



Análisis metrológico de la instrumentación asociada en el motor de combustión del laboratorio de experimentos de la UAN-Sede Puerto Colombia

**Janner Alberto Rada Villanueva
Wilmer Eliecer Polanco Bossa**

Universidad Antonio Nariño
Facultad de Ingeniería Mecánica, Electrónica y Biomédica
Puerto Colombia, Colombia

2021

Análisis metrológico de la instrumentación asociada en el motor de combustión del laboratorio de experimentos de la UAN-Sede Puerto Colombia

**Janner Alberto Rada Villanueva
Wilmer Eliecer Polanco Bossa**

Proyecto de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Ingeniero Mecánico.

Director:

PhD. José Daniel Hernández Vásquez

Línea de Investigación:

Metrología

Grupo de Investigación:

GI-Fourier

Universidad Antonio Nariño

Facultad de Ingeniería Mecánica, Electrónica y Biomédica

Puerto Colombia, Colombia

2021

Dedicado principalmente a Dios, quien nos ayuda a cumplir el sueño de ser un profesional, quien nos ha iluminado durante todo este proceso de aprendizaje y nos ha bendecido todo el tiempo. A nuestros padres, quien con mucho esfuerzo lograron sacarnos adelante enseñándonos buenos modales y sobre todo motivándonos a seguir adelante y alcanzar cosas grandes en la vida. A mi hijo Sebastián Rada, quien ha sido la motivación y el motor principal en la obtención de este título, a mi esposa Gianni Contreras, quien con su apoyo y dedicación incondicional durante estos cinco años ha aportado mucho para sacar adelante este proyecto. A todas las personas que de alguna u otra forma aportaron su granito de arena para que esto fuera posible.

Los autores.

Agradecimientos

Principalmente a Dios quien puso en nosotros el querer y el hacer de un ingeniero mecánico, quien nos ha otorgado la sabiduría, disciplina y dedicación para poder alcanzar nuestros objetivos. Como parte de su propósito y su voluntad nos acompaña desde un inicio en este andar.

Infinitas gracias a nuestro profesor José Daniel Hernández Vásquez por su orientación, interés dedicación y apoyo a lo largo del proyecto, gracias, profesor, sin su apoyo esto no fuera posible. Le deseamos miles de bendiciones en su vida como también a los profesores de la UAN que hicieron parte de todo nuestro proceso de aprendizaje, a nuestra Institución Universidad Antonio Nariño Sede Puerto Colombia por permitirnos trabajar en sus instalaciones, así como por los años de estudio y enseñanza.

“Mas el caballo se alista para el día de la batalla; más jehová es el que da la victoria”
proverbios 21:31

Resumen

La justificación del trabajo se basa en la necesidad de conocer la confiabilidad metrológica del sistema de medición de temperatura y masa del combustible del motor de combustión interna en la UAN-Sede Puerto Colombia. Para tal fin, la aplicación del método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) como estrategia para reducir la incertidumbre asociada con los equipos de medición utilizados en la industria para controlar diversas cantidades (por ejemplo: masa, temperatura, volumen, presión). Inicialmente, se abordó el fundamento teórico del método expuesto (es decir, mínimos cuadrados ordinarios), destacando ampliamente la formulación matemática, basada en los conceptos clásicos del álgebra lineal.

En línea con el trabajo propuesto, se realizó un análisis basado en la obtención de: (i) la matriz de coeficientes para polinomios de grado 1, 2, 3 y 4 que se ajusten a los datos experimentales; (ii) dibujar las curvas de calibración para cada uno de los polinomios obtenidos y (iii) estimar la incertidumbre del ajuste (es decir, la desviación cuadrática media) para especificar el polinomio que mejor modela los datos experimentales para un nivel de confiabilidad del 95.45% ($k = 2$).

Los resultados consolidados confirmaron que los termómetros asociados al sistema de medición de temperatura del motor de combustión interna tienen errores que no superan el 5% del valor de la medición. Así mismo, el sistema de medición del consumo de combustible no supera el 6% del valor medido. En ambos casos fue considerada la incertidumbre de medición con un parámetro fundamental para la evaluación metrológica, obteniéndose valores dentro del rango tolerancia para el tipo de banco de prueba utilizado.

Así, los resultados confirmaron que el sistema de medición de temperatura y consumo de combustible son satisfactorio para realizar pruebas experimentales en el motor.

Palabras clave: calibración, incertidumbre de medida, metrología, mínimos cuadrados ordinarios, matriz de coeficientes, polinomios de grado, curvas de calibración, desviación cuadrática media, confiabilidad.

Abstract

The justification for the work is based on the need to know the metrological reliability of the temperature and mass measurement system of the internal combustion engine fuel at the UAN-Puerto Colombia Headquarters. To this end, the application of the ordinary least squares (OLS) method as a strategy to reduce the uncertainty associated with the measurement equipment used in industry to control various quantities (for example: mass, temperature, volume, pressure). Initially, the theoretical foundation of the exposed method will be addressed (that is, ordinary least squares), widely highlighting the mathematical formulation, based on the classic concepts of linear algebra.

In line with the proposed work, an analysis will be carried out based on obtaining: (i) the matrix of coefficients for polynomials of degree 1, 2, 3 and 4 that fit the experimental data; (ii) draw the calibration curves for each of the polynomials obtained and (iii) estimate the uncertainty of the fit (that is, the mean squared deviation) to specify the polynomial that best models the experimental data for a confidence level of 95.45 % ($k = 2$).

The consolidated results confirmed that the thermometers associated with the internal combustion engine temperature measurement system have errors that do not exceed 5% of the measurement value. Likewise, the fuel consumption measurement system does not exceed 6% of the measured value. In both cases, the measurement uncertainty was considered a fundamental parameter for the metrological evaluation, obtaining values within the tolerance range for the type of test bench used.

Thus, the results confirmed that the temperature and fuel consumption measurement system are satisfactory to carry out experimental tests on the engine.

Keywords: calibration, measurement uncertainty, metrology, ordinary least square, coefficient matrix, degree polynomials, calibration curves, root mean square deviation, reliab

Contenido.

1. Introducción	13
1.1 Formulación del problema.....	14
1.2 Objetivos.....	14
1.2.1 Objetivo general	14
1.2.2 Objetivos específicos.....	14
1.3 Justificación	15
1.4 Estructura del TIG	15
2. Fundamentos de métodos de regresión lineal, polinomial y estocástico para el análisis de datos.	16
2.1 Interpolación	16
2.2 Interpolación polinomial	16
2.2.1 Interpolación por polinomios de lagrange.....	17
2.2.2 Interpolación de newton	17
2.2 Ajustes por mínimos cuadrados ordinarios	19
2.3.1 Modelo de regresión lineal	21
2.3.2 Desviación cuadrática media en la calibración de instrumentos de medida	24
2.4 Ejemplo de ajuste funcional: regresión.....	26
2.5 Geometría de mínimos cuadrados.....	28
2.6 Optimalidad de las estimaciones mínimos cuadrados	29
2.7 Mínimos cuadrados ponderados.....	29
2.8 Métodos iterativos: descenso de gradiente	29
3. Metodología experimental	30
3.1 Descripción del sistema de medición de temperatura.....	31
3.2 Descripción del sistema de medición de consumo de combustible.....	32
3.3 Procedimiento de calibración	34
3.3.1 Sistema de medición de temperatura	35
3.3.2 Sistema de medición de consumo de combustible.....	37
4. Resultados y discusión.	42
4.1 Confiabilidad metrológica del sistema de medición de temperatura.....	42
4.2 Confiabilidad metrológica del sistema de medición de consumo de combustible	50
5. Conclusiones y recomendaciones	58
Bibliografía.....	60
Anexo A: Certificado de calibración patrón de medición de temperatura	61
Anexo B: Certificado de calibración patrón de medición de masa	63

Lista de figuras

Figura 1 - La estimación de mínimos cuadrados de los datos es la proyección ortogonal del vector de datos sobre el subespacio de la variable independiente.	28
Figura 2 - Motor de combustión interna universidad Antonio Nariño sede puerto Colombia.	30
Figura 3 – Ubicación de sensores en motor de combustión interna universidad Antonio Nariño sede puerto Colombia.	31
Figura 4 – Tablero PLC para control de temperatura.	32
Figura 5 – Tanque de combustible en acero inoxidable 304.	33
Figura 6 – Báscula TRÚMAX (Modelo: Fénix; Número de Serie: YS200847; Cap. Máx.: 15 kg; Resolución: 1 g).	33
Figura 7 – Conjunto Báscula TRÚMAX y tanque de combustible.	34
Figura 8 – Bloque térmico (REED BX-150).	35
Figura 9 – Termómetro patrón (JECTSE HT-9815).	36
Figura 10 – Balanza Digital Trumax	38
Figura 11 – Calibración de la balanza Trumax.	40
Figura 12 – Curva de calibración balanza (polinomio de grado 1)	53
Figura 13 – Curva de calibración balanza (polinomio de grado 2)	53
Figura 14 – Curva de calibración balanza (polinomio de grado 3)	54
Figura 15 – Curva de errores carga ascendente.	57
Figura 16 – Curva de errores carga descendente.	57

1. Introducción

El método de los mínimos se remonta al año 1801 cuando el astrónomo italiano Giuseppe Piazzi descubrió el planeta Ceres. Piazzi logró seguir la órbita del planeta, de forma continua, durante 40 días. Ese año, la comunidad científica desarrolló varios métodos para estimar la trayectoria del planeta, basados en la observación pionera de Piazzi. La gran mayoría de las observaciones fueron deficientes. El único cálculo considerado, suficientemente exacto - que permitió al astrónomo alemán Franz Xaver Von Zach determinar la ubicación del planeta Ceres a finales del año 1801 - fue conocido como “el método de mínimos cuadrados ordinarios” y propuesto por un niño de unos 24 años llamado Carl Friedrich Gauss (Seal, 1967) . Aunque Gauss había sentado las bases de su método en 1795, se publicó en 1809 en su teoría: *Theoria Motus Corporum Coelestium in sectionibus conicis solem ambientium* (Gauss, 1809).[1]

La propia base, del método de mínimos cuadrados ordinarios propuesto por Gauss, consiste en una técnica de análisis numérico, donde, dadas dos variables -una independiente y la otra dependiente- que provienen de una familia de funciones, se intenta establecer una función que modela mejor los datos analizados (es decir, realiza el mejor ajuste), según el criterio de error mínimo cuadrático (De Souza & Junqueira, 2005).[2]

Desde una perspectiva estadística, una de las condiciones para aplicar el método MCO establece que los errores de cada medida deben tener una distribución aleatoria. El teorema de Gauss-Márkov demuestra que los estimadores de mínimos cuadrados no necesariamente tienen que ajustarse a una distribución de probabilidad normal (Abdi, 2003). [3]

En relación al concepto de calibración, este es un proceso de comparar los valores de una cantidad por un instrumento y por un estándar, a través del cual se puede rastrear el primero en relación con la escala de la cantidad en cuestión (VIM, 2012). Sin embargo, como es muy probable que los valores que medirá el instrumento no sean los mismos que se verificaron durante la calibración, estos resultados solo serán útiles si se utilizaron procedimientos de interpolación, basados en su rendimiento general.

Por tanto, es necesario un análisis estadístico basado en el método de mínimos cuadrados ordinarios. Mediante este procedimiento, una función (la mayoría de las veces un polinomio) se ajusta a los puntos de calibración identificados por los valores del estándar y los del instrumento, de tal manera que, para cada valor indicado por este último, el valor verdadero que se obtendría se puede calcular en una calibración (representada por el estándar) dentro de un rango de incertidumbre estimado con los datos de este experimento.

Normalmente, los criterios para determinar los coeficientes de la función de ajuste incluyen argumentos como que la desviación estándar de la cantidad medida es aproximadamente la misma para todos los puntos en el rango de calibración del

instrumento, o al menos se estima un valor promedio para él. Esta hipótesis simplificadora permite el uso de una sola medición en cada punto del rango, siempre que se utilice un número estadísticamente suficiente de puntos a lo largo del rango. Por tanto, se puede obtener un rendimiento medio del instrumento en el rango. Para un polinomio de grado m , se pueden utilizar las siguientes expresiones para estimar el valor real y la desviación cuadrática media de la raíz (a menudo conocida como incertidumbre de ajuste) (Orlando, 2009).[4]

1.1 Formulación del problema

Realizando un análisis de los experimentos desarrollados en un laboratorio de ingeniería, se puede inferir que en dichas experiencias solo serán confiables si sus resultados compatibles a patrones de medición nacionales e internacionales. Uno de los principales motivos por la poca confiabilidad de resultados, corresponde a la ausencia de calibraciones programadas de los equipos de medición pertenecientes a los bancos de pruebas. Esto, se traduce, en baja confiabilidad metrológica (i.e.: altas incertidumbres y altos errores) de los resultados experimentales que son obtenidos por el estudiantado. Uno de los flagelos detectados en el motor de combustión interna de la UAN-Sede Puerto Colombia es que la instrumentación no cuenta con certificados de calibración, los cuales son exigidos en la norma NTC ISO 9001:2015 para el Sistemas de Gestión de la Calidad y en literal 4.5.1 de la norma NTC ISO 14001:2004 para el Sistema de Gestión Ambiental. El presente estudio se propone fortalecer esta situación y, además, formular un conjunto de directrices para futuras calibraciones de los equipos de medición. Lo anterior con el objetivo de garantizar la trazabilidad y confiabilidad metrológica de las mediciones experimentales realizadas por el estudiantado.

Para estar acorde con la evolución en el campo educativo, es responsabilidad de toda la comunidad académica, reflexionar en primera instancia sobre en cómo potenciar el desarrollo científico e investigativo del estudiantado. De esta manera se garantiza que los estudiantes de ingeniería de la UAN-Sede Puerto Colombia adquieran un fundamento científico para ser competentes ante situaciones problemas que se presenten en el campo industrial, fortaleciendo la autonomía en la toma de decisiones y soluciones eficaces a dichos problemas.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Realizar un análisis metrológico de la instrumentación asociada en el motor de combustión del laboratorio de experimentos de la UAN-Sede Puerto Colombia

1.2.2 Objetivos específicos

- Identificar en la literatura los métodos de regresión lineal, polinomial y estocástico para el análisis de datos experimentales en laboratorio.

- Evaluar la confiabilidad metrológica del sistema de medición de temperatura en el motor de combustión interna, cuantificando la incertidumbre asociada a la medición.
- Evaluar la confiabilidad metrológica del sistema gravimétrico utilizado para la medición del consumo específico de combustible, cuantificando la incertidumbre asociada a la medición.

1.3 Justificación

Este trabajo investigativo, se enfoca en el planteamiento del modelo estadístico basado en los mínimos cuadrados ordinarios como una estrategia para evaluar la confiabilidad metrológica del sistema de medición de temperatura y consumo específico de combustible de un motor de combustión, los cuales tienen el objetivo de desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje de conceptos y procedimientos científicos de manera clara y confiable.

En base a los resultados obtenidos en el desarrollo del proyecto de grado, a seguir se describen los beneficios que el desarrollo del proyecto de grado ofreció a la UAN, así como a los investigadores.

1.4 Estructura del TIG

El capítulo 1 de este proyecto comprende todo lo relacionado con la introducción de los métodos mínimos cuadrados. Objetivos generales y específicos para llevar a cabo cada uno de los pasos del proyecto, y por último la justificación que nos permite entender la necesidad del proyecto. El capítulo 2, redacta los fundamentos, métodos mínimos cuadrados y estadísticos utilizados para realizar experimentos que ayuden a determinar polinomios. Fundamentos de Métodos de regresión lineal, polinomial y estocástico para el análisis de datos. Como también para para calcular estimaciones de parámetros y ajustar datos. Todo esto con el fin de analizar los datos que se obtenga de los equipos, para tener trazabilidad y a su vez llevar la confiabilidad de dichos equipos de medición. El capítulo 3 presenta la metodología implementada en el curso de los experimentos. Ya el capítulo 4 consolida los principales resultados del proyecto de investigación y, finalmente, el capítulo 5 presenta las conclusiones y recomendaciones para posibles desdoblamientos futuros a la luz de la experiencia aprendida.

2. Fundamentos de métodos de regresión lineal, polinomial y estocástico para el análisis de datos.

2.1 Interpolación

La interpolación entre los puntos experimentales permite encontrar un valor aproximado para una función f calculada en un punto x dentro de un intervalo I . Esto es posible siempre que se tenga conocimiento de una serie de datos ordenados de par a par, es decir: $\{[x_i, f(x_i)]\}_{i=1}^N$ tal que $x_i \in I$. Ahora, para la situación donde P es la función que se aproxima a f en el intervalo, entonces, para el conjunto de puntos $x_i, i = 1, 2, 3, \dots, N$, definimos: $P(x_i) = f(x_i)$. Así, se puede decir que P interpola la función f para los valores x_1, x_2, \dots, x_N . En este sentido, es posible usar la función P para encontrar una aproximación para el valor de f en el punto $x \in I$. Este procedimiento se conoce como interpolación.

Por otro lado, para la situación en la que x está fuera del intervalo I e, todavía queremos usar la función P para encontrar el valor aproximado de f en este punto, en este caso, el procedimiento se conoce como extrapolación.

A continuación, se define un caso particular de interpolación, que es de gran utilidad en el desarrollo de este trabajo, es decir: la interpolación polinómica. [5]

2.2 Interpolación polinomial

Sea, $f_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$, el valor de la función f calculada en los n puntos de interpolación x_i . El objetivo ahora es encontrar el polinomio de grado m que interpola f en estos puntos. Para ello se debe resolver el sistema de ecuaciones lineales $f_i \equiv f(x_i) = p(x_i)$, esto se traduce en resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} a_m x_1^m + a_{m-1} x_1^{m-1} + \dots + a_1 x_1 + a_0 &= f_1 \\ a_m x_2^m + a_{m-1} x_2^{m-1} + \dots + a_1 x_2 + a_0 &= f_2 \\ a_m x_n^m + a_{m-1} x_n^{m-1} + \dots + a_1 x_n + a_0 &= f_n \end{aligned}$$

Las incógnitas $m + 1$ son los coeficientes del polinomio, a_0, a_1, \dots, a_m y el sistema tiene n ecuaciones. Por lo tanto, típicamente, el sistema: no tiene solución si $m + 1 < n$; tiene infinitas soluciones si $m + 1 > n$; solo se determinará si $m + 1 = n$. [5]

2.2.1 Interpolación por polinomios de Lagrange

El físico matemático Joseph-Louis de Lagrange estableció una forma de presentar el polinomio que interpola un conjunto de datos. Lagrange publicó este resultado en 1759. Formalmente, el polinomio de Lagrange se define de la siguiente manera:

Dado un conjunto de $k + 1$ puntos,

$$(x_0, y_0), \dots, (x_k, y_k)$$

Donde se supone que todos x_j son distintos, el polinomio de interpolación en la forma de Lagrange es la combinación lineal,

$$L(x) = \sum_{j=0}^k y_j l_j(x) \quad (1)$$

De bases polinomiales de Lagrange

$$l_j(x) = \prod_{i=0, i \neq j}^k \frac{x - x_i}{x_j - x_i} = \frac{x - x_0}{x_j - x_0} \dots \frac{x - x_{j-1}}{x_j - x_{j-1}} \frac{x - x_{j+1}}{x_j - x_{j+1}} \dots \frac{x - x_k}{x_j - x_k} \quad (2)$$

La función que buscamos corresponde a una función polinomial $L(x)$ de grado k con el problema de interpolación podría tener una sola solución, porque la diferencia entre dos posibles soluciones sería otro polinomio de grado k con como máximo $k + 1$ ceros. Por tanto, $L(x)$ es el único polinomio de interpolación.

Dado que existe un único polinomio de interpolación para una serie de datos, dada algunos autores lo consideran una forma más apropiada de mencionar la interpolación de polinomios en la forma de Lagrange en lugar del polinomio de interpolación de Lagrange.[6]

2.2.2 Interpolación de Newton

En análisis numérico, el polinomio de Newton (en honor a Isaac Newton) es un polinomio de interpolación para un conjunto dado de puntos, donde los coeficientes del polinomio se calculan mediante diferencias divididas.

En términos matemáticos, el problema es determinar el siguiente polinomio:

$$p(x) = a_0 + a_1(x - x_1) + a_2(x - x_1)(x - x_2) + \dots + a_{n-1}(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

Por construcción, tenemos que $p(x_1) = a_0$. Dado que $p(x)$ es el polinomio de interpolación, $p(x_1) = f_1$, es decir, $a_0 = f_1$. [3]

Asimismo, $p(x_2) = a_0 + a_1(x_2 - x_1) = f_2$; $p(x_2) = f_1 + a_1(x_2 - x_1) = f_2$

$$a_1 = \frac{f_2 - a_0}{x_2 - x_1}$$

y así sucesivamente, los coeficientes se determinan de forma recursiva y el k-ésimo coeficiente se determina en términos de los puntos de interpolación y los coeficientes anteriores mediante la siguiente expresión:

$$a_k = \frac{f_k + 1 - a_0 - \sum_{j=1}^{k-1} a_j (x_{k+1} - x_1) \dots (x_k + 1 - x_j)}{2a \prod_{j=1}^k (x_{k+1} - x_j)} \quad (3)$$

La expresión anterior se puede describir usando notación de diferencia dividida. Sea la función $f[x_k, x_{k+1}, \dots, x_{l+1}]$ definida por la siguiente relación de recurrencia:

$$\begin{aligned} f[x_k, x_k + 1, \dots, x_l, x_l + 1] \\ = \frac{f[x_k + 1, x_k + 1, \dots, x_l, + 1] - f[x_k, x_k + 1, \dots, x_l]}{x_l + 1 - x_k} \end{aligned} \quad (4)$$

En este orden de ideas, se puede ver que

$$f[x_k, x_k + 1] = \frac{f[x_k + 1] - f[x_k]}{x_l + 1 - x_k} \quad (5)$$

En esta notación, los coeficientes del polinomio vienen dados por:

$$\begin{aligned} \mathbf{a_0} &= f[x_1], \\ \mathbf{a_1} &= f[x_1, x_2], \\ \mathbf{a_2} &= f[x_1, x_2, x_3], \\ &\vdots \\ \mathbf{a_n - 1} &= f[x_1, x_2, \dots, x_n] \end{aligned} \quad (6)$$

Finalmente, esquemáticamente, los coeficientes se calculan a partir de la secuencia de diferencias divididas calculadas de forma recursiva, como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{cccccccc}
x_1 & \rightarrow & f[x_1] & \rightarrow & f[x_1, x_2] & \rightarrow & f[x_1, x_2, x_3] & \cdots & f[x_1, \dots, x_{n-1}] & \rightarrow & f[x_1, \dots, x_n] \\
& & \nearrow & & \nearrow & & & & & & \nearrow \\
x_2 & \rightarrow & f[x_2] & \rightarrow & f[x_2, x_3] & \rightarrow & f[x_2, x_3, x_4] & \cdots & f[x_2, \dots, x_n] \\
& & \nearrow & & \nearrow & & & & & & \\
& & & & & & x_3 & \rightarrow & f[x_3] & \rightarrow & f[x_3, x_4] & \rightarrow & f[x_3, x_4, x_5] & \cdots \\
& & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & & & & \\
x_{n-2} & \rightarrow & f[x_{n-2}] & \rightarrow & f[x_{n-2}, x_{n-1}] & \rightarrow & f[x_{n-2}, x_{n-1}, x_n] & \cdots \\
& & \nearrow & & \nearrow & & & & & & & & & \\
x_{n-1} & \rightarrow & f[x_{n-1}] & \rightarrow & f[x_{n-1}, x_n] \\
& & \nearrow & & & & & & & & & & & \\
x_n & \rightarrow & f[x_n]
\end{array} \tag{7}$$

2.2 Ajustes por mínimos cuadrados ordinarios

De acuerdo con lo anterior, se demostró que es posible encontrar un polinomio de grado m que interpola un conjunto de n puntos $\{(x_i, f_i)\}_{i=1}^n = 1$. Normalmente, cuando $m < n - 1$ no existe. Sin embargo, todavía es posible encontrar una aproximación $p(x)$ para una función desconocida que define los n puntos. Si $p(x)$ fuera una interpolación, es completamente necesario que $p(x_i) = f_i$. La técnica de ajuste de funciones reemplaza el requisito minimizando una función $Q(\{r_i\})$. Definida a partir de los residuos $r_i = p(x_i) - f_i$. En general, la opción más común para Q es la suma cuadrática de los residuos, es decir: [6]

$$Q(\{r_i\}) = \sum_{i=1}^n r_i^2 \tag{8}$$

Hay otras opciones posibles para Q , por ejemplo, $Q = \max_i |r_i|$ o $Q(\{r_i\}) = \sum_{i=1}^n |r_i|$ la importancia de esta expresión está respaldada por el teorema de Gauss-Markov para modelos lineales en estadística. En principio, consideramos el caso donde la función de ajuste es un polinomio de grado m . A continuación, se puede observar que la condición de que $Q(\{r_i\}) = \sum_{i=1}^n |r_i|$, es mínimo proporcionará las ecuaciones para determinar

los coeficientes polinomiales. Este procedimiento se denomina ajuste por mínimos cuadrados ordinario.

La formulación del método se describe a continuación:

Sea $p(x)$ el polinomio $p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_mx^m$, una condición necesaria sobre el valor de los coeficientes a_i tal que el valor de Q, dado por la siguiente expresión

$$\sum_{i=1}^n (f_i - \sum_{j=0}^m a_j x_i^j) x_i^k \quad (9)$$

es un valor mínimo, es que la derivada parcial de Q con respecto al coeficiente a_k debe ser cero, es decir:

$$\partial Q / (\partial a_k) = 0 \quad \therefore k = 0, 1, \dots, m.$$

Lo anterior toma las siguientes ecuaciones:

$$-2 \sum_{i=1}^n \left(f_i - \sum_{j=0}^m a_j x_i^j \right) x_i^k = 0 \quad (10)$$

para cada $k = 0, 1, \dots, m$, porque:

$$\frac{\partial}{\partial a_k} \left(\sum_{j=0}^m a_j x_i^j \right) = \frac{\partial}{\partial a_k} (a_0 + a_1 x_i + \dots + a_k x_i^k + \dots + a_m x_i^m) = x_i^k \quad (11)$$

Así, es posible definir la siguiente ecuación:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m a_j x_i^{j+k} = \sum_{i=1}^n f_i x_i^k \quad (12)$$

$$\sum_{j=0}^m \left(\sum_{i=1}^n x_i^{j+k} \right) a_j = \sum_{i=1}^n f_i x_i^k$$

para cada $k = 0, 1, \dots, m$. Es decir, un sistema de ecuaciones lineales $m + 1$ cuyas incógnitas son el coeficiente $m + 1$ a_i del polinomio $p(x)$.

el sistema de ecuaciones anterior se puede reescribir en notación matricial como se define a continuación:

$$x^t x a = x^t f \quad (13)$$

En la expresión anterior, tienes que

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^m \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^m \end{pmatrix} \quad (14)$$

X^T es tu transposición y:

$$a = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix} \quad e \quad f = \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} \quad (15)$$

Las ecuaciones dadas por el sistema $X^T X a = X^T f$, se denominan ecuaciones normales. Esta nomenclatura se debe a que el sistema también se puede escribir como: $X^T (X a - f) = 0$.

El vector definido por $(X a - f)$ corresponde a un vector cuyas componentes están dadas por los residuos de la aproximación y, según la ecuación anterior, este vector es normal (es decir: ortogonal) a los vectores formados por los elementos de las líneas de la matriz X^T que son de la forma:

$$a = \begin{pmatrix} x_1^l \\ x_2^l \\ \vdots \\ x_n^l \end{pmatrix} = \text{para } l = 0, 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

2.31 Modelo de regresión lineal

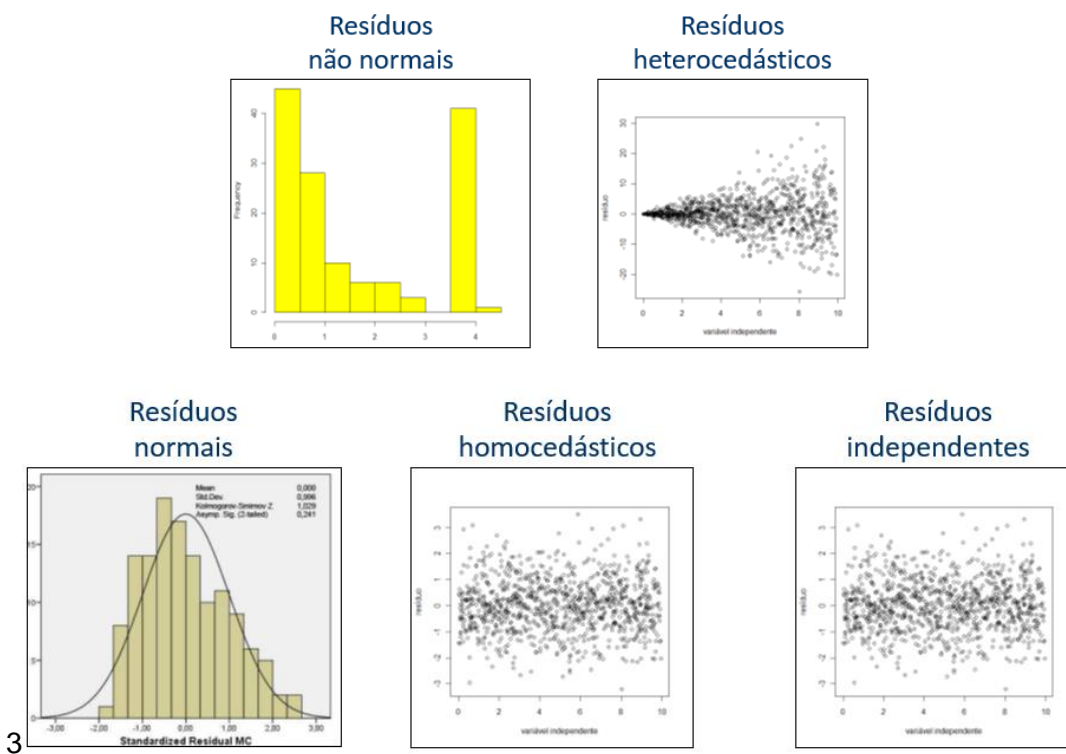
A partir de un conjunto de variables aleatorias (X, Y) donde: X denota la variable independiente e Y denota la variable dependiente, se puede definir un modelo matemático para representar un fenómeno físico particular en estudio. En este sentido, un modelo matemático corresponde a una función de regresión que involucra un conjunto de parámetros. Si esta función es lineal en parámetros (pero no

necesariamente en variables independientes), entonces el modelo se llama: modelo de regresión lineal (MRL).

Existen varios objetivos para realizar un análisis vía LMR, entre otros, se pueden destacar los siguientes: (i) Estimar parámetros desconocidos; (ii) Probar hipótesis sobre estos parámetros; (iii) Idoneidad del modelo y (iv) Verificación de diferentes hipótesis.[7]

En este tipo de análisis, los residuos se pueden clasificar en: (i) normales; (ii) anormal; (iii) homocedástico; (iv) heterocedástico y (v) independiente.

A continuación, se muestra gráficamente cada clasificación de los residuos obtenidos de un análisis del modelo de regresión lineal:



En términos específicos se puede afirmar que cuando se realiza el ajuste por mínimos cuadrados para un polinomio de grado uno (1), las expresiones son más simples, en particular, es posible determinar el valor de los coeficientes a_0 y a_1 exclusivamente en términos de signfica. Es decir, para un conjunto de n puntos $\{(x_i, f_i)\}_{i=1}^n$, la suma cuadrática de las desviaciones, Q , viene dada por:

$$Q = \sum_{i=1}^N (f_i - a_0 - a_1 x)^2 \quad (17)$$

Como en el caso más general, las condiciones necesarias para que Q sea mínimo vienen dadas por las derivadas de Q con respecto a a_0 y a_1 , que deben anularse entre sí:

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial a_0} &= 2 \sum_{i=1}^n (f_i - a_0 - a_1 x_i)(-1) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial a_1} &= 2 \sum_{i=1}^n (f_i - a_0 - a_1 x_i)(-x_i) = 0\end{aligned}\quad (18)$$

De las expresiones anteriores, puede obtener:

$$n a_0 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n f_i \quad \rightarrow \quad a_0 + a_1 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i \quad (19)$$

Además, también es posible obtener:

$$a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n f_i x_i \quad \rightarrow \quad a_0 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i x_i \quad (20)$$

De la siguiente notación:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad \bar{f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i \quad e \quad \overline{fx} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i x_i \quad (21)$$

Puede reescribir un sistema de ecuaciones dado por:

$$\begin{aligned}a_0 + \bar{x} a_1 &= \bar{f} \\ \bar{x} a_0 + \overline{x^2} a_1 &= \overline{fx}\end{aligned}\quad (22)$$

Cuya solución determina los coeficientes a_0 y a_1 :

$$a_0 = \frac{\bar{f} \overline{x^2} - \bar{x} \overline{fx}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} \quad (23)$$

$$a_1 = \frac{\bar{f}x - \overline{fx}}{x^2 - (\bar{x})^2}$$

2.3.2 Desviación cuadrática media en la calibración de instrumentos de medida

La calibración es un proceso de comparar los valores de una cantidad por un instrumento y por un estándar, a través del cual se puede rastrear el primero en relación con la escala de la cantidad en cuestión (VIM, 2012). Sin embargo, como es muy probable que los valores que medirá el instrumento no sean los mismos que se verificaron durante la calibración, estos resultados solo serán útiles si se utilizaron procedimientos de interpolación, basados en su rendimiento general.[8]

Por tanto, es necesario un análisis estadístico basado en el método de mínimos cuadrados ordinarios. Mediante este procedimiento, una función (la mayoría de las veces un polinomio) se ajusta a los puntos de calibración identificados por los valores del estándar y los del instrumento, de tal manera que, para cada valor indicado por este último, el valor verdadero que se obtendría se puede calcular en una calibración (representada por el estándar) dentro de un rango de incertidumbre estimado con los datos de este experimento.

Normalmente, los criterios para determinar los coeficientes de la función de ajuste incluyen argumentos como que la desviación estándar de la cantidad medida es aproximadamente la misma para todos los puntos en el rango de calibración del instrumento, o al menos se estima un valor promedio para él. Esta hipótesis simplificadora permite el uso de una sola medición en cada punto del rango, siempre que se utilice un número estadísticamente suficiente de puntos a lo largo del rango. Por tanto, se puede obtener un rendimiento medio del instrumento en el rango. Para un polinomio de grado m , se pueden utilizar las siguientes expresiones para estimar el valor real y la desviación cuadrática media de la raíz (a menudo conocida como incertidumbre de ajuste) (Orlando, 2009).[4]

$$y(x) = \sum_{i=0}^m c_i \cdot x_i \quad (24)$$

$$u_s^2 = \sum_{i=0}^n [y(x_i) - y_i]^2 / (n - m - 1) \quad (25)$$

Dónde,

ci: coeficientes polinomiales de grado m;

xi: valor indicado por el instrumento durante la calibración;

m: grado del polinomio;

n: número de puntos medidos;

y (xi): variable dependiente que representa el valor ajustado;

yi: valor verdadero medido por el estándar durante la calibración;

us: desviación cuadrática media de la raíz (incertidumbre de ajuste).

El método para determinar los coeficientes se conoce como método de mínimos cuadrados ordinarios, cuya base matemática se explicó en los ítems anteriores. Por lo tanto, el objetivo ahora es determinar valores de coeficientes que minimicen la desviación cuadrática media de la raíz (us).

Para lograr este objetivo, considere que este resultado se ajusta a cualquier polinomio de la forma.

$$y = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \quad (26)$$

Para los puntos (xi, yi), es posible hacer:

$$r_1 = y_1 - (a_0 + a_1x_1 + \dots + a_nx_1^n)$$

$$x = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_p \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_p & x_p^2 & \dots & x_p^n \end{pmatrix} \quad (27)$$

Entonces, para encontrar los puntos a0, a, ..., an, debemos resolver el mismo sistema

ATA = ATY. Realizando los cálculos de ATA y ATY obtenemos:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^p x_i^0 & \sum_{i=1}^p x_i^1 & \dots & \sum_{i=1}^p x_i^n \\ \sum_{i=1}^p x_i^1 & \sum_{i=1}^p x_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^p x_i^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^p x_i^n & \sum_{i=1}^p x_i^{n+1} & \dots & \sum_{i=1}^p x_i^{2n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^p x_i^0 y_i \\ \sum_{i=1}^p x_i^1 y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^p x_i^n y_i \end{pmatrix} \quad (28)$$

Este procedimiento se puede generalizar a cualquier curva de ajuste de forma:

dado que las funciones $g_j(x)$ evaluadas en los puntos dan como resultados vectores linealmente independientes, lo cual es una condición necesaria para que la matriz AtA sea invertible.

Para un grado de polinomio dado de grado m , se puede definir una incertidumbre de ajuste (us) como igual a la desviación cuadrática media de la raíz. Se puede demostrar numéricamente que, a partir de un cierto número de puntos utilizados en el ajuste, el valor de los coeficientes permanece prácticamente igual. Así, dependiendo de la repetibilidad del instrumento, se puede determinar el número mínimo de puntos a utilizar en el ajuste. Esto suele estar en el rango de 10-20 (Orlando, 2009).[4]

2.4 Ejemplo de ajuste funcional: regresión

El uso más antiguo (y aún más frecuente) de MCO fue la regresión lineal, que corresponde al problema de encontrar una línea (o curva) que se ajuste mejor a un conjunto de datos. En la formulación estándar, se usa un conjunto de N pares de observaciones $\{Y_i, X_i\}$ para encontrar una función que dé el valor de la variable dependiente (Y) a partir de los valores de una variable independiente (X). Con una variable y una función lineal, la predicción viene dada por la siguiente ecuación.[5]

$$\hat{Y} = a + bX. \quad (29)$$

Esta ecuación involucra dos parámetros libres que especifican la intersección (a) y la Pendiente (B) de la línea de regresión. El método de mínimos cuadrados define la Estimación de estos parámetros como los valores que minimizan la suma de los

cuadrados (de ahí el nombre mínimos cuadrados) entre las medidas y el modelo (es decir, el Valores predichos). Esto equivale a minimizar la expresión:

$$\varepsilon = \sum_i (y_1 - \hat{y}_2)^2 = \sum_i [y_1 - (a + bx_i)]^2 \quad (30)$$

(donde E significa "error", que es la cantidad que se debe minimizar). Esto se logra utilizando técnicas estándar de cálculo, es decir, la propiedad de que una cuadrática (es decir, con un cuadrado) formula su valor mínimo cuando sus derivadas desaparecen. Tomando la derivada de E con respecto a ayb y poniéndolas a cero, se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones (llamadas ecuaciones normales):[5]

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial a} = 2Na + 2b \sum x_i - 2 \sum y_i = 0 \quad (31)$$

Y

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial b} = 2b \sum x_i^2 + 2a \sum x_i - 2 \sum y_i x_i = 0 \quad (32)$$

Resolver estas 2 ecuaciones da las estimaciones de mínimos cuadrados de a y b como:

$$a = MY - bMX \quad (33)$$

(con MY y MX denotando las medias de X e Y) y

$$b = \frac{\sum (y_i - m_y)(x_i - M_x)}{\sum (x_i - M_x)^2} \quad (34)$$

MCO se puede extender a más de una variable independiente (usando álgebra matricial) y a funciones no lineales.[5]

2.5 Geometría de mínimos cuadrados

OLS se puede interpretar en un marco geométrico como una proyección ortogonal del vector de datos en el espacio definido por la variable independiente. La proyección es ortogonal porque los valores predichos y los valores actuales no están correlacionados. Esto se ilustra en la **Figura 1**, que describe el caso de dos variables independientes (vectores x_1 y x_2) y el vector de datos (y), y muestra que el vector de error ($y - \hat{y}$) es ortogonal al mínimo cuadrado (\hat{y}) que se encuentra en el subespacio definido por las dos variables independientes. [7]

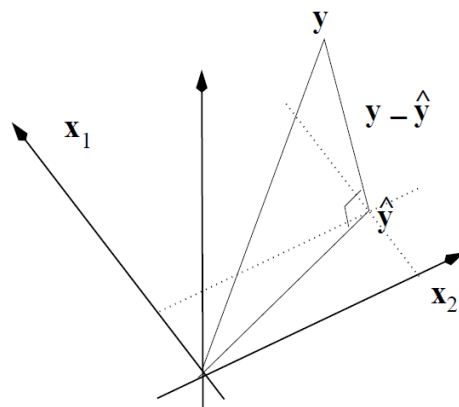


Figura 1 - La estimación de mínimos cuadrados de los datos es la proyección ortogonal del vector de datos sobre el subespacio de la variable independiente.

2.6 Optimalidad de las estimaciones mínimos cuadrados

Las estimaciones de MCO tienen algunas propiedades estadísticas sólidas. Específicamente cuando (1) los datos obtenidos constituyen una muestra aleatoria de una población bien definida, (2) el modelo poblacional es lineal, (3) el error tiene un valor esperado cero, (4) las variables independientes son linealmente independientes, y (5) el error se distribuye normalmente y no está correlacionado con las variables independientes (el llamado supuesto de homocedasticidad); entonces la estimación de MCO es la mejor estimación lineal insesgado a menudo denotada con el acrónimo "AZUL" (las 5 condiciones y la demostración se llama condiciones y teorema de Gauss-Márkov). Además, cuando se cumplen las condiciones de Gauss-Márkov, las estimaciones de MCO también son estimaciones de máxima verosimilitud.[9]

2.7 Mínimos cuadrados ponderados

La optimalidad de OLS se basa en gran medida en el supuesto de homocedasticidad. Cuando los datos provienen de diferentes subpoblaciones para las que se dispone de una estimación independiente de la varianza del error, se puede obtener una estimación mejor que la OLS utilizando mínimos cuadrados ponderados (WLS), también llamados mínimos cuadrados Generalizados (GLS). La idea es asignar a cada observación un peso que refleje la incertidumbre de la medición. En general, el peso w_i , asignado a la i a observación, será una función de la varianza de esta observación, denotada σ_i^2 . Un esquema de ponderación sencillo es definir $w_i = \sigma_i^{-2}$ (pero también se pueden proponer otros esquemas ponderados más sofisticados). Para la regresión lineal ejemplo, WLS encontrará los valores de a y b minimizando.[7]

$$\varepsilon_w = \sum_i w_i (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_i w_i [y_i - (a + bX_i)]^2 \quad (35)$$

2.8 Métodos iterativos: descenso de gradiente

Al estimar los parámetros de una función no lineal con OLS o WLS, el enfoque estándar que utiliza derivadas no siempre es posible. En este caso, los métodos iterativos se utilizan con mucha frecuencia. Estos métodos buscan de forma escalonada los mejores valores de la estimación. A menudo proceden utilizando en cada paso una aproximación lineal de la función y refinan esta aproximación mediante correcciones sucesivas. Las

técnicas involucradas se conocen como descenso de gradiente y aproximaciones de Gauss-Newton. Corresponden a mínimos cuadrados no lineales en el análisis numérico y regresión no lineal en estadística. Las redes neuronales constituyen una aplicación reciente y popular de estas técnicas.[10]

3. Metodología experimental

En este capítulo hablaremos de los procedimientos utilizados para la calibración de los sensores y la báscula utilizada para medir el nivel de combustible en el tanque del motor de combustión interna (YAMAHA EF2600D) [11], el cual se encuentra en el laboratorio de experimentos de la universidad Antonio Nariño, sede puerto Colombia. Como se muestra en la **Figura 2**



Figura 2 - Motor de combustión interna universidad Antonio Nariño sede puerto Colombia.

Fuente: Autores

3.1 Descripción del sistema de medición de temperatura

Este sistema está conformado por 6 sensores tipo K, los cuales están ubicados en seis puntos del motor de combustión interna de la universidad Antonio Nariño, sede puerto Colombia. Como se muestra en la **Figura 3** y se encuentran instalados en la siguiente posición:

S1: Ductos de extractores.

S2: Carcasa del motor (generador)

S3: Ducto de escape.

S4: Ducto de entrada de combustible.

S5: Admisión (carburador).

S6: combustión (bujía).

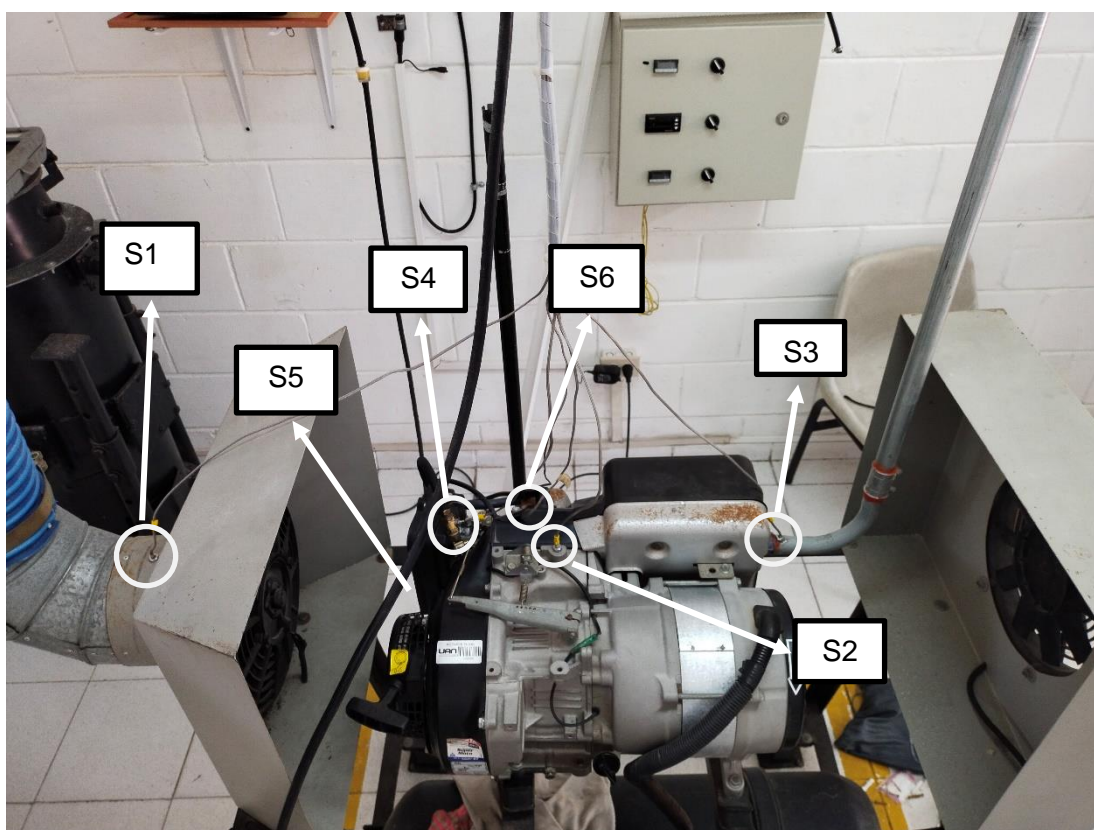


Figura 3 – Ubicación de sensores en motor de combustión interna universidad Antonio Nariño sede puerto Colombia.

Fuente: Autores

Estos se encuentran Conectados a un tablero PLC para el control de temperatura el cual emite alarmas cuando algunos de sus sistemas están en estado de sobrecalentamiento. Cuenta con seis indicadores de temperatura de la marca Autotronic, con resolución ajustable de 1 °C, los cuales permiten la visualización en tiempo real de la temperatura en los distintos puntos del motor. **Figura 4**



Figura 4 – Tablero PLC para control de temperatura.

Fuente: Autores

Como se puede ver en la **Figura 4**, el sensor 1 (**S1**) se encuentra fuera de servicio. Sin embargo, ese sensor corresponde a la entrada del aire y para fines de cálculos se asume como temperatura ambiente.

3.2 Descripción del sistema de medición de consumo de combustible

Este sistema está formado por un tanque de combustible fabricado en acero inoxidable 304 el cual cuenta con una capacidad máxima de 15.88 cm³(0.01588 litros), se ubica en uno de sus extremos un indicador de nivel, mediante el cual se puede visualizar el contenido con que cuenta el tanque.



Figura 5 – Tanque de combustible en acero inoxidable 304.

Fuente: Autores

Adicional a esto, se instaló una báscula báscula de la marca TRÚMAX (Modelo: Fénix; Número de Serie: YS200847; Cap. Máx.: 15 kg; Resolución: 1 g) [12] **Figura 6**. Esta báscula tendrá como fin, medir el consumo de combustible en tiempo real a medida que este va siendo consumido por el motor de combustión interna **Figura 7**.



Figura 6 – Báscula TRÚMAX (Modelo: Fénix; Número de Serie: YS200847; Cap. Máx.: 15 kg; Resolución: 1 g).

Fuente: Autores

Se realizó la calibración de báscula TRÚMAX, los resultados de esta calibración los veremos en la siguiente sección.



Figura 7 – Conjunto Báscula TRÚMAX y tanque de combustible.

Fuente: Autores

3.3 Procedimiento de calibración

Esta sección describe de forma detallada el procedimiento de calibración realizado en el curso de los experimentos. Este procedimiento fue aplicado a los sensores de temperatura los cuales, como fue explicado en las secciones anteriores, controlan el sistema de medición de los distintos parámetros y procedimiento termodinámicos asociados al motor de combustión interna. Además, se describe el procedimiento de calibración de la báscula TRÚMAX (Modelo: Fénix; Número de Serie: YS200847; Cap. Máx.: 15 kg; Resolución: 1 g). Esto con el propósito de evaluar la confiabilidad metrológica del sistema gravimétrico para la medición del consumo de combustible en condiciones reales de operación del motor.

3.3.1 Sistema de medición de temperatura

Este procedimiento se llevó a cabo en las instalaciones de la universidad Antonio Nariño, para esto se utilizó un bloque térmico de la marca **REED**, **modelo: BX-150**. Este dispositivo ofrece tiempos rápidos de calor y enfriamiento, incorporando un calentador y un sensor RDT de platino de precisión, cuenta con 8 cavidades para insertar los sensores a calibrar [1 (htt)] certificado por la ONAC (organismo nacional de acreditación de Colombia).

Este bloque nos permitió obtener homogeneidad térmica gracias a su resolución de 0,1 °C. La cual se modifica utilizando los botones del panel frontal con que cuenta este dispositivo. **Figura 8**



Figura 8 – Bloque térmico (REED BX-150).

Fuente: Autores

Para obtener mayor precisión y confiabilidad en la calibración de los seis sensores instalados en el motor de combustión interna, se utilizó un termómetro digital como patrón de la marca **JECTSE** **modelo:HT-9815**. [13] Este termómetro cuenta con cuatro canales de medición y visualización simultánea con una resolución de 0,01 °C, pantalla LCD con retro iluminación para mejor visualización. Este termómetro soporta la conversión de Celsius, Fahrenheit y Kelvin. Este patrón cuenta con su certificado de calibración el cual se encuentra en el anexo A, con el fin de permitir la trazabilidad metrológica al sistema internacional de unidades. **Figura 9**



Figura 9 – Termómetro patrón (JECTSE HT-9815).

Fuente: Autores

Para dar inicio a la calibración de los seis sensores, es necesario desmontarlos y posteriormente insertarlos en las cavidades con que cuenta nuestro bloque térmico (REED BX-150) como se ilustra **Figura 8**.

Ya insertados los sensores en las cavidades del bloque térmico, se procede a programar la temperatura inicial mediante los botones del panel frontal, ya programada la temperatura en el bloque térmico, se procede a insertar el sensor tipo K del termómetro patrón el cual se encargará de mostrarnos la temperatura a la que está programado el bloque térmico. Con este último paso obtendremos mayor precisión y confiabilidad a la hora de iniciar la calibración.

Luego se procede a la toma de datos, tomando la temperatura de nuestro bloque térmico, y la comparamos con la que nos muestra el termómetro patrón (**JECTSE HT-9815**). Una vez obtenido estos datos se procede a tomar la temperatura que nos muestra el tablero de control de temperatura **Figura 4** del motor de combustión interna de la universidad Antonio Nariño sede puerto Colombia.

Mediante este procedimiento de toma de datos entre el bloque térmico y el termómetro patrón, calculamos el error para luego compararlo con la lectura que nos muestre el tablero de control de temperatura.

Este procedimiento se llevó a cabo nueve veces a distintas temperaturas iniciando de 30°C hasta 110°C. Este procedimiento nos arrojó los siguientes resultados:

No Puntos	S1	S2	S3	S4	S5	S6	Temperatura del Patrón de Medición			
	Temperaturas indicadas por los sensores						Medida 1	Medida 2	Valor medio	Desviación
	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	Medida 1	Medida 2	Valor medio	Desviación
	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C
1		35,0	36,0	36,0	36,0	36,0	37,3	37,3	37,3	0,0000
2		36,0	37,0	37,0	38,0	38,0	39,4	39,4	39,4	0,0000
3		43,0	45,0	45,0	47,0	48,0	49,5	49,5	49,5	0,0000
4		51,0	53,0	52,0	56,0	58,0	59,7	59,7	59,7	0,0000
5		58,0	61,0	59,0	64,0	67,0	69,8	69,8	69,8	0,0000
6		65,0	68,0	68,0	74,0	76,0	80,0	80,0	80,0	0,0000
7		73,0	75,0	76,0	83,0	86,0	90,2	90,2	90,2	0,0000
8		80,0	83,0	85,0	92,0	96,0	100,4	100,4	100,4	0,0000
9		87,0	91,0	90,0	101,0	105,0	110,4	110,4	110,4	0,0000

Tabla 1 – Datos experimentales: Calibración de sensores.

Fuente: Autores

3.3.2 Sistema de medición de consumo de combustible

La balanza TRUMAX utilizada para la medición del sistema de consumo de combustible fue evaluada experimentalmente según los lineamientos establecidos en la Guía SIM (2009). Inicialmente se esperó un lapso de 30 minutos para estabilizar el sistema interno.



Figura 10 – Balanza Digital Trumax

Fuente: Autores

Una vez realizado el procedimiento anterior, se realizaron los test experimentales y analíticos, según se describe a continuación:

- (i) se analizó el rango de operación de la balanza mediante un proceso de carga ascendente y un proceso de carga descendente, mediante la aplicación de masas patrón certificadas;
- (ii) para cada punto experimental obtenido, fue medida la presión atmosférica y la temperatura ambiente;
- (iii) se determinaron las incertidumbres asociadas a la medición de la temperatura ambiente, la presión atmosférica y la densidad del aire. Este análisis fue realizado dividiéndose la mitad resolución del instrumento por la raíz cuadrada de tres. Este procedimiento es sugerido por la ISO GUM para asociar los datos experimentales a una distribución rectangular de probabilidad;
- (iv) se calculó la relación de la aceleración de la gravedad y el efecto del empuje (principio de Arquímedes);
- (v) se determinó las diferentes curvas de calibración para los polinomios de grado uno, dos, tres y cuatro;
- (vi) fue calculada la desviación media cuadrática (*i.e.*: incertidumbre de ajuste), mediante la Ecuación (36), para establecer el polinomio que mejor ajusta los datos experimentales:

$$u_s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (m_{ap} - m_a)^2}{N - n - 1} \quad (36)$$

en esta expresión:

u_s = incertidumbre de ajuste;

m_{ap} = masa aparente;

m_a = masa ajustada;

N = número de puntos experimentales;

n = número de coeficientes estimados en el polinomio de ajuste.

- (vii) una vez realizado lo descrito en los ítems anteriores, se procedió a estimar la incertidumbre expandida ($k=2$) asociada a la medición de masa para un intervalo de confianza de 95,45%.

(viii)

En el curso de los experimentos fueron utilizados los patrones de medición del laboratorio certificado por el Instituto Colombiano de Normas Técnicas (ICONTEC) y el Organismo Nacional de Acreditación (ONAC). Fue utilizado un juego de masa con capacidad de medición de 1 mg hasta 10 kg. Los distintos certificados de las masas patrón utilizadas se encuentran en el Anexo B.

En el curso de los experimentos fueron obtenidos 38 puntos experimentales (19 para carga ascendente y 19 para carga descendente). La **Figura 11** ilustra el proceso experimental para la situación de 10 kg de masa certificadas en la balanza de estudio.



Figura 11– Calibración de la balanza Trumax

Fuente: Autores

Las **Tablas 2 y 3** detallan los datos experimentales obtenidos, para la situación de carga ascendente y descendente, respectivamente:

Tabla 2 - Datos experimentales: carga ascendente

CARGA ASCENDENTE				
Puntos	Masa patrón	Indicación de la balanza	Temperatura ambiente	Presión atmosférica
	g	g	°C	mbar/abs
1	0	0	27.7	1021.7
2	1	1	27.7	1021.7
3	2	2	27.7	1021.7
4	5	5	27.7	1021.7
5	10	10	27.7	1021.7
6	15	15	27.7	1021.7
7	20	20	27.7	1021.7
8	50	50	27.7	1021.7
9	100	100	27.7	1021.7
10	200	200	27.7	1021.7
11	500	501	27.7	1021.7
12	1000	1001	27.7	1021.7
13	2000	2002	27.7	1021.7
14	5000	5005	27.7	1021.7
15	7000	7007	27.7	1021.7
16	10000	10010	27.7	1021.7
17	11000	11011	27.7	1021.7
18	12000	12011	27.6	1021.7
19	15000	15000	27.6	1021.7

Fuente: Autores

Tabla 3 - Datos experimentales: carga descendente.

CARGA DESCENDENTE				
Puntos	Masa patrón	Indicación de la balanza	Temperatura ambiente	Presión atmosférica
	g	g	°C	mbar/abs
1	0	0	27.5	1021.7
2	1	1	27.5	1021.7
3	2	2	27.5	1021.7
4	5	5	27.5	1021.7
5	10	10	27.5	1021.7
6	15	15	27.5	1021.7
7	20	20	27.5	1021.7
8	50	50	27.5	1021.7
9	100	100	27.5	1021.7
10	200	200	27.5	1021.7
11	500	501	27.5	1021.7
12	1000	1001	27.5	1021.7
13	2000	2002	27.5	1021.7
14	5000	5005	27.5	1021.7
15	7000	7005	27.5	1021.7
16	10000	10009	27.5	1021.7
17	11000	11011	27.5	1021.7
18	12000	12011	27.5	1021.7
19	15000	15000	27.5	1021.7

Fuente: Autores

Detalles de los resultados producto de la calibración experimental en el local de uso de la balanza son mostrados en el capítulo 4.

4. Resultados y discusión.

En este capítulo veremos los resultados obtenidos por parte de la medición realizada, mediante los distintos métodos y procedimientos utilizados para la calibración de sensores al igual que el sistema de medición de combustible, en el motor de combustión interna de la universidad Antonio Nariño sede puerto Colombia.

4.1 Confiabilidad metrológica del sistema de medición de temperatura.

Teniendo en cuenta la

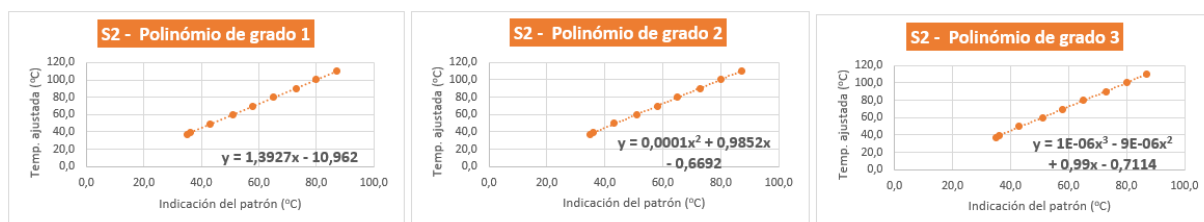
Tabla 1 (Datos experimentales: Calibración de sensores.), se obtiene la **Tabla 4**, la cual nos muestra el error sistemático no ajustado, que no es más que la diferencia entre la temperatura obtenida por el Termómetro patrón (**JECTSE HT-9815**), y la temperatura mostrada en el **Figura 4 – Tablero PLC para control de temperatura**.

Tabla 4 – error sistemático (no ajustado)

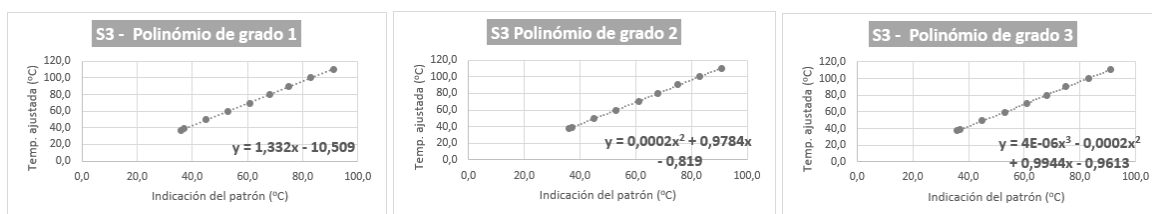
Error sistemático (No Ajustado)					
T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
S1	S2	S3	S4	S5	S6
E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆
°C	°C	°C	°C	°C	°C
0	-2,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3
0	-3,4	-2,4	-2,4	-1,4	-1,4
0	-6,5	-4,5	-4,5	-2,5	-1,5
0	-8,7	-6,7	-7,7	-3,7	-1,7
0	-11,8	-8,8	-10,8	-5,8	-2,8
0	-15,0	-12,0	-12,0	-6,0	-4,0
0	-17,2	-15,2	-14,2	-7,2	-4,2
0	-20,4	-17,4	-15,4	-8,4	-4,4
0	-23,4	-19,4	-20,4	-9,4	-5,4

Teniendo en cuenta los resultados de los datos experimentales

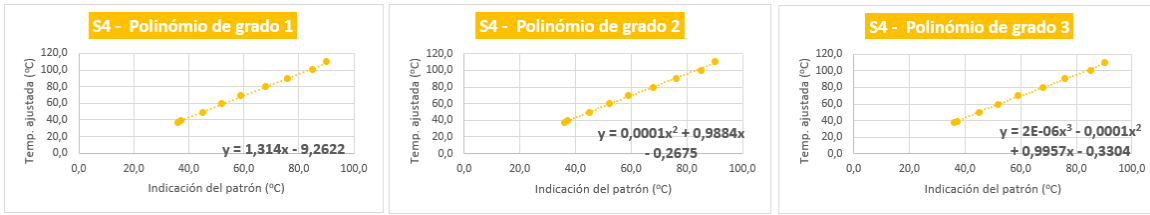
Tabla 1 y el error sistemático no ajustado **Tabla 4** tenemos las gráficas de cada sensor calibrado, el cual nos muestra los polinomios de grado 1,2 y 3, con los cuales ajustaremos las temperaturas para cada uno de ellos.



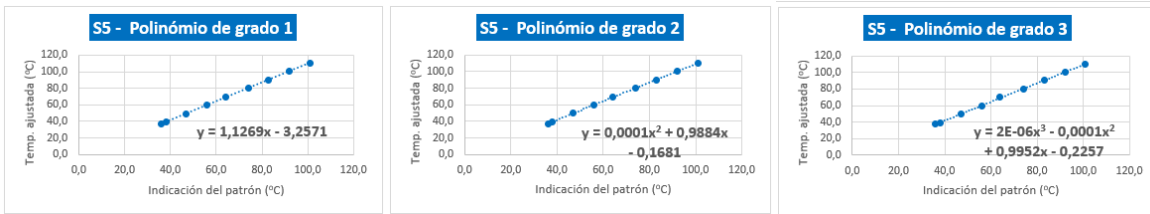
Gráfica 1 – polinomio grado 1,2,3 sensor 2 (S2)



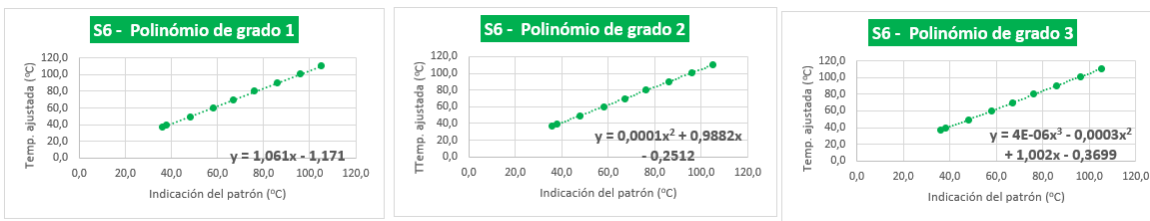
Grafica 2 - polinomio grado 1,2,3 sensor 3 (S3)



Grafica 3 – polinomio grado 1,2,3 sensor 4 (S4)



Grafica 4 – polinomio grado 1,2,3 sensor 5 (S5)



Grafica 5 – polinomio grado 1,2,3 sensor 6 (S6).

-Nota: No se muestra la gráfica para el sensor 1 (S1) ya que este se encuentra fuera de servicio, como se mencionó en capítulos anteriores.

Gracias a estas gráficas, se obtiene los coeficientes para cada polinomio, los cuales los agrupamos en la **Tabla 5**.

Tabla 5 – coeficientes de los polinomios interpoladores

Grau	Coef.	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
		S1	S2	S3	S4	S5	S6
1	a		1,3927	1,332	1,314	1,1269	1,061
	b		-10,962	-10,509	-9,2622	-3,2571	-1,171
2	a		0,0001	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001
	b		0,9852	0,9784	0,9884	0,9884	0,9882
	c		-0,6692	-0,819	-0,2675	-0,1681	-0,2512
3	a		0,000001	0,000004	0,000004	2,00E-06	0,000004
	b		-0,000009	-0,0002	-0,0001	-0,0001	-0,0003
	c		0,99	0,9944	0,9957	0,9952	1,002
	d		-0,7114	-0,9613	-0,3304	-0,2257	-0,3699

Teniendo estos datos agrupados obtenemos los resultados de la temperatura ajustada para cada polinomio.

Tabla 6 – temperatura ajustada para cada polinomio.

Polinomio de grado 1						Polinomio de grado 2						Polinomio de grado 3					
T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S1	S2	S3	S4	S5	S6
°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C
0,0	37,8	37,4	38,0	37,3	37,0	0,0	33,9	34,7	35,4	35,5	35,5	0,0	34,0	34,8	35,6	35,6	35,5
0,0	39,2	38,8	39,4	39,6	39,1	0,0	34,9	35,7	36,4	37,5	37,4	0,0	35,0	35,8	36,6	37,6	37,5
0,0	48,9	49,4	49,9	49,7	49,8	0,0	41,9	43,6	44,4	46,5	47,4	0,0	41,9	43,7	44,6	46,5	47,5
0,0	60,1	60,1	59,1	59,8	60,4	0,0	49,8	51,6	51,4	55,5	57,4	0,0	49,9	51,8	51,7	55,5	57,5
0,0	69,8	70,7	68,3	68,9	69,9	0,0	56,8	59,6	58,4	63,5	66,4	0,0	56,9	59,9	58,9	63,6	66,6
0,0	79,6	80,1	80,1	80,1	79,5	0,0	63,8	66,6	67,4	73,5	75,4	0,0	63,9	67,0	68,2	73,7	75,8
0,0	90,7	89,4	90,6	90,3	90,1	0,0	71,8	73,7	75,4	82,6	85,5	0,0	71,9	74,2	76,5	82,8	86,1
0,0	100,5	100,0	102,4	100,4	100,7	0,0	78,8	81,8	84,5	91,6	95,5	0,0	78,9	82,5	86,0	92,0	96,6
0,0	110,2	110,7	109,0	110,6	110,2	0,0	85,8	89,9	89,5	100,7	104,6	0,0	86,0	90,9	91,4	101,3	106,2

Teniendo en cuenta estos resultados podemos ver qué. Con el polinomio de primer grado se ajusta mejor la temperatura ya que maneja rangos pequeños en comparación con los demás resultados.

Tabla 7 – resultado incertidumbre de ajuste (polinomio grado 1) y factor de cobertura.

Incertidumbre del Ajuste					
T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
S1	S2	S3	S4	S5	S6
°C	°C	°C	°C	°C	°C
Grado 2	Grado 1	Grado 1	Grado 1	Grado 1	Grado 1
	0,4203	0,5770	1,1770	0,3812	0,3918

Factor de Cobertura (k)					
T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
S1	S2	S3	S4	S5	S6
	2,36	2,36	2,36	2,36	2,36

Después de analizar todos estos resultados, llegamos a los resultados de la calibración, los cuales nos muestran las temperaturas ajustadas en cada uno de los 9 puntos estudiados en el motor de combustión interna. **Tabla 8**

TEMPERATURA AJUSTADA						Error sistemático						
T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	Patrón	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
S1	S2	S3	S4	S5	S6	Valor medio	S1	S2	S3	S4	S5	S6
°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C
	37,8	37,4	38,0	37,3	37,0	37,3		0,48	0,14	0,74	0,01	-0,27
	39,2	38,8	39,4	39,6	39,1	39,4		-0,22	-0,62	-0,04	0,17	-0,25
	48,9	49,4	49,9	49,7	49,8	49,5		-0,58	-0,07	0,37	0,21	0,26
	60,1	60,1	59,1	59,8	60,4	59,7		0,37	0,39	-0,63	0,15	0,67
	69,8	70,7	68,3	68,9	69,9	69,8		0,01	0,94	-1,54	-0,94	0,12
	79,6	80,1	80,1	80,1	79,5	80,0		-0,44	0,07	0,09	0,13	-0,54
	90,7	89,4	90,6	90,3	90,1	90,2		0,51	-0,81	0,40	0,08	-0,13
	100,5	100,0	102,4	100,4	100,7	100,4		0,05	-0,35	2,03	0,02	0,28
	110,2	110,7	109,0	110,6	110,2	110,4		-0,20	0,30	-1,40	0,16	-0,17

Tabla 8 – resultados de la calibración.

Para esta calibración se ajusta una tolerancia de $\pm 5^{\circ}\text{C}$, para obtener un margen de medida y establecer los parámetros de esta medición. **Tabla 9**

TOLERANCIA DEL PROCESO	
Lim. Superior	Lim. Inferior
5,00	-5,00
5,00	-5,00
5,00	-5,00
5,00	-5,00
5,00	-5,00
5,00	-5,00
5,00	-5,00
5,00	-5,00
5,00	-5,00
5,00	-5,00

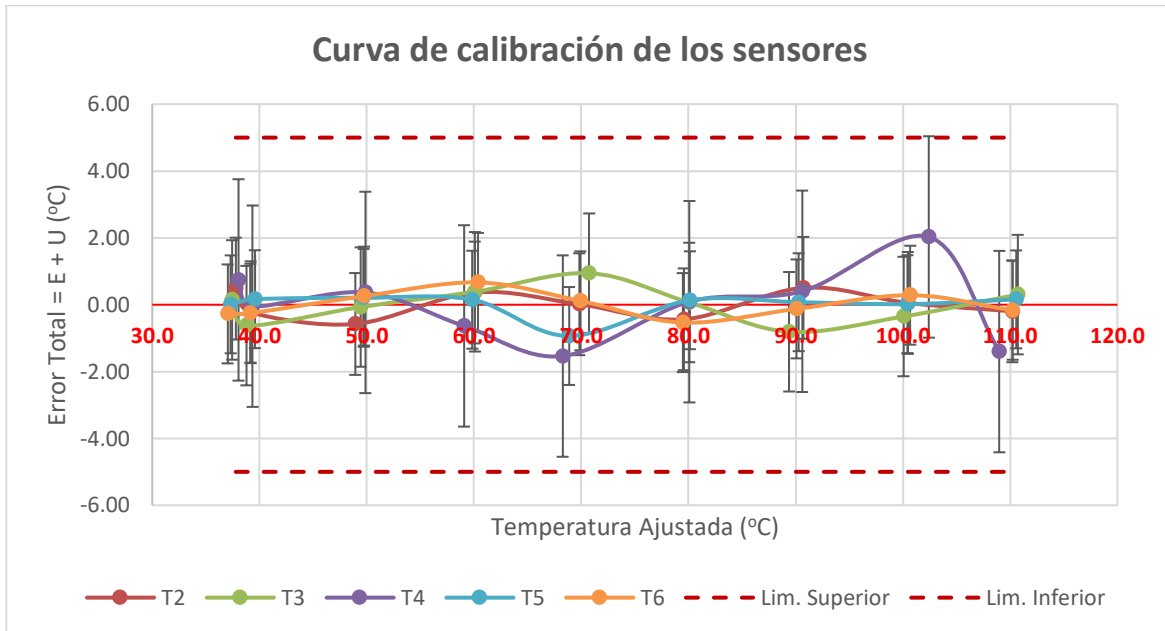
Tabla 9 – tolerancia del proceso.

A continuación, se muestra la **Tabla 10**, el cual contiene el análisis de la incertidumbre obtenida por medio de los datos tomados en la calibración.

Tabla 10 – análisis de la incertidumbre.

Análisis de Incertidumbre																		
Resolución del Instrumento						Inc. del patrón	Incertidumbre de Ajuste						Incertidumbre Expandida					
T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	U _p (k=2)	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
S1	S2	S3	S4	S5	S6		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S1	S2	S3	S4	S5	S6
°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C
	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,0	0,4203	0,5770	1,1770	0,3812	0,3918	1,52	1,79	3,01	1,46	1,48		
	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,0	0,4203	0,5770	1,1770	0,3812	0,3918	1,52	1,79	3,01	1,46	1,48		
	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,0	0,4203	0,5770	1,1770	0,3812	0,3918	1,52	1,79	3,01	1,46	1,48		
	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,0	0,4203	0,5770	1,1770	0,3812	0,3918	1,52	1,79	3,01	1,46	1,48		
	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,0	0,4203	0,5770	1,1770	0,3812	0,3918	1,52	1,79	3,01	1,46	1,48		
	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,0	0,4203	0,5770	1,1770	0,3812	0,3918	1,52	1,79	3,01	1,46	1,48		
	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,0	0,4203	0,5770	1,1770	0,3812	0,3918	1,52	1,79	3,01	1,46	1,48		
	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,5774	0,0	0,4203	0,5770	1,1770	0,3812	0,3918	1,52	1,79	3,01	1,46	1,48		

Mediante la siguiente **Grafica 6**, podemos ver la curva de calibración de los sensores, teniendo en cuenta la temperatura ajustada por medio del método de mínimos cuadrados y fijando una tolerancia de $\pm 5^\circ\text{C}$ como lo muestra la **Tabla 9**.



Grafica 6 – curva de calibración de los sensores.

4.2 Confiabilidad metrológica del sistema de medición de consumo de combustible

La Tabla 12 muestra los resultados relacionados a la relación de y el factor de empuje. Posteriormente, estos datos fueron utilizados para el cálculo de la masa aparente.

Tabla 11 – Relación de aceleración de gravedad y factor de empuje

Parámetro	Símbolo	Local de fabricación / Local de calibración	Valor numérico	Unidad
Aceleración de gravedad de referencia	g_{ref}	Medellín (Colombia)	9,776180195	m/s^2
Aceleración de gravedad del local de calibración	g_{Baq}	Puerto Colombia (Colombia)	9,828620367	m/s^2
Relación de aceleración de gravedad	g_{Baq}/g_{ref}	-	1,005364076	-
Masa específica del objeto	ρ_{masa}	-	8000	kg/m^3
Masa específica del aire	ρ_{ar}	-	1,180712744	kg/m^3
Factor de empuje	$1 - \rho_{ar} / \rho_{masa}$	-	0,999852411	-

Las Tablas 13 (carga ascendente) y **14** (carga descendente) muestran los resultados de la calibración para los 38 puntos experimentales obtenidos:

Tabla 12 – Calibración balanza (carga ascendente)

Carga Ascendente												
Puntos	Patrón		Balanza				Temperatura ambiente		Presión atmosférica		Masa específica del aire	
	Masa nominal	Incertidumbre (u)	Masa indicada	Masa aparente	Incertidumbre masa aparente	Indicado - aparente	Indicada	Incertidumbre	Indicación barómetro	Incertidumbre	Indicado	Incertidumbre
	kg	kg	kg	kg	kg	kg	°C	°C	mbar/abs	mbar/abs	kg/m ³	kg/m ³
1	0	0.00000	0.000	0.000	0.000000	0.000	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
2	1	0.0000750	1.000	1.005	0.0000075	-0.005	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
3	2	0.000078	2.000	2.010	0.0000000	-0.010	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
4	5	0.000080	5.000	5.026	0.0000081	-0.026	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
5	10	0.000120	10.000	10.052	0.0000000	-0.052	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
6	15	0.000144	15.000	15.078	0.0000146	-0.078	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
7	20	0.000130	20.000	20.104	0.0000000	-0.104	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
8	50	0.000260	50.000	50.261	0.0000268	-0.261	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
9	100	0.000510	100.000	100.522	0.0000000	-0.522	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
10	200	0.001300	200.000	201.043	0.0001329	-1.043	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
11	500	0.006700	501.000	503.613	0.0000000	-2.613	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
12	1000	0.0069000	1001.000	1006.221	0.0069440	-5.221	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
13	2000	0.0069351	2002.000	2012.441	0.0000000	-10.441	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
14	5000	0.08300000	5005.000	5031.103	0.0835185	-26.103	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
15	7000	0.0832892	7007.000	7043.544	0.0000000	-36.544	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
16	10000	0.17000000	10010.000	10062.206	0.1710618	-52.206	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
17	11000	0.1701400	11011.000	11068.426	0.0000000	-57.426	27.7	0.25	1021.7	0.058	1.183	0.0010
18	12000	0.17014140	12011.000	12073.642	0.1711192	-62.642	27.6	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
19	15000	0.189180	15000.000	15078.231	0.190175	-78.231	27.6	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010

Tabla 13 – Calibración balanza (carga descendente)

Carga Descendente												
Puntos	Patrón		Balanza				Temperatura ambiente		Presión atmosférica		Masa específica del aire	
	Masa nominal	Incertidumbre (u)	Masa indicada	Masa aparente	Incertidumbre masa aparente	Indicado - aparente	Indicada	Incertidumbre	Indicación barómetro	Incertidumbre	Indicado	Incertidumbre
	kg	kg	kg	kg	kg	kg	°C	°C	mbar/abs	mbar/abs	kg/m ³	kg/m ³
1	0	0.00000	0.000	0.000	0.000000	0.000	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
2	1	0.0000750	1.000	1.005	0.000075	-0.005	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
3	2	0.000078	2.000	2.010	0.000000	-0.010	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
4	5	0.000080	5.000	5.026	0.000081	-0.026	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
5	10	0.000120	10.000	10.052	0.000000	-0.052	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
6	15	0.000144	15.000	15.078	0.000146	-0.078	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
7	20	0.000130	20.000	20.104	0.000000	-0.104	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
8	50	0.000260	50.000	50.261	0.000268	-0.261	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
9	100	0.000510	100.000	100.522	0.000000	-0.522	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
10	200	0.001300	200.000	201.043	0.001329	-1.043	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
11	500	0.006700	500.000	502.608	0.000000	-2.608	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
12	1000	0.0069000	1000.000	1005.215	0.0069371	-5.215	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
13	2000	0.0069351	2000.000	2010.431	0.000000	-10.431	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
14	5000	0.0830000	5000.000	5026.077	0.0834351	-26.077	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
15	7000	0.0832892	7000.000	7036.508	0.000000	-36.508	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
16	10000	0.1700000	10000.000	10052.154	0.1708909	-52.154	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
17	11000	0.1701400	11000.000	11057.369	0.000000	-57.369	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
18	12000	0.170141	12000.000	12062.584	0.171035	-62.584	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010
19	15000	0.189180	15000.000	15078.231	0.000000	-78.231	27.5	0.25	1021.7	0.058	1.184	0.0010

Aplicándose el método de los mínimos cuadrados ordinarios para establecer el polinomio que mejor ajusta los datos experimentales, se obtuvieron cuatro curvas de calibración, las cuales son ilustradas en la Figuras 12 a 14:

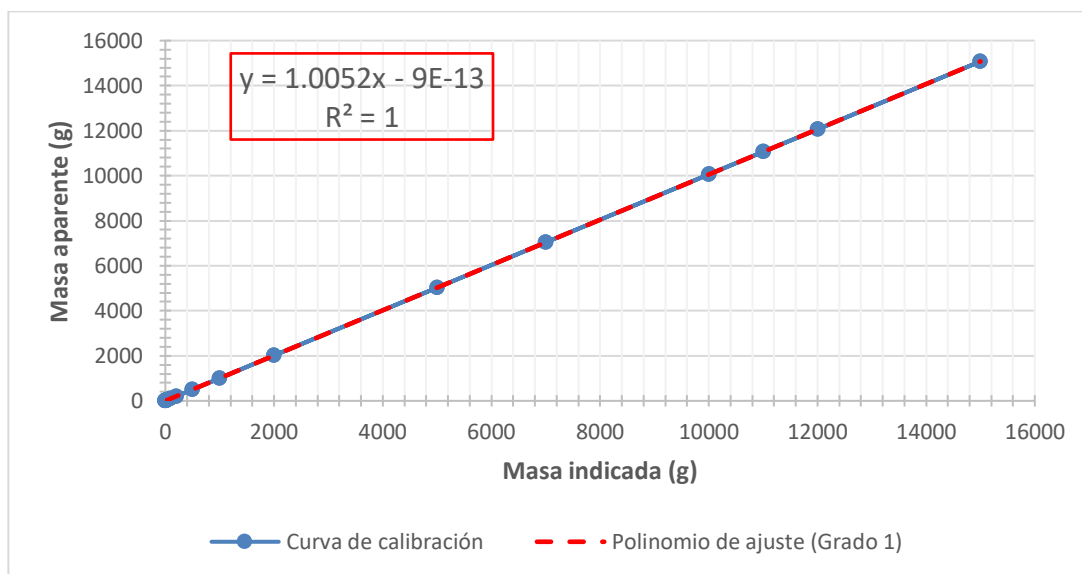


Figura 12 – Curva de calibración balanza (polinomio de grado 1)

Fuente: Elaboración propia

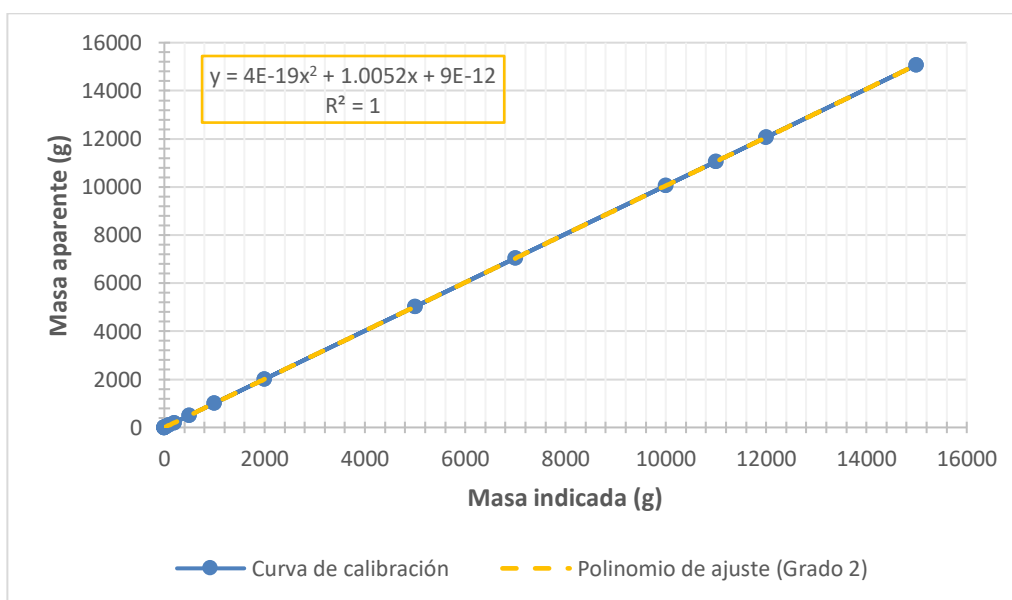


Figura 13 – Curva de calibración balanza (polinomio de grado 2)

Fuente: Elaboración propia

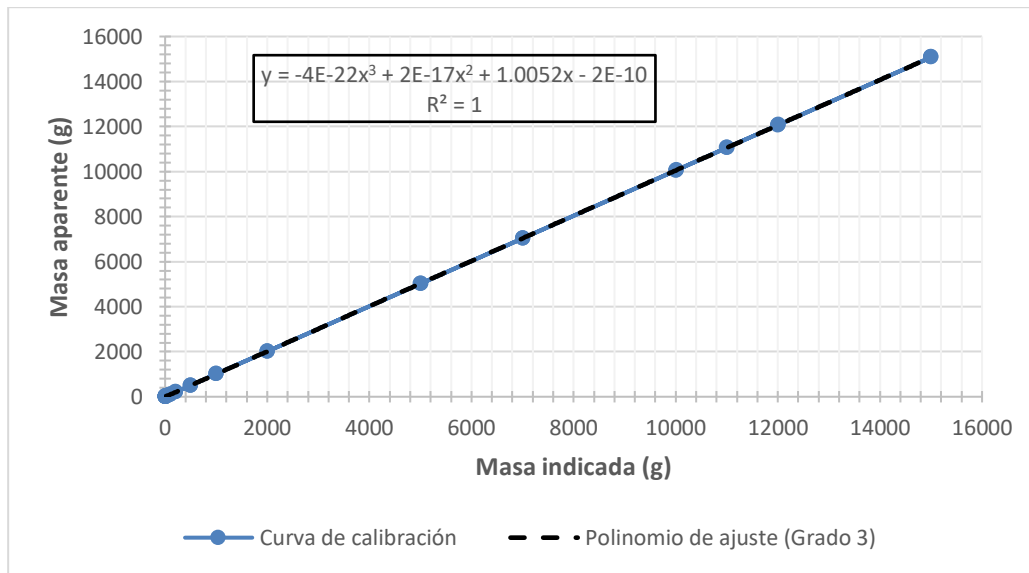


Figura 14 – Curva de calibración balanza (polinomio de grado 3)

Fuente: Elaboración propia

La incertidumbre de ajuste (u_s) para cada una de las curvas de calibración obtenida. Los resultados son presentados en la Tabla 15:

Tabla 14 – Cálculo de la desviación media cuadrática (incertidumbre de ajuste)

Incertidumbre de ajuste (g)		
Grado 1	Grado 2	Grado 3
0.09374	0.09507	0.0965

Como puede observarse en la tabla anterior, el polinomio que mejor modela los datos experimentales para la balanza corresponde a un polinomio de grado 1, pues este ofrece la menor desviación media cuadrática. De ese modo, la ecuación de ajuste está dada por la siguiente expresión: $y = 1,0052x - 9 \times 10^{-13}$

donde:

y: denota el valor de la masa ajustada (g);

x: denota el valor de masa indicada por la balanza (g).

Finalmente, fue posible determinar el valor de masa ajustado para cada punto experimental obtenido junto con la incertidumbre expandida (U) asociada a la medición de masa. Este valor de incertidumbre fue estimado para un factor de cobertura $k=2,03$ para una confiabilidad de 95,45%. Las fuentes de incertidumbre consideradas fueron: (i) incertidumbre de ajuste, u_s ; (ii) incertidumbre de las masas patrón, u_p ; (iii) incertidumbre del instrumento, u_{Inst} .

La incertidumbre expandida (U) para cada punto experimental fue calculada a partir de la Ecuación (37):

$$U = u \cdot k \quad (37)$$

donde:

$$u^2 = u_s^2 + u_p^2 + u_{inst}^2 \quad (38)$$

La incertidumbre del instrumento, u_{Inst} , puede ser evaluada a partir de la Ecuación (39):

$$u_{inst} = \left(\frac{r}{\sqrt{3}} \right) \quad (39)$$

En las ecuaciones 12, 13 y 14:

U: denota la incertidumbre expandida asociada a la medición de masa con 95,45% de confianza (g);

k: denota el factor de cobertura, *i.e.*: $k=2$ para 95,45% de confianza;

u: denota la incertidumbre asociada a la medición de masa con 68,2% de confianza (g), es decir, incertidumbre patrón;

u_s : denota la incertidumbre de ajuste (g);

u_p : denota la incertidumbre de las masas patrón utilizadas (g);

u_{inst} : denota la incertidumbre de instrumento (balanza) (g);

r: resolución de la balanza, *i.e.*: 1 g

La **Tabla 16** presenta los resultados finales de la calibración correspondiente a la balanza.

Tabla 15 – Resultado final de la calibración

Puntos	RESULTADO FINAL								
	Masa Indica da	Masa ajusta da	Incertidumbre de ajuste	Incertidumbre del patrón	Incertidumbre del instrumento	Incertidumbre patrón (u)	Incertidumbre Expandida (U)	Error	
	g	g	g	g	g	g	g	g	
CARGA ASCENDENTE	1	0	0	0.0937	0.0000000	0.2887	0.30	0.62	0
	2	1	1	0.0937	0.0000075	0.2887	0.30	0.62	0
	3	2	2	0.0937	0.0000078	0.2887	0.30	0.62	0
	4	5	5	0.0937	0.0000080	0.2887	0.30	0.62	0
	5	10	10	0.0937	0.0000120	0.2887	0.30	0.62	0
	6	15	15	0.0937	0.0000144	0.2887	0.30	0.62	0
	7	20	20	0.0937	0.0000130	0.2887	0.30	0.62	0
	8	50	50	0.0937	0.0000260	0.2887	0.30	0.62	0
	9	100	101	0.0937	0.0000510	0.2887	0.30	0.62	-1
	10	200	201	0.0937	0.0001300	0.2887	0.30	0.62	-1
	11	501	504	0.0937	0.0006700	0.2887	0.30	0.62	-3
	12	1001	1006	0.0937	0.0069000	0.2887	0.30	0.62	-5
	13	2002	2012	0.0937	0.0069351	0.2887	0.30	0.62	-10
	14	5005	5031	0.0937	0.0830000	0.2887	0.31	0.64	-26
	15	7007	7043	0.0937	0.0832892	0.2887	0.31	0.64	-36
	16	10010	10062	0.0937	0.1700000	0.2887	0.35	0.71	-52
	17	11011	11068	0.0937	0.1701400	0.2887	0.35	0.71	-57
	18	12011	12073	0.0937	0.1701414	0.2887	0.35	0.71	-62
	19	15000	15078	0.0937	0.1891798	0.2887	0.36	0.73	-78
CARGA DESCENDENTE	1	0	0	0.0937	0.0000000	0.2887	0.30	0.62	0
	2	1	1	0.0937	0.0000075	0.2887	0.30	0.62	0
	3	2	2	0.0937	0.0000078	0.2887	0.30	0.62	0
	4	5	5	0.0937	0.0000080	0.2887	0.30	0.62	0
	5	10	10	0.0937	0.0000120	0.2887	0.30	0.62	0
	6	15	15	0.0937	0.0000144	0.2887	0.30	0.62	0
	7	20	20	0.0937	0.0000130	0.2887	0.30	0.62	0
	8	50	50	0.0937	0.0000260	0.2887	0.30	0.62	0
	9	100	101	0.0937	0.0000510	0.2887	0.30	0.62	-1
	10	200	201	0.0937	0.0001300	0.2887	0.30	0.62	-1
	11	501	503	0.0937	0.0006700	0.2887	0.30	0.62	-2
	12	1001	1005	0.0937	0.0069000	0.2887	0.30	0.62	-4
	13	2002	2010	0.0937	0.0069351	0.2887	0.30	0.62	-8
	14	5005	5026	0.0937	0.0830000	0.2887	0.31	0.64	-21
	15	7005	7036	0.0937	0.0832892	0.2887	0.31	0.64	-31
	16	10009	10052	0.0937	0.1700000	0.2887	0.35	0.71	-43
	17	11011	11057	0.0937	0.1701400	0.2887	0.35	0.71	-46
	18	12011	12062	0.0937	0.1701414	0.2887	0.35	0.71	-51
	19	15000	15078	0.0937	0.1891798	0.2887	0.36	0.73	-78

La tabla anterior muestra que la incertidumbre asociada a la medición de masa cuando es utilizada la balanza varía de 0,62 g a 0,73 g en todo el rango de medición del instrumento.

Finalmente, la Figura 15 ilustra la curva de errores de la calibración de la balanza para la carga ascendente y la Figura 16 para carga descendente

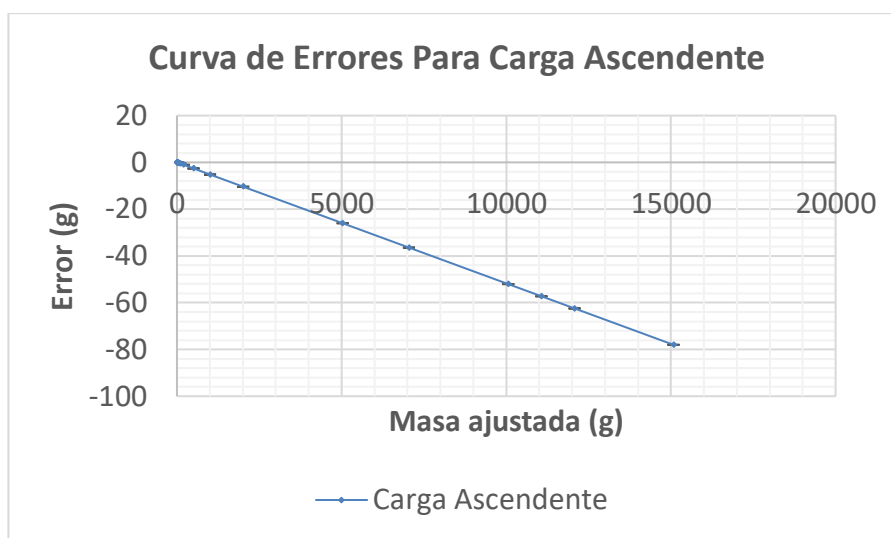


Figura 15 – Curva de errores carga ascendente

Fuente: Elaboración propia

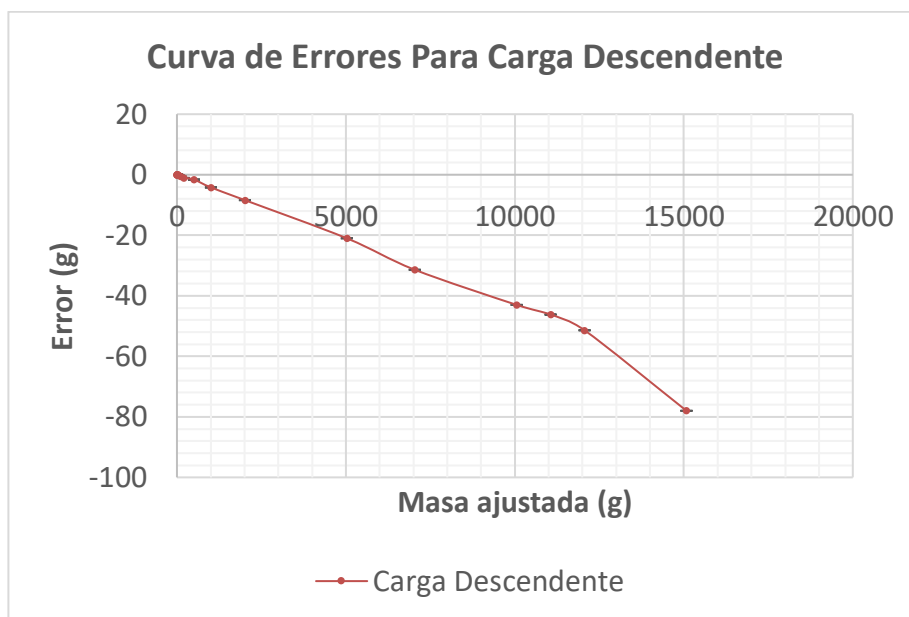


Figura 16 – Curva de errores carga descendente

Fuente: Elaboración propia

5. Conclusiones y recomendaciones

Este trabajo de grado buscó como principal objetivo realizar un análisis metrológico de la instrumentación asociada en el motor de combustión del laboratorio de experimentos de la UAN-Sede Puerto Colombia. En ese orden de ideas, la consecución de cada uno de los objetivos específicos permitió conseguir plenamente el objetivo general buscado. Así, a seguir se sintetizan las tres conclusiones más relevantes del trabajo de grado que le dan respuesta a cada uno de los objetivos específicos:

- La literatura permitió identificar diversos métodos de regresión lineal, polinomial y estocástico para el análisis de datos experimentales en laboratorio. Dentro de todos los métodos identificados, el método de los mínimos cuadrados ordinario se mostró el más práctico y adecuado para el análisis de los datos. Esto debido a su formulación matemática que considera una serie de datos normalmente distribuidos. Esta hipótesis es fundamental para aplicación del método. De igual forma, el análisis a través de polinomio de ajustes permitió establecer una ecuación analítica que permite, no solo corregir la medición realizada, sino también, disminuir los errores sistemáticos propios de la calibración hasta en un 20% para caso de los sensores de temperatura del motor de combustión interna. Esto permite verificar la eficacia en la selección del método aplicado para el análisis de los datos experimentales.
- El sistema de medición de temperatura se mostró, en principio, con errores excesivamente elevado lo que inviabilizaba el uso del motor para aplicaciones prácticas. Sin embargo, en este proyecto de grado se consiguió establecer un polinomio de ajuste para cada sensor el cual debe ser utilizado para la corrección de la temperatura. Todos los polinomios obedecen, por su naturaleza física, a una ecuación de primer grado. Para efectos prácticos, este trabajo de grado consiguió identificar cual es el polinomio que mejor ajusta los datos experimentales, el cual debe ser utilizados por los usuarios del motor de combustión en los distintos procesos termodinámicos que deseen analizarse.
- En relación al sistema gravimétrico instalado para la medición del consumo de combustible, este presenta un error máximo igual 78 g para el rango máximo de

15000 g, lo que equivale a 0.52% del valor medido. Además, la incertidumbre expandida asociada a la medición fue igual a 0.73 g lo que equivale a 0.0048% del valor medido. Esto permite concluir que el sistema es altamente confiable metrológicamente y su utilización para diversas experiencias académicas e investigativas contribuirá resultados que realmente represente la naturaleza física del problema, constituyéndose así en un aporte significativo a los procesos académicos y científicos de la Universidad Antonio Nariño, Sede Puerto Colombia.

Como recomendación para trabajos futuros, los autores de este trabajo de grado proponen:

- Realizar la calibración de los sensores de temperatura usando un mayor número de puntos experimentales. Esto con el fin de disminuir, aún más, la incertidumbre asociada a la medición de temperatura.
- Realizar la calibración de la balanza que controla el consumo de combustible con patrones F1, en conjunto, a patrones M1. Esto permitirá, no solo disminuir la incertidumbre de medición en el proceso, sino también, contribuye a la optimización de los resultados metrológicos obtenidos.
- Aplicar modelos alternativos para el análisis de datos tales como simulación por el método Monte Carlo, regresión lineal múltiple y mínimos cuadrados no ordinarios. Esto con el fin de comparar y robustecer la consolidación de los resultados experimentales.

Bibliografía

- [1] GAUSS, C. *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium*. Hamburg: Friedrich Perthes and I.H. Besser, 1809.
- [2] DE SOUZA, S. V.; JUNQUEIRA, R. G. A procedure to assess linearity by ordinary least squares method. *Analytica Chimica Acta*, v. 552, n. 1, p. 25-35, 2005. ISSN 0003-2670
- [3] ABDI, H. *Least squares*. The University of Texas at Dallas. 2003.
- [4] ORLANDO, A.F. *Uncertainty Analysis in Experimental Mechanics*, in *Experimental Mechanics*. [Ed. Jose Luiz de Franca Freire], in *Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS)*, Developed under the Auspices of the UNESCO, Eolss Publishers, Oxford, UK. 2009
- [5] Bates, D.M. & Watts D.G. (1988). *Nonlinear regression analysis and its applications*. New York: Wiley
- [6] ORLANDO, A.F. *Uncertainty Analysis in Experimental Mechanics*, in *Experimental Mechanics*. [Ed. Jose Luiz de Franca Freire], in *Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS)*, Developed under the Auspices of the UNESCO, Eolss Publishers, Oxford, UK. 2009.
- [7] Plackett, R.L. (1972). The discovery of the method of least squares. *Biometrika*, 59, 239–251.
- [8] VIM. *Vocabulário Internacional de Metrologia. Conceitos Fundamentais e Gerais e Termos Associados*. INMETRO. 2012.
- [9] Nocedal J. & Wright, S. (1999). *Numerical optimization*. New York: Springer.
- [10] Seal, H.L. (1967). The historical development of the Gauss linear model. *Biometrika*, 54, 1–23.
- [11] Catálogo No. 02-16. *Generador EF2600D*, YAMAHA CORP.
- [12] Catálogo No. T155, *BALANZA ELECTRONICA MOD. FENIX YS200847*, TRUMAX.
- [13] Catálogo No. 508, *Block Temperature Calibrator*, REED modelo: BX-150.
- [14] Catálogo No. *4-Channel K-Type Digital Thermometer Thermocouple Sensor - 200~1372°C w/PipeClamp*, modelo: HT-9815.

Anexo A: Certificado de calibración patrón de medición de temperatura



UNIÓN METROLÓGICA
LABORATORIO ACREDITADO



ACREDITADO
ONAC
ORGANISMO NACIONAL DE ACREDITACIÓN DE COLOMBIA
ISO/IEC 17025:2005
14-LAC-033

UNIÓN METROLÓGICA
CALIBRADO
T-0982

FECHA CALIBRACION
2017 / 07 / 25

Certificado de Calibración

Certificate of Calibration

T-0982

Laboratorio de temperatura
Temperature laboratory

Instrumento: <i>Instrument</i>	Termómetro digital con sensor externo tipo K	Solicitante: <i>Customer</i>	LABORATORY METROLOGY AND ENGINEERING S.A.S. - SCAL S.A.S.
Fabricante: <i>Manufacturer</i>	XINTEST	Dirección: <i>Address</i>	Calle 65 No. 32 - 60
Modelo: <i>Model</i>	Thermocouple thermometers	Ciudad: <i>City</i>	Barranquilla - Atlántico
Número de serie: <i>Serial number</i>	201703021359	Fecha de recepción: <i>Date of arrival</i>	2017-07-13
Rango de medición: <i>Measurement range</i>	De -30 °C a 200 °C	Fecha de calibración: <i>Date of calibration</i>	2017-07-25

Los resultados contenidos en el presente informe se refieren al momento y condiciones en que se realizaron las mediciones. Unión Metroológica LTDA. no se responsabiliza de los perjuicios que puedan derivarse del uso inadecuado de los instrumentos calibrados.
The results of this inform refer to the moment and conditions in which the measurements were made. Union Metrologica Ltda. assumes no responsibility for damages ensuing misuse of the calibrated instruments.

Firmas autorizadas:
Authorized signature:



JULIAN RAMIRO CICUAMIA AYALA
Técnico de Laboratorio



JERSON SNEYDER PARRA PARADA
Director Técnico 2

Número de páginas de este informe incluyendo anexos: 2
Number of pages of this inform and documents attached

Este certificado es emitido acorde con los requerimientos del Organismo Nacional de Acreditación de Colombia (ONAC) y es trazable al Sistema Internacional de Unidades (SI). Este informe no podrá ser reproducido total o parcialmente, excepto cuando se haya obtenido previamente permiso por escrito al laboratorio que lo emite.
This certificate is issued in accordance with the requirements of the national accreditation organism of Colombia (ONAC) and is traceable to the international system of units (SI). This inform may not be partially or total reproduced, except with the prior written permission of the issuing laboratory.

Método de calibración:

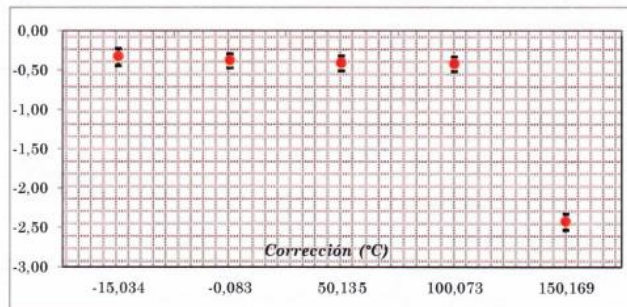
El instrumento fue calibrado utilizando el método de comparación directa, el cual consiste en comparar las lecturas del termómetro patrón con las lecturas de un termómetro bajo prueba, acorde con lo mencionado en el numeral 6.4.3 "Readings" de la norma NT - VVS - 103 : 1994 Thermometers, Contact, Direct Reading: Calibration, y se encuentra documentado en el Procedimiento interno "PR-MT-27".

Ubicación: Sin identificar
Identificación: Indicador: EPS-003 / T4 Sensor: T354
Intervalo de calibración: De -15 °C a 200 °C
Resolución: 0,1 °C
Condiciones durante calibración: $T_{ambiente} (°C):$ 22,3 $HR_{ambiente} (%)$ 54,1

Resultados de la calibración:

Temperatura de referencia (°C)	Indicación instrumento (°C)	Corrección a la indicación (°C)	Incertidumbre expandida (°C)
-15,034	-14,7	-0,33	± 0,11
-0,083	0,3	-0,383	± 0,089
50,135	50,6	-0,415	± 0,095
100,073	100,5	-0,427	± 0,093
150,169	152,6	-2,43	± 0,10

Los valores de la tabla son promedios de las mediciones realizadas. $Temperatura\ corregida = Indicación\ instrumento + Corrección\ a\ la\ indicación.$
 Se utiliza la coma "," como separador decimal.



Trazabilidad:

Descripción	Identificación	Certificado	Trazabilidad
Termómetro digital con Pt-100, 1 - 140191215	MT-TM-10	T-0456	Unión Metrológica Ltda

Incertidumbre:

La incertidumbre de la medición fue estimada teniendo en cuenta todos los factores mencionados en la norma NT-VVS-103:1994 numeral 6.6. Se utiliza un factor de cobertura de k=2 que garantiza una confianza de aproximadamente 95%.

Observaciones:

1. Con anticipación a su próxima calibración, debe solicitarse el servicio a Unión Metrológica LTDA.
2. El usuario es responsable de repetir la calibración a intervalos de tiempo apropiados.



Anexo B: Certificado de calibración patrón de medición de masa

Documento No. **CLM 63319**
Fecha de Calibración **2019-04-22**

 
(57 1) 7450499
www.conamet.com.co

COMPANIA NACIONAL DE METROLOGÍA
LABORATORIO DE MASA
Certificado No. **CLM 63319**


Compañía Nacional de Metrología

CERTIFICADO DE CALIBRACIÓN
CALIBRATION CERTIFICATE
FEM 04, Revisión 11, 2019-02-09

SOLICITANTE <i>Customer</i>	:	LABORATORY METROLOGY AND ENGINEERING S.A.S
DIRECCIÓN <i>Address</i>	:	CALLE 65 No. 32 - 60
CIUDAD <i>City</i>	:	BARRANQUILLA - ATLANTICO
INSTRUMENTO <i>Instrument</i>	:	JUEGO DE PESAS DE 1 g A 500 g CLASE F1
FABRICANTE <i>Manufacturer</i>	:	MC
CODIGO DE SERIE <i>Serial Code</i>	:	1127
CODIGO INTERNO <i>Internal Code</i>	:	EPS-007
ORDEN DE TRABAJO <i>Work Order</i>	:	R822
FECHA DE RECEPCIÓN <i>Date of Arrive</i>	:	2019-04-11
FECHA DE CALIBRACIÓN <i>Date of Report</i>	:	2019-04-22
FECHA DE EMISIÓN <i>Date of Issuance</i>	:	2019-04-26

Firma Autorizada: **Autorized Firm**

Firmado digitalmente por
Jhon Steven Ocampo
Especialista Instrumentación Industrial
Director Técnico
Revisado y Aprobado


Sello
Certificado emitido bajo la norma ISO/IEC 17025/2005


ACREDITADO
ONAC
ORGANISMO NACIONAL DE
ACREDITACIÓN DE COLOMBIA
ISO/IEC 17025:2005
09-LAC-008


Compañía Nacional de Metrología

Midiendo el Futuro

Carrera 88C No 88A - 20, Bogotá, Colombia.
PBX 7450499, Web www.conamet.com.co, email: metrologia@conamet.com
Pagina 1 de 3

COMPAÑÍA NACIONAL DE METROLOGÍA
LABORATORIO DE MASA
Certificado No. CLM 63319



MÉTODO DE CALIBRACIÓN

El valor de masa convencional de las pesas se determina por el método de comparación con las pesas patrón, usando el esquema de sustitución ABBA. Para todos los casos se emplea corrección por empuje del aire.

El valor de la densidad se toma de certificados previos o se asigna teniendo en cuenta lo señalado en el numeral 10 tabla 5 y el numeral B.7.1.1 de la NTC 1848:2007. Para todos los efectos se toma como referencia una temperatura de 20 °C.

La calibración fue realizada en el laboratorio de masa de Compañía Nacional de Metrología.

INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN

La incertidumbre de la medición fue estimada conforme a la GUM "GUIA PARA LA EXPRESIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA" Edición 2008 Se declara la incertidumbre expandida con un factor de cobertura (k) para un intervalo de confianza de aproximadamente un 95 %.

CONDICIONES AMBIENTALES

Temperatura °C	Humedad % HR	Presión Pa
21,2 ± 0,5	43,0 ± 2	75190 ± 100

TRAZABILIDAD

El laboratorio de masa de Compañía Nacional de Metrología mantiene los patrones de referencia en condiciones físicas adecuadas para su conservación, los cuales han sido certificados asegurando la trazabilidad en las calibraciones.

Patrón Utilizado: Juego de pesas clase E2, Certificado No. CLM 2218, Fecha: 2018-01 de Conamet, Acreditado: ONAC, Trazable NIST/ Trazable PTB.
Patrón Utilizado: Balanza , Certificado No. CLM 211018 A, Fecha: 2018-12, de Conamet, Acreditado: ONAC, Trazable NIST.
Patrón Utilizado: Balanza , Certificado No. CLM 211018 B, Fecha: 2018-12, de Conamet, Acreditado: ONAC, Trazable NIST.

INSTRUMENTO

Valores nominales	Material	Densidad g/cm³
1 g A 500 g	ACERO INOXIDABLE	7,95

RESULTADOS DE MEDICIÓN

Errores en masa convencional de acuerdo con lo enunciado en la NTC 1848:2007 numeral 5, tabla 1 (Errores máximos permisibles en masa convencional para las pesas clase E1, E2, F1, F2, M1,M1-2,M2, M2-3, M3)

COMPAÑIA NACIONAL DE METROLOGÍA
LABORATORIO DE MASA
 Certificado No. CLM 63319



TABLA DE RESULTADOS DE MEDICIÓN

Masa Nominal (g)	Masa Convencional (g)	Incertidumbre Expandida (g)	k	Tolerancia (g)	Masa antes de Ajusto (g)	Rotulado
1	1,0000506	0,0000075	1,97	0,00010	N.A.	1
2	1,9999738	0,0000087	1,97	0,00012	N.A.	2 *
2	2,0000363	0,0000078	1,97	0,00012	N.A.	2
5	4,9999623	0,000008	1,97	0,00016	N.A.	5
10	9,999974	0,000012	1,98	0,00020	N.A.	10
20	20,000060	0,000013	1,97	0,00025	N.A.	20 *
20	20,000032	0,000013	1,97	0,00025	N.A.	20
50	50,000012	0,000026	1,97	0,00030	N.A.	50
100	100,000139	0,000051	1,98	0,00050	N.A.	100
200	200,000039	0,00013	1,97	0,0010	N.A.	200 *
200	200,000089	0,00013	1,97	0,0010	N.A.	200
500	499,998960	0,00067	1,97	0,0025	N.A.	500

DECLARACIONES

Este certificado de calibración no puede ser reproducido en su totalidad, excepto con autorización del laboratorio que lo emite. Los certificados de calibración sin firma y sello no son válidos.

This calibration certificate may not be reproduced other than in full except with the authorization of the issuing laboratory. Calibration certificates without signature and seal are not valid.

Este certificado de calibración documenta la trazabilidad al Sistema Internacional de Unidades (SI) a través de un Instituto de Metrología, Nacional o Internacional (INM, NIST, PTB, etc.)

This calibration certificate documents the traceability to the International System of Units (SI) through a National or International Metrology Institute (INM, NIST, PTB, etc).

El usuario es responsable de la calibración de sus instrumentos a intervalos apropiados.

The user is responsible of, the calibration of his instruments to appropriate intervals.

Los factores de conversión a el Sistema Internacional de Unidades, son tomados del documento Nist Special Publication 811, 2008

The International System of Units conversion factors are taken from the document Nist Special Publication 811, 2008

Los resultados del presente certificado se refieren al dispositivo relacionado, en el momento y a las condiciones en que se realizaron las mediciones. Compañía Nacional de Metrología no se responsabiliza de los perjuicios que pueda ocasionar el uso inadecuado del instrumento.

The results of this report refer to related dispositive in the moment and conditions in which the measurements were made. Compañía Nacional de Metrología assumes no responsibility for damage ensuing this instrument.

Final del Certificado