CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS DE LOS CONCEPTOS DE PERÍMETRO Y ÁREA EN ESTUDIANTES DE CUARTO GRADO DE PRIMARIA.

William Fernando Portilla Ibáñez

Código: 10542015107

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

Bogotá D.C.

2.021

CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS DE LOS CONCEPTOS DE PERÍMETRO Y ÁREA EN ESTUDIANTES DE CUARTO GRADO DE PRIMARIA.

William Fernando Portilla Ibáñez

Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en Educación Matemática

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Osvaldo Jesús Rojas Velázquez

Líneas de investigación:

Enseñanza y aprendizaje de la matemática a través de la resolución de problemas.

Uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

Bogotá D.C.

2.021

**Nota de aceptación:**

Firma del presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bogotá D.C.

# AGRADECIMIENTOS

Agradezco en primer lugar a Dios por la perseverancia, sabiduría y salud brindada para poder concluir con mis estudios de maestría en educación matemática.

A la Universidad Antonio Nariño, por su formación y en especial por fomentar enfoques innovadores que aportan, fortalecen y orientan, el trabajo pedagógico en el aula.

Al Doctor Osvaldo Jesús Rojas Velázquez mi asesor de tesis, por su constancia, paciencia, dedicación, atención oportuna, acompañamiento constante y pertinente orientación.

A los docentes de los programas de Maestría y Doctorado en Educación Matemática por la oportunidad de aprendizaje y reflexión a nivel profesional y personal que me brindaron en cada una de las clases, así como sus aportes, los cuales de alguna forma están presentes en este trabajo.

Al Colegio de la Universidad Antonio Nariño y en especial a sus directivas, quienes facilitaron los espacios para la aplicación de actividades y trabajo en aula con los estudiantes.

A mi familia por su apoyo y comprensión durante todo el proceso de estudio, a quienes les debo todo lo que soy como persona.

A mis compañeros de estudio con quienes sorteamos diferentes dificultades y vicisitudes que se presentaron durante el tiempo de estudio.

# DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado a todas las personas que contribuyeron a crecer integralmente como docentes en este largo camino. Especialmente a mi familia quienes siempre me apoyaron en el transcurso del proceso de formación en el postgrado.

SÍNTESIS

En el desarrollo de las clases, con la llegada de las nuevas tecnologías, el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría ha tenido un cambio significativo. El uso de las tecnologías es concebido como una herramienta mediadora para la construcción de significados de conceptos geométricos. El presente trabajo investigativo presenta el diseño e implementación de un sistema de actividades, con el fin de construir el significado de los conceptos de perímetro y área en los estudiantes del grado cuarto de primaria. El sistema de actividades se sustenta en la resolución de problemas, la visualización matemática y las construcciones geométricas a través de Geoboard como herramienta didáctica. El estudio se basa en un enfoque de investigación cualitativo con un diseño de investigación acción.

La implementación del sistema de actividades favorece el proceso de enseñanza aprendizaje en la construcción de significados de conceptos geométricos, específicamente el perímetro y el área, a través de la integración de materiales tradicionales y las TIC. Además, se propicia la construcción, experimentación, exploración y deducción del contenido geométrico sobre las características propias de las figuras geométricas planas. A su vez, aporta elementos que contribuyen al desarrollo las habilidades visuales, donde se estimula la motivación por el aprendizaje y la independencia cognoscitiva, lo cual posibilita el aprendizaje de la geometría en los estudiantes.

ABSTRACT

With the arrival of new technologies, the teaching-learning process of geometry has undergone a significant change in the development of the classes. The use of technologies is conceived as a mediating tool for the construction of meanings of geometric concepts. The present investigative work reveals the design and implementation of a system of assignments to construct the meaning of the concepts such as perimeter and area in students of the fourth grade of primary school. Furthermore, the activity system is established on problem-solving, mathematical visualization, geometric constructions through Geoboard as a teaching tool. Besides, the study is supported.

On the other hand, the implementation of the activity system looks with favor on the teaching-learning process in the construction of meanings of geometric concepts, concretely the perimeter and the area, assiduously the integration of traditional materials and ICT. As well as, it encourages the construction, experimentation, exploration, and deduction of the geometric content on the characteristics of the plane geometric figures. Be that as it may, it provides elements that contribute to the development of visual skills, where motivation is stimulated by learning and cognitive independence, which enables students to learn geometry.

TABLA DE CONTENIDOS

PÁGINAS

## INTRODUCCIÓN

El proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría es importante en la construcción, perfeccionamiento y desarrollo del pensamiento espacial y variacional del individuo en su desarrollo cognitivo. Este proceso, al desarrollarse de manera adecuada propicia un mejoramiento constante en los resultados de las pruebas y en sus rendimientos académicos en diferentes etapas de su formación como estudiantes.

Con base en la experiencia docente con cursos de nivel de primaria se puede evidenciar generalmente, que los estudiantes presentan dificultades en la resolución de problemas geométricos, en especial en el momento de plantear un razonamiento adecuado para dar solución a un enunciado. Lo mismo ocurre cuando existe confusión o hay carencia de la apropiación de conceptos geométricos que conlleven a un planteamiento lógico y acertado para tomar una decisión que infiera en el desarrollo correcto de un problema propuesto.

El individuo al hacer contacto con el mundo, desde el primer momento comienza a realizar una abstracción de su entorno, siendo las figuras geométricas elementos de carácter natural en relación a su percepción. Desde esta perspectiva se genera una interacción habitual que a lo largo de la historia de la humanidad ha sido objeto de estudio.

La geometría es entonces una ciencia de relevancia concebida como factor integral de la cultura de la humanidad, no solamente por su función como instrumento de análisis de percepción del entorno, sino también porque genera el desarrollo de la capacidad de creación de concepciones críticas e inventivas.

Enseñar geometría permite adentrarse en el mundo de la construcción de los aprendizajes a partir del fomento de situaciones de enseñanza que contribuyen a la generación de nuevos conceptos. Se cree que en las aulas de clase los docentes trabajan poco con problemas en el espacio real, y en los casos en que se dedica tiempo a la enseñanza de la geometría, lo hacen sobre el punto, el nombre de las figuras o memorización de fórmulas para realizar cálculos propuestos.

Esta concepción sobre la enseñanza de la geometría caracteriza problemas profesionales basados en que muchos de los docentes desconocen los aportes que la investigación en didáctica de la matemática ha realizado en este ámbito y en algunas ocasiones tienen escaso acceso a materiales y recursos adecuados para el desarrollo de dichos conocimientos en el aula.

Las razones que inducen a trabajar en esta investigación son las distintas dificultades que existen en la enseñanza aprendizaje de la geometría en la escuela primaria, específicamente la escasa comprensión y dominio de los conceptos de área y perímetro. Además, las oportunidades de mejoras que ofrece la resolución de problemas relacionados con el cálculo del área y perímetro, para contribuir a la enseñanza aprendizaje de la geometría en la escuela primaria.

La enseñanza de las matemáticas en el colegio de la Universidad Antonio Nariño sede Usme, no evidencia un aprendizaje significativo en la rama de la geometría. El proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática se enfoca con mayor intensidad al trabajo en los contenidos de pensamiento y sistemas numéricos, dejando escaso tiempo para el trabajo de pensamiento espacial, sistemas geométricos y sistemas de medidas. El proceso geométrico se trabaja de manera tradicional, sin permitir que los estudiantes tengan la posibilidad de análisis concreto en cuanto a manipulación y modelación de los conceptos trabajados.

El proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, específicamente los significados de los conceptos de perímetro y área en primaria han sido abordados en congresos y reuniones. Entre estos congresos y reuniones se destacan el International Congress on Mathematical Education (ICME), Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM), Conference of European Research in Mathematics education (CERME), Encuentros de Geometría y sus Aplicaciones (EGA), entre otros. En estos congresos se abordan cuestiones de interés (metodologías y estrategias) para contribuir al aprendizaje de estos temas en la escuela primaria.

En el ICME 13 en el TSG 12 se busca promover el intercambio de investigaciones sobre el pensamiento y la comprensión geométrica temprana con un enfoque especial en el nivel de educación infantil y primaria (Kaiser, 2017). En este TSG se da evidencia de la necesidad presente en la sociedad de diseñar proyectos investigativos que generen experiencias enriquecedoras para la enseñanza y aprendizaje de la geometría desde la educación primaria. En el ICME 14 en el TSG 8 se realiza un foro para la discusión del aprendizaje y enseñanza de la geometría con un enfoque en la educación primaria.

A su vez en el TSG 24 del ICME 14 se pretende avanzar en el conocimiento y la comprensión de los aspectos clave del papel y el uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En este TSG se abordan subtemas de importancia para esta investigación como la resolución de problemas en contextos geométricos (The 14th International Congress on Mathematical Education, 2021).

En los tiempos contemporáneos resulta de agrado y aceptación el uso de la tecnología en el proceso de aprendizaje, sustentado en la afirmación que los recursos tecnológicos conforman un apoyo trascendental y de gran relevancia en la enseñanza aprendizaje de la geometría en la escuela primaria. Esto se debe a que presentan no solamente textos, sino también dibujos, animaciones, sonidos y videos que permiten alcanzar un alto nivel de interacción, generando una reorganización y búsqueda del contenido geométrico.

Partiendo de esta oportunidad se precisa generar actividades que aludan a la exploración, abstracción, invención, prueba y aplicación como parte infaltable de las competencias intelectuales que el estudio de la geometría en el aula debe dejar como resultado. Estas actividades son independientemente del nivel en que se enseñe, pero siempre tomando como premisa la adecuación de las propuestas al contexto tecnológico y la validez de los resultados alcanzados, al nivel que conforma la comunidad de aprendizaje a intervenir.

El software de geometría dinámica (SGD) en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, favorece la integración de los principios educativos y la didáctica; esto es conformar al engranaje del aprender, o sea, integrar curricularmente las nuevas tecnologías (Sánchez I., 2001). En el colegio de la Universidad Antonio Nariño sede Usme recientemente se ha adecuado una sala de informática que genera una oportunidad de utilizar estas tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría. Este proceso de aula con el apoyo de algún SGD le permite al estudiante modelar y manipular diferentes figuras geométricas, donde se propicie el trabajo con los conceptos de áreas y perímetros.

Para contribuir a las mejoras de estos procesos en el aula es importante diseñar actividades que utilicen herramientas que despierten el interés de los estudiantes para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, mediadas por Tecnologías de información y comunicación (TIC), pues se considera que a esta rama de las matemáticas en los últimos años no se le ha dado la importancia que requiere.

Los resultados de la encuesta a docentes (ver Anexo 1) precisan que en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en la escuela primaria los estudiantes muestran bajos niveles en dominios de conceptos geométricos, no por la ausencia de la enseñanza de éstos, sino por la manera en que son enseñados; además recuerdan algunos nombres de conceptos, pero evidencian que no hubo comprensión y retención.

Por otra parte, el proceso de aprendizaje de los estudiantes, "*es el reto de los educadores, por ser complejo ya que cada individuo es un mundo diferente en el manejo de sus dominios, habilidades intelectuales y actitudinales"*[1] que se adquieren durante la educación en todo el proceso. Pero ante todo se requiere interés y disposición de los estudiantes para que el proceso sea efectivo, con el objeto de lograr su desarrollo metacognitivo (Perornard, Crespo, & Velásques, 2000).

La necesidad de estar en búsqueda constante del mejoramiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría es una premisa que sugiere cambios en las estrategias metodológicas de su enseñanza. Este trabajo debe estar acorde con los intereses y necesidades de los estudiantes, razón por la cual se proyecta esta investigación entrelazada entre estrategias y competencias a desarrollar. Por ende,

[1] Cortés, V. P. (2004). *Aprendizaje significativo: educar para la vida.* Mexico: Trillas S.A.p.24.

surge el **problema de investigación** ¿cómo contribuir a la construcción de los significados de conceptos de perímetro y área en geometría, en los estudiantes del grado cuarto de primaria del colegio de la Universidad Antonio Nariño sede Usme?

Se proyecta como **objetivo general** favorecer la construcción de los significados de los conceptos de perímetro y área en la geometría, en estudiantes de grado cuarto de primaria. Como objetivos específicos se proyectan los siguientes:

- Identificar las dificultades en la comprensión de los conceptos de área y perímetro, que tienen los estudiantes del grado cuarto de primaria del colegio de la Universidad Antonio Nariño sede Usme.
- Diseñar y aplicar un sistema de actividades con base en la resolución de problemas geométricos, mediadas por TIC integradas con herramientas tradicionales para la medición.
- Realizar el análisis de los resultados procedentes del sistema de actividades.

El **campo de acción** de la investigación es el proceso de construcción de significados conceptos geométricos, mediado por TIC y uso de materiales concretos, en el nivel de cuarto de primaria.

Los Interrogantes que sustentan la investigación en relación a los objetivos planteados son:

- ¿Qué investigaciones contribuyen con la enseñanza aprendizaje de la geometría, en particular de construcción de significado de los conceptos de área y perímetro, en el nivel de básica primaria?

- ¿Qué fundamentos psicopedagógicos y didácticos, de educación matemática y matemáticos sustentan el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría relacionado con la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área en el nivel de cuarto de primaria?
- ¿Cómo elaborar un sistema de actividades mediado por TIC y uso de materiales concretos, basado en la resolución de problemas geométricos, que contribuyen a la construcción de los significados de conceptos de perímetro y área en los estudiantes de cuarto de primaria?
- ¿Cómo analizar la viabilidad del sistema de actividades basado en la resolución de problemas geométricos, mediado por TIC y materiales concretos tradicionales, para favorecer la construcción de los significados de conceptos de perímetro y área en los estudiantes de cuarto de primaria?

Para lograr alcanzar los objetivos planteados en esta tesis se plantean las siguientes **tareas de investigación** a realizar:

- Elaborar el estado del arte relacionado con la enseñanza y aprendizaje de la geometría, en particular sobre la construcción de significados de conceptos de área y perímetro, en el nivel de cuarto de primaria.
- Determinar los fundamentos teóricos relacionados con la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área en el nivel de cuarto de primaria.
- Diseñar un sistema de actividades basados en la resolución de problemas, relacionados con la construcción de los significados de los conceptos de perímetro y área, mediado por TIC.

- Analizar la viabilidad del sistema de actividades para la construcción de los significados de conceptos de perímetro y área en los estudiantes de cuarto de primaria

El aporte práctico de la investigación hace referencia al diseño de un sistema de actividades para la construcción de significados de los conceptos de área y perímetro, dónde se integren las TIC y los materiales didácticos tradicionales en la resolución de problemas geométricos en estudiantes del grado cuarto de primaria.

La tesis consta de introducción, cinco capítulos, conclusiones, recomendaciones y 7

anexos. En el capítulo 1 se presenta el estado del arte relacionada con la enseñanza aprendizaje de la geometría, específicamente con la construcción de significado de los conceptos de perímetro y áreas. El capítulo 2 se refiere al marco teórico y en el capítulo 3 se asume la metodología de la investigación. En el capítulo 4 se presenta el sistema de actividades y en el capítulo 5 se realiza el análisis los resultados de la implementación del sistema de actividades.

# CAPITULO 1. ESTADO DEL ARTE

Existen diversas investigaciones que han trabajado sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría por ser un eje central en el plan de estudios de diversas instituciones educativas, al ser considerada como una disciplina de carácter formativo que permite desarrollo el razonamiento en los estudiantes. En este capítulo se pretende contextualizar al lector sobre las diferentes perspectivas desde las cuales se han abordado diferentes investigaciones que favorecen el desarrollo de pensamiento geométrico. Para esto se realiza la conformación de un grupo de investigaciones científicas divididas en las siguientes categorías:

1. Procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en primaria.
2. Procesos de construcción de significado de conceptos geométricos, mediados por TIC y la resolución de problemas.
3. Procesos de construcción de conceptos geométricos de área y perímetro en Colombia.

## 1.1 Proceso de la enseñanza y aprendizaje de la geometría en primaria

### 1.1.1. Concepción didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico en la educación primaria[2]

En el trabajo se exponen los resultados del estudio histórico lógico de la geometría como ciencia y como enseñanza en el mundo. Se busca trabajar de forma paralela el análisis de la concepción actual del tratamiento de la geometría en la educación

[2] Roldán, T. L. (2008). *Concepción didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.* La Habana: Web.

primaria, así como sus sustentos teóricos y su aplicación en el currículo en el que caracterizan la situación actual de su aprendizaje en ese nivel de enseñanza.

Se presenta un estudio minucioso de la geometría dinámica en el cual se analiza con atención sus potencialidades subyacentes del enfoque dinámico para el trabajo del contenido geométrico, además de las implicaciones necesarias que conlleva el uso de recursos tecnológicos que requiere para su implementación.

En segunda instancia se fundamenta una concepción didáctica para el tratamiento del contenido geométrico durante el primer ciclo de la educación en primaria, con un enfoque dinámico, la cual requiere de la utilización de procedimientos que se han determinado para la caracterización del enfoque, haciendo una preparación para la posible utilización de diferentes recursos tecnológicos en el aula.

El estudio teórico acerca del desarrollo y la evolución de la enseñanza de la geometría a lo largo de la historia y en el contexto en que se desarrolla esta investigación permite determinar como una tendencia actual para el tratamiento de este contenido, un enfoque al que se ha denominado dinámico y que tiene su base en el surgimiento y empleo de nuevas tecnologías, en particular en los software de geometría dinámica para aprender esta rama de las matemáticas, lo cual es importante para el desarrollo de esta tesis.

### 1.1.2. Matemáticas para maestros en educación primaria[3]

Esta obra postula como objetivo que futuros docentes de educación primaria conozcan, entiendan y utilicen nociones matemáticas que han de implementar en la

[3] Romero, L. R. (2016). *Matemáticas para maestros de educación primaria.* Madrid: Ediciones Pirámide.

construcción de espacios de aprendizaje a sus estudiantes, cuyo aprendizaje se emplea un nivel de reflexión y amplitud de análisis que les permiten mejorar sus prácticas educativas en una clase de primaria.

En los capítulos relacionados con la enseñanza de la geometría se presentan los elementos básicos de la geometría plana y de la geometría del espacio, los movimientos geométricos en el plano y diversos materiales para la enseñanza y aprendizaje de geometría plana y del espacio. Por último, se aborda el sentido espacial, la orientación y la visualización geométrica.

Se presenta una especificación de la importancia de la geometría, partiendo como eje inicial de ser considerada como la rama de las matemáticas que estudia las formas del mundo, ya que se busca romper la concepción que la geometría pretende estudiar únicamente figuras y cuerpos en dos y tres dimensiones, pero se considera que la geometría abarca mucho más que eso y hoy por hoy es considerada una de las ramas de la matemática más importantes por todo lo que proporciona.

Los docentes de matemáticas deben tener clara conciencia de la importancia de trabajar de manera adecuada la geometría en estudiantes de primaria comenzando en estas etapas de escolaridad con el movimiento, es decir, trabajar con las nociones topológicas con juego en donde puedan realizar movimientos libres que permitan su comprensión, a través de ejercicios de motricidad, proximidad, comparación y clasificación de objetos de acuerdo a sus atributos.

La propuesta de esta obra induce a la importancia de construir primero los conceptos que se requieren para la resolución de situaciones o problemas propuestos, pues se considera que la identificación de las características propias de los elementos para generar comprensión de conceptos es de suma importancia para el entendimiento de las situaciones a estudiar, aspecto importante para el presente trabajo de investigación.

### 1.1.3. La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría[4]

El autor divide el trabajo investigativo en cinco apartados, en dónde describe del modelo de razonamiento matemático de Van Hiele, abordando la enseñanza de la geometría con la ayuda de ordenadores y software específico, que propician en los últimos años la aparición de nuevas y diferentes estrategias de enseñanza y planeación y disposición en el desarrollo de sesiones de clase.

El autor implementa el modelo de Van Hiele con el fin de consolidar el aprendizaje y conocimiento sobre las figuras geométrica en los estudiantes, quienes deben realizar comparaciones y a su vez socializaciones que impliquen discusiones sobre sus propiedades, clasificarlas y formular o analizar definiciones con base en características propias. En consecuencia, basado en el progreso de los estudiantes en cuanto a la evolución de sus ideas se refiere, deben formular conjeturas sobre propiedades y relaciones geométricas.

Se determina que en el periodo de los grados 3º a 5º los estudiantes deben estar en capacidad de desarrollar formas concisas de describir figuras, enfatizando en identificar y describir sus propiedades. Además, usando dibujos, materiales concretos, software o herramientas tecnológicas para formular y verificar sus conjeturas, los

[4] Gutierrez, A. (2006). La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría. Badajoz: De la Fuente, M. (eds.).

estudiantes pueden articular argumentos matemáticos sobre por qué las relaciones geométricas como congruencia, equivalencia, semejanza, escalas y simetría son ciertas (Gutierrez, 2006), aspectos considerados importantes que se tiene en cuenta para el desarrollo de la tesis.

### 1.1.4. New opportunities in geometry education at the primary school[5]

En este artículo los autores describen las nuevas oportunidades que cambian el panorama de la educación en geometría en la escuela primaria. Estos incluyen la investigación sobre el razonamiento espacial y su conexión con las matemáticas escolares en general y la geometría escolar en particular.

Por otra parte, se revela la importancia de la función del dibujo en la construcción del significado geométrico, el papel de las tecnologías digitales, la importancia de la geometría transformacional en el plan de estudios incluyendo la simetría y las isometrías y la posibilidad de extender la geometría de la escuela primaria desde su énfasis típico en el vocabulario en procesos de nombrar y clasificar formas por propiedades, hacia el trabajo en la composición y descomposición de figuras geométricas, a través de construcciones mentales que permiten compararlas y clasificarlas.

Se realiza una discusión interesante para el desarrollo del presente trabajo investigativo, relacionada con la disposición a trabajar en la composición y descomposición, clasificación, comparación y manipulación mental de figuras

[5] Sinclair, N., & Bruce, C. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. ZDM 47, 319-329.

bidimensionales. Esta discusión está encaminada a dilucidar las oportunidades en el contexto de relevancia de la geometría escolar.

#### 1.1.5. Geometry and spatial reasoning[6]

El artículo investigativo contiene siete secciones principales. En primer lugar, el desempeño de los estudiantes en geometría se resume brevemente como antecedentes de todo el cuerpo de investigación. En segundo lugar, se revisa la investigación sobre tres perspectivas teóricas principales sobre el desarrollo del pensamiento geométrico: Piaget, Van Hiele y la ciencia cognitiva. En tercer lugar, se discute el establecimiento de la verdad en la geometría, destacando el trabajo tanto teórico como empírico.

En cuarto lugar, se consideran la relación entre el pensamiento espacial y las matemáticas, la naturaleza del razonamiento espacial y las imágenes, y los intentos de enseñar habilidades espaciales. La quinta sección enfatiza en representaciones de ideas geométricas, e incluye temas relacionados con conceptos, diagramas, manipulables y computadoras. En sexto lugar, se examinan las diferencias entre grupos y culturas.

Se afirma que las capacidades gráficas de las computadoras también pueden facilitar la construcción de representaciones geométricas. Los software de geometría ofrecen imágenes visuales de ideas matemáticas, que facilitan la disposición de datos para su posterior ordenamiento, análisis y cálculos de forma más precisa y exacta. Las TIC

[6] Clements, D. (1992). Geometry and spatial reasoning. . *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* .

tienen la capacidad de apoyar las investigaciones de los estudiantes en todas las áreas de las matemáticas, incluyendo cálculos de pensamiento numérico, aleatorio y geométrico, lo cual se considera relevante para el presente trabajo investigativo.

Cuando los estudiantes disponen de herramientas tecnológicas, se pueden concentrar en tomar decisiones, razonar y resolver problemas. Al igual que en otros temas, los estudiantes que están inmersos en procesos de enseñanza en geometría con computadoras a menudo obtienen puntuaciones significativamente más altas que aquellos que solo reciben instrucción en el aula (Clements, 1992).

### 1.1.6. Perímetro y área. Un problema en futuros maestros[7]

El objetivo de esta investigación es aplicar una prueba de los contenidos correspondientes al primer grado de secundaria, a estudiantes de los grados segundo, tercero y cuarto de primaria para conocer las respuestas que les ofrecen y verificar si tienen adquiridas las competencias matemáticas del nivel de educación primaria en este aspecto concreto.

Este estudio forma parte de otro más general donde se analizan los resultados de la prueba en su conjunto más otras variables que son motivo de trabajos posteriores. El objetivo está centrado en conocer las respuestas de los estudiantes al problema que después presentan, analizar los resultados por cursos, obtener una lista de errores y clasificar dichos errores por los propios alumnos que los cometieron.

El resultado obtenido en esta investigación lleva a la reflexión de Brousseau (1998) "*El error no es solamente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar; sino el*

[7] Martínez, R. N. (2013). Perímetro y Área. Un problema en futuros maestros. *Números*, 65-85

*efecto de un conocimiento anterior que tuvo su interés, su éxito y que ahora se revela falso o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son fortuitos e imprevisibles, su origen se constituye en un obstáculo"*[8]. Y como se ve reflejado ese obstáculo que tienen los profesores en formación, se mantiene en los profesores titulados acrecentado los resultados que exponen (Martínez, 2013).

En coherencia con el presente trabajo investigativo es preciso enfatizar en que los procesos de enseñanza aprendizaje de la geometría, específicamente en los conceptos de área y perímetro, no deben ligarse únicamente a contenidos curriculares para cursos específicos de secundaria, ya que se evidencian errores en sus procesos de resolución, aun cuando en niveles de primaria se generan soluciones interesantes. Por tanto, los logros de cada resolución no dependen del grupo en que se encuentre un estudiante, sino de diferentes factores que el docente de matemáticas debe conocer como su edad y niveles de comprensión de conocimientos previos, sin importar su género.

### 1.1.7. Geometry for life and its teaching[9]

En este trabajo investigativo el autor plantea como objetivo valorar la importancia del aprendizaje la geometría para la vida y su enseñanza para el desarrollo del pensamiento. Es importante plantearse un proceso de enseñanza aprendizaje que posibilite al estudiante el poder realizar un análisis de cada tema de estudio, que da cuenta de la intención de comprender el significado de los contenidos que se imparten, e integrarlos en las estructuras intelectuales personales.

---

[8] Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. *Didáctica de las matemáticas*., p. 120.
[9] Lafaid, E. (2018). *Geometry for life and its teaching*. AIBI, 34-63.

Se establece una serie de características que evidencian la importancia de la enseñanza de la geometría desde niveles de educación inicial en estudiantes de edades tempranas, para la utilización en el lenguaje cotidiano, en la aplicación constante en la realidad, en la comprensión de conceptos que enriquecen estudios de matemáticas avanzadas y de otras ciencias, en el desarrollo de la percepción del espacio, en el mejoramiento de la capacidad de visualización y abstracción, constituyéndose así como un ejemplo de ciencia organizada lógica y deductivamente.

En la tesis cobra relevancia este enfoque que se opone al enfoque superficial, en el que la implicación personal del estudiante es muy escasa y los contenidos se memorizan de manera mecánica, teniendo siempre en cuenta que para alcanzar los niveles superiores hay que enfatizar y avanzar en los niveles inferiores.

### 1.1.8. Teaching and learning plane geometry in primary school: acquisition of a first geometrical thinking[10]

Rolet (2003) en su estudio investigativo afirma que es importante familiarizar a los estudiantes con algunas figuras planas y hacerlas pasar progresivamente de una geometría donde los objetos y sus propiedades están controlados por la percepción, a una geometría donde están controlados por la explicitación de propiedades que requieren instrumentos.

Se afirma que el rol del docente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría es organizar situaciones que involucren el desarrollo de destrezas, pero también apoyar el aprendizaje de los estudiantes, por lo que se insiste en la

[10] Rolet, C. (2003). Teaching and learning plane geometry in primary school: acquisition of a first geometrical thinking. *Proceedings of the European Research In Mathematics Education III Congress.* Lyon, Francia.

institucionalización (reconocimientos oficiales de conocimientos por parte de los estudiantes y el aprendizaje de los estudiantes por parte del docente), la ayuda y evaluación individual.

Muchos estudiantes manifiestan diferentes limitaciones sobre su nivel de comprensión en la geometría, justificándolas con el tipo de enseñanza que reciben por parte del docente que imparte su clase. Ese tipo de enseñanza se ve afectado en gran medida por la clase de concepciones que tienen acerca de la geometría, pues la identifican principalmente con temas que la limitan solamente a cuestiones métricas.

Es importante que el docente de matemáticas identifique diferentes razones que justifiquen la enseñanza y aprendizaje de la geometría, más allá de estar inmersa su presencia en el entorno inmediato; la geometría ofrece a sus aprendices la oportunidad de comprender formas superiores de pensamiento.

En este estudio se destaca el hecho hipotético de la viabilidad de generar cambios en la instrumentación para promover un mejor paso del espacio sensible al espacio geométrico y una mejor comprensión de los objetos geométricos y las relaciones existentes entre ellos, lo cual es relevante para el presente trabajo investigativo.

### 1.1.9. Geometry in the early years: a commentary[11]

Este artículo proporciona un comentario sobre la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los primeros años de escolarización con un conjunto de artículos como factor guía. Está estructurado en torno a cuestiones sobre la educación geométrica de los estudiantes jóvenes, tales como qué se debe enseñar en geometría y por qué,

[11] Dindyal, J. (2015). Geometry in the early years: A commentary. *ZDM*, 47(3), 519-529.

representación de ideas geométricas, la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, y evaluación del aprendizaje de los niños en geometría. El autor describe sus puntos de vista basándose en la literatura y algunos artículos, y concluye con una perspectiva sobre la enseñanza y el aprendizaje futuros de la geometría en las escuelas.

Para el presente trabajo investigativo es de relevancia algunos puntos planteados que están en coherencia con el tema de investigación, como que la geometría es un área que debe formar parte de cualquier plan de estudios para la primera infancia, haciendo énfasis en la necesidad de aportar investigaciones que contribuyan al mejoramiento en procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría, no sólo en una estructura de contenidos a enseñar, sino también en el tiempo y didácticas que influyan en la motivación de los estudiantes desde su educación primaria.

### 1.1.10. Teaching geometry to students from five to eight years old[12]

En este artículo los autores realizan una investigación en el contexto francés de la enseñanza de la geometría en la escuela primaria, cuyo objetivo es construir una enseñanza de ingeniería probada, completa y confiable y así mejorar la enseñanza de la geometría. Se afirma que el aprendizaje de la geometría no es visto como una necesidad social por las familias y, a veces, por los profesores. Además, su contribución al aprendizaje a menudo se reduce en las aulas en un aprendizaje temprano, incluso ineficaz, del vocabulario geométrico.

Esta investigación también se basa en la idea de que las habilidades de los estudiantes no se tienen suficientemente en cuenta en la enseñanza de la geometría en la escuela

[12] Douaire, J., & Emprin, F. (2015). Teaching geometry to students from five to eight years old. *CERME 9 - Noveno Congreso de la Sociedad Europea de Investigación en Educación Matemática, Universidad Charles de Praga*, 529-535.

primaria. Las herramientas que desarrollan favorecen una construcción del conocimiento basada en la resolución de problemas. Tienen cierta “robustez” debido en particular a que los resultados y procedimientos que producen los alumnos en una clase se plantean en la descripción de situaciones, permitiendo al docente, en general no especialista en matemáticas, anticipar sus decisiones basadas en sus propias producciones de clase. Esta fiabilidad se debe en parte a la coherencia entre los conceptos de aprendizaje y situaciones propuestas y, en segundo lugar, a su experimentación en muchas clases.

Se realiza una reflexión interesante para el presente trabajo investigativo en dónde se especifica que se requiere que los profesores de la escuela primaria deben mejorar su percepción de la relación del conocimiento espacial y el conocimiento geométrico, que los estudiantes pueden desarrollar, así como la importancia del conocimiento que deben tener los estudiantes acerca de los significados de un concepto y situaciones asociadas a problemas que se pretenden plantear.

## 1.2 Procesos de construcción de conceptos geométricos, mediado por TIC y la resolución de problemas

### 1.2.1. MathemAntics: a model for computer-based mathematics education for young children[13]

El objetivo de esta investigación es desarrollar una herramienta tecnológica que brinde la oportunidad de proporcionar un contenido matemático rico en el que los niños

[13] Ginsburg, H. P. (2019). MathemAntics: A Model for Computer-based Mathematics Education for Young Children. *Infancia Y Aprendizaje 42.2*, 247-302.

puedan aprender matemáticas con placer y comprensión profunda. Se presentan principios de diseño, basados en la teoría e investigación cognitivas y educativas, que pueden guiar el desarrollo de software promoviendo el aprendizaje en edades tempranas de las matemáticas, particularmente de conceptos y operaciones de números básicos. Muestran cómo estos principios dan como resultado el desarrollo de su herramienta denominada MathemAntics.

La tecnología no se debe utilizar como un recurso que reemplace la comprensión básica y las intuiciones, sino que debe ser utilizada con el fin de fortalecer y fomentar esas comprensiones e intuiciones. En los programas de enseñanza de las matemáticas, la tecnología se debe emplear frecuente y responsablemente, con el objeto de enriquecer el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes.

Se considera relevante para el presente trabajo investigativo al afirmar la concepción que la tecnología también proporciona oportunidades de construcción del conocimiento, cuando los estudiantes discuten entre sí y con su profesor en socializaciones y debates, acerca de los objetos que muestra la pantalla a partir de construcciones y modelaciones y los efectos que tienen las diferentes transformaciones dinámicas que permite realizar el menú de herramientas que ofrecen diferentes softwares.

Los autores afirman que su software y otros programas similares, integrados en otros aspectos de la instrucción en el aula, como las actividades con objetos manipulables y la lectura de libros ilustrados, pueden proporcionar la base para estimular el aprendizaje significativo de las ideas y métodos (Ginsburg, 2019).

### 1.2.2. Enseñanza de la geometría utilizando las TIC y materiales manipulativos como recurso didáctico en 4º de primaria[14]

El propósito de este trabajo investigativo se basa en el diseño y construcción de una unidad didáctica para el segundo nivel o ciclo de primaria. El trabajo se fundamenta sobre la capacidad de los estudiantes de comprender y afianzar conceptos geométricos a través de la utilización de materiales manipulativos y de las TIC.

La unidad didáctica diseñada tiene como objetivo lograr que los estudiantes consoliden los conceptos matemáticos relacionados con la geometría a través de la plástica mediante una metodología multidisciplinar y utilizando material manipulativo y las tecnologías de la información.

En coherencia con el presente trabajo investigativo se establece que las TIC nos ofrecen diferentes recursos y herramientas de apoyo consideradas esenciales para los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, integrando el material didáctico, softwares interactivos, entornos virtuales, entre otros. Estos recursos facilitan el desarrollo de la creatividad, innovación, entornos de trabajo colaborativo, promoción del aprendizaje significativo, activo y flexible.

Tras la implementación de la propuesta se pone de manifiesto que mediante el trabajo manipulativo acompañado de las TIC los estudiantes alcanzan mayores niveles de motivación y consolidan y afianzan los conceptos teóricos de la geometría en este caso a través del trabajo interdisciplinar con el área de plástica (Alcaide, 2016).

[14] Alcaide-Tarifa, J. (2016). *Enseñanza de la geometría utilizando las TIC y materiales manipulativos como recurso didáctico en 4º de Primaria* (Bachelor's thesis).

### 1.2.3. Scratch y videojuegos aplicados a la enseñanza de la geometría[15]

Este trabajo investigativo realiza una reflexión partiendo de una realidad, en la que se explica que el uso de ordenadores, pizarras digitales, tabletas y demás dispositivos en las aulas tiende a ser cotidiano, pero usar las TIC no es lo mismo que enseñar y aprender a través de las TIC.

Se presenta la evolución de las TIC (tecnologías de la información y comunicación) a las TAC (Tecnologías del aprendizaje y del conocimiento). En él se desarrollan varios recursos didácticos buscando la integración de la tecnología con el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas enfocado para los estudiantes de educación primaria. A través de la página web https://juegometria.wordpress.com/ y utilizando como soporte el software Scratch 2.0 los estudiantes mejoran su alfabetización digital y aprenden a programar; trabajan los conceptos básicos de la geometría en el plano gracias a las actividades diseñadas y, terminan aplicando las matemáticas en la creación de un videojuego donde muestran sus conocimientos, desarrollan su imaginación y su creatividad en aras de hacer de la clase de matemáticas más divertida (Torres, 2016).

Es importante resaltar que se hace énfasis en la capacitación que los docentes de matemáticas deben tener sobre el uso y conocimiento de los softwares a aplicar o utilizar en las clases, pues es necesario habilitar un espacio pre- aplicación en dónde se enseñe al estudiante a manejar las herramientas que ofrece la interfaz de diferentes programas, aspecto que se tiene en cuenta para la tesis.

[15] Torres, J. E. (2016). *Scratch y videojuegos aplicados a la enseñanza de la geometría* (Master's thesis).

### 1.2.4. The roles of technology in mathematics education[16]

Este artículo se basa en la revisión bibliográfica buscando examinar la literatura existente acerca de los recursos TIC aplicados al proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en distintos contextos de formación, en dónde se describen cuáles son los fundamentos que se utilizan con mayor frecuencia para el diseño de herramientas y recursos.

A su vez se realiza el análisis correspondiente al impacto causado con su implementación, en dónde se establecen las perspectivas y retos que podrían presentarse en este proceso desde el punto de vista de los diferentes individuos que hacen parte de él. Se refieren diferentes tipos de investigación o caso específico de aplicación de TIC en matemáticas, para diferentes niveles de educación.

Establecen cuatro roles del uso efectivo de la tecnología:

- *"Promover ciclos de prueba.*
- *Presentar y conectar múltiples representaciones*
- *Sustentar el razonamiento basado en casos*
- *Servir como tutor."*[17]

Un aspecto importante para esta tesis es que se reconoce a la tecnología como un recurso que ofrece grandes beneficios sobre los procesos educativos, pero, aunque se sugiere la implementación de los recursos tecnológicos para alcanzar mayor motivación por parte de los estudiantes y diversidad en la metodología empleada por

---

[16] Cullen, CJ, Hertel, JT y Nickels, M. (2020, abril). Los roles de la tecnología en la educación matemática. En The Educational Forum (vol. 84, núm. 2, págs. 166-178). Routledge.
[17] Cullen, CJ, Hertel, JT y Nickels, M. (2020, abril). Los roles de la tecnología en la educación matemática. En The Educational Forum vol. 84, p.171.

los docentes, la utilización de estos elementos no puede hacerse de manera arbitraria y desarticulada de lo que establecen los planes de estudio ya que son considerados como herramientas facilitadoras de aprendizaje (Cullen, T.Hertel, y Nickels, 2020).

### 1.2.5. Designing *geometry 2.0* learning environments: a preliminary study with primary school students [18]

En este artículo los autores proponen un modelo pedagógico basado en un nuevo entorno de aprendizaje integrado por tecnología de geometría para niños de primaria. En este entorno, combinan software matemático dinámico y tecnologías de la comunicación para apoyar el aprendizaje de la geometría, con el objetivo de estimular la interacción y participación y permitir la autonomía, conectividad y exploración de los estudiantes.

Se refieren a la combinación de estas dos intervenciones como Geometría 2.0. Los principales objetivos del estudio que se presenta aquí son describir un papel óptimo para el profesor de matemáticas y los estudiantes dentro de Geometría 2.0, y analizar cómo las matemáticas dinámicas y la comunicación pueden afectar el aprendizaje de los conceptos básicos de las figuras por parte de los estudiantes en un entorno real. En particular, exploran el potencial de Geometría 2.0 en un salón de clases de matemáticas, donde los estudiantes de sexto grado participan en investigaciones matemáticas sobre geometría básica.

Sus objetivos para este estudio son observar y analizar cómo la combinación de Blogger, GeoGebra y manipulativos tradicionales en geometría puede usarse como

[18] Prieto, Sordo J. & Jon R. Star (2014) Designing *Geometry 2.0* learning environments: a preliminary study with primary school students*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45:3, 396-416.

una ayuda en la comprensión de los niños de los polígonos básicos a través del aprendizaje exploratorio y comprender los desafíos de instrucción que enfrentan los maestros de matemáticas cuando implementan el entorno de aprendizaje integrado de tecnología propuesto que denominan Geometría 2.0.

Para el interés del presenta trabajo investigativo es relevante el análisis que se ofrece en este documento que ilustra cómo los entornos de tecnología integrada facilitan el diseño y la implementación de tareas profundamente matemáticas y realizables en un período de clase, que promueven el aprendizaje de los estudiantes y mejoran su motivación. Las tecnologías emergentes parecen tener un gran impacto en la interacción y la comunicación, ambos aspectos cruciales en el aprendizaje de las matemáticas, especialmente con los niños pequeños.

### 1.2.6. The effect of learning geometry topics of 7th grade in primary education with dynamic geometer's sketchpad geometry software to success and retention[19]

El objetivo de este estudio es investigar el efecto que tiene el aprendizaje de temas de geometría de séptimo grado en la educación primaria con el software de geometría de bloc de dibujo de Dynamic Geometer para el éxito y la retención de los estudiantes. En este estudio se utiliza el diseño de investigación experimental con un grupo control. En el grupo experimental se utiliza el software de geometría de bloc de dibujo de Dynamic Geometer adaptado a instrucción asistida por computadora; y en el grupo control se

[19] Kesan, C., & Caliskan, S. (2013). The Effect of Learning Geometry Topics of 7th Grade in Primary Education with Dynamic Geometer's Sketchpad Geometry Software to Success and Retention. *Turkish Online Journal of Educational Technology-TOJET*, *12*(1), 131-138.

utiliza el método de enseñanza tradicional. En el estudio se adoptan enfoques de investigación cuantitativa.

Se encuentra que, después de la aplicación, hay una diferencia significativa entre los puntajes de las pruebas de rendimiento de geometría de aprendizaje en el grupo experimental con el software de geometría dinámica GSP y el aprendizaje en el grupo de control a través del método tradicional a favor del grupo experimental. Este resultado muestra que los estudiantes que aprenden geometría con GSP en el grupo experimental, han entendido mejor y han tenido más éxito en comparación con los estudiantes del grupo de control con el método tradicional utilizado.

Para el interés de la presente tesis resulta de relevancia el análisis de los resultados de las pruebas realizadas tanto en el grupo control como en el grupo experimental, debido a que la retención de los conceptos procesada con un método educativo es un resultado deseado. Cuando se comparan los niveles de retención de los grupos experimentales y de control para determinar cuál de los métodos es más efectivo, las medias de rendimiento de los estudiantes en el grupo experimental son más altas y más comprensibles que las de los estudiantes en el grupo de control. Entonces, enseñar geometría con el software de geometría dinámica GSP es más efectivo que el método tradicional de retención.

### 1.2.7 Teaching and learning geometry with technology[20]

Esta investigación aborda los enfoques teóricos que subyacen a diversas investigaciones y estudios de tecnología para la enseñanza y el aprendizaje de la

[20] Colette Laborde, C. K. (2006). Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education, Chap. Teaching and Learning Geometry with Technology. Brill Sense.

geometría. Intenta explicar el desarrollo de la tecnología analizando los antecedentes de este desarrollo: La naturaleza epistemológica de la geometría, los problemas con los que la enseñanza de la geometría se enfrenta en las últimas décadas, y los procesos cognitivos involucrado en la resolución de problemas de geometría. Presentan varios enfoques teóricos que se han utilizado en la investigación para analizar el impacto de la tecnología en el aprendizaje y las interacciones entre los estudiantes y la tecnología.

El análisis lleva a reflexionar sobre la importancia de la preparación del contexto de aprendizaje apropiado y sus características de funcionamiento, con el objetivo que las nuevas generaciones de estudiantes tengan el conocimiento debido para disfrutar las posibilidades que brinda la tecnología y a la vez afrontar los retos que les impone.

Del mismo modo se deben orientar acciones, voluntades y recursos para consolidar en una sociedad educativa el talento humano y social, estudiantes y maestros, requeridos para entrar como comunidad educativa en el esquema de sociedad global. Debe posibilitar, además, el potencial social de un país y contribuir a crear y articular el contexto de aprendizaje requerido para alcanzar niveles educativos significativos que estén a la vanguardia de actualizaciones metodológicas.

Se afirma la posición que el impacto de las TIC en la educación está cambiando su propio ecosistema, debido a que aportan grandes ventajas para todos los individuos que intervienen en el proceso. Las nuevas tecnologías son herramientas que fortalecen la enseñanza y el aprendizaje, aumentando en niveles altos las oportunidades para acceder al conocimiento, entre otras bondades, aspectos que se adoptan para el presente trabajo investigativo.

Más recientemente, los investigadores prestan mayor atención a la integración de la tecnología en la enseñanza y, en consecuencia, se emplean diferentes enfoques teóricos. (Colette Laborde, 2006).

### 1.2.8 Articulation of spatial and geometrical knowledge in problem solving with technology at primary school[21]

Este artículo investigativo se centra en la relación entre el conocimiento espacial y geométrico en situaciones de resolución de problemas en la escuela primaria. Diseñan tareas que involucran tres espacios diferentes: espacio físico, espacio gráfico y espacio geométrico.

Entre los problemas que proponen se encuentran algunos relacionados con el cálculo de área y perímetros, pero con enfoques de resolución aritmético, utilizando herramientas de medición tradicionales e integran la utilización de herramientas tecnológicas como agentes motivantes al producir que los estudiantes mantengan la atención más fácilmente. De esta forma, contribuyen a que los contenidos estudiados se asimilen con mayor rapidez y exista mayor retención de la información adquirida.

Uno de los aspectos que conlleva a una mayor relevancia es que desde el momento en que se comienzan a utilizar estas herramientas tecnológicas en las clases de matemáticas, los estudiantes se encuentran más motivados para afrontar las diferentes temáticas que estudian.

[21] Soury Lavergne, S. M. (2015). Articulation of spatial and geometrical knowledge in problem solving with technology at primary school. *ZDM Mathematics Education 47*, 435-449.

Su investigación tiene como objetivo estudiar el papel específico del espacio gráfico como puente entre los otros dos espacios utilizando papel y lápiz y tecnología digital, analizando las ventajas que proporciona su integración, aspectos constructivos que aportan al presente trabajo investigativo. Recurren a la idea de la deconstrucción dimensional para diseñar las tareas y caracterizar el razonamiento geométrico en los procesos de resolución de problemas de los alumnos de primaria (Soury-Lavergne, 2015).

### 1.2.9 Teaching and learning of geometry in primary school using Geogebra[22]

El propósito de este artículo es discutir cómo GeoGebra se puede utilizar para enseñar el concepto de ángulo en Geometría en el nivel elemental. Este resultado se obtiene después de dos semanas de exploración de la lección. Los maestros usan GeoGebra como herramienta de enseñanza para hacer la lección más creativa e innovadora con el fin de mostrar cómo se relacionan las formas geométricas con diferentes ángulos en diferentes polígonos.

Para los estudiantes, pueden usar GeoGebra para construir, arrastrar o aplicar la forma real en lugar de dibujar en una hoja de papel. Además de eso, todos los trabajos creados por los estudiantes pueden ser guardados como documentos para referencia futura. Al final de dos semanas de exploración, se pide a los alumnos que respondan pregunta de la encuesta sobre su experiencia con el uso de GeoGebra.

El análisis de la encuesta mostró que los alumnos son capaces de expresar su imaginación geométrica y la comprensión de los conceptos matemáticos antes y

[22] Leong, J. Y.-K. (2016). Teaching and Learning of Geometry in Primary School. *Paper presented at 21st Asian Technology Conference in Mathematics.* Thailand.

después prospección. Por lo tanto, el uso de GeoGebra puede hacer que la lección en el aula sea más agradable e interesante (Leong, 2016). El presente artículo presenta características considerables para esta tesis, en cuanto a las bondades que ofrece la implementación de un software, para la comprensión de contenidos geométricos.

## 1.3 Procesos de construcción de conceptos geométricos de área y perímetro en Colombia

### 1.3.1 La enseñanza del concepto de área y perímetro de polígonos a través del geoplano[23]

Este trabajo investigativo se enfoca en el diseño y aplicación de una propuesta de intervención en la clase de geometría haciendo uso del geoplano concebido como herramienta para realizar cálculos de perímetro y área de polígonos, en la que se realiza en primer lugar un análisis del proceso relacionado con conceptos adquiridos previamente o para el desarrollo de las competencias básicas en matemáticas.

La intervención permite modificar los procesos de enseñanza aprendizaje que se vienen trabajando desde la visualización y verificación de problemas que involucran los conceptos de área y perímetro de polígonos. En aras de conseguir el objetivo se trabaja con el Geoplano como recurso didáctico.

Inician con una prueba diagnóstica cuya finalidad es lograr identificar en los estudiantes sus saberes previos al tema de áreas y perímetros de polígonos, así mismo poder diseñar y aplicar una propuesta didáctica que aporte directamente al

[23] Garrido, E. (2015). *La enseñanza del concepto de área y perímetro de polígonos a través del Geoplano.* Medellín: Tesis Universidad Nacional De Colombia.

desarrollo de las competencias básicas que deben tener en el grado séptimo en geometría, iniciando por el análisis de los resultados del diagnóstico anteriormente mencionado.

La propuesta se divide en tres momentos, el primer momento se trabaja la parte conceptual y procedimental de área y perímetros de polígonos, en el segundo momento se realiza un taller que pretende afianzar los factores que se abordan el primer momento, y finalmente el tercer momento se desarrolla la evaluación de la temática con el fin de validar los alcances de la propuesta (Garrido, 2015).

Para el interés de la presente investigación se tiene que los resultados en la utilización de la herramienta didáctica Geoplano fue de agrado para los estudiantes en el contexto estudiado, ya que en situaciones de área y perímetro les permite interactuar con la posibilidad de proponer nuevas situaciones y figuras a las cuales se les debe hallar las medidas en estudio, proceso que favorece el desarrollo de las competencias básicas por ser manipulativa, por ser lúdica y abandonar la pizarra.

### 1.3.2 Didáctica para la enseñanza de los objetos matemáticos: perímetro y área[24]

Este artículo parte de la base de una investigación realizada sobre el diseño de una estrategia didáctica para mejorar la práctica de enseñanza en docentes de matemáticas de quinto grado para el desarrollo de la competencia matemática, relacionada con los objetos matemáticos de perímetro y área.

Es una investigación con un enfoque mixto, realizada con la participación de todos los docentes de quinto de matemáticas de la básica primaria. Se referencia una

[24] García A., J. J. (2017). Calidad de la educación primaria en Colombia: conceptualizaciones y tendencias. Escenarios 15 (2), 53-62.

fundamentación teórica para el diseño de la propuesta con la aplicación de talleres y actividades que pretenden apoyar el trabajo didáctico al aplicarlas con sus estudiantes y contribuir al mejoramiento de los resultados en el proceso de las competencias (García A., 2017).

Es de interés el papel que desempeñan los docentes que intervienen en la investigación, puesto que se logra evidenciar que la enseñanza es entendida como transmisión de contenidos. Esta concepción no es referida explícitamente, pero se manifiesta en la manera de manejar la participación, la forma en que los ejercicios se proponen en el aula, la exigencia en cuanto a la atención de los estudiantes se refiere, sin prácticas que logren motivar a los estudiantes, la enseñanza de palabras clave para la resolución de problemas, entre otras.

Todas estas manifestaciones evidencian que los docentes no tienen claridad conceptual respecto a cómo se produce el proceso de aprendizaje. Por otra parte, existe en ellos niveles altos de carencia de reflexión y autocrítica de lo que sucede en un salón de clases, sumada al desconocimiento de herramientas metodológicas, propiciando que los estudiantes no ocupen un lugar más protagónico en el proceso de aprendizaje.

El proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría y en general en las matemáticas, requiere de un docente que tenga la sensibilidad de captar las necesidades e intereses de los estudiantes sin relegarlos del proceso, puesto que son eje central para la construcción del conocimiento. Las reflexiones puntualizadas son consideradas como relevantes para el presente trabajo investigativo.

### 1.3.3 Matemáticas para la diversidad: un estudio histórico, epistemológico, didáctico y cognitivo sobre perímetro y área[25]

Este artículo investigativo presenta como objetivo identificar elementos históricos, epistemológicos, didácticos y cognitivos que intervienen en el aprendizaje del concepto de perímetro y de área. La investigación se sustenta sobre el marco teórico de las situaciones didácticas de Brousseau donde se implementa como metodología la ingeniería didáctica, a través del diseño y aplicación de secuencias didácticas.

El producto de la investigación se presenta como apoyo a la inclusión en el sistema educativo a través de situaciones didácticas que generan interacción entre procesos de aprendizaje y la enseñanza de la matemática, para estudiantes con necesidades educativas especiales. Además, se hace énfasis en el requerimiento de un constante acompañamiento para resolver problemas de tipo cognitivo que se presenta en esta clase de población en su proceso de aprendizaje.

Un concepto matemático en su evolución y desarrollo debe ser de gran importancia para los profesores ya que se debe tener en cuenta en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, porque es un elemento que proporciona la oportunidad de comprender el constructo teórico de una manera más fácil y además les permite generar estructuras la planificación de actividades y tareas a desarrollar.

Es así, como el análisis histórico epistemológico genera elementos de juicio que comprenden procesos de reconocimiento de los principios, propiedades y

[25] Aldana, E., & López, J. (2016). Matemáticas para la diversidad: un estudio histórico, epistemológico, didáctico y cognitivo sobre perímetro y área. Rev.investig. desarro. innov, 7(1), 77-92.

características que proporcionan fundamento para el concepto matemático de perímetro y área.

Para la presente tesis tiene importancia el abordaje del estudio del concepto de perímetro y área, ya que se trabaja desde el pensamiento métrico y desde la perspectiva de la medición de longitudes, para considerar patrones de medida, entorno, tamaño y forma; estos aspectos hacen parte del entorno y tienen diversos modos de representación, que el sujeto debe saber interpretar y tener la capacidad de reconocer por medio de sus propiedades, relevando la importancia de utilizar diferentes herramientas que complementen los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría siendo mediadores en el proceso.

### 1.3.4 Área y perímetro de polígonos y regiones poligonales[26]

La investigación se basa en el diseño e implementación de una propuesta didáctica que busca comprender el concepto de área y perímetro de polígonos en el aula de clase para niños de sexto grado de bachillerato. Se utiliza material manipulable como el tangram, los poliminós y el geoplano.

Se propone diseñar actividades que tengan en cuenta situaciones de conteo que proporcionen significado a los conceptos de área y perímetro, se utiliza como estrategia el empleo del Teorema de Pick a través del cual, se calcula el área de polígonos en un geoplano.

Es sabido que la geometría en la educación básica se aborda, en muchos casos, desde la misma metodología propuesta por el libro los Elementos de Euclides, y se enfatiza

[26] Beleño., J. I. (2013). *Área y perímetro de polígonos y regiones poligonales.* Bogotá.

en el carácter lógico y deductivo de la geometría. Esto se hace generalmente desde una postura abstracta e ideal, la cual desconoce el acercamiento con los objetos geométricos que debe tener el niño.

Para la presente investigación se tiene en cuenta la afirmación del autor en donde dice que la geometría plana es una importante fuente de situaciones para propiciar el aprendizaje de conceptos matemáticos, muchos de ellos con aplicaciones prácticas cercanas a la realidad del estudiante, un ejemplo de ello son los conceptos de área y perímetro de polígonos. "…*Sin embargo, en las prácticas en el aula en el desarrollo de las clases de geometría, por falta de tiempo o por no otorgar la importancia que merece el desarrollo de este pensamiento, se abordan estos conceptos no desde la práctica, sino que se ha enfocado por el uso y memorización de fórmulas con una carencia en el significado de los conceptos*"[27]

### 1.3.5 Razonamiento sobre los conceptos de área y perímetro, a partir de las fases de aprendizaje del modelo de van Hiele en estudiantes de grado tercero[28]

En esta investigación se analiza la manera en cómo los estudiantes de grado tercero de Educación Básica Primaria establecen razonamientos relacionados con los conceptos de área y perímetro a partir de las Fases de aprendizaje del Modelo de van Hiele, concebido como un método de enseñanza que contribuye al mejoramiento en el razonamiento de conceptos geométricos.

[27] Beleño., J. I. (2013). Área y perímetro de polígonos y regiones poligonales. Bogotá. p. 52.
[28] Arcia, D. (2020). Razonamiento sobre los conceptos de área y perímetro, a partir de las fases de aprendizaje del modelo de van Hiele en estudiantes de grado tercero. Apartadó: Universidad de Antioquia.

Para alcanzar el objetivo se diseñan actividades organizadas de acuerdo a las categorías y descriptores que construyen y adecuan durante el proceso. Siguen una ruta metodológica enmarcada en un enfoque de carácter cualitativo, cuyos planteamientos en relación al estudio de caso están determinados por instrumentos como la observación, entrevistas y documentos escritos para la recolección y análisis de datos que arrojen los resultados.

En los resultados se exponen y analizan los productos de los estudiantes participantes en cada una de las fases propuestas, sus argumentos y apreciaciones como la mayor fortaleza que da cuenta del proceso investigativo. Los estudiantes avanzan en el razonamiento de los conceptos de área y perímetro de forma significativa, al lograr demostrar capacidades en la aplicación de dichos conceptos a diferentes situaciones planteadas y manejar un lenguaje más estructurado, en la cual dieron cuenta de una comprensión más elevada de los conceptos estudiados, demostrando así la eficacia de la aplicación del modelo de Van Hiele en estudiantes de básica primaria (Arcia, 2020).

Para efectos de la investigación se tienen en cuenta factores caracterizados por las deducciones realizadas por la autora donde se determina que *"las prácticas docentes en el proceso de enseñanza aprendizaje de perímetros y áreas deben estar encaminadas a situaciones prácticas, identificando características que propicien la innovación para alcanzar motivar a los estudiantes en niveles de educación básica primaria"*[29]

[29] Arcia, D. (2020). Razonamiento sobre los conceptos de área y perímetro, a partir de las fases de aprendizaje del modelo de van Hiele en estudiantes de grado tercero. Apartadó: Universidad de Antioquia.p.35.

### 1.3.6 Construcción de significado robusto para el concepto de área y caracterización del pensamiento geométrico involucrado en los estudiantes de sexto grado[30]

El propósito de esta investigación se basa en la construcción de significado robusto del concepto de área y la caracterización del pensamiento geométrico involucrado, en los estudiantes de grado sexto. Se estructura el proceso de resolución de cada problema planteado, en el cual los estudiantes construyen el concepto de área en un inicio, haciendo uso de su pensamiento geométrico operacionalmente, a partir de elementos básicos de la geometría griega.

Para las actividades la autora propone un conjunto de problemas bajo la estructura de las competiciones matemáticas, frente a los cuales, los estudiantes ofrecen estrategias que les permite realizar transformaciones a las figuras geométricas por medio de acciones de descomposiciones, recomposiciones y comparaciones. (Pérez D., 2016)

Los problemas que se plantean en la investigación se caracterizan por estar diseñados de tal forma que los estudiantes no llegan a su solución de manera simple, deben realizar esfuerzos cognitivos haciendo uso de conocimientos previos, que en su proceso de solución se ven fortalecidos. Este esfuerzo lleva a mejorar la comunicación en términos matemáticos evidenciando un progreso en su comprensión. Estos criterios que la autora de esta tesis comparte se tienen en cuenta en el desarrollo de las actividades.

---

[30] Pérez D., D. C. (2016). Construcción de significado robusto para el concepto de área y caracterización del pensamiento geométrico involucrado en los estudiantes de sexto grado. Bogotá D.C: Universidad Antonio Nariño.

## Conclusiones capítulo 1

En este capítulo, se realiza un análisis de las principales investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la Educación Básica, específicamente aquellas relacionadas con procesos de la enseñanza aprendizaje de la geometría, uso de la tecnología en el nivel de primaria, en diferentes partes del mundo y en Colombia. Entre esas investigaciones, se pueden resaltar los siguientes autores: Roldán (2008); Romero (2006); Gutiérrez (2006); Martínez (2013); Lafaid (2018); Hock, Yunus, Tarmizi, y Ahmad (2015); Nason (2012); Rolet (2003); Jones, Mooney Y Harries ( 2002); Ginsburg (2019); Alcaide (2016); Torres (2016); White (2004); Colette (2006); Soury y Lavergne (2015); Leong (2016); Garrido (2015); García (2017); Aldana (2016); López (2016); Beleño (2013); Pérez (2016), entre otros.

Las tendencias evidenciadas en la búsqueda exhaustiva de artículos que se relacionan con el presente trabajo investigativo, muestran la necesidad de realizar prácticas docentes que involucren la resolución de problemas, con integración de herramientas que permitan al estudiante alcanzar una motivación significativa para el aprendizaje de las matemáticas, en especial hacia la rama de la geometría, enfatizando en la urgencia que se requiere en el docente para el dominio de herramientas innovadoras y llamativas para el alumnado.

El análisis de la literatura conlleva a revelar la necesidad presente en las diferentes instituciones educativas de Colombia, en otorgar la importancia a la enseñanza aprendizaje de la geometría en las aulas en el nivel de primaria, puesto que se enfatiza en el desarrollo del pensamiento numérico, dejando solamente una enseñanza conceptual traducida en fórmulas, con escasez en prácticas que involucran razonamientos lógico deductivos.

# CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se expone la construcción del marco teórico, en el cual se consideran cuatro grandes referentes. En primer lugar, se expone lo investigado sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría, luego se pasa a profundizar sobre resolución de problemas retadores, a continuación, se abordan los fundamentos de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) en la clase de matemáticas y como estas influyen en el quehacer matemático en el aula; para finalmente exponer sobre los referentes de la visualización matemática.

## 2.1 Referentes teóricos sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría

La geometría plana estudia las figuras planas, que tienen únicamente dos dimensiones: largo y ancho. Para comprender la geometría plana de manera más clara, es indispensable, comenzar por la definición de conceptos elementales hasta llegar a nociones más complejas.

### 2.1.1. Fundamentos de la Geometría Euclidiana en la escuela

Para el estudio del proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, es necesario comenzar por Euclides, quien elabora los "*Elementos*". Esta obra constituye su trabajo más trascendente, cuyo número de ediciones a lo largo de la historia, y desde que Gutenberg inventa la imprenta, solo es superado por la Biblia, privilegio excepcional considerando que es una producción científica de carácter no asequible para el público en general.

Euclides en su obra sustituye lo visual por proposiciones lógicas, esto ayuda a definir o a caracterizar mejor cada uno de los casos analizados. También, es el primero en usar de manera sistemática la reducción al absurdo en las proposiciones recíprocas.

El modelo axiomático deductivo da veracidad a las cinco proposiciones intuitivamente claras, es propuesto por Euclides en los *"Elementos"*. Euclides a partir de estas cinco proposiciones deduce el resto de los resultados para construir toda la geometría y la aritmética conocida hasta aquel entonces.

Los elementos con sus trece volúmenes perduran como única verdad geométrica hasta el siglo XIX, a pesar de que algunos de sus postulados tengan deficiencias en la manera en que son enunciados. David Hilbert en su conocida obra "Los fundamentos de la geometría" a principios del siglo XX hace una versión de los elementos corrigiendo esas deficiencias. En esta obra de Hilbert se conservan cinco grupos de axiomas y agrega lo que hace falta para que las matemáticas sean rigurosas.

Volviendo a los elementos y analizando su contenido, se puede decir que este tratado es un conjunto de definiciones, postulados o axiomas y proposiciones que derivan en teoremas y construcciones, para elaborar pruebas matemáticas de dichas proposiciones. La obra abarca trece libros, los cuales contienen en forma general lo siguiente:

- Del libro 1 al 6 presentan la geometría plana.
- Los libros 7-9 contiene la teoría de números.
- El libro 10 habla sobre los números irracionales.
- Los libros 11 al 13 contienen un estudio sobre la geometría del espacio y terminan con el teorema de los cinco poliedros regulares.

Las 465 proposiciones de los elementos se pueden agrupar de manera general en dos tipos, por un lado, se tienen las construcciones por pasos, por ejemplo, aquella proposición en la que se indica cómo construir un polígono regular dado un círculo determinado. Por otro lado, se tienen las proposiciones generales sobre objetos, como es el caso de que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo siempre es igual a 180 grados.

Los elementos de Euclides son notables por la claridad, pues los problemas y los teoremas son seleccionados y ordenados. Además, las proposiciones proceden de manera lógica y rigurosa, empezando siempre con las definiciones, para después pasar a los postulados y los axiomas.

Al ser considerada una pieza maestra de la aplicación de la lógica, esta obra nutre a muchos de los grandes matemáticos, desde Arquímedes hasta Euler y Gauss. Por otra parte, a lo largo de la historia los elementos han contribuido a una variedad de ciencias y sus aportes se relacionan con un sinfín de aplicaciones en la geometría. A continuación, se presentan los postulados de Euclides (Simpson, 1774):

- Postulado 1. Por dos puntos diferentes pasan una sola línea recta.
- Postulado 2. Un segmento rectilíneo puede ser siempre alargado.
- Postulado 3. Hay una sola circunferencia con un centro y un radio dados.
- Postulado 4. Todos los ángulos rectos son iguales.
- Postulado 5. Si una recta secante corta a dos rectas formando a un lado ángulos interiores, la suma de los cuales sea menor que dos ángulos rectos; las dos rectas, suficientemente alargadas se cortarán en el mismo lado.

Los diferentes escritos referentes a la obra de los *“Elementos”* de Euclides permite reflexionar sobre cómo se enseña geometría en la educación básica, pues si se tiene claridad sobre a dónde se quiere llegar en la clase, se tiene más posibilidades de tomar decisiones acertadas sobre cómo conseguir este propósito.

A su vez, es necesario reflexionar sobre la pregunta ¿para qué se enseña geometría?, pues se considera como punto clave para saber qué hacer con los niños cuando se está en clases de geometría. En este sentido, hay maestros que consideran que la geometría es un conjunto de hechos y de procedimientos que ya están dados y tienen que transmitirse a los estudiantes, incurriendo así a una enseñanza con características ostensivas.

En la actualidad se puede evidenciar que los axiomas de Euclides, en el sistema de educación de las matemáticas, así como también en estudios más complejos de las Matemáticas, tienen alto grado de presencia en nuestras sesiones de clase. Además, aunque muchas de las cosas que plantea Euclides se han modificado, no se debe desconocer que los inicios de dichas modificaciones no hubiesen sido posibles sin los estudios realizados por el denominado padre de la geometría.

### 2.1.2. Piaget, la didáctica genética y la enseñanza de la geometría

Piaget (1978) defiende que existen cuatro etapas de la construcción del espacio y sus propiedades, además, enlaza cada una de esas cuatro etapas con un cierto periodo en la edad del alumnado. La primera etapa que define Piaget es la etapa sensoriomotora, en esta etapa los niños no tienen todavía una concepción interna de espacio formado y no distinguen los objetos unos de otros, esta etapa se prolonga hasta los dos años.

La siguiente etapa la ubica entre los dos y los siete años, es el estadio preoperatorio y en esta etapa lo que se desarrolla son conceptos geométricos relativos a la topología, es decir, dentro-fuera, abierto-cerrado, grande-pequeño. Esta etapa suele corresponder a lo que se trabaja en educación infantil.

El siguiente estadio es el de las operaciones concretas y suele estar comprendido entre los siete y 12 años, que es el período de la educación primaria. En este estadio lo que se desarrolla son propiedades y nociones relativas a la geometría proyectiva, es decir, cómo se ven los objetos si se mira desde cierta posición. Además, aquí se comienzan a desarrollar conceptos y nociones como la escala y la coordenada, entre otros.

Por último, a partir de los 12 años Piaget define el estadio de las operaciones formales, en el que se formaliza todo lo anterior y empiezan ya a relacionarse todos estos conceptos geométricos con aspectos como la medida, el tamaño, etc.

La postura de Piaget no implica que debe enseñarse la geometría con métodos clásicos o tradicionales, es decir, presentando al niño una lista de postulados y teoremas con sus respectivas demostraciones. En el proceso de lograr una categoría de interiorización, es importante crear un espacio de aprendizaje de enseñanza de la geometría con mayor creatividad, en dónde se relacionen problemas cercanos al entorno del niño.

Desde esta perspectiva los aportes metodológicos de la didáctica genética tienen un verdadero y amplio campo de aplicación, ya que las posibilidades por parte de los niños de manipular figuras geométricas físicas y mentalmente o polígonos y determinar sus partes y sus propiedades, son prácticamente incalculables. Caso similar resulta para los niveles de dificultad con los que se pueden plantear los problemas y actividades a desarrollar.

En coherencia con todos los hallazgos producidos por su estudio de la psicología evolutiva presente en los primeros años de escolaridad, se evidencia que predomina la construcción del espacio sensomotor. Por tanto, las actividades que el docente proponga al estudiante deben tener ese hecho de insistir en cuestiones de carácter topológico y proyectivo más que en las propiamente basadas en la geometría euclidiana.

### 2.1.3. La teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren

La teoría de Pirie y Kieren (1989) acerca de la evolución de la comprensión tiene como base la concepción de (Glaserfeld, 1987). Glaserfeld propone desde una perspectiva constructivista la siguiente definición: "*El organismo de la experiencia se convierte en un constructor de estructuras comunicativas, que pretende resolver dichos problemas conforme el organismo los percibe o los concibe… entre los cuales se encuentra el problema interminable de las organizaciones consistentes de dichas estructuras que podemos llamar comprensión"* [31]. Esta definición se complementa con una visión en donde la comprensión es un proceso continuo de organización de las estructuras de conocimiento de una persona.

Con base en la definición anterior Pirie y Kieren (1989) formulan su concepción teórica para la comprensión matemática afirmando que "*La comprensión matemática se puede definir como estable pero no lineal. Es un fenómeno recursivo, y la recursividad*

[31] Glasersfeld, E. (1987). The Construction of Knowledge. Seaside: Intersystems Publications., p.124.

*parece ocurrir cuando el pensamiento cambia los niveles de sofisticación. De hecho, cada nivel de comprensión se encuentra contenido dentro de los niveles subsiguientes. Cualquier nivel particular depende de las formas y los procesos del mismo y, además, se encuentra restringido por los que están fuera de él."*[32]

La teoría de la comprensión matemática de Pirie y Kieren (1989) tiene su inicio en dos procesos fundamentales, la observación y la forma se alcanza la comprensión de las matemáticas en diferentes niveles de formación académica. Luego, cada uno de los niveles que ellos plantean se puede describir de tal forma que se pueda identificar el nivel el nivel en que se ubica un estudiante al razonar en cuanto a un concepto matemático se refiere.

Pirie y Kieren (1989) fundamentan su teoría en lo que se denomina experimentos de enseñanza en ambientes de aprendizaje de corte constructivistas, a través de entrevistas individuales, registros de video y audio de actividades propuestas a los estudiantes, con el fin de tener un insumo para realizar un análisis detallado de las respuestas proporcionadas por medio de diferentes intervenciones escritas u orales de los estudiantes.

La teoría es entonces una propuesta que consiste en el análisis de la gradación de la comprensión de un concepto matemático. En su desarrollo la teoría postula un modelo compuesto por ocho niveles que conforman la denominada evolución de la comprensión, dotado por unas características y análisis que representan sus autores.

[32] Pirie, S., & Kieren, T. (1989). A recursive theory of mathematical understanding. For the Learning of Mathematics, 9 (3), p.8.

Los ochos niveles describen la evolución de la comprensión matemática en cuanto relaciones entre conceptos (ver Figura 1).

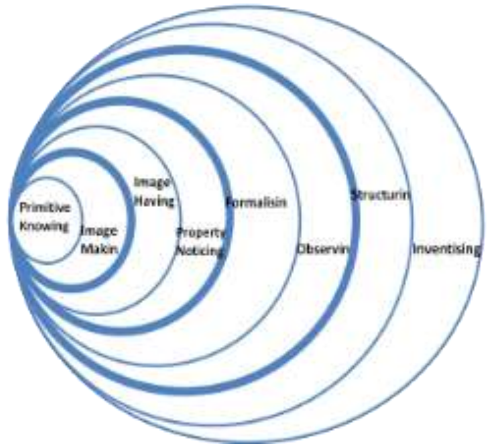



Figura 1. Niveles de comprensión (Pirie & Kieren, 1989)

Meel (2003) realiza una interpretación de los ocho niveles que conforman la teoría de Pirie y Kieren (1989) de la siguiente forma:

- *"Nivel 1: Conocimiento primitivo. Los estudiantes afloran en su mente toda la información asociada a ideas intuitivas o experiencias de aprendizaje relacionadas con el concepto objeto de estudio.*
- *Nivel 2: Creación de la imagen. El estudiante es capaz de realizar distinciones con base en capacidades y conocimientos anteriores. Las imágenes no necesariamente son representaciones pictóricas, sino que transmiten el significado de cualquier tipo de imagen mental. Las acciones realizadas en este nivel se relacionan con los aspectos mentales o físicos que se evidencien, con el fin de obtener una idea sobre el concepto objeto de estudio.*
- *Nivel 3: Comprensión de la imagen. En este nivel, el estudiante se ve en la necesidad de reemplazar las imágenes asociadas a una sola actividad, por*

*imágenes mentales. El desarrollo de tales imágenes mentales que no son más que imágenes orientadas por un proceso, libera al estudiante de las matemáticas a partir de la necesidad de realizar acciones físicas particulares. Aquí, el estudiante comienza a reconocer las propiedades globales obvias de las imágenes matemáticas inspeccionadas.*

- *Nivel 4: Observación de la propiedad. El estudiante examina una imagen mental y determina los distintos atributos asociados con dicha imagen, observa las propiedades internas de una imagen específica además de las distinciones, combinaciones o conexiones entre las distintas imágenes mentales. También construye y modifica definiciones mediante la combinación de tales propiedades. Es posible también que desarrolle un concepto-definición, creado a partir de la interacción entre las diversas imágenes vinculadas, en lugar de imágenes desconectadas.*
- *Nivel 5: Formalización. El estudiante conoce las propiedades para abstraer las cualidades comunes de las clases de imágenes, abandona los orígenes de la acción mental, para finalmente producir definiciones matemáticas completas. Es importante anotar que las descripciones generales proporcionadas deben ser equivalentes a una definición matemática adecuada, aun cuando no sea necesario usar un lenguaje matemático formal.*
- *Nivel 6: Observación. El estudiante utiliza su pensamiento formal, es decir, produce verbalizaciones relacionadas con la cognición sobre el concepto formalizado, es capaz de combinar definiciones, ejemplos, teoremas y*

*demostraciones para identificar componentes esenciales, ideas de conexión y los medios para relacionar dichas ideas.*

- *Nivel 7: Estructuración. Trasciende a la comprensión, explica interrelaciones de dichas observaciones mediante un sistema axiomático.*
- *Nivel 8: Invención. El estudiante es capaz de liberarse del conocimiento estructurado que representa la comprensión total y crea preguntas totalmente nuevas que tendrán como resultado el desarrollo de un concepto nuevo. En este nivel, la comprensión matemática del estudiante es infinita, imaginativa y llega más allá de la estructura actual, lo que hace que el conocimiento estructurado se convierta en una nueva dimensión de conocimiento dotado con otra estructura quizás isomorfa a la actual, que a su vez se convertirá en un nivel de conocimiento primitivo.*[33]

Es necesario que el docente de matemáticas tenga una capacidad de análisis alta en cuanto a los niveles que un estudiante puede alcanzar, de acuerdo a las características propias en el avance y progreso de sus capacidades, evidenciado en la resolución de problemas y actividades propuestas. Para el presente trabajo investigativo se tienen en cuenta los cinco primeros niveles en el diseño de las actividades propuestas en el sistema.

[33] Meel, D. (2003). Models and theories of Mathematical Understanding: Comparing Pirie and Kieren's Model of the Growth of Mathematical Understanding and APOE theory. *CBMS Issues in Mathematics Education*, 12. p.124.

## 2.2 Fundamentos de las Tecnologías de la información y comunicación en la clase de matemáticas

Actualmente, existen las tecnologías de la información y comunicación y hay que adecuarse a los nuevos sistemas instructivos, para lograr un verdadero progreso educativo con el fin de movilizar el pensamiento de una educación tradicional, por tanto, es necesario centrarse en los nuevos roles y en las competencias profesionales que proporcionan al estudiante, un nuevo conocimiento adecuado para enfrentar la globalidad que generaliza los contextos hoy en día.

Llorente, Giraldo, y Monroy (2016) plantean que "*Los avances obtenidos en las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), en la actualidad, se han convertido en un componente esencial de la cotidianidad humana, generando hoy nuevas formas de socialización, educación, producción de conocimiento y acceso a la información. Estas han provocado la creciente masificación en las alternativas de herramientas de conectividad, la demanda de dispositivos inteligentes y el consumo de contenidos digitales en nuestros medios; trayendo consigo, la necesidad de darle una buena adjudicación y uso adecuado por parte de la sociedad siendo responsabilidad de todos, y mucho más en las instituciones educativas de la ciudad, para un mejor desempeño laboral y social de sus docentes*"[34].

Las tecnologías de la información y la comunicación son esencialmente los medios tecnológicos como computadores, redes de internet, correos electrónicos, bases de datos públicas, redes sociales, entre otros; estos han permitido la comunicación a nivel

[34] Llorente, J. S., Giraldo, I. B., & Monroy, S. (2016). Análisis del uso de las tecnologías TIC por parte de los docentes de las Instituciones educativas de la ciudad de Riohacha. Omnia, 22., p.54.

global. Según Berumen (2008) *“…las TIC son unas tecnologías que como tales son conocimientos y además amplifican y prolongan a la mente humana en su proceso de generación del conocimiento”*[35].

Además, Cabero (2007) propone que *“las nuevas tecnologías de la información y la comunicación son utilizadas para referirse a una serie de nuevos medios como los hipertextos, los multimedios, Internet, la realidad virtual o la televisión por satélite”*[36].

Las TIC pueden entenderse entonces, como un conjunto de tecnologías desarrolladas para gestionar información y enviarla de un lugar a otro, las cuales ofrecen opciones incalculables para la interacción activa. Por lo tanto, dadas las anteriores definiciones y, en resumen, se considerarán las TIC cómo la agrupación de diversas tecnologías que facilitan la creación y flujo de información, generando nuevas formas de comunicación social.

Al respecto Camargo (2007) propone una definición para las TIC descrita a continuación, “…*pueden ser definidas en dos sentidos: como las tecnologías tradicionales de la comunicación, constituidas principalmente por la radio, la televisión y la telefonía convencional, y por las tecnologías modernas de la información caracterizadas por la digitalización de las tecnologías de registros de contenidos como la informática, de las comunicaciones, telemática y de las interfaces”. “Las TIC son aquellas tecnologías que se necesitan para la gestión y transformación de la*

---

[35] Berumen, S. (2008). Evolución y desarrollo de las TIC en la economía del conocimiento. Madrid: Editorial del economista.p.231.
[36] Cabero, J. (2007). Las nuevas tecnologías en la Sociedad de la Información. Universidad de Sevilla.p.8.

*información, y muy en particular el uso de ordenadores y programas que permiten crear, modificar, almacenar, administrar, proteger y recuperar esa información"*[37].

Para el presente trabajo investigativo se tienen en cuenta los siguientes elementos que constituyen el concepto TIC:

- Son herramientas que nos ofrece la tecnología, que permiten la consecución, manejo, transformación, manipulación y transmisión de la información.
- Son herramientas tecnológicas, en especial informáticas, que permiten la manipulación de la información en diferentes formatos audiovisuales y multimediales con diferentes propósitos, entre ellos los informativos, los comunicativos y en este caso particular los educativos.

### 2.2.1. TIC en la enseñanza de la matemática

En la actualidad en el sector educativo es necesario comprender la evolución de la tecnología y de la sociedad, de una manera lúdica y participativa donde se puede cambiar la concepción de aquellos grandes temas que están marcando el siglo XXI, sin pensar sobre lo que se entiende, o sin medir la relación que los sistemas educativos están desarrollando en lo que hoy en día se suele llamar espacio virtual.

En el análisis de la implementación de las TIC en matemáticas se tiene a Pacheco (2016) quien plantea que "*La utilización de las TIC como herramientas de mediación educativa implica su apropiación pedagógica por parte de maestros y estudiantes para descubrir novedosos aplicativos y entornos virtuales que faciliten el desarrollo de*

---

[37] Camargo. (2007). Las Tic en el currículo. Consultado el 12 de marzo de 2009 en http:// ticenelaula.espacioblog.com/ post/2007 / aaque-son-TIC- Bogotá, Colombia. Dede. (2000). Aprendiendo con tecnología. Barcelona, Paidós., p. 351.

*competencias básicas y ciudadanas desde diferentes áreas del conocimiento; las cuales deben socializarse permanentemente ante la comunidad académica."*[38]

De otro lado, la implementación de las TIC en instituciones educativas está lejos de ser la panacea que resolverá los problemas educativos, debido a que la efectividad de sus alcances está dimensionada por el trabajo de estudiantes y docentes, ya que estás herramientas exigen esfuerzos en materia de diseño conjunto, estudio y responsabilidades con el auto aprendizaje y con la enseñanza.

Para hablar de las herramientas computacionales en el aprendizaje y en la enseñanza de la geometría, específicamente de la implementación de software interactivos en el aula de clase es importante conocer el tipo de representaciones que ofrecen y la naturaleza de los objetos que intervienen.

Balacheff (1996) señala que el mayor impacto de estas herramientas es de carácter epistemológico, refiriéndose con ello al hecho que las herramientas computacionales han generado un nuevo realismo matemático. En efecto, los objetos virtuales que aparecen sobre la pantalla se pueden manipular de tal forma que se genera una sensación de existencia casi material.

La característica que define los objetos que se observan en la pantalla del computador se consideran modelos manipulables de objetos matemáticos que contribuyen a que los estudiantes con mayor confianza establezcan interrelaciones entre la exploración y la sistematicidad (Balacheff, 1996). Esto se debe a que les ofrece niveles más elevados de cálculo, poder de expresión y flexibilidad para reconocer diferentes

[38] Pacheco, A. (2016). Buenas prácticas en uso de tic en las escuelas innovadoras del caribe colombiano. Cartagena, Colombia., p.187.

sistemas de representación. Además, es preciso enunciar la forma como se puede concebir una forma de realidad virtual que esté relacionada a los objetos conceptuales del área de geometría al ofrecer la posibilidad de virtualizarlos en la pantalla donde pueden ser intervenidos con facilidad.

Por otra parte, Balacheff (1996) afirma que *"se pueden imaginar los sistemas de representación como herramientas de mediación, cuya forma general de representación tiene una característica central: la ejecutabilidad*"[39]. En coherencia con lo anterior se observa que es lo que ocurre en los ambientes de aprendizaje en los que interviene la geometría dinámica, es decir la geometría mediada por software interactivos como por ejemplo el software Geoboard. En este software el estudiante puede manipular los objetos identificando las propiedades y relaciones estructurales de los mismos y esto es lo que se denomina como realismo matemático.

Por su parte, Gutierrez (2006) sostiene que "…e*l desafío para los profesores es múltiple: aprender ellos mismos a usar eficientemente las aplicaciones, lograr que sus alumnos aprendan a usarlas, para que sean una ayuda y no un obstáculo, así como diseñar problemas para que sus alumnos aprovechen lo mejor de las aplicaciones"*[40]. En esta medida, se puede afirmar que el computador se convierte en un sistema cognitivo mediante el cual se establece la comunicación y la solución de problemas, esto gracias a que el estudiante interactúa con el saber y tiene la posibilidad de construir su propio conocimiento.

---

[39] Balacheff, N. (1996), 'Advanced Educational Technology: Knowledge Revisited', in T. Liao (ed.), Advanced Educational Technology: Research Issues and Future Potential., Springer Verlag, Berlín, in press.p.11.
[40] Gutierrez, A. (2006). *La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la.* Badajoz: De la Fuente, M. (eds.),p.17.

Además, Balacheff (1996) afirma que *"desde la perspectiva del profesor, la computadora es un nuevo agente de enseñanza, mientras que el conocimiento que "vive" en la computadora es un referente para el estudiante, en el proceso de socializar su conocimiento"*[41]*.* Por lo anterior, es posible afirmar que el poder de los nuevos medios de la información y la comunicación se basan en una edificación de objetos y relaciones matemáticas, que sobrepasa la enseñanza tradicional de la geometría (Balacheff, 1996).

Es necesario que se fomente un conocimiento básico del uso de las TIC, pues es base que el docente sepa de la existencia de las TIC, saber qué son y que se pueden usar en el aula como instrumentos para mediar el conocimiento. A su vez, Castillo (2008), complementa este aspecto mencionando que *"…también es muy importante tener en cuenta reflexionar y discutir acerca del impacto de la nueva tecnología en la sociedad actual, planificar y promover un uso adecuado y seguro de las TIC"*[42]*.*

A través de la utilización de software de geometría Geoboard los estudiantes tienen la facultad de intervenir directamente en los objetos, concibiéndolos como manipulables. El Geoboard permite que las metodologías tradicionales de la enseñanza y aprendizaje de la geometría se vean altamente complementadas por la intervención de este tipo de tecnología.

El software Geoboard se ha seleccionado con el fin de contribuir al surgimiento y enriquecimiento de diversos ambientes de aprendizaje, los cuales permiten a los

[41] Balacheff, N.: 1996, 'Advanced Educational Technology: Knowledge Revisited', in T. Liao (ed.), Advanced Educational Technology: Research Issues and Future Potential., *Springer* Verlag, Berlín, in press, p.15.
[42] Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las tic en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 11(2), p.178.

estudiantes lograr destrezas novedosas posibilitando el acceso a ciertos tópicos y problemas, y ofreciendo nuevas maneras de representar y manipular información matemática. El uso de este software constituye una herramienta poderosa para el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, la cual impacta a los estudiantes por las características que posee en su interfaz.

Se considera que la implementación del software Geoboard proporciona las siguientes ventajas para la construcción de conceptos de perímetro y área:

- Estimula y orienta el proceso de aprendizaje geométrico del estudiante, permitiéndole la adquisición de conocimientos, información, habilidades y experiencias sobre el trabajo con las figuras geométricas planas de la manera más objetiva posible.
- Favorece la comunicación sobre el contenido geométrico que se establece entre el profesor y el estudiante y entre los propios estudiantes.
- Motiva al estudiante a aprender, a apropiarse del contenido geométrico a través de sus propias construcciones.
- Contribuye al desarrollo de la capacidad de visualización, imaginación y representación, siendo esenciales en la compresión de variados problemas de carácter práctico.
- Contribuye al desarrollo de las operaciones lógicas (síntesis, análisis, abstracción, comparación, generalización), observación, experimentación y conjeturación.
- Permite la manipulación de figuras geométricas propiciando obtención de los conocimientos geométricos, lo cual favorece la relación sujeto-objeto.

- Permite el desarrollar la creatividad en los estudiantes. Además, al interactuar los estudiantes con los medios generan un dominio y comprensión más completo de los significados de los conceptos de perímetro y área.

En general, se puede puntualizar que el software Geoboard es una herramienta tecnológica que ofrece al maestro de matemáticas la oportunidad de crear ambientes de aprendizaje enriquecidos para que los estudiantes la perciban como una experiencia rica, pertinente e interesante, que estimula la investigación, la exploración y la conjeturación. Además, suministra espacios para la discusión y la reflexión sobre los objetos que se muestran en la pantalla y los efectos que generan las diferentes transformaciones y construcciones, lo que permite que los estudiantes se acerquen a un aprendizaje más significativo.

## 2.3 Referentes sobre la Resolución de problemas

La resolución de problemas ha sido un aspecto común en las investigaciones en educación matemática desde hace varias décadas, lo cual ha hecho que se propongan diversas posturas con relación a su definición y procesos que están inmersos en su desarrollo. Los aportes realizados por varios investigadores han permitido considerar la resolución de problemas como una teoría para la educación matemática (Pochulu y Rodríguez, 2012).

Los investigadores Kilpatrick (1967); Krulik y Rudnik (1987); Schoenfeld (1985,1992); Campistrous y Rizo (1996); Cobo y Fortuny (2000); Harel y Lesh (2003); Pochulu y Rodríguez (2012); Liljedahl y Santos-Trigo (2019), entre otros, aportan a la resolución de problemas. Ellos contribuyen con definiciones, estrategias y modelos de resolución.

La definición de problema debe ir más allá de un enunciado verbal, ya que tal conceptualización resulta insuficiente para una estrategia pedagógica basada en la resolución de problemas. En la literatura aparecen varias definiciones del término problema, las cuales dejan ver que en el proceso de resolución de problemas el estudiante puede construir los conceptos matemáticos de manera significativa.

Polya (1965) plantea que tener un problema *"… significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata"*[43]*.* Por su parte, Schoenfeld (1985) determina que la dificultad de definir el término problema radica en que es relativo, pues *"…un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea; utiliza la palabra problema para referirse a una tarea que resulta difícil para el individuo que está tratando de resolverla"*[44]*.*

Callejo y Vila, (2003) dicen que un problema *"…puede verse como una terna situación-alumno-entorno; el problema se da solo si el alumno percibe una dificultad, en ese sentido lo que es un problema para un estudiante no necesariamente lo es para otro"*. También, Callejo (1994) plantea que *"un problema es una situación cuya solución no es inmediatamente accesible al sujeto dado que no cuenta con un algoritmo que la resuelva de manera inmediata, esto implica que es un concepto relativo al sujeto que intenta resolverlo"*[45]*.*

[43] Polya, G. (1965). *Como Plantear y Resolver Problemas.* México: Trillas S.A.,p.78.
[44] Shoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving.* Orlando: Academic Press.p.23.
[45] Callejo, M., & Vila, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de poblemas: Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la Educación Secundaria. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, p.181.

Según Cudmani, (1998) un problema "*se abre a distintos planteos, a soluciones divergentes, y la resolución se entiende como el proceso que busca clasificar, reformular y concretar la situación inicial, generalmente confusa e incierta, para transformarlas en una cuestión abordable por aplicación de conocimientos y procedimientos científicos"*[46]*.*

Desde esta percepción se entiende que los problemas constituyen una construcción desafiante para el estudiante, los cuales están previstos de cuestionamientos y preguntas, cuya solución no es necesariamente única.

En la presente investigación se asume la definición dada por Krulik y Rudnick (1989) al establecer que un problema es *"… una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma"*[47] *.*

Estas nociones no son ajenas a los planteamientos de Lesh y Zawojewski, (2007), citado por Santos (2008) para quienes la resolución de problemas se entiende como *"el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones –y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas"*[48]*.*

Estas ideas sugieren comprender la resolución de problemas, como un proceso complejo en el que intervienen habilidades y conocimientos diferentes, que, aplicados

[46] Cudmani, L. C., (1998). La resolución de Problemas en el aula. Revista brasilera Ensino de física, 20 (1), p.79.
[47] Krulik, S. y Rudnick, J.A. (1989). Problem solving: a handbook for senior high school teachers. Boston: Allyn and Bacon. p.65.
[48] Santos, M. (2008). La resolución de problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y Práctica. *Cinesvat*, p.17.

de una forma coherente, permite entender matemáticamente y proponer una solución a la tensión o cuestionamiento planteados en el problema. Por su parte, Santos (2008) define la resolución de problemas, como una forma de pensar donde una comunidad de aprendizaje docentes y estudiantes, buscan diversas maneras de resolver la situación y reconocen la relevancia de justificar sus respuestas con distintos tipos de argumentos. Es decir, la meta no es solamente reportar una respuesta sino identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar y resolver el problema.

De esta forma, se integran otros elementos igualmente relevantes, para la resolución de problemas: las interacciones estudiante-estudiante y estudiante-docente y el trabajo cooperativo que se desarrolla en el aula de clases. Esto permite vislumbrar no solo lo que se entiende como resolución de problemas, sino también, estructurar un sistema de actividades consecuente.

Pólya (1965) realiza una afirmación sobre lo que significa resolver un problema, expresando que *"…es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados"*[49] .

Entendiendo así, que la resolución de un problema exige desafíos y la solución de cuestionamientos por parte del estudiante, además es un proceso que involucra aspectos cognitivos, actitudinales, así como una comprensión matemática de la misma. En este proceso el docente debe ser capaz, no solo de proponer tales situaciones sino también de orientar y gestionar dicho proceso, de forma que su resolución, potencie habilidades como la argumentación, comunicación, análisis,

[49] Polya, G. (1989). Como Plantear y Resolver Problemas. México: Trillas S.A. p.83.

planteamiento de estrategias, entre otras, y contribuya a la adquisición y la aplicación de conocimientos matemáticos.

En este sentido y en coherencia con lo anterior, debe plantearse un problema relevante para el estudiante, que llame su atención y en consecuencia su abordaje permita que se desarrollen diversas competencias. Así mismo, el docente debe tener en cuenta que la resolución de problemas como metodología, se desenvuelve en un espacio de aprendizaje, conformada por sus estudiantes y él.

El proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas debe favorecer el desarrollo de actividades que promuevan el pensamiento y razonamiento de los estudiantes, y a su vez sientan motivación por su proceso de aprendizaje. La resolución de problemas genera grandes aportes para el logro de este objetivo, y es parte esencial de la génesis del desarrollo de pensamiento lógico - matemático.

La teoría de la resolución de problemas genera en el estudiante un reto y motivación personal, al tener que utilizar todas sus capacidades en aras de lograr resolver un problema dado. Polya (1965) señala que la resolución de problemas es una tarea constante en clase de matemáticas, estos toman especial importancia a partir de los años setenta con la publicación del libro "Cómo plantear y resolver problemas", en donde las ideas plasmadas en él siguen siendo fuente de experiencias y motivo de reflexión sobre la enseñanza de las Matemáticas.

Polya (1965) plantea que *"Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero hay un grano de descubrimiento en la solución de cualquier problema"*[50]. La resolución

[50] Polya, G. (1965). *Como Plantear y Resolver Problemas.* México: Trillas S.A.p.84.

de problemas es una parte esencial del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, porque consiste en llevar a la práctica los conocimientos y procedimientos de los algoritmos y otras operaciones dentro del contexto de la vida diaria, por tal razón, desde años muy atrás se viene buscando técnicas y estrategias que faciliten la resolución de las mismas.

Pólya (1965), Schoenfeld (1985), Mason, Burton y Stacey (1992), entre otros, han abordado fases o estrategias para el proceso de la resolución de problemas. En la presente investigación se asumen las fases propuestas por Polya (1965) las cuales se explican a continuación:

*Orientación hacia el problema*. En la resolución de todo problema esta fase es básica, pues permite *"… la búsqueda del problema o motivación, el planteamiento del problema y la comprensión del problema"*[51]. En esta fase hay que leer bien, replantear el problema con sus propias palabras, reconocer la información que proporciona, hacer gráficos, tablas. A veces se tiene que leer más de una vez. A continuación, se presentan algunas preguntas heurísticas que el docente puede precisar con sus estudiantes en caso de presentar dificultades, ¿cuál es el valor que falta en la figura?, ¿cuáles son los datos que proporciona el problema?, ¿existe equivalencia en asociaciones de los lados que conforman el polígono? Estas preguntas permiten orientar al estudiante para que logre desarrollar de forma independiente el proceso de resolución de problemas.

[51] Ballester, S. y otros (1992). Metodología de la enseñanza de la matemática, Tomo I. La Habana. Ed. Pueblo y educación. p. 411.

*Trabajo en el problema*. Esta fase permite "… *la precisión del problema, el análisis del problema y la búsqueda de la solución"*[52]*, con* lo cual se plantean las estrategias posibles para resolver el problema y seleccionar la más adecuada. A continuación, el docente de ser necesario puede formular preguntas heurísticas a los estudiantes para lograr un mejor trabajo en el problema, ¿es similar a un problema conocido?, ¿conoce alguna fórmula que pueda ser de utilidad?, ¿construiría usted el polígono en Geoboard para una mayor comprensión?, ¿puede resolver parcialmente el problema?, entre otras.

*Solución del problema.* En la fase se precisa la realización del plan de solución y la representación de la solución, se resuelve el problema, y se monitorea todo el proceso de solución. El docente de ser necesario enfatiza a través de preguntas heurísticas la solución del problema en los estudiantes, ¿puede verificar el paso a paso realizado en la ejecución del plan de la solución? ¿puede determinar con claridad el paso a paso correcto? ¿Puede usted justificarlo?, entre otras.

*Evaluación de la solución y de la vía.* Esta fase precisa la comprobación y evaluación del problema, lo cual se evidencia si luego de resolver el problema, se revisa el proceso seguido y se analiza si la solución es correcta, si es lógica y si es necesario, desarrollar otros caminos de solución.

El docente puede formular las interrogantes que sean necesarias para lograr que los estudiantes cumplan con los objetivos de esta fase, ¿puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento a través de las construcciones o

[52] Ibídem, pp. 413 y 414.

asociaciones realizadas? ¿Es posible obtener el resultado de manera diferente?, entre otras.

Polya (1965) señala que existen varias concepciones sobre la resolución de problemas, unas las consideran como el objetivo de la educación y otros como el medio para el aprendizaje. En este contexto se debe distinguir lo siguiente:

Enseñar “para” resolver problemas: el estudiante debe de aprender la resolución de problemas relacionada con su vida cotidiana.

Enseñar “sobre” resolución de problemas: se propone que el estudiante aprenda estrategias que le permiten resolver diferentes problemas.

Enseñar “a través” de resolución de problemas: se propone que el estudiante desarrolle capacidades, habilidades y destrezas, para enfrentar situaciones problemáticas, a través de diferentes recursos durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría.

En matemáticas la heurística está relacionada con el arte de resolver problemas empleando reglas y métodos que inducen al estudiante al descubrimiento mediante la utilización de estrategias innovadoras, a la búsqueda de soluciones alternas, procedimientos no algorítmicos e incluso el planteamiento de nuevos problemas.

En relación a lo anteriormente expuesto se plantea el método heurístico, que según Ballester y otros (1992) es aquel “[...] *mediante el cual se les plantean a los alumnos preguntas que facilitan la búsqueda independiente de problemas y soluciones de estos, donde el maestro no le informa al alumno los conocimientos terminados, sino que los lleva al redescubrimiento de las suposiciones y reglas correspondientes de* *forma independiente*"[53]. El uso de este se tiene en cuenta en el desarrollo de las actividades.

Las preguntas heurísticas juegan un papel determinante en el proceso de enseñanza aprendizaje de la construcción de significado de conceptos de perímetro y área. Rojas (2009) plantea que estas pueden *"…comprenderse como una actividad externa que realiza el docente y que provoca un estímulo en el sistema de conocimientos y recursos del alumno. Este se realiza sobre una situación dada, de modo que lo impela a buscar lo que se requiere en un momento dado, para resolver una situación no conocida total o parcialmente, pero sin ofrecer directamente la vía de solución, la que debe ser encontrada por el alumno"*[54].

Es así, como Ballester y otros (1992) ofrecen las potencialidades de la heurística en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría:

- Desarrollar la actividad creadora y la independencia cognoscitiva del estudiante.
- La integración de los nuevos conocimientos matemáticos, obtenidos a partir de los conocimientos previos, existentes en el estudiante, con los ya asimilados.
- Desarrollar la intuición, la creatividad, la imaginación, entre otros, a través de la utilización de métodos, procedimientos y materiales en las clases.
- Preparar a los estudiantes para desarrollar un trabajo racional y planificado, lo cual le va a permitir ahorrar o conservar recursos mentales en la resolución de los problemas y en la construcción de significados de conceptos de perímetro y área.

[53] Ballester, S. y otros (1992). Metodología de la enseñanza de la matemática, Tomo I. La Habana. Ed. Pueblo y educación. p. 225.
[54] Rojas, O. (2009). Modelo didáctico para favorecer la enseñanza - aprendizaje de la geometría con un enfoque desarrollador. Holguín: Tesis doctoral publicada. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. p. 31.

Con base en lo expuesto, esta tesis considera la heurística como una estrategia creativa en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, en el cual priman la indagación y métodos indirectos orientados a potenciar el aprendizaje relevante. Además, permite incentivar rasgos de la creatividad y la inventiva, con el propósito de buscar soluciones a los problemas planteados en las actividades propuestas.

### 2.3.1 Resolución de problemas retadores

La resolución de problemas es un tema que, aunque falta mucho por entender y explorar, se debe reconocer los esfuerzos y el interés de diferentes comunidades matemáticas. Especialmente se ha dado un impulso al quehacer matemático, entendiendo la preocupación por los investigadores a identificar las acciones típicas del pensamiento que interviene en el proceso de solución de problemas matemáticos y además se tiene presente las competencias que se desarrollan a través del trabajo conjunto.

Examinando diferentes teorías sobre la resolución de problemas se encuentra a Pérez (2004), quien plantea que los problemas retadores *"… exigen la integración de conceptos relacionados y el establecimiento de nexos con otras áreas de la matemática…"*[55]*.*

Por tanto, los problemas retadores por sus características son adecuados para generar motivación e interés en los estudiantes, pero para alcanzar esos niveles de motivación, los problemas retadores deben poseer algunas cualidades. Las cualidades referidas son resumidas por Falk (1980)***,*** al expresar *"… que sea una situación que estimule el*

[55] Pérez, F. (2004). Olimpiadas Colombianas de Matemáticas para primaria 2000 - 2004. Bogotá: Universidad Antonio Nariño.

*pensamiento, que sea interesante para el alumno, y que la solución no sea inmediata"*[56]*.*

Los problemas retadores son aquellos "…*cuya solución en el fondo exige que el estudiante establezca redes o mapas conceptuales cada vez más enriquecidas"*[57]*.*

En coherencia con lo anterior para la resolución de un problema retador se necesita que el estudiante adquiera compromiso, responsabilidad, integración de saberes, habilidades, creatividad y sentido de pertenencia, para generar el desarrollo de estrategias innovadoras.

Un problema retador también debe tener en cuenta los siguientes aspectos:

- *"Hacer que el estudiante piense productivamente.*
- *Desarrollar su razonamiento.*
- *Enseñarle a enfrentar situaciones nuevas.*
- *Darle la oportunidad de involucrarse con las aplicaciones de la matemática.*
- *Hacer que las clases de matemática sean más interesantes y desafiantes.*
- *Equiparlo con estrategias para resolver problemas.*
- *Darle una buena base matemática".*[58]

Como ya se ha mencionado, la resolución de problemas representa una columna vertebral en el aprendizaje de las matemáticas, y esto es reconocido por los entes educativos del país, y los profesores de matemáticas no son ajenos a esta realidad.

---

[56] Falk, M. (1980). La enseñanza a través de problemas. Bogotá: Universidad Antonio Nariño. p. 16.
[57] Falk, M. (2001). Olimpiadas de Matemáticas: retos, logros (y frustraciones). *Boletín de la Asociación Matemática venezolana*, *8*(1), 15-26.
[58]Resolución de problemas. Documento electrónico. Recuperado el 1 de noviembre de 2012 de http:www2minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial.

Además, es cierto que la tarea de resolver problemas es algo que se da de manera transversal en un ámbito de matemáticas.

La resolución de problemas retadores debe estar inmersa en la enseñanza de las matemáticas y por ende en la geometría, por tanto, debe convertirse en un proceso que proporcione aprendizaje comprensivo y relevante a los estudiantes. En este proceso el docente debe diseñar estrategias que le faciliten al estudiante comprender como a través de resolución de problemas con herramientas tecnológicas, se llega a la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área.

## 2.4 Referentes sobre visualización matemática

Para el desarrollo y construcción del conocimiento geométrico, es de vital importancia comprender y adoptar posturas del pensamiento visual, así como alfabetizarnos visualmente. Se denomina pensamiento visual a una forma de aproximación visual a la realidad, con la que se puede ver analizar, organizar y representar ideas a través de imágenes sencillas.

Arnheim (1969) introduce el término y concepto de pensamiento visual a finales de la década de los sesenta, otorgando un punto de partida para diferentes investigadores que han aportado a la construcción y definición, como por ejemplo De Guzmán (1996); Gutiérrez (1996); Presmeg (1999); Arcavi (2003); Giaquinto (2007), autores que se tienen en cuenta en cuanto a sus aportes se refieren en esta tesis.

Según Arnheim (1969) describe el pensamiento visual como *"…un tipo de pensamiento metafórico e inconsciente, la unión de percepción y concepción que necesita la habilidad de ver formas visuales como imágenes (dibujos, símbolos, signos…)"*[59].

Por su parte, Gutiérrez (2006) entiende la visualización como *"…el conjunto de tipos de imágenes, procesos y habilidades necesarios para que los estudiantes puedan producir, analizar, transformar y comunicar información visual relativa a objetos reales, modelos y conceptos"*[60].

La capacidad de expresarse y comunicar requiere de un análisis y organización previa el pensamiento visual, que ofrece la oportunidad de desarrollar estás habilidades a partir del establecimiento de patrones que permiten organizar, analizar y crear nueva información mejorando la comprensión de información compleja a partir de una visión holística de la realidad.

Presmeg (2006) afirma que quizás el asunto más apremiante de investigación en este periodo es encontrar una enseñanza eficaz para aumentar el uso y poder de la visualización en la educación matemática.

El término visualización presenta definiciones variantes dependiendo del campo cognoscitivo en el que se emplea. Para triangular la definición que se utiliza en el presente trabajo investigativo y aclarar la relación entre términos relacionados con geometría como visión espacial, capacidad visual, etc., se justifican en el contexto de ámbitos del proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría.

---

[59] Arnheim, R. (1969). Visual Thinking. Los Ángeles: University of California Press.p.35.
[60] Gutiérrez, A. (2006). La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la. Badajoz: De la Fuente, M. (eds.). p.32.

Gutiérrez (1996) afirma que en la educación matemática se ha subrayado la necesidad de incrementar el uso de elementos visuales como parte de la enseñanza.

Al momento de identificar el pensamiento visual como una forma de aprender el mundo en el que la perfección supone la base para la conceptualización, la organización de conceptos y estructuras interconectadas, y la expresión del pensamiento pone de manifiesto como interactúa la percepción sensorial y el pensamiento para interpretar la realidad de una manera natural e inmediata sin necesidad de las de codificaciones complejas que puede demandar la palabra escrita, ya que la imagen resulta más sencilla de comprender una realidad.

A su vez, Gutiérrez (1996), plantea que la geometría puede ser considerada como el origen de la visualización en matemáticas y puede ser un espacio ideal para el enriquecimiento de contenidos y habilidades. En el contexto geométrico, se presenta la relación entre conceptos y habilidades en la intencionalidad de desarrollo del sentido espacial que se entiende como un elemento de la competencia matemática.

Otros autores han destacado la relevancia que cobra el uso de la visualización en las tareas matemáticas, específicamente en la rama de la Geometría, aunque no hay un consenso preciso acerca del papel que desempeña como instrumento de razonamiento matemático y herramienta de enseñanza.

Ellos investigan sobre la importancia del pensamiento visual para el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, en particular de la geometría, pues se considera que favorece y enriquece la construcción del conocimiento matemático.

Por su parte, Arcavi (2003) señala el valor que tienen los diagramas y otros instrumentos visuales para ser utilizados en la enseñanza de las matemáticas y como heurísticos para posibles hallazgos matemáticos, destacando la importancia de la visualización en el aprendizaje matemático, puesto que la visualización está siendo reconocida como una componente clave de las demostraciones del razonamiento, y la resolución de problemas.

A pesar de la obvia importancia de las imágenes visuales en las actividades cognitivas humanas, Arcavi, (2003) reconoce el papel secundario que la representación visual parece desempeñar en la teoría y práctica de los matemáticos.

Por tanto, la visualización encierra un conjunto de habilidades que los individuos o las personas deben adquirir y perfeccionar para interpretar los procesos necesarios con imágenes mentales y aplicarlos en las diferentes resoluciones de un problema.

Constantemente se utiliza la visualización geométrica y las habilidades espaciales para poder mejorar, adquirir y perfeccionar representaciones mentales que van a permitir después solucionar los diferentes problemas, entonces la visualización se convierte en un proceso cognitivo con base en las habilidades espaciales.

### 2.4.1 La visualización en las matemáticas

En algunas corrientes psicológicas la visualización no se entiende del mismo modo que en un contexto de matemáticas, como lo enuncia Guzman (1996) *"…para ellos la visualización es una técnica, encontrada en el análisis transaccional iniciado por Eric Berne (años cincuenta), que pretende una reestructuración de ciertos aspectos del* *subconsciente. Tiene mucho más que ver con componentes afectivos que con componentes propiamente cognitivos".*[61]

Según Arcavi (2003) *"…es la capacidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso y reflexión sobre retratos, imágenes, diagramas, en nuestras mentes, en el papel o con herramientas tecnológicas, con el propósito de representar y comunicar información, pensar y desarrollar ideas previamente desconocidas y comprensiones avanzadas"*[62].

Además, considera que la matemática se apoya de manera considerable sobre la visualización en sus diferentes formas y niveles. Por tanto, se puede entender como un doble proceso, el primero hace referencia a la visualización ascendente que va de lo material a lo inmaterial, y la visualización descendente que es el inverso, por tanto, va de lo inmaterial a lo material (Arcavi, 2003).

Según esta perspectiva los dos procesos son complementarios debido a que un niño, por ejemplo, puede presentar dificultades para visualizar mentalmente un cubo si nunca ha visto uno, y con la carencia de esa imagen mental no es posible representarla en un medio físico. Si se hace el mismo ejercicio con varios niños con iguales o similares características cada uno puede generar una imagen diferente.

En el momento de plantear problemas se hace necesario tener en cuenta las características psicopedagógicas de los estudiantes, los conceptos previos, el contexto de los estudiantes y el lenguaje en que se comunica, el cual puede ser visual.

---

[61] De Guzmán, M. (1997). El rincón de la pizarra: Ensayos de visualización en el análisis matemático. Elementos básicos del análisis. Madrid: Ediciones pirámide. Pág. 16

[62] Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 52(3), p.217.

Según Duval (1998) el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría se constituye por tres tareas cognitivas, la construcción, que hace referencia al diseño de configuraciones mediado por instrumentos geométricos. Además, el razonamiento relacionado con procesos de justificaciones y deducciones, es decir, procesos discursivos, y la visualización contextualizada en las representaciones espaciales.

Por su parte, Guzman (1996) considera que las ideas, conceptos y métodos de las matemáticas presentan una gran riqueza de contenidos visuales, representables intuitivamente, geométricamente, cuya utilización resulta muy provechosa, tanto en las tareas de presentación y manejo de tales conceptos y métodos como la manipulación con ellos para la resolución de problemas de campo.

Es así, como se afirma que el uso de la imagen resulta de gran utilidad al momento de comprender un problema bien sea en su presentación o dentro del desarrollo del mismo. Cuando quien soluciona además de poseer una imagen mental la plasma, está utilizando otro nivel de análisis y razonamiento que facilitan el proceso.

De acuerdo con lo anterior se pueden establecer ventajas que proporciona la visualización matemática, relacionadas a continuación:

- Contribuye al desarrollo de las capacidades deductivas y argumentativas de los estudiantes.
- Favorece la argumentación de conjeturas con lenguajes matemáticos en socializaciones o debates.
- Permite retención de objetos estudiados a largo plazo a partir de sus propias características.
- Genera mayor comprensión de objetos de estudio.

- Contribuye a la generación de creatividad despertando la reflexión, innovación y curiosidad.

De igual manera diferentes autores han estudiado y enriquecido el concepto de visualización en el campo de las matemáticas, sin embargo, para efectos de la presente investigación se considera la visualización como el proceso de crear imágenes tanto físicas como mentales a partir de un proceso de análisis influenciado por las características psicopedagógicas de los estudiantes y conocimientos previos del individuo, pues se visualiza un problema cuando se crea una imagen de la situación.

Por último, vale mencionar que en la enseñanza aprendizaje de la geometría la visualización genera procesos cognitivos que inciden en el desarrollo de destrezas encaminadas a descubrimientos, interpretaciones y a identificar habilidades en la resolución de problemas, comprendiendo mejor los conceptos matemáticos o geométricos que son objeto de estudio.

**Conclusiones capítulo 2**

Este capítulo ofrece un sustento de los fundamentos que se tienen en cuenta para el desarrollo de esta tesis asumiendo en primera instancia la teoría de la comprensión matemática de Pirie Y Kieren (1989) para el diseño de actividades que implican una secuencia de exigencias ascendentes, en la formulación de los problemas propuestos.

El marco teórico construido permite asumir las tecnologías de la información y comunicación, como una herramienta mediadora en la construcción del conocimiento. El software Geoboard se concibe como una poderosa herramienta tecnológica que puede apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, ofreciendo una alternativa para el diseño y desarrollo de experimentos físicos a partir de simulación de figuras.

La motivación inicial de los estudiantes se favorece con el uso del software, porque a la mayoría de los estudiantes les resulta agradable y cercana la utilización de medios tecnológicos, generando autonomía en procesos de observación, modelación, conjeturación, deducción, entre otros.

A su vez se asume la resolución de problemas según Polya (1965) como una teoría adecuada para el desarrollo de las capacidades y habilidades que favorecen el pensamiento matemático por parte del estudiante, específicamente en el área de geometría.

La resolución de problemas contribuye al aprendizaje significativo de objetos de estudio, en procesos de relacionar la información nueva con la que se posee, incorporando nuevos conocimientos y experiencias a estos, otorgando la oportunidad de modificar y reconstruir ambos de forma interrelacionada. A su vez las destrezas desarrolladas por la resolución de problemas permiten que el estudiante utilice y domine las TIC como herramientas para construir su aprendizaje, debido a la comprensión en el acceso a contenidos con diferentes lenguajes y formatos.

Por último, se asume la visualización matemática como un proceso en el cual el estudiante tiene la capacidad de crear imágenes tanto físicas como mentales basado en las construcciones de acuerdo a su edad y conocimientos previos, para el desarrollo de destrezas matemáticas. A modo de resumen, el marco teórico se muestra en la Figura 2.


Figura 2. Estructura marco teórico

## CAPÍTULO 3. DISEÑO METODOLÓGICO

La investigación se centra en el diseño y aplicación de un sistema de actividades mediado por TIC, tomando como base la revisión de diferentes trabajos investigativos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de la geometría. A continuación, se presenta el tipo, enfoque y diseño de investigación, la población y la muestra y los métodos que se utilizan para construir una propuesta que favorezca la enseñanza y aprendizaje de la geometría, en particular en la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área en el nivel cuarto de primaria.

### 3.1. Tipo, enfoque y diseño de la investigación

Esta investigación se enmarca en un paradigma cualitativo, pues ésta aporta variedad de datos descriptivos, con el ingrediente adicional de facilitar la captación de datos desde el interior del grupo y desde sus propias ideas. El análisis cualitativo que se desarrolla es descriptivo-interpretativo, pues "*los datos cualitativos son ricos en descripciones y aplicaciones de los procesos que ocurren en contextos locales*"[63]. De acuerdo con lo anterior, Martínez (2007) plantea que el paradigma cualitativo *"…ha permitido a la educación matemática, identificar e interpretar la estructura dinámica y cambiante de los procesos de enseñanza y aprendizaje en esta área; con el fin de teorizar sobre los fenómenos sociales que acontecen en tales procesos*"[64].

Este estudio asume un enfoque de investigación cualitativo, pues se orienta a la construcción de significados de los conceptos de área y perímetro de figuras geométricas planas. El proceso de recolección de datos y su respectivo análisis, se

[63] Huberman, M. B. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded source.* Newbury: Sage. p.216.
[64] Martínez, M. (2007). *La Investigación cualitativa etnografía en educación*. España: Ed. Mad. p.43.

aborda de forma sistemática, orientado a generar constructos y establecer relaciones entre ellos. La investigación cualitativa es idónea para lograr el alcance de los objetivos planteados, pues permite un estudio con mayor profundidad de los sucesos desde una perspectiva real, según como lo viven los estudiantes.

El enfoque cualitativo permite realizar una descripción, comprensión e interpretación de los fenómenos a través de las percepciones y los significados producidos por las experiencias de las personas bajo observación. Además, tienen la característica de ser flexibles, abiertos y no pretender generalizar los resultados, lo cual se considera pertinente para el presente trabajo investigativo.

Este estudio está orientado bajo un diseño de investigación-acción, que indaga desde el mismo entorno del problema; según Sandín (1998) *"la investigación-acción construye el conocimiento por medio de la práctica"*[65]. Por lo anterior, esta investigación está orientada a recoger datos desde el mismo entorno del estudiante, en dónde la finalidad es potencializar el aprendizaje de los estudiantes de grado cuarto de primaria. Además, fortalecer los procesos de enseñanza aprendizaje de la construcción de significados de los conceptos de área y perímetro, mediante materiales concretos y las TIC, a través del diseño de un sistema de actividades.

### 3.2. Población y muestra o unidad de análisis

La población está conformada por los estudiantes de grado cuarto de primaria del Colegio de la Universidad Antonio Nariño sede Usme, ubicado en la ciudad de Bogotá-Colombia. La muestra la integran 23 estudiantes, quienes cursan el grado cuarto de

[65] Sandín, E. (1998). Métodos de Investigación. México D.F.: Prentice Hall. p.11.

primaria. Esta se divide en 10 jóvenes del sexo femenino y 13 jóvenes del sexo masculino, cuyas edades oscilan entre los 9 y 10 años de edad, quienes son habitantes de la localidad quinta Usme de Bogotá.

### 3.3. Métodos, técnicas e instrumentos utilizados

La investigación está orientada al uso de las herramientas didácticas y tecnológicas como mediación para el aprendizaje de la geometría en la construcción de significados de conceptos de área y perímetro de figuras geométricas planas, donde se diseña un sistema de actividades que permite abordar estos conceptos geométricos de manera óptima. Para lograr tales fines, se interrelacionan técnicas y métodos de investigación científica en niveles teóricos y empíricos. Del nivel teórico se implementan:

**Análisis de fuentes**: para la construcción del estado del arte y estructurar referentes teóricos que sustentan la investigación.

**Histórico-lógico**: para estudiar los avances y cambios que se han generado en relación al problema de investigación.

**Análisis-Síntesis**: para formalizar el estado del arte y precisar las tendencias presentes en el proceso de enseñanza aprendizaje de la construcción de significados de conceptos de perímetro y área. Además, para delimitar los fundamentos teóricos, analizar los resultados del sistema de actividades y para la elaboración de las conclusiones y recomendaciones.

Los métodos empíricos, técnicas e instrumentos buscan un acercamiento al grupo de estudiantes, facilitan la aproximación a las características generales y particulares de todos los individuos que hacen parte de la investigación, lo cual induce al aprendizaje de la geometría, más específicamente a la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área. A continuación, se presentan estos métodos e instrumentos:

**Encuesta:** a docentes para obtener información sobre las características del proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en grado cuarto de primaria. Además, se implementa una encuesta de satisfacción a los estudiantes luego de aplicar el sistema de actividades.

**Observación participante**: para determinar características del proceso de enseñanza aprendizaje de área y perímetro en grado cuarto de primaria.

**Entrevista**: a estudiantes para verificar argumentos y justificaciones en los procesos realizados en la solución de sus actividades.

**Guías pedagógicas:** para el análisis de los problemas planteados y su posterior resolución exitosa.

**Método Delphi:** se utiliza en el proceso de validación de los resultados de la encuesta aplicada a docentes de matemáticas.

### 3.4. Fases de la investigación

Para el desarrollo de la investigación se utilizan las siguientes fases:

**Fase diagnóstica**. Esta fase permite evidenciar vacíos significativos en el área de geometría, a la vez que se hace un análisis del tiempo dedicado al estudio de la asignatura, desde que grados se enseña el área y perímetro, además del tipo de enseñanza que reciben los estudiantes. En coherencia con lo anterior es necesario desarrollar los instrumentos para la recolección de datos: encuestas, entrevista y observación participante. Además, se realiza la revisión del estado del arte, se plantea el problema y los objetivos, y se establece el marco teórico de la investigación.

**Fase diseño**. Se diseñan cinco actividades, que permiten identificar los conocimientos que tienen los estudiantes del grado cuarto de primaria. Para la construcción de las actividades se tienen en cuenta factores como el diseño original de varios de los problemas planteados, así como una indagación de problemas existentes diseñados y aplicados en las pruebas canguro en los primeros niveles, que tuvieran relación con los conceptos de perímetro y área.

**Fase trabajo de campo**. Se aplican los instrumentos diseñados y se implementa el sistema de actividades propuesto. A través de la bitácora, videos, entrevistas a estudiantes e imágenes fotográficas se constatan evidencias del trabajo realizado.

**Fase análisis de resultados e informativa**. En esta fase se analizan los resultados de cada uno de los instrumentos y se triangulan sus resultados, lo cual aporta elementos significativos al planteamiento del problema y permite enriquecer el objetivo de la investigación. Además, se analizan los resultados de la implementación del sistema de actividades, a partir del desempeño de los estudiantes durante el desarrollo de la actividad, la motivación por el aprendizaje, los logros y las dificultades. El análisis del desempeño del trabajo en cada problema, se realiza a partir de lo presentado por los estudiantes durante las fases o estrategias propuestas por Polya (1965). Además, se sustenta la investigación y se presentan los principales resultados en eventos.

## Conclusiones capítulo 3

La investigación se sustenta en el paradigma cualitativo, con un enfoque de investigación acción, donde se aplican métodos empíricos (encuesta, observación participante, entrevistas y guías pedagógicas) para lograr resultados satisfactorios en el proceso investigativo en la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área en estudiantes de grado cuarto del Colegio de la Universidad Antonio Nariño.

La implementación de la metodología asumida, permite el análisis de los resultados de las actividades relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área, la deducción de las conclusiones y recomendaciones, y en consecuencia el alcance de los objetivos planteados en la investigación.

La información adquirida a través de la observación participante donde el investigador observa el campo de acción con la intención de medir sus características, refleja la necesidad de potenciar el aprendizaje de la geometría mediada con herramientas didácticas y tecnológicas, que facilite la asimilación y comprensión de los conceptos de área y perímetro de figuras geométricas planas.

# CAPITULO 4. SISTEMA DE ACTIVIDADES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS DE PERÍMETRO Y ÁREA EN ESTUDIANTES DE CUARTO DE PRIMARIA.

El sistema está conformado por cinco actividades diseñadas para la clase de geometría del grado cuarto de primaria, orientadas hacia la construcción de significados de conceptos de perímetro y área, cuyo proceso de enseñanza se establece desde mucho tiempo atrás con un enfoque en proporcionar formulas aritméticas para sus cálculos, sin permitir una comprensión significativa de su contenido. En este sentido los problemas que se proponen son una vía para el aprendizaje de la geometría, específicamente en la construcción de significados de conceptos geométricos.

## 4.1. Relación entre marco teórico y el sistema de actividades

Las actividades propuestas favorecen la manipulación y exploración de las figuras geométricas, para lograr un proceso de enseñanza aprendizaje relacionado con la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área. En la tesis se diseñan 5 actividades conformadas por problemas, que se sustentan en el marco teórico asumido, pues estas se basan en:

*Niveles de comprensión matemática*: utilizados para el diseño de las actividades en secuencia progresiva en cuanto a niveles de dificultad se refiere, niveles que se encaminan al progreso del estudiante hacia una comprensión con mayor elaboración y estabilidad, que no requiere necesariamente de los elementos de los niveles más bajos (Pirie & Kieren, 1989).

*TIC en la enseñanza de las matemáticas:* se asumen como herramientas de mediación educativa para descubrir novedosos aplicativos y entornos virtuales que facilitan el desarrollo de competencias básicas desde diferentes áreas del conocimiento. Se selecciona el software Geoboard como herramienta para contribuir al surgimiento y enriquecimiento de diversos ambientes de aprendizaje, los cuales permiten a los estudiantes lograr destrezas novedosas posibilitando el acceso a ciertos tópicos y problemas, y ofreciendo nuevas maneras de representar y manipular información matemática (Pacheco, 2016).

*Resolución de problemas:* los problemas retadores conducen al estudiante a realizar procesos de pensar, indagar, explorar, manipular, cuestionar, razonar y a explicar su solución. A su vez son problemas que estimulan el pensamiento, interesantes para los estudiantes y sin solución inmediata. En la tesis se asume la estrategia para la resolución de problemas según Polya (1965). Las actividades propuestas están conformadas por problemas sobre la base de la construcción de los significados de perímetro y área con las 4 fases: orientación hacia el problema, trabajo en el problema, solución del problema y evaluación de la solución y de la vía.

*Visualización matemática:* entendida como el proceso de crear imágenes tanto físicas como mentales a partir de un análisis influenciado por la edad y los conocimientos previos del individuo. La propia naturaleza de la visualización y su aplicación a las construcciones de figuras geométrica planas favorece la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área.

La relación e integración entre estos cuatro componentes: niveles de comprensión, TIC en la enseñanza aprendizaje de la geometría, resolución de problemas y visualización matemática, permite realizar el fortalecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje de la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área. En este proceso el estudiante manipula las figuras geométricas planas y construye su propio conocimiento sobre perímetro y área.

Estas actividades están conformadas por problemas retadores, los cuales en su fase de resolución necesitan de la visualización, que se logra con la percepción, la representación geométrica y la manipulación geométrica de figuras geométricas. Este proceso se lleva a cabo de manera individual, donde los estudiantes muestran sus destrezas para construir su propio significado de conceptos de perímetro y área través de la resolución de las actividades y participación en socializaciones de cierre.

## 4.2 Diseño de actividades

A continuación, se presenta una descripción de cada una de las actividades mencionando objetivo, estructura y sugerencia metodológica; las actividades completas se encuentran en los anexos.

### 4.2.1. Actividad 1: Construcción del significado del concepto de Perímetro

Antes de comenzar el desarrollo de la actividad, se realizan preguntas sobre situaciones cotidianas concentrando la atención del estudiante y generando curiosidad y motivación sobre lo que se va a trabajar.

**Objetivo**: identificar como los estudiantes emplean el uso de la herramienta tecnológica Geoboard para deducir las características que conforman el significado del concepto de perímetro de figuras geométricas planas.

**Sugerencia metodológica**: esta actividad aborda la construcción de figuras geométricas planas a partir de una secuencia de coordenadas para ubicar en el primer cuadrante del plano cartesiano; a su vez requiere de asociaciones aditivas de unidades que permiten la resolución de los problemas propuestos. Se sugiere desarrollar la actividad con estudiantes del grado cuarto de primaria, quienes han trabajado previamente la ubicación de puntos en el plano cartesiano, la construcción de figuras siguiendo una secuencia de puntos o coordenadas, y concepto y construcción de polígonos. La actividad se realiza de forma sincrónica e individual, realizando una observación constante y centrada en el trabajo independiente de cada estudiante, haciendo uso de herramientas virtuales de aprendizaje.

Para el desarrollo se propone utilizar dos horas de clase de las cuales el docente utiliza una primera parte para asegurar los conceptos previos relacionados con el plano cartesiano, y ubicación de puntos en el software Geoboard, que el estudiante debe dominar para el éxito de la actividad. En este proceso si es necesario el docente aclara inquietudes que formulan los estudiantes, a través de preguntas heurísticas. Luego de solucionar el punto 3, el docente da un dato de interés relacionado con los orígenes de cálculos de perímetro, con el fin de comparar el concepto de perímetro con las deducciones descubiertas por los estudiantes.

El proceso evaluativo de la actividad se realiza de dos formas, la primera a través de la observación por parte del docente de las características y dinámicas de trabajo que se presenten durante el desarrollo de la clase; la segunda es el envío de evidencias de la solución de la guía de la actividad a través de un formulario digital y envío de captura de pantalla al correo electrónico del docente. Además, el docente le solicita al estudiante una autoevaluación de su desempeño en la actividad. Se deben considerar todas las deducciones que realizan los estudiantes a partir de criterios con fundamentos en la observación de las construcciones a realizar, que sirven como herramienta para concretar soluciones a los problemas propuestas.

**Desarrollo de la actividad:**

Se indica a los estudiantes que ingresen a la página:

https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/

Deben seleccionar el tablero rectangular:

Habilitar las opciones números y cuadrícula:

El tablero debe visualizarse de la siguiente forma:

1. Carlos desea cercar un terreno rectangular con medidas de 6 unidades de base y 3 unidades de altura. ¿Cuáles coordenadas le sugiere para ubicar los vértices del rectángulo?

____________________________________________________________

____________________________________________________________

1.1 Si Carlos afirma que la longitud de la cerca utilizada es igual a 18, ¿Cómo cree que Carlos obtuvo esa medida? Justifique su respuesta

____________________________________________________________

________________________________________________________

2. Carlos desea encerrar un terreno siguiendo las siguientes coordenadas:

   P1 (8,0) P2(8,3) P3(9,3) P4(9,2) P5(10,2) P6(10,0)

   Calcule las medidas para cada lado del polígono construido:

   De P1 a P2: ___________________

   De P2 a P3: ___________________

   De P3 a P4: ___________________

   De P4 a P5: ___________________

   De P5 a P6: ___________________

   De P6 a P1: ___________________

3. Si Carlos afirma que la longitud de la cerca del nuevo terreno mide 10, ¿cómo cree que él obtuvo esa medida?

_______________________________________________________________

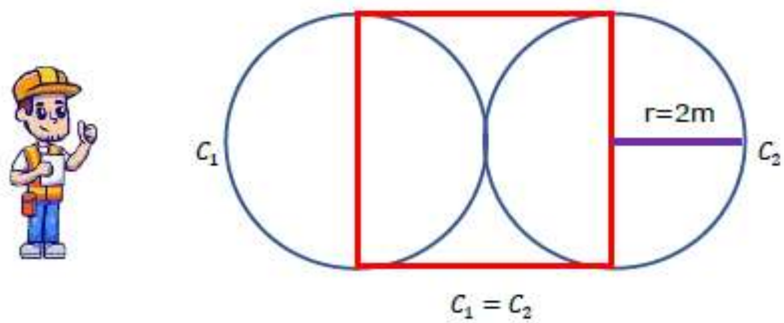
___________________________________________________________

4. Construya en Geoboard un Polígono cuyo perímetro sea de 12 unidades. Muestre el polígono construido.

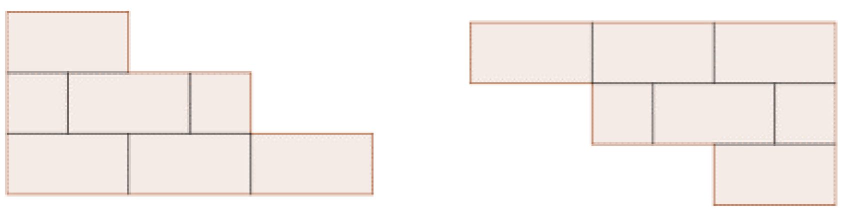
4.1 Construya 2 polígonos diferentes que tengan igual perímetro que el anterior. Muestre los polígonos construidos.

5. Si los triángulos que observa en la figura son isósceles, calcule el perímetro del polígono rojo.

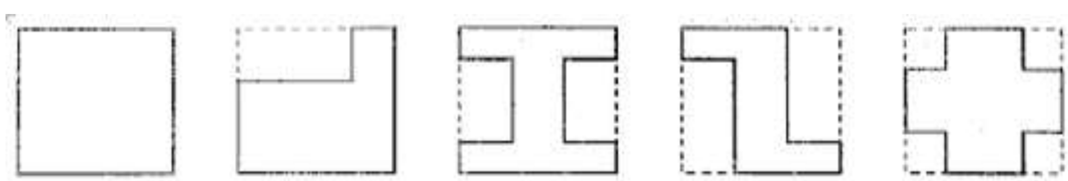

6. Un ingeniero traza dos circunferencias y solicita a uno de sus obreros que encierre con una cinta de peligro una región rectangular que ocupe la mitad de cada una de las circunferencias como se muestra en la figura, ¿cuántos metros de cinta se necesitan para cumplir la orden del ingeniero?




7. Un muro se ha dividido en dos partes iguales como se muestra en la figura; si cada ladrillo completo mide 20 cm de largo por 10cm de alto, ¿cuál era el perímetro del muro original antes de dividirse?



8. En la huerta escolar cinco cursos tienen parcelas rectangulares iguales. Cada uno levanta una cerca en su parcela para proteger la parte que tiene hierbas aromáticas. ¿Cuál de los cursos necesita la cerca más larga?[66]



SEXTO CUARTO TERCERO PRIMERO QUINTO

[66] Adaptado de Canguro Matemático, España -2000 Nivel 1

### 4.2.2. Actividad 2: Construcción del significado del concepto de área

**Objetivo:** Construir el significado del concepto de área de figuras geométricas planas a partir de la utilización de la herramienta tecnológica Geoboard.

**Sugerencia metodológica**: esta actividad aborda la construcción de figuras geométricas planas en el geoplano, como apoyo visual para el favorecimiento de la resolución de los problemas propuestos. Se sugiere desarrollar la actividad con estudiantes del grado cuarto de primaria, quienes han trabajado previamente la construcción de figuras siguiendo una secuencia de puntos o coordenadas y actividad de construcción del concepto de perímetro. La actividad se realiza de forma sincrónica e individual, realizando una observación constante y centrada en el trabajo independiente de cada estudiante, haciendo uso de herramientas virtuales de aprendizaje o trabajo en materiales manipulables.

Para el desarrollo se propone utilizar dos horas de clase de las cuales el docente utilizará una primera parte para afianzar el uso del software Geoboard, que el estudiante debe dominar para el éxito de la actividad; de ser necesario se deben aclarar inquietudes que formulen los estudiantes. El proceso evaluativo de la actividad se realiza de dos formas, la primera a través de la observación por parte del docente de las características y dinámicas de trabajo que se presenten durante el desarrollo de la clase; la segunda es el envío de evidencias de la solución de la guía de la actividad a través de un formulario digital y envío de captura de pantalla al correo electrónico del docente.

Se debe permitir que el estudiante realice una autoevaluación en dónde debe tener en cuenta experiencias de aprendizaje y comprensión de los problemas planteados.

**Desarrollo:**

Se les sugiere a los estudiantes construir figuras geométricas en el geoplano con base a las instrucciones dadas; una vez realizadas las figuras deben contestar las preguntas que se generen en su construcción y así deducir el concepto a través de las conjeturas realizadas por ellos a partir de su análisis.

1. Construya las siguientes figuras geométricas en un solo geoplano

Figura A: (0,5) (0,9) (2,9) (2,6) (4,6) (4,5)

Figura B: (7,7) (7,9) (11,9) (11,5) (13,5) (13,4) (9,4) (9,7)

Figura C: (0,0) (0,4) (4,0)

Figura D: (6,1) (6,3) (11,3) (11,1)

1.1 ¿Cuál de las figuras construidas ocupa más superficie en el plano? Justifique su respuesta.

______________________________________________________________

______________________________________________________________

1.2 ¿Es verdadera la afirmación "la figura C ocupa la mitad de superficie que la figura B"? Justifique su respuesta.

______________________________________________________________

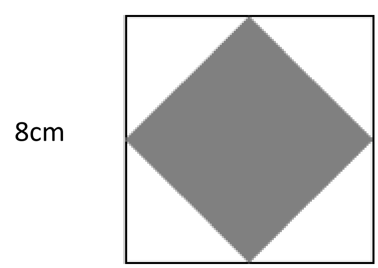
______________________________________________________________

1.3 ¿Es falsa la afirmación "las figuras A y D ocupan la misma superficie en el plano"? Justifique su respuesta.

1.4 Si se afirma que el área de la figura A es igual a 10, ¿qué proceso es el adecuado para llegar a ese resultado?, ¿cuál es su noción del área de figuras planas?

1.5 Si se suman las áreas de las figuras C y D ¿Cuál es el resultado?, realice una breve descripción del proceso.

2. Samuel dibuja un cuadrado de lado 8 cm. Él une los puntos medios de los lados para construir un cuadrado más pequeño. ¿Cuál es el área del cuadrado pequeño? Puede apoyarse en Geoboard realizando la construcción de la figura[67]




$(A) 64cm^2$ $(B) 32cm^2$ $(C) 16cm^2$ $(D) 50cm^2$ $(E) 22cm^2$

[67] Adaptado de Canguro Matemático, Costa Rica -2016 Prueba Benjamín

### 4.2.3. Actividad 3: Diferencias entre área y perímetro

**Objetivo:** Establecer diferencias entre los significados de los conceptos de área y perímetro.

**Sugerencia metodológica:** en esta actividad se aborda la construcción de figuras geométricas planas en el software Geoboard, utilizando el primer cuadrante del plano cartesiano; se requiere que el estudiante conozca la interfaz del software para realizar las construcciones de los polígonos sugeridos a partir de una serie de coordenadas. Se sugiere desarrollar la actividad con estudiantes del grado cuarto de primaria, quienes han trabajado previamente una aproximación a la construcción de los conceptos de área y perímetro. La actividad se realiza de forma sincrónica e individual, realizando una observación constante para valorar el trabajo independiente de cada estudiante, haciendo uso de herramientas virtuales de aprendizaje y materiales manipulables.

Para el desarrollo se propone utilizar dos horas de clases, el docente en una primera parte explica como configurar el tablero de Geoboard, así como el funcionamiento de algunas herramientas que provee el software para asegurar el éxito de la actividad. De ser necesario el docente aclara las inquietudes que formulen los estudiantes a través de preguntas heurísticas, propiciando que sea el estudiante quien construya el concepto.

La actividad está diseñada para ser trabajada en el software Geoboard en dónde se sugiere realizar una construcción inicial propuesta por el estudiante, motivando su creatividad a partir de la comprensión de la imagen del polígono construido. A partir de esa construcción se propone al estudiante crear polígonos que cumplan con algunas características similares en cuánto a perímetro o área se refiere, pero con diferente forma. Se cierra la actividad con espacio de preguntas y autoevaluación en dónde los estudiantes pueden comunicar sus experiencias y así llegar a un consenso en cuanto a las diferencias establecidas entre perímetro y área.

El proceso evaluativo de la actividad se realiza de dos formas, la primera a través de la observación por parte del docente de las características y dinámicas de trabajo que se presenten durante el desarrollo de la clase; y la segunda es el envío de evidencias de la resolución de la guía de la actividad.

**Desarrollo:**

Construya en Geoboard un polígono según su preferencia y muestre el polígono construido. Para la construcción de los polígonos debe ingresar al Geoboard[68].

¿Cuál es el área y el perímetro de la figura construida? Justifica tu respuesta

____________________________________________________________

____________________________________________________________

1. Construya un polígono cuya área sea igual a la del polígono anterior, pero con perímetro diferente. Muestre el polígono construido.
2. Construya un polígono cuyo perímetro sea igual al primer polígono construido, pero con área diferente. Muestre el polígono construido.

[68] Link de Geoborard: https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/

3. Con base en lo trabajado en esta actividad, ¿Qué puedes concluir en relación con el área y perímetro?

   ___________________________________________

   ___________________________________________

#### 4.2.4. Actividad 4: Cálculos relacionados con área y perímetro

**Objetivo:** Realizar el cálculo de perímetros y áreas de figuras geométricas planas a partir de una situación problema dada.

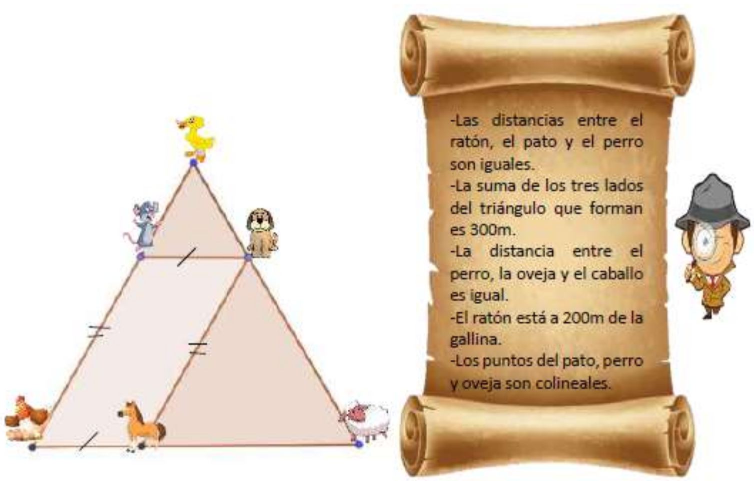
**Sugerencia Metodológica:** en esta actividad los estudiantes deben utilizar la visualización y procesos deductivos con el fin de obtener los datos necesarios para realizar los cálculos necesarios para solucionar los problemas propuestos; se aborda la deducción de las medidas de los lados pertenecientes al polígono dado en forma gráfica o a partir de una secuencia de coordenadas con el fin de realizar su construcción en el software Geoboard, utilizando el tablero de la interfaz de Geoboard como el primer cuadrante del plano cartesiano; se requiere que el estudiante domine las herramientas del software para realizar las construcciones de los polígonos sugeridos, conocimiento e identificación de los conceptos de área y perímetro y capacidad de deducción de asociaciones aditivas de unidades de unidades.

Se sugiere desarrollar la actividad con estudiantes del grado cuarto de primaria, quienes han trabajado previamente la ubicación de puntos en el plano cartesiano, la construcción de figuras siguiendo una secuencia de puntos o coordenadas, que reconozcan los conceptos de área y perímetro previamente trabajados en las actividades anteriormente desarrolladas. La actividad se realiza de forma sincrónica e individual, realizando una observación constante y centrada en el trabajo independiente de cada estudiante, haciendo uso de herramientas virtuales de aprendizaje.

Para el desarrollo se propone utilizar dos horas de clase de las cuales el docente utiliza una primera parte para explicar la importancia del conocimiento que está en construcción enfatizando en la utilidad que se evidencia al usarse como herramienta para la resolución de los problemas a desarrollar; de ser necesario se deben aclarar inquietudes que formulen los estudiantes.

El proceso evaluativo de la actividad se realiza de dos formas, la primera a través de la observación por parte del docente de las características y dinámicas de trabajo que se presenten durante el desarrollo de la clase; la segunda es el envío de evidencias de la solución de la guía de la actividad a través del diligenciamiento de la guía y envío al correo electrónico del docente.

1. Observa con atención la ubicación de los animales y las pistas dadas para solucionar los siguientes puntos:




a. ¿Cuál es el perímetro del cuadrilátero que forman el ratón, el perro, el caballo y la gallina? Justifica tu respuesta

______________________________________________________________

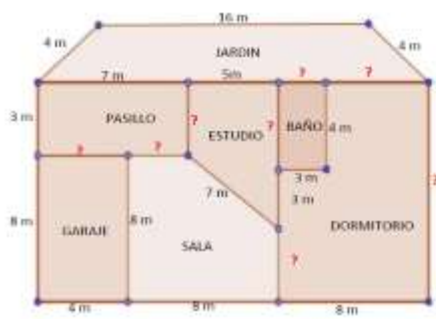
__________________________________________________________

b. ¿Cuál es el perímetro del triángulo que forman el perro, la oveja y el caballo? Justifica tu respuesta

______________________________________________________________

__________________________________________________________

c. ¿Cuál es el perímetro del triángulo que forman el pato, la gallina y la oveja? Justifica tu respuesta




2. La figura muestra el plano de una vivienda desde un punto de vista superior, el cual tiene forma rectangular más el cuadrilátero que conforma el jardín: Si se desea encerrar el jardín con rejas metálicas, ¿cuántos metros de reja se necesita para tal fin? ___________________________________________

_____________________________________________________________

a. Si se desea instalar baldosas en el piso del pasillo, ¿cuántos metros cuadrados de baldosas se necesitan?

____________________________________________________________

b. Se requiere instalar techo en PVC en el baño, ¿Cuántos metros cuadrados se necesitan? _____________________________________________________

c. Se desea instalar tiras de luces led alrededor del garaje en todas las paredes en su parte superior, ¿cuántos metros de tiras led se requieren?

d. ¿Cuál es el perímetro total de la vivienda, contemplando el jardín?

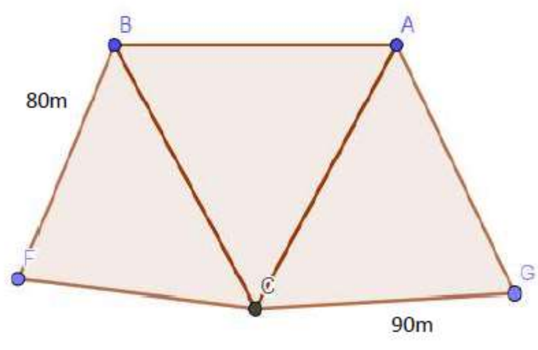
3. En el software Geoboard construye el polígono siguiendo las siguientes coordenadas:

   (3,1), (1,3), (3,5), (1,7), (3,9), (5,7), (7,9), (9,7), (7,5), (9,3), (7,1), (5,3)

   Si se afirma que el perímetro de la figura construida es 96 m y fue construida con cinco cuadrados de igual tamaño, ¿cuál es el área de la figura en metros cuadrados?

   (a) 160 (b) 230 (c) 256 (d) 320 (e) 384

4. Una pista de karts está conformada por tres triángulos; lee las pistas dadas para completar los datos de la pista y responde la pregunta planteada:


PISTAS:

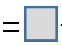
ABC es un triángulo equilátero y tiene 360 m de perímetro.

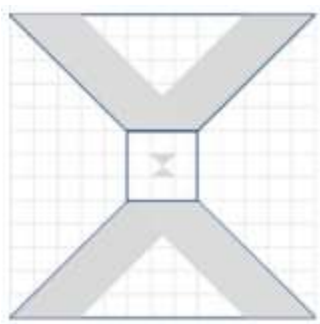
Los triángulos BCF y ACG son isósceles

Los lados BF y FC son congruentes

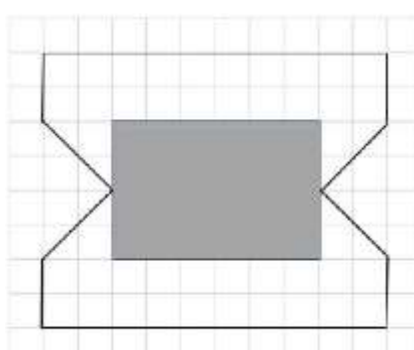
Los lados AG y GC son congruentes.

Si el comité organizador decide que el circuito a recorrer será determinado por el polígono ABFCG, dando 3 vueltas ¿Cuántos metros deberán recorrer? ______________________________________________________________

5. La figura representa un logo para una empresa; si para cada =  $m^2$ se gasta un galón de pintura y se requiere pintar la región sombreada, ¿cuántos galones de pintura se necesitan?



6. La figura representa la división de un cultivo de zanahorias y rábanos; las zanahorias ocupan un espacio rectangular de 4 m X 6m representado por la zona sombreada, y los rábanos ocupan los otros dos polígonos. Si realiza una comparación entre el área que ocupa el cultivo de zanahorias y el área del cultivo de rábanos, ¿cuál es su conclusión?



### 4.2.5 Actividad 5: Afianzamiento de cálculos de áreas y perímetros

**Objetivo:** Realizar el cálculo de perímetros de figuras geométricas planas a partir de problemas dados.

**Sugerencia Metodológica:** en esta actividad los estudiantes deben utilizar material manipulable, además del uso de software Geoboard, con el fin de obtener los datos necesarios para realizar los cálculos correspondientes para solucionar los puntos propuestos.

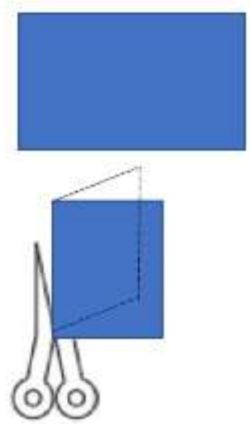
Se aborda la deducción de las medidas de los lados pertenecientes al polígono dado en forma gráfica y cálculos aditivos en la resolución de los problemas planteados. Es necesario que el estudiante cuente con un dominio de las herramientas del software Geoboard con el fin de optimizar el tiempo para la ejecución de los problemas que requieran de su uso.

Se sugiere desarrollar la actividad con los estudiantes del grado cuarto de primaria. La actividad se realiza de forma sincrónica e individual, realizando una observación constante y centrada en el trabajo independiente de cada estudiante, haciendo uso de herramientas virtuales de aprendizaje.

Para el desarrollo se propone utilizar dos horas de clase de las cuales el docente utiliza una primera parte para realizar una introducción sobre los problemas que se realizan, así como la preparación de los materiales necesarios que se implementan en el paso a paso de los problemas sugeridos; de ser necesario se deben aclarar inquietudes que formulen los estudiantes.

El proceso evaluativo de la actividad se realiza de dos formas, la primera a través de la observación por parte del docente de las características y dinámicas de trabajo que se presenten durante el desarrollo de la clase; la segunda es el envío de al correo electrónico del docente de las evidencias de la solución de la guía de la actividad. El docente debe considerar todas las deducciones que realizan los estudiantes a partir de criterios con fundamentos en la observación de las construcciones a realizar, que sirven como herramienta para concretar soluciones a los problemas propuestos.

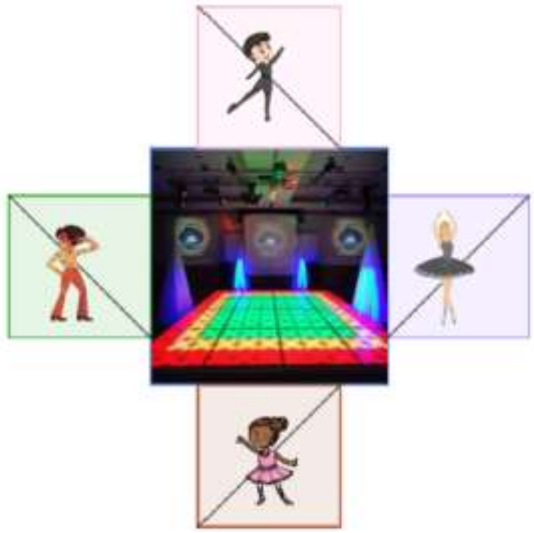
1. Se tiene una hoja de papel rectangular, luego se dobla por la mitad y se recorta, obteniendo así dos rectángulos iguales cuyo perímetro es 68 cm y uno de sus lados mide 20 cm, ¿Cuál es el área de la hoja de papel en centímetros cuadrados?



(a) 572 (b)540 (c)560 (d)650 (e)640

Puede realizar la construcción de la hoja de papel en Geoboard como apoyo a su solución…

2. Observe con atención la siguiente figura que representa las zonas que ocupan 4 competidores de danza que demuestran sus habilidades en el escenario:



La figura está conformada por cinco cuadrados, 4 con igual tamaño (Camerino privado) y un cuadrado mayor (Escenario); si cada uno de los cuadrados de menor tamaño están conformados por dos triángulos isósceles en los cuales sus lados congruentes tienen una longitud de 3m y el área del escenario es $25m^2$, los participantes se formulan las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la longitud de cada uno de los lados del escenario?

______________________________________________________________

___________________________________________________________

b) ¿Cuál es el área del camerino privado de cada uno para realizar el calentamiento?

______________________________________________________________

___________________________________________________________

c) Si el lugar del evento está rodeado por vallas de 1m, ¿cuántas vallas se necesitan?

3. Construye en Geoboard un cuadrilátero según la siguiente secuencia de coordenadas: (6,1); (2,4); (6,7); (10,4)

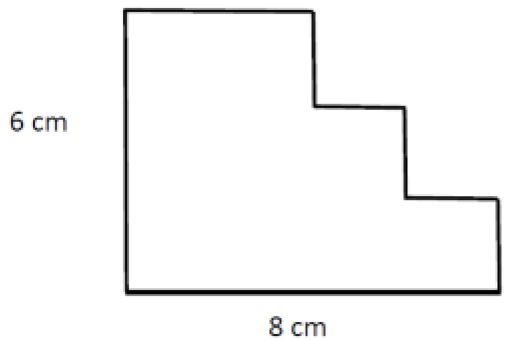
   Una vez lo tengas construido, traza sus diagonales.

   Si la diagonal menor tiene una longitud de 6 unidades, la diagonal mayor una longitud de 8 unidades y el perímetro del cuadrilátero es 20 unidades, Calcula el perímetro y el área de cada uno de los cuatro triángulos que conforman el cuadrilátero.

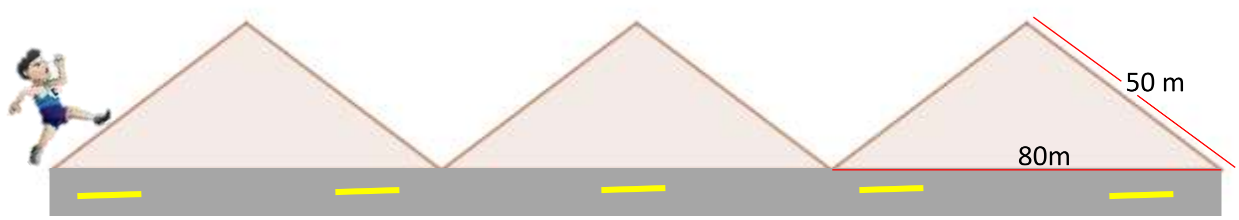
4. Completa la información que proporciona la figura según las pistas dadas:


Realiza una descripción de los pasos que se requieren para calcular el área total de la figura completa y su perímetro:

5. Observa con atención la siguiente figura, sabiendo que todos sus ángulos son rectos y calcula su perímetro[69]:




6. En una prueba de un reality show se ha construido un circuito para los competidores conformado por tres triángulos isósceles iguales, cuya base se encuentra en el camino que se muestra en la gráfica; al terminar los ascensos y descensos deben retornar por un camino recto hasta el punto de partida.




6.1 ¿Cuántos metros debe recorrer cada atleta? Justifique su respuesta

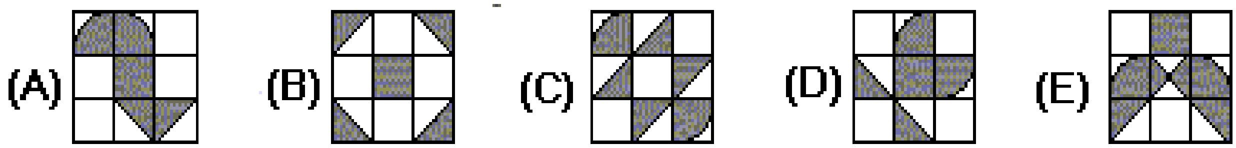
___________________________________________________________________

_______________________________________________________________

6.2 ¿Cuál es el perímetro de cada triángulo? Justifique su respuesta

[69] Sugerencia problema Mary Falk de Losada 2021

7. ¿Cuál de las áreas sombreadas es mayor?[70]




**Conclusiones capítulo 4**

En el diseño y construcción de las actividades se busca generar actividades que despierten la curiosidad y motivación por parte de los estudiantes para ser desarrolladas de manera autónoma, con la posibilidad de utilizar material tradicional integrado con las TIC, específicamente con el uso del software Geoboard.

Las cinco actividades que conforman el sistema propuesto se sustentan en la resolución de problemas, que utilizan los fundamentos de la educación matemática relacionados con la complejidad de acuerdo a los niveles que se pueden ir alcanzando, a las TIC concebidas como herramientas mediadoras en la construcción del conocimiento integrando factores que aporta la visualización matemática y el modelo de resolución de problemas de Polya (1965), con el fin de construir significados de conceptos geométrico, como el perímetro y el área.

En las actividades se evidencia la relación entre las construcciones geométricas en Geoboard, pensamiento visual y resolución de problemas. Según Polya (1965) los materiales tradicionales como regla y compás constituyen una herramienta heurística

[70] Adaptado de VIII Canguro Matemático, España -2001 Nivel 1

que permite al estudiante familiarizarse con las figuras geométricas, así como instruirlo en la resolución de problemas. A su vez, en la segunda fase Polya, propone hacer una figura para ser analizada, lo cual favorece y pone en práctica la visualización que incide en la comprensión del problema.

Durante el desarrollo de las cinco actividades propuestas en el sistema se tiene en cuenta la heurística como estrategia creativa y significativa para la construcción de significados de conceptos de perímetro y área, ya que se promueve la capacidad creativa, en dónde se motiva y dinamiza el proceso de enseñanza a través de problemas, donde el estudiante desarrolla sus habilidades con la orientación del profesor.

Con el fin de implementar la heurística como estrategia de enseñanza creativa, se aplica un sistema de actividades relacionado con el pensamiento geométrico para grado cuarto de primaria, fundamentado en los rasgos de la creatividad, el proceso creativo y la heurística en la resolución de problemas, incorporando estrategias de enseñanza innovadoras.

# CAPITULO 5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DE ACTIVIDADES

En este capítulo se presenta una descripción de los resultados que se presentan durante la aplicación y desarrollo de las de las actividades para la construcción de significado de conceptos de perímetro y área en la clase de matemáticas. Este proceso se realiza teniendo en cuentas las siguientes características: desarrollo de las actividades, motivación, logros y dificultades. También se muestran evidencias de soluciones de problemas realizadas por los estudiantes.

## 5.1. Análisis de los resultados de la encuesta a docentes

Al iniciar el proceso investigativo se tiene en cuenta la percepción de diferentes docentes de matemáticas captada a través de una encuesta con el fin de establecer características en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en el grado cuarto de primaria. Estos docentes encuestados son considerados actores principales en las dinámicas y metodologías propuestas para la clase de geometría.

Para llevar a cabo esta encuesta, se diseñó un cuestionario, el cual fue estructurado en ocho preguntas, con un total de 25 participantes. El análisis de los resultados se presenta en los anexos (ver Anexo 1), además se muestran un resumen de la validación de la encuesta por el método Delphi.

## 5.2 Análisis de los resultados de la Implementación del sistema de actividades

La investigación se desarrolló en el Colegio de la Universidad Antonio Nariño sede Usme de la ciudad de Bogotá. Con el fin dar inicio al desarrollo del sistema de actividades con base en el modelo propuesto por Pirie y Kieren (Pirie & Kieren, 1994), en dónde se trabaja de manera individual para la solución de los problemas propuestos en cada actividad.

### 5.2.1. Actividad 1: Construcción del significado del concepto de Perímetro

*Desempeño de los estudiantes durante la actividad.* Los estudiantes realizan la actividad de manera individual a través de conexión sincrónica por Google Meet, sabiendo con anterioridad que en el momento que lo necesitan pueden realizar preguntas relacionadas con el desarrollo de los problemas. Se les comparte el formulario de la actividad a través de Drive, haciendo énfasis en que deben realizar las anotaciones que consideren pertinentes y necesarias para la resolución de cada problema.

Se realiza la observación de las características que presentan los estudiantes en la resolución de la actividad en cada uno de los ocho puntos que la conforman. Se inicia la actividad recordando algunas herramientas de la interfaz de Geoboard. Los estudiantes al saber que pueden utilizar el software expresan felicidad y expectativa frente a los problemas que aparecen en la actividad.

En el problema 1 (ver Figura 3) se evidencia que los estudiantes conocen la interfaz del software Geoboard al crear el rectángulo con las medidas dadas, en donde sugieren de forma correcta en su mayoría, las coordenadas precisas para la ubicación de los vértices que conforman el rectángulo.

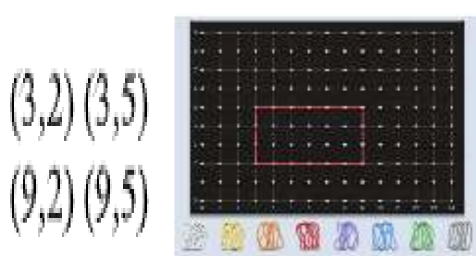



Figura 3. Resolución del problema 1

En el problema 1.1 (ver Figura 4) 12 de los 23 estudiantes respondieron de manera correcta el problema, con la característica que justifican su respuesta a través de operaciones aritméticas relacionadas con asociaciones aditivas, argumentando la suma de la longitud de sus lados. Sin embargo, 11 estudiantes refieren que "…*el cálculo de 18 se obtuvo por el conteo de los cuadros que están dentro del rectángulo*"[71], concluyendo así que se presenta una confusión entre las nociones de perímetro al relacionarlo con el área de la figura.

Se obtuvo el valor de 18 teniendo en cuenta que se sumaron todos los lados del rectángulo.

Sumando 3+6+3+6=18 Eso se logro sumando todos sus lados

_Carlos sumo todos los lados del polígono.

Según la gráfica podemos contar los diferentes cuadros y asi el resultado de 18 Según sus medidas y la cantidad de cuadros

se logró sumando todos sus cuadritos, porque si se cuentan y se suman los cuadritos nos da 18

Figura 4. Solución problema 1.1

Dos estudiantes justifican su respuesta, uno señalando en su construcción en Geoboard erróneamente la superficie (ver Figura 5), y otro señalando las medidas de los lados y realizando la operación aditiva de sus lados (ver Figura 6).

Figura 5. Justificación Problema 1.1

Figura 6. Justificación Problema 1.1

[71] Respuestas de algunos estudiantes

Es importante aclarar que los estudiantes en su mayoría justifican su respuesta con cálculos aritméticos, o simplemente relacionan que "…*se sumaron los lados del rectángulo*"[72].

En el problema 2 (ver Figura 7) los estudiantes no presentan dificultades al construir el polígono sugerido en Geoboard y realizan los cálculos de las medidas que tienen cada uno de sus lados.

De P1 a P2: __3________
De P2 a P3: __1________
De P3 a P4: __1________
De P4 a P5: __1________
De P5 a P6: __2________
De P6 a P1: ____2______

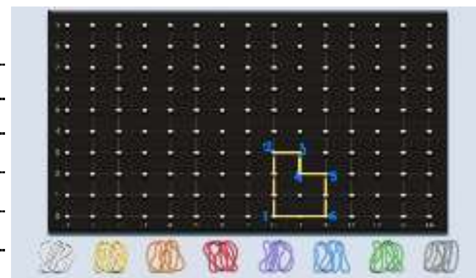


Figura 7. Solución problema 2

En el problema 3 (ver Figura 8) 18 estudiantes responden de manera correcta argumentando que "*… Carlos obtuvo la medida sumando los lados del terreno*"[73], siendo evidente que sus argumentos son bastante simples y se basan en asociaciones y cálculos aditivos sin describir las posibilidades. Por otra parte, tres estudiantes argumentan de manera similar que *"… Carlos sumó las medidas que sacamos en el punto anterior"*[74]. Dos estudiantes no responden la pregunta.

Carlos obtuvo la medida del polígono sumando todos sus lados.

Sumando todos los lados del polígono

_*Carlos sumó las medidas que sacamos en el punto anterior*

Figura 8. Respuestas problema 3

72 Respuestas de algunos estudiantes
73 Respuesta de los estudiantes
74 Respuestas de los estudiantes

En el problema 4 (ver Figura 9) 21 estudiantes no presentan dificultad al construir un polígono de 12 unidades de perímetro.

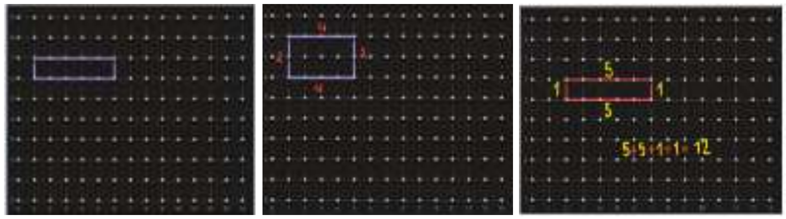



Figura 9. Solución problema 4

En el problema 4.1 los estudiantes realizan la construcción de los polígonos solicitados, motivando su creatividad y promoviendo su pensamiento. Se requiere de la visualización adecuada para construir las figuras, realizando adiciones para dar forma a sus construcciones.

Sin embargo, varios estudiantes construyen bien uno de los dos polígonos solicitados o recurren a la construcción de cuadriláteros (ver Figura 10).

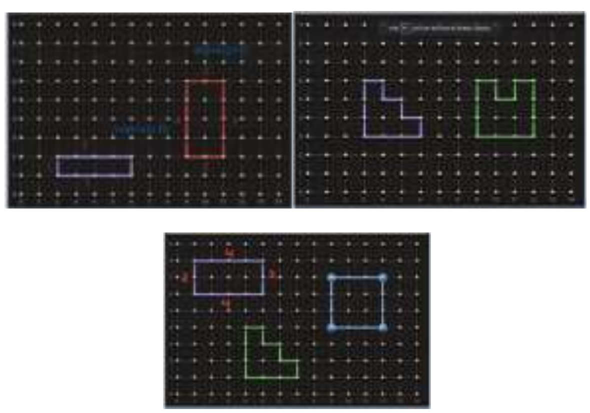


Figura 10. Respuesta al problema 5

En el problema 5 (ver Figura 11) los estudiantes se demoran más tiempo de lo esperado, 8 estudiantes realizan el cálculo correcto del perímetro del polígono rojo, primero deduciendo medidas de los lados congruentes de los cuatro triángulos isósceles y realizando el cálculo de la diferencia de los 12 cm del lado inferior menos la suma de los tres lados horizontales, con el fin de hallar el valor del lado superior.

Por otra parte 15 estudiantes presentan confusión en el momento de realizar asociaciones aditivas para hallar los valores que no proporciona la figura, motivo por el cual sus respuestas son erróneas. (ver Figura 12)

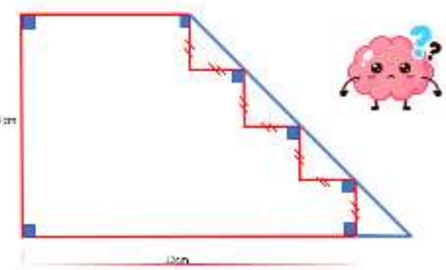
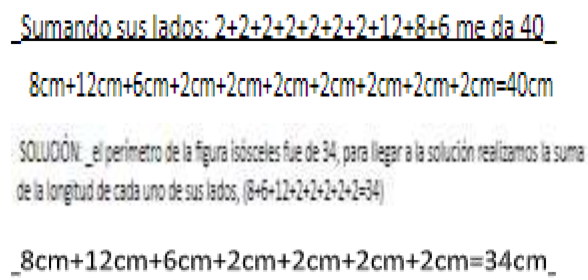


Figura 11. Problema 5



_Sumando sus lados: 2+2+2+2+2+2+2+12+8+6 me da 40_

8cm+12cm+6cm+2cm+2cm+2cm+2cm+2cm+2cm+2cm=40cm

SOLUCIÓN: _el perímetro de la figura isósceles fue de 34, para llegar a la solución realizamos la suma de la longitud de cada uno de sus lados, (8+6+12+2+2+2+2+2=34)

_8cm+12cm+6cm+2cm+2cm+2cm+2cm=34cm_

Figura 12. Soluciones de los estudiantes

En el problema 6 (ver Figura 13) 14 de los estudiantes presentan respuestas erróneas, en dónde algunos expresan al final que no saben que deben hacer puesto que no encuentran un dato numérico para realizar el cálculo solicitado, y otros asumen que el valor del lado es igual a 2. Por otra parte, 9 estudiantes realizan cálculos correctos, al tomar cada lado como dos veces el radio de la circunferencia (ver Figura 14).

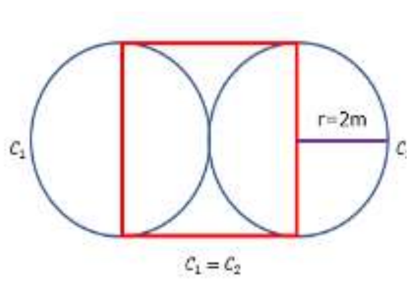



Figura 13. Problema 6

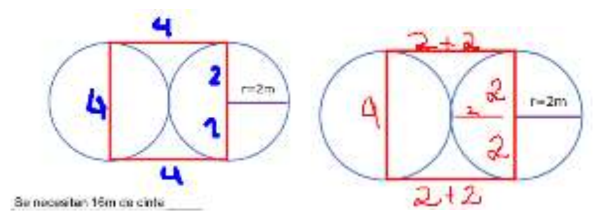



Figura 14. Problema 6

En el problema 7 (ver Figura 15) 12 estudiantes presentan confusión pues calculan el perímetro de cada parte del muro sin prestar atención a la pregunta del problema, donde se indica que debe calcularse el perímetro del muro original antes de dividirse, motivo por el cual sus respuestas son erróneas. A su vez, 11 estudiantes realizan el cálculo correcto, pues asignan medidas a cada lado de las partes del muro, que originalmente conforman el muro completo. Es importante mencionar que dos estudiantes hacen uso de la herramienta Geoboard para la construcción del muro sin dividirse y así poder realizar el cálculo con certeza (ver Figura 16).

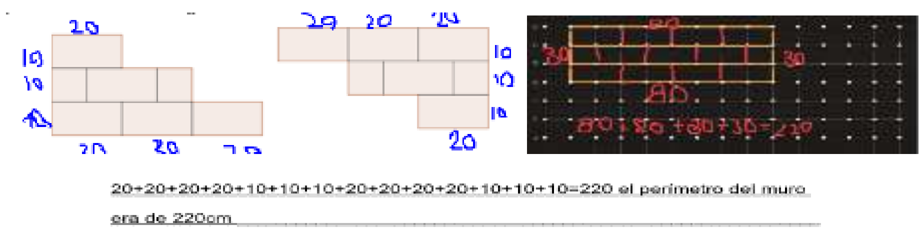



Figura 15. Soluciones problema 7

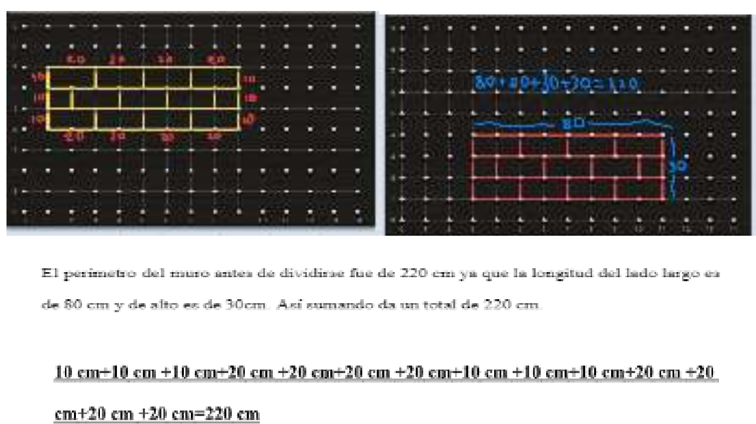



Figura 16. Soluciones problema 7

En el problema 8 (ver Figura 17) a varios estudiantes se les dificulta identificar el curso que más longitud de cerca necesita, pues según socialización con ellos expresan que *"… es el curso que necesita encerrar más espacio"*[75] siendo evidente que no hay un

[75] Respuestas en varios estudiantes

proceso de estimación de medidas adecuado, en cuanto a los contornos demarcados para cada opción de respuesta.

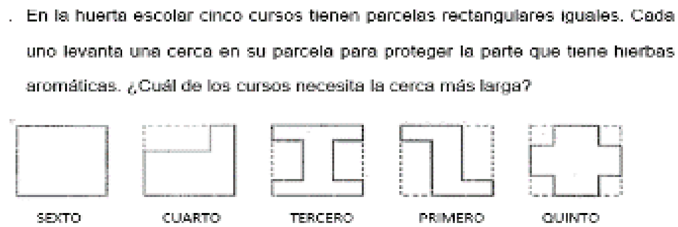

. En la huerta escolar cinco cursos tienen parcelas rectangulares iguales. Cada uno levanta una cerca en su parcela para proteger la parte que tiene hierbas aromáticas. ¿Cuál de los cursos necesita la cerca más larga?



Figura 17. Problema 8

Otras soluciones de la actividad y evidencias fotográficas del trabajo realizado por los estudiantes se muestran en los anexos (ver Anexo 2).

*Motivación por el aprendizaje.* Los estudiantes se muestran motivados y con curiosidad sobre los problemas a los cuales se deben enfrentar, con un ingrediente adicional en sus expectativas al enterarse que pueden trabajar utilizando el Geoboard como herramienta facilitadora para la comprensión y análisis de los polígonos que se sugieren en la actividad. A los estudiantes les gusta utilizar el computador en sus quehaceres y lo consideran como una herramienta fundamental en su aprendizaje, argumentando que no sienten que están frente a una actividad con problemas, sino que lo relacionan con el juego.

El trabajo individual en los estudiantes de estas edades, se ve favorecido porque se generan competencias sanas, en cuanto al tiempo, calidad y soluciones apropiadas en la resolución de los problemas propuestos. Siempre es importante que el docente felicite constantemente el cumplimiento de por lo menos uno de los aspectos mencionados.

*Logros***.** A continuación, se muestran los logros alcanzados durante el desarrollo de la actividad:

- Los estudiantes manejan con propiedad el software Geoboard.
- A partir de la construcción en la interfaz de Geoboard, a los estudiantes se les facilita el cálculo de perímetros.
- Los estudiantes alcanzan una aproximación a la construcción del significado del perímetro.
- Los estudiantes emplean la tecnología como mediador para la comprensión de enunciados propuestos en los problemas.

*Dificultades*

- El tiempo destinado para la actividad.
- La estabilidad en la conexión de algunos estudiantes.
- Algunos estudiantes presentan confusiones en las nociones de perímetro y área.
- Los equipos de conexión de algunos estudiantes presentan características no adecuadas, para correr procesos.

A continuación, se presenta la relación para cada problema planteado en la actividad, con número de respuestas correctas e incorrectas en la actividad 1 (ver Figura 18).

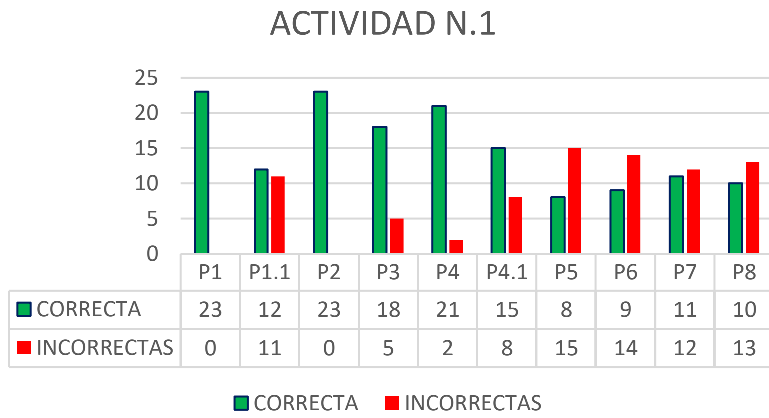



Figura 18. Resultados de la actividad 1

### 5.2.2. Actividad 2: Construcción del significado del concepto de área

*Desempeño de los estudiantes durante la actividad.* Se aplica la actividad 2 que está relacionada con la construcción del significado del concepto de área en dónde se obtienen unos resultados basados en los aciertos y errores en las respuestas proporcionadas por los estudiantes, teniendo en cuenta las características y particularidades que se presentan en el desarrollo de la actividad en cada uno de los siete problemas que se plantean.

Para la resolución de la actividad se requiere de un trabajo individual, que se comparte en Google Drive. Los estudiantes conocen la secuencia de trabajo en cuanto a las ediciones en el formato proporcionado; se les indica que pueden realizar preguntas en cualquier momento de la resolución de la actividad.

Los cambios y respuestas o soluciones se guardan en el formato, y se finaliza la actividad con la presentación de un video que proporciona datos históricos sobre la necesidad de calcular áreas desde la antigüedad en Egipto.

En el problema 1 (ver Figura 19) la mayoría de los estudiantes construyen sin dificultad las cuatro figuras propuestas necesarias para realizar con éxito la resolución de los siguientes problemas. Se inicia con una construcción inicial que es la base que sustenta la secuencia de los problemas siguientes.

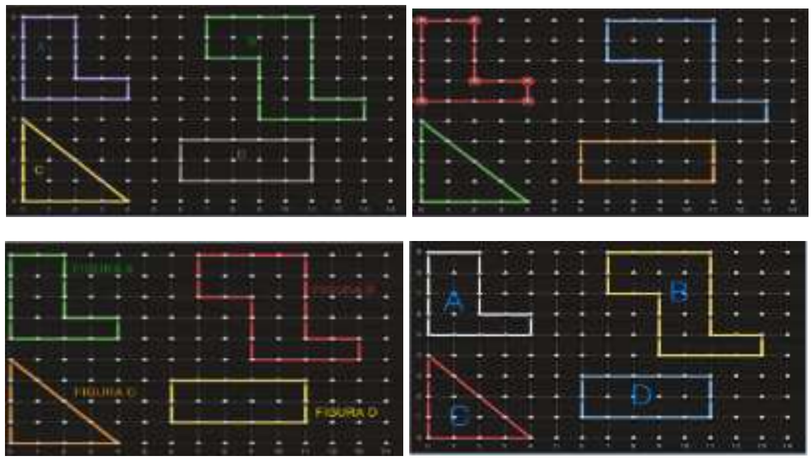


Figura 19. Soluciones problema 1

Los estudiantes realizan su construcción de manera correcta, sin embargo, se presenta la necesidad de interceder con el fin de clarificar la forma en que deben visualizarse las figuras, puesto que realizan construcciones erradas que inciden en las respuestas o soluciones de los problemas siguientes, permitiendo que sean los mismos estudiantes quienes le sugieran a los que lo necesiten los criterios correctos para la construcción. Hubo dos estudiantes que reincidieron en el error en su construcción (ver Figura 20).

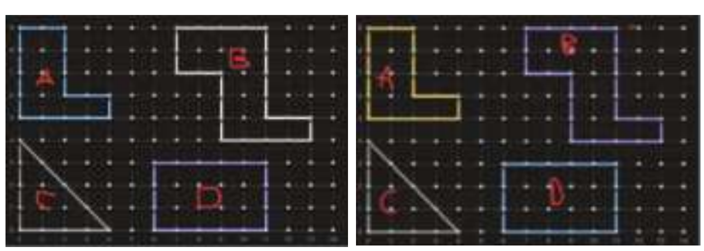



Figura 20. Construcciones incorrectas

En el problema 1.1 (ver Figura 21) 15 estudiantes de los 23, respondieron correctamente, evidenciando su capacidad de visualización al realizar comparación y conteos de unidades cuadradas interiores en cada figura, con el fin de identificar la que mayor superficie ocupara.

La figura B es la que predomina más área entre las 4 figuras y lo podemos deducir por varios factores como la cantidad de cuadros que está dentro de ella.

La figura B es la que ocupa más superficie en el plano ya que al contar las unidades de cada figura esta es la que mayor tiene

Es correcto, la figura C tiene la mitad de espacio ocupado que la figura B, la figura B ocupa un total de 16 cuadros, mientras que la figura C ocupa 8, los espacios ocupados a la mitad ocupan medio cuadro por lo cual si sumamos las 4 mitades dan 2 más los cuadros que si están completos son 6 , 16.

Figura 21. Respuestas problema 1.1

Sin embargo 8 estudiantes presentan confusiones entre áreas y perímetros al justificar sus respuestas haciendo referencia al número y longitud de los lados pertenecientes a cada figura (ver Figura 22).

La figura que ocupa más espacio es la figura B, por la longitud y cantidad de lados que tiene.

La figura que ocupa más espacio es la B porque tiene más largos los lados y es más grande.

La figura D porque le sume todos sus lados

Figura 22. Respuestas incorrectas

En el problema 1.2 (ver Figura 23) 17 estudiantes respondieron de manera correcta al argumentar que es verdadera la afirmación suministrada, evidenciando en su justificación un proceso de recomposición de unidades cuadradas para identificar el área de la figura C. Por su parte 6 estudiantes responden de manera incorrecta al no tener en cuenta las mitades de los cuadrados pertenecientes a la figura C *"…la superficie de la figura C es 6"*[76].

Sí, la figura B ocupa 16 cuadros en la superficie, mientras la figura C ocupa 8.

Es verdadera la afirmación ya que la figura C ocupa 8 cuadros y la figura B ocupa 16 cuadros y 8+8= 16

Si ya que el doble del área de la figura c es el área de la figura b

Figura 23. Respuestas estudiantes

En el problema 1.3 (ver Figura 24) los estudiantes en su mayoría respondieron correctamente, justificando su respuesta de manera similar "*…si sumamos los cuadritos de la superficie de la figura A es igual a la suma que realizamos en la figura D"*[77] ,se evidencia que existe comprensión sobre su noción de superficie puesto que realizan asociaciones aditivas para establecer comparaciones que inducen a la afirmación o negación de la proposición del problema.

Las figuras A y D si ocupan la misma cantidad de unidades(10 unidades)

No la afirmación es correcta por motivo de que las 2 figuras tienen la misma medida de adentro, que es igual a 10.

falso es verdadero porque la figura a tiene 10 cuadritos por la parte de adentro y la figura d lo mismo

falso es verdadero porque la figura a tiene 10 cuadritos por la parte de adentro y la figura d lo mismo

Figura 24. Respuestas correctas de estudiantes

En el problema 1.4 se plantea describir el proceso para calcular el resultado del área de la figura A, introduciendo el concepto de área en la afirmación, con el fin que los

[76] Respuestas de estudiantes
[77] Respuestas de estudiantes

estudiantes establezcan una relación entre el concepto y la forma del cómo se llegó a esa medida. A su vez se realiza la pregunta sobre la noción de área que tienen los estudiantes, en donde argumentan *"…es la medida de lo que está adentro de la figura"*[78].

Solamente 12 de los 23 estudiantes respondieron las dos preguntas que hacen parte del problema, 8 respondieron solamente una de las dos preguntas y tres respondieron de manera incorrecta. Es importante aclarar que los estudiantes en sus respuestas no referencian unidades de medida como múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado, relacionan las unidades como unidades cuadradas al ser cuadros las figuras visibles en la superficie de la figura (ver Figura 25).

el proceso es sumando todos los cuadros que tiene adentro la figura así me dió 10 y no encontré otra forma. Mi noción de área es la medida de lo que está dentro de la figura geométrica.

El proceso adecuado para llegar a ese resultado se tiene que contar los cuadritos lo cual da 10. el área de figuras planas son la cantidad de cuadros que se pueden formar dentro de la figura

Se llega a tal resultado sumando cada espacio que ocupa, es decir, cada cuadro de la figura "A" esto quiere decir que el área de las figuras planas es todo espacio que ocupa una figura en un plano.

Figura 25. Respuestas de los estudiantes

En el problema 1.5 (ver Figura 26) 17 estudiantes respondieron de manera correcta, sin embargo, algunos de ellos solamente se limitaron a calcular la suma de las áreas sin realizar una descripción del proceso, aclarando que la suma de las áreas la calcularon acertadamente; argumentan *"…para calcular la suma de las áreas conté los cuadritos de una figura y la sumé con los que conté de la otra"*[79]

[78] Respuestas noción de área de los estudiantes
[79] Respuestas de estudiantes

Llegue a este resultado sumando cada cuadro de la figura C la cual es 8 cuadros y de la figura D que son 10 cuadros y luego sume 10+8= 18 cuadros del plano.

Al unir las figuras contamos y sumamos los cuadros que se encuentran en el plano y podemos sacar el resultado que en este caso sería 18.

Si se suman las dos áreas daría un resultado de 18 unidades, ya que el área de la figura C es de 8 unidades y el área de la figura D es de 10 unidades. Se suman las 2 áreas y esto es igual a 18 unidades 10+8=18.

Figura 26. Respuestas problema 1.5

En el problema 2 (ver Figura 27) 13 estudiantes utilizan la interfaz del software Geoboard para el cálculo del área del cuadrado pequeño, argumentando en la socialización "…*se me hace más fácil mirando la figura en Geoboard, porque si la construimos ahí es más fácil calcular el área*"[80]. Por otra parte 6 estudiantes seleccionan la respuesta correcta, sin justificar su proceso.

Los estudiantes construyen la figura del problema dado en Geoboard, y realizan un proceso de recomposición de figuras en donde integran dos triángulos para contarlo como unidad cuadrada.

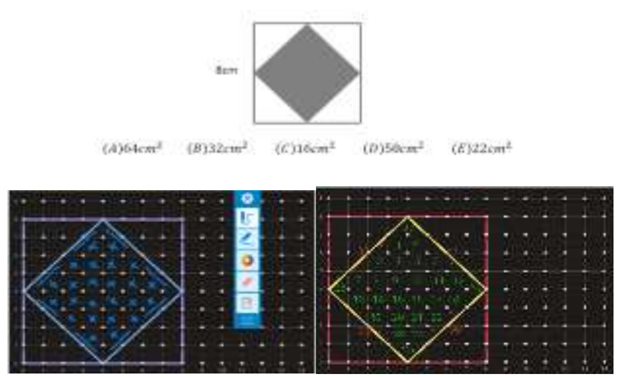



Figura 27. Soluciones problema 2 con Geoboard

80 Respuestas de estudiantes

Otras soluciones de la actividad y evidencias fotográficas del trabajo realizado por los estudiantes se muestran en los anexos (ver Anexo 3).

*Motivación por el aprendizaje.* Los estudiantes se muestran motivados por lo sucedido en la prueba anterior, manifestando que quieren resolver la prueba. Su interés es evidente debido a que antes de comenzar la prueba ya disponen del software Geoboard en su dispositivo con la configuración correspondiente.

Al explicar cómo se desarrolla la prueba, muestran ánimo y deseo de comenzar lo antes posible, realizan una lectura inicial de la actividad, expresando que parece fácil su resolución. Nuevamente se trabaja de manera individual con el fin de generar competencias en factores como aciertos, tiempo, participación y recursos utilizados.

*Logros.* A continuación, se muestran los logros alcanzados durante el desarrollo de la actividad:

- Los estudiantes utilizan el software Geoboard, para facilitar la comprensión de los problemas propuestos.
- Los estudiantes alcanzan una aproximación a la construcción del significado del concepto de área.
- A partir de la comparación de características de los polígonos iniciales, los estudiantes utilizan la deducción para la aproximación a la construcción del significado de área.
- Los estudiantes asocian la superficie de los polígonos con el significado del concepto de área.

*Dificultades*

- El tiempo destinado para la actividad.
- Nivel de comprensión lectora, evidenciada en la confusión de proposiciones verdaderas o falsas en los enunciados de los problemas.
- Algunos estudiantes presentan confusiones en las nociones de perímetro y área.
- Construcciones incorrectas en el primer punto, con consecuencias de soluciones erradas en algunos de los problemas siguientes.

A continuación, se presenta la relación para cada problema planteado en la actividad, con número de respuestas correctas e incorrectas en la actividad 2 (ver Figura 28).

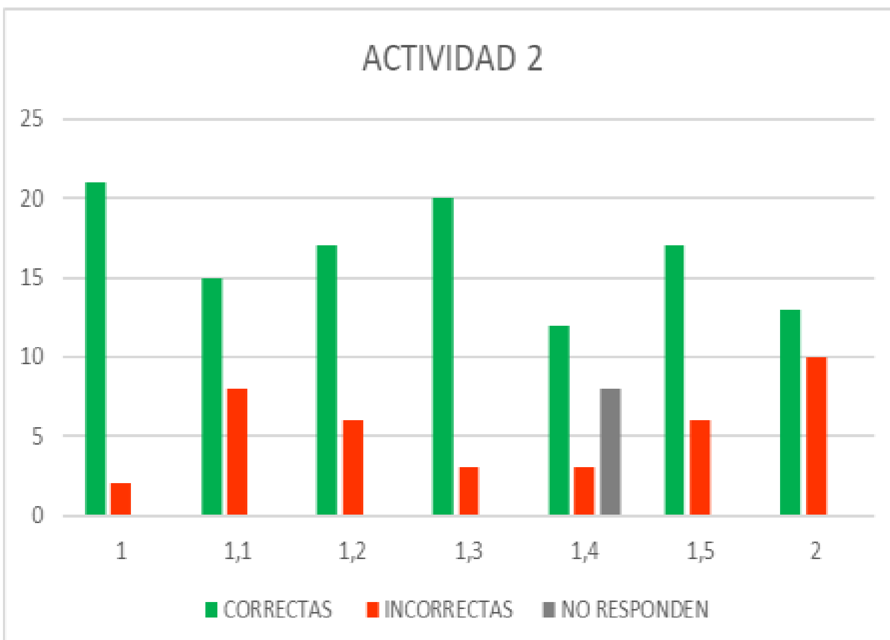



Figura 28. Resultados de la actividad 2

### 5.2.3. Actividad 3: Diferencias entre área y perímetro

*Desempeño de los estudiantes durante la actividad.* Se aplica la actividad 3 que está relacionada con el establecimiento de las diferencias entre perímetro y área en dónde se obtienen resultados con características particulares en la resolución de los cinco problemas que la conforman.

Para la resolución de la actividad se propone que el trabajo sea individual, proporcionando a los estudiantes la actividad de manera digital, en dónde se observa su trabajo, con el fin de obtener una solución total; durante el desarrollo el docente supervisa el avance del trabajo abriendo los documentos compartidos y aclarando las posibles dudas que se presenten.

Se inicia la aplicación de la actividad con una socialización en la cual los estudiantes expresan las nociones de perímetro y área, obtenidas y fortalecidas en la aplicación de las pruebas anteriores; sus repuestas de forma similar son "*… el perímetro es la suma de la medida de los lados de un polígono"*[81] *"…el área es la medida de lo que está dentro de la figura, es decir la medida de la superficie"*[82].

En el enunciado inicial se propone que los estudiantes construyan en Geoboard un polígono según su preferencia, es decir, que libremente pueden crear una figura geométrica utilizando las herramientas que proporciona la interfaz del software. Todos los estudiantes construyen sin dificultad el polígono de su preferencia, con la particularidad que ninguno optó por construir un polígono con diagonales. Se inicia con

[81] Respuestas de estudiantes
[82] Respuestas de estudiantes

una construcción inicial que es la base que sustenta la secuencia de los problemas siguientes (ver Figura 29).

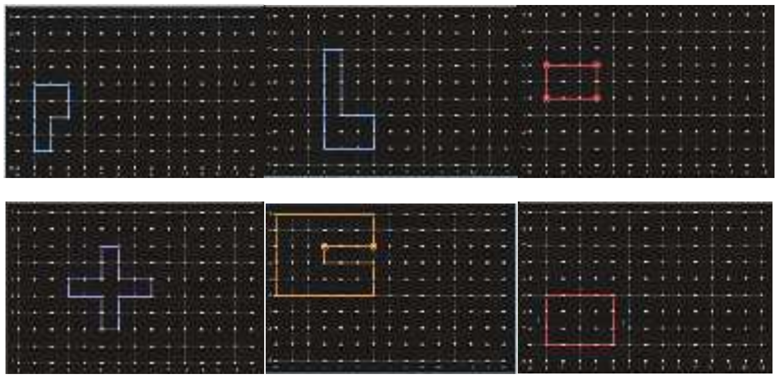


Figura 29. Polígonos creados por los estudiantes

En el problema 1 (ver Figura 30) 17 estudiantes realizan el cálculo correcto del perímetro y del área del polígono construido, justificando sus respuestas con operaciones aritméticas, mientras que 4 estudiantes calculan bien el perímetro, pero no el área y 2 estudiantes realizan cálculos incorrectos evidenciando confusión en los significados de los conceptos de perímetro y área.

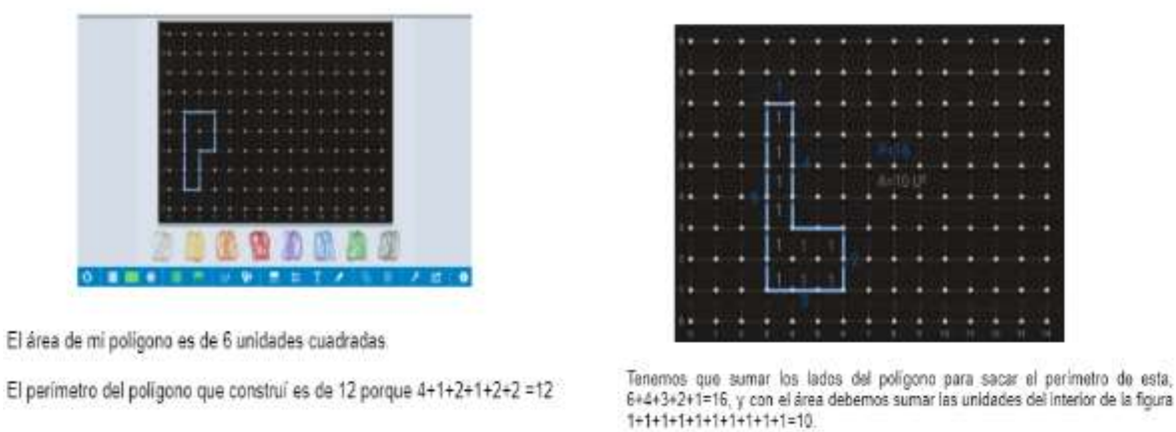



Figura 30. Soluciones problema 1

En el problema 2 (ver Figura 31) se solicita a los estudiantes que construyan un polígono de igual área que el que ellos crearon, pero con diferente perímetro, para lo cual los estudiantes toman bastante tiempo realizando ensayo y error en sus soluciones; sin embargo 16 estudiantes acertaron en su construcción argumentando en la socialización *"… me pareció difícil porque no encontraba un polígono de esa forma, lo que hacía era girarlo".*[83] Se evidencia entonces que el problema logra promover el pensamiento de los estudiantes, asumiendo éste como un problema que incita al reto de encontrar posibles soluciones. Por su parte 7 estudiantes construyen de manera equivocada el polígono con las características solicitadas.

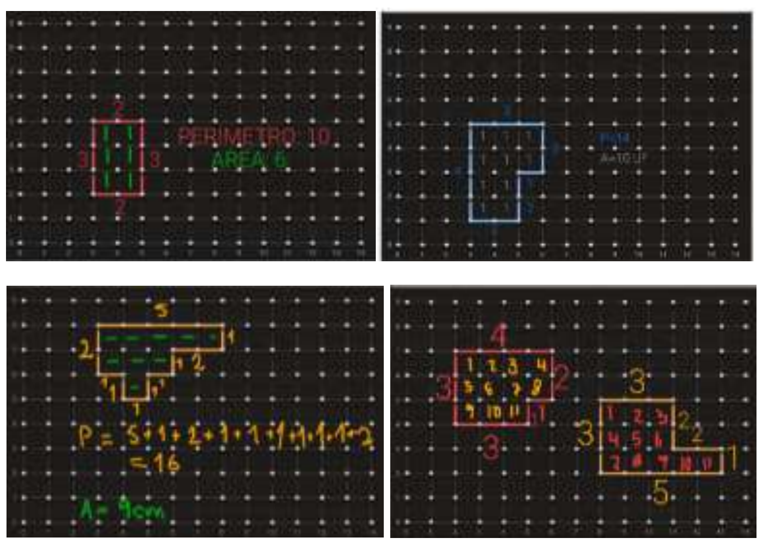



Figura 31. Soluciones problema 3

En el problema 3 (ver Figura 32) se sugiere a los estudiantes que construyan un polígono de igual perímetro que el que ellos crearon, pero con diferente área, retando así a los estudiantes a promover su pensamiento a través de relaciones aditivas utilizando la visualización en la construcción del polígono solicitado. Los estudiantes a

[83] Respuestas socialización con estudiantes

nivel general toman bastante tiempo para encontrar un polígono que cumpla con las características requeridas, en dónde 17 estudiantes logran construir la figura cumpliendo con los requerimientos especificados, manifestando en la socialización *"… tuve que pensar y ensayar muchas veces porque en algunas figuras coincide el área, pero no el perímetro"*[84]. Por su parte 6 estudiantes construyen polígonos incorrectos puesto que cumplen con la condición del mismo perímetro, pero su área también coincide.

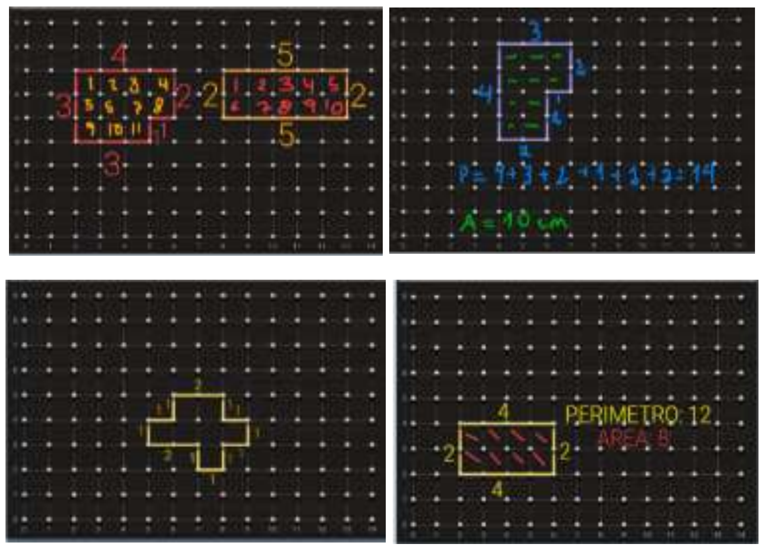



Figura 32. Soluciones problema 3

Se evidencia en sus soluciones un progreso en cuanto a la comprensión del significado del concepto de perímetro y área, debido a que en la socialización mencionan los conceptos con propiedad justificándolas desde una perspectiva de cálculo aritmético.

En el problema 4 (ver Figura 33) se solicita a los estudiantes que realicen una conclusión en relación con el área y perímetro de figuras geométricas, en la cual 17

[84] Respuestas de estudiantes

estudiantes muestran comprensión de los conceptos de área y perímetro, mientras que 6 estudiantes comprenden el concepto de perímetro mas no de área.

Respuesta: Puedo concluir que su relación es que cada uno mide una parte del polígono, así como el área mide el espacio dentro de la figura el perímetro mide la distancia que rodea aquella figura.

Respuesta: Puedo concluir que el área la sumatoria de cada uno de las unidades de la superficie de un polígono. Mientras que el perímetro es la sumatoria de todos los lados de un polígono.

Respuesta: Primero logré entender que es área y perímetro, el área es la medida de una superficie en un plano, y el perímetro es la suma de todos los lados de una figura geométrica. Se calculan más fácil usando el Geoboard.

Figura 33. Respuestas problema 4

En el problema 5 (ver Figura 34) se solicita a los estudiantes que establezcan diferencias entre perímetro y área, basándose en las construcciones realizadas en el desarrollo de la actividad y en las aproximaciones alcanzadas de los significados de los conceptos de perímetro y área, en donde se puede visualizar que la mayoría de los estudiantes establecen diferencias a partir de asociaciones aditivas basadas en la construcción y modelación de las figuras geométricas en el software Geoboard.

Respuesta: El perimetro es la medida de una figura alrededor y el área es la superficie que ocupa la figura.

Respuesta: La diferencia es que un perimetro es la suma de la medida de los lados, mientras el área es la medida de lo de adentro de cualquier polígono o sea la superficie que ocupa en un plano.

Respuesta: El área de un polígono es cuánto mide la superficie de una figura delimitada mientras que el perímetro se calcula sumando de los lados de una figura.

Respuesta: Con el perímetro se halla el contorno de una figura, y con el área se halla su superficie el espacio ocupado en el geoboard.

Figura 34. Soluciones problema 5

Otras soluciones de la actividad y evidencias fotográficas del trabajo realizado por los estudiantes se muestran en los anexos (ver Anexo 4).

*Motivación por el aprendizaje.* La introducción de la actividad es realizada por el docente, donde valora la importancia de la construcción de polígonos con una herramienta tecnológica, también indica que en caso de no contar con un software se puede trabajar en el plano cartesiano utilizando la regla para trazar rectas, estos aspectos sientan las bases para la motivación de la actividad. Dadas las indicaciones los estudiantes estuvieron a la expectativa de cómo utilizar el Geoboard como herramienta para realizar las construcciones solicitadas y así comprobar la utilidad de esta para una mejor comprensión. Esta actividad se distingue de las anteriores por los altos niveles de participación de los estudiantes, no sólo con aportes sino con preguntas formuladas por ellos, sin revelar sus soluciones.

*Logros.* A continuación, se muestran los logros alcanzados durante el desarrollo de la actividad:

- Aumento del interés de los estudiantes evidenciado en la felicidad expresada al saber que deben trabajar utilizando el software Geoboard.
- Los estudiantes alcanzan un nivel significativo de confianza al expresar sus dudas e inquietudes sin temor al error.
- A partir de la comparación de características de los polígonos construidos, los estudiantes utilizan la deducción para establecer diferencias entre perímetro y área.
- Los estudiantes describen el proceso para realizar cálculos relacionados con perímetro y área.

- La exploración en la construcción de las figuras que satisfacen las características implica una reformulación del polígono inicial para facilitar las soluciones que le siguen.

*Dificultades*

- El tiempo destinado para la actividad tuvo que extenderse para que los estudiantes logren realizar las construcciones de los polígonos con las características solicitadas.
- Comprensión de los enunciados de los problemas.
- Escasez en los argumentos o justificaciones de los estudiantes remitiéndose en su mayoría a la explicación aritmética.

A continuación, se presenta la relación para cada problema planteado en la actividad, con número de respuestas correctas e incorrectas en la actividad 3 (ver Figura 35).

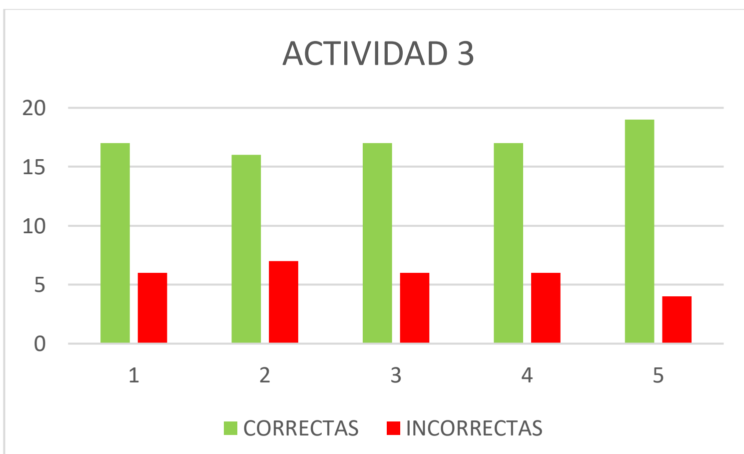



Figura 35. Resultados de la actividad 3

### 5.2.4. Actividad 4: Cálculos relacionados con área y perímetro

Se aplica la actividad 4 relacionada con el cálculo de perímetros y áreas, en donde se plantean seis problemas basados en figuras dadas y por construir, requiriendo de deducciones y asociaciones aditivas para completar los datos que hacen falta en cada figura, con el fin de dar solución a los puntos propuestos.

*Desempeño de los estudiantes durante la actividad.* Se propone a los estudiantes desarrollar la actividad de manera individual, con 13 estudiantes que realizan sus problemas de manera presencial y 10 estudiantes de manera virtual a través de conexión sincrónica por Google Meet debido a la contingencia por la pandemia (ver Figura 36).

Figura 36. Distribución de estudiantes para el desarrollo de la actividad

Los estudiantes realizan una lectura inicial de toda la actividad mostrando su interés en desarrollarla a cabalidad manifestando *"… se ve fácil, y tenemos herramientas para desarrollarla bien"*[85], sin embargo, algunos estudiantes expresan curiosidad y se evidencia motivación por los gráficos que resultan llamativos para ellos.

[85] Comentarios de estudiantes en la socialización inicial

En el problema 1 (ver Figura 37) 20 estudiantes completan la información del gráfico de manera correcta, siguiendo las pistas que proporciona el lienzo como requisito para posterior resolución de los tres problemas.

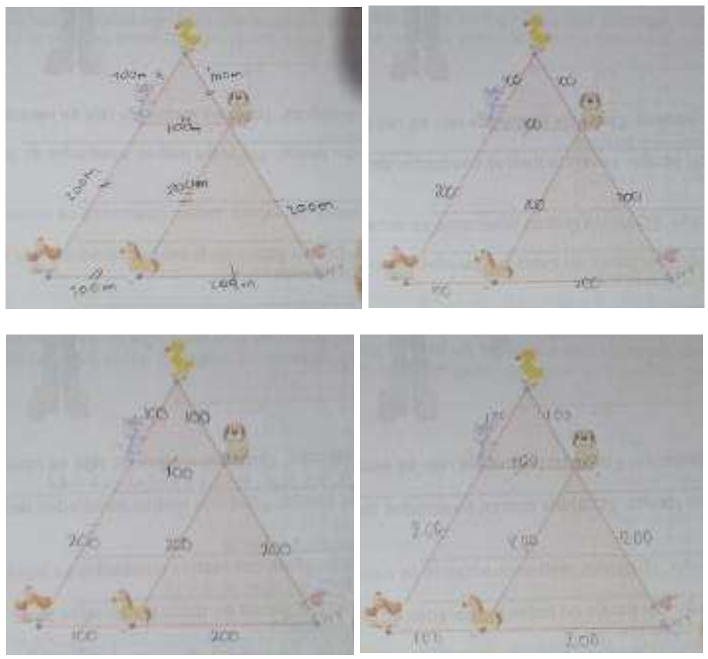


Figura 37. Soluciones Problema 1

Para completar los datos necesarios los estudiantes utilizan relaciones de congruencia en la longitud de los lados y definiciones de cuadrilátero y triángulo equilátero, manifestando en la socialización que algunos estudiantes intentan modelar la figura en el Geoboard para una mayor comprensión (ver figura 38).

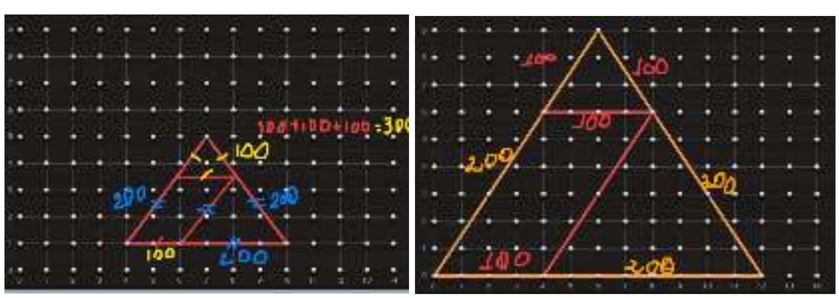


Figura 38. Construcción de la figura en Geoboard

En las soluciones de los estudiantes en los problemas consecuentes a la deducción de medidas de la figura, los 20 estudiantes que realizaron la correcta solución justifican sus respuestas algunos de forma aritmética y otros solamente se limitan a dar el valor del cálculo sin proporcionar justificación alguna. (ver Figura 39).

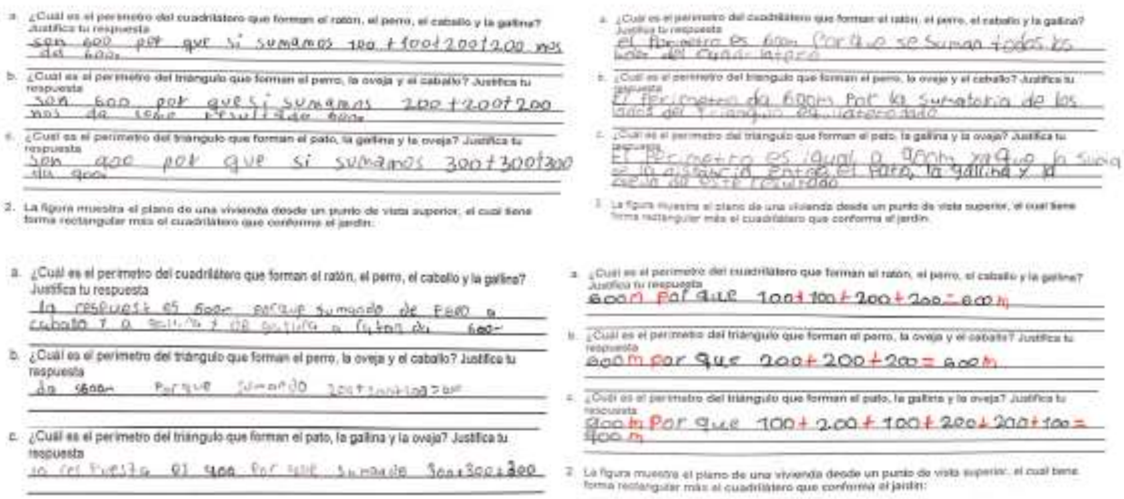


Figura 39. Soluciones ítems a, b, c del problema 1.

En el problema 2 (ver Figura 40) 19 estudiantes completan de manera correcta los datos del plano representado en la figura, por medio de deducciones con base en adiciones y asociaciones de lados, siendo necesaria la intervención del docente para recordar notación de unidades cuadradas de medida, solicitada por los estudiantes. Por su parte 5 estudiantes deducen de manera incorrecta dos medidas que inciden en errores presentes en los cálculos solicitados en algunos de los problemas derivados de la solución de la figura.

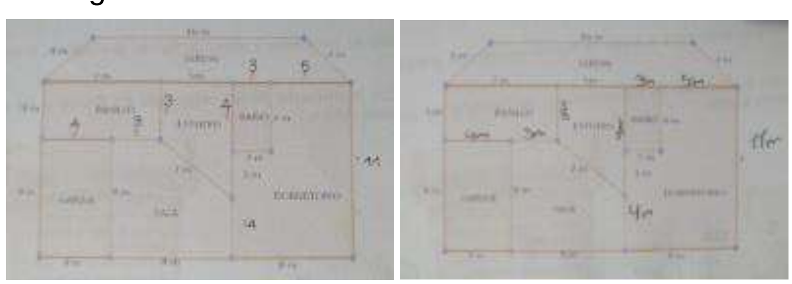
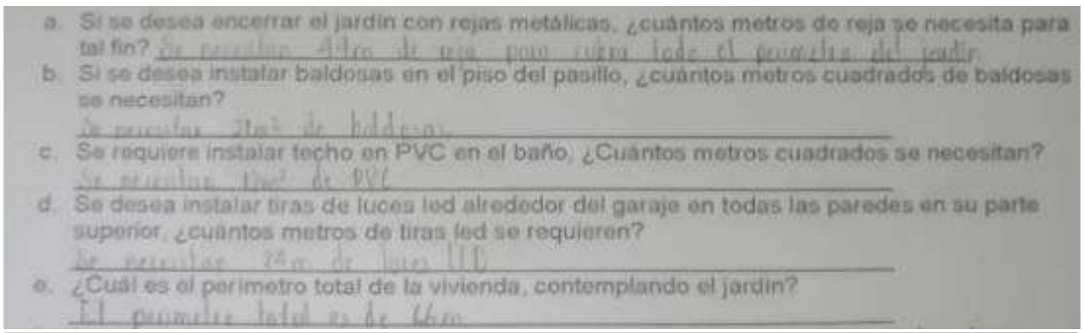


Figura 40. Soluciones Problema 2

En los problemas derivados de la figura inicial los 19 estudiantes realizan los cálculos correctos para su resolución, pero algunos de ellos no referencian la unidad de metros cuadrados, solamente limitan sus soluciones al cálculo numérico, lo cual no constituye una característica para valorarla como error, puesto que se formula la pregunta otorgando las unidades de medidas correspondientes (ver Figura 41).


a. Si se desea encerrar el jardín con rejas metálicas, ¿cuántos metros de reja se necesita para tal fin? [illegible]
b. Si se desea instalar baldosas en el piso del pasillo, ¿cuántos metros cuadrados de baldosas se necesitan?
[illegible]
c. Se requiere instalar techo en PVC en el baño, ¿Cuántos metros cuadrados se necesitan?
[illegible]
d. Se desea instalar tiras de luces led alrededor del garaje en todas las paredes en su parte superior, ¿cuántos metros de tiras led se requieren?
[illegible]
e. ¿Cuál es el perímetro total de la vivienda, contemplando el jardín?
[illegible]

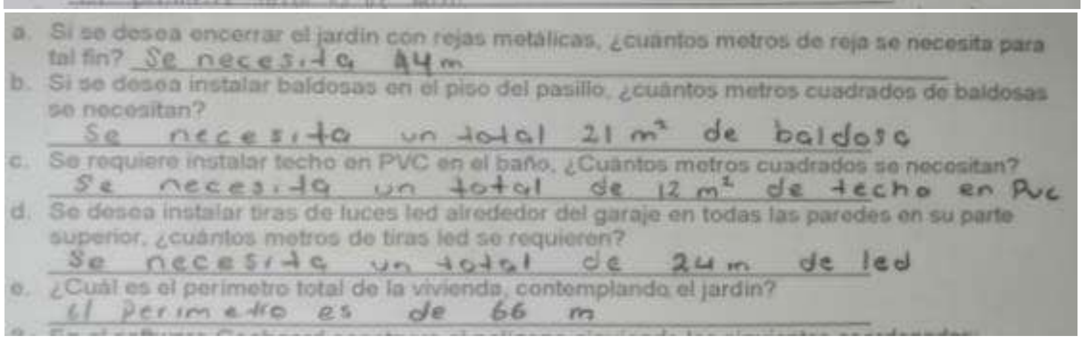

a. Si se desea encerrar el jardín con rejas metálicas, ¿cuántos metros de reja se necesita para tal fin? Se necesita 44 m
b. Si se desea instalar baldosas en el piso del pasillo, ¿cuántos metros cuadrados de baldosas se necesitan?
Se necesita un total 21 m² de baldosa
c. Se requiere instalar techo en PVC en el baño, ¿Cuántos metros cuadrados se necesitan?
Se necesita un total de 12 m² de techo en Pvc
d. Se desea instalar tiras de luces led alrededor del garaje en todas las paredes en su parte superior, ¿cuántos metros de tiras led se requieren?
Se necesita un total de 24 m de led
e. ¿Cuál es el perímetro total de la vivienda, contemplando el jardín?
el Perimetro es de 66 m

Figura 41. Soluciones ítems a, b, c y d del Problema 1

En problema 3 (ver Figura 42) 17 estudiantes realizan de forma correcta la construcción del polígono sugerido en Geoboard y calculan bien su área, la mayoría hallando el área de un cuadrado y luego multiplicándolo por cinco, con el fin de hallar el área total de la figura. Cabe resaltar que, con base en la socialización de la actividad anterior, algunos estudiantes mencionan que para calcular el área de un cuadrado multiplicaban dos de sus lados, aspecto que tuvieron en cuenta algunos de ellos para realizar sus cálculos. Por otra parte 6 estudiantes realizan cálculos incorrectos.

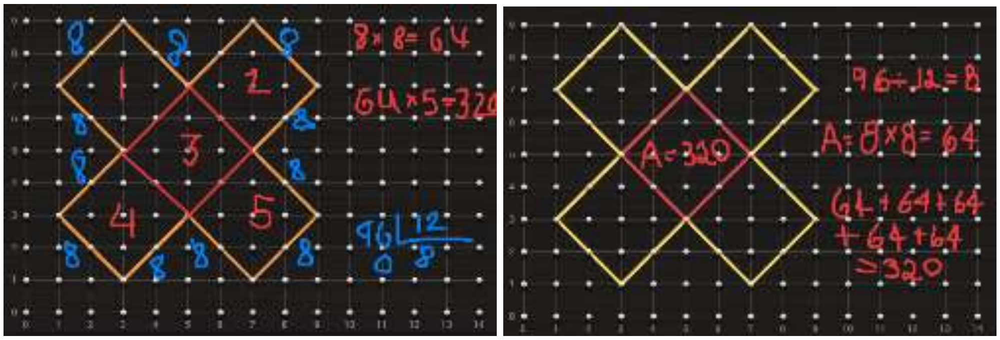



Figura 42. Soluciones problema 3

En el problema 4 (ver Figura 43) 23 estudiantes completan los datos de la figura proporcionada de manera correcta utilizando definiciones de triángulo isósceles y equilátero, así como relaciones de congruencia entre los lados que conforman la pista representada en la figura. Sin embargo, 5 estudiantes realizan el cálculo incorrecto de la pregunta planteada puesto que solamente referencian el problema con el perímetro de la figura, mas no tienen en cuenta que se pregunta sobre darle tres vueltas a la pista.

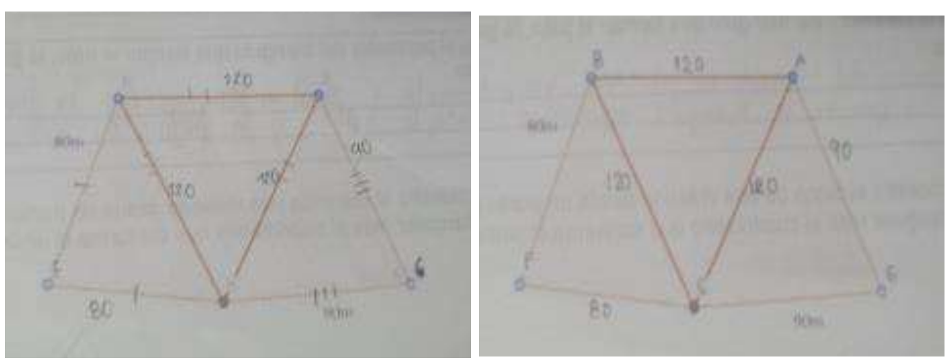



Figura 43. Soluciones Problema 4

Por su parte 18 estudiantes de los 23 comprenden la pregunta, algunos suman 3 veces su perímetro y otros multiplican el perímetro por 3 respondiendo 1.380 m.

En el problema 5 (ver Figura 44) los estudiantes realizan un proceso de recomposición de las unidades cuadradas que conforman el área sombreada, permitiendo así la posibilidad de contar las unidades que conforman el área. Sin embargo, aunque la mayoría realiza un proceso de recomposición solamente 14 estudiantes realizaron un cálculo correcto, mientras que 9 estudiantes contaron de manera incorrecta las unidades evidenciado en que se tuvo en cuenta la descomposición en cuadrículas de la zona sombreada pero no realizaron de forma correcta el cálculo.

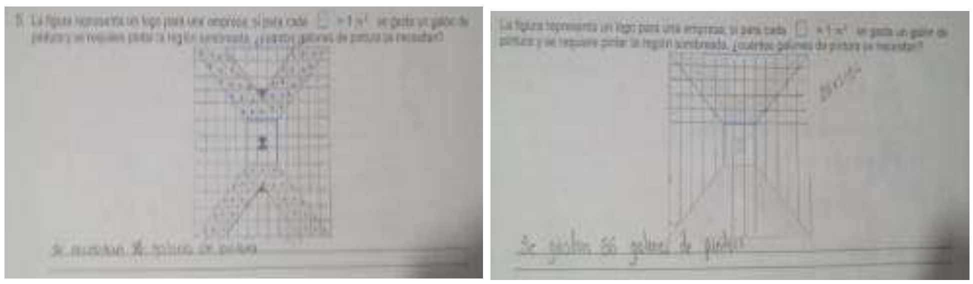


Figura 44. Soluciones problema 5

En el problema 6 (ver Figura 45) 18 estudiantes realizan cálculos del área de los polígonos por asociaciones aditivas o multiplicativas, o por simple conteo de las unidades cuadradas que se encuentran en la superficie de la figura, solucionando así de manera correcta al concluir que la superficie sombreada es la mitad del cultivo de rábanos. Por su parte 5 estudiantes realizan soluciones con errores en la comparación de las partes sombreadas y sin sombrear.

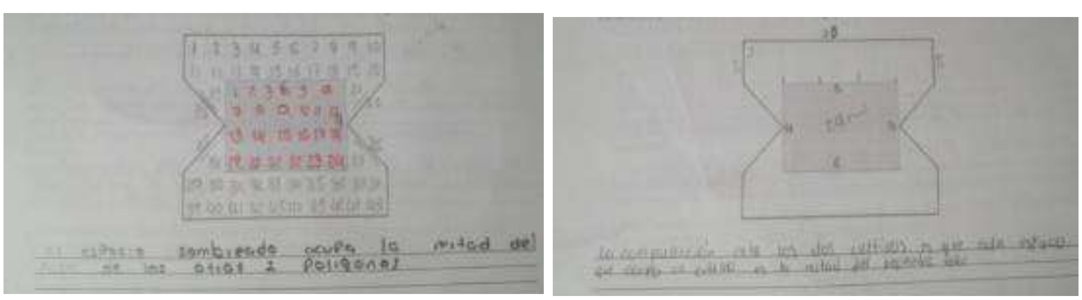


Figura 45. Soluciones problema 6

Otras soluciones de la actividad y evidencias fotográficas del trabajo realizado por los estudiantes se muestran en los anexos (ver Anexo 5).

*Motivación por el aprendizaje.* La introducción de la actividad es realizada por el docente, donde realiza la explicación de la actividad enfatizando en la necesidad de completar los datos que hacen falta en las figuras para dar solución a los problemas. Los estudiantes estuvieron a la expectativa de la resolución de la actividad puesto que, a diferencia de las anteriores actividades, se encuentran con gráficos que resultan llamativos. A su vez manifiestan curiosidad y alguna preocupación porque consideran que la actividad es de forma más compleja.

También manifiestan alegría al saber que pueden utilizar el software Geoboard para mejorar la comprensión de los enunciados y a su vez para la resolución de uno de los problemas planteados. Se continúa con la característica, como en la actividad anterior, de los altos niveles de participación de los estudiantes evidenciado en aportes y formulación de inquietudes con el fin de mejorar su comprensión.

*Logros.* A continuación, se muestran los logros alcanzados durante el desarrollo de la actividad:

- Aumento del interés de los estudiantes evidenciado en las expectativas y curiosidad que causa la lectura inicial de toda la actividad.
- Los estudiantes realizan comparaciones, estimaciones de medidas, realización de cálculos aditivos para la identificación de perímetros y áreas.
- Se evidencia comprensión de los conceptos de área y perímetro en la solución de los problemas planteados.
- Los estudiantes realizan justificaciones más elaboradas en comparación con las soluciones proporcionadas en actividades anteriores.

- Los estudiantes se muestran más seguros en la participación de la socialización final al terminar la actividad.

*Dificultades*

- El tiempo destinado para la aplicación de la actividad tuvo que extenderse, debido al tiempo requerido por los estudiantes para el análisis e identificación de los datos numéricos requeridos en algunos problemas.
- Escasez en los argumentos o justificaciones de los estudiantes remitiéndose en su mayoría a la explicación aritmética.
- Calidad de las impresiones de los estudiantes que trabajan desde casa.

A continuación, se presenta la relación para cada problema planteado en la actividad, con número de respuestas correctas e incorrectas en la actividad 4 (ver Figura 46).


Figura 46. Resultados de la actividad 4

### 5.2.5. Actividad N. 5: Afianzamiento de cálculos de áreas y perímetros

Se aplica la actividad relacionada con afianzar el cálculo de perímetros y áreas, en donde se plantean siete problemas que requieren la utilización de material manipulable

(Hojas, tijeras y regla) que son necesarios para la acción de completar los datos que se necesitan en las figuras dadas y por consiguiente realizar deducciones y asociaciones aditivas con el fin de dar solución a los puntos propuestos.

*Desempeño de los estudiantes durante la actividad.* Se sugiere a los estudiantes desarrollar la actividad de manera individual, en dónde cada estudiante cuenta con las hojas impresas, además de la posibilidad de hacer uso del software Geoboard. Se trabaja con modalidad virtual a través de conexión sincrónica por Google Meet debido a que no se cuenta con los estudiantes en la modalidad presencial.

En el problema 1 (ver Figura 47) 22 estudiantes realizan el corte de la hoja según la indicación del enunciado, toman las medidas de los dos rectángulos resultantes de la división, correspondientes a cada uno de los lados que los conforman para la asignación escrita de los datos en la figura propuesta en el problema. Así logran calcular el área de la hoja en su tamaño original que es 560 $cm^2$. Por su parte un estudiante no comprende el enunciado y corta la hoja de manera incorrecta propiciando así una solución errónea.

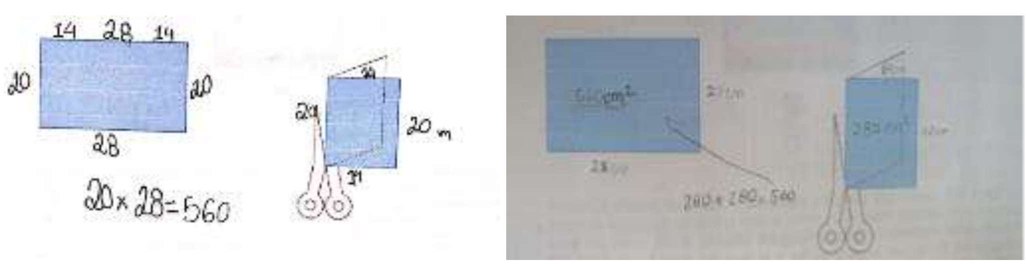



Figura 47. Soluciones problema 1

Al leer la sugerencia del enunciado del problema en dónde se brinda la posibilidad de usar el software Geoboard, dos estudiantes envían sus construcciones con medidas a escala, medio que utilizaron para la verificación de su respuesta (ver Figura 48).

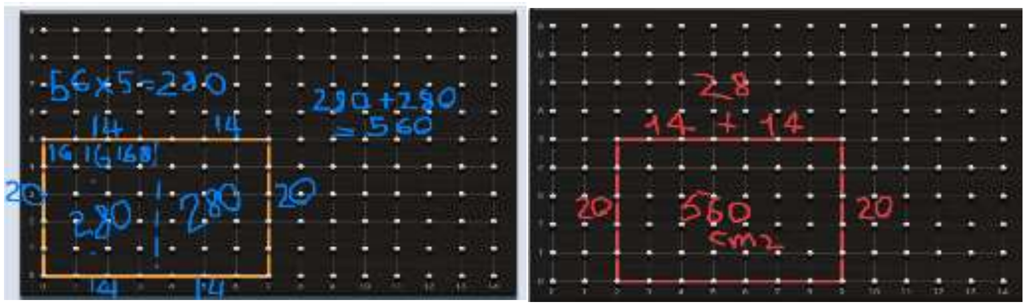



Figura 48. Representación problema 1 en Geoboard

En el problema 2 (ver Figura 49) 20 estudiantes completan la información del gráfico que se presenta, de manera correcta para dar solución a las tres preguntas que conforman el problema. Se evidencia comprensión de las preguntas con mejor redacción en la justificación de sus respuestas, al no limitarse únicamente al valor numérico sino también utilizando términos geométricos. Sin embargo 3 estudiantes no solucionan bien el problema al proporcionar medidas incorrectas al escenario y otros a los camerinos.

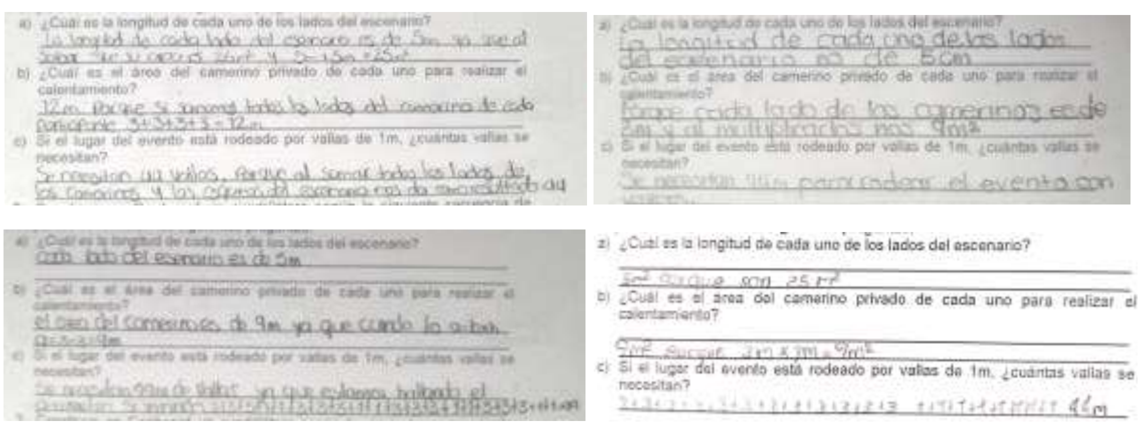



Figura 49. Soluciones Problema 3

En el problema 3 (ver figura 50) 19 estudiantes realizan correctamente la construcción del polígono solicitado en Geoboard, calculan solamente el área y el perímetro de uno de los triángulos al notar que son iguales.

Para identificar el valor de la hipotenusa de cada triángulo conformado dividen el perímetro del polígono entre cuatro correspondiente al número de lados del cuadrilátero. Por su parte 4 estudiantes realizan de manera correcta la construcción del polígono en el Geoboard, pero sus cálculos los realizan erróneamente al identificar el valor de las hipotenusas con 10 o 20 unidades.

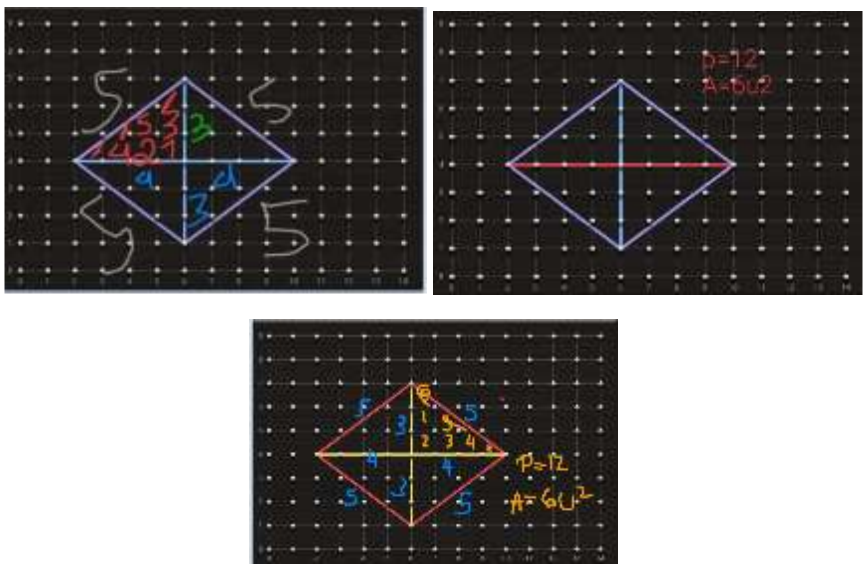


Figura 50. Soluciones Problema 3

En el problema 4 (ver Figura 51) 21 estudiantes completan los datos de la figura proporcionada correctamente, siendo evidente un proceso de deducción de medidas a partir de las pistas dadas, utilizando conceptos de igualdad, congruencia, altura, perímetro y área para su resolución (ver Figura 52). Por su parte 2 estudiantes realizan de forma correcta el cálculo del perímetro, pero presentan errores en el cálculo del área, debido a que solamente realizan la suma de las áreas de los cuatro triángulos y no tienen en cuenta el área del cuadrado.

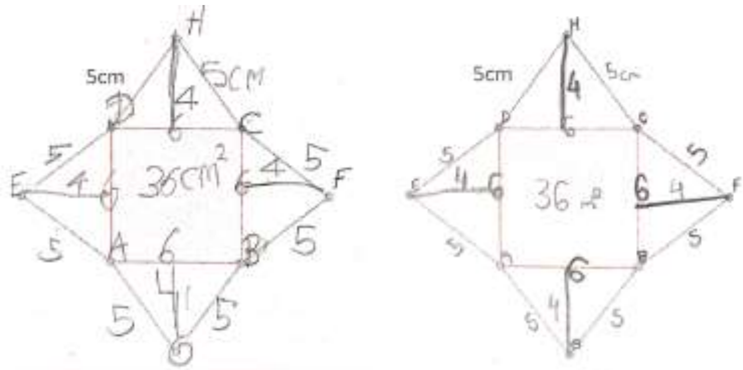
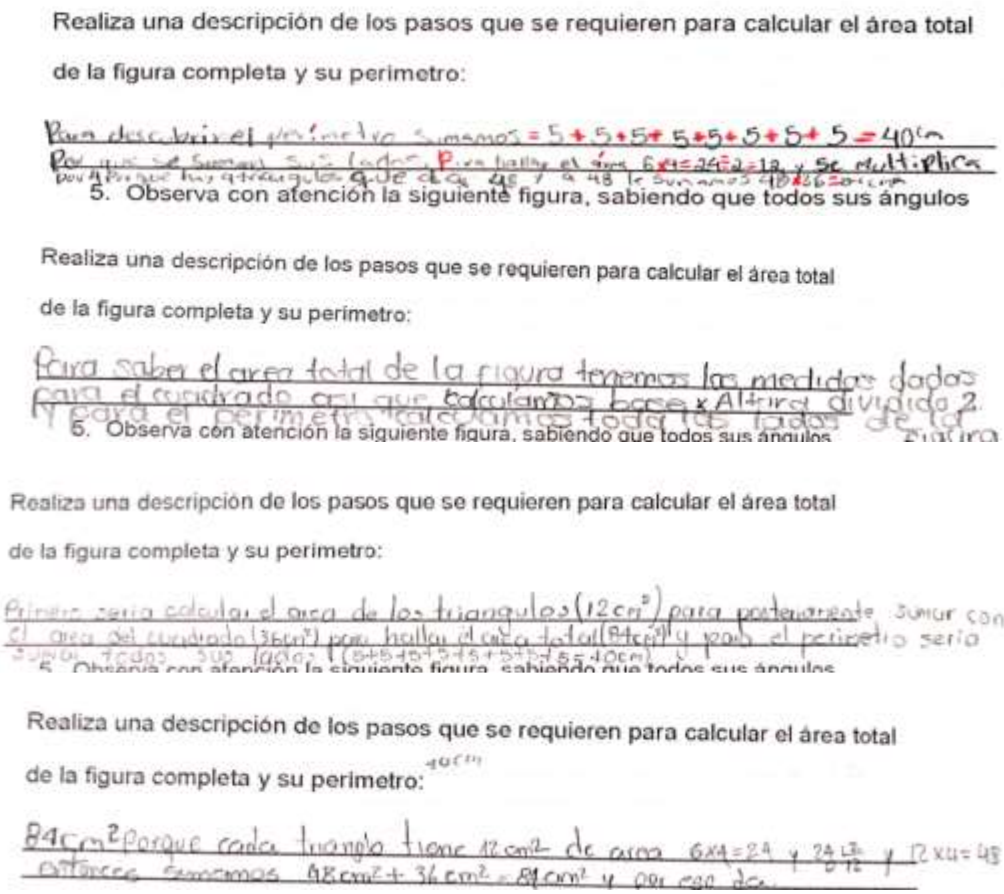


Figura 51. Soluciones Problema 4


Realiza una descripción de los pasos que se requieren para calcular el área total de la figura completa y su perimetro:

Para descubrir el perímetro sumamos = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 40 cm
Por que se suman sus lados. Para hallar el área 6x4 = 24 ÷ 2 = 12, y se multiplica por 4 porque hay 4 triangulos que da 48 y a 48 le sumamos 48+36 = 84 cm

5. Observa con atención la siguiente figura, sabiendo que todos sus ángulos

Realiza una descripción de los pasos que se requieren para calcular el área total de la figura completa y su perímetro:

Para saber el area total de la figura tenemos las medidas dadas para el cuadrado asi que calculamos base x Altura dividido 2 y para el perimetro calculamos todos los lados de la figura

5. Observa con atención la siguiente figura, sabiendo que todos sus ángulos

Realiza una descripción de los pasos que se requieren para calcular el área total de la figura completa y su perimetro:

Primero seria calcular el area de los triangulos (12 cm²) para posteriormente sumar con el area del cuadrado (36 cm²) para hallar el area total (84 cm²) y para el perimetro seria sumar todos sus lados (5+5+5+5+5+5+5+5 = 40 cm)

5. Observa con atención la siguiente figura, sabiendo que todos sus ángulos

Realiza una descripción de los pasos que se requieren para calcular el área total de la figura completa y su perimetro: 40 cm

84 cm² porque cada triangulo tiene 12 cm² de area 6x4 = 24 y 24 ÷ 2 = 12 y 12 x 4 = 48 entonces sumamos 48 cm² + 36 cm² = 84 cm² y por eso da

Figura 52. Respuestas de estudiantes Problema 4

En el problema 5 (ver Figura 53) se propone a los estudiantes calcular el perímetro de un polígono del cual se proporcionan las medidas de dos de sus lados. 19 estudiantes realizan cálculos correctos al asignar valores según su posición (horizontal y vertical), de tal forma que se presenta una equivalencia y congruencia entre la suma de esos valores y las medidas de los lados correspondientes.

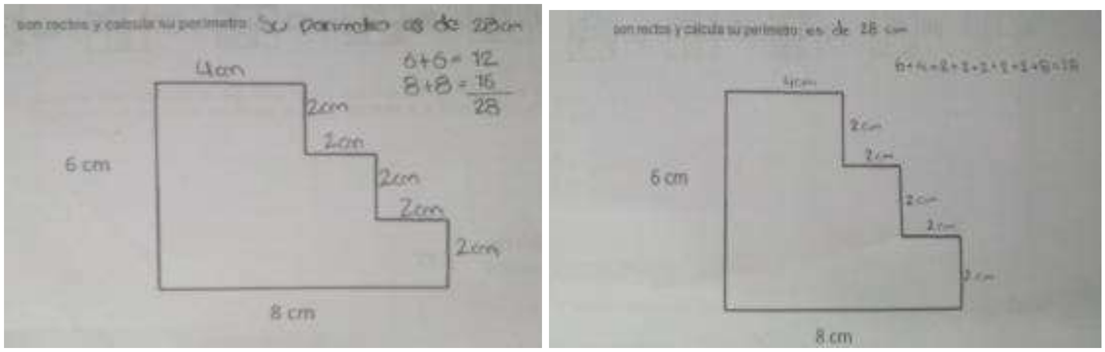



Figura 53. Soluciones Problema 5

Con estas deducciones los estudiantes logran establecer asociaciones aditivas que les permiten realizar el cálculo correcto del perímetro solicitado, además se presenta evidencia de la utilización de Geoboard con el fin de facilitar la visualización de la figura en descomposición por cuadrículas (ver Figura 54). Por su parte, 4 estudiantes realizan cálculos incorrectos al referenciar una suma de cuatro lados de igual longitud, dos a dos.

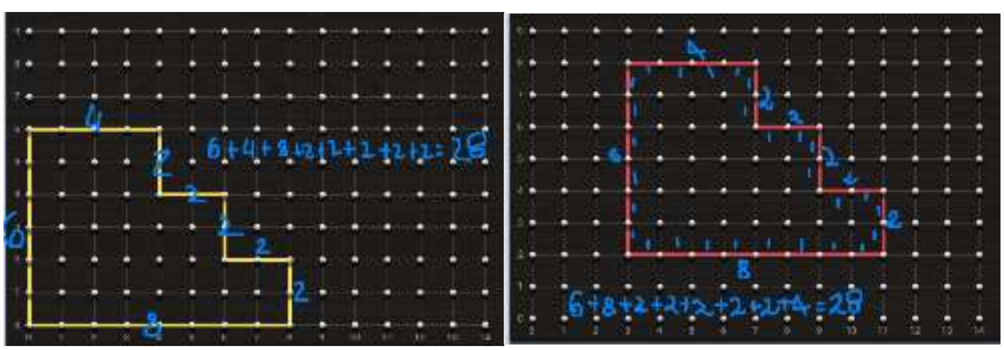


Figura 54. Representación Problema 5 en Geoboard

En el problema 6 (ver Figura 55) 20 estudiantes realizan soluciones correctas completando los datos de los triángulos isósceles, siguiendo las características que se exponen en el enunciado del problema, realizando una asociación del concepto de perímetro con el recorrido que deben realizar los atletas. Sin embargo 3 estudiantes confunden triangulo isósceles con triángulo equilátero evidenciado en las soluciones incorrectas que presentan al calcular el perímetro de cada triángulo con un valor de 150 m.

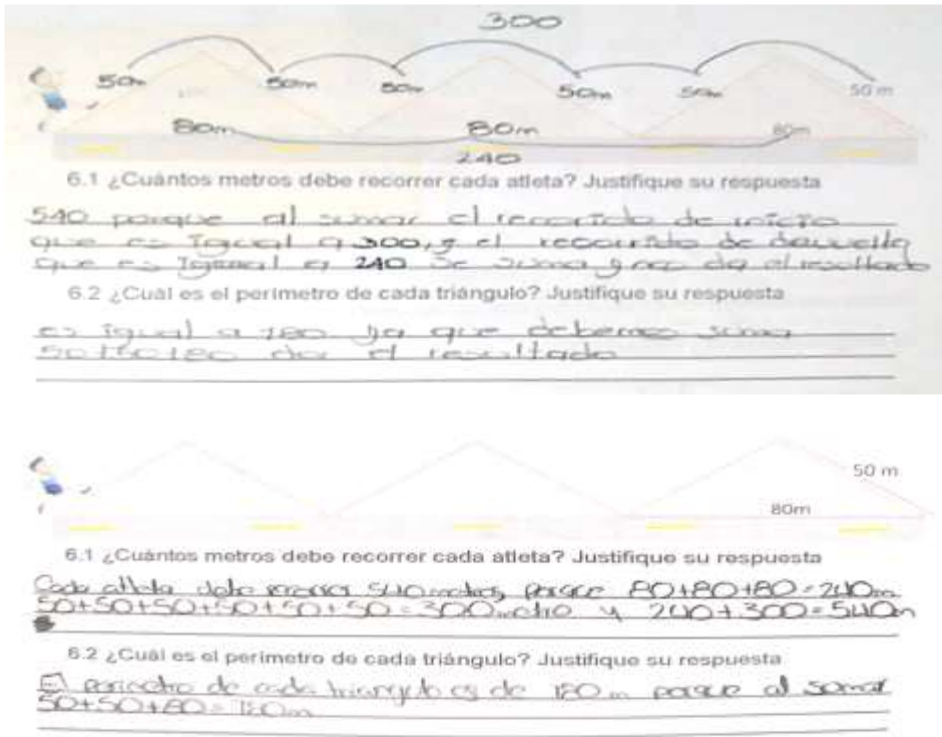



Figura 55. Soluciones Problema 6

En el problema 7 (ver Figura 56) 17 estudiantes realizan un proceso de comparación de las áreas sombreadas en cada figura, con el fin de identificar aquella que tiene mayor superficie sombreada, llegando así a identificar la respuesta correcta. Por su parte 6 estudiantes presentan confusiones al seleccionar de manera incorrecta la figura (C), argumentando en sus respuestas en socialización “*… es la que tiene más cuadritos sombreados, en por lo menos una parte”*[86]*.*

[86] Justificaciones de estudiantes

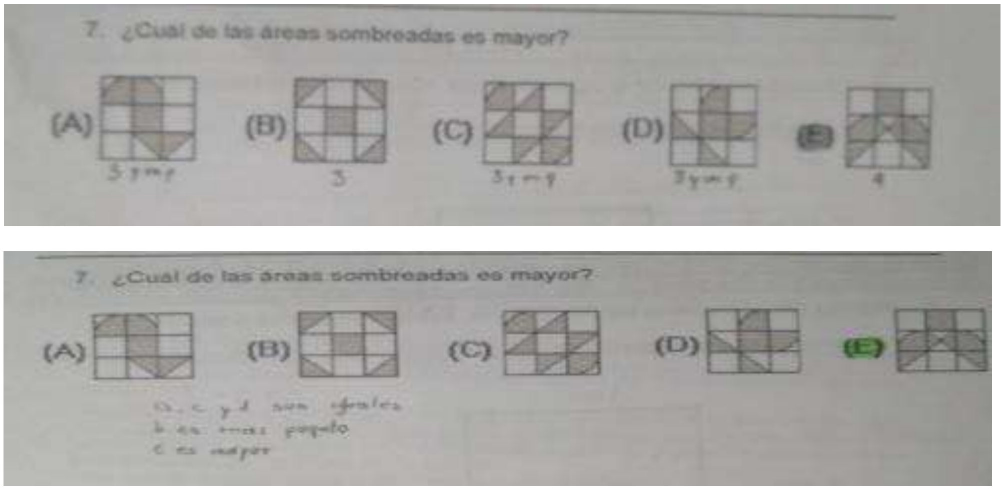



Figura 56. Soluciones Problema 7

Otras soluciones de la actividad y evidencias fotográficas del trabajo realizado por los estudiantes se muestran en los anexos (ver Anexo 6).

*Motivación por el aprendizaje.* Los estudiantes se muestran con mayor seguridad al resolver los problemas, con base en la participación en la socialización en el antes como introducción inicial y en la socialización final. El primer problema genera en los estudiantes una motivación extra al usar materiales manipulables tradicionales como hojas, tijeras y regla, que facilitan la comprensión del enunciado, teniendo en cuenta que se enfatiza en la posibilidad de utilizar medios tecnológicos como el Geoboard en la modelación y construcción de polígonos pertenecientes a la actividad.

*Logros***.** A continuación, se muestran los logros alcanzados durante el desarrollo de la actividad:

- Los estudiantes se muestran seguros y confiados en la resolución de los problemas propuestos.

- Se alcanza un nivel mayor de concentración en los estudiantes, evidenciado la autonomía y optimización del tiempo empleado.
- Los estudiantes en su mayoría comprenden el significado de los conceptos de perímetro y área, al calcularlos correctamente.
- Los estudiantes utilizan el software para la construcción y comprensión de los problemas planteados.

*Dificultades*

- La estabilidad en la conexión de algunos estudiantes.
- La calidad de las impresiones de la guía, siendo necesario aclarar datos que aparecen borrosos.

A continuación, se presenta la relación para cada problema planteado en la actividad, con número de respuestas correctas e incorrectas en la actividad 5 (ver Figura 57).

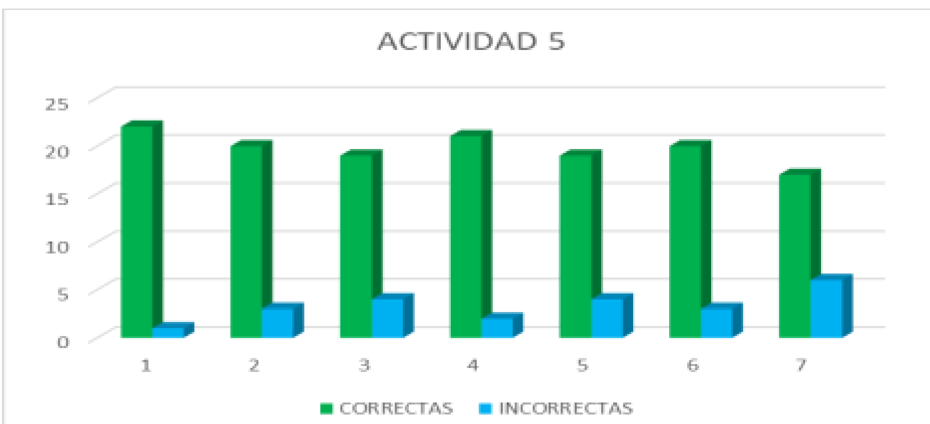



Figura 57. Resultados Actividad 5

### 5.2.6. Encuesta final a estudiantes participantes

La encuesta de satisfacción (ver Anexo 7) realizada tiene por objeto recoger la percepción de los estudiantes que participaron en el desarrollo de las actividades del presente trabajo investigativo, con el fin de identificar niveles de satisfacción que los estudiantes tienen con respecto al sistema de actividades para la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área.

La encuesta es aplicada a los veintitrés estudiantes del grado cuarto de primaria del Colegio de La Universidad Antonio Nariño, conformada por 6 preguntas que son valoradas con una escala de 5 a 1, siendo cinco (5) la mayor calificación y uno (1) la de menor calificación.

A continuación, se presentan los resultados de la encuesta aplicada, discriminadas cada una de las preguntas que la conforman.

En la pregunta (a) el 100% de los estudiantes encuestados consideran que las actividades desarrolladas motivan el estudio por la geometría (ver Figura 58).


Figura 58. Resultados pregunta (a)

En la p*regunta (b)* el 100% de los estudiantes encuestados afirman que el desempeño en la clase de matemáticas mejoraría si se aplican con mayor frecuencia este tipo de actividades (ver Figura 59).

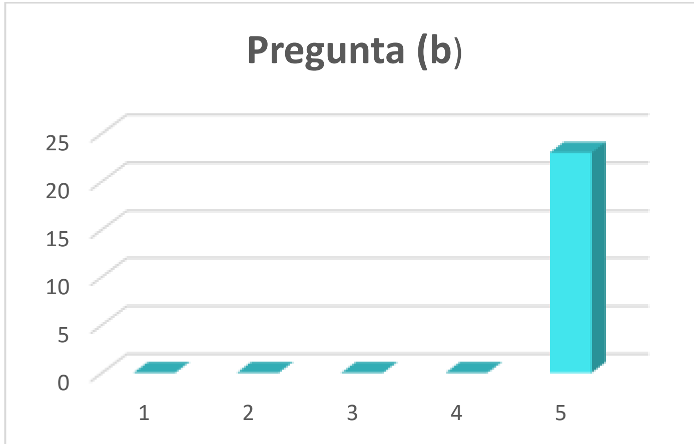



Figura 59. Resultados pregunta (b)

*En la pregunta (c) e*l 86,95% califican con mayor puntaje afirmando que las actividades propuestas constituyeron un reto para ellos; el 13,043% restante lo afirman, pero con puntaje alto (4) (ver Figura 60).

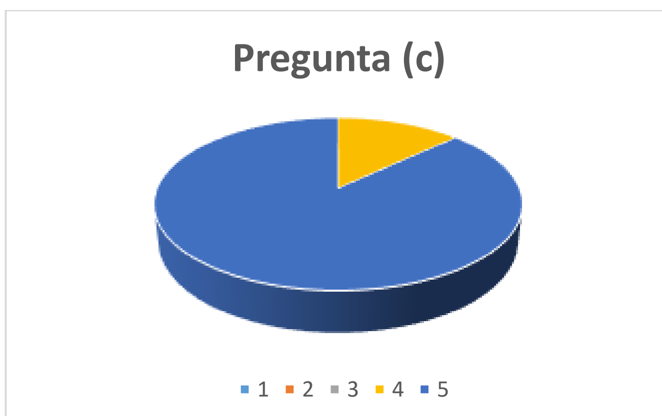



Figura 60. Resultados pregunta (c)

En la Pregunta (d) el 95,65% de los estudiantes consideran que el ambiente de aprendizaje construido fue óptimo, puesto que expresan en la socialización que la implementación de diferentes problemas y las herramientas que pueden usar, permite mayor comprensión y aprendizaje de área y Perímetro. Por su parte, el 4,35% de los estudiantes realiza la afirmación con calificación alta (ver Figura 61).

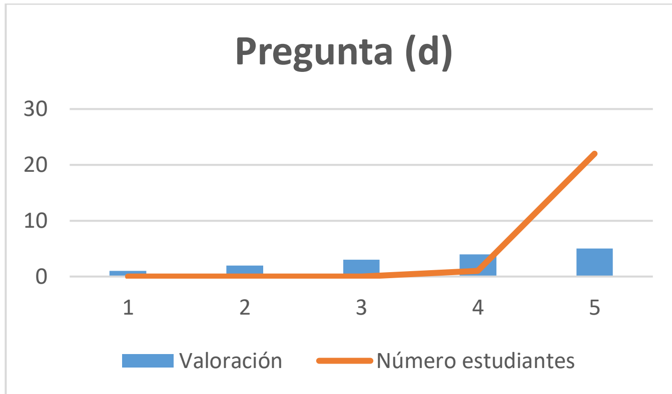



Figura 61. Resultados pregunta (d)

En la pregunta (e) el 100% de los estudiantes afirman haberse sentido motivados para la resolución de los problemas planteados en las actividades (ver Figura 62).

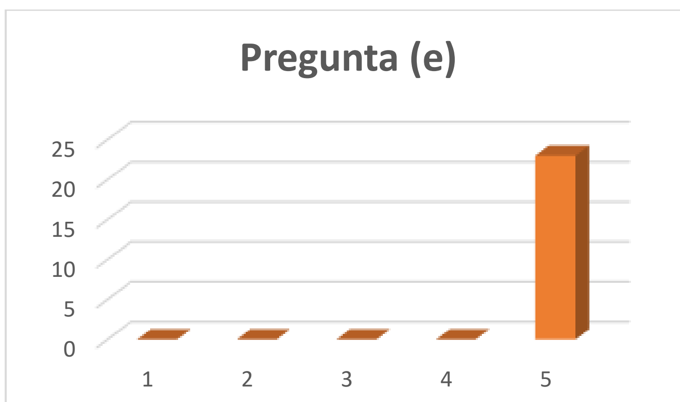



Figura 62. Resultados pregunta (e)

En la pregunta (f) el 100% de los estudiantes responden con la más alta clasificación, afirmando que la tecnología sirve como herramienta facilitadora para la comprensión de los conceptos de perímetro y área (ver Figura 63).

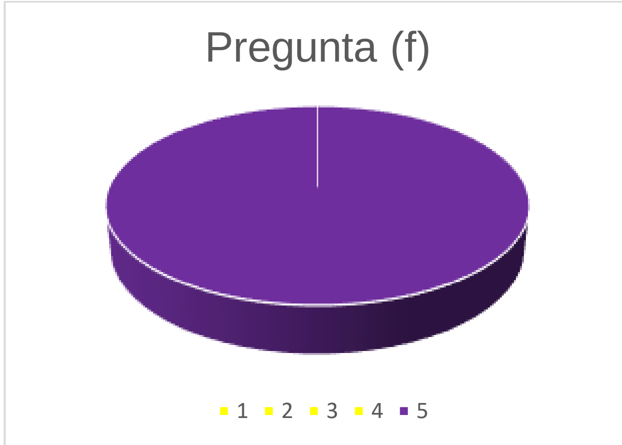



Figura 63. Resultados pregunta (f)

Estos resultados muestran altos niveles de satisfacción de los estudiantes con respecto a la implementación del sistema de actividades, evidenciado en la comprensión y construcción de los significados de los conceptos de perímetro y área, favoreciendo los procesos de enseñanza aprendizaje de la geometría en el nivel de primaria.

**Conclusiones capítulo 5**

El análisis de cada una de las cinco actividades que conforman el sistema que se propone en la investigación, permite realizar una descripción de la manera como son desarrollados cada uno de los problemas por parte de los estudiantes, haciendo uso positivo del error, por tratarse de actividades que inducen a la construcción de significados de conceptos geométricos.

En la respuesta a los problemas en los cuales se les solicita que justifiquen su resolución, se observa que los estudiantes presentan un progreso gradual en cuanto al lenguaje que utilizan en sus argumentos, evidenciados también en las socializaciones de retroalimentación que se llevan a cabo luego de cada actividad.

La implementación integral de instrumentos tradicionales y tecnologías de la información y comunicación, en este caso el software Geoboard, genera la oportunidad de identificar el modo, los medio y los procesos que realizan para la resolución de problemas relacionados con la construcción de significados de conceptos de perímetro y área.

La construcción y análisis de las figuras geométricas planas en Geoboard son para los estudiantes, una alternativa concreta, que usan para comprender y dar solución a los problemas, los cuales propician en las clases de geometría deducciones, comparaciones y asociaciones, que permite retener el aprendizaje del contenido geométrico.

## CONCLUSIONES

La investigación dirigida a favorecer el aprendizaje de la geometría, a través de la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área en estudiantes de grado cuarto de primaria, permite dar respuesta al objetivo. En los resultados destacan algunos elementos importantes, los cuales se relacionan a continuación:

- En el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, en particular sobre la construcción de significados de conceptos de perímetro y área, mediado por la integración de las TIC y materiales tradicionales en construcciones geométricas, fundamentado en la resolución de problemas y visualización, en el grado cuarto de primaria se destacan investigadores como: Jones, Mooney y Harries ( 2002); Rolet (2003); White (2004); Colette (2006); Nason (2012); Martínez (2013); Beleño (2013); Lavergne (2015); Leong (2016); Torres (2016); Hock, Yunus, Tarmizi y Ahmad (2015); Garrido (2015); Soury y Aldana (2016); Pérez (2016); García (2017); Lafaid (2018); Ginsburg (2019), entre otros.
- Los autores destacados en el estado del arte, proponen diferentes estrategias, alternativas, sistemas de actividades, que contribuyen al mejoramiento del proceso de aprendizaje de la geometría en los estudiantes. La mayoría de estos autores en sus trabajos enfatizan en el uso de los materiales didácticos tradicionales, la visualización, el razonamiento geométrico, las construcciones con regla y compás y la utilización TIC. Es importante mencionar, que es escaso el tratamiento en la literatura revisada en Colombia, sobre construcción de significados de conceptos geométricos en el nivel de primaria en aras de favorecer el aprendizaje de la geometría.

- La teoría de la resolución de problemas propuesta por Polya (1965), es una estrategia efectiva, acertada y motivadora con el fin de desarrollar en los estudiantes destrezas y habilidades necesarias para el aprendizaje de la geometría.
- En el trabajo con construcciones geométricas en el Geoboard, la visualización es un medio para la generación del conocimiento, ya que infiere en el descubrimiento de contenidos geométricos, asociaciones por características y desarrollo de habilidades geométricas.
- La enseñanza de la geometría a través del empleo del software de geometría Geoboard, potencia en los estudiantes niveles altos de aprendizaje, ya que estos mediadores son un recurso educativo que genera espacios de aprendizaje diferentes, lo cual incrementa la motivación de los estudiantes.
- Las TIC y específicamente el software Geoboard permite que los estudiantes realicen actividades de exploración y verificación de propiedades y relaciones de las figuras geométricas. Este proceso se lleva a cabo con herramientas que facilitan abordar de una mejor manera los conceptos de la geometría, lo que permite la modificación, sin alterar las propiedades y relaciones geométricas con que han sido construidos los objetos geométricos.
- En el inicio de la implementación de las actividades se observa que los estudiantes, tienen limitaciones en sus razonamientos, evidenciados en sus escasas justificaciones. Algunos estudiantes presentan dificultades con sus equipos de conexión reduciendo las posibilidades de tener éxito en su resolución.

Luego de la implementación de las actividades en la práctica escolar, se constatan los siguientes resultados:

- Los estudiantes desarrollan habilidades de observación, construcción, manipulación, argumentación y análisis. También a nivel individual los estudiantes adquieren seguridad evidenciado es sus justificaciones.
- En cada una de las actividades el desempeño de los estudiantes respecto al uso del software Geoboard es satisfactorio. El trabajo con el software, contribuye al desarrollo de estrategias en la resolución de problemas y habilidades visuales, relacionado con la segunda y tercera fase propuesta por Polya (1965).
- En el proceso de la resolución de problemas utilizando el software Geoboard como herramienta mediadora en las actividades, los estudiantes se familiarizan con los procedimientos geométricos basados tanto en la comparación directa como indirecta de las superficies y las longitudes. En este proceso logran utilizar procedimientos de descomposición y recomposición de las figuras de manera correcta.
- La teoría de resolución de problemas empleada para la solución de los problemas que conforman cada una de las actividades, contribuye a la construcción exitosa de los significados de los conceptos de perímetro y área en los estudiantes del grado cuarto de primaria.
- El uso de materiales manipulativos integrados con la tecnología incentiva en las estudiantes la motivación, creatividad y la curiosidad, así como contribuye a la comprensión y búsqueda de la solución.

- La capacidad de visualización se favorece con el uso de software Geoboard en la modelación de los problemas planteados. El 82,6 % de los estudiantes que participan de forma activa en el desarrollo de las actividades planteadas, logran alcanzar los objetivos propuestos.
- El 17,4% alcanzan el objetivo de manera parcial, dado que persisten confusiones en asociaciones de propiedades de las figuras geométricas y en cálculos de área.
- En el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría es esencial que los conceptos matemáticos de área y perímetro de figura planas no se limiten única y exclusivamente a la aplicación de fórmulas o cálculos aritméticos, debido a que no permite explorar e identificar características fundamentales que inducen a la construcción de sus significados, ni tampoco, reconocer la independencia que existe entre ellos.
- En el análisis de los datos obtenidos con la encuesta de satisfacción a estudiantes se aprecia una evaluación positiva tanto en la tasa de respuesta como en el grado de satisfacción global.

## RECOMENDACIONES

Las recomendaciones que se plantean teniendo en cuenta los resultados obtenidos, y el desarrollo total del trabajo de investigación son:

- Cuando se utiliza como mediador un software de geometría como Geoboard, el docente debe estar seguro que los estudiantes con los que va a trabajar tienen conocimiento previo del instrumento. De no ser así, es necesario dar espacio para la interacción de los estudiantes con él, para que no se pierda el objetivo de la intervención que es construir un significado de un concepto y no aprender a utilizar el software.
- El acompañamiento de los profesores durante el desarrollo de las temáticas es fundamental para garantizar el buen desempeñe de los estudiantes, el software por sí solo no genera alternativas de enseñanza y aprendizaje efectivos.
- El trabajo individual de los estudiantes no puede quedarse solamente en la solución de cada actividad, debe existir un espacio de socialización y justificación de respuestas que evidencien niveles de progreso en cuanto a seguridad, coherencia y argumentaciones acertadas sobre sus técnicas o procedimientos para la resolución de los problemas propuestos.
- Implementar nuevas herramientas tecnológicas en la clase de geometría para la construcción de significados de conceptos.

## BIBLIOGRAFÍA


Alcaide, J. (2016). Enseñanza de la geometría utilizando las TIC y materiales manipulativos como recurso didáctico en 4º de Primaria. España.

Aldana, E., & López, J. (2016). Matemáticas para la diversidad: un estudio histórico, epistemológico, didáctico y cognitivo sobre perímetro y área. *Rev.investig.desarro.innov, 7(1),*, 77-92.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52(3)*, 215-241.

Arcia, D. (2020). *Razonamiento sobre los conceptos de área y perímetro, a partir de las fases de aprendizaje del modelo de van Hiele en estudiantes de grado tercero.* Aprtadó: Universidad de Antioquia.

Arnheim, R. (1969). *Visual Thinking.* Los Angeles: University of California Press.

Balacheff. (1996). Artificial Intelligence and Real Teaching'. *Springer Verlag*.

Ballester, P., & otros, y. (1992). *Metodología de la enseñanza matemática. Tomo I y II.* La Habana: Pueblo y Educación.

Beleño., J. I. (2013). *Área y perímetro de polígonos y regiones poligonales.* Bogotá.

Berumen, S. (2008). *Evolucion y desarrollo de las TIC en la economía del conocimiento.* Madrid: Editorial del economista.

Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. . *Didáctica de las matemáticas.*, 65-95.

Cabero, J. (2007). Las nuevas tecnologías en la Sociedad de la Información. *Universidad de Sevilla*.

Callejo, M., & Vila, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de poblemas: Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la Educación Secundaria. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 173-194.

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las tic en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.*, 171-194.

Clements, D. &. (1992). Geometry and spatial reasoning. . *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* .

Colette Laborde, C. K. (2006). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education, Chap. Teaching and Learning Geometry with Technology.* Brill | Sense.

-Cortés, V. P. (2004). *Aprendizaje significativo: educar para la vida.* Mexico: Trillas S.A.

Cudmani, L. (1998). La resolución de Problemas en el aula. *Revista brasilera Ensino de física, 20*, 75-85.

Cullen, C. J., T.Hertel, J., & Nickels, M. (2020). The Roles of Technology in Mathematics Education. *The Educational Forum (vol. 84* (págs. 166-178). Routledege.

Dindyal, J. (2015). Geometry in the early years: A commentary. *ZDM, 47(3)*, 519-529.

Douaire, J., & Emprin, F. (2015). Teaching geometry to students from five to eigth years old. *CERME 9 - Noveno Congreso de la Sociedad Europea de Investigación en Educación Matemática , Universidad Charles de Praga*, 529-535.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. . *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century.*, 37-51.

Falk, M. (1980). *La enseñanza a través de problemas.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño.

García A., J. J. (2017). Calidad de la educación primaria en Colombia: conceptualizaciones y tendencias. *Escenarios 15 (2)*, 53-62.

Garrido, E. (2015). *La enseñanza del concepto de área y perímetro de polígonos a través del Geoplano.* Medellín: Tesis Universidad Nacional De Colombia.

Ginsburg, H. P. (2019). MathemAntics: A Model for Computer-based Mathematics Education for Young Children. *Infancia Y Aprendizaje 42.2*, 247-302.

Glaserfeld, E. (1987). *The Construction of Knowledge.* Seaside, Intersistems Publications.

Guner, P., & Akyus, D. (2017). Preservice middle school mathematics teachers knowledge about student's mathematical related to perimeter and area. *The Eurasia Proceedings of Educational and Social Sciences 6*, 61-67.

Gutiérrez, A. (1996). *Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework.* Valencia, España: Proceedings of the 20th P.M.E. Conference, 1 (pp. 3-19).

Gutierrez, A. (2006). *La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la.* Badajoz: De la Fuente, M. (eds.).

Guzman, M. (1996). *Ensayos de visualización en análisis matemático: elementos básicos del análisis.* España: Pirámide.

Hock, T. T., Yunus, S. A., Tarmizi, R. A., & Ahmad, F. M. (2015). Understanding Primary School Teachers' Perspectives of Teaching and Learning in Geometry: Shapes and Spaces. *International conference on Research and Education in Mathematics (ICREM7)*, (págs. 154-159). Serdang, Malasia.

Hoffer, A. (1983). *Van Hiele - basedresearch. R. Lesh & M. Landau.* Florida: Acquisition of mathematics concepts and processes (pp. 205-227).

Huberman, M. B. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded source.* Newbury: Sage.

Jones, K., Mooney, C., & Harries, T. (2002). Trainee primary teachers' knowledge of geometry for teaching. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 22(2), 95-100. (s.f.).

Jones, K., Mooney, C., & Harries, T. (2.002). Trainee Primary Teachers' Knowledge of Geometry for teaching. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, (págs. 95-100).

Jurado Hurtado, F. M. (2005). Diseño de una entrevista socrática para la construcción del concepto de suma de una serie via áreas de figuras planas (Tesis de maestría). Antioquia, Colombia: Universidad Antioquia.

Kaiser, G. (2017). Actas del 13º Congreso Internacional de Educación Matemática. *ICME 13- TSG12* (pág. 429). Hamburgo, Alemania: Springer.

Kesan, C., & Caliskan, S. (2013). The effect of learning geometry topics of 7th grade in primary education with dynamic geometer's sketchpad geometry software to success and retention. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 131-138.

Krulik, S., & Rudnick, J. (1989). *Problem solving: a handbook for senior high school teachers.* Boston: Allyn and Bacon.

L. Burton, K. S. (1982). *Thinking Mathematically: Thinking Mathematically.* Madrid: Labor.

Lafaid, E. (2018). Geometry for life and its teaching. *AIBI*, 34-63.

Leong, J. Y.-K. (2016). Teaching and Learning of Geometry in Primary School. *Paper presented at 21st Asian Technology Conference in Mathematics.* Thailand.

Llorente, J. S., Giraldo, I. B., & Monroy, S. (2016). Análisis del uso de las tecnologías TIC por parte de los docentes de las Instituciones educativas de la ciudad de Riohacha. *Omnia, 22*, 50-64.

MARTÍNEZ, M. (2007). *La Investigación cualitativa etnografía en educación.* España: Ed. Mad.

Martínez, R. (2013). Perímetro y Área. Un problema en futuros maestros. *Números*, 65-85.

Meel, D. (2003). Models and theories of Mathematical Understanding: Comparing Pirie and Kieren's Model of the Growth of Mathematical Understanding and APOE theory. *CBMS Issues in Mathematics Education, 12*, 132-181.

Miguel, M. M. (2007). *La investigación cualitativa etnográfica en educación.* España: Editorial Mad.

Nason, R., Chalmers, C., & Yeh, A. (2.012). Facilitating growth in prospective teachers' knowledge: teaching geometry in primary schools. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 227-249.

Nuñez, E. (1985). Enseñanza de la geometría y didáctica genética. *Enseñanza de las ciencias*, 131-135.

Pacheco, A. (2016). *Buenas prácticas en uso de tic en las escuelas innovadoras del caribe colombiano.* Cartagena, Colombia.

Pérez D., D. C. (2016). *Construcción de significado robusto para el concepto de área y caracterización del pensamiento geométrico involucrado en los estudiantes de sexto grado.* Bogotá D.C: Universidad Antonio Nariño.

Pérez, F. (2004). *Olimpiadas Colombianas de mMatemáticas para primaria 2000-2004.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño.

Perornard, M., Crespo, N., & Velásques, M. (2000). La evaluación del conocimiento metacomprensivo en alumnos de educación básica. *Signos*, 33-47, 167-180.

Piaget, J. (1978). *La iniciación matemática, las matemáticas modernas y la psicología del niño.* Madrid: Alianza editorial, Pág 184.

Pirie, S. E., & Kieren, T. E. (1994). "Beyond Metaphor: Formalising in Mathematical Understanding within Constructivist Environments." For the Learning of Mathematics. *vol. 14, no. 1, FLM Publishing Association*.

Pirie, S., & Kieren, T. (1989). A recursive theory of mathematical understanding. *For the Learning of Mathematics , 9 (3)*, 7-11.

Polya, G. (1965). *Como Plantear y Resolver Problemas.* México: Trillas S.A.

Prieto, N. J., Juanena, J. S., & Star, J. R. (2014). Designing Geometry 2.0 learning environments: a preliminary study with primary school students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 396 - 416.

Rojas, O. (2009). *Modelo didáctico para favorecer la enseñanza - aprendizaje de la geometría con un enfoque desarrollador.* Holguín: Tesis doctoral no publicada. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. .

Roldán, T. L. (2008). *Concepción didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.* La Habana: Web.

Rolet, C. (2.003). Teaching and learning plane geometry in primary school: acquisition of a first geometrical thinking. *Proceedings of the European Research In Mathematics Education III Congress.* Lyon, Francia.

Romero, L. R. (2016). *Matemáticas para maestros de educación primaria.* Madrid: Ediciones Pirámide.

Sánchez I., J. (2001). *Aprendizaje visible y Tecnología invisible.* Santiago de Chile: Dolmen Ediciones S.A.

Sandín, E. (1998). *Métodos de Investigación.* México D.F.: Prentice Hall.

Santos, M. (2008). La resolución de problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y Práctica. *Cinesvat*, 1-24.

Shoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving.* Orlando: Academic Press.

Simpson, R. (1774). *Los seis primeros libros y el undécimo y duodécimo de los elementos de Euclides.* Madrid: D. Joachin Ibarra.

Sinclair, N., & Bruce, C. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. *ZDM 47*, 319-329.

Soury-Lavergne, S. M. (2015). Articulation of spatial and geometrical knowledge in problem solving with technology at primary school. *ZDM Mathematics Education 47*, 435-449.

The 14th International Congress On Mathematical Education. (2.018). *ICME 14-The 14th International Congress On Mathematical Education*. Obtenido de ICME 14.ORG: https://www.icme14.org/static/en/news/37.html?v=1559795797919.php

Torres, E. J. (2016). Scratch y videojuegos aplicados a la enseñanza de la geometría. Vigo, España.

Van Hiele, P. (1980). Levels of thinking, how to meet them, how to avoid them. *In presession meeting of the Special Interest Group for Research in Mathematics Education, National Council of Teachers of Mathematics*.

Van Hiele, P. M. (1957). *De Problematiek van het inzicht. Gedemonstreerd aan het inzicht van schoolkinderen in.* Obtenido de http://www.uv.es/gutierre/aprengeom/archivos2/VanHiele57.pdf

Vargas, G. (2013). El model de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*.

White, E. L. (2004). Teaching Mathematics Using the Internet.

**ANEXOS**

A continuación, se presentan evidencias de encuesta aplicada a docentes de matemáticas y soluciones de los estudiantes de las actividades diseñadas para el desarrollo del presente trabajo investigativo.

**Anexo 1. Encuesta a Docentes, análisis de resultados**

**Objetivo**: establecer características en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la educación del grado cuarto de primaria.

Estimado docente, su opinión y experiencia como docente de matemáticas es muy importante para el desarrollo de esta investigación, que busca crear una estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de las figuras geométricas planas. Muchas gracias por su colaboración.

1. ¿Considera que el tiempo destinado en la institución donde labora para la enseñanza de la geometría es suficiente para abordar los procesos a estudiar estipulados en el plan de estudios?

- ◯ Nunca
- ◯ Rara vez
- ◯ Algunas veces
- ◯ Casi siempre
- ◯ Siempre

2. ¿Utiliza herramientas tecnológicas que generan interés en los estudiantes, para la enseñanza-aprendizaje de la geometría en clase?

- ◯ Nunca

- ◯ Rara vez
- ◯ Algunas veces
- ◯ Casi siempre
- ◯ Siempre

3. ¿En el desarrollo de las clases propone situaciones problema que conlleven a una resolución a través de la manipulación de material concreto relacionado con figuras geométricas planas?

- ◯ Nunca
- ◯ Rara vez
- ◯ Algunas veces
- ◯ Casi siempre
- ◯ Siempre

4. ¿Utiliza estrategias para la enseñanza de área y perímetro que generen espacios para socialización de soluciones y posibles debates?

- ◯ Nunca
- ◯ Rara vez
- ◯ Algunas veces
- ◯ Casi siempre
- ◯ Siempre

5. ¿Considera que el uso de herramientas tecnológicas en la clase de geometría favorece la comprensión y aprehensión de conceptos como área y perímetro de figuras geométricas planas?

- ◯ Nunca
- ◯ Rara vez

- Algunas veces
- Casi siempre
- Siempre

6. Mencione una actividad propuesta por usted, en la clase de geometría, en la que sus estudiantes hicieron uso de material concreto o herramientas tecnológicas.

   ______________________________________________________________

   ______________________________________________________________

   ______________________________________________________________

7. Mencione las dificultades detectadas por usted en la enseñanza de áreas y perímetros de figuras geométricas en primaria.

   ______________________________________________________________

   ______________________________________________________________

   ______________________________________________________________

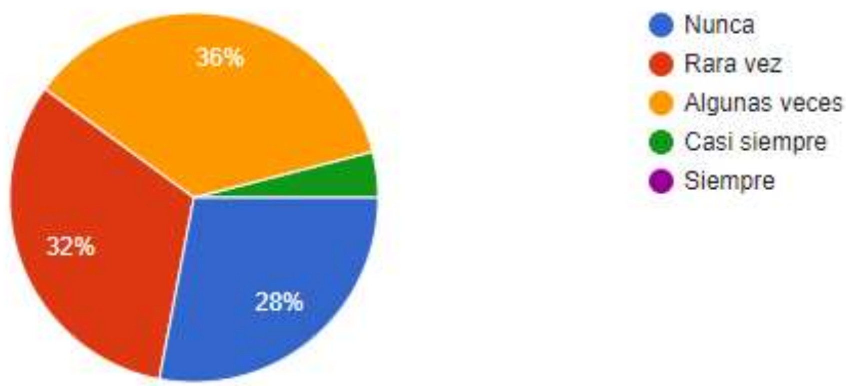
8. Mencione cuáles materiales o herramientas tecnológicas ha utilizado usted en la clase de geometría para el estudio de figuras geométricas planas y explique cómo favorecen su aprendizaje.

   ______________________________________________________________

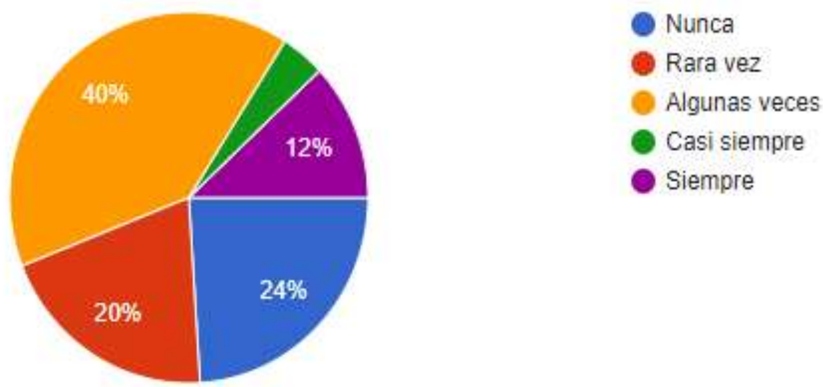
   ______________________________________________________________

**Análisis de resultados**

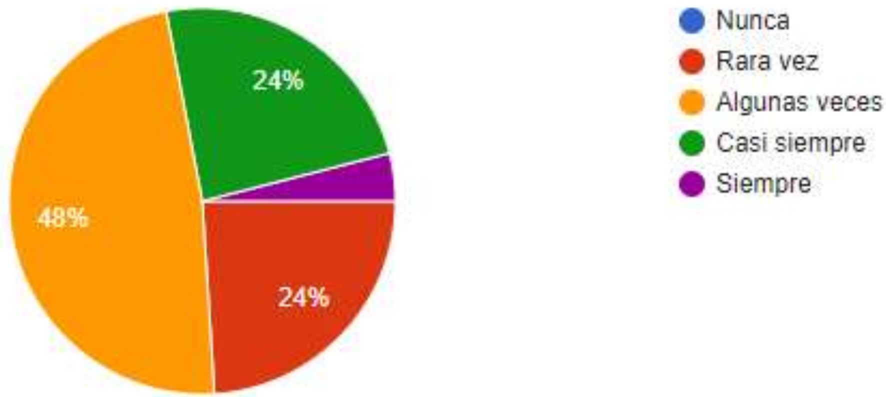
**¿Considera que el tiempo destinado en la institución donde labora para la enseñanza de la geometría es suficiente para abordar los procesos a estudiar estipulados en el plan de estudios?**



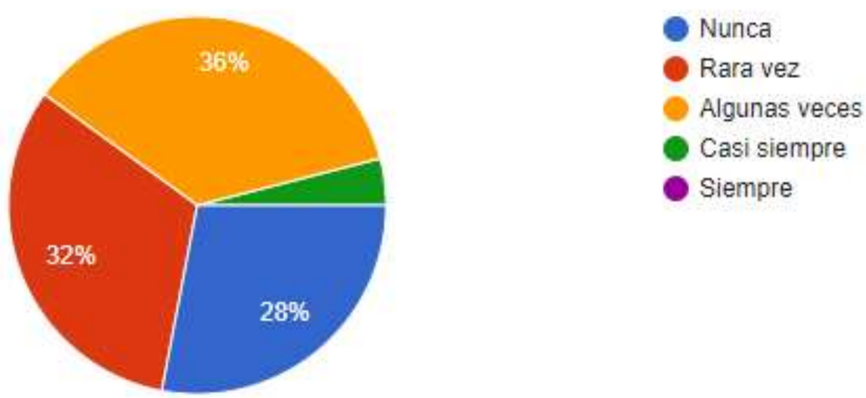

**¿Utiliza herramientas tecnológicas que generan interés en los estudiantes, para la enseñanza-aprendizaje de la geometría en clase?**



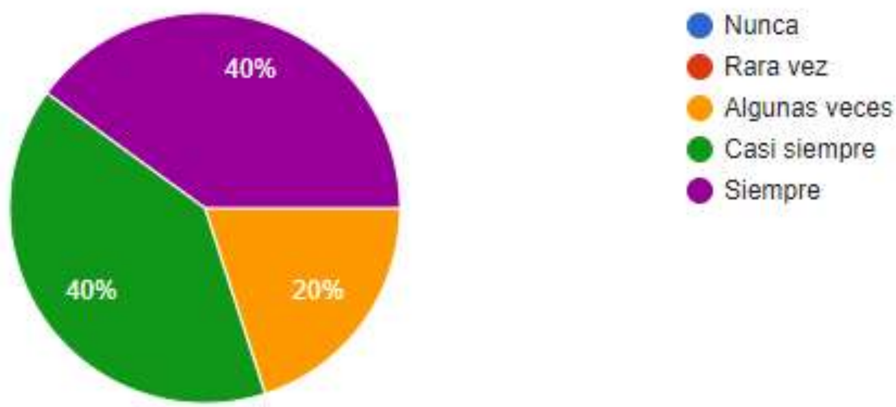

**¿En el desarrollo de las clases propone problemas que conlleven a una resolución a través de la manipulación de material concreto relacionado con figuras geométricas planas?**




**¿Utiliza estrategias para la enseñanza de área y perímetro que generen espacios para socialización de soluciones y posibles debates?**




**¿Considera que el uso de herramientas tecnológicas en la clase de geometría favorece la comprensión y aprehensión de conceptos como área y perímetro de figuras geométricas planas?**




**Mencione una actividad propuesta por usted, en la clase de geometría, en la que sus estudiantes hicieron uso de material concreto o herramientas tecnológicas.**

Respuestas de los docentes encuestados:

*-Realización de cometas. Los estudiantes primero realizan la cometa en Geogebra con sus respectivas mediciones luego, la realizan en forma real.*

*-En esta actividad se trabajan figuras planas y se desarrollan diferentes procesos de aprendizaje en los estudiantes y es una actividad que sirve para abarcar muchos temas de los triángulos, ángulos y teoremas.*

*-Elaboración de tangram para el análisis y revisión de los conceptos de área y perímetro en estudiantes de 6 y 7 grado.*

*-Construimos figuras geométricas planas de acuerdo a unas medidas dadas para los lados, haciendo uso de palos de pincho, y luego realizando un análisis.*

*-Trabajo con cuadrículas para observar áreas y perímetros.*

*-Relacionando el volumen del cilindro con el del cono para observar que el del cono es la tercera parte del del cilindro se usa material concreto, manipulativo que permita verificar la relación*

*-Calcular la medida de la hipotenusa formada entre un árbol y su sombra.*

*-Los estudiantes construyeron la representación gráfica del Teorema del ángulo recto con el programa DGPAD un software gratuito online que favorece la comprensión de las relaciones geométricas entre los objetos de estudio de la geometría euclidiana. En este caso los estudiantes construían sus circunferencias de tres formas distintas. Necesitaban diferenciar entre recta y segmento, entre punto de intersección y punto contenido. El programa facilita los procesos de validación desde la diferencia en las construcciones.*

*-Durante clases virtuales el uso de Geogebra y en la presencialidad construcción de prismas para hallar áreas superficial y volúmenes.*

*-Estudio de áreas y perímetros a través del tangram y construcción de figuras*

*-Pentominos, para comparar áreas y perímetros.*

*-Reconoce y ubica figuras geométricas y/o ángulos en tú entorno.*

*-Cuerpos geométricos. Elaboran las figuras en 3D y con ellas trabajo de vértices, caras, aristas.*

*-Hallar perímetro a partir de construcciones de triángulos con regla y compás.*

*-Actividad con dobleces para trabajar tipo de líneas y ángulos.*

*-Construimos figuras geométricas con lana en el patio del colegio, contamos vértices, lados y medimos su perímetro.*

*-Elaboración de prismas.*

*-Tomar el área del aula y sus elementos para recrear nuevo espacio, que permita romper con las estructuras del ambiente al tomar las clases*

*-Clase perímetros, utilizando pentamino.*

*-Construcción de objetos matemáticos y dibujos en Geogebra y Geogebra 3D*

*-Sólidos geométricos con origami y Geogebra.*

*-La construcción de polígonos por medio del programa Geogebra.*

**Mencione las dificultades detectadas por usted en la enseñanza de áreas y perímetros de figuras geométricas en primaria**

Respuestas de los docentes encuestados:

*Nos dirigimos a la deducción y aplicación de fórmulas para su cálculo.*

*El tiempo para la enseñanza de la geometría no alcanza para profundizar en la construcción de aprendizajes.*

*Los estudiantes carecen de conocimientos aún en niveles de bachillerato.*

*Los recursos que proveen algunas instituciones educativas son escasos o en muchos casos no los hay.*

**Mencione cuáles materiales o herramientas tecnológicas ha utilizado usted en la clase de geometría para el estudio de figuras geométricas planas y explique cómo favorecen su aprendizaje.**

*Tangram, Geogebra, Regletas*

*El uso de material y herramientas diferentes a los comunes hacen que el estudiante genere mayor interés por lo que está aprendiendo de este modo favorece el proceso de aprendizaje.*

*Uso del programa GeoGebra en el que rápidamente se puede construir figuras geométricas y a su vez determinar la medida de área y perímetro para luego ser comparado con los resultados obtenidos de manera directa con figuras geométricas elaboradas en material concreto.*

*Regla, compás. Considero que favorecen el proceso de aprendizaje ya que desde su manipulación el estudiante tiene la oportunidad de interiorizar conceptos en estudio.*

*He trabajado con el software Geogebra para abordar el estudio de elementos de geometría. También se utilizan elementos de la cotidianidad que se relacionen con el tema a tratar.*

*Reglas, compás, goniometro, Geogebra, wolfram alpha.*

*Geogebra clásico. Este recurso permite realizar construcciones teniendo en cuenta las propiedades geométricas. Por ejemplo, cuando los estudiantes quieren construir un paralelogramo se les enseña que al arrastrar la figura no debe perder sus propiedades, lo que les invita a pensar cómo garantizar el paralelismo entre sus lados.*

*DGPAD. Este software permite realizar construcciones en línea y compartirlas. A los docentes nos permite crear una clase y ver el proceso de los estudiantes. Tiene una versión que sirve sin Internet lo cual la hace inclusiva y accesible. Realizar las* *construcciones de figuras planas allí favorece el reconocimiento de las propiedades de los objetos geométricos. Diferenciarlos y relacionarlos de manera armónica. Todos los estudiantes construyen de manera distinta, pero llegan al mismo resultado en términos de las propiedades que se cumplen de manera invariable.*

*El tránsito a construcciones en 3D también favorece la comprensión y cuestiona aquello que se cree en dos dimensiones.*

*Geogebra online. Ofrece materiales, actividades interactivas donde los estudiantes desplazan las construcciones ya hechas para ver relaciones y cambios al variar tamaño y longitudes.*

*Construcción con regla y compas de polígonos regulares para luego verificar dicha construcción en Geogebra. La actividad favorece en llevar lo concreto y estático a una construcción dinámica en dónde con las mismas condiciones el polígono puede cambiar de tamaño o posición.*

*No utilizo más que regla y compás.*

*Juegos de bloques lógicos, Pentominos para comparar forma, tamaño y espesor.*

*El trabajo de construcción de elementos geométricos sobre este tipo de figuras, con material reciclado, permite un acercamiento más real y significativo para los estudiantes.*

*Plantillas para armar. El uso de medio audiovisual como videos, Lazo, GeoGebra*

*Compás, regla, transportador, favorecen en el momento en que los estudiantes tienen la oportunidad de crear y construir figuras y así se mejora la comprensión.*

*Hojas para dobleces, materiales para realizar poliedros (plastilina, palillos, cartulina) estos materiales favorecen el aprendizaje ya que los niños se familiarizan más construyendo sus propios objetos para analizar propiedades,*

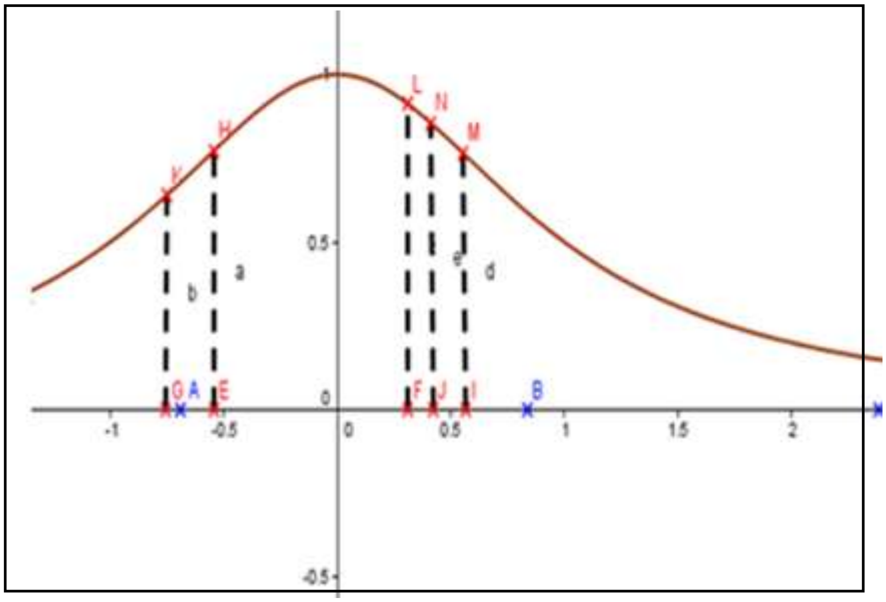
*Metro, decámetro, regla, compás... sí favorece el proceso de aprendizaje cuando los estudiantes tienen la posibilidad de construir sus propios conceptos a partir de la experimentación con materiales y en espacios diferentes al aula de clases.*

*Ninguna*

*Metro. Escalimetro. EXCEL, Geogebra, phetcolorado (simulador), favorecen en la visualización de objetos y el dinamismo de la clase de geometría. Permite a los estudiantes tener más de una construcción y entender el objeto geométrico en cuestión.*

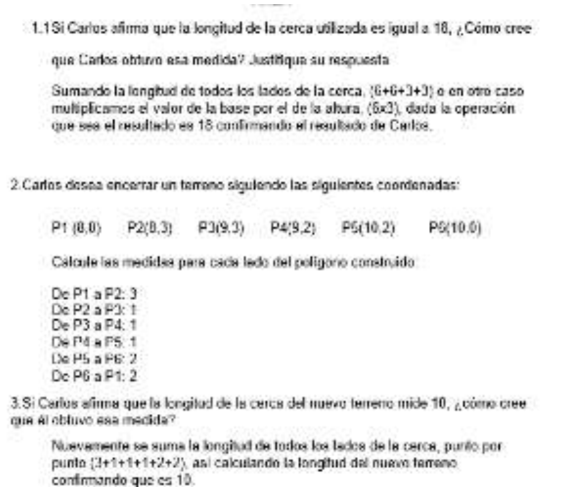
*Geogebra: Esta herramienta permite el aprendizaje de la geometría de una manera más dinámica y versátil, dado que permite manipular los sólidos en cualquier dirección y hacer un estudio más detallado de las características*

*Geogebra y geometryx ya que permiten visualizar, organizar y resolver mediciones en figuras geométricas*




**Análisis de los resultados:** en la gráfica se muestra que los puntos de cortes en comprendidos en las categorías superiores, por tal motivo las preguntas se consideran adecuadas para el objetivo que persigue la investigación.

# Anexo 2. Evidencias de soluciones de actividad 1



1.1 Si Carlos afirma que la longitud de la cerca utilizada es igual a 18, ¿Cómo cree que Carlos obtuvo esa medida? Justifique su respuesta

Sumando la longitud de todos los lados de la cerca, (6+6+3+3) o en otro caso multiplicamos el valor de la base por el de la altura, (6x3), dada la operación que sea el resultado es 18 confirmando el resultado de Carlos.

2. Carlos desea encerrar un terreno siguiendo las siguientes coordenadas:

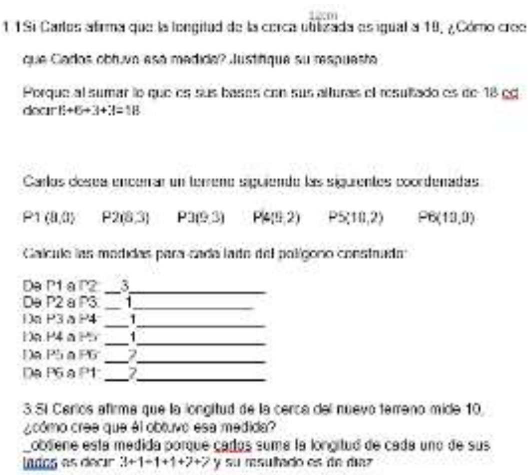
P1 (8,0) P2(8,3) P3(9,3) P4(9,2) P5(10,2) P6(10,0)

Calcule las medidas para cada lado del polígono construido

De P1 a P2: 3
De P2 a P3: 1
De P3 a P4: 1
De P4 a P5: 1
De P5 a P6: 2
De P6 a P1: 2

3. Si Carlos afirma que la longitud de la cerca del nuevo terreno mide 10, ¿cómo cree que él obtuvo esa medida?

Nuevamente se suma la longitud de todos los lados de la cerca, punto por punto (3+1+1+1+2+2), así calculando la longitud del nuevo terreno confirmando que es 10.



1.1 Si Carlos afirma que la longitud de la cerca utilizada es igual a 18, ¿Cómo cree que Carlos obtuvo esa medida? Justifique su respuesta

Porque al sumar lo que es sus bases con sus alturas el resultado es de 18 es decir 6+6+3+3=18

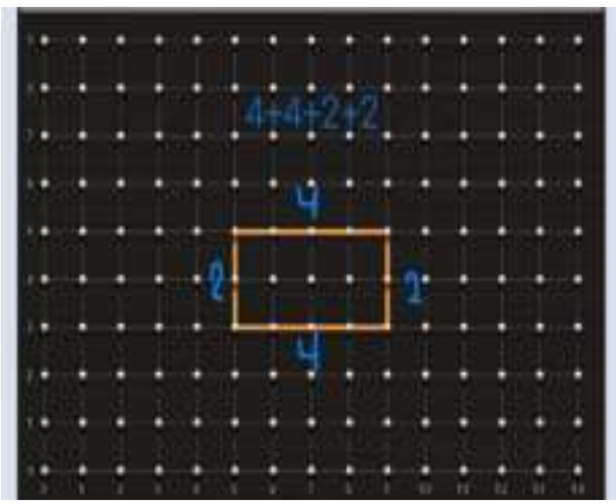
Carlos desea encerrar un terreno siguiendo las siguientes coordenadas

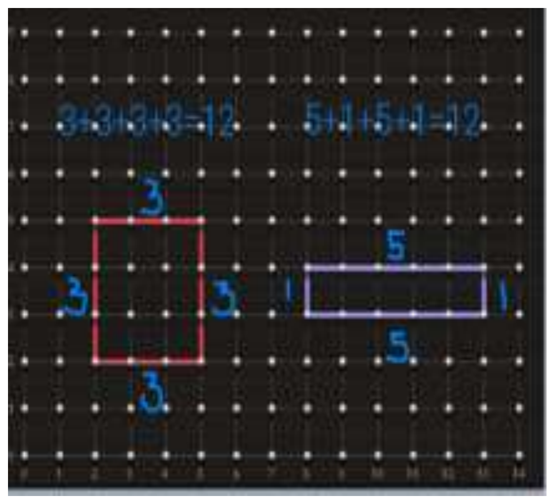
P1 (8,0) P2(8,3) P3(9,3) P4(9,2) P5(10,2) P6(10,0)

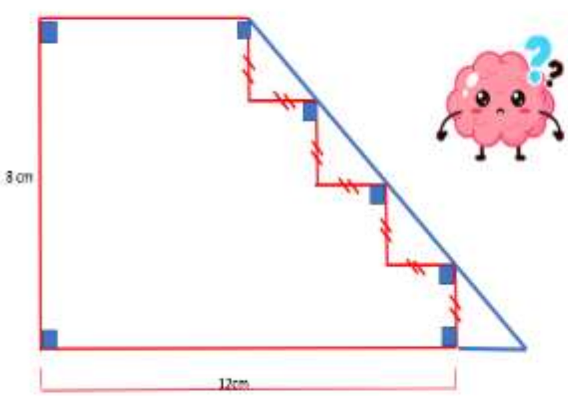
Calcule las medidas para cada lado del polígono construido:

De P1 a P2: __3____________
De P2 a P3: __1____________
De P3 a P4: __1____________
De P4 a P5: __1____________
De P5 a P6: __2____________
De P6 a P1: __2____________

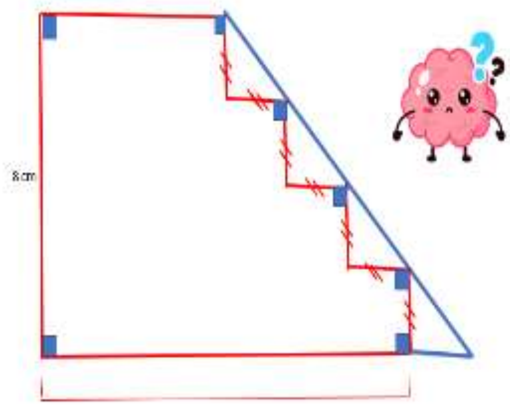
3. Si Carlos afirma que la longitud de la cerca del nuevo terreno mide 10, ¿cómo cree que él obtuvo esa medida?
_obtiene esta medida porque carlos suma la longitud de cada uno de sus lados es decir 3+1+1+1+2+2 y su resultado es de diez




SOLUCIÓN: El perímetro es 40, se suman (8+12), como los cuadrados son isósceles sabemos que dos de sus lados son iguales solo nos falta dividir en dos la base, da (6) y esto lo dividimos por el número de triángulos que hay, el resultado es (2), cada uno de los lados iguales del triángulo da dos.
Ahora sumamos la longitud de todos los lados (8+12+6+2+2+2+2+2+2+2), resultado 40cm.




SOLUCIÓN: _El perímetro de la figura geométrica fue de 40, para llegar a esto la operación fue (12+8+6+2+2+2+2+2+2+2=40)

## Anexo 3. Evidencias de soluciones de Actividad 2

1. Construya las siguientes figuras geométricas en un solo geoplano. Muestre las figuras construidas.

Figura A: (0,5) (0,9) (2,9) (2,6) (4,6) (4,5)

Figura B: (7,7) (7,9) (11,9) (11,5) (13,5) (13,4) (9,4) (9,7)

Figura C: (0,0) (0,4) (4,0)

Figura D: (6,1) (6,3) (11,3) (11,1)

Inserte aquí la captura de pantalla del Geoboard con las figuras construidas:

1. Construya las siguientes figuras geométricas en un solo geoplano. Muestre las figuras construidas.

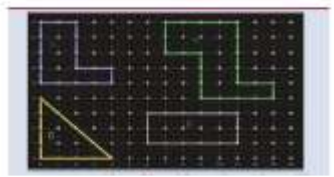
Figura A: (0,5) (0,9) (2,9) (2,6) (4,6) (4,5)

Figura B: (7,7) (7,9) (11,9) (11,5) (13,5) (13,4) (9,4) (9,7)

Figura C: (0,0) (0,4) (4,0)

Figura D: (6,1) (6,3) (11,3) (11,1)

Inserte aquí la captura de pantalla del Geoboard con las figuras construidas:



¿Cuál de las figuras construidas ocupa más superficie en el plano? Justifique su respuesta.

LA FIGURA B YA QUE ES MAS GRANDE

1.1 ¿Es verdadera la afirmación "la figura C ocupa la mitad de superficie que la figura B"? Justifique su respuesta.

SI YA QUE TIENE LAS MISMAS UNIDADES DE 5 Y ESTE PUEDE OCUPAR LA MITAD DE LA SUPERFICIE DA LA FIGUARA B

1.2 ¿Es falsa la afirmación "las figuras A y D ocupan la misma superficie en el plano"? Justifique su respuesta.

ES VERDADE3RA YA QUE LA FIGURA C TIENE 8 UNIDADES Y LA FIGURA B TIENE 16

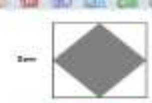
1.3 Si se afirma que el área de la figura A es igual a 10, ¿qué proceso es el adecuado para llegar a ese resultado?, ¿cuál es su noción del área de figuras planas?

SE VA CONTANDO POR CUADROS PARA HAYAR SU AREA

1.4 Si se suman las áreas de las figuras C y D ¿Cuál es el resultado?, realice una breve descripción del proceso.

SUS FIGURAS DE A Y B OCUPAN LA MISMA CANTIDAD DE LAS 10 UNIDADES

2. Samuel dibuja un cuadrado de lado 8 cm. Él une los puntos medios de los lados para construir un cuadrado más pequeño. ¿Cuál es el área del cuadrado pequeño? Puede apoyarse en Geoboard realizando la construcción de la figura



(A) $64cm^2$ (B) $32cm^2$ (C) $16cm^2$ (D) $50cm^2$ (E) $22cm^2$

**Actividad N. 2** Construcción del significado del concepto de área.

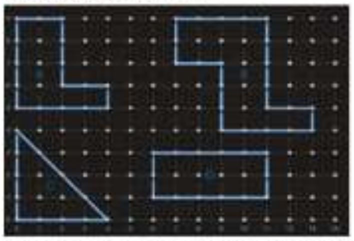
**Objetivo:** Construir el significado del concepto de área de figuras geométricas planas a partir de la utilización de la herramienta tecnológica Geoboard.

**Desarrollo:**

Se les sugiere a los estudiantes construir figuras geométricas en el geoplano con base a las instrucciones dadas; una vez realizadas las figuras deben contestar las preguntas que se generen en su construcción y así deducir el concepto a través de las conjeturas realizadas por ellos a partir de su análisis.

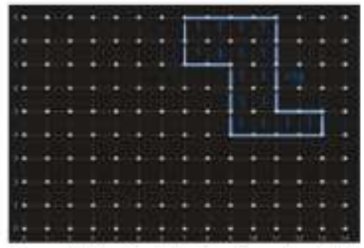
1. Construya las siguientes figuras geométricas en un solo geoplano. Muestre las figuras construidas.

- Figura A: (0,5) (0,9) (2,9) (2,6) (4,6) (4,5)
- Figura B: (7,7) (7,9) (11,9) (11,5) (13,5) (13,4) (9,4) (9,7)
- Figura C: (0,0) (0,4) (4,0)
- Figura D: (6,1) (6,3) (11,3) (11,1)



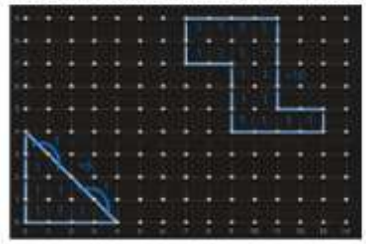
2. ¿Cuál de las figuras construidas ocupa más superficie en el plano? Justifique su respuesta.

La figura que ocupa más espacio en el plano es la figura B, porque está ocupando 16 espacios de la superficie del plano, mientras que la figura ocupa 10, la figura C ocupa 8 y la figura D ocupa 10 espacios.



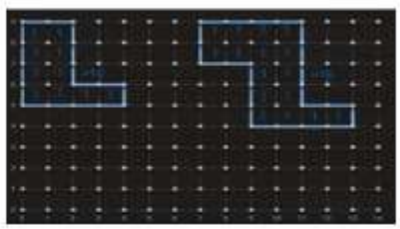
3. ¿Es verdadera la afirmación "la figura C ocupa la mitad de superficie que la figura B"? Justifique su respuesta.

Sí porque la figura C ocupa 8 espacios mientras que la figura B ocupa el doble de espacio, para ser específicos, ocupa 16 espacios de la superficie.



4. ¿Es falsa la afirmación "las figuras A y D ocupan la misma superficie en el plano"? Justifique su respuesta.

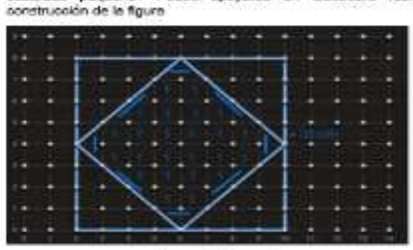
Si porque la figura A ocupa 10 espacios y la figura D ocupa 16 espacios, la figura A necesitaría 6 espacios más para ocupar la misma cantidad de superficie que la figura D.



5. Si se suman las áreas de las figuras C y D ¿Cuál es el resultado?, realice una breve descripción del proceso.

Si sumamos el área de las figuras daría 22, porque el área la figura D es 14 y el área de la figura C es 8 y sumadas dan 22.

6. Samuel dibuja un cuadrado de lado 8 cm. Él une los puntos medios de los lados para construir un cuadrado más pequeño. ¿Cuál es el área del cuadrado pequeño? Puede apoyarse en Geoboard realizando la construcción de la figura



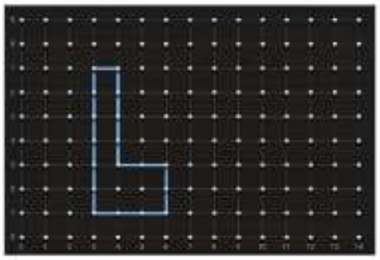
# Anexo 4. Soluciones Actividad 3

**Desarrollo:**

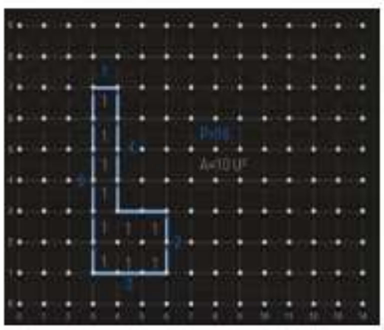
Construya en Geoboard un polígono según su preferencia y muestre el polígono construido. Para la construcción de los polígonos debe ingresar al enlace:

https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/

Inserta aquí el polígono construido:

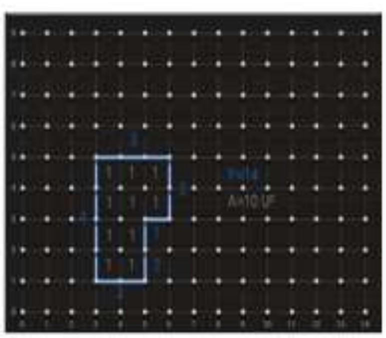


1. ¿Cuál es el área y el perímetro de la figura construida? Justifica tu respuesta



Tenemos que sumar los lados del polígono para sacar el perímetro de esta, 6+4+3+2+1=16, y con el área debemos sumar las unidades del interior de la figura 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=10.

2. Construya un polígono cuya área sea igual a la del polígono anterior, pero con perímetro diferente. Muestre el polígono construido.



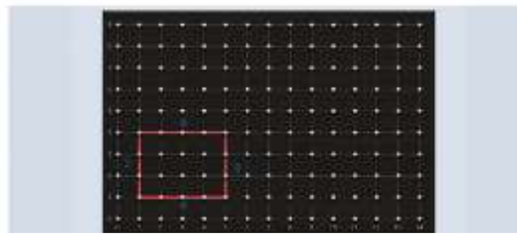
3. Construya un polígono cuyo perímetro sea igual al primer polígono construido, pero con área diferente. Muestre el polígono construido.

Construya en Geoboard un polígono según su preferencia y muestre el polígono construido. Para la construcción de los polígonos debe ingresar al enlace:

https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/

Inserte aquí el polígono construido:

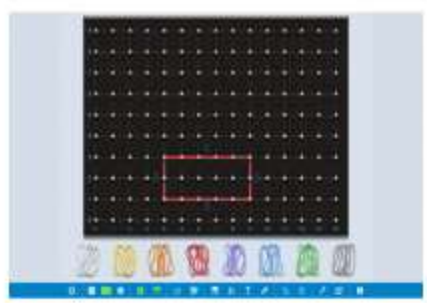
1. ¿Cuál es el área y el perímetro de la figura construida? Justifica tu respuesta



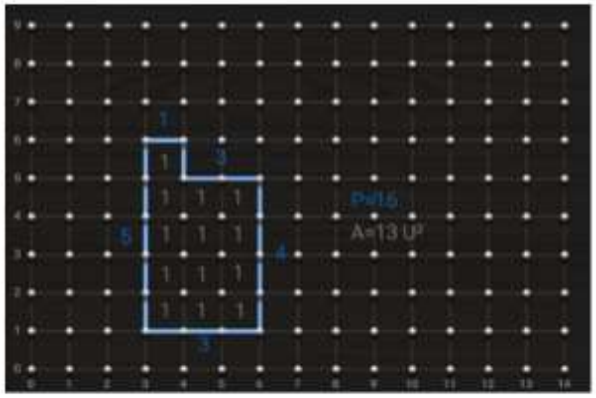
2. Construya un polígono cuya área sea igual a la del polígono anterior, pero con perímetro diferente. Muestre el polígono construido.

Área: 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1= 12. Perímetro: 6+2+6+2=16

3. Construya un polígono cuyo perímetro sea igual al primer polígono construido, pero con área diferente. Muestre el polígono construido.



Área: 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1= 10. Perímetro: 5+2+5+2=14




4. Con base en lo trabajado en esta actividad, ¿Qué puedes concluir en relación con el área y perímetro?

Respuesta: Que los dos nos ayudan a concluir cual es el tamaño del polígono por medio de un método fácil y corto.

5. Según lo trabajado en todas las actividades realizadas, ¿Cuáles son las diferencias entre perímetro y área?

Respuesta: El perímetro es la medida de una figura alrededor de esta y el área es la superficie que ocupa la figura.

4. Con base en lo trabajado en esta actividad, ¿Qué puedes concluir en relación con el área y perímetro?

Respuesta: El área es el contenido por dentro de la figura, mientras que el perímetro es el contorno de tal figura. Entonces desde área sale el perímetro y viceversa.

5. Según lo trabajado en todas las actividades realizadas, ¿Cuáles son las diferencias entre perímetro y área?

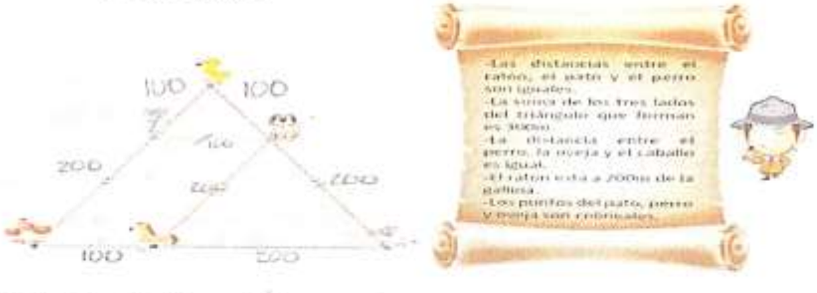
Respuesta: El área es como ya dije anteriormente el espacio geométrico que ocupa la figura, mientras que el perímetro es la suma de sus lados.

## Anexo 5. Soluciones actividad 4

**Actividad 4:** Cálculos relacionados con área y perímetro

**Objetivo:** Realizar el cálculo de perímetros y áreas de figuras geométricas planas a partir de una situación problema dada.

1. Observa con atención la ubicación de los personajes de Disney y las pistas dadas para solucionar los siguientes puntos:




a. ¿Cuál es el perímetro del cuadrilátero que forman el ratón, el perro, el caballo y la gallina? Justifica tu respuesta

la respuesta es 600 ya que sumamos las distancias que ay entre cada animal

b. ¿Cuál es el perímetro del triángulo que forman el perro, la oveja y el caballo? Justifica tu respuesta

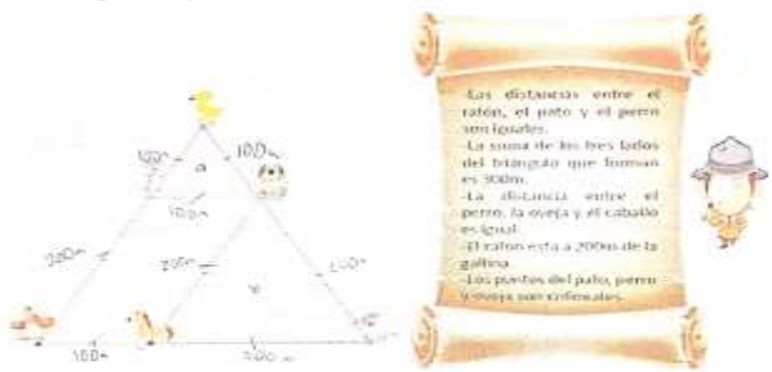
Sumando todos los lados que miden 200 es igual a 600

c. ¿Cuál es el perímetro del triángulo que forman el pato, la gallina y la oveja? Justifica tu respuesta

Sumando todos los lados de la Figura 300+300+300=900

2. La figura muestra el plano de una vivienda desde un punto de vista superior, el cual tiene forma rectangular más el cuadrilátero que conforma el jardín:

1. Observa con atención la ubicación de los personajes de Disney y las pistas dadas para solucionar los siguientes puntos:




a. ¿Cuál es el perímetro del cuadrilátero que forman el ratón, el perro, el caballo y la gallina? Justifica tu respuesta

El perimetro da 600 por que si sumamos todos los lados de la zona delimitada da 600.

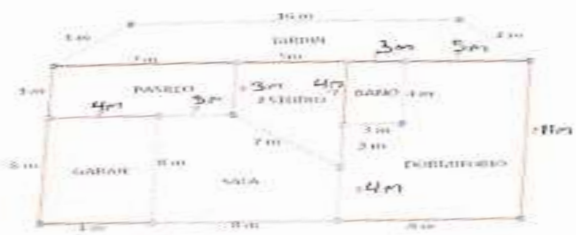
b. ¿Cuál es el perímetro del triángulo que forman el perro, la oveja y el caballo? Justifica tu respuesta

El Perimetro del triangulo b da un total de 600 por que sumamos todos los lados de el triangulo equilatero da un total de 600.

c. ¿Cuál es el perímetro del triángulo que forman el pato, la gallina y la oveja? Justifica tu respuesta

El Perimetro del triangulo general da un total de 900 Porque la suma de todos los lados exteriores de las Figuras dan un total de 900 m

2. La figura muestra el plano de una vivienda desde un punto de vista superior, el cual tiene forma rectangular más el cuadrilátero que conforma el jardín:




a. Si se desea encerrar el jardín con rejas metálicas, ¿cuántos metros de reja se necesita para tal fin? Se nesesitan 44 metros de reja

b. Si se desea instalar baldosas en el piso del pasillo, ¿cuántos metros cuadrados de baldosas se necesitan?
Se nesesitan 21m² de baldosas en el piso

c. Se requiere instalar techo en PVC en el baño, ¿Cuántos metros cuadrados se necesitan?
Se requieren 12m² de PVC en el baño

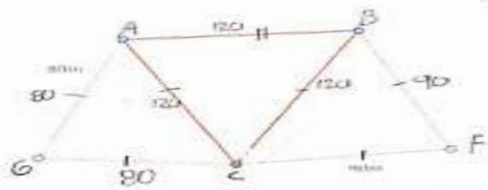
d. Se desea instalar tiras de luces led alrededor del garaje en todas las paredes en su parte superior, ¿cuántos metros de tiras led se requieren?
se nesesitan 22 metros

e. ¿Cuál es el perímetro total de la vivienda, contemplando el jardín?
el perimetro es 66m de toda la vivienda

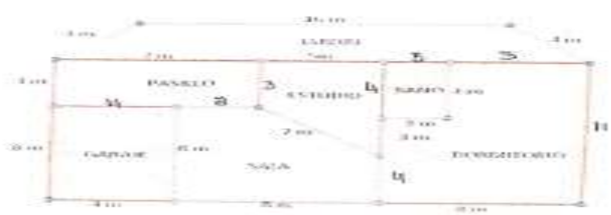
3. En el software Geoboard construye el polígono siguiendo las siguientes coordenadas: (3,1), (1,3), (3,5), (1,7), (3,9), (5,7), (7,9), (9,7), (7,5), (9,3), (7,1), (5,3)
Si se afirma que el perímetro de la figura construida es 96 m y fue construida con cinco cuadrados de igual tamaño, ¿cuál es el área de la figura en metros cuadrados?

(a) 160 (b) 230 (c) 256 (d) 320 (e) 384

4. Una pista de karts está conformada por tres triángulos; lee las pistas dadas para completar los datos de la pista y responde la pregunta planteada:




1.380m




a. Si se desea encerrar el jardín con rejas metálicas, ¿cuántos metros de reja se necesita para tal fin? Se necesita 44m

b. Si se desea instalar baldosas en el piso del pasillo, ¿cuántos metros cuadrados de baldosas se necesitan?
Se necesita un total 21 m² de baldosa

c. Se requiere instalar techo en PVC en el baño, ¿Cuántos metros cuadrados se necesitan?
Se necesita un total de 12 m² de techo en Pvc

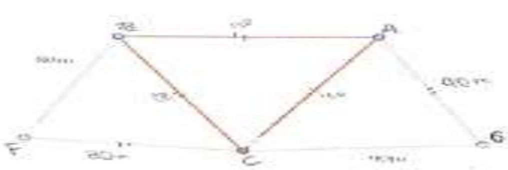
d. Se desea instalar tiras de luces led alrededor del garaje en todas las paredes en su parte superior, ¿cuántos metros de tiras led se requieren?
Se necesita un total de 24m de led

e. ¿Cuál es el perímetro total de la vivienda, contemplando el jardín?
el perimetro es de 66 m

3. En el software Geoboard construye el polígono siguiendo las siguientes coordenadas: (3,1), (1,3), (3,5), (1,7), (3,9), (5,7), (7,9), (9,7), (7,5), (9,3), (7,1), (5,3)
Si se afirma que el perímetro de la figura construida es 96 m y fue construida con cinco cuadrados de igual tamaño, ¿cuál es el área de la figura en metros cuadrados?

(a) 160 (b) 230 (c) 256 (d) 320 (e) 384

4. Una pista de karts está conformada por tres triángulos; lee las pistas dadas para completar los datos de la pista y responde la pregunta planteada:



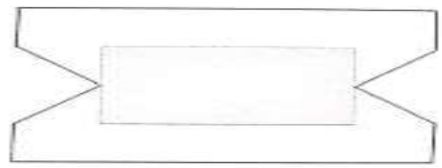
PISTAS:
ABC es un triángulo equilátero y tiene 360 m de perímetro.
Los triángulos BCF y ACG son isósceles
Los lados BF y FC son congruentes
Los lados AG y GC son congruentes.
Si el comité organizador decide que el circuito a recorrer será determinado por el polígono ABFCG, dando 3 vueltas ¿Cuántos metros deberán recorrer?

recorre 1.380 m en total

5. La figura representa un logo para una empresa; si para cada ☐ = 1 $m^2$ se gasta un galón de pintura y se requiere pintar la región sombreada, ¿cuántos galones de pintura se necesitan?

en total necesitamos [illegible] galones de pintura

6. La figura representa la división de un cultivo de zanahorias y rabanos; las zanahorias ocupan un espacio rectangular de 4 m X 6m representado por la zona sombreada, y los rábanos ocupan los otros dos polígonos. Si realiza una comparación entre el área que ocupa el cultivo de zanahorias y el área del cultivo de rábanos, ¿cual es su conclusión?



La parte oscura es la mitad de los otros dos polígonos

PISTAS:
ABC es un triángulo equilátero y tiene 360 m de perímetro.
Los triángulos BCF y ACG son isósceles
Los lados BF y FC son congruentes
Los lados AG y GC son congruentes.
Si el comité organizador decide que el circuito a recorrer será determinado por el polígono ABFCG, dando 3 vueltas ¿Cuántos metros deberán recorrer?

Debe recorrer un total de 1380 m

5. La figura representa un logo para una empresa; si para cada ☐ = 1 $m^2$ se gasta un galón de pintura y se requiere pintar la región sombreada, ¿cuántos galones de pintura se necesitan?

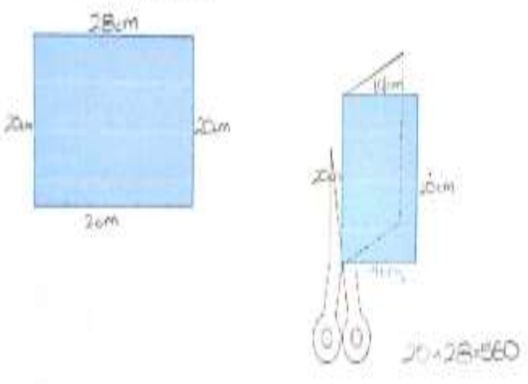
Necesitamos un total [illegible] 56 $m^2$ en galones de pintura

6. La figura representa la división de un cultivo de zanahorias y rábanos; las zanahorias ocupan un espacio rectangular de 4 m X 6m representado por la zona sombreada, y los rábanos ocupan los otros dos polígonos. Si realiza una comparación entre el área que ocupa el cultivo de zanahorias y el área del cultivo de rábanos, ¿cuál es su conclusión?

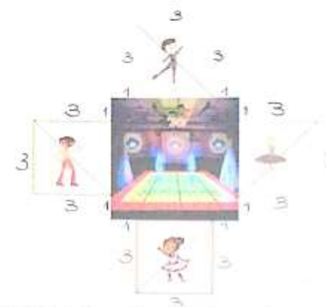
el espacio sombreado ocupa la mitad del area de los otros 2 poligonos

## Anexo 6. Soluciones Actividad 5

1. Si tenemos una hoja de papel rectangular, la doblamos por la mitad y la recortamos, obteniendo así dos rectángulos iguales cuyo perímetro es 68 cm y uno de sus lados mide 20 cm, ¿Cuál es el área de la hoja de papel en centímetros cuadrados?




(a) 572 (b)540 (c)560 (d)650 (e)640




La figura está conformada por cinco cuadrados, 4 con igual tamaño (Camerino privado) y un cuadrado mayor (Escenario); si cada uno de los cuadrados de menor tamaño están conformados por dos triángulos isósceles en los cuales sus lados congruentes tienen una longitud de 3m y el área del escenario es $25m^2$, los participantes se formulan las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la longitud de cada uno de los lados del escenario?
la longitud de cada lado del escenario es de 5cm ya que su área es $25m^2$ y $5m \cdot 5m = 25m^2$

b) ¿Cuál es el área del camerino privado de cada uno para realizar el calentamiento?
12 m porque si sumamos todos los lados del camerino de cada participante 3+3+3+3=12m

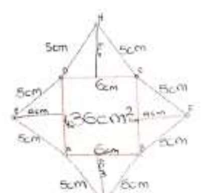
c) Si el lugar del evento está rodeado por vallas de 1m, ¿cuántas vallas se necesitan?
Se necesitan 44 Vallas porque si sumamos todos los lados de los camerinos y los escenarios da como resultado 44

3. Construye en Geoboard un cuadrilátero según la siguiente secuencia de coordenadas: (6,1); (2,4); (6,7); (10,4)
Una vez lo tengas construido, traza sus diagonales.
Si la diagonal menor tiene una longitud de 6 unidades, la diagonal mayor una longitud de 8 unidades y el perímetro del cuadrilátero es 20 unidades, Calcula el perímetro y el área de cada uno de los cuatro triángulos que conforman el cuadrilátero.

El área de cada uno de los triangulos del cuadrilatero es de 6 unidade porque

4·3÷2=6 y su perimetro es de 12

4. Completa la información que proporciona la figura según las pistas dadas:




PISTAS

-ÁREA ABCD $=36cm^2$

-Los 4 triángulos son isósceles.

-DH=HC=CF=FB=BG=GA=AE=ED

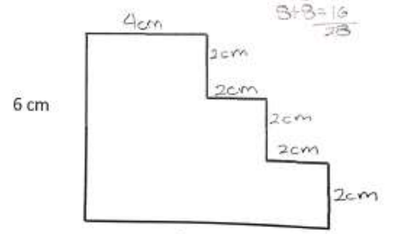
-Altura de cada triángulo 4cm

Realiza una descripción de los pasos que se requieren para calcular el área total de la figura completa y su perímetro:

primero que todo se necesita poner los datos en la figura luego hacer la operación para el area de cada triangulo después sumar todos las areas de los triangulos y la del cuadrado

5. Observa con atención la siguiente figura, sabiendo que todos sus ángulos son rectos y calcula su perímetro: su perimetro es de 28cm

6+6=12
8+8=16
28




6. En una prueba de un reality show se ha construido un circuito para los competidores conformado por tres triángulos isósceles iguales, cuya base se encuentra en el camino que se muestra en la grafica; al terminar los ascensos y descensos deben retomar por un camino recto hasta el punto de partida.

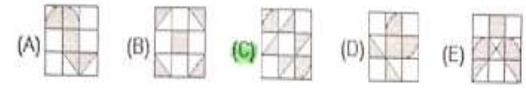

6.1 ¿Cuántos metros debe recorrer cada atleta? Justifique su respuesta

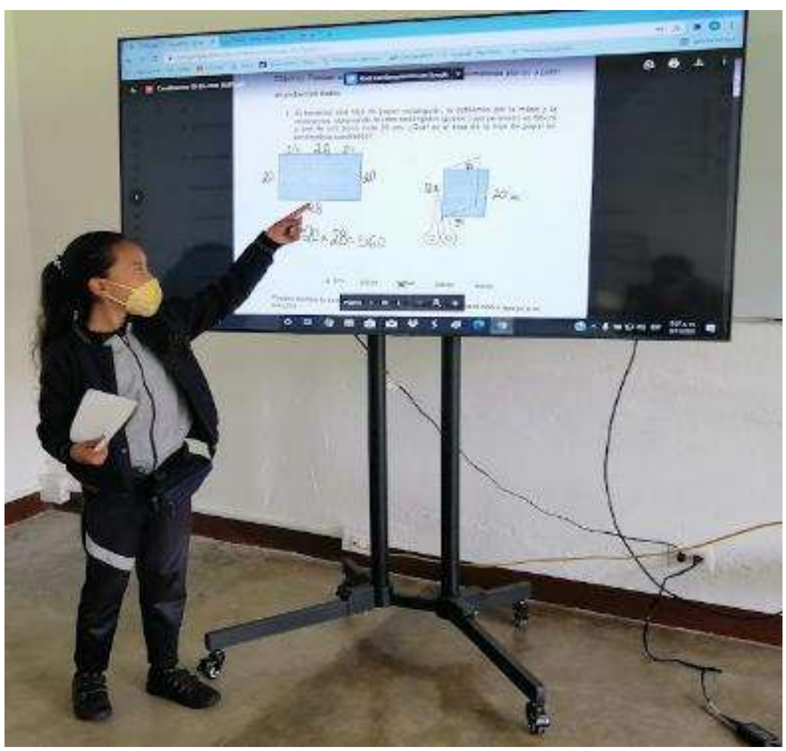
cada atleta debe recorrer 540 metros porque 80+80+80=240m 50+50+50+50+50+50=300 metros y 240+300=540m

6.2 ¿Cuál es el perimetro de cada triangulo? Justifique su respuesta

el perimetro de cada triangulo es de 180m por que al sumar 50+50+80=180m

7. ¿Cuál de las áreas sombreadas es mayor?





**Anexo 7. Encuesta de satisfacción de estudiantes.**

**MAESTRIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**ENCUESTA FINAL A ESTUDIANTES**

Apreciado estudiante, con base en la resolución de las actividades relacionadas con la construcción de significados de los conceptos de perímetro y área, y en calidad de participante, responda las siguientes preguntas de 1 a 5, siendo cinco (5) la de mayor calificación y uno (1) la de menor calificación.

a. ¿Considera usted que la actividad desarrollada motiva el estudio por la geometría?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

b. ¿Cree usted que su desempeño en el área de las matemáticas mejoraría si estas actividades se repitieran con frecuencia?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

c. ¿Las actividades propuestas en las sesiones de trabajo constituyeron un reto para usted?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

d. ¿Considera usted que se construyó un ambiente de aprendizaje óptimo para la construcción del significado de los conceptos de perímetro y área?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

e. ¿Se sintió usted motivado para desarrollar las actividades de forma natural e independiente?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

f. ¿Considera usted que el uso de la tecnología sirve para la comprensión y construcción de significados de los conceptos de perímetro y área?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐