias entre cada uno de ellos.

Las fresadoras son las máquinas herramienta más versátiles y útiles que hay ya que tiene una amplia variedad de operaciones de corte. En estas máquinas los componentes principales son:

Figura 2.1.1: Componentes principales de la fresadora.



Fuente: Adaptado de [12]

A	Columna
B	Cabezal orientable
C	Mesa longitudinal
D	Carro transversal
E	Ménsula

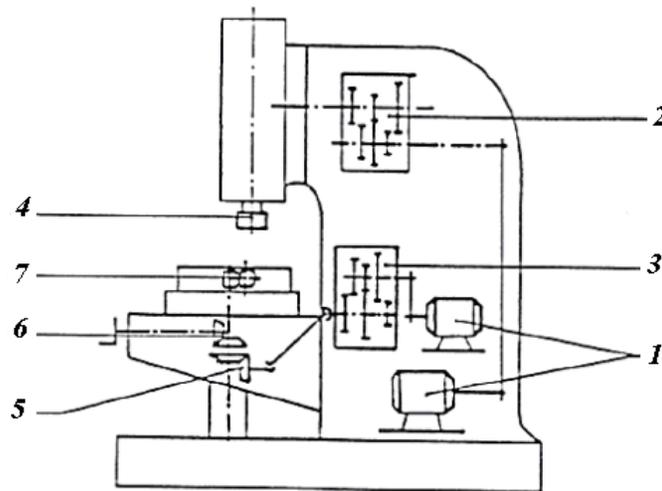
Tabla 2.1.1: Partes principales de la fresadora

- **Columna:** Es el cuerpo o bastidor y tiene forma de columna, se apoya sobre la base o ambas forman parte de la misma pieza. La columna tiene en la parte frontal unas guías templadas y rectificadas para el movimiento de la consola y unos mandos para el accionamiento y control de la máquina.
- **Cabezal orientable:** Es un mecanismo que aumenta las prestaciones de una fresadora universal, transmite directamente el giro al husillo, y permite orientarlo con un ángulo determinado, haciendo posible el fresado horizontal, vertical, radial en el plano vertical, angular (inclinado) en un plano vertical perpendicular a la mesa de la fresadora y oblicuo o angular en el plano horizontal.

- **Ménsula:** Se desliza verticalmente sobre las guías del cuerpo y sirve de sujeción para la mesa.
- **Carro transversal:** Es una pieza de fundición de forma rectangular, en cuya parte superior se desliza y gira la mesa en un plano horizontal. En la base inferior está ensamblado a la consola, sobre la que se desliza manualmente por medio de tuerca y tornillo, o automáticamente, por medio de cajas de avance.
- **Mesa longitudinal:** Tiene una superficie ranurada sobre la que se sujeta la pieza a conformar. La mesa se apoya sobre dos carros que permiten el movimiento longitudinal y transversal de la mesa sobre la consola.

Los movimientos de las partes principales de la fresadora son accionados por los mecanismos que se muestran a continuación en la figura 2.1.2:

Figura 2.1.2: Mecanismos de la fresadora.



Fuente: Adaptado de [12]

1	Motores
2	Caja de cambios
3	Caja de giro de velocidades de avance
4	Eje porta-fresas
5	Mecanismos para transmitir el movimiento automático a la ménsula
6	Mecanismos para transmitir el movimiento automático al carro transversal
7	Mecanismos para transmitir el movimiento automático a la mesa longitudinal

Tabla 2.1.2: Partes específicas de la fresadora

- **Caja de velocidades del cabezal:** Tiene una serie de engranajes que pueden acoplarse según diferentes relaciones de transmisión. Esto permite una extensa gama de velocidades del husillo principal. El accionamiento de esta caja es independiente del que efectúa la caja de avances.
- **Caja de avances:** Es un mecanismo construido por una serie de engranajes ubicados en el interior del bastidor. Recibe el movimiento directamente del accionamiento principal de la máquina. Se pueden establecer diferentes velocidades de avance. El enlace del mecanismo con el husillo de la mesa se realiza a través de un eje extensible de articulaciones cardán. En algunas fresadoras, la caja de velocidades de los avances está ubicada en la consola con un motor especial e independiente del accionamiento principal de máquina.
- **Eje porta-fresas:** Es el apoyo de la herramienta y le transmite el movimiento de rotación del mecanismo de accionamiento alojado en el interior del bastidor. La fresa es una pieza giratoria que contiene uno o varios filos o bordes que están normalmente dispuestos de manera simétrica alrededor de un eje para eliminar progresivamente el material de la pieza de trabajo y así realizar la pieza deseada. Existen distintos tipos de fresas, cada una para una operación específica de fresado y para un trabajo determinado, debido a esto se pueden agrupar como se muestra en el apéndice B.

Actualmente, existen fresadoras CNC las cuales son semejantes a las convencionales y poseen las mismas partes que se describieron anteriormente, excepto las palancas y manivelas para accionar las partes móviles, debido a esto consta de una pantalla integrada en un panel con controles y una caja metálica donde se encuentran los componentes electrónicos y eléctricos

para el debido funcionamiento de los motores que reemplazan las palancas y manivelas, además se encuentra el control numérico computarizado (*CNC*) que es un sistema de automatización para operar máquinas herramientas mediante comandos programados.

En la fresadora, los movimientos del husillo son dependientes de la cantidad de ejes que esta tenga, por lo tanto, esta es una manera de clasificar los distintos tipos de fresadora que existen:

- **Tres ejes:** Son las direcciones ortogonales esenciales de una máquina de estas características. Representan los ejes X, Y, Z, para poder mecanizar en las 3 dimensiones del espacio.
- **Cuatro ejes:** Añade a los nombrados la posibilidad de rotar el objeto a mecanizar dentro de la mesa.
- **Cinco ejes:** Suma a los 3 ejes típicos una mesa capaz de girar en 2 ejes diferentes. Esto permite inclinar la pieza para fresarla en todas las caras excepto una, minimizando los diferentes agarres y permitiendo a la fresa acceder a muchos recovecos de la pieza.

Esta técnica posee una variedad de configuraciones con la fresa para ciertas operaciones de mecanizado [13], a continuación se exponen los más comunes:

2.1.1. Fresado cilíndrico

Este tipo de fresado es conocido por que el eje de rotación del cortador que es paralelo a la superficie de la pieza de trabajo. Además, las fresas en esta configuración pueden tener dientes rectos o helicoidales (como se muestra en la figura 2.1.3(a)), esto da como resultado una acción de corte ortogonal u oblicua, respectivamente.

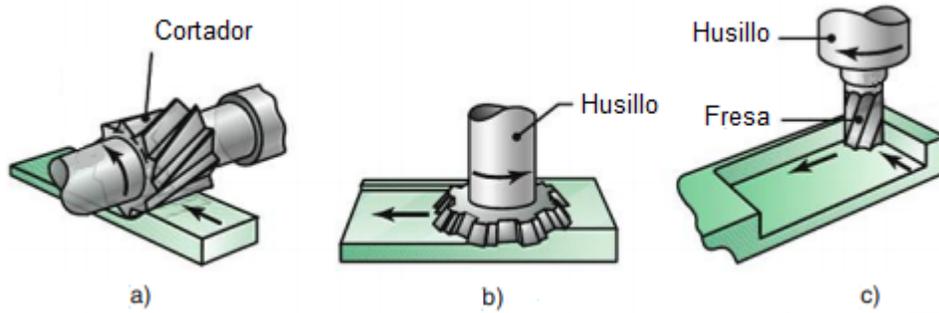
2.1.2. Fresado frontal

En esta configuración, el husillo tiene un eje de rotación perpendicular a la superficie de la pieza de trabajo y la fresa se alinea con este, como se muestra en la figura 2.1.3(b). El cortador gira a una velocidad de rotación N , y la pieza de trabajo se mueve a lo largo de una trayectoria recta a una velocidad lineal v .

2.1.3. Fresado de acabado

Es una operación de mecanizado importante ya que puede producir una variedad de superficies a cualquier profundidad, como curvas, escalonadas y con cavidades. El cortador puede quitar material tanto en su extremo como en sus filos de corte cilíndricos, como se puede ver en la figura 2.1.3(c).

Figura 2.1.3: Tipos de fresado. a) cilíndrico; b) frontal; c) de acabado



Fuente: Adaptado de [13]

2.2. Dinámica del fresado

2.2.1. Modelo dinámico de fresado para un grado de libertad

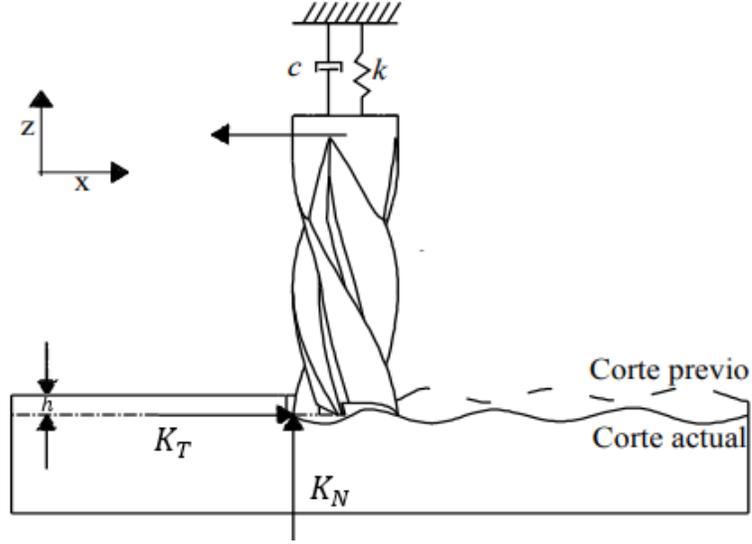
La dinámica del proceso de fresado para un grado de libertad viene dado por un modelo matemático el cual está conformado por una serie de fuerzas que permiten entender como se ve afectado en tiempo real el proceso de fresado [14], como se muestra en la figura 2.2.1:

Este modelo puede ser representado por la siguiente ecuación:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = S(t)h[x(t - \tau) - x(t)] \quad (2.2.1)$$

La ecuación 2.2.1 se explica por partes, en el lado izquierdo de la igualdad se encuentra el modelo de un sistema mecánico de masa-resorte como el de la figura 2.2.1 en donde $x(t)$, k , c y m , son el desplazamiento en el tiempo, el coeficiente de elasticidad, el coeficiente de amortiguación y la masa, respectivamente. En el lado derecho se encuentra el parámetro h es la profundidad de corte, $x(t)$ es la pasada de corte actual, $x(t - \tau)$ es la pasada de corte previo, donde el retardo τ está expresado en la ecuación B.1.4 y $S(t)$ es el contacto entre la

Figura 2.2.1: Modelo dinámico del fresado para un grado de libertad.



Fuente: Adaptado de [14]

pieza de trabajo y la herramienta, esta última fuerza resultante puede ser expresada como:

$$S(t) = \sum_{l=1}^N j(\phi_l(t)) \sin(\phi_l(t)) [K_T \cos(\phi_l(t)) + K_N \sin(\phi_l(t))] \quad (2.2.2)$$

En donde ϕ_l es el ángulo de corte de los dientes, K_T y K_N son los coeficientes linealizados de corte tangencial y normal, respectivamente y por último la función $j(\phi_l(t))$ que está definida como:

$$j(\phi_l(t)) = \begin{cases} 1 & \text{si } \phi_{ea} \leq \phi_l(t) \leq \phi_{sa} \\ 0 & \text{si se encuentra en otra posición} \end{cases} \quad (2.2.3)$$

Donde ϕ_{ea} y ϕ_{sa} son el ángulo de entrada y el ángulo de salida de los dientes, respectivamente.

2.3. Vibraciones

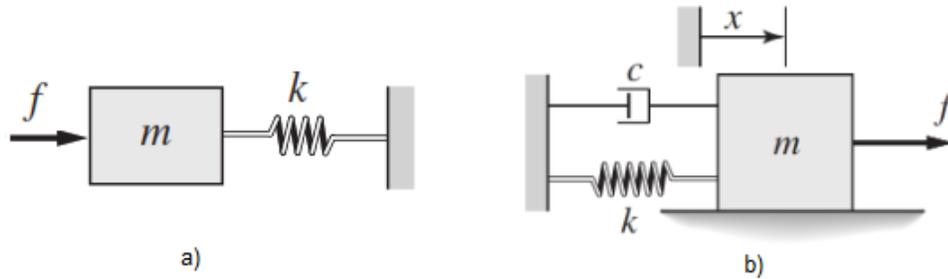
Una vibración se define como el movimiento oscilatorio de una partícula o sistema de sólidos en torno a una posición de equilibrio. Sin embargo, esta tiene distintas definiciones dependiendo del sistema que se tome como referencia, por ejemplo, la vibración forzada es creada por una fuerza externa periódica aplicada que no depende de la posición y del movimiento del cuerpo.

Por lo tanto, en una máquina herramienta, las vibraciones de esta son el resultado de un mecanismo de auto-excitación en la generación de espesor de viruta durante las operaciones de mecanizado [15].

2.3.1. Modelo para un grado de libertad

El modelo matemático más sencillo para representar una vibración es un sistema masa-resorte no amortiguado (fig. 2.3.1 a) y amortiguado (fig. 2.3.1 b) de un grado de libertad, como se muestra a continuación:

Figura 2.3.1: Modelos masa-resorte: a)No amortiguado, b)Amortiguado.



Fuente [16]

Donde en ambos casos, m es la masa, la cual es un elemento sólido, k es la constante del resorte lineal, estas variables se ven afectadas por el desplazamiento, por lo tanto, se puede determinar la vibración entre el intercambio de energía de estos. Por último, c es el amortiguamiento que es el elemento encargado de disipar la energía.

Se puede expresar el modelo del sistema masa-resorte no amortiguado de la figura 2.3.1a como:

$$m\ddot{x} + kx = f(t) \quad (2.3.1)$$

El modelo del sistema masa-resorte amortiguado de la figura 2.3.1b se puede definir como la siguiente ecuación:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (2.3.2)$$

En las ecuaciones 2.3.1 y 2.3.2, $x(t)$ se define como:

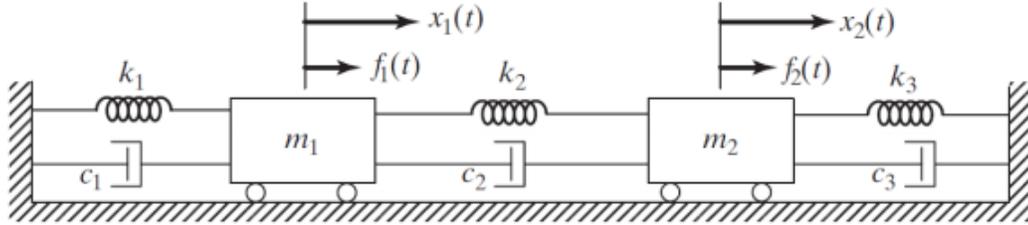
$$x(t) = A \sin(\omega t) \quad (2.3.3)$$

Donde A es la amplitud y ω es la frecuencia de la onda.

2.3.2. Modelo de múltiples grados de libertad

La representación del modelo para múltiples grados de libertad se realiza por medio de la unión de sistemas masa-resortes amortiguados, en donde cada grado de libertad es un sistema, por ejemplo, en la siguiente imagen se muestra un sistema de dos grados de libertad:

Figura 2.3.2: Modelo de sistema masa resorte amortiguado de dos grados de libertad.



Fuente [16]

Se deduce que es de dos grados de libertad ya que el sistema consta de dos masas, por ende al realizar el modelo este tendrá una estructura matricial de la siguiente forma:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad (2.3.4)$$

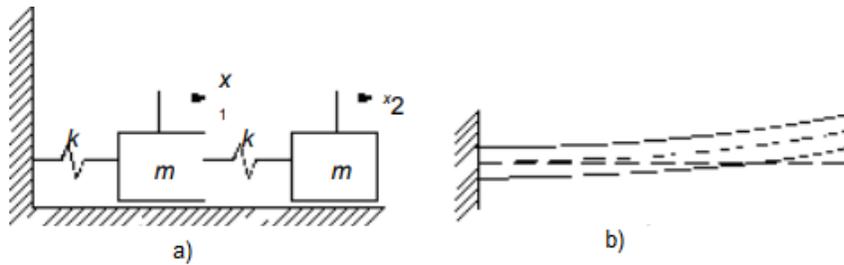
Donde $x(t)$ se definirá como $x_1(t)$ y $x_2(t)$, estos son vectores que representan los grados de libertad del sistema, además las matrices M , C y K son los coeficientes de la masa, el amortiguamiento y la rigidez, respectivamente, según la referencia [1] estas matrices se expresan como:

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} c_2 + c_1 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 + c_3 \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} k_2 + k_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{pmatrix} \quad (2.3.5)$$

2.3.3. Sistemas continuos

Los sistemas vibratorios son aquellos mecanismos que cuentan con un movimiento oscilante, el cual puede o no ser armónico y además tienen la capacidad de almacenar y transformar la energía cinética y el potencial, por lo tanto se pueden dividir en dos clases: sistemas discretos y continuos. El primer caso, son aquellos que pueden ser definidos mediante un número finito de grados de libertad, es decir que los componentes son discretos, entonces, se supone que la masa es rígida y concentrada en puntos individuales, y la rigidez toma la forma de resortes sin masa que conectan las masas rígidas, como se muestra en la figura 2.3.3a, en cambio en los sistemas continuos, la masa y la elasticidad se distribuyen continuamente, en otras palabras necesitan infinitos grados de libertad para ser exactamente definidos. Estos sistemas también se conocen como sistemas de parámetros distribuidos, y los ejemplos incluyen cuerdas, varillas y vigas, como se muestra en la figura 2.3.3b.

Figura 2.3.3: Sistemas vibratorios: a) Discreto, b) Continuo. Modificado de [1]



Fuente [1]

2.3.4. Análisis modal

El análisis modal es el proceso de determinar las características dinámicas inherentes de un sistema en formas de frecuencias naturales, factores de amortiguamiento y formas modales y usarlos para formular un modelo matemático para su comportamiento dinámico. El modelo matemático formulado se conoce como el modelo modal del sistema y la información para las características se conoce como sus datos modales [17].

Con el fin de desarrollar un modelo analítico de un sistema masa-resorte amortiguado, se debe tener en cuenta que el elemento que no se puede modelar es la amortiguación, debido a esto, se utiliza el análisis propuesto en la referencia [17] sobre la amortiguación proporcional, la cual ha encontrado aplicaciones importantes en el análisis de elementos finitos, donde la

amortiguación debe incorporarse para llevar a cabo un análisis y una predicción de respuesta significativos. Entonces al realizar la teoría de análisis modal, el amortiguamiento proporcional será un factor importante ya que un sistema con este último tendría formas modales idénticas a las de el sistema no amortiguado.

A partir de lo anterior, primero se considera el análisis de la vibración libre y que el amortiguamiento del sistema de múltiples grados de libertad se expresa como una matriz $[C]$, entonces la ecuación matricial de movimiento del sistema será:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (2.3.6)$$

En donde la matriz $[C]$ es positiva definida o semidefinida, sin embargo, no puede ser diagonalizada como las matrices de masa $[M]$ y rigidez $[K]$, por lo cual para resolver este problema se utiliza la distribución de amortiguación excepcional o la amortiguación proporcional, la cual indica que si la matriz de amortiguación es proporcional a las matrices de masa y rigidez, esta se expresa como:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2.3.7)$$

Donde α y β son constantes positivas reales. Entonces reemplazando la ecuación 2.3.7 en 2.3.6, se obtiene:

$$[M]\{\ddot{x}\} + (\alpha[M] + \beta[K])\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (2.3.8)$$

Realizando el proceso de desacoplamiento para el caso no amortiguado utilizando la matriz de forma de modo no amortiguado $[\phi]$ que se obtiene suponiendo $[C] = [0]$ de la ecuación 2.3.6, como resultado las ecuaciones desacopladas serán:

$$[\cdot m_r \cdot]\{\ddot{x}_p\} + (\alpha[\cdot m_r \cdot] + \beta[\cdot k_r \cdot])\{\dot{x}_p\} + [\cdot k_r \cdot]\{x_p\} = \{0\} \quad (2.3.9)$$

O al realizar el mismo proceso con la ecuación 2.3.8:

$$[\cdot m_r.] \{\ddot{x}_p\} + [\cdot c_r.] \{\dot{x}_p\} + [\cdot k_r.] \{x_p\} = \{0\} \quad (2.3.10)$$

Donde la matriz diagonal $[c_r.]$ es la matriz de amortiguamiento modal o matriz de amortiguamiento generalizada del sistema, además la ecuación 2.3.10 consiste de un número n de ecuaciones desacopladas, por eso al utilizar la teoría de un sistema de un grado de libertad, las frecuencias naturales amortiguadas del modo r -ésimo $\underline{\omega}_r$, se pueden expresar como:

$$\underline{\omega}_r = \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} \quad (2.3.11)$$

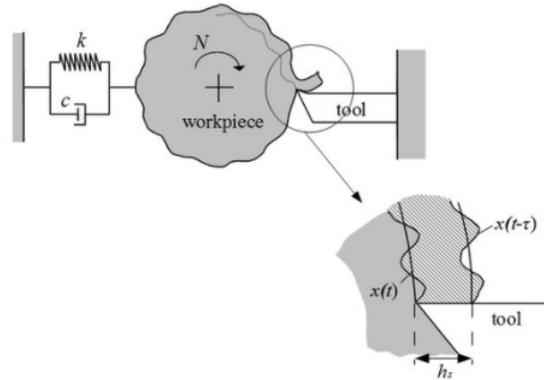
$$\zeta_r = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta\omega_r}{2} \quad (2.3.12)$$

Donde ζ_r se define como la relación de amortiguación al igual que un sistema de un grado de libertad, sin embargo la diferencia es que en este caso la relación de amortiguación es para el modo r -ésimo. Entonces la ecuación 2.3.12 muestra que la relación de amortiguamiento para un sistema con amortiguamiento viscoso proporcional es diferente para cada modo.

2.3.5. Chatter

El chatter es una vibración auto excitada que se presenta en la máquina o pieza de trabajo. Las vibraciones de Chatter pueden ser causadas cuando la herramienta, el portaherramientas y el husillo vibran a la frecuencia de resonancia del sistema, lo cual genera un ruido fuerte y forma ondas visibles en la superficie de la pieza. En consecuencia, esta vibración conduce a un filo variado para la siguiente pasada, por esta razón se conoce como chatter regenerativo. Por lo tanto, la vibración puede interferir con la precisión de la operación, causar acabados superficiales deficientes y acortar la vida útil de la herramienta o la máquina [18].

Figura 2.3.4: Chatter regenerativo.



Existen diferentes tipos de chatter dependiendo del origen de la vibración, los cuales son:

- **Chatter tipo A:** Se enfoca en las condiciones donde la herramienta presenta una vibración en la dirección de avance de la herramienta.
- **Chatter tipo B:** La vibración se produce en la dirección de la velocidad de corte de la herramienta.
- **Chatter de la herramienta:** La máquina y la herramienta están haciendo la vibración, que luego se transmite a la pieza de trabajo.
- **Chatter de la pieza de trabajo:** En este caso, la pared de la pieza de trabajo vibra. Esto ocurre cuando se trata de paredes delgadas, pero puede ser tan problemático como el chatter de la herramienta.

2.4. Motores eléctricos

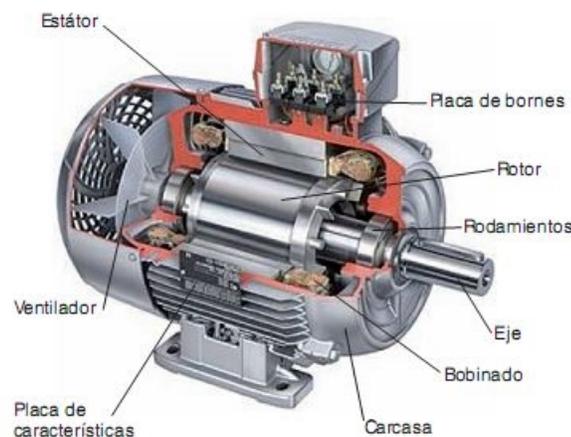
Un motor, es un receptor que al ser alimentado mediante una corriente eléctrica, produce un movimiento giratorio en su eje que, a través de los acoplamientos mecánicos adecuados, es aprovechado para efectuar diferentes trabajos en el sector industrial, por lo tanto, un motor eléctrico se puede definir como un dispositivo que transforma la energía eléctrica en energía magnética y finalmente en energía mecánica, de manera que se concluye que la base de su funcionamiento es el electromagnetismo debido a que genera las fuerzas magnéticas necesarias para producir un movimiento lineal o de rotación. La fabricación de motores eléctricos representa una industria importante en todo el mundo ya que tienen en una amplia

variedad de tipos, tamaños, características de operación y configuraciones para adaptarse a diferentes aplicaciones como electrodomésticos, dispositivos médicos, productos electrónicos, robots, vehículos eléctricos, máquinas herramienta, naves espaciales y equipos militares [19].

2.4.1. Partes de un motor eléctrico

A continuación se mostrara un motor eléctrico con vista en corte señalando las diferentes partes del mismo.

Figura 2.4.1: Partes de un motor eléctrico.



Fuente [20]

- **Estator:** Es la parte fija del motor y es el que funciona como la base del como base del motor, permitiendo así que desde ese punto el motor pueda rotar.
- **Rotor:** Es la parte móvil del motor y es el elemento de transferencia mecánica, puesto que de él depende la conversión de energía eléctrica a energía mecánica.
- **Bobinado:** En un motor monofásico podemos encontrar dos grupos de devanados en el estator: el primer grupo, se conoce como el devanado principal o devanado de trabajo y al segundo, conocido como devanado auxiliar o de arranque. Estos dos devanados se conectan en paralelo entre sí, el voltaje de línea se aplica a ambos al momento de energizar el motor.
- **Carcasa:** Es aquella que protege al estator y rotor, dependiendo factores como el tipo de motor, diseño y aplicación la carcasa puede ser de la siguientes formas:

- Totalmente cerrada
 - Abierta
 - A prueba de goteo
 - A prueba de explosiones
 - De tipo sumergible
- **Base:** Es donde se soporta toda la fuerza mecánica de la operación del motor. Esta base puede de tipo lateral y frontal.
 - **Caja de conexiones:** En su mayoría de veces los motores eléctricos cuentan con una caja de conexiones, la cual protege a los conductores que alimentan al motor, protegiéndolo de la operación mecánica y cualquier otro elemento que pudiese llegar a dañarlo.
 - **Cojinetes:** Su función es contribuir con la óptima operación de las partes que giran del motor. Estos son utilizados para sostener y fijar ejes mecánicos, además de también ayudar a reducir la fricción, logrando así que se consuma menos potencia.

Los cojinetes pueden ser dos tipos:

- **Cojinetes de deslizamiento:** Operan basándose en el principio de la película de aceite, esto es, que existe una delgada capa de lubricante entre el eje y la superficie de apoyo.
- **Cojinetes de rodamiento:** Tiende a ser más usados que los cojinetes de deslizamiento debido a que tienen un menor coeficiente de fricción, son compactos en su diseño, tienen una alta precisión de operación, no se desgastan tanto, se reemplazan fácilmente debido a sus tamaños estándares.

2.4.2. Tipos de motores eléctricos

Dependiendo de el tipo de corriente eléctrica que se implemente para la alimentación del motor eléctrico se pueden clasificar de la siguiente manera:

- **Motores de corriente continua**
 - Excitación independiente.

- Excitación en serie.
- Excitación (shunt) o derivación.
- Excitación compuesta (compound).

■ **Motores de corriente alterna**

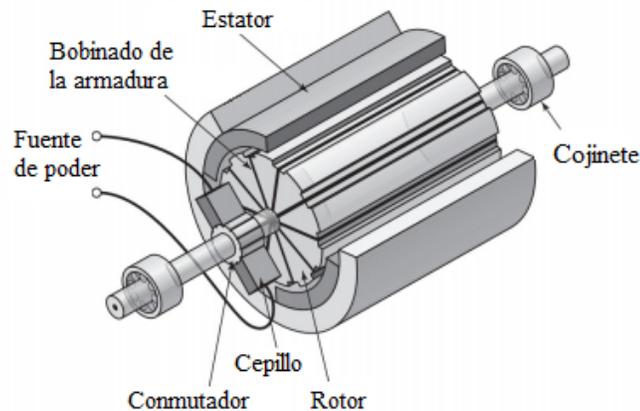
- Motores síncronos.
- Motores asíncronos: entre ellos se encuentran los siguientes Monofásicos, De bobinado auxiliar, De espira en cortocircuito, Universal, Trifásicos, De rotor bobinado, De rotor en cortocircuito (jaula de ardilla).

2.5. Motor DC

El motor de corriente continua es una de las primeras máquinas diseñadas para convertir energía eléctrica en energía mecánica. Este tiene su origen con las máquinas tipo disco de Faraday y funciona a partir de los principios de un medidor D'Arsonval.

Los elementos básicos de un motor se muestran en la figura 2.5.1 y son el estátor, el rotor, la armadura y el conmutador. El estátor está estacionario y proporciona el campo magnético. El rotor es un núcleo de hierro que está soportado por cojinetes y puede girar libremente. Las bobinas están unidas al rotor y la unidad combinada se llama armadura, esta se conecta a una fuente de corriente continua a través de los anillos conmutadores. [16]

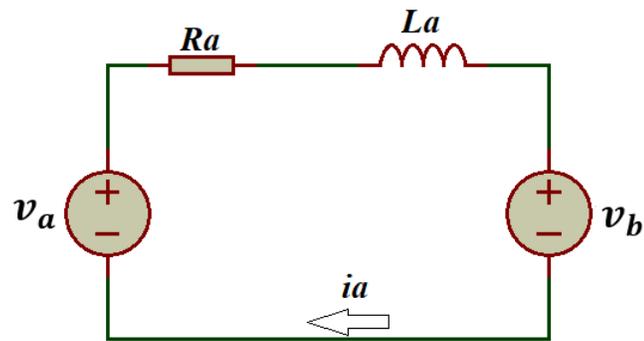
Figura 2.5.1: Vista en corte de un motor DC.



Fuente: Adaptado de [16]

El motor al tener distintos componentes, estos se pueden dividir en dos subsistemas: eléctrico y mecánico. El subsistema eléctrico está conformado por el campo magnético que está representado por un transformador en la imagen 3.2.1, sin embargo al ser un motor de imán permanente, este se reemplaza por un imán lo cual creará un campo fijo [16] y por otro lado se encuentra la armadura, la cual se plantea por medio de un circuito como se muestra en la figura 2.5.2:

Figura 2.5.2: Circuito de la armadura.



Fuente propia.

Donde v_a , R_a , L_a son el voltaje, la resistencia y la inductancia de la armadura y v_b es la fuerza electromotriz, el cual se produce en el conductor que se opone a la corriente por el movimiento de un conductor portador de corriente en un campo y su magnitud es proporcional a la velocidad lineal, sin embargo se conoce que está relacionada con su velocidad angular como: $v = r\omega$. Por lo tanto, se tiene:

$$v_b = nBLv = (nBLr)\omega = K_b\omega \quad (2.5.1)$$

Donde n es el número de bobinas del inducido, B es la densidad de flujo del campo, L es la longitud del conductor. De la ecuación 2.5.1, se deduce que la constante de fuerza electromotriz del motor será:

$$K_b = nBLr \quad (2.5.2)$$

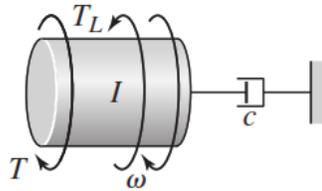
Al conocer las variables de cada uno de los componentes que conforman el circuito de la

armadura de la figura 2.5.2, se utiliza la ley de voltaje de Kirchhoff, la cual establece que la suma algebraica de los voltajes en una trayectoria cerrada (o malla) es igual a cero, entonces teniendo en cuenta esto y que la dirección en la malla va ser contraria a la corriente (i_a), se tiene que:

$$v_a - R_a i_a - L_a \frac{di_a}{dt} - K_b \omega = 0 \quad (2.5.3)$$

El subsistema mecánico se puede representar por medio de la figura 2.5.3 consta de la inercia (I), la cual se produce tanto por la inercia de la armadura como a la inercia de la carga, la amortiguación (c) que puede presentarse por los cojinetes del eje o la amortiguación de la carga, como con un ventilador o una bomba, también está el torque externo (T_L) que actúa sobre la carga como un par adicional, es decir que es diferente al par de amortiguación. En la mayoría de las aplicaciones, este torque se opone al torque del motor (T), debido a esto se colocan la figura 2.5.3 actuando en la dirección opuesta al par del motor.

Figura 2.5.3: Subsistema mecánico.



Fuente [16].

El torque que crea el motor es proporcional a la corriente de la armadura (i_a) por lo cual se debe tener en cuenta el radio de la armadura (r), entonces el torque de la armadura se define como:

$$T = (nBLi_a)r = (nBLi_a)r = K_t i_a \quad (2.5.4)$$

De la ecuación 2.5.4, se deduce que la constante de torque del motor será:

$$K_t = nBLr \quad (2.5.5)$$

Utilizando la segunda ley de Newton para la rotación en la cual se relaciona y se deduce que la fuerza es proporcional a la aceleración, se realiza la sumatoria de momentos para obtener que:

$$I \frac{d\omega}{dt} = T - c\omega - T_L = K_t i_a - c\omega - T_L \quad (2.5.6)$$

2.6. Señales en el tiempo

Distintos fenómenos físicos se puede describir por medio de una señal, la cual se define como representación matemática de cualquier magnitud física que varía con respecto a alguna variable como el tiempo o el espacio.

Entre las propiedades de una señal se puede encontrar las señales continuas y discretas en el dominio del tiempo. En las señales continuas en el dominio de tiempo, las variables pueden tomar cualquier valor real, es decir que pueden estar entre $-\infty$ a ∞ , por lo tanto estas señales se pueden expresar de forma matemática por medio de funciones de una variable continua. En las señales discretas en el dominio de tiempo, las variables pueden tomar solo valores de números enteros, es decir que se definen en instantes específicos de tiempo, los cuales no necesitan tener una distancia obligatoria, sin embargo en los resultados experimentales, la discretización es dependiente del cambio de la señal en el tiempo, debido a esto la distancia se debe tomar en cuenta, en otras palabras, la frecuencia de muestreo de ser igual o mayor al doble de la frecuencia de cambio de la señal, esto ultimo se conoce como el teorema de Nyquist.

Capítulo 3

Metodología

3.1. Selección del proceso a analizar

3.1.1. Selección de la máquina

Para la selección del proceso se tuvo en cuenta la CNC sobre la cual se llevara a cabo el modelo, la cual es una Paxton/Patterson CNC training center disponible en el laboratorio de prototipado de la Universidad Antonio Nariño.

El proceso de fresado de esta máquina es de acabado, por lo tanto se caracteriza por la perpendicularidad entre el eje de rotación de la herramienta y la superficie de la pieza, entonces cada diente arranca viruta de espesor regular y la carga de trabajo es uniforme, por tal motivo se definen los coeficientes de corte tangencial y radial como:

$$C_t = \frac{C_s}{\sqrt{1 + C_r^2}} \quad (3.1.1)$$

$$C_r = \frac{1}{\tan\left(\beta * \frac{\pi}{180}\right)} \quad (3.1.2)$$

Donde β es el ángulo de fricción en el que se relaciona el coeficiente de fricción estática, debido a esto será $\beta = 70$ para todos los procesos [21].

El husillo de la máquina CNC debido a que no se dispone de toda la información con respecto

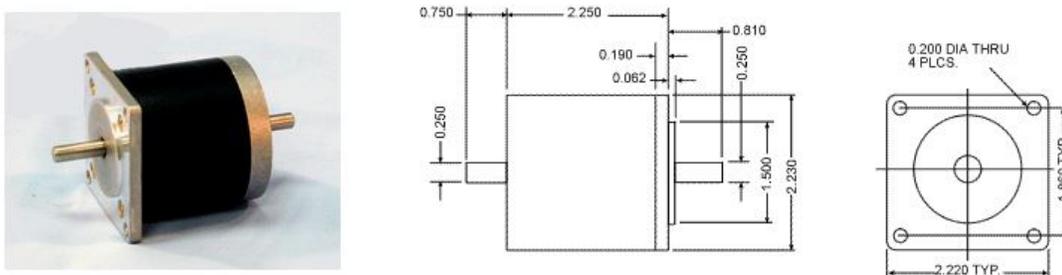
a la máquina, las características del motor utilizado para el husillo se tomaron de un motor de desempeño similar (90 V a 0.5 HP) los cuales se muestran en la figura A.0.1, obteniendo los siguiente datos para el desarrollo del modelo:

Resistencia	1.45 ohm
Inductancia	5.4e-3 H
Constante del motor	0.481 Nm/Watt
Fueza electromotriz	0.573 V/(rad/sec)
Inercia	2.189x10 ⁻³ kg-m ²
Amortiguamiento	678e-6 Nm/(rad/s)

Tabla 3.1.1: Especificaciones del motor del husillo.

Para desplazamiento de la máquina CNC utiliza un motor 23M80 que tiene las especificaciones indicadas en la Tabla 3.1.2 transformadas al sistema internacional de unidades que está indicado en el Apéndice 5.2. El detalle de las dimensiones se encuentra en la figura 3.1.1:

Figura 3.1.1: Detalle del motor usado en el husillo 23M80 a) Fotografía b) Vista lateral c) Vista frontal (dimensiones en pulgadas).



Fuente [22]

Torque de retención	5,97 kg/m
Inercia del rotor	34,7 kg/m ²
Ángulo de paso	31,41x10 ⁻³ rad
Peso	0.544 kg

Tabla 3.1.2: Especificaciones de mecánicas del motor 23M80.

Fuente: Adaptado de [22]

	Par de detención	Serie
Resistencia	5 Ohms	8.60 Ohms
Corriente nominal	1.20 A	0.85 A
Voltaje nominal	6 V	8.50 V
Inductancia	8 mH	32 mH

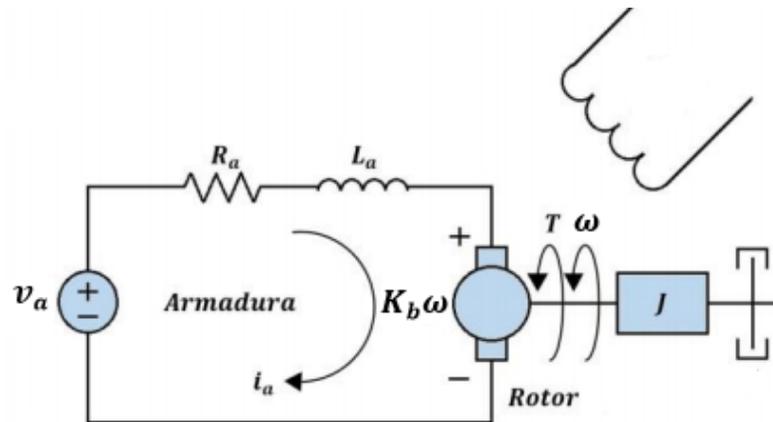
Tabla 3.1.3: Especificaciones mecánicas del motor 23M80.

Fuente: Adaptado de [22]

3.2. Modelo del motor

Con el fin de obtener el modelo del motor se realizó el análisis matemático de la armadura del motor de la figura 2.5.1 obteniendo así el siguiente esquema:

Figura 3.2.1: Modelo electromagnético del motor.



Fuente: Adaptado de [23]

Según el análisis realizado en la referencia [16], el motor de la herramienta se puede representar por el circuito de la armadura y partir desde este para deducir que la entrada será el voltaje de la armadura (V_a) y las salidas serán la corriente de la armadura (I_a) y la velocidad del motor (ω).

Donde las variables presentes en el circuito de la figura 3.2.2 corresponden al voltaje (v_a), resistencia (R_a), impedancia (L_a) de la armadura y $K_b\omega$ es el fenómeno de la fuerza electromotriz en donde K_b es la constante del voltaje y ω es la velocidad angular en la

bobina. Mediante la ley de voltaje de Kirchhoff, la ley de Newton aplicada a la inercia e implementando la transformada Laplace permitiendo así establecer dos ecuaciones, las cuales serán la corriente de la armadura (I_a) y la velocidad del motor (Ω), como se muestra a continuación:

Parte Eléctrica

$$I_a(s) = \frac{1}{L_a s + R_a} [V_a(s) - K_b \Omega(s)] \quad (3.2.1)$$

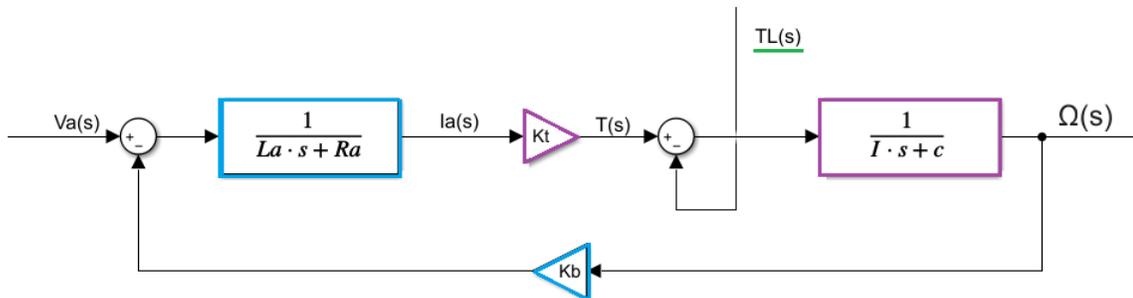
Parte Mecánica

$$\Omega(s) = \frac{1}{I s + c} [K_T I_a(s) - T_L(s)] \quad (3.2.2)$$

Donde para la parte mecánica del sistema el T_L corresponde a el torque externo, I es la inercia, K_T es el torque constante del motor y c es el amortiguamiento.

Después se procede a construir en Simulink mediante bloques el circuito de la figura 3.2.1.

Figura 3.2.2: Diagrama de bloques de Simulink. Elaboración propia.



Fuente propia

3.2.1. Funciones de transferencia del motor

Las funciones de transferencia del motor estarán relacionadas con dos variables, la corriente I y la velocidad angular ω , obteniendo así cuatro funciones de transferencia para el motor, una función de transferencia para cada relación de entrada-salida. Siendo obtenidas de la ecuaciones 3.2.1 y 3.2.2.

3.2.1.1. Funciones resultantes de la salida de $I_a(s)$

Las ecuaciones 3.2.3 y 3.2.4 corresponden a las funciones de transferencia de T y V respectivamente. Estas se obtienen de las ecuaciones 3.2.1 y 3.2.2 considerando que las entradas actúan de manera independiente.

$$\frac{I_a(s)}{V_a(s)} = \frac{I_S + c}{L_a I_s^2 + (R_a I + c L_a) s + c R_a + K_b K_T} \quad (3.2.3)$$

$$\frac{I_a(s)}{T_L(s)} = \frac{K_b}{L_a I_s^2 + (R_a I + c L_a) s + c R_a + K_b K_T} \quad (3.2.4)$$

3.2.1.2. Funciones resultantes de la salida de $\Omega(s)$

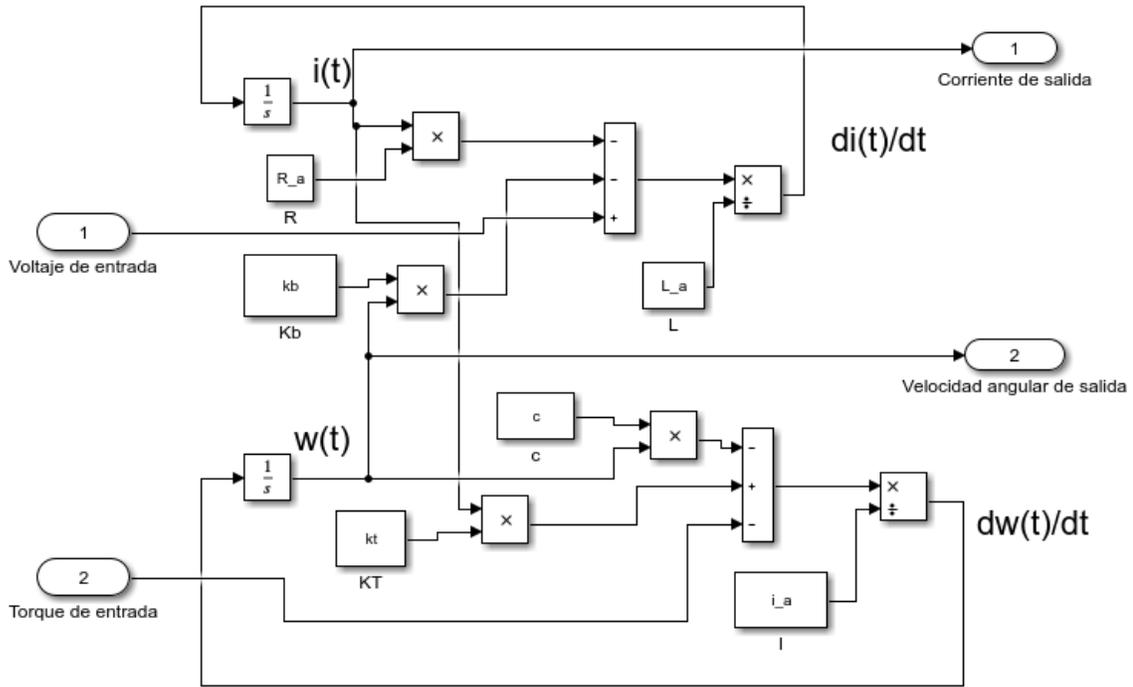
Las ecuaciones 3.2.5 y 3.2.6 corresponden a las funciones de transferencia de T y V respectivamente. Estas se obtienen de las ecuaciones 3.2.1 y 3.2.2 considerando que las entradas actúan de manera independiente.

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{K_T}{L_a I_s^2 + (R_a I + c L_a) s + c R_a + K_b K_T} \quad (3.2.5)$$

$$\frac{\Omega(s)}{T_L(s)} = \frac{L_a s + R_a}{L_a I_s^2 + (R_a I + c L_a) s + c R_a + K_b K_T} \quad (3.2.6)$$

Con las funciones de transferencia con respecto al motor es posible mediante el programa de MATLAB-SIMULINK hacer una construcción de bloques que permitan simular el motor y observar su comportamiento. El cual se muestra en la figura 3.2.2 donde la zona azul es la parte eléctrica, la zona verde es el T_L que afecta la parte mecánica, la cual es la zona morado. El diagrama de bloques considerado en la figura:

Figura 3.2.3: Modelo realizado en Simulink de un motor DC



Fuente propia

3.2.1.3. Funciones de transferencia realizados en Simulink

Mediante las ecuaciones 3.2.3, 3.2.4, 3.2.5 y 3.2.6 se logra construir las funciones de transferencia para la entrada de torque y voltaje.

Figura 3.2.4: Bloques de Funciones transferencia con respecto al voltaje

$$\frac{i_a \cdot s + c}{L_a \cdot i_a \cdot s^2 + (R_a \cdot i_a + c \cdot L_a)s + c \cdot R_a + k_b \cdot k_t}$$

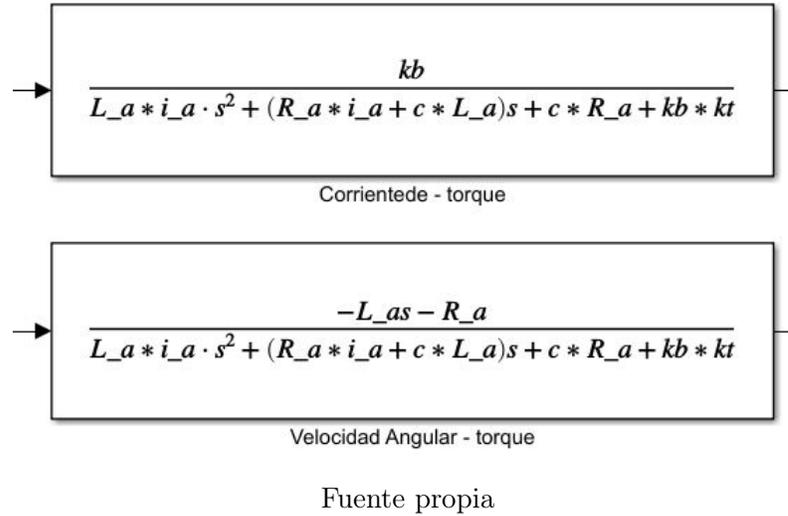
Corriente - Voltaje

$$\frac{k_t}{L_a \cdot i_a \cdot s^2 + (R_a \cdot i_a + c \cdot L_a)s + c \cdot R_a + k_b \cdot k_t}$$

Velocidad Angular - Voltaje

Fuente propia

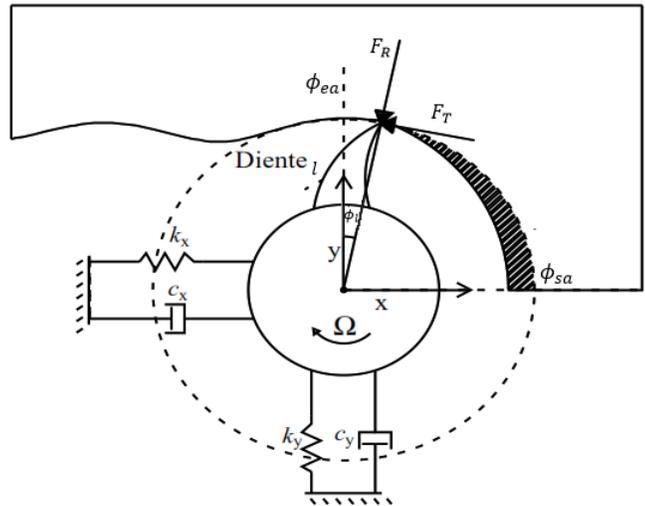
Figura 3.2.5: Bloques de Funciones transferencia con respecto al torque



3.3. Modelo de dos grados de libertad del fresado

Las fuerzas en un modelo dinámico del fresado para dos grados de libertad puede ser representado por la figura 3.3.1.

Figura 3.3.1: Modelo dos grados de libertad.



Fuente: Adaptado de [2]

Al plantear el proceso de fresado en dos grados de libertad, se escoge el modelo dinámico de Altintas y Budak [5] en donde se definen las dinámicas del sistema como:

$$m_x \ddot{x}(t) + c_x \dot{x}(t) + k_x x(t) = \sum_{l=1}^N F_{xl}(t) \quad (3.3.1)$$

$$m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) = \sum_{l=1}^N F_{yl}(t) \quad (3.3.2)$$

Donde m_{xy} , c_{xy} y k_{xy} son los mismos expresados en la ecuación 2.2.1 en los ejes x y y . Las sumatorias de fuerzas situadas a la derecha de la igualdad de las ecuaciones 3.3.1 y 3.3.2, son descritas como:

$$F_{xl} = -F_{Tl} \cos \phi_l - F_{Rl} \sin \phi_l \quad (3.3.3)$$

$$F_{yl} = -F_{Tl} \sin \phi_l - F_{Rl} \cos \phi_l \quad (3.3.4)$$

Al ser un modelo de fresado de dos grados de libertad se generan dos vectores de fuerzas resultantes que son definidas de forma tangencial y radial, como se muestra a continuación:

$$F_{Tl} = C_t h q(\phi_l) \quad (3.3.5)$$

$$F_{Rl} = C_r F_T = C_r C_t h q(\phi_l) \quad (3.3.6)$$

Donde C_t es el coeficiente de corte tangencial, h es la profundidad del corte axial, C_r es el coeficiente de corte radial y $q(\phi_l)$ es el espesor de viruta dinámico.

Al realizar un corte, es necesario que el husillo tenga un torque para girar la herramienta contra la componente tangencial retardadora de la fuerza de corte, este torque se puede expresar de la siguiente manera:

$$T_i = r \sum_{l=1}^N F_{T,l} \quad (3.3.7)$$

Donde r es el radio de la herramienta.

Con las propiedades definidas anteriormente, se elabora el sistema de dos grados de libertad por medio de los coeficientes de la matriz del valor promedio de la rotación de la herramienta y el periodo del ciclo que realiza el diente como se expresa en el Apéndice B en las ecuaciones B.1.14 y B.1.15 para obtener los coeficientes direccionales, como se muestra a continuación:

$$\alpha_{xx} = 1/2[\cos 2\phi - 2C_r\phi + C_r \sin 2\phi]_{\phi_{ea}}^{\phi_{sa}} \quad (3.3.8)$$

$$\alpha_{xy} = 1/2[-\sin 2\phi - 2\phi + C_r \cos 2\phi]_{\phi_{ea}}^{\phi_{sa}} \quad (3.3.9)$$

$$\alpha_{yx} = 1/2[-\sin 2\phi + 2\phi + C_r \cos 2\phi]_{\phi_{ea}}^{\phi_{sa}} \quad (3.3.10)$$

$$\alpha_{yy} = 1/2[-\cos 2\phi - 2C_r\phi - C_r \sin 2\phi]_{\phi_{ea}}^{\phi_{sa}} \quad (3.3.11)$$

Donde el valor angular de la entrada y salida, se puede definir como:

$$\phi_{ea} = x \frac{\pi}{180} \quad (3.3.12)$$

$$\phi_{sa} = y \frac{\pi}{180} \quad (3.3.13)$$

En donde x y y son los ángulos de hélice de la herramienta. El ángulo de entrada x se mantiene constante en todas las herramientas y el ángulo de salida y depende de la cantidad de filos que tenga la herramienta ya que a mayor número de filos, el ángulo disminuirá.

Al sustituir las ecuaciones 3.3.12 y 3.3.13 en las ecuaciones 3.3.8 a la 3.3.17 y realizar la debida operación, se obtiene:

$$\alpha_{xx} = 1/2[\cos 2\phi_{sa} - 2C_r\phi_{sa} + C_r \sin 2\phi_{sa}] - 1/2[\cos 2\phi_{ea} - 2C_r\phi_{ea} + C_r \sin 2\phi_{ea}] \quad (3.3.14)$$

$$\alpha_{xy} = 1/2[-\sin 2\phi_{sa} - 2\phi_{sa} + C_r \cos 2\phi_{sa}] - 1/2[-\sin 2\phi_{ea} - 2\phi_{ea} + C_r \cos 2\phi_{ea}] \quad (3.3.15)$$

$$\alpha_{yx} = 1/2[-\sin 2\phi_{sa} + 2\phi_{sa} + C_r \cos 2\phi_{sa}] - 1/2[-\sin 2\phi_{ea} + 2\phi_{ea} + C_r \cos 2\phi_{ea}] \quad (3.3.16)$$

$$\alpha_{yy} = 1/2[-\cos 2\phi_{sa} - 2C_r\phi_{sa} - C_r \sin 2\phi_{sa}] - 1/2[-\cos 2\phi_{ea} - 2C_r\phi_{ea} - C_r \sin 2\phi_{ea}] \quad (3.3.17)$$

3.4. Modelado de maquinado y diagramas de estabilidad de material aluminio

A partir de las ecuaciones 3.1.1 y 3.1.2 de la sección 3.1, se reemplaza la constante equivalente del rodamiento del resorte, la cual tiene un valor específico para cada tipo de material según la [21], entonces el valor será de $k_s = 2.50 \times 10^9 \text{ N/m}$, por lo tanto el coeficiente de corte radial será $C_r = 46.89 \text{ N/m}^2$ y el coeficiente de corte tangencial será $C_t = 53.3 \times 10^6 \text{ N/m}^2$, además teniendo en cuenta los valores de los ángulos de entrada y salida se reemplazan en las ecuaciones 3.3.14 - 3.3.17 para hallar los coeficientes de corte direccionales del aluminio.

La frecuencia natural de la herramienta de tres filos se puede hallar al tener en cuenta la relación entre la masa y el coeficiente de rigidez direccional, dado que al ser simétrica se plantea que la frecuencia natural será igual en ambos ejes, por lo tanto con la masa ocurre lo mismo, es decir que es igual en los ejes x y y por esa razón la masa de la herramienta al ser de 0.110 kg se dividirá en dos, dando como resultado que $m_x = m_y = 0.055 \text{ kg}$.

Con lo anterior, se plantea la frecuencia natural de la herramienta como:

$$w_n = \sqrt{\frac{k_{xy}}{m_{xy}}} \quad (3.4.1)$$

La herramienta al ser un sistema que es afectada por una excitación externa se plantea el

factor de amortiguamiento según [21] como:

$$\zeta_{xy} = \frac{c}{2m_{xy}w_n} \quad (3.4.2)$$

Se conoce que el sistema será muy amortiguado si $\zeta_{xy} = 1$, sobre amortiguado si $\zeta_{xy} > 1$ y sub amortiguado $0 < \zeta_{xy} < 1$, de manera que la herramienta será un sistema sub amortiguado ya que según [24] para estructuras metálicas, el valor del factor de amortiguamiento puede ser entre 0.02 y 0.04 dando como resultado que la región de estabilidad se reduzca.

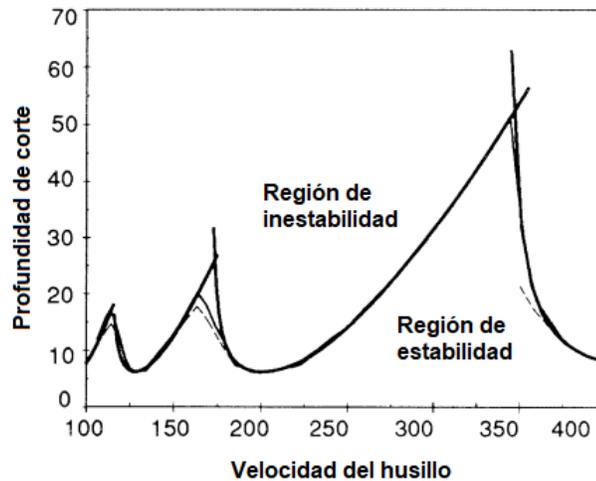
Con los datos obtenidos anteriormente, se plantean las funciones de transferencia de la herramienta como:

$$Z_x = \frac{1}{m_x\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x} \quad (3.4.3)$$

$$Z_y = \frac{1}{m_y\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y} \quad (3.4.4)$$

Con las ecuaciones planteadas del modelo dinámico del proceso de fresado, se puede analizar la relación entre la profundidad de corte y la velocidad del husillo en los ejes x y y para demostrar el comportamiento del chatter por medio de un diagrama de lóbulos como se muestra en la figura 3.4.1 según [5].

Figura 3.4.1: Diagrama de lóbulos de estabilidad del proceso de fresado.



Fuente: Adaptado de [5]

3.5. Relación entre torque y corriente

Al tener en cuenta que la ecuación 2.5.6 relaciona los distintos componentes mecánicos que afectan el motor DC entre lo cuales está el torque de la armadura, este es dependiente de la corriente como se expresa en la ecuación 2.5.4, de manera que al analizar se deduce que la corriente es dependiente del torque externo, el cual es una entrada ya que este representa las perturbaciones que ocurren en el sistema, por esta razón se implementaron los bloques de funciones de transferencia con respecto al torque externo como se muestra en la figura 3.2.5 que se basan en las ecuaciones 3.2.3 y 3.2.4 para probar las siguientes entradas que se muestran en la tabla 3.5.1 y observar como se comporta la corriente.

Señal	Frecuencia
Seno	2500 rad/sec
Seno	100 rad/sec
Chirp	Inicial: 2500 rad/sec Barrido: 100 rad/sec

Tabla 3.5.1: Señales usadas en para el torque.

Siendo la señal de chirp generada por un bloque del Simulink, la cual es una señal de coseno con frecuencia de barrido que tiene una amplitud unitaria y fase continua, donde su frecuencia sera de 2500 rad/sec y un barrido de 100 rad/sec. El chirp se implementa con la finalidad de visualizar mejor en la señal de salida de la corriente y velocidad angular las afectaciones que tiene una frecuencia alta o baja.

3.6. Transformada de Fourier

En primera instancia se dice que la transformada de Fourier se usa para representar una función periódica como una suma de senos, cosenos y una constante. Cuando se utiliza con el principio de superposición, que le permite obtener la respuesta total como la suma de las respuestas individuales, la serie de Fourier le permite obtener la respuesta de un sistema lineal a cualquier función periódica [16]. Este concepto se implementa con las señales obtenidas de corriente de las funciones de transferencia de entrada torque y entrada voltaje mediante MATLAB con el fin de pasar las señales al dominio de frecuencia para así obtener información

que no es evidente en el dominio del tiempo.

Donde las ecuaciones que definen la transformada de Fourier son.

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt} dt \quad (3.6.1)$$

Donde la fórmula 3.6.1 está dada en el dominio de la frecuencia.

También podemos definir las ecuaciones para la transformada de Fourier discreta.

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi i}{N}kn} \quad (3.6.2)$$
$$k = 0, \dots, N - 1$$

Capítulo 4

Resultados y análisis

4.1. Simulación de las funciones de transferencia de torque y voltaje.

Con la figura 3.2.2, las ecuaciones de transferencia con respecto al voltaje 3.2.3, 3.2.4 y las funciones respecto a la velocidad angular 3.2.5, 3.2.6 se podrá comparar los resultados obtenidos de estas con el diseño del motor en diagrama de bloques realizado en simulink como se muestra en la figura 3.2.3.

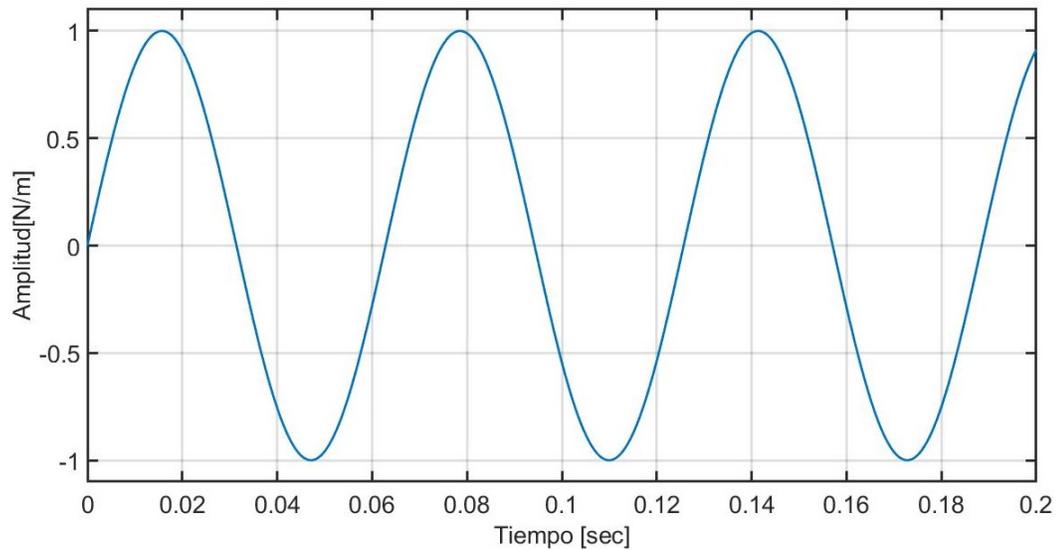
4.1.1. Señales de entrada torque con sus respuesta de corriente y velocidad angular.

En una primera instancia se comprobaron los resultados obtenidos con respecto a las funciones de transferencia relacionadas al torque, para ello se implementarán diversas señales en la entrada del torque para observar su comportamiento y tener una mayor certeza de los resultados obtenidos.

Para ello se implementaron dos señales senoidales como se muestran en la figura 4.1.1 y la figura 4.1.5 además de también un bloque chirp que será una cosenoidal como esta en la figura 4.1.9 para comprobar la respuesta en corriente ante estas señales.

4.1.1.1. Seno con frecuencia de 100 rad/sec

Figura 4.1.1: Señal de entrada torque de un seno con frecuencia 100 rad/sec



Los parámetros se muestran en la tabla 4.1.1

Amplitud	1
Bias	0
Frecuencia	100 Hz
Fase	0
Tiempo de muestro	0

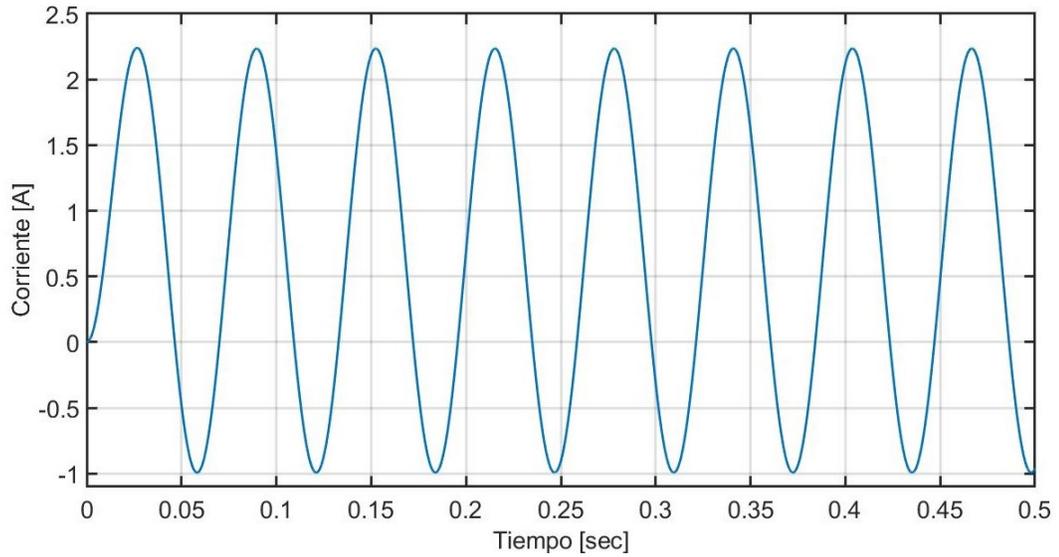
Tabla 4.1.1: Especificaciones de la señal de entrada seno de 100 rad/sec.

En base a la señal seno de frecuencia de 100 rad/sec señales se obtienen dos señales a la salida, una de corriente y otra de velocidad angular.

Señales de corriente y velocidad angular obtenidas de la señal seno de 100 rad/sec.

Corriente

Figura 4.1.2: Señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal seno de 100 rad/sec.

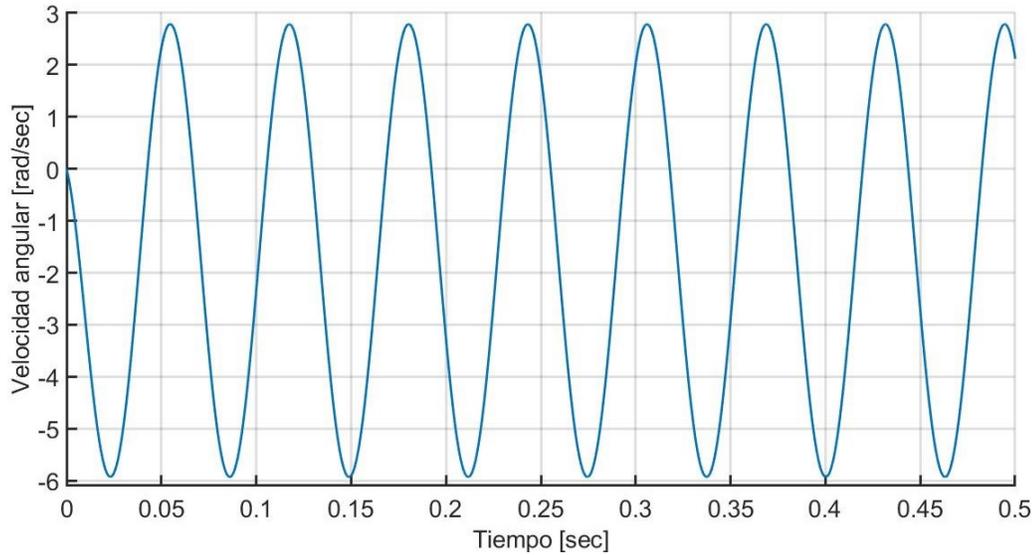


	Valor [A]	Tiempo [s]
Maximo	2.24	0.027
Minimo	-0.9926	0.58
pico a pico	3.233	
Medio	0.6201	
RMS	1.299	

Tabla 4.1.2: Datos de la señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal seno de 100 rad/sec

Velocidad angular

Figura 4.1.3: Señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal seno de 100 rad/sec.



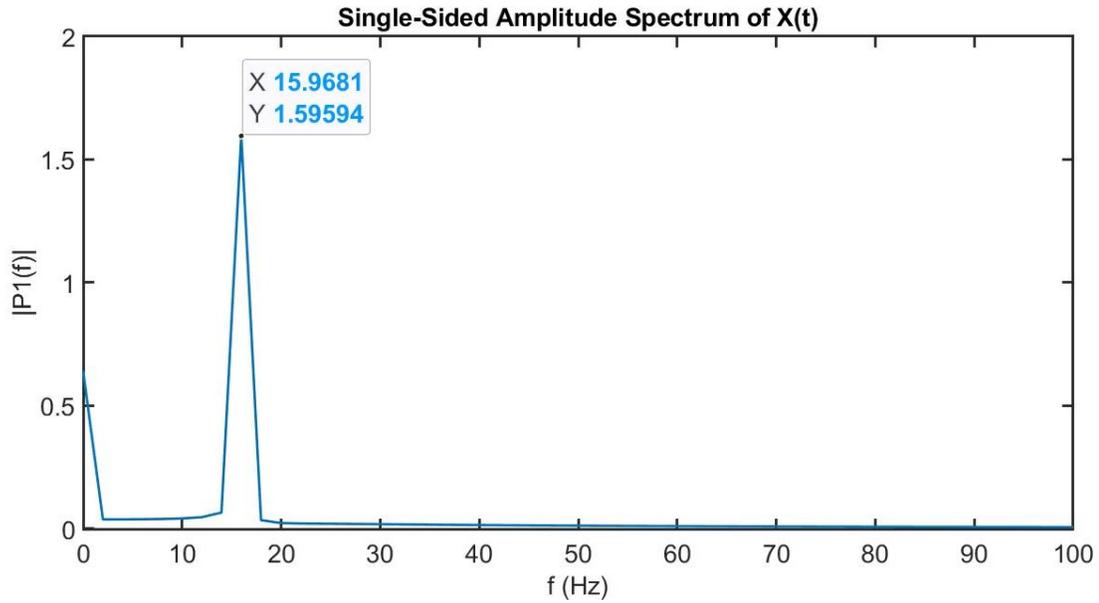
	Valor [rad/s]	Tiempo [s]
Maximo	2.786	0.055
Minimo	-5.93	4.359
pico a pico	8.176	
Medio	-1.571	
RMS	3.458	

Tabla 4.1.3: Datos de la señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal seno de 100 rad/sec.

Se puede observar en base la figura 4.1.2 correspondiente a la corriente y a la figura 4.1.3 correspondiente a la velocidad angular que al ser una frecuencia menor, la amplitud y el periodo de la perturbación será mayor.

Después de obtener las salidas de corriente y velocidad angular, mediante la implementación de la transformada rápida de Fourier de las señales resultantes de la entrada torque de una señal seno de 100 rad/sec de frecuencia se obtiene la siguiente señal

Figura 4.1.4: Fourier respecto a la señal de entrada torque de seno de 100 rad/sec

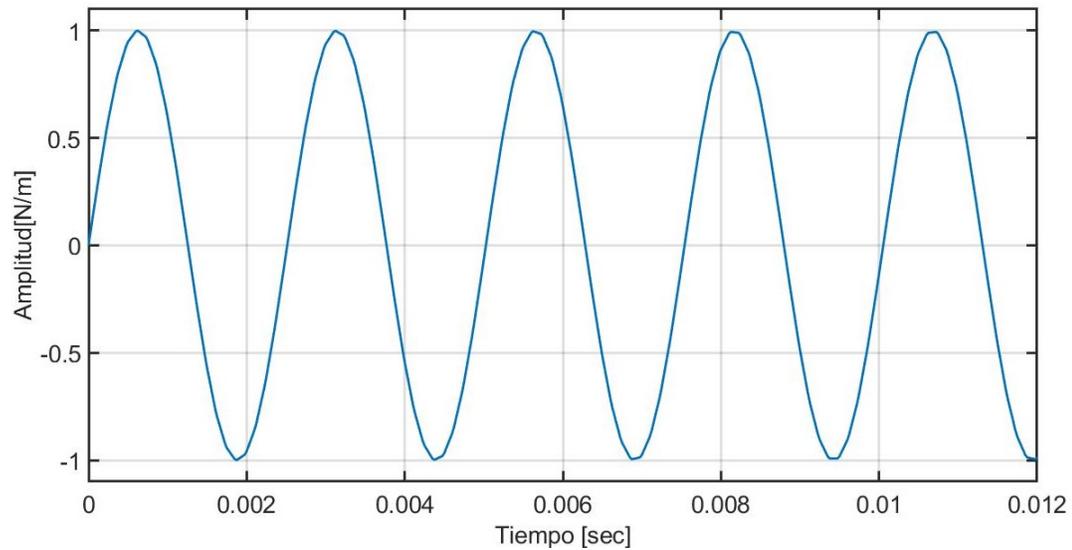


Analizando la respuesta en frecuencia a través de los diagramas de bode de la figura 4.1.15 se verifica que las frecuencias a partir de los 10 rad/sec comenzaran a disminuir su magnitud mientras más que la frecuencia sea más alta que esta.

Teniendo en cuenta la frecuencia de 100 rad/sec de la figura 4.1.1 que equivale a 15,91 Hz, el pico que se obtiene en el Fourier en la figura 4.1.4 sera muy notable ya que al ser su frecuencia cercana a los 100 rad/sec su magnitud no se vera reducida y se podrá notar con mayor facilidad.

4.1.1.2. Seno con frecuencia de 2500 rad/sec

Figura 4.1.5: Señal de entrada torque de un seno con frecuencia de 2500 rad/sec



Los parámetros se muestran en la tabla 4.1.4

Amplitud	1
Bias	0
Frecuencia	2500 Hz
Fase	0
Tiempo de muestro	0

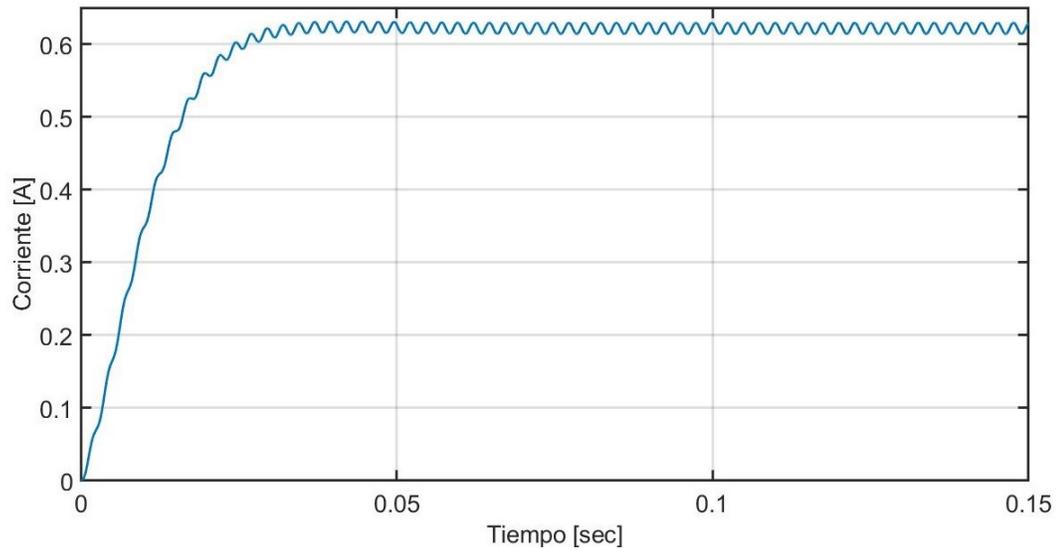
Tabla 4.1.4: Especificaciones de la señal de entrada seno de 2500 rad/sec.

En base a la señal de seno de frecuencia de 2500 rad/sec señales se obtienen dos señales a la salida, una de corriente y otra de velocidad angular.

Señales de corriente y velocidad angular obtenidas de la señal seno de 2500 (rad/sec).

Corriente

Figura 4.1.6: Señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal seno de frecuencia de 2500 rad/sec.

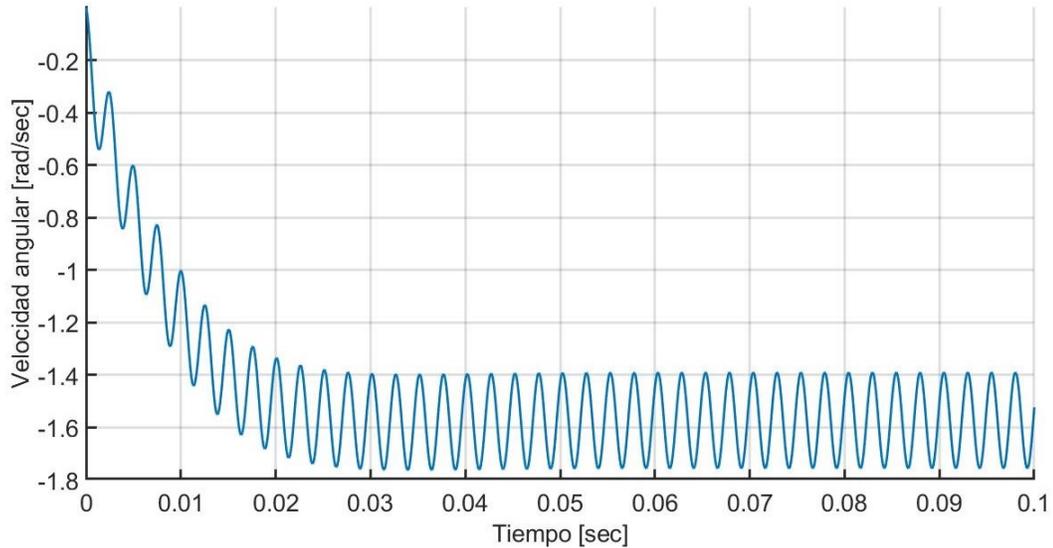


	Valor [A]	Tiempo [s]
Maximo	0.6311	0.042
Minimo	0	0
pico a pico	0.6311	
Medio	0.6214	
RMS	0.6211	

Tabla 4.1.5: Datos de la señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal seno de frecuencia de 2500 rad/sec.

Velocidad angular

Figura 4.1.7: Señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal seno de frecuencia de 2500 rad/sec.



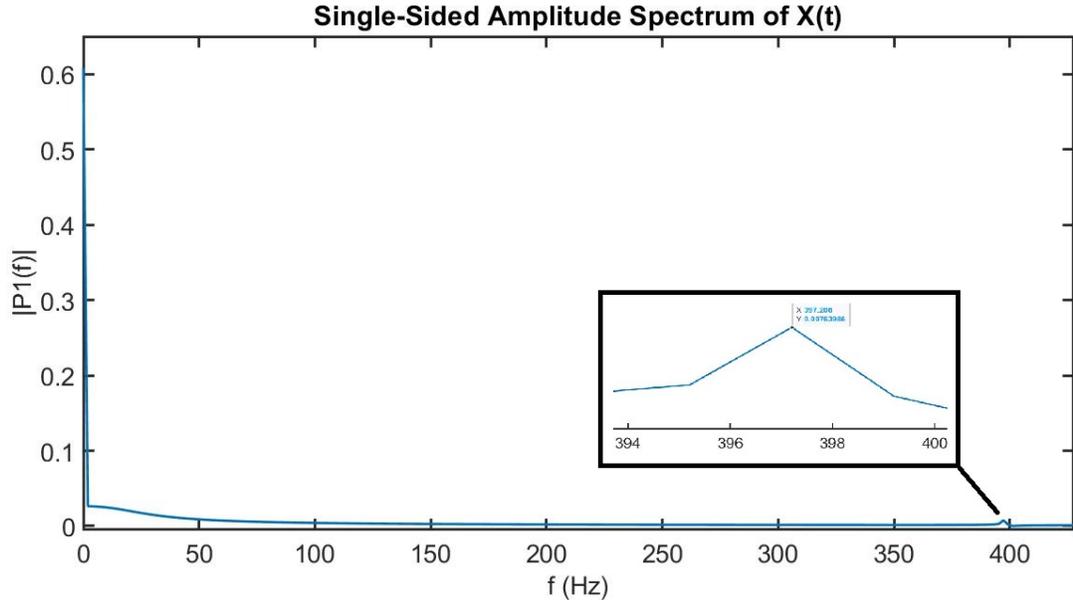
	Valor [rad/s]	Tiempo [s]
Maximo	0	0
Minimo	-1.763	0.034
pico a pico	1.763	
Medio	-1.572	
RMS	1.577	

Tabla 4.1.6: Datos de la señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal seno de frecuencia de 2500 rad/sec.

Por medio de las anteriores figuras 4.1.6 y 4.1.7 de la corriente y la velocidad angular, respectivamente, se logra observar que al estar condicionada con una entrada con una frecuencia más alta que los otros casos provoca que el periodo de la perturbación sea más corto y que su amplitud sea menor comparada con la corriente de la figura 4.1.2 y la figura 4.1.3.

Después de obtener las salidas de corriente y velocidad angular mediante la implementación de la transformada rápida de Fourier de las señales resultantes de la entrada torque de una señal seno de 2500 rad/sec de frecuencia se obtiene la siguiente señal

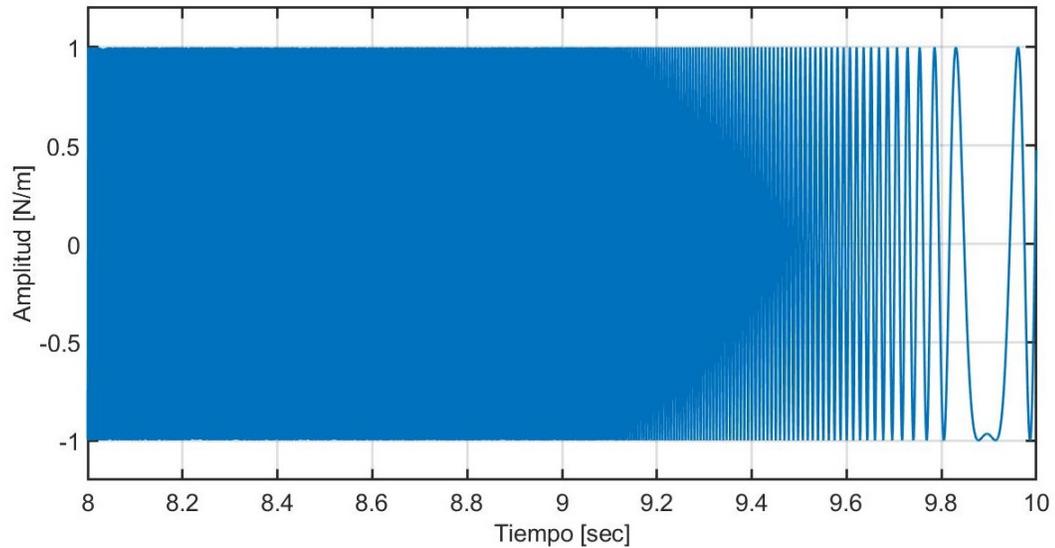
Figura 4.1.8: Fourier respecto a la señal de entrada torque de seno de 2500 (rad/sec)



Al igual que el Fourier de la señal seno de 100 rad/sec la respuesta en frecuencia a través de los diagramas de bode de la figura 4.1.15 verifica que las frecuencias a partir de los 10 rad/sec comenzaran a disminuir su magnitud mientras más que la frecuencia sea más alta que esta. Teniendo en cuenta la frecuencia de 2500 rad/sec de la figura 4.1.5 que equivale a 397,88 Hz, el pico que se obtiene en el Fourier en la figura 4.1.8 apenas se podrá notar ya que su frecuencia es mucho mayor a 10 rad/sec por ende su magnitud sera muy baja teniendo en cuenta el bode de la figura 4.1.15 y que también coincide con la frecuencia de la señal.

4.1.1.3. Señal del bloque Chirp

Figura 4.1.9: Señal de entrada torque generada por el Bloque chirp



Los parámetros se muestran en la tabla 4.1.7

Frecuencia inicial	2500 Hz
Tiempo objetivo	9.5 sec
Frecuencia de barrido	100 Hz

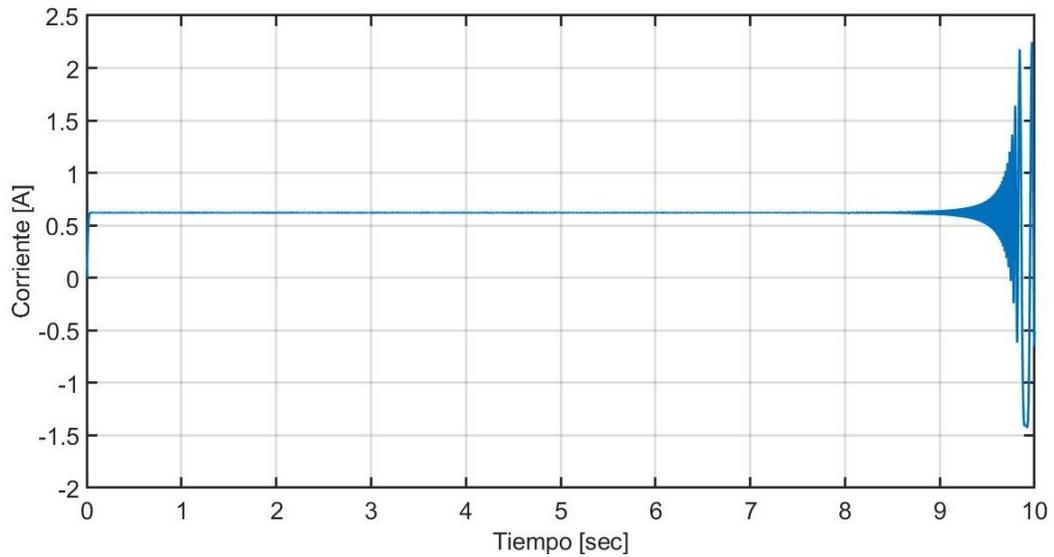
Tabla 4.1.7: Especificaciones de la señal de entrada chirp.

En base a la señal del bloque chirp se obtienen dos señales a la salida, una de corriente y otra de velocidad angular.

Señales de corriente y velocidad angular obtenidas de la señal del bloque chirp.

Corriente

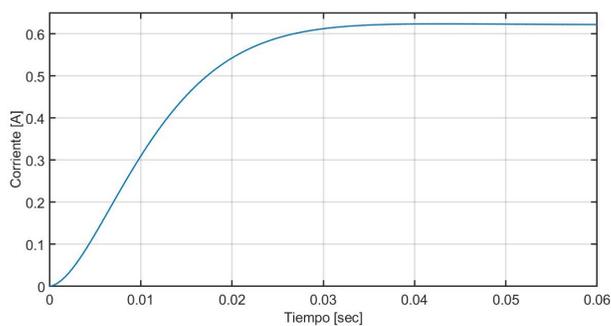
Figura 4.1.10: Señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal de bloque chirp.



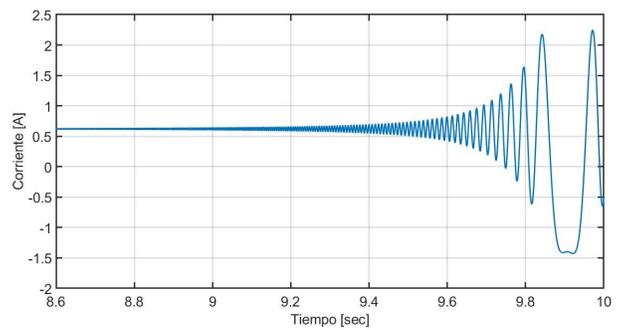
	Valor [A]	Tiempo [s]
Maximo	46.96	0.008
Minimo	-9.195	9.975
pico a pico	56.16	
Medio	0.4366	
RMS	2.092	

Tabla 4.1.8: Datos de la señal de corriente con respecto a la entrada de torque de una señal de bloque chirp.

Figura 4.1.11: A) Parte inicial del chirp. B) Parte final del chirp.



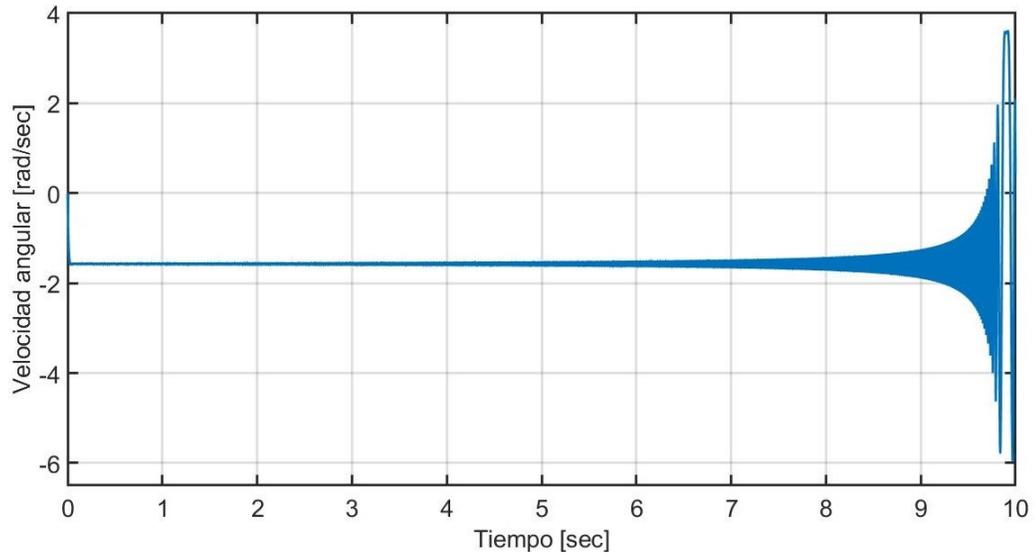
A)



B)

Velocidad angular

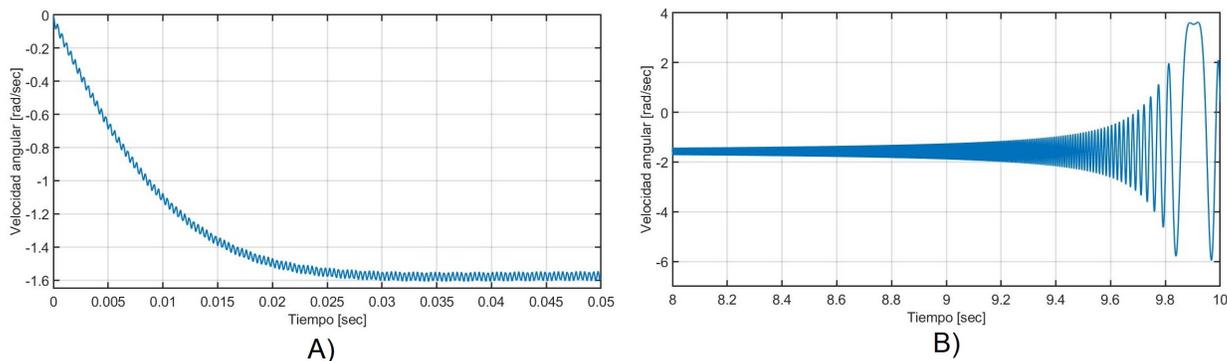
Figura 4.1.12: Señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal bloque chirp.



	Valor[rad/s]	Tiempo[s]
Maximo	317.1	7.503
Minimo	0	0
pico a pico	317.1	
Medio	312.9	
RMS	311.6	

Tabla 4.1.9: Datos de la señal de velocidad angular con respecto a la entrada de torque de una señal bloque chirp.

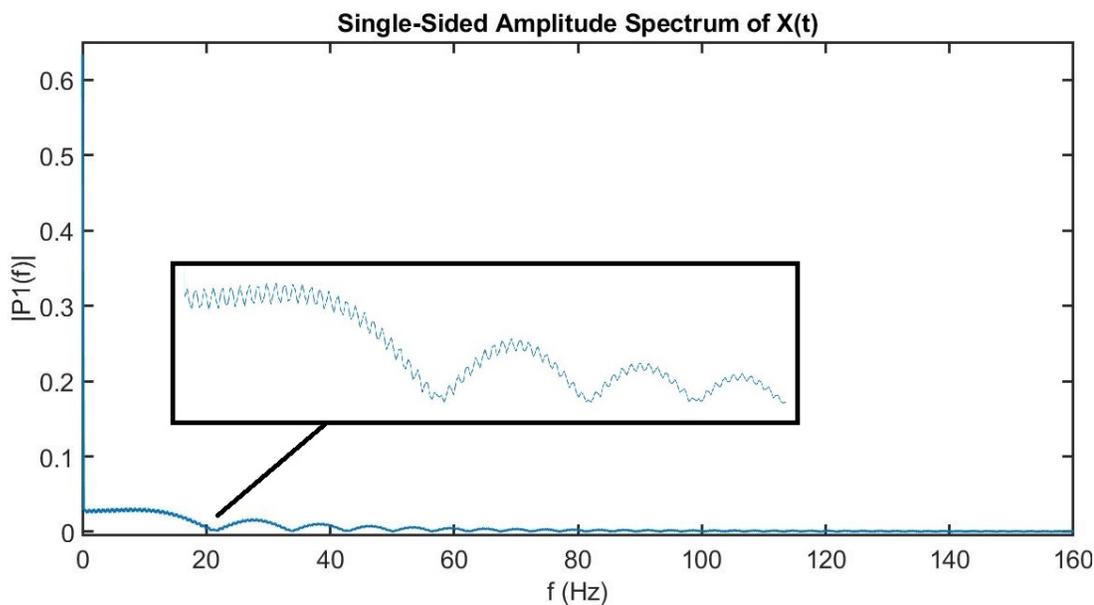
Figura 4.1.13: A) Parte inicial del chirp. B) Parte final del chirp.



A partir de las figuras 4.1.10 y 4.1.12 se nota que al usar una señal de entrada que tiene una amplitud variable imitará el comportamiento de la perturbación.

Finalmente, al analizar los distintos casos para representar el torque y su afectación en el comportamiento de la corriente y la velocidad angular, se deduce que se mantiene el trayecto de su forma de onda teórica aunque se nota que depende del torque externo ya que toma la perturbación de la señal de entrada.

Figura 4.1.14: Fourier respecto a la señal de entrada torque del bloque Chip



Al igual que en los dos Fourier de la señal seno de 100 rad/sec y 2500 rad/sec la respuesta en

frecuencia a través de los diagramas de bode de la figura 4.1.15 verifica que las frecuencias a partir de los 10 rad/sec comenzaran a disminuir su magnitud mientras más que la frecuencia sea más alta que esta.

Para este caso debido a que la frecuencia es variante, iniciando en 2500 rad/sec y teniendo una frecuencia de barrido de 100 rad/sec como se ve en la figura 4.1.9 la mayoría de los puntos verán su magnitud reducida dando así como resultado que se generen pocos picos al inicio del Fourier de la figura 4.1.14 por el cambio rápido en la frecuencia de la señal hacia el final debido a la frecuencia de barrido.

Después de obtener las salidas de corriente y velocidad angular, mediante la implementación de la transformada rápida de Fourier de las señales resultantes de la entrada torque de una señal generada por el bloque chirp se obtiene la siguiente señal

Figura 4.1.15: Bode de la función de transferencia de corriente - torque

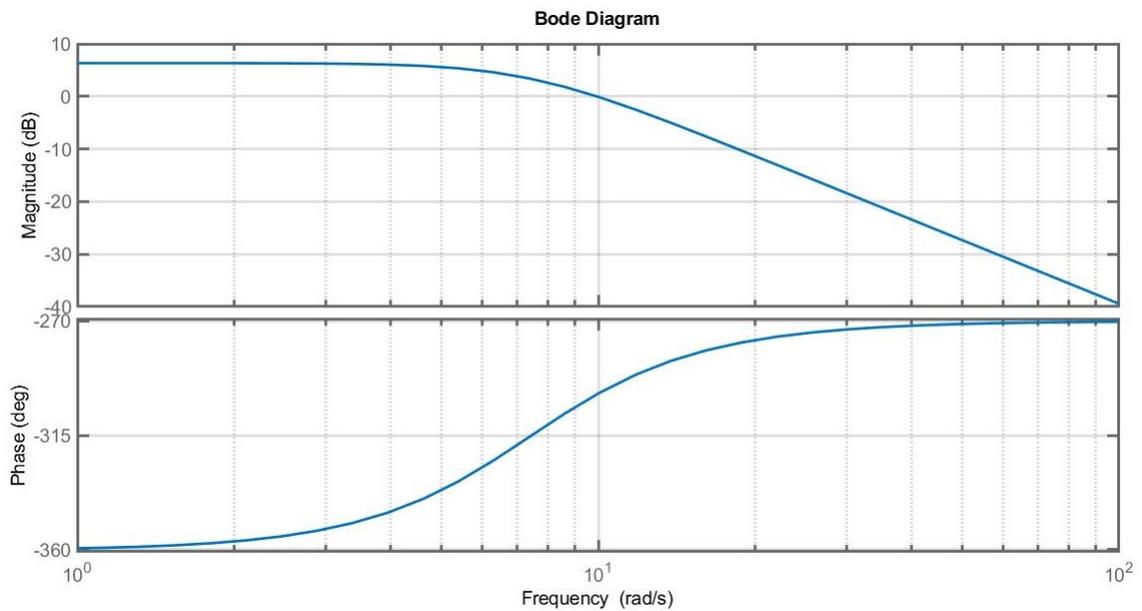
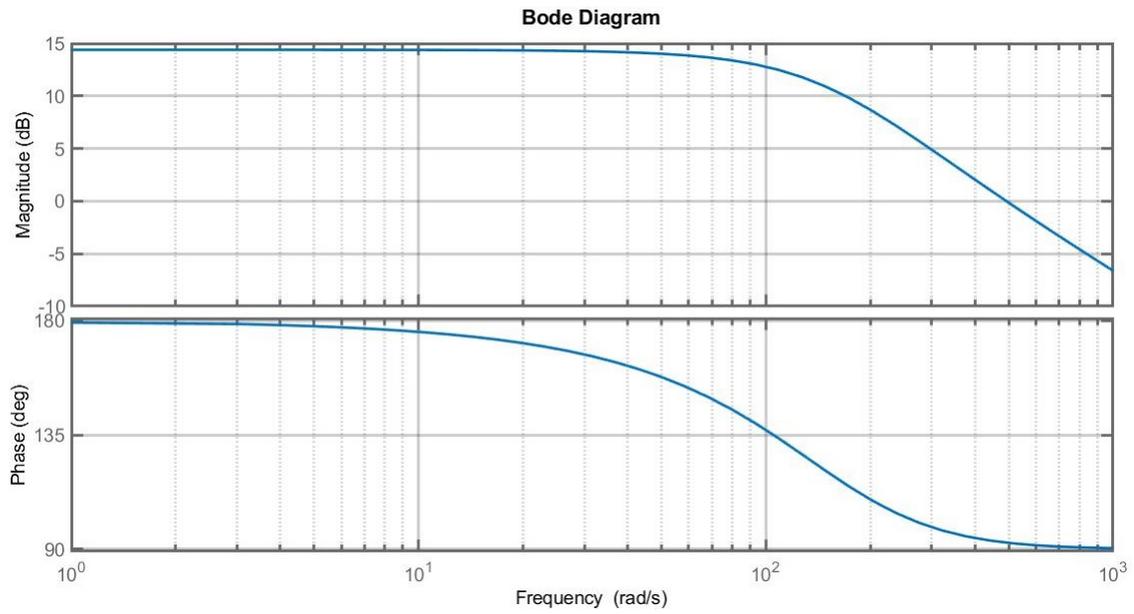


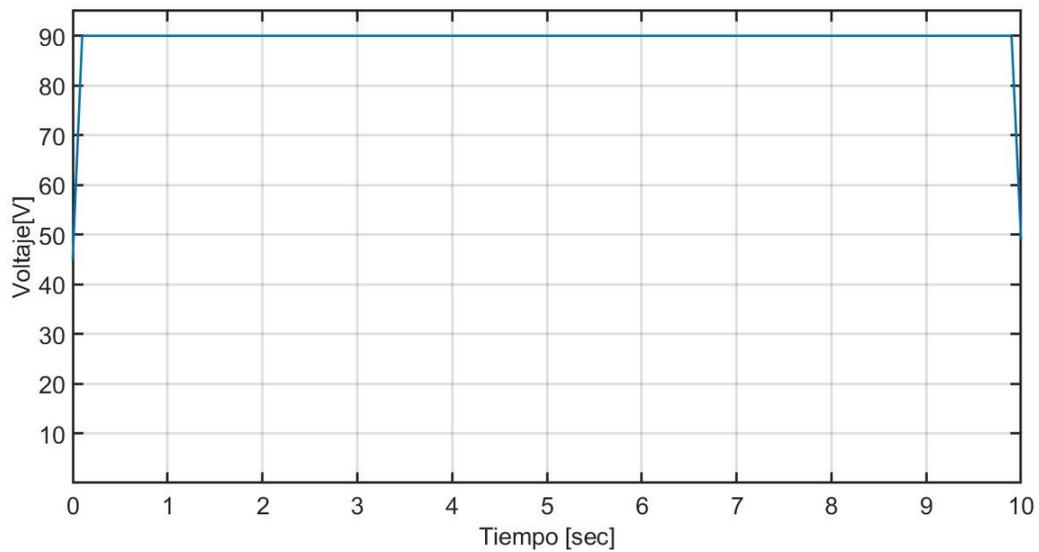
Figura 4.1.16: Bode de la función de transferencia de velocidad angular - torque



4.1.1.4. Entrada Voltaje

Para la parte del motor DC se realizo en los simulin con el bloque step para obtener una señal de 90 V.

Figura 4.1.17: Señal de entrada de voltaje del motor DC



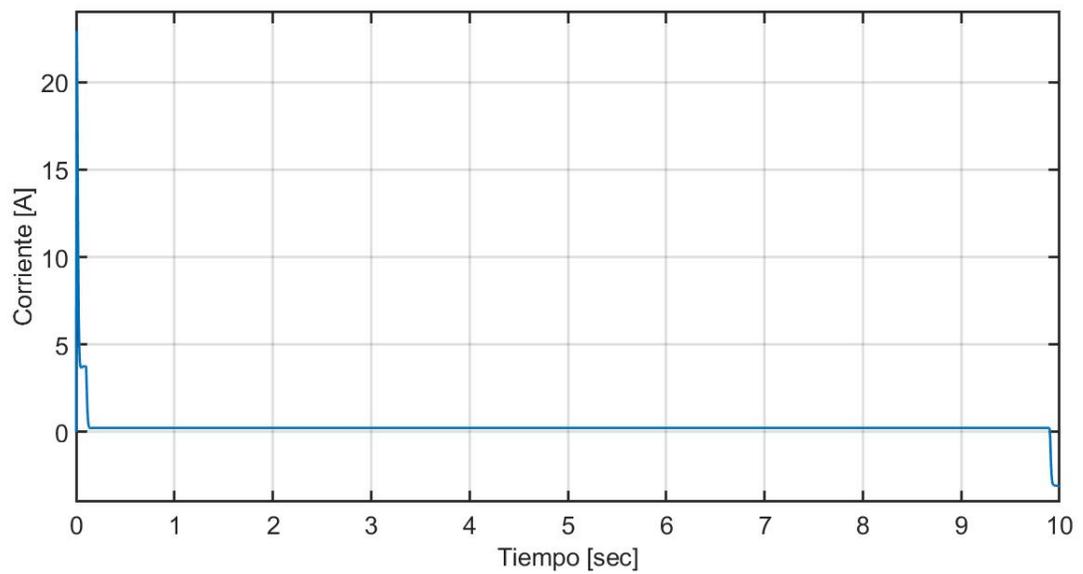
	Valor [V]	Tiempo [s]
Maximo	90	0.1
Minimo	0	0
pico a pico	90	
Medio	89.57	
RMS	89.64	

Tabla 4.1.10: Datos de la señal de Voltaje motor DC

En base a la señal de voltaje de 90 V se obtienen dos señales a la salida, una de corriente y otra de velocidad angular.

Corriente

Figura 4.1.18: Señal de corriente con respecto a la entrada de voltaje de 90 V

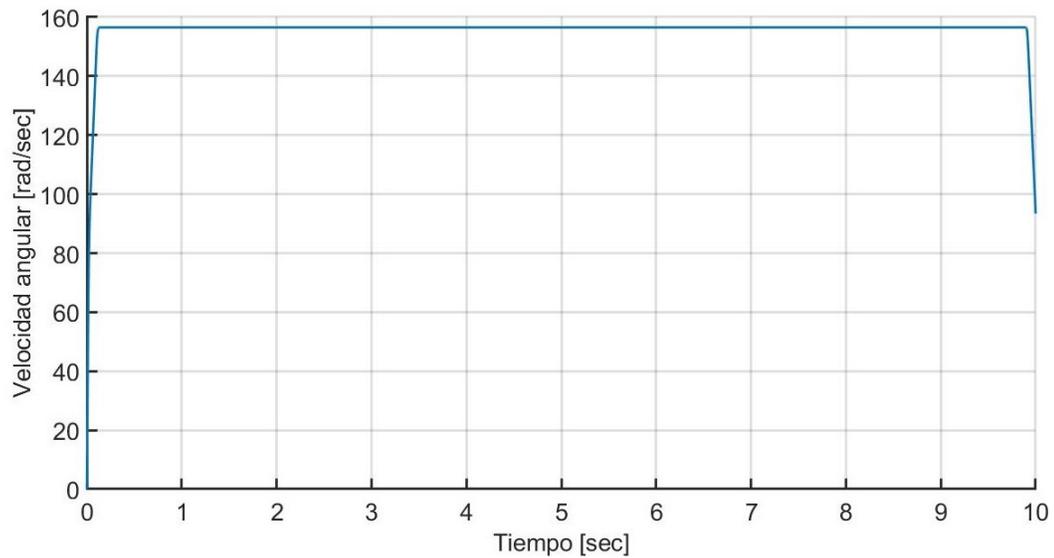


	Valor [A]	Tiempo [s]
Maximo	22.94	0.00725
Minimo	-3.113	10
pico a pico	26.05	
Medio	0.2206	
RMS	0.9691	

Tabla 4.1.11: Datos de la señal de corriente con respecto a la entrada de voltaje de 90 V

Velocidad angular

Figura 4.1.19: Señal de velocidad angular con respecto a la entrada de voltaje de 90 V



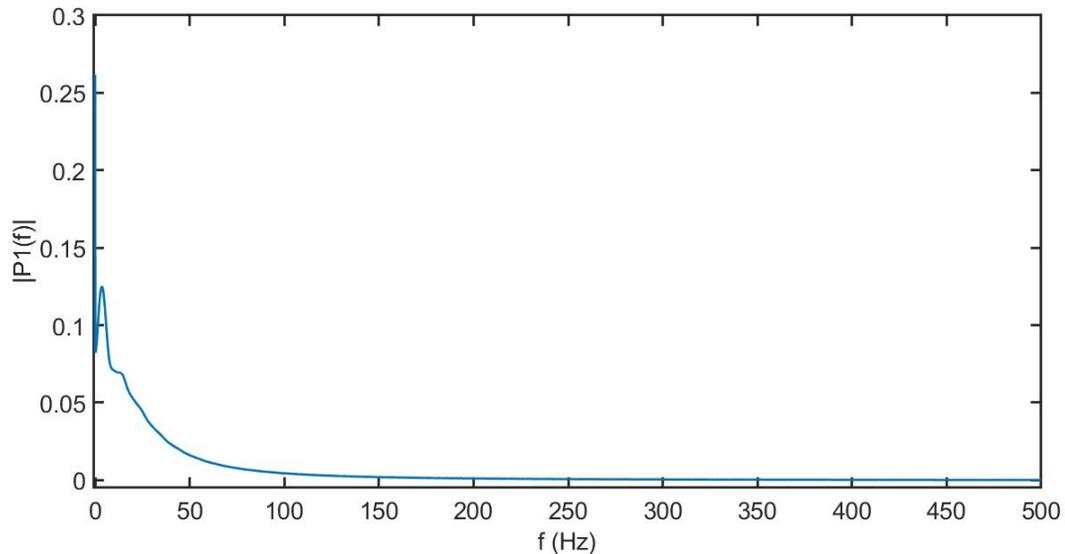
	Valor [rad/s]	Tiempo [s]
Maximo	156.5	0.136
Minimo	0	0
pico a pico	156.5	
Medio	156.5	
RMS	155.8	

Tabla 4.1.12: Datos de la señal de velocidad angular con respecto a la entrada de voltaje de 90 V

Con respecto a la entrada de voltaje se puede observar en la figura 4.1.18 que la corriente se estabilizara al igual que la entra de voltaje y solo se perturbara al inicio y final puesto que hay es cuando cambia el voltaje de entrada, y la figura 4.1.19 que la velocidad angular tiende a seguir el comportamiento de la entrada de voltaje estabilizándose y solo con perturbaciones al inicio y al final que es cuando la señal de 0 a 90 V y cuando pasa de 90 a 0 V .

Después de obtener las salidas de corriente y velocidad angular, mediante la implementación de la transformada rápida de Fourier de las señales resultantes de la entrada torque de una señal generada por el bloque chirp se obtiene la siguiente señal

Figura 4.1.20: Fourier respecto a la señal de entrada de voltaje de 90 V



Al observar el bode resultante de la corriente-voltaje en la figura 4.1.22 podemos notar que solo tiene una pequeña irregularidad al principio debido a que en ese momento esta cambiando la señal de 0 a 90 V.

A continuación se mostraran los diagramas de bode obtenidos de las funciones de transferencia mostradas en la figura 3.2.4:

Figura 4.1.21: Bode de la función de transferencia de velocidad angular - voltaje

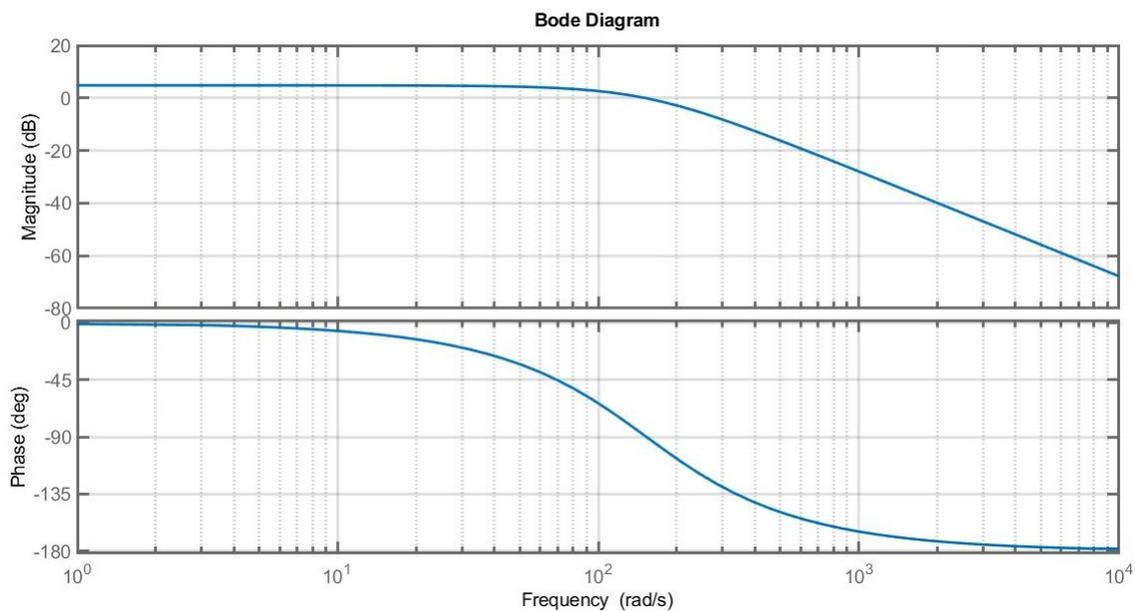
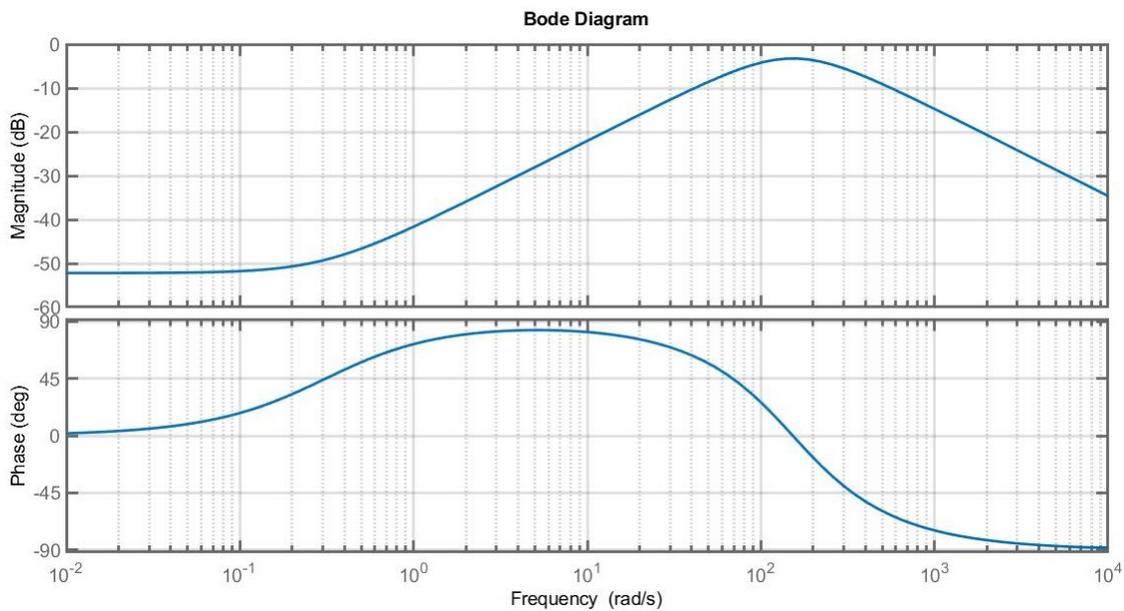


Figura 4.1.22: Bode de la función de transferencia de Corriente - voltaje



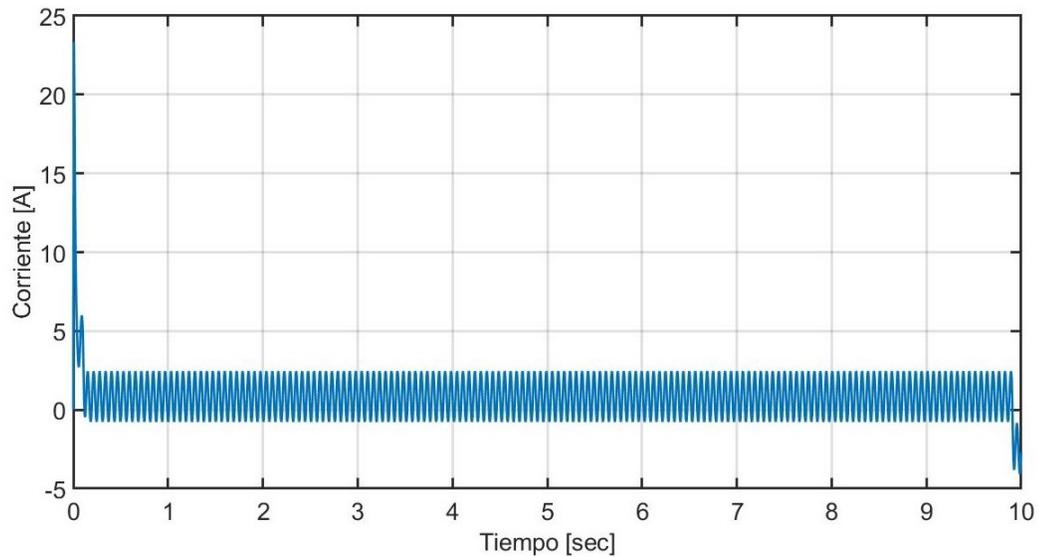
4.2. Entrada torque y voltaje implementando el modelo del motor DC

Mediante la simulación del motor DC con dos entradas 3.2.3 en los cuales se le introduce el torque y voltaje previamente implementado logramos obtener tres señales con un

comportamiento más cercano a la realidad, ya que estos afectarían al mismo tiempo la salida, asimismo cada una de las frecuencias que se usaron en el torque:

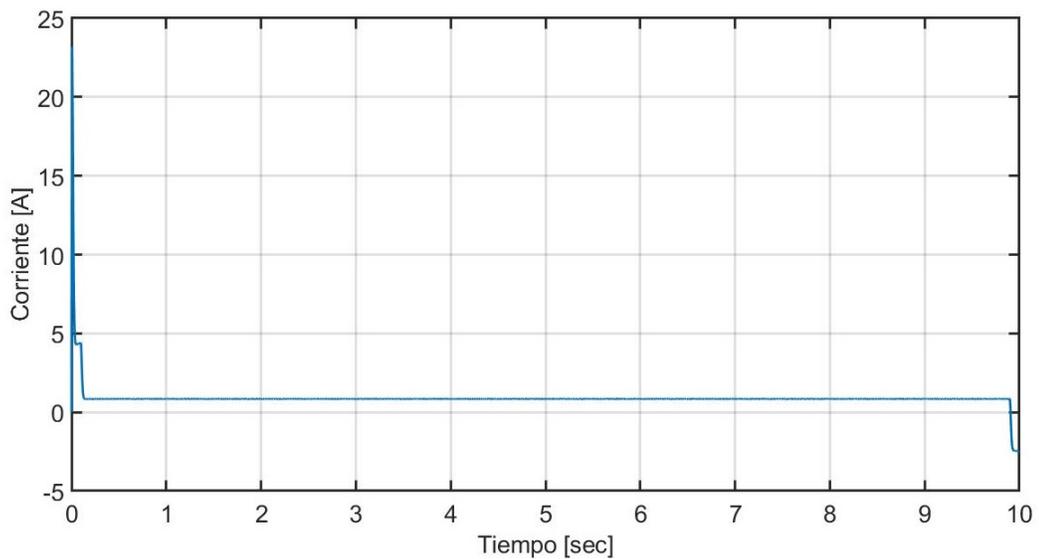
4.2.1. Entrada de voltaje y torque de 100 rad/sec

Figura 4.2.1: Señal de corriente con respecto a la entrada de voltaje y torque con un voltaje de 90 V y una señal seno de 100 rad/sec.



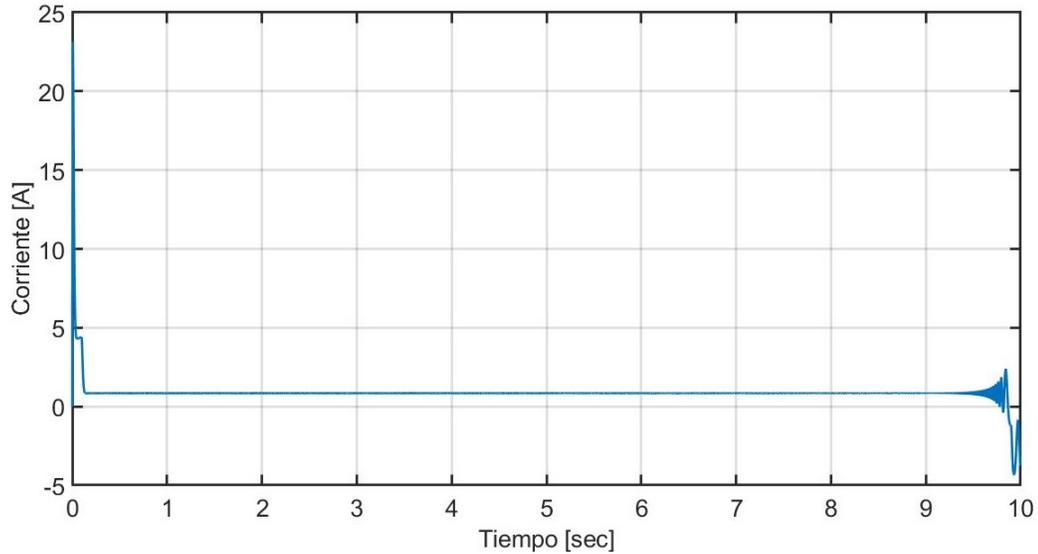
4.2.2. Entrada voltaje y torque de 2500 rad/sec

Figura 4.2.2: Señal de corriente con respecto a la entrada de voltaje y torque con un voltaje de 90 V y una señal seno de 2500 rad/sec.



4.2.3. Entrada voltaje y torque de señal chirp

Figura 4.2.3: Señal de corriente con respecto a la entrada de voltaje y torque con un voltaje de 90 V y una señal del bloque chirp.

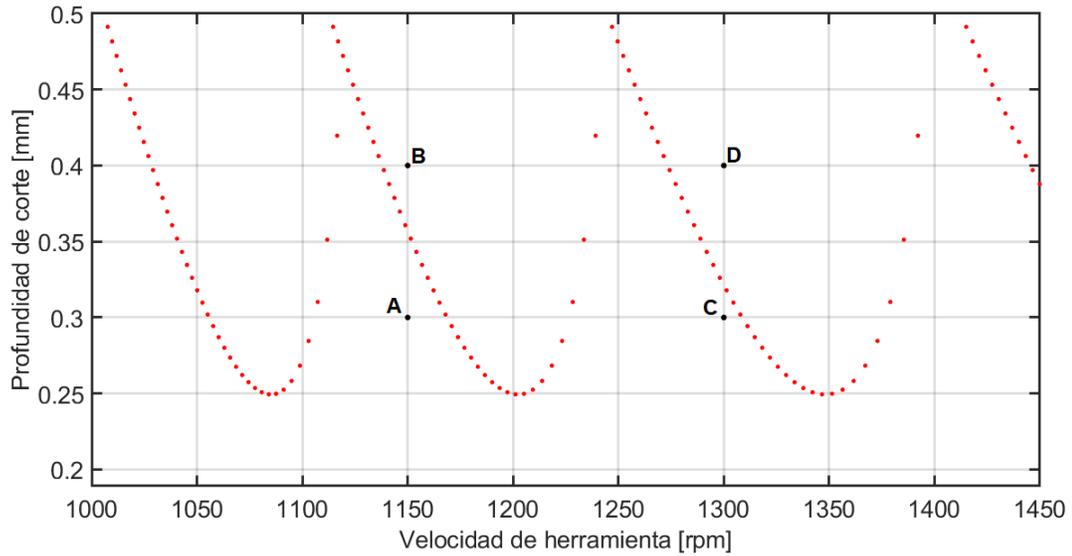


4.3. Construcción de diagrama de lóbulos

Se elabora un código en el programa MATLAB anexo en el apéndice E con las ecuaciones de la sección 3.3, además, de tener en cuenta el planteamiento de la referencia [21] para el ángulo de entrada que esta expuesto en la ecuación 3.3.12 donde x tomara un valor de 180° y el ángulo de salida que esta expresado en la ecuación 3.3.13 donde el valor de y disminuirá al aumentar el número de filos de la herramienta, por tal motivo, se escoge un valor de 105° ya que la máquina utilizará una herramienta de tres filos debido a la propuesta de la fuente [25] donde se concluye que la herramienta al tener esta característica es más inestable.

Se realiza el diagrama de lóbulos para el proceso de fresado para el aluminio utilizando las ecuaciones 3.3.14 a 3.3.17, como se muestra a continuación:

Figura 4.3.1: Diagrama de lóbulos para maquinado de material aluminio



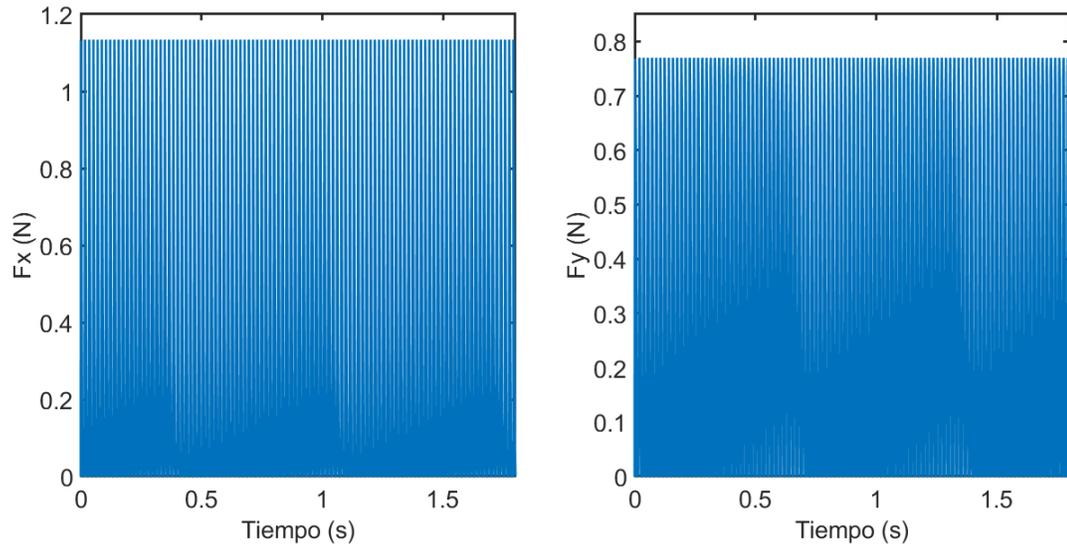
Se puede notar que en la figura 4.3.1 se escogieron cuatro puntos (A, B, C y D) de los cuales los puntos B y D están en una región inestable y los puntos A y C están en una región estable. Estas regiones se especifican en la tabla 4.3.1.

Punto	h [mm]	Ω [rpm]
A	0.3	1150
B	0.4	1150
C	0.3	1300
D	0.4	1300

Tabla 4.3.1: Datos obtenidos de profundidad de corte con respecto a la velocidad de la herramienta.

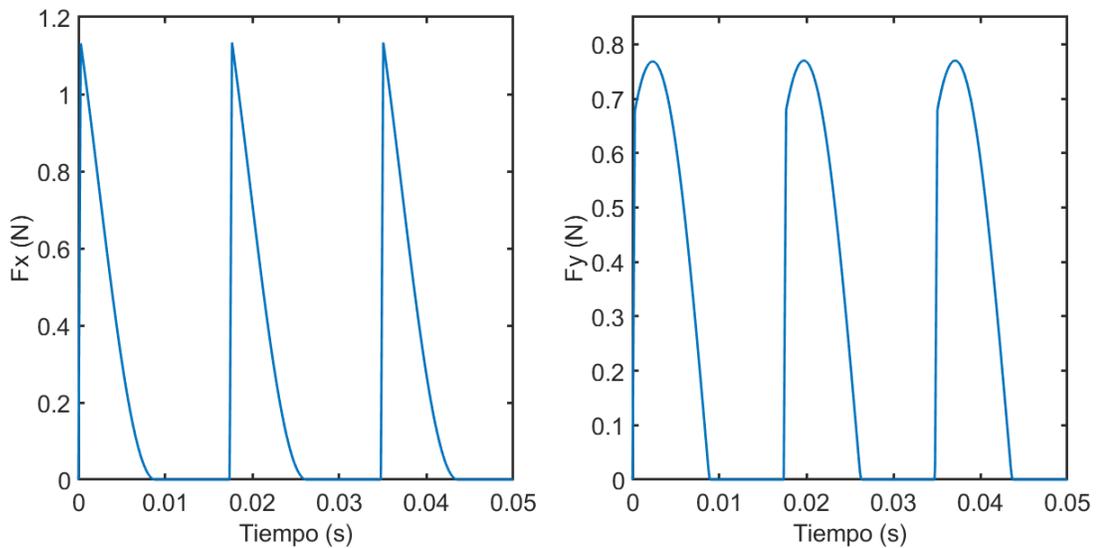
Con los datos obtenidos anteriormente en la tabla 4.3.1 y el modelado del proceso de fresado, se elabora un código en el programa MATLAB anexo en el apéndice F que simula las fuerzas de corte en los ejes x y y , de cada uno de los puntos de estabilidad e inestabilidad del diagrama de lóbulos de la figura 4.3.1, como se muestra a continuación:

Figura 4.3.2: Señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto A de estabilidad con características: a) $h=0.3$ mm; b) $\Omega = 1150rpm$.



En la figura 4.3.2, se observa que la señal de las fuerzas de corte en los ejes x y y es estable, es decir que su amplitud se mantiene constante en el tiempo debido a esto, se deduce que concuerda con el punto que se tomo en el diagrama de lóbulos de la figura 4.3.1 como zona de estabilidad.

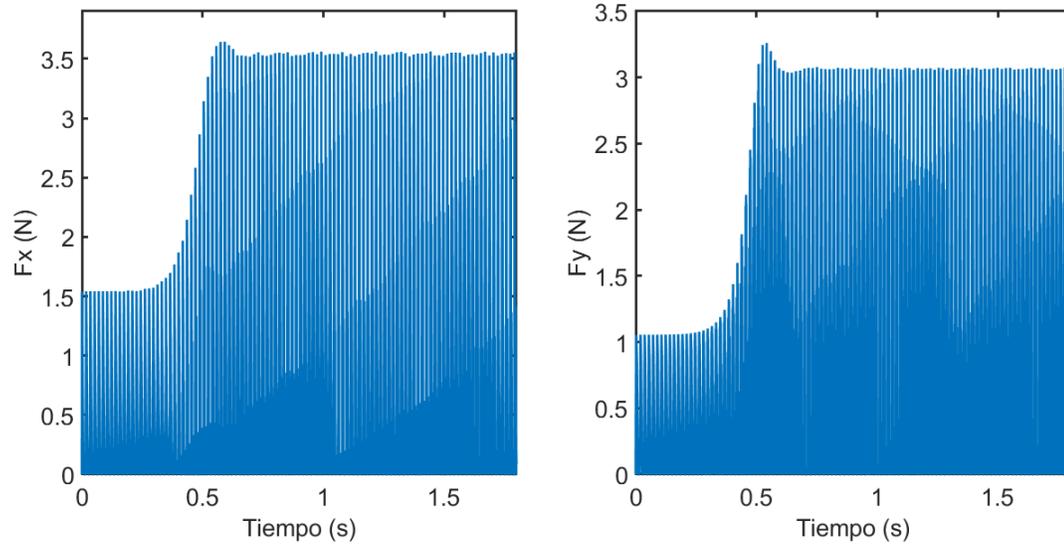
Figura 4.3.3: Forma de onda de las señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto A.



La figura 4.3.3 muestra un ajuste en la escala para visualizar la forma de onda de las fuerzas

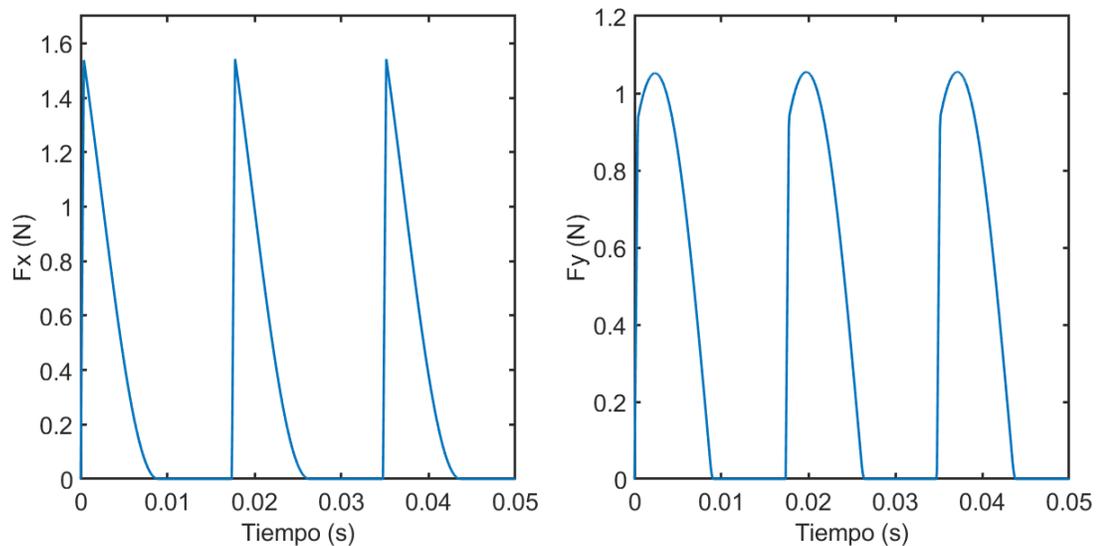
x y y , también es posible observar que la forma de la señal es parecida a unos dientes.

Figura 4.3.4: Señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto B de inestabilidad con características: a) $h=0.4$ mm; b) $\Omega = 1150rpm$.



En la figura 4.3.4, se observa que la señal de las fuerzas de corte en los ejes x y y es inestable, es decir que su amplitud varía en el tiempo, por lo tanto se deduce que concuerda con el punto que se tomó en el diagrama de lóbulos de la figura 4.3.1 como zona de inestabilidad.

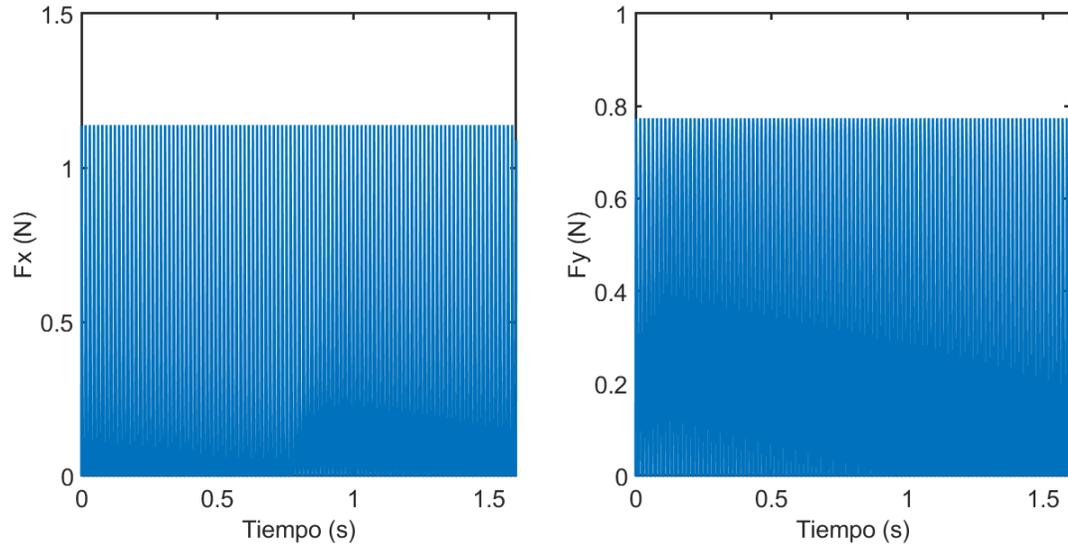
Figura 4.3.5: Forma de onda de las señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto B.



La figura 4.3.5 muestra un ajuste en la escala para visualizar la forma de onda de las fuerzas

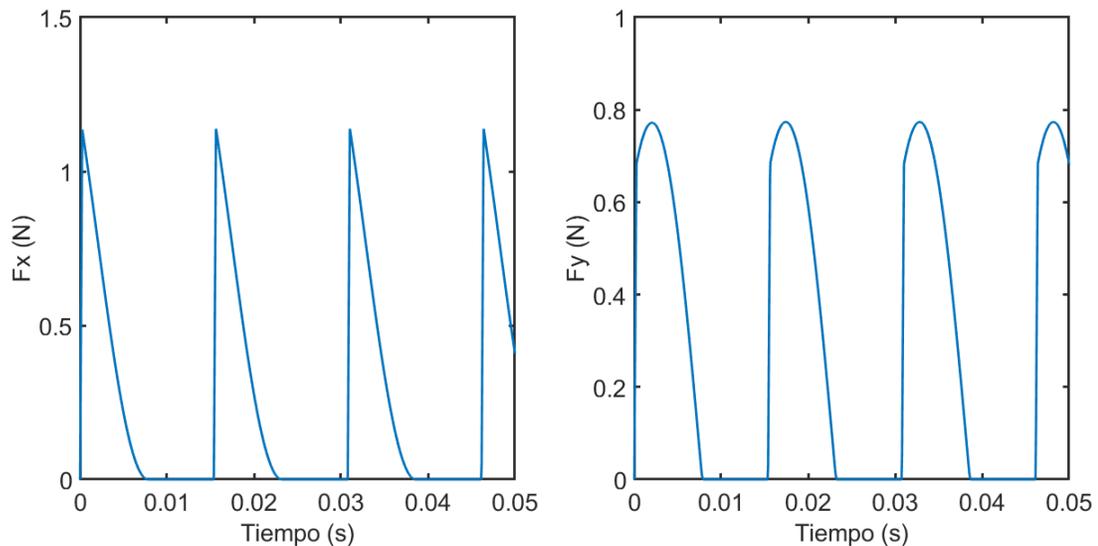
x y y , también es posible observar que la forma de la señal es parecida a unos dientes.

Figura 4.3.6: Señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto C de estabilidad con características: a) $h=0.3$ mm; b) $\Omega = 1300rpm$.



En la figura 4.3.6, se observa que la señal de las fuerzas de corte en los ejes x y y es estable ya que su amplitud se mantiene constante en el tiempo, dado esto se deduce que concuerda con el punto que se tomó en el diagrama de lóbulos de la figura 4.3.1 como zona de estabilidad.

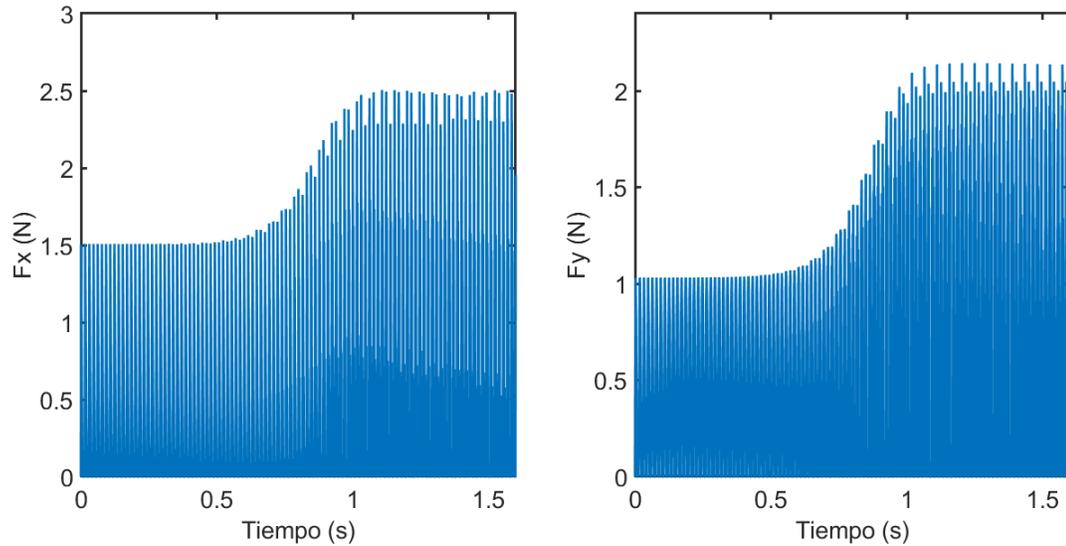
Figura 4.3.7: Forma de onda de las señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto C.



La figura 4.3.7 muestra un ajuste en la escala la para visualizar la forma de onda de las fuerzas

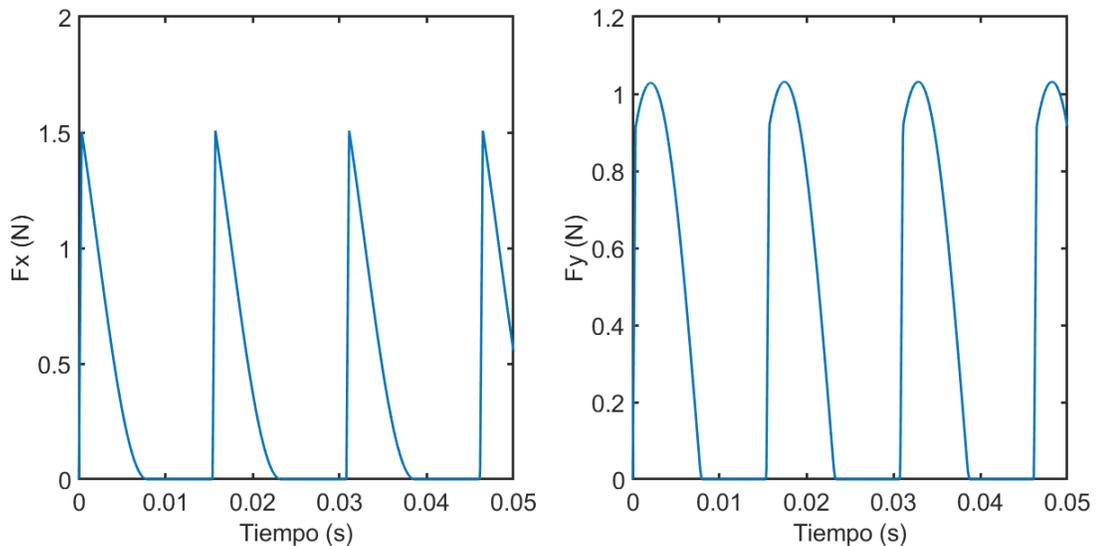
x y y , también es posible observar que la forma de la señal es parecida a unos dientes.

Figura 4.3.8: Señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto D de inestabilidad con características: a) $h=0.4$ mm; b) $\Omega = 1300rpm$.



En la figura 4.3.8, se observa que la señal de las fuerzas de corte en los ejes x y y es inestable, es decir que su amplitud es variante en el tiempo, por lo tanto se deduce que concuerda con el punto que se tomo en el diagrama de lóbulos de la figura 4.3.1 como zona de inestabilidad.

Figura 4.3.9: Forma de onda de las señales de las fuerzas de corte en los ejes x y y en el punto D.

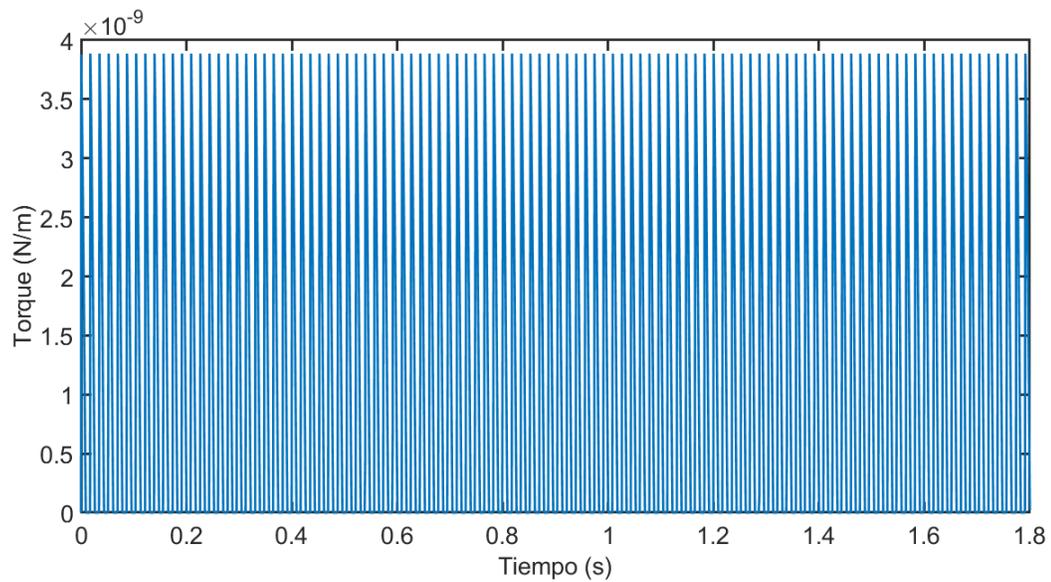


La figura 4.3.7 muestra un ajuste en la esca la para visualizar la forma de onda de las fuerzas

x y y , también es posible observar que la forma de la señal es parecida a unos dientes.

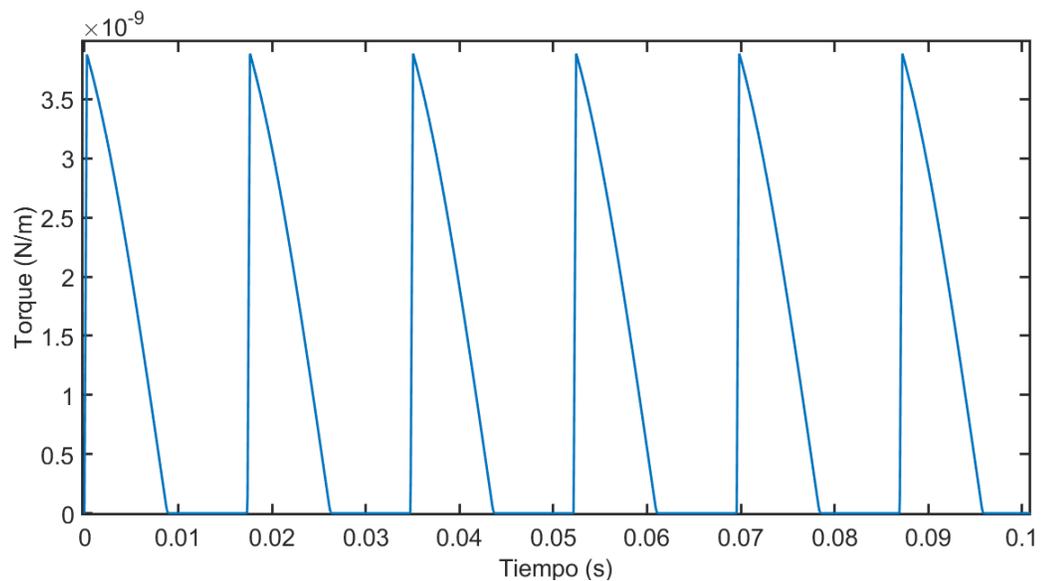
Además con el código realizado en MATLAB anexo en el apéndice F, se simula el torque que se produce en cada uno de los puntos de estabilidad e inestabilidad del diagrama de lóbulos de la figura 4.3.1, como se muestra a continuación:

Figura 4.3.10: Señal de torque producido en el punto A.



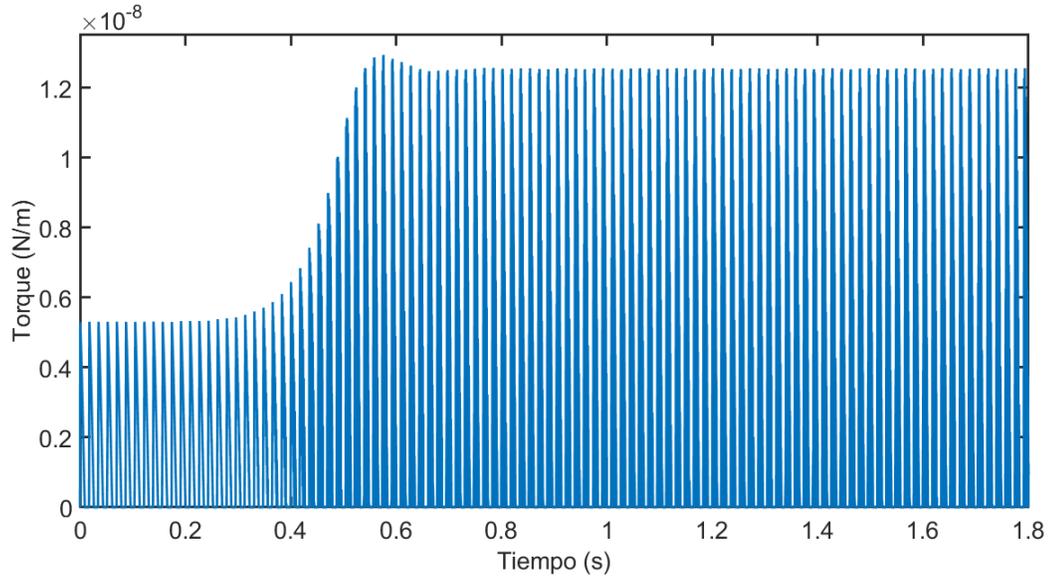
Se nota que la figura 4.3.10 coincide con el comportamiento de la figura 4.3.2 ya que es estable, en otras palabras se mantiene constante su amplitud.

Figura 4.3.11: Forma de onda de la señal de torque en el punto A.



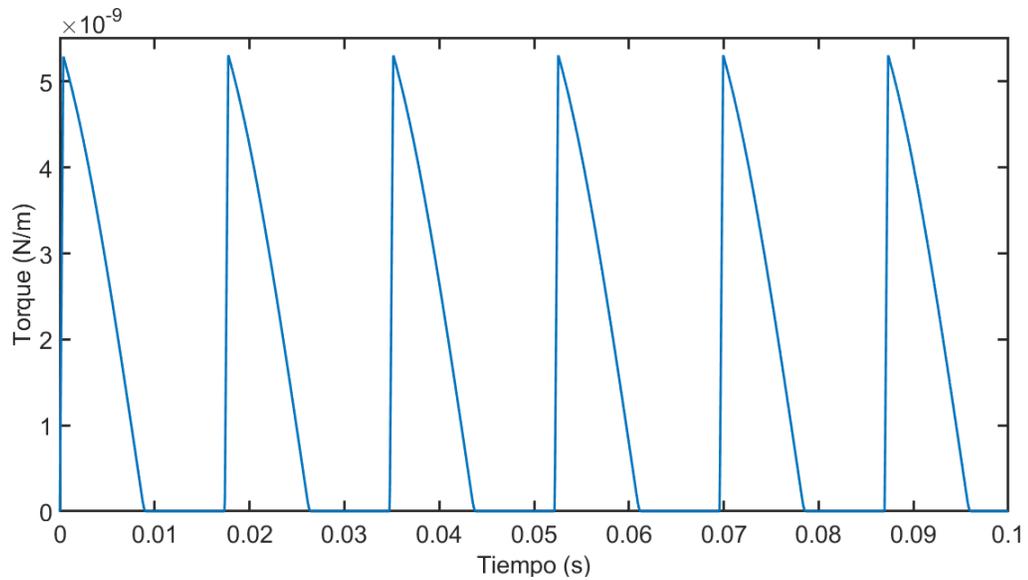
La figura 4.3.11 muestra un ajuste en la escala para visualizar la forma de onda de la señal de torque donde se deduce que es igual a unos dientes.

Figura 4.3.12: Señal de torque producido en el punto B.



Se observa que la figura 4.3.13 coincide con el comportamiento de la figura 4.3.4 dado que es inestable, en otras pa labras su amplitud no se mantiene constante.

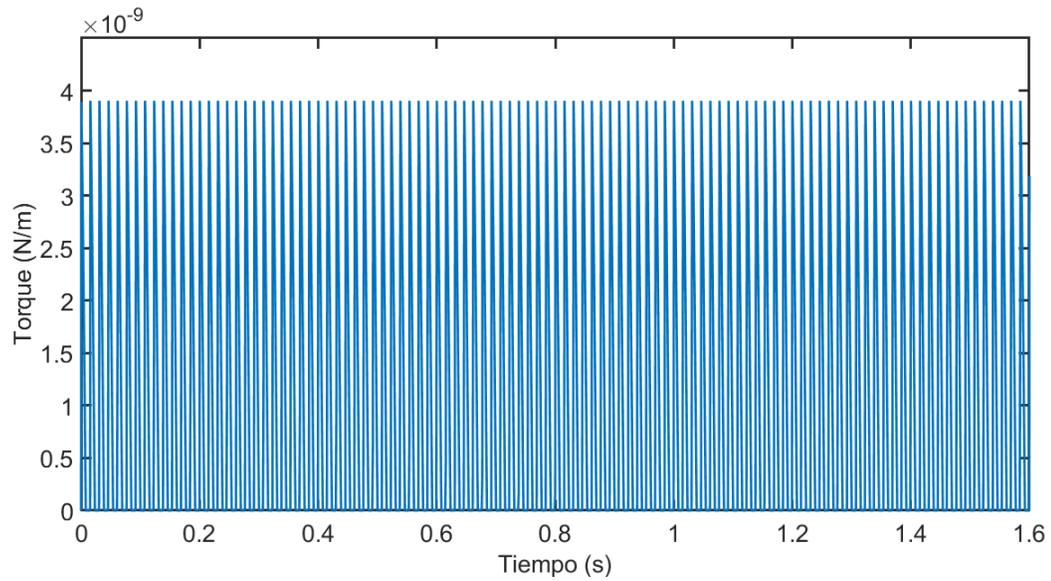
Figura 4.3.13: Forma de onda de la señal de torque en el punto B.



La figura 4.3.12 muestra un ajuste en la esca la para visualizar la forma de onda de la señal

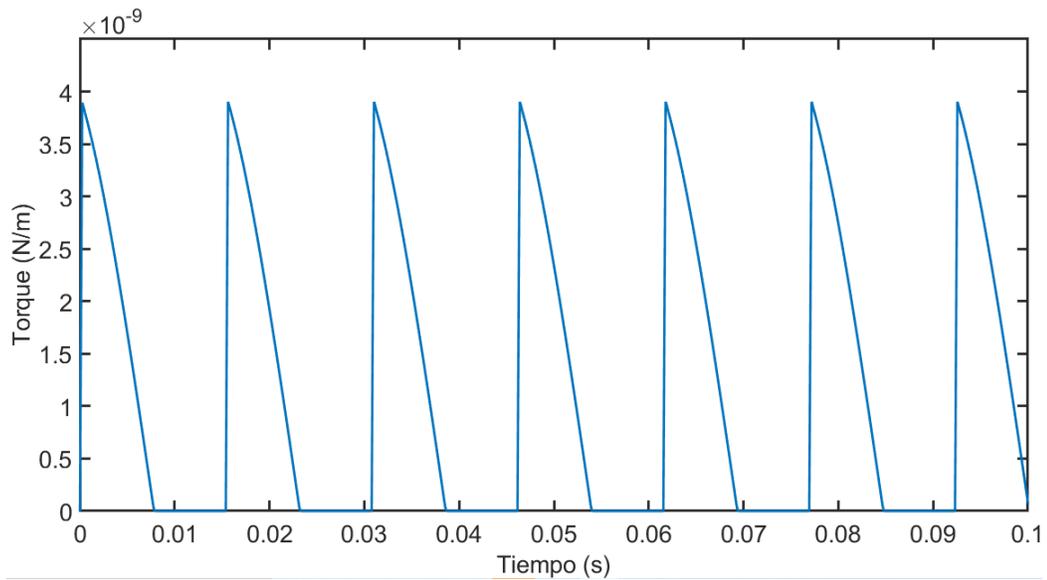
de torque donde se deduce que es igual a unos dientes.

Figura 4.3.14: Señal de torque producido en el punto C.



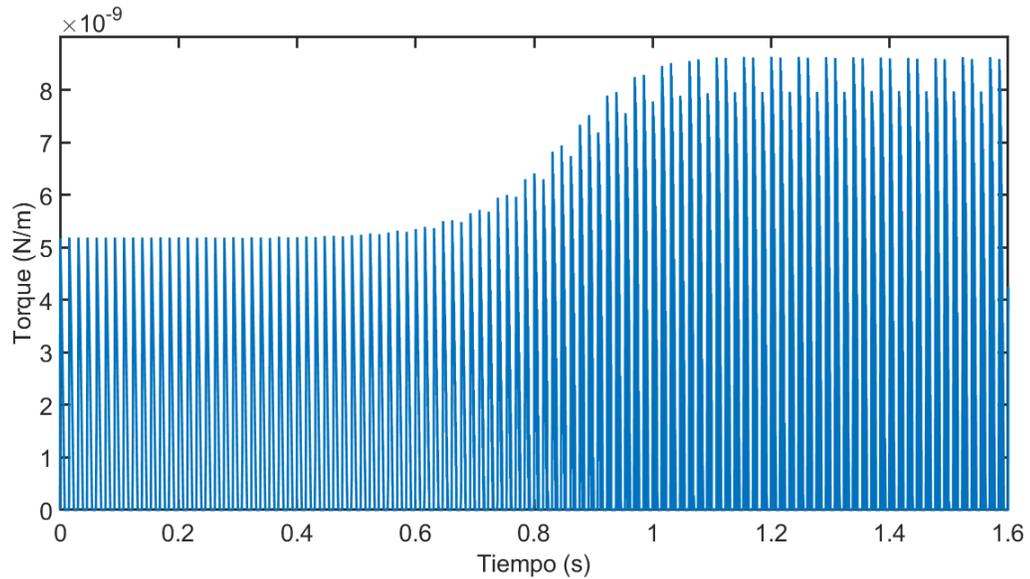
Se nota que la figura 4.3.15 coincide con el comportamiento de la figura 4.3.6 dado que es estable, en otras palabras su amplitud se mantiene constante.

Figura 4.3.15: Forma de onda de la señal de torque en el punto C.



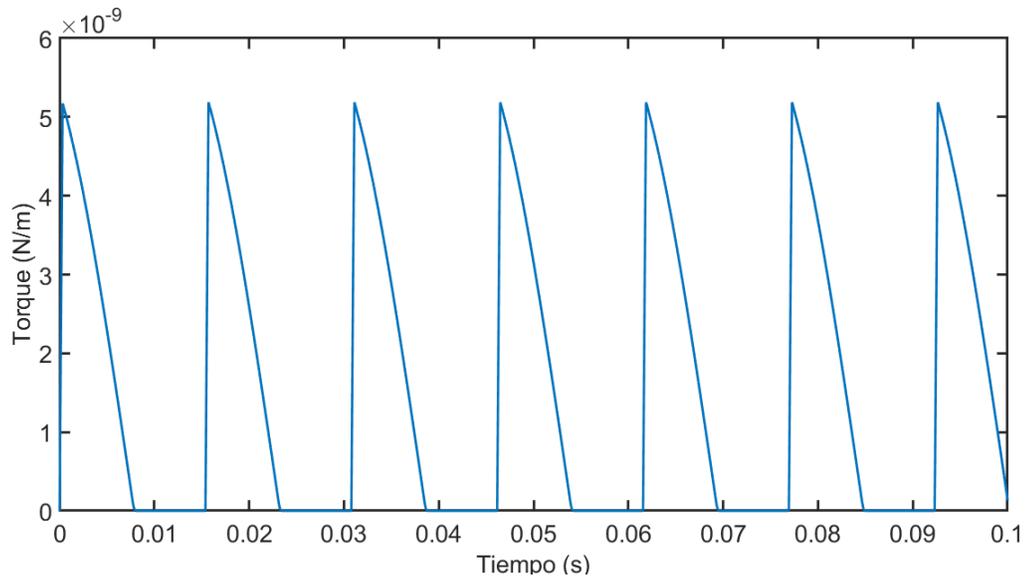
La figura 4.3.14 muestra un ajuste en la escala para visualizar la forma de onda de la señal de torque donde se deduce que es igual a unos dientes.

Figura 4.3.16: Señal de torque producido en el punto D.



Se observa que la figura 4.3.17 coincide con el comportamiento de la figura 4.3.8 ya que es inestable, es decir se mantiene constante su amplitud.

Figura 4.3.17: Forma de onda de la señal de torque en el punto D.

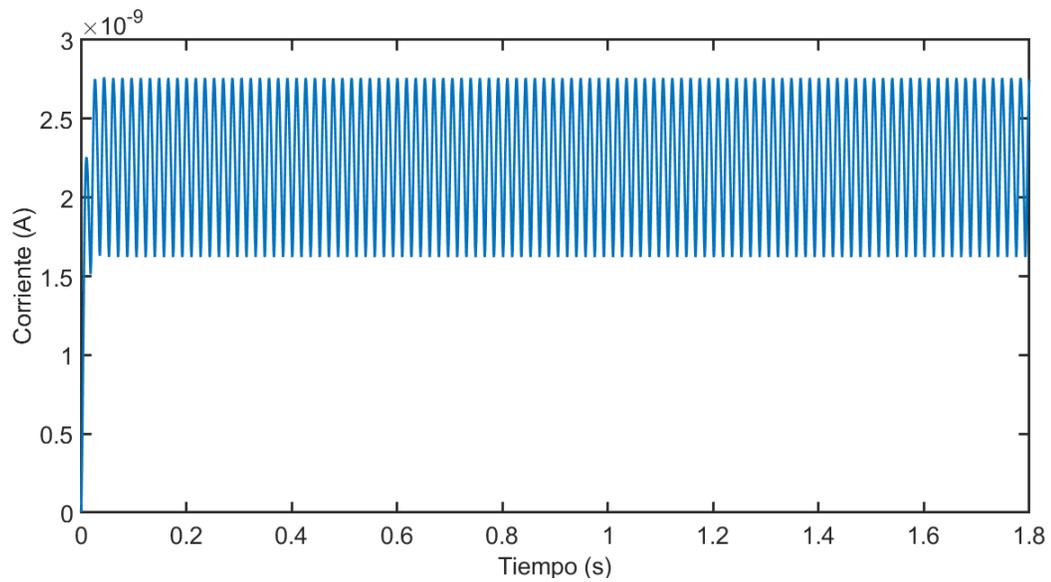


La figura 4.3.14 muestra un ajuste en la escala para visualizar la forma de onda de la señal de torque donde se deduce que es igual a unos dientes.

A partir de los torques obtenidos de los puntos escogidos de estabilidad e inestabilidad,

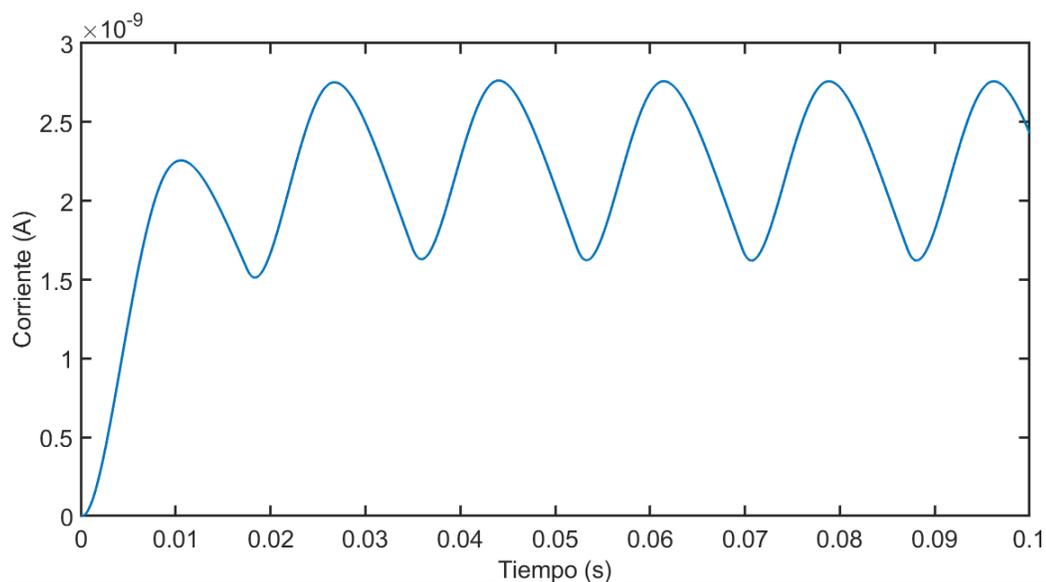
se realiza la simulación de la salida de corriente por medio de la función de transferencia expresada en la ecuación 3.2.4 ya que el resultado obtenido mediante esta función es muy parecido al resultado obtenido en el modelo del motor DC realizado en Simulink de la figura 3.2.3, es decir que las diferencias entre los datos de cada caso es mínimo. Este proceso se plantea en el código elaborado en MATLAB anexo en el apéndice F, con el cual se obtienen las salidas de corriente con respecto a las entradas de torque de cada punto del diagrama de lóbulos.

Figura 4.3.18: Señal de salida de corriente en el punto A.



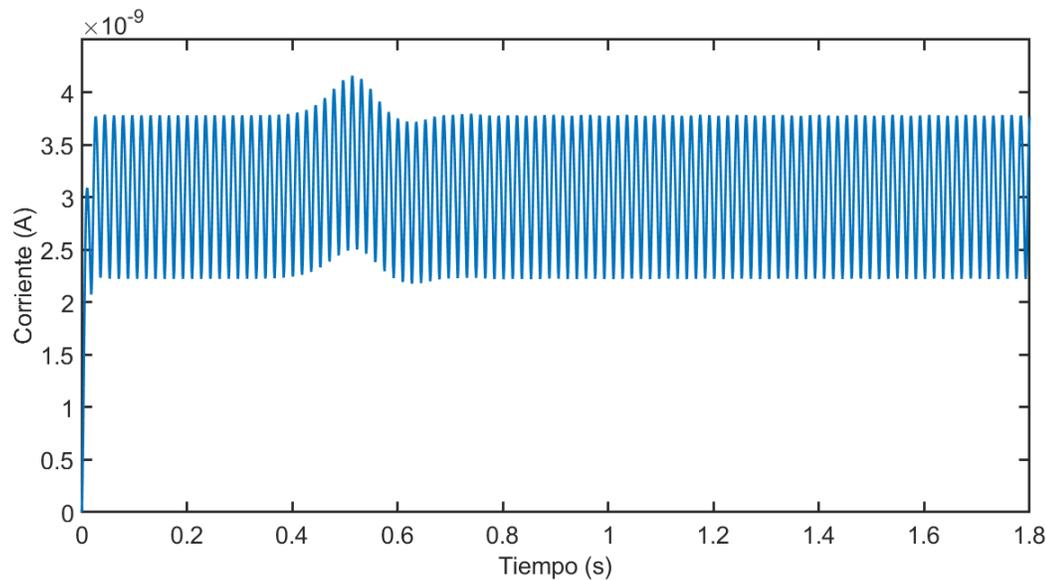
Se observa que la figura 4.3.18 concuerda con el comportamiento estable de la figura 4.3.11 dado que al estabilizarse la señal se mantiene constante en su amplitud.

Figura 4.3.19: Forma de onda de la señal de la corriente en el punto A.



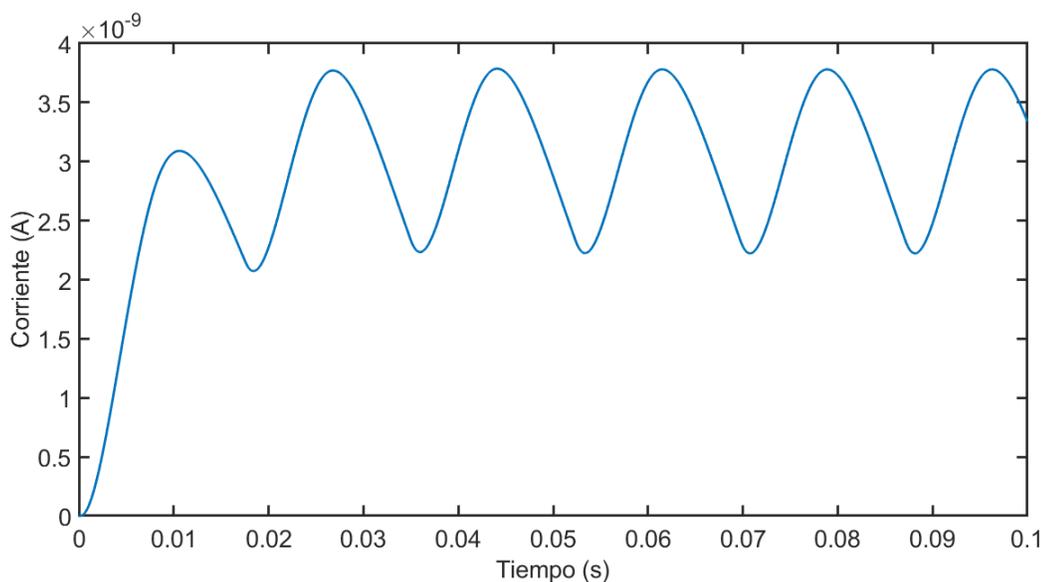
La figura 4.3.19 muestra un ajuste realizado en la escala para visualizar la forma de onda de la señal, además del instante en el cual la señal se estabiliza.

Figura 4.3.20: Señal de salida de corriente en el punto B.



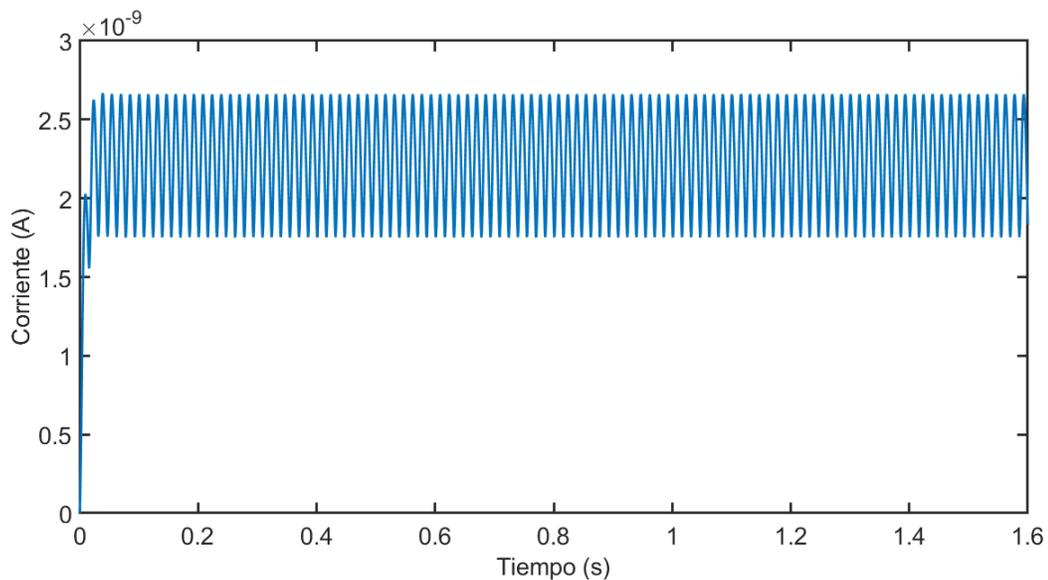
Se observa que la figura 4.3.20 concuerda con el comportamiento inestable de la figura 4.3.12 dado que al estabilizarse la señal se mantiene constante en su amplitud.

Figura 4.3.21: Forma de onda de la señal de la corriente en el punto B.



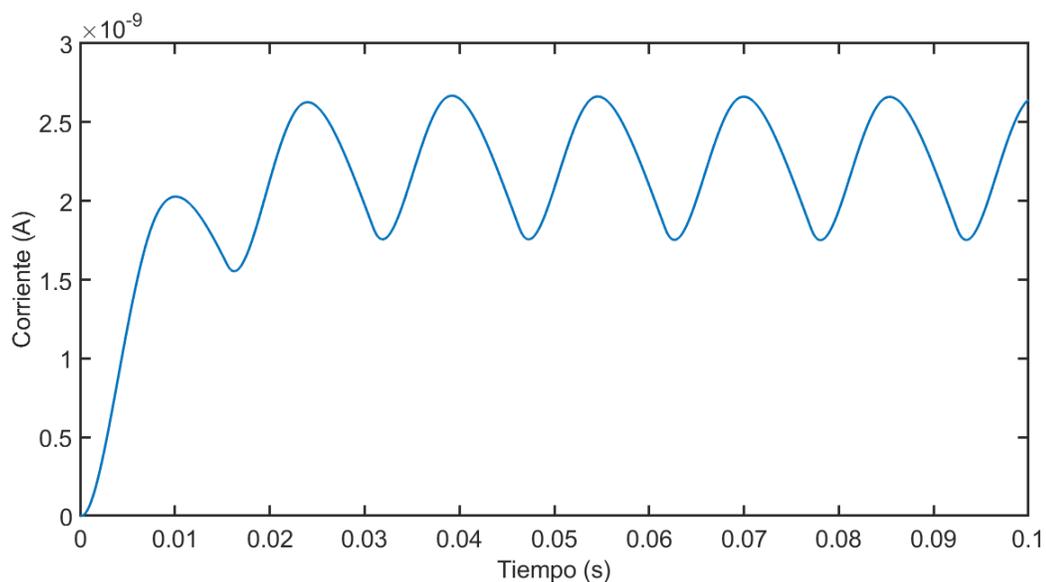
La figura 4.3.21 muestra un ajuste realizado en la escala para visualizar la forma de onda de la señal, además del instante en el cual la señal se estabiliza.

Figura 4.3.22: Señal de salida de corriente en el punto C.



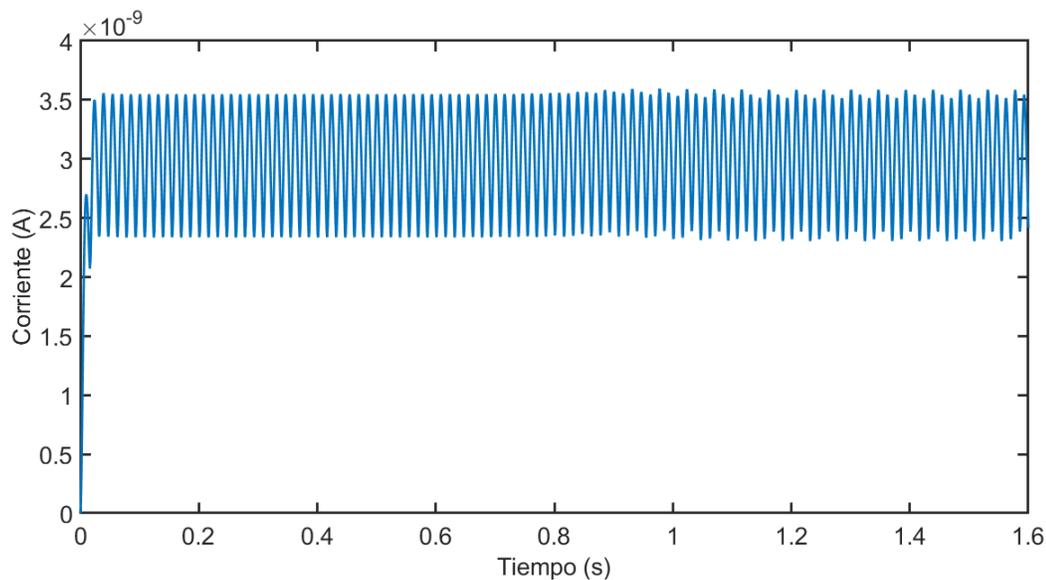
Se observa que la figura 4.3.22 concuerda con el comportamiento estable de la figura 4.3.14 dado que al estabilizarse la señal se mantiene constante en su amplitud.

Figura 4.3.23: Forma de onda de la señal de la corriente en el punto C.



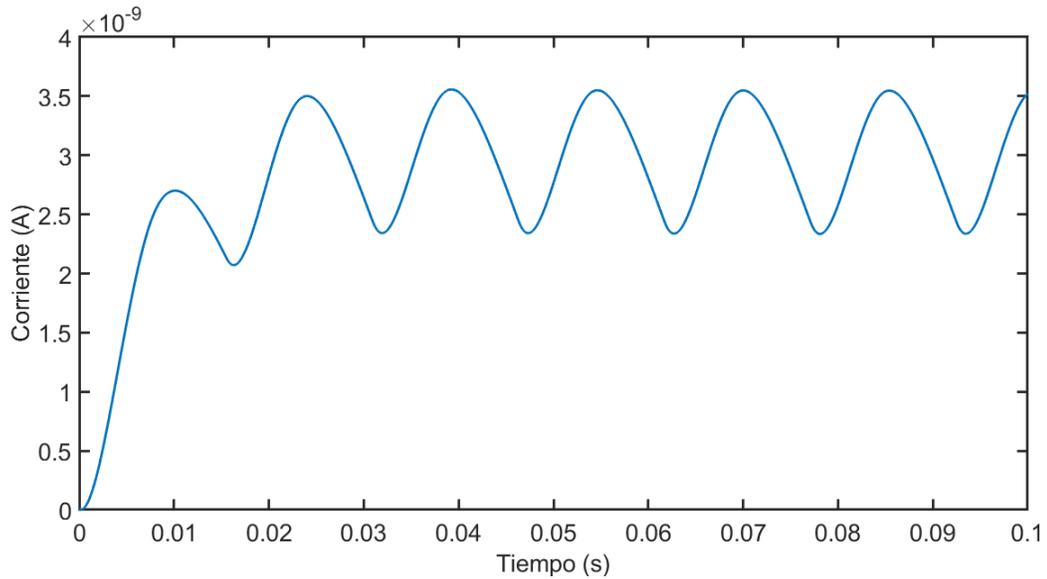
La figura 4.3.23 muestra un ajuste realizado en la escala para visualizar la forma de onda de la señal, además del instante en el cual la señal se estabiliza.

Figura 4.3.24: Señal de salida de corriente en el punto D.



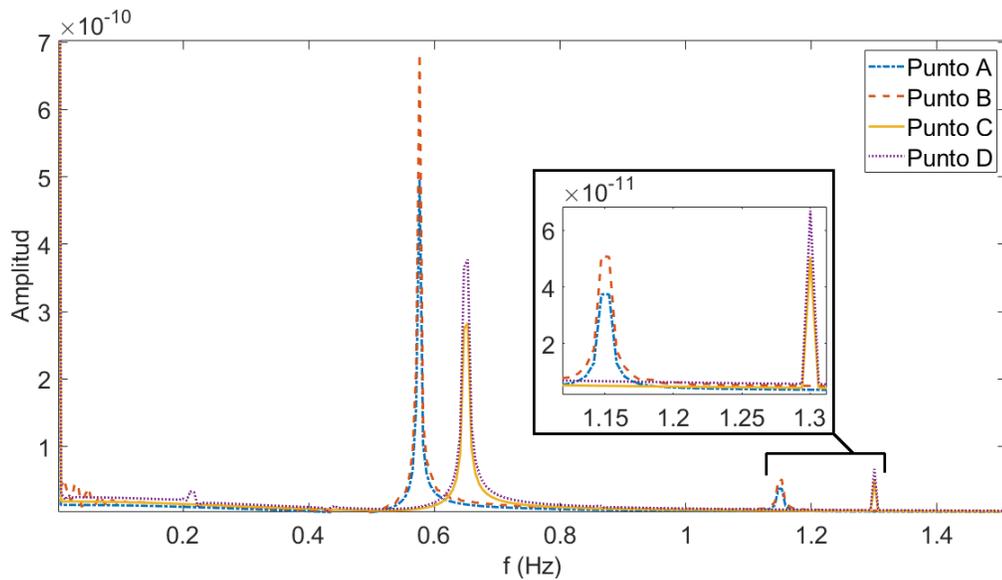
Se observa que la figura 4.3.24 concuerda con el comportamiento inestable de la figura 4.3.16 dado que al estabilizarse la señal se mantiene constante en su amplitud.

Figura 4.3.25: Forma de onda de la señal de la corriente en el punto D.



La figura 4.3.25 muestra un ajuste realizado en la escala para visualizar la forma de onda de la señal, además del instante en el cual la señal se estabiliza.

Figura 4.3.26: Transformada de Fourier de la corriente en los puntos de estabilidad



Se observa en la figura 4.3.26 que los puntos A y B tienen una potencia más alta de señal en la frecuencia de 0.6 Hz debido a los armónicos causados por velocidad del husillo escogida para estos casos que es de 1150 rpm, sin embargo se deduce que esa frecuencia es de chatter en el

punto B ya que esta en la región de inestabilidad, además al tener una profundidad de corte diferente ocasiona que el punto A sea de una amplitud de 5×10^{-10} ya que es un punto en la región de estabilidad, en cambio el punto B tiene una amplitud de 7×10^{-10} aproximadamente dado que es un punto en la región de inestabilidad, asimismo los puntos C y D tienen una potencia más alta de señal en la frecuencia de 0.6 Hz debido a los armónicos causados por velocidad del husillo escogida para estos casos que es de 1300 rpm, sin embargo se deduce que esa frecuencia es de chatter en el punto B ya que esta en la región de inestabilidad, además al tener una profundidad de corte diferente ocasiona que el punto C sea de una amplitud de 3×10^{-10} ya que es un punto en la región de estabilidad, en cambio el punto B tiene una amplitud de 4×10^{-10} aproximadamente dado que es un punto en la región de inestabilidad. Cabe señalar que esta figura tiene un ajuste de escala para visualizar de mejor manera los picos donde tiene más potencia la señal por lo cual para observar el fenómeno más claro, es decir que sea posible ver más armónicos se necesitaría que el rango del eje de frecuencia sea mayor, por lo tanto se tiene una atenuación por la respuesta en frecuencia del diagrama de Bode de corriente con respecto al torque.

4.4. Medición practica de la corriente

Para la medición practica de la corriente se han venido implementando sensores, los cuales cumplen con las características de frecuencia y RMS de las señales obtenidas en el desarrollo de este trabajo trabajo 4.1.6, 4.1.10, 4.1.12 obtenidas en el capítulo 4, en investigaciones anteriores se propone el sensor efecto Hall para la medición de la corriente en el husillo ya que es un dispositivo no invasivo en la máquina debido a que depende de la variación en el campo magnético. Para ello se proponen dos sensores los cuales son el ACS712 y el ACS756xCB Apéndice D, Teniendo en cuenta principalmente los siguientes datos

- **ACS712**

Ancho de banda	80 kHz
Sensibilidad de salida	60 a 185 mV/A
Ruido	21 mV

Tabla 4.4.1: Datos pertinentes ACS712

- ACS756xCB

Ancho de banda	120 kHz
Sensibilidad de salida	20 a 40 mV/A
Ruido	10 mV

Tabla 4.4.2: Datos pertinentes ACS756xCB

Capítulo 5

Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

Con diferencia a los trabajos citados en el capítulo 1 en la sección del estado del arte, se prueba el modelo del motor con diferentes señales que representan el torque externo, con el fin de verificar que la salida de corriente depende de este, es decir, que si hay perturbaciones en la entrada de torque que se vera reflejado en la corriente, como se demuestra en las figuras 4.1.6, 4.1.2 y 4.1.10, además, de que el modelo planteado posee dos ejes y un grado de libertad giratorio.

Es posible observar que se cumple la relación entre el diagrama de bode y la transformada de Fourier, esto debido a que en los diagramas de bode se puede observar la magnitud y la frecuencia de corte, lo que indicara a partir de que frecuencia la magnitud del punto o los puntos de la transformada de Fourier crecerá o disminuirá, como se observo la señal seno de frecuencia de 100 rad/sec, lo cual ocasiono que se generara un pico con gran magnitud en el Fourier, esto debido que al realizar el bode de la función de transferencia de corriente - torque la señal de la magnitud nos dice que por encima de frecuencias 10 rad/sec la magnitud comenzara a reducirse y para valores menores de 10 rad/sec la magnitud tendrá un pequeño aumento, por consecuente las señales de torque que entran al sistema y tengan una frecuencia menor de 10 rad/sec presentaran afectaciones considerables sobre el sistema. Por otra parte en la seno de frecuencia de 2500 rad/sec ocasiono que se generara un pico de pequeña magnitud en el Fourier, ya que el bode es el mismo para las dos frecuencias podemos decir que por ello

se observa un pico muy poco notorio para la señal de frecuencia constante de 2500 rad/sec, por consecuente las señales de torque que entran al sistema y tengan una frecuencia mayor de 10 rad/sec presentaran afectaciones menos considerables sobre el sistema entre mayor sea la frecuencia de dicha señal de entrada.

Al realizar el modelo del motor se observa la afectación que tiene la entrada de torque en el sistema, y más aun con frecuencias bajas como se explico en el párrafo anterior, ocasionando así que al momento de alcanzar el motor DC su voltaje pico y estabilizarse comiencen a generarse oscilaciones, que se pueden traducir como inestabilidad en la corriente del sistema, permitiendo así comparar que seria el caso sin presencia de chatter y el caso de presencia de un chatter notable comprobando así la presencia del chatter.

Para la selección de los puntos del diagrama de lóbulos se implementaron cuatro en total, donde el punto A y B tienen una misma velocidad del husillo de 1150 rpm, igualmente los puntos C y D tienen una velocidad igual de 1300 rpm pero en ambos casos los puntos utilizan una profundidad de corte distinta. A partir de estas características escogidas de los puntos escogidos en las regiones de estabilidad e inestabilidad del diagrama de lóbulos del proceso de fresado, se plantea el modelo dinámico del fresado mediante el cual es posible realizar las fuerzas de corte en los ejes x y y , además de determinar que las condiciones preestablecidas influyen en el comportamiento de la señal, es decir que afecta la estabilidad de la amplitud de la señal. Este problema se refleja también en las señales de torque producidas en cada caso ya que este depende de la fuerza de corte tangencial, por lo cual los resultados son dos señales de torque con estabilidad y dos señales de torque con inestabilidad que al utilizarlas como entrada de torque externo en la función de transferencia se analiza que la salida de corriente seguirá el comportamiento presentado previamente en la entrada, es decir que cualquier perturbación que tenga el sistema, en este caso chatter, se verá reflejado en la corriente.

Al realizar el análisis de la transformada de Fourier de la corriente en los distintos puntos de estabilidad se encuentra que los puntos que tengan la misma velocidad del husillo tendrán los mismos armónicos en las señales, sin embargo con diferencia en la amplitud de las señales que depende de la profundidad de corte donde se nota que los puntos A y C de estabilidad tienen un rango menor que los puntos de B y D de inestabilidad, en donde las frecuencias obtenidas de estas señales serán de chatter.

5.2. Recomendaciones

El modelo propuesto en este documento es de dos grados de libertad, por lo tanto se sugiere realizar el análisis de modelos numéricos que se compongan de más grados de libertad tales como el giro de la herramienta. Igualmente plantear el modelo de la herramienta como un sistema continuo ya que al ser una estructura metálica se puede considerar que las propiedades del sistema están distribuidas de manera continua, de modo que se asume que una cantidad infinita de puntos del sistema puede vibrar.

En trabajos futuros, se recomienda utilizar un motor de corriente alterna para el modelado, por ejemplo un motor de inducción trifásica, debido a que tiene el objetivo de convertir energía eléctrica en energía mecánica.

Al realizar la obtención de datos experimentales en trabajos futuros, se sugiere que aparte de los sensores de corriente se empleen sensores de fuerza y aceleración como dispositivos de medición, además de realizar el proceso en distintos materiales para verificar su afectación en el maquinado.

Bibliografía

- [1] S. S. Rao, *Vibration of continuous systems*. Wiley Online Library, 2007, vol. 464.
- [2] G. Quintana and J. Ciurana, “Chatter in machining processes: A review,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 51, no. 5, pp. 363–376, 2011.
- [3] S. Tobias and W. Fishwick, “Theory of regenerative machine tool chatter,” *The engineer*, vol. 205, no. 7, pp. 199–203, 1958.
- [4] E. Mizrachi, S. Basovich, and S. Arogeti, “Robust time-delayed h synthesis for active control of chatter in internal turning,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 158, p. 103612, 2020.
- [5] Y. Altıntaş and E. Budak, “Analytical prediction of stability lobes in milling,” *CIRP annals*, vol. 44, no. 1, pp. 357–362, 1995.
- [6] F. Campa, L. L. De Lacalle, and A. Celaya, “Chatter avoidance in the milling of thin floors with bull-nose end mills: Model and stability diagrams,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 51, no. 1, pp. 43–53, 2011.
- [7] Y. Yang, J. Munoa, and Y. Altintas, “Optimization of multiple tuned mass dampers to suppress machine tool chatter,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 50, no. 9, pp. 834–842, 2010.
- [8] D. Li, H. Cao, and X. Chen, “Fuzzy control of milling chatter with piezoelectric actuators embedded to the tool holder,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 148, p. 107190, 2021.
- [9] S. Wan, X. Li, W. Su, J. Yuan, and J. Hong, “Active chatter suppression for milling process with sliding mode control and electromagnetic actuator,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 136, p. 106528, 2020.
- [10] D. Aslan and Y. Altintas, “On-line chatter detection in milling using drive motor current commands extracted from cnc,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 132, pp. 64–80, 2018.
- [11] T. Augspurger, *Thermal Analysis of the Milling Process*. Apprimus Wissenschaftsverlag, 2018.
- [12] C. D. E. L. A. S. Máquinas-herramientas, “1.- clasificación de las máquinas-herramientas.” pp. 1–17.
- [13] S. Kalpakjian, *Manufacturing engineering and technology*. Pearson Education India, 2001.

- [14] L. F. RAMIREZ JERONIMO *et al.*, “Modelado y análisis de vibraciones en el proceso de fresado,” Master’s thesis, Universidad Autónoma del Estado de México, 2017.
- [15] W. F. Riley and L. D. Sturges, *Ingenieria mecanica. dinamica. ii.* Reverté, 1996.
- [16] W. J. Palm, *System dynamics.* McGraw-Hill, 2014, vol. 3.
- [17] Z.-F. Fu and J. He, *Modal analysis.* Elsevier, 2001.
- [18] Y. Caixu, G. Haining, L. Xianli, S. Y. Liang, and W. Lihui, “A review of chatter vibration research in milling,” *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 32, no. 2, pp. 215–242, 2019.
- [19] W. Tong, *Mechanical design of electric motors.* CRC press, 2014.
- [20] T. B. Matienzo, “Partes Fundamentales de un Motor Eléctrico,” url: <https://sites.google.com/site/279motoreselectricos/partes-fundamentales-de-un-motor-electrico>.
- [21] T. L. Schmitz and K. S. Smith, *Machining dynamics.* Springer, 2014.
- [22] microkinetics corporation, “Motor paso a paso 23M80,” url: https://www.microkinetics.com/index.php?page=stepper_motors/23m80.
- [23] J. L. Barahona-Avalos, “Control de velocidad de un motor de cd con conexión en serie mediante rechazo activo de perturbaciones,” 10 2015.
- [24] F. Orban, “Damping of materials and members in structures,” in *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 268, no. 1. IOP Publishing, 2011, p. 012022.
- [25] A. F. Sánchez Navas *et al.*, “Modelo dinámico de procesos de fresado cnc en varios materiales para implementación de un sistema de monitoreo de vibraciones chatter,” 2020.
- [26] M. C. Group, “Permanent Magent DC Motors - C23,43,42 Series,” no. March, pp. 193–200, 2000.
- [27] F. Integrated, H. E.-b. Linear, and C. Sensor, “ACS712,” pp. 1–14.
- [28] F. Integrated, H.-e.-b. L. Current, and S. Ic, “with 2 . 1 kVRMS Voltage Isolation and a Low-Resistance Current Conductor,” 2020.

Apéndice A

Motor DC

Figura A.0.1: Datasheet del motor DC C42-L90

C42 Series Specifications										
C42 SERIES SPECIFICATIONS – Continuous Stall Torque 145 - 560 oz-in (1.024 - 3.955 Nm) Peak Torque 1100 - 3500 oz-in (7.768 - 24.716 Nm)										
Part Number*	C42-L50			C42-L70			C42-L90			
Winding Code**	10	20	30	10	20	30	10	20	30	
L = Length	inches	5.00			7.00			9.00		
	millimeters	127.0			177.8			228.6		
Peak Torque	oz-in	1100.0	1100.0	1100.0	2400.0	2400.0	2400.0	3500.0	3500.0	3500.0
	Nm	7.768	7.768	7.768	16.948	16.948	16.948	24.716	24.716	24.716
Continuous Stall Torque	oz-in	145.0	145.0	145.0	400.0	400.0	400.0	560.0	560.0	560.0
	Nm	1.024	1.024	1.024	2.825	2.825	2.825	3.955	3.955	3.955
Rated Terminal Voltage	volts DC	12 - 48	24 - 72	36 - 96	12 - 48	24 - 72	36 - 96	24 - 60	24 - 84	36 - 96
Terminal Voltage	volts DC	48	72	84	36	48	72	48	60	90
Rated Speed	RPM	3226	1885	1526	1160	1130	1060	1273	1238	1517
	rad/sec	338	197	160	121	118	111	133	130	159
Rated Torque	oz-in	80.3	98.2	126.7	249	237	263	336	341	320
	Nm	0.57	0.69	0.89	1.76	1.67	1.86	2.37	2.41	2.26
Rated Current	Amps	5.3	2.7	2.4	8	5.75	3.9	8.5	6.7	5
	Watts	192	137	143	214	198	206	317	312	359
Torque Sensitivity	Horsepower	0.26	0.18	0.19	0.29	0.27	0.28	0.42	0.42	0.48
	oz-in/amp	20	46	65	39	52.8	85	90	64.3	82
Back EMF	volts/KRPM	0.1412	0.3248	0.4590	0.2754	0.3729	0.6002	0.3531	0.4541	0.5791
	volts/rad/sec	14.8	34	48	28.8	39	62.85	37	47.5	60
Terminal Resistance	ohms	0.7	4	5.7	0.52	1.2	2.6	0.6	0.95	1.45
Terminal Inductance	mH	1.3	6.6	13.5	2	3.7	9.6	2	3.3	5.4
Motor Constant	oz-in/watt ^{1/2}	23.9	23.0	27.2	49.5	48.2	52.7	64.5	66.0	68.1
	Nm/watt	0.169	0.162	0.192	0.350	0.340	0.372	0.456	0.466	0.481
Rotor Inertia	oz-in-sec ²	0.09	0.09	0.09	0.21	0.21	0.21	0.31	0.31	0.31
	g-cm ²	6355.4	6355.4	6355.4	14820.2	14820.2	14820.2	21890.7	21890.7	21890.7
Friction Torque	oz-in	14.0	14.0	14.0	20.0	20.0	20.0	24	24	24
	Nm	0.10	0.10	0.10	0.14	0.14	0.14	0.17	0.17	0.17
Thermal Resistance	°C/watt	2.20	2.20	2.20	1.30	1.30	1.30	0.85	0.85	0.85
Damping Factor	oz-in/KRPM	5.25	5.25	5.25	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
	Nm/KRPM	0.037	0.037	0.037	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071
Weight	oz	110	110	110	200	200	200	262	262	262
	g	3118	3118	3118	5670	5670	5670	7428	7428	7428
Electrical Time Constant	millisecond	1.8571	1.6500	2.3884	3.2258	3.0833	3.6923	3.3333	3.4737	3.7241
Mech. Time Constant	millisecond	22.28412	24.09974	17.2151	12.1367	12.81294	10.70077	10.52659	10.09549	9.565579
Speed/Torque Gradient	rpm/oz-in	-2.36486	-2.55754	-1.82692	-0.55199	-0.58275	-0.48669	-0.32432	-0.31104	-0.29472

Notes:
 1. For MG (military style) connector, please specify connector housing and terminal.
 2. Data for informational purposes only. Should not be considered a binding performance agreement.
 For specific applications, please contact the factory.

*Many other custom mechanical options are available – consult factory.
 **Many other winding options are available – consult factory.

Fuente [26]

Apéndice B

Modelo dinámico de dos grados de libertad para el fresado

B.1. Modelo dinámico

Se conoce que $q(\phi_l)$ es dependiente del ángulo de corte de los dientes de la pieza, por lo tanto se describe como:

$$q(\phi(t)) = [\Delta x(t) \sin \phi(t) + \Delta y(t) \cos \phi(t)] j(\phi_i) \quad (\text{B.1.1})$$

Donde $j(\phi_l)$ esta expresada en la ecuación 2.2.3, Δx y Δy son las diferencias entre el corte actual y el corte previo en cada eje, como se muestra a continuación:

$$\Delta x(t) = x(t) - x(t - \tau) \quad (\text{B.1.2})$$

$$\Delta y(t) = y(t) - y(t - \tau) \quad (\text{B.1.3})$$

Donde τ se compone de las variables N que es el número de dientes y Ω es la velocidad de giro, como se muestra a continuación:

$$\tau = \frac{60}{N\Omega} \quad (\text{B.1.4})$$

Reemplazando las expresiones 3.3.5, 3.3.6 y B.1.1 en las ecuaciones 3.3.3 y 3.3.4 y teniendo en cuenta las razones trigonométricas del producto de una suma, da como resultado:

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \frac{1}{2}qC_t \begin{pmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta y(t) \end{pmatrix} \quad (\text{B.1.5})$$

Donde se puede definir los coeficientes direccionales variantes en el tiempo como:

$$a_{xx} = \sum_{l=1}^N -j(\phi_l(t))[\sin 2\phi_l + C_r(1 - \cos 2\phi_l)] \quad (\text{B.1.6})$$

$$a_{xy} = \sum_{l=1}^N -j(\phi_l(t))[(1 + \cos 2\phi_l) + C_r \sin 2\phi_l] \quad (\text{B.1.7})$$

$$a_{yx} = \sum_{l=1}^N -j(\phi_l(t))[(1 - \cos 2\phi_l) - C_r \sin 2\phi_l] \quad (\text{B.1.8})$$

$$a_{yy} = \sum_{l=1}^N -j(\phi_l(t))[\sin 2\phi_l - C_r(1 + \cos 2\phi_l)] \quad (\text{B.1.9})$$

Tomando en cuenta lo anterior, la ecuación B.1.5 puede ser reescrita como:

$$F(t) = \frac{1}{2}qC_t D(t) \Delta(t) \quad (\text{B.1.10})$$

Donde $\Delta(t) = [\Delta x(t) \Delta y(t)]^T$ y $D(t)$ es variante en el tiempo y depende del periodo de paso del diente y la rotación de la herramienta quedando expresado como:

$$D(t) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} D_r e^{cr\omega t} \quad (\text{B.1.11})$$

Donde r es el número de armónicos, ω es la frecuencia del ciclo del diente que se requiere

para lograr un valor preciso de $D(t)$ que a su vez es dependiente del tipo de corte y número de dientes como se expresa en [5], además de proponer la sustitución términos variantes en el tiempo por términos invariantes en el tiempo por medio de una expansión de las series de Fourier y que $r = 0$, obteniendo lo siguiente:

$$D_0 = \frac{1}{T} \int_0^T D(t) dt \quad (\text{B.1.12})$$

El valor promedio de $D(t)$ se compone por $j(\phi_l) = 1$, además de un ángulo de paso definido como $\phi_s = \frac{2\pi}{N}$ como se plantea en [5], dando como resultado:

$$D_0 = \frac{1}{\phi_s} \int_{\phi_{ea}}^{\phi_{sa}} D(\phi) d\phi = \frac{N}{2\pi} \begin{pmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{pmatrix} \quad (\text{B.1.13})$$

Donde ϕ_{sa} y ϕ_{ea} es el valor angular de salida y entrada de la herramienta, respectivamente.

Sustituyendo $D(t)$ por D_0 en la ecuación B.1.10 dando el resultado de:

$$F(t) = \frac{1}{2} q C_t D_0 \Delta(t) \quad (\text{B.1.14})$$

Ahora se puede definir una expresión para la dinámica del sistema en dos grados de libertad, teniendo en cuenta las ecuaciones 3.3.1 y 3.3.2, se obtiene:

$$M\ddot{w}(t) + C\dot{w}(t) + Kw(t) = \frac{1}{2} q C_t D_0 \Delta(t) \quad (\text{B.1.15})$$

Donde:

$$w = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} c_x & 0 \\ 0 & c_y \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{pmatrix} \quad (\text{B.1.16})$$

El modelo de la ecuación B.1.15 se puede expresar en espacio de estados de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
x_1 &= x(t) & \dot{x}_1 &= \dot{x}(t) = x_2 \\
x_2 &= \dot{x}(t) & \dot{x}_2 &= \ddot{x}(t) \\
x_3 &= y(t) & \dot{x}_3 &= \dot{y}(t) = x_4 \\
x_4 &= \dot{y}(t) & \dot{x}_4 &= \ddot{y}(t)
\end{aligned} \tag{B.1.17}$$

Se definen \ddot{x} y \ddot{y} como:

$$\ddot{x}(t) = -\frac{c_x}{m_x}x_2 - \frac{k_x}{m_x}x_1 + \frac{qC_tN}{4\pi m_x}\alpha_{xx}(x_1 - x_1(t-\tau)) + \frac{qC_tN}{4\pi m_x}\alpha_{xy}(x_3 - x_3(t-\tau)) \tag{B.1.18}$$

$$\ddot{y}(t) = -\frac{c_y}{m_y}x_4 - \frac{k_y}{m_y}x_3 + \frac{qC_tN}{4\pi m_y}\alpha_{yx}(x_1 - x_1(t-\tau)) + \frac{qC_tN}{4\pi m_y}\alpha_{yy}(x_3 - x_3(t-\tau)) \tag{B.1.19}$$

El modelo de espacios de estados se puede expresar de la siguiente manera:

$$\dot{x} = A_0x(t) + A_1x(t-\tau) \tag{B.1.20}$$

Donde:

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_x}{m_x} + \frac{qC_tN}{4\pi m_x}\alpha_{xx} & -\frac{c_x}{m_x} & \frac{qC_tN}{4\pi m_x}\alpha_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{qC_tN}{4\pi m_y}\alpha_{yx} & 0 & -\frac{k_y}{m_y} + \frac{qC_tN}{4\pi m_y}\alpha_{yy} & -\frac{c_y}{m_y} \end{pmatrix} \tag{B.1.21}$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{qC_tN}{4\pi m_x}\alpha_{xx} & 0 & -\frac{qC_tN}{4\pi m_x}\alpha_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{qC_tN}{4\pi m_y}\alpha_{yx} & 0 & -\frac{qC_tN}{4\pi m_y}\alpha_{yy} & 0 \end{pmatrix} \tag{B.1.22}$$

Reemplazando las ecuaciones B.1.21 y B.1.22 en la expresión B.1.20, se obtiene el modelo dinámico final del fresado de dos grados de libertad.

Apéndice C

Fresado

Figura C.0.1: Tipos y usos del fresado - parte 1

TIPOS DE FRESAS	CARACTERÍSTICAS	APLICACIONES	ESQUEMA	EJEMPLOS
CILÍNDRICAS PERIFÉRICAS (dientes sólo en la periferia)	Con dentado recto (corte brusco)	Uso en fresadora horizontal		Fresado en superficies planas - Superficies de apoyo de matrices - Superficies de junta estanca - Superficies de deslizamiento para rieles - Superficies de guías, correderas, etc.
	Con dentado helicoidal (corte progresivo) El espaciado entre dientes varía según la dureza del material a fresar (blando = mayor espaciado; duro = menor espaciado)	- Planeado - Desbaste - Afinado		
	Acopladas Montaje de dos fresas con dentado helicoidal de sentido opuesto (permite el equilibrio de las fuerzas axiales)	- Desbaste - Rebajado de superficies - Ranurado profundo		
CILÍNDRICAS FRONTALES SIN VÁSTAGO (dientes en periferia y en cara lateral)		Uso en fresadora horizontal y vertical para fresado en escuadra - Rebajado en ángulo recto		

Figura C.0.2: Tipos y usos del fresado - parte 2

DE DISCO (poca longitud de corte respecto a su diámetro)	Con dentado recto	- Ranurado plano		- Fresado de entalladuras estrechas (ej. tornillos) - Fresado de chaveteros planos y profundos - Curvas - Arcos circulares - Perfiles de todo tipo
	Con dentado cruzado o alterno	- Ranurado profundo		
	Con dentado en cruz	- Chaveteros profundos		

Figura C.0.3: Tipos y usos del fresado - parte 3

	Acopladas ajustables Montaje de dos fresas de disco, rectas o en cruz, una sobre otra; pueden separarse a la longitud deseada mediante la interposición de arandelas.	- Ranurado profundo con longitudes ajustables		
	Sierras circulares	- Corte de piezas - Ranurado estrecho (ej. cabezas de tornillos)		
ANGULARES SIN VÁSTAGO (dos filos principales que forman un ángulo entre sí)	Frontales	- Mecanizado de guías en ángulo a 45, 50, 55 y 60 grados		Obtención de: - guías prismáticas - guías en ángulo - cuñas - reglas de acero para taller, de distinta forma y filo, de tres y cuatro aristas, con sección rectangular, etc.
	Prismáticas	- Mecanizado de guías prismáticas en ángulo de 45, 60 y 90 grados		

Figura C.0.4: Tipos y usos del fresado - parte 4

FRESAS CON VÁSTAGO (cilíndrico o cónico)	Cilíndrico-frontales	De bola o punta esférica	<ul style="list-style-type: none"> - Copiado - Matrices 		Fresado de: <ul style="list-style-type: none"> - piezas hexagonales - chaveteros y orificios rasgados - cabezas de tornillos - tuercas - ejes de chavetas - ruedas dentadas
		De punta plana	<ul style="list-style-type: none"> - Ranurado - Fresado de contornos - Acabado - Desbaste 	 	
		Para ranuras en 90°	<ul style="list-style-type: none"> - Ranurado 		
		Para ranuras Woodruff			
	Cónicas		<ul style="list-style-type: none"> - Avellanado preciso de orificios 		
	Angulares	Cola de milano (formas trapezoidales)	<ul style="list-style-type: none"> - Ranurado y ensambles a cola de milano 	 	

Figura C.0.5: Tipos y usos del fresado - parte 5

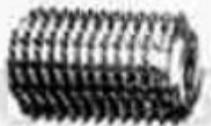
DE PERFIL CONSTANTE (con o sin vástago) Dejan la geometría del diente en la pieza a mecanizar		Convexas	- Ranurado semicircular con radios de 1 a 20 mm		Fresado de: - Superficies sinuosas - Curvas - Arcos - Ranuras - Perfiles de todo tipo
	Destalonadas	Cóncavas	- Obtención de superficies semicirculares con radios de 0,5 a 20 mm;		
		De módulo (fresas de disco)	Tallado de: - engranajes - ruedas dentadas - piñones de cadena - poleas sincrónicas - cremalleras - ejes dentados, acanalados y de transmisión - tomas de fuerza - tornillos sin fin		
		Múltiples	- Roscado - Mordazas		

Figura C.0.6: Tipos y usos del fresado - parte 6

COMPUESTAS (tren de fresas)	Montaje de dos o más fresas de distinto tipo (reunen las propiedades de las fresas de perfil constante a un costo mucho menor)		Fresado de perfiles de todo tipo
FRESAS MADRE (con o sin vástago)	Mecanizan al mismo tiempo todos los dientes de un engranaje, con una gran ventaja sobre las fresas de módulo, que lo hacen diente por diente	ídem fresas de módulo	Fresado por generación - Obtención de engranajes en serie con el número deseado de dientes, perfiles y ángulos de hélice

Apéndice D

Sensores

D.1. Características

D.1.1. Sensor ACS712

Figura D.1.1: ACS712 - Características

- Low-noise analog signal path
- Device bandwidth is set via the new FILTER pin
- 5 μ s output rise time in response to step input current
- 80 kHz bandwidth
- Total output error 1.5% at $T_A = 25^\circ\text{C}$
- Small footprint, low-profile SOIC8 package
- 1.2 m Ω internal conductor resistance
- 2.1 kV_{RMS} minimum isolation voltage from pins 1-4 to pins 5-8
- 5.0 V, single supply operation
- 66 to 185 mV/A output sensitivity
- Output voltage proportional to AC or DC currents
- Factory-trimmed for accuracy
- Extremely stable output offset voltage
- Nearly zero magnetic hysteresis
- Ratiometric output from supply voltage

Fuente [27]

Figura D.1.2: ACS712 - Imagen



Fuente [27]

D.1.2. Sensor ACS756xCB

Figura D.1.3: ACS756xCB - Características

- Industry-leading noise performance through proprietary amplifier and filter design techniques
- Total output error 0.8% at $T_A = 25^\circ\text{C}$
- Small package size, with easy mounting capability
- Monolithic Hall IC for high reliability
- Ultra-low power loss: $100\ \mu\Omega$ internal conductor resistance
- $3\ \text{kV}_{\text{RMS}}$ minimum isolation voltage from pins 1-3 to pins 4-5
- 3.0 to 5.0 V, single supply operation
- $3\ \mu\text{s}$ output rise time in response to step input current
- 20 or 40 mV/A output sensitivity
- Output voltage proportional to AC or DC currents
- Factory-trimmed for accuracy
- Extremely stable output offset voltage
- Nearly zero magnetic hysteresis

Fuente [28]

Figura D.1.4: ACS756xCB - Imagen



Fuente [28]

Apéndice E

Programa de diagrama de lóbulos

```
clc;
clear all;

%%Modelado
N=:

%%Coeficientes de cortes (características del material)
Cr=: %Radial
Ct=: %Tangencial

%%Rigidez direccional
kx=:
ky=:

%%Factor de amortiguamiento
zeta_x=:
zeta_y=:
mx=:
my=:

%%Frecuencias naturales
omega_nx=sqrt(kx/mx);
omega_ny=sqrt(ky/my);

%%Angulos (caracteristica de la herramienta)
phi_ea= pi/180;
phi_sa= pi/180;

%%Vector de frecuencia
f=[0:1:800]; %Vector de frecuencia y frecuencia natural
omega=2*pi*f; %Frecuencia

%%Coeficiente de corte direccionales
alpha_xx=0.5*(cos(2*phi_sa)-2*Cr*phi_sa+Cr*sin(2*phi_sa))-0.5*(cos(2*phi_ea)-2*Cr*phi_ea+Cr*sin(2*phi_ea));
alpha_xy=0.5*(-sin(2*phi_sa)-2*phi_sa+Cr*cos(2*phi_sa))-0.5*(-sin(2*phi_ea)-2*phi_ea+Cr*cos(2*phi_ea));
```

```

alpha_yx=0.5*(-sin(2*phi_sa)+2*phi_sa+Cr*cos(2*phi_sa)-0.5*(-sin(2*phi_ea)+2*phi_ea+Cr*cos(2*phi_ea)));
alpha_yy=0.5*(-cos(2*phi_sa)-2*Cr*phi_sa-Cr*sin(2*phi_sa))-0.5*(-cos(2*phi_ea)-2*Cr*phi_ea-Cr*sin(2*phi_ea));

%%Funcion transferencia herramienta
Gx=((omega_nx)^2./(kx*((omega*1i).^2+2*zeta_x*omega_nx*omega*1i+(omega_nx)^2));
Gy=((omega_ny)^2./(ky*((omega*1i).^2+2*zeta_y*omega_ny*omega*1i+(omega_ny)^2));

%%Calculo autovalores
a0=Gx.*Gy*(alpha_xx*alpha_yy-alpha_xy*alpha_yx)
a1=alpha_xx*Gx+alpha_yy*Gy
Lambda1=(a1-sqrt((a1.^2)-4*a0))./(2*a0)
Lambda2=(a1+sqrt((a1.^2)-4*a0))./(2*a0)
kappa1=imag(Lambda1)./real(Lambda1)
kappa2=imag(Lambda2)./real(Lambda2)
Lambda_real=real(Lambda1)
psi=atan(kappa1)
epsilon=pi-2*psi
a_c=(2*pi*Lambda_real).*(1+kappa1.^2)/(N*Ct)

%%Diagrama de lobulos
for p=0:10
    T=((2*p*pi)+epsilon)./omega
    n=60./(N*T)
    figure(1);
    plot(n,1000*a_c,'r')
    hold on
    axis([0 1500 0 1])
    grid on;
    %A
    plot(1150,0.3,'k','MarkerSize',12)
    hold on
    %B
    plot(1150,0.42,'k','MarkerSize',12)
    hold on
    %C
    plot(1300,0.3,'k','MarkerSize',12)
    hold on
    %D
    plot(1300,0.42,'k','MarkerSize',12)
    hold on
    xlabel('Velocidad de herramienta [rpm]');
    ylabel('Profundidad de corte [mm]');
end

```

Apéndice F

Programa para fuerzas de corte en ejes X y Y, torque y transformada de Fourier

```
%%
clear all;
clc;
omega = ; % Velocidad del husillo (rpm)
h = ; % Profundidad de corte (m)
Rev = 25; % Revoluciones para analizar
tmin = .5;
N = ; % Numero de dientes
viruta = .002 * .0254; % (m)
Ra=;
La=;
kt=;
kb=;
l=;
c=;

% Caracteristicas de la herramienta
d_herramienta = ; % (m) %Diametro de la herramienta
A_helice = ; % (deg) %Angulo de helice
RO = zeros(1,N)*1e-6; % (m)

% Condiciones de corte
p_radial = d_herramienta * (.25); % (m)
tipo_corte = 1; % 1:Down Milling, 2:Up Milling

% Coeficientes de corte
Ctc = ; % (N/m^2)
Crc = ; % (N/m^2)
Cte = 0; % (N/m)
Cre = 0; % (N/m)
```

```

% Vector de tiempo
Des_paso_tim = 1e-5;
Rev_paso = floor(60/(omega*Des_paso_tim)); % Numero de pasos deseados
paso_tim = 60/(omega*Rev_paso); % Nuevo tiempo de paso [sec]
tim_fin = tmin + (Rev*Rev_paso*paso_tim);
t = 0:paso_tim:tim_fin;

dphi = 360/Rev_paso; % Incremento angular [deg]

% Variables
r_herramienta = d_herramienta/2; %Radio de la herramienta [m]
LagAngle = asin((h*tan(A_helice*pi/180))/r_herramienta)*180/pi;

if tipo_corte == 1
    phi_ea = 180 - acos( (r_herramienta-p_radial)/r_herramienta )*180/pi;
    phi_sa = 180;
elseif tipo_corte == 2
    phi_ea = 0;
    phi_sa = acos( (r_herramienta-p_radial)/r_herramienta )*180/pi;
else
    disp('---Tipo de corte incorrecto---')
    return
end

A_act_sa = phi_sa + LagAngle;

alimentacion_diente = -viruta *(phi_sa-phi_ea)*(pi/180)/(cosd(phi_sa)-cosd(phi_ea)); % (m/diente)

% Parametros modales
kx = 7e6; % N/m
zetax = 0.02;
wnx = 11281*2*pi; % rad/s
mx = kx./(wnx.^2); % kg
cx = 2*zetax.*(mx.*kx).^0.5; % N-s/m
x_modes = length(kx); % Numero de modos

ky = 7e6; % N/m
zetay = 0.02;
wny = 11281*2*pi; % rad/s

my = ky./(wny.^2); % kg
cy = 2*zetay.*(my.*ky).^0.5; % N-s/m
y_modes = length(ky); % Numero de modos

for i = 1:length(t)
    if t(i) == 0
        phi = 0:dphi:(360-dphi);
        p = zeros(x_modes,length(t));
        dp = zeros(x_modes,length(t));
        q = zeros(x_modes,length(t));
        dq = zeros(x_modes,length(t));
        x = zeros(1,length(t));
        y = zeros(1,length(t));
        if A_helice == 0
            da = h;
        else

```

```

da = d_herramienta*(dphi*pi/180)/( 2*tan(A_helice*pi/180) );
end
paso_axial = round(h/da);
surf = zeros(paso_axial,Rev_paso);
Fx = zeros(1,length(t));
Fy = zeros(1,length(t)); F = zeros(1,length(t));
diente = zeros(1,4);
if N>1
for cnt = 2:N
diente(cnt) = dientes(cnt-1)+floor(Rev_paso/N);
if dientes(cnt)>Rev_paso
dientes(cnt) = dientes(cnt)-Rev_paso;

end
end
end

else

for cnt2 = 1:N
dientes(cnt2) = dientes(cnt2) + 1;
if dientes(cnt2) > Rev_paso
dientes(cnt2) = dientes(cnt2)-Rev_paso;
end
end

for cnt3 = 1:N
for cnt4 = 1:paso_axial
cntphi = dientes(cnt3) - (cnt4-1);
if cntphi < 1
cntphi = cntphi + Rev_paso;
end

phia = phi(cntphi);

if (phi_ea <= phia) && (phia <= A_act_sa)
n = x(i-1) * sin(phia*pi/180)-y(i-1) * cos(phia*pi/180); % [m]
dt = alimentacion_diente*sin(phia*pi/180) + surf(cnt4, cntphi) - n + RO(cnt3); % [m]
if dt < 0
dFt = 0;
dFr = 0;
surf(cnt4, cntphi) = surf(cnt4, cntphi) + alimentacion_diente*sin(phia*pi/180);
else
dFt = Ctc*dt*da + Cte*da;
dFr = Crc*dt*da + Cre*da;
surf(cnt4, cntphi) = n - RO(cnt3);
dFr = Crc*dt*da + Cre*da;
surf(cnt4, cntphi) = n - RO(cnt3);
end
else
dt = 0;
dFt = 0;
dFr = 0;
end

Fx(i) = Fx(i) + dFt*cos(phia*pi/180) + dFr*sin(phia*pi/180);
Fy(i) = Fy(i) + dFt*sin(phia*pi/180) - dFr*cos(phia*pi/180);

```

```

end
end

F(i) = sqrt(Fx(i)^2 + Fy(i)^2);

if F(i) > 1.9e6
F = NaN;
disp('--Herramienta rota--')

return
end

for cnt5 = 1:x_modes
ddp = (Fx(i) - cx(cnt5)*dp(cnt5,i-1) - kx(cnt5)*p(cnt5,i-1))/mx(cnt5);
dp(cnt5,i) = dp(cnt5,i-1) + ddp*paso_tim;
p(cnt5,i) = p(cnt5,i-1) + dp(cnt5,i)*paso_tim;
x(i) = x(i) + p(cnt5,i);      % m
end

for cnt5 = 1:y_modes
ddq = (Fy(i) - cy(cnt5)*dq(cnt5,i-1) - ky(cnt5)*q(cnt5,i-1))/my(cnt5);
dq(cnt5,i) = dq(cnt5,i-1) + ddq*paso_tim;
q(cnt5,i) = q(cnt5,i-1) + dq(cnt5,i)*paso_tim;
y(i) = y(i) + q(cnt5,i);    %m
end

end
end

%Generar figura
figure (1)
nexttile
plot(t,Fx)
ylabel('Fx (N)')
xlabel('Tiempo (s)')
axis([0 0.1 0 1.6]) %Rangos de los ejes
nexttile
plot(t,Fy)
ylabel('Fy (N)')
xlabel('Tiempo (s)')
axis([0 0.1 0 1.1]) %Rangos de los ejes

figure (2)
Torque=r_herramienta.*Fti;
plot(t,Torque)
ylabel('Torque (N/m)')
xlabel('Tiempo (s)')
axis([0 1.6 0 5.5e-9]) %Rangos de los ejes

%%
%punto A

s=tf('s');
G_A=kb/(La*s^2+(Ra*l+c*La)*s+c*Ra+kb*kt);
i_A=lsim(G_A,Torque,t);
plot(t,corriente)
ylabel('Corriente (A)')
xlabel('Tiempo (s)')

```

```

Fs_A=1000;
T_A=1/Fs_A;
Le_A=180422;
Y_A=fft(i_A);
P2_A=abs(Y_A/Le_A);
P1_A=P2_A(1:Le_A/2+1);
P1_A(2:end-1)=2*P1_A(2:end-1);
f_A=Fs_A*(0:(Le_A/2))/Le_A;



---


%%
%punto B
s=tf('s');
G_B=kb/(La*s^2+(Ra*I+c*La)*s+c*Ra+kb*kt);
i_B=lsim(G_B,Torque,t);
plot(t,corriente)
ylabel('Corriente (A)')
xlabel('Tiempo (s)')

Fs_B=1000;
T_B=1/Fs_B;
Le_B=180422;
Y_B=fft(i_B);
P2_B=abs(Y_B/Le_B);
P1_B=P2_B(1:Le_B/2+1);
P1_B(2:end-1)=2*P1_B(2:end-1);
f_B=Fs_B*(0:(Le_B/2))/Le_B;



---


%%
%punto C
s=tf('s');
G_C=kb/(La*s^2+(Ra*I+c*La)*s+c*Ra+kb*kt);
i_C=lsim(G_C,Torque,t);
plot(t,corriente)
ylabel('Corriente (A)')
xlabel('Tiempo (s)')

Fs_C=1000;
T_C=1/Fs_C;
Le_C=165371;
Y_C=fft(i_C);
P2_C=abs(Y_C/Le_C);
P1_C=P2_C(1:Le_C/2+1);
P1_C(2:end-1)=2*P1_C(2:end-1);
f_C=Fs_C*(0:(Le_C/2))/Le_C;



---


%%
%punto D
s=tf('s');
G_D=kb/(La*s^2+(Ra*I+c*La)*s+c*Ra+kb*kt);
i_D=lsim(G_D,Torque,t);
plot(t,corriente)
ylabel('Corriente (A)')
xlabel('Tiempo (s)')

```

```

Fs_D=1000;
T_D=1/Fs_D;
Le_D=165371;
Y_D=fft(i_D);
P2_D=abs(Y_D/Le_D);
P1_D=P2_D(1:Le_D/2+1);
P1_D(2:end-1)=2*P1_D(2:end-1);
f_D=Fs_D*(0:(Le_D/2))/Le_D;

%%
%Fourier
plot(f_A,P1_A,'DisplayName','Punto A')
hold on
plot(f_B,P1_B,'DisplayName','Punto B')
hold on
plot(f_C,P1_C,'DisplayName','Punto C')
hold on
plot(f_D,P1_D,'DisplayName','Punto D')
hold on
title('Fourier')
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Amplitud')

lgd=legend;
lgd.NumColumns=1;
axis([0 3 0 7e-10])

```

Apéndice G

Código señales, bode y fourier del motor

```
%Datos del motor Dc

R_a = 1.45; % Resistencia      [ohm]
L_a = 5.4e-3; % Inductancia   [H]
kt = 0.481; % Constante del motor [N/watt]
kb = 0.573; % Fueza electromotriz [V/(rad/sec)]
j_a = 0.00218907; % Inercia    [kg/m^2]
c = 678e-6; % Amortiguamiento [Nm/(rad/s)]

% Señales de entrada
clc
close all

hold on
%torque
%Señal chirp
figure(1)
plot(S_Chirp_signal)
axis([8 10 -1.2 1.2])
grid on;
title("");
xlabel('Tiempo [sec]');
ylabel('Amplitud');

%Señal seno con frecuencia de 2500 rad/sec
figure(2)
plot(S_Sin_Alta)
axis([0 0.012 -1.1 1.1])
grid on;
title("");
xlabel('Tiempo [sec]');
ylabel('Amplitud');
```

```

%Señal seno con frecuencia de 100 rad/sec
figure(3)
plot(S_Sin_Baja)
axis([0 0.2 -1.1 1.1])
grid on;
title("");
xlabel('Tiempo [sec]');
ylabel('Amplitud');

%Voltaje de entrada
figure(4)
plot(S_motor_DC)
axis([0 10 0.01 91])
grid on;
title("");
xlabel('Tiempo [sec]');
ylabel('Voltaje');

hold off

%% Señales de salida
clc
close all

% Entrada torque

hold on
%Velocidad angular con respecto al torque
figure(1)
plot(Velocidad_angular)
axis([0 10 -7 4])
grid on;
title("")
xlabel('Tiempo [sec]');
ylabel('Velocidad angular [rad/sec]');

%Corriente con respecto al torque
figure(2)
plot(Corriente_torque)
axis([ 0 10 -6 25 ])
grid on;
title("")
xlabel('Tiempo [sec]');
ylabel('Corriente [A]');

hold off

```

```

%Entrada Voltaje

hold on

%Velocidad angular con respecto al Voltaje
figure(1)
plot(Velocidad_angular_Voltaje)
axis([-0.1 10.1 0 160])
grid on;
title("")
xlabel('Tiempo [sec]');
ylabel('Velocidad angular [rad/sec]');

%Corriente con respecto al Voltaje
figure(2)
plot(Corriente_Voltaje)
axis([-0.1 10.1 -4 24])
grid on;
title("")
xlabel('Tiempo [sec]');
ylabel('Corriente [A]');

hold off

%% Diagramas de bode

s=tf('s');

% Funciones de transferencia
FT_iT = kb/(L_a*i_a*s^2+(R_a*i_a+c*L_a)*s+c*R_a+kb*kt);

FT_VaT = -(L_a*s+R_a)/(L_a*i_a*s^2+(R_a*i_a+c*L_a)*s+c*R_a+kb*kt);

FT_VaV = kt/(L_a*i_a*s^2+(R_a*i_a+c*L_a)*s+c*R_a+kb*kt);

FT_iV = (i_a*s+c)/(L_a*i_a*s^2+(R_a*i_a+c*L_a)*s+ c*R_a+kb*kt);

hold on
figure (1)
bode(FT_VaT) % Vel Ang - Torque

figure (2)
bode(FT_iT) % Corriente - Torque

figure (3)
bode(FT_VaV) % Vel Ang - Voltaje

figure (4)
bode(FT_iV) % Corriente - Voltaje

```

```

%% Transformada de Furier

%Corriente torque

I_t = Corriente_torque.signals.values;
Fs = 1000; %Frecuencia de muestreo
T = 1/Fs; %Periodo de muestreo
Le = 2001; % Total de puntos de tiempo
t = Corriente_torque.time;

Y = fft(I_t);

P2 = abs(Y/Le);
P1 = P2(1:Le/2+1);
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);

f = Fs*(0:(Le/2))/Le;
plot(f,P1)
axis([-0.5 180 -0.005 0.65])
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of X(t)')
xlabel('f (Hz)')
ylabel('|P1(f)|')

%Corriente Voltaje

I_t = Corriente_Voltaje.signals.values;
Fs = 1000;
T = 1/Fs;
Le = 10001;
t = Corriente_Voltaje.time;

Y = fft(I_t);

P2 = abs(Y/Le);
P1 = P2(1:Le/2+1);
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);

f = Fs*(0:(Le/2))/Le;
plot(f,P1)
axis([-1 500 -0.005 0.3])
%title('Single-Sided Amplitude Spectrum of X(t)')
xlabel('f (Hz)')
ylabel('|P1(f)|')

```