

# ANÁLISIS NUMÉRICO DE LOS GRADIENTES DE TÉRMICOS POR CARGAS DE TEMPERATURA EN PUENTES DE CONCRETO REFORZADO

**Camilo Andrés Ballesteros Avellaneda**

Facultad de ingeniería civil, Universidad Antonio Nariño, sede Duitama. [Cballesteros23@uan.edu.co](mailto:Cballesteros23@uan.edu.co)

**Erika Lorena Becerra Becerra**

Facultad de ingeniería civil, Universidad Antonio Nariño, sede Duitama. [Ebecerra84@uan.edu.co](mailto:Ebecerra84@uan.edu.co)

**Edison Osorio Bustamante**

Facultad de ingeniería civil, Universidad Antonio Nariño, sede Bogotá. [E.osorio@uan.edu.co](mailto:E.osorio@uan.edu.co)

**Resumen:** Los cambios térmicos medioambientales producen deformaciones y esfuerzos en las estructuras que pueden acelerar la fisuración en el hormigón y, en consecuencia, acortar su durabilidad. Actualmente, Colombia carece de estudios específicos sobre las cargas térmicas en los puentes. En consecuencia, se desarrolla un modelo numérico programando en Python un algoritmo que soluciona el problema unidimensional en estado transitorio para simular mecanismo de transferencia de calor en el tablero de concreto de un puente de hormigón. Los resultados se validan con problemas de referencia académica. Además, se realiza una comparación con datos de temperatura superficial con mediciones de monitoreo con cámara térmica para dos puentes localizados en Bogotá y Neiva. El modelo numérico arroja resultados similares a los problemas de referencias y resultados conservadores con referencia a los datos de monitoreo.

**Palabras clave:** Distribución térmica, puentes, diferencias finitas, cargas térmicas, modelo analítico.

**Abstract:** The environmental thermal changes produce deformations and stresses in the structures that can accelerate the cracking in the concrete and, consequently, shorten its durability. Currently, Colombia lacks specific studies on thermal loads on bridges. Consequently, a numerical model is developed programming in Python an algorithm that solves the one-dimensional problem in transient state to simulate heat transfer mechanism in the concrete deck of a concrete bridge. The results are validated with academic reference problems. In addition, a comparison is made with surface temperature data with thermal camera monitoring measurements for two bridges located in Bogotá and Neiva. The numerical model gives similar results to the reference problems and conservative results with reference to the monitoring data.

**Key words:** Thermal distribution, bridges, finite differences, thermal loads, analytical model.

## 1. INTRODUCCIÓN

Con el avance de la tecnología y acceso a ella, en el territorio colombiano se ha dado paso a la construcción de obras de ingeniería que permiten atravesar la cadena montañosa que compone nuestro país, así como también con la creciente población y su correspondiente aumento en el tráfico de vehículos en las ciudades, se proyecta la construcción de infraestructura donde los puentes son una pieza clave para la movilidad, habiendo observado que el costo de construcción es fácilmente retribuido en los gastos que se salvan tanto en tiempo de desplazamiento como en gasto de combustibles y mantenimiento de los vehículos. Los puentes proveen una solución eficaz, generando un aumento exponencial en el aumento de su construcción de cara al futuro no sólo de las movilizaciones cubriendo grandes trayectos sino también dentro de concurridas ciudades donde la construcción de vías por sobre el nivel del suelo da más espacio para la creación de rutas alternativas.

Debido a la diferencia de los códigos y normativas de construcción de puentes se pueden presentar grandes diferencias entre éstos, algo que sumado al cambio del ciclo y fenómenos climáticos en los últimos años y la proyección que se hacen de los mismos es un tema que debe ser tratado con una alta importancia debido a que las fallas de estas estructuras generarían pérdidas no sólo económicas sino de vidas en sus usuarios, haciendo necesario que se generen rangos de seguridad óptimos.

Si bien en Colombia se cuentan con manuales y normas que definen el diseño por cargas de temperatura en puentes y estructuras, se sabe que estos manuales son adaptados de las investigaciones hechas por las academias estadounidenses, con lo cual permanece la incertidumbre de si los valores adoptados son congruentes con los efectos producidos por el clima colombiano que tiene marcadas diferencias con el norteamericano. Los valores y métodos de diseño que se han venido utilizando en Colombia para el diseño de puentes fueron adoptados del (*AASHTO, 2013*).

La incertidumbre en cuanto a la idoneidad de los valores utilizados para el diseño y la construcción de estas estructuras se ve incrementada por las diferencias geográficas y climáticas, entre los países en los cuales se desarrollan los estudios y en los cuales se aplica, esto se suma a los cambios en el ambiente debido al cambio climático.

En el presente trabajo se desarrolla un análisis numérico de la distribución térmica que se presenta en los puentes debido a las cargas térmicas. En este documento se desarrolla por capítulos, en el capítulo tres se abordan los conceptos fundamentales de la transferencia de calor y los efectos de la temperatura en las estructuras. En el capítulo cuatro se hace referencia a la consulta de documentos concernientes a investigaciones previas con enfoque hacia la distribución de la temperatura en los puentes, los efectos de esa distribución, la importancia de monitorear estas variables y los métodos analíticos usados para dicho monitoreo. En el capítulo cinco se expone el proceso metodológico a través del cual se desarrolla la investigación, y consecuentemente en el capítulo seis se exponen los resultados obtenidos a través de la metodología elegida para finalizar exponiendo las conclusiones de la investigación en el capítulo nueve.

## **2. METODOLOGÍA**

### ***2.1. Descripción del problema***

El problema a desarrollar se modela de manera que se resuelve la distribución térmica a través de la losa de un tablero de un puente teniendo en cuenta la carpeta asfáltica. Es reconocible la complejidad del fenómeno por lo cual se realizan una serie de simplificaciones

La simplificación más notoria se realiza en cuanto a la geometría del elemento a analizar, a saber, que la distribución de la temperatura se da principalmente a través de la placa en sentido vertical, siendo generalmente despreciable en las otras dos dimensiones, resultando en el modelado del fenómeno a uno de tipo unidimensional. (Yousong y Shizhong, 2007).

Por otro lado, se opta por desarrollarse por medio del método de las diferencias finitas, lo cual evita el amplio y complejo desarrollo de las ecuaciones diferenciales del fenómeno, pero tampoco se llega a un intrincado modelo como el MEF.

### ***2.2. Variables a tener en cuenta***

Dentro de los valores de entrada necesarios para el proceso de cómputo se van a requerir constantes asociadas a la geometría y las propiedades de los materiales, en suma, a esto se tienen variables que van a presentarse como un modelo simplificado en paralelo que va a estar ejecutándose al mismo tiempo, a saber, estas son:

#### ***2.2.1. Temperatura ambiente***

Esta variable al tener un comportamiento oscilatorio es definida por medio de una función periódica, la cual se afectará por medio de coeficientes para ajustar su modelado de una manera más precisa a las condiciones naturales.

#### ***2.2.2. Radiación solar***

Esta variable tiene un comportamiento parabólico durante el día con cambios aleatorios. Para su modelado se opta por definirse dentro de una función periódica igualmente afectada por coeficientes que permitan ajustar su comportamiento, a su vez se define a trozos, con el fin de reflejar su comportamiento intermitente en los ciclos diarios.

#### ***2.2.3. Velocidad del viento***

Como última variable ambiental a tener en cuenta se modela la velocidad del viento, si bien esto influye en la sensación térmica lo que realmente se quiere estudiar es su inferencia en el proceso de convección, sabiendo que de ésta depende el coeficiente de convección.

#### 2.2.4. Coeficiente de convección

Teniendo en cuenta que se presenta dentro del fenómeno en función de la velocidad del viento y en algunos recursos literarios también en función de la temperatura del ambiente es considerado variable a lo largo del proceso, el cual dependerá de forma directa de las variables mencionadas. (Jiji, 2010)

### 3. PLANTEAMIENTO ANALÍTICO DEL PROBLEMA

#### 3.1. Modelo numérico desarrollado

El desarrollo del modelo se hace en base al control de la energía en elemento volumen durante el intervalo de tiempo según lo propone Bergman et al., (2016).

Se plantea como: la suma del calor transferido al elemento junto con el calor generado por el mismo durante el intervalo de tiempo ha de ser igual al cambio de la energía dentro del elemento volumen, tal como se plantea en la ecuación 1.

Conociendo que el proceso se lleva a cabo en un sistema transitorio el flujo de calor estará en función del momento en el cual se evalúe, por cual se hace necesario introducir superíndices que indiquen la situación, al desarrollarse en función del método explícito se obtiene la expresión general, descrita en (1), para el desarrollo de las ecuaciones que se usarán durante la programación, la cual es coincidente con la propuesta por (Cengel & Ghajar, 2014)

$$\sum \dot{Q}^i + \dot{E}_{generado}^i = \rho V_{elemento} c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \quad (1)$$

Una vez establecido el modelo a utilizar se plantean también las ecuaciones que describen los fenómenos térmicos a tener en cuenta, a saber, conducción, convección, radiación e irradiación, descritas en (2), (3), (4) y (5) respectivamente.

$$\dot{Q}_{cond} = kA \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (2)$$

Donde

$\dot{Q}_{cond}$ : Razón de transferencia de calor por conducción.

k: Constante de conductividad térmica propia del material.

A: Superficie de transferencia.

$T_1 - T_2$  o  $\Delta T$ : Diferencia de temperatura entre los dos puntos en los que ocurre el fenómeno.

$\Delta x$ : Distancia entre los dos puntos en los que ocurre el fenómeno.

$$\dot{Q}_{conv} = hA(T_s - T_\infty) \quad (3)$$

Donde:

$\dot{Q}_{conv}$ : Razón de transferencia de calor por convección.

h: Constante de convección propia de la interacción en la superficie del material.

$T_s$ : Temperatura superficial del elemento.

$T_\infty$ : Temperatura del medio ambiente.

$$\dot{Q}_{absorbida} = \alpha \dot{Q}_{incidente} \quad (4)$$

Donde

$\dot{Q}_{absorbida}$ : Razón de transferencia de calor absorbido por radiación.

$\dot{Q}_{incidente}$ : Razón de transferencia de calor neta por radiación.

$\alpha$ : Constante de absorción del material.

$$\dot{Q}_{rad} = \varepsilon\sigma A(T_s^4 - T_\infty^4) \quad (5)$$

Donde

$\dot{Q}_{rad}$ : Razón de emisividad de calor.

$\varepsilon$ : Constante emisividad del material.

$\sigma$ : Constante empírica de Stefan-Boltzmann

$T_s$ : Temperatura superficial del elemento.

$T_\infty$ : Temperatura del medio ambiente.

### 3.2. Despeje de las ecuaciones

Para el desarrollo propuesto se sabe que no existe generación de calor por el elemento, con lo cual tan sólo se tendrán en cuenta los procesos de transferencia de calor descritos. Las ecuaciones (2), (3), (4) y (5) se remplazan en (1) según corresponda para cada uno de los casos. Para el despeje se usa el software provisto por Texas Instruments con su sistema CAS.

#### 3.2.1. Ecuación nodo superior

El punto superior del elemento estará sujeto a los cuatro mecanismos mencionados, de manera que (6) describe el fenómeno para este punto.

$$T_0^{i+1} = \frac{2h(T_\infty^i - T_0^i)\tau\Delta x}{k} + \frac{2kq^i\tau\Delta x}{k} + 2\tau(T_1^i - T_0^i) + \frac{2\varepsilon\sigma(T_0^i{}^4 - T_\infty^i{}^4)\tau\Delta x}{k} + T_0^i \quad (6)$$

#### 3.2.2. Ecuación nodos intermedios

Los nodos intermedios tan sólo estarán sujetos al mecanismo de conducción, despejando se llega a (7) descrita por (Cengel & Ghajar, 2014)

$$T_n^{i+1} = \tau(T_{n-1}^i + T_{n+1}^i) + (1 - 2\tau)T_n^i \quad (7)$$

#### 3.2.3. Ecuación nodo inferior

Punto inferior del elemento no estará expuesto a la radiación, por lo cual (6) se reducirá a (8)

$$T_n^{i+1} = \frac{2h(T_\infty^i - T_n^i)\tau\Delta x}{k} + 2\tau(T_{n-1}^i - T_n^i) + \frac{2\varepsilon\sigma(T_n^i{}^4 - T_\infty^i{}^4)\tau\Delta x}{k} + T_n^i \quad (8)$$

### 3.3. Construcción algoritmo en Python

Con los fenómenos definidos, las variables y las ecuaciones formuladas se desarrolla el algoritmo que use este método numérico para resolver las ecuaciones que describen el fenómeno, la tarea se realiza por medio de la programación en el lenguaje de Python debido a la familiaridad de su lenguaje y su facilidad en la exportación e importación de datos.

Para el desarrollo se utilizaron las librerías de math, numPy y pandas, las dos primeras brindan herramientas para realizar funciones matemáticas y almacenar o analizar gran volumen de datos, por su parte la librería pandas permite exportar los datos obtenidos hacia otro documento en formato xlsx o csv. (Surhone et al., 2010) (pandas, s/f) (Funciones matemáticas, documentación de Python, s/f)

### 3.4. Verificación metodológica

Por medio de una serie de problemas encontrados en la literatura consultada los cuales se desarrollaron se realiza una verificación para garantizar que tanto método como el lenguaje de programación y el proceso de exportación de los datos es correcto y brinda resultados coherentes con el desarrollo encontrado.

### 3.4.1. Problema 5-86. Heat and Mass transfer-Yunus Cengel 3rd edition

El enunciado del problema dice que:

Un plato de uranio inicialmente con temperatura uniforme es aislado en un extremo y sometido a convección en el otro. Se debe obtener la formulación por medio de diferencias finitas y la temperatura en los nodos luego de 5 minutos.

### 3.4.2. Problema 5-88. Heat and Mass transfer-Yunus Cengel 3rd edition

El enunciado del problema dice que:

Se estudia la transferencia de calor pasiva a una casa por la radiación solar, se debe determinar la distribución de la temperatura en la pared en un intervalo de 12h durante el primer y el segundo día.

La temperatura inicial del muro se distribuye linealmente con 20°C al interior del muro y 0°C al exterior.

La temperatura del ambiente y la radiación solar está dada por la tabla I.

TABLA I  
TEMPERATURA Y RADIACIÓN SOLAR DURANTE UN DÍA

Hora del día	Temperatura del ambiente (°C)	Radiación solar (W/m <sup>2</sup> )
7 am - 10 am	0	375
10 am - 1 pm	4	750
1 pm - 4 pm	6	580
4 pm - 7 pm	1	95
7 pm - 10 pm	-2	0
10 pm - 1 am	-3	0
1 am - 4 am	-4	0
4 am - 7 am	-4	0

Fuente: Adaptado de Cengel (2007)

### 3.4.3. Ejemplo 5.12. Fundamentals of heat and mass transfer-Theodore L. Bergman, Adrienne S. Lavine, Frank P. Incropera, David P. De Witt.

El enunciado del problema dice que:

Una delgada placa de cobre a una temperatura uniforme de 20°C se expone repentinamente a una radiación constante de  $3 \times 10^5$  W/m<sup>2</sup>. Determine la temperatura de un punto que está ubicado a 150mm de la superficie.

## 3.5. Aplicación técnica

Para la aplicación técnica del algoritmo se eligieron dos puentes, cada uno ubicado en una ciudad con distintas condiciones climáticas a los cuales se les ha realizado un monitoreo de la temperatura superficial en la placa. A partir de los datos existentes se realiza un análisis comparativo para los valores tomados in situ de la estructura y los calculados por medio del modelo desarrollado.

### 3.5.1. Puente de acceso a la terminal uno del Aeropuerto Internacional el Dorado-Bogotá

Como resultado de la investigación realizada por Roza Grimaldos, (2018) se cuenta con los datos de la temperatura de la placa para el puente de acceso a la terminal uno del Aeropuerto Internacional el Dorado en la ciudad de Bogotá en el intervalo del 4 de septiembre de 2018 y el 13 de octubre de 2018 de manera

intermitente. Los datos se distribuyen en dos franjas horarias, una en las horas de la mañana comprendidas entre las 5:30 y las 6:30, y otra en horas de la tarde entre las 12:30 y las 14:30.

Los datos se verifican y clasifican según la fecha y la hora de la toma a fin de realizar la comparación de éstos con una de las iteraciones diarias cercanas. Como resultado de la recolección de los datos y su análisis se obtienen los datos de la temperaturas máximas y mínimas de la temperatura ambiente, la radiación solar máxima, la velocidad del viento promedio y la temperatura tanto superior como inferior de la placa del puente.

### **3.5.2. Puente tizón-Neiva**

Como resultado de la investigación realizada por Patarroyo Querales & Meneses Real, (2020) se cuenta con los datos de la temperatura de la placa para el puente Tizón en la ciudad de Neiva en el intervalo del 12 de diciembre de 2019 y el 6 de enero de 2020. Los datos se distribuyen en dos franjas horarias, una en las horas de la mañana comprendidas entre las 6:15 y las 7:15, y otra en horas de la tarde entre las 12:00 y las 14:20.

Los datos se verifican y clasifican según la fecha y la hora de la toma a fin de realizar la comparación de éstos con una de las iteraciones diarias cercanas.

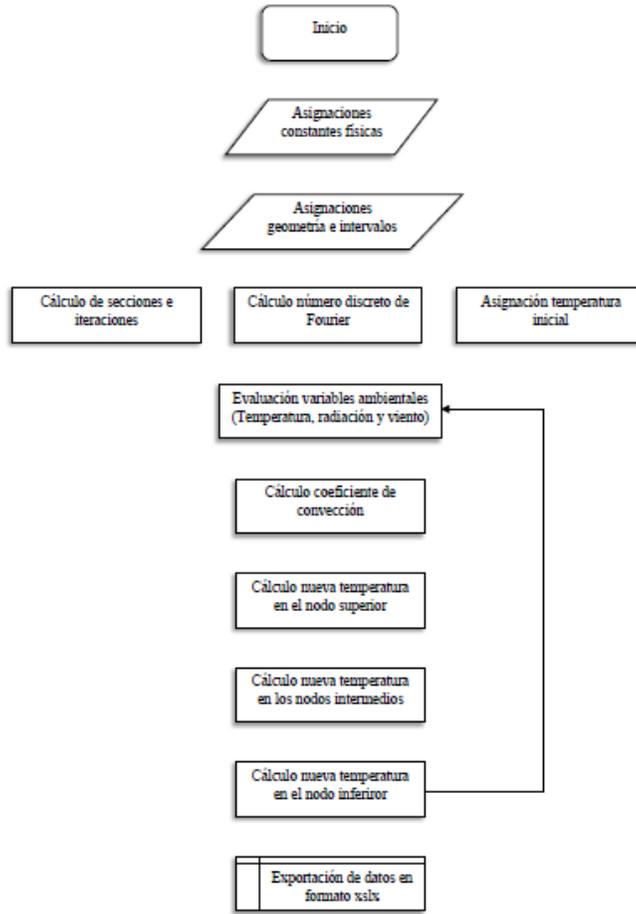
Como resultado de la recolección de los datos y su análisis se obtienen los datos de la temperaturas máximas y mínimas de la temperatura ambiente, la radiación solar máxima, la velocidad del viento promedio y la temperatura tanto superior como inferior de la placa del puente.

## **4. RESULTADOS**

### **4.1. Algoritmo programado**

Con el fin de tener una ilustración gráfica del algoritmo a programar se realiza un diagrama de flujo que permita comprender mejor el funcionamiento de los procesos, en la figura 1 se describen los procesos.

Figura 1. DIAGRAMA DE FLUJO ALGORITMO



Fuente: Elaboración propia

## 4.2. Resultados problemas de validación

### 4.2.1. Desarrollo Problema 5-86. Heat and Mass transfer-Yunus Cengel 3<sup>rd</sup> edition

Para verificar los resultados se comparará la tabla propuesta por la solución del libro y la gráfica correspondiente.

Los resultados propuestos por el autor se expresan en la tabla II.

TABLA II.

TEMPERATURA EN LOS NODOS SEGÚN LAS ITERACIONES

Tiempo (s)	$T_1$ °C	$T_2$ °C	$T_3$ °C	$T_4$ °C	$T_5$ °C	Fila
0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	1
15	106.7	106.7	106.7	106.7	104.8	2
30	113.4	113.4	113.4	112.5	111.3	3
45	120.1	120.1	119.7	119.0	117.0	4
60	126.8	126.6	126.3	125.1	123.3	5

Tiempo (s)	$T_1$ °C	$T_2$ °C	$T_3$ °C	$T_4$ °C	$T_5$ °C	Fila
75	133.3	133.2	132.6	131.5	129.2	6
90	139.9	139.6	139.1	137.6	135.5	7
105	146.4	146.2	145.4	144.0	141.5	8
120	152.9	152.6	151.8	150.2	147.7	9
135	159.3	159.1	158.1	156.5	153.7	10
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
3465	1217	1213	1203	1185	1160	232
3480	1220	1216	1206	1188	1163	233
3495	1223	1220	1209	1192	1167	234
3510	1227	1223	1213	1195	1170	235
3525	1230	1227	1216	1198	1173	236
3540	1234	1230	1219	1201	1176	237
3555	1237	1233	1223	1205	1179	238
3570	1240	1237	1226	1208	1183	239
3585	1244	1240	1229	1211	1186	240
3600	1247	1243	1233	1214	1189	241

Fuente: Adaptado de Cengel (2007).

Los resultados obtenidos por parte del algoritmo programado se dan en la tabla III.

**TABLA III**  
**TEMPERATURA EN LOS NODOS SEGÚN LAS ITERACIONES**

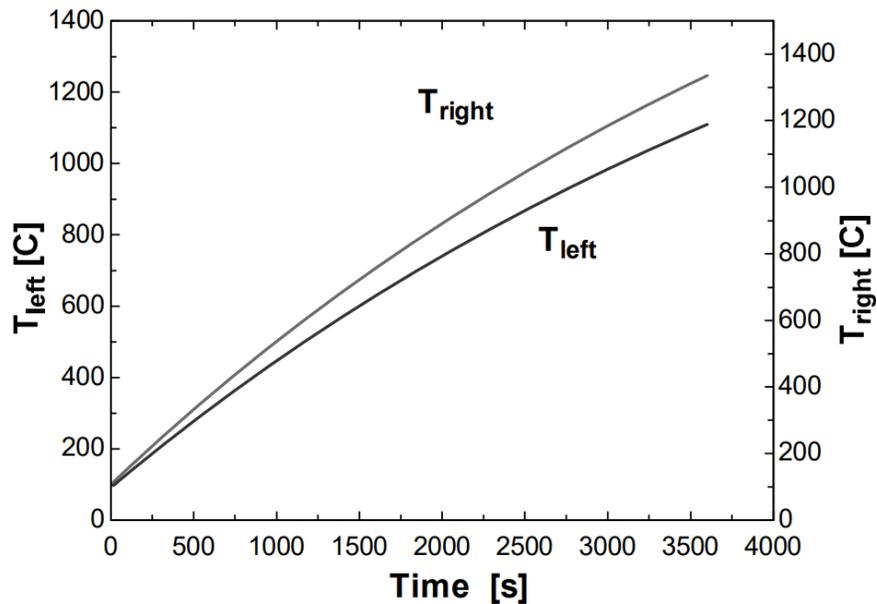
Tiempo (s)	$T_1$ °C	$T_2$ °C	$T_3$ °C	$T_4$ °C	$T_5$ °C	Fila
0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	1
15	106.7	106.7	106.7	106.7	104.8	2
30	113.4	113.4	113.4	112.5	111.3	3
45	120.1	120.1	119.7	119.0	117.0	4
60	126.8	126.6	126.3	125.1	123.3	5
75	133.3	133.2	132.6	131.5	129.2	6
90	139.9	139.6	139.1	137.6	135.5	7
105	146.4	146.2	145.4	144.0	141.5	8
120	152.9	152.6	151.8	150.2	147.7	9
135	159.3	159.1	158.1	156.5	153.7	10

Tiempo (s)	$T_1$ °C	$T_2$ °C	$T_3$ °C	$T_4$ °C	$T_5$ °C	Fila
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
3465	1217	1213	1203	1185	1160	232
3480	1220	1216	1206	1188	1163	233
3495	1223	1220	1209	1192	1167	234
3510	1227	1223	1213	1195	1170	235
3525	1230	1227	1216	1198	1173	236
3540	1234	1230	1219	1201	1176	237
3555	1237	1233	1223	1205	1179	238
3570	1240	1237	1226	1208	1183	239
3585	1244	1240	1229	1211	1186	240
3600	1247	1243	1233	1214	1189	241

Fuente: Elaboración propia.

La figura 2 corresponde con propuesta por el autor para la interpretación de los resultados.

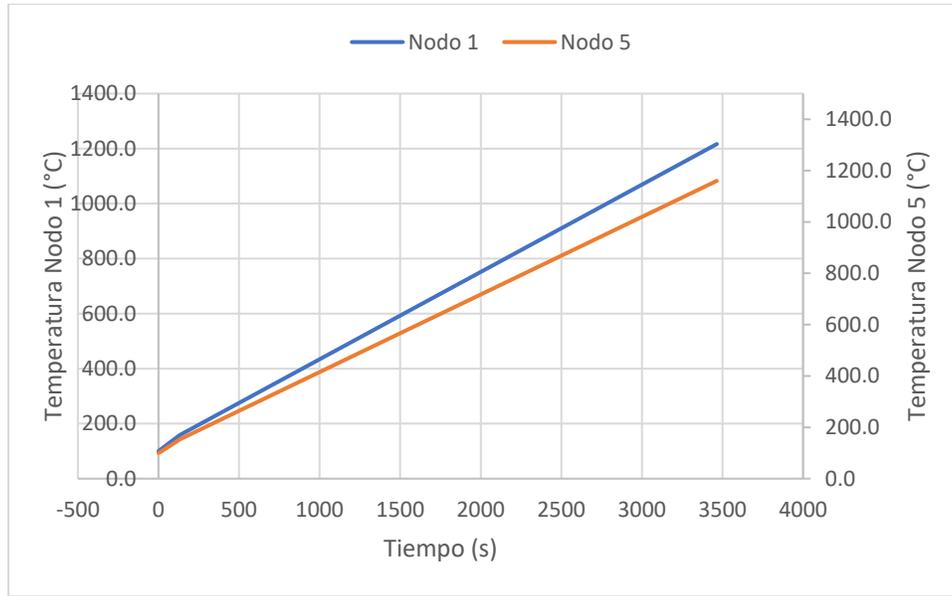
Figura 1. GRÁFICA DE LA TEMPERATURA DE LOS NODOS EN LOS EXTREMOS



Fuente: Cengel (2007).

La figura 3 se construye con los datos obtenidos por el algoritmo programado.

Figura 3. GRAFICA DE LA TEMPERATURA DE LOS NODOS EXTREMOS



Fuente: Elaboración propia.

**4.2.2. Problema 5-88. Heat and Mass transfer-Yunus Cengel 3<sup>rd</sup> edition**

Para verificar los datos obtenidos se compararán las tablas dadas por el autor y las obtenidas luego de ejecutar el algoritmo.

En la tabla IV se presentan los valores presentados para la solución dados por el autor.

**TABLA IV**  
**TEMPERATURA DE LOS NODOS DURANTE 48H PROPUESTOS POR EL AUTOR**

Hora	Paso iteración	Temperatura en los nodos °C						
		$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$
0h (7am)	0	20	16.7	13.3	10	6.66	3.33	0
6h (1pm)	24	17.5	16.1	15.9	18.1	24.8	38.8	61.5
12h (7pm)	48	21.4	22.9	25.8	30.2	34.6	37.2	35.8
18h (1am)	72	22.9	24.6	26	26.6	26	23.5	19.1
24h (7am)	96	21.6	22.5	22.7	22.1	20.4	17.7	13.9
30h (1pm)	120	21	21.8	23.4	26.8	34.1	47.6	68.9
36h (7pm)	144	24.1	27	31.3	36.4	41.1	43.2	40.9
42h (1am)	168	24.7	27.6	29.9	31.1	30.5	27.8	22.6
48h (7am)	192	23	24.6	25.5	25.2	23.7	20.7	16.3

Fuente: Adaptado de Cengel (2007)

Los resultados obtenidos por medio del algoritmo se dan en la tabla V.

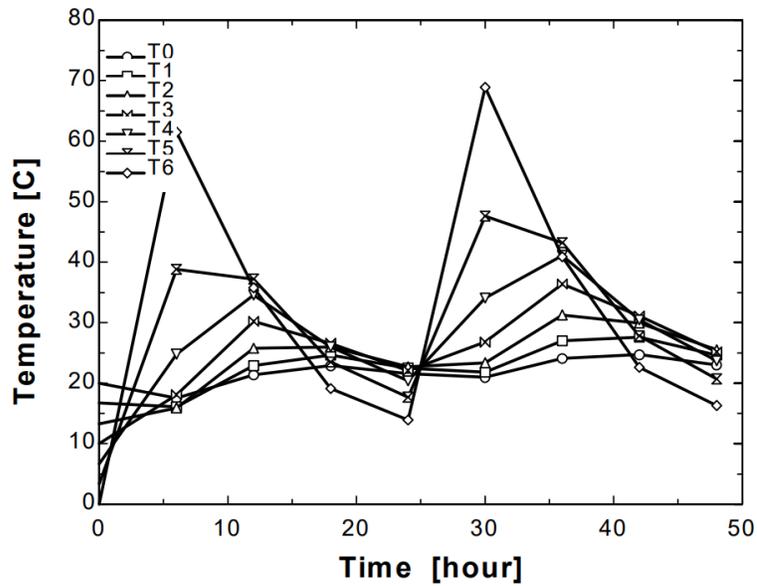
**TABLA V**  
**TEMPERATURA DE LOS NODOS DURANTE 48H OBTENIDOS POR EL ALGORITMO**

Hora	Paso iteración	Temperatura en los nodos °C						
		$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$
0h (7am)	0	20.0	16.7	13.3	10.0	6.7	3.3	0.0
6h (1pm)	24	17.5	16.1	15.8	18.0	24.8	38.8	61.5
12h (7pm)	48	21.4	22.9	25.8	30.2	34.6	37.2	35.8
18h (1am)	72	22.8	24.6	26.0	26.6	26.0	23.5	19.0
24h (7am)	96	21.6	22.5	22.7	22.1	20.5	17.7	13.9
30h (1pm)	120	21.0	21.8	23.4	26.8	34.1	47.6	68.9
36h (7pm)	144	24.1	27.1	31.3	36.4	41.1	43.2	40.9
42h (1am)	168	24.7	27.6	29.9	31.0	30.5	27.7	22.6
48h (7am)	192	23.0	24.6	25.5	25.2	23.7	20.7	16.3

Fuente: Elaboración propia.

La figura 4 propuesta por el autor representa los datos de la solución según la literatura.

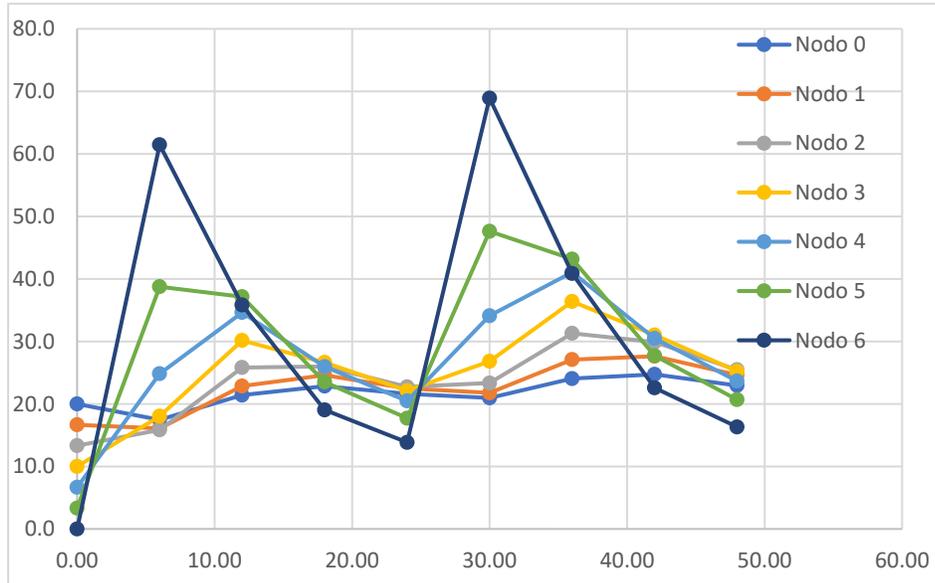
**Figura 2. REPRESENTACIÓN DATOS DE LA SOLUCIÓN**



Fuente: Cengel (2007)

La figura 5 representa los valores obtenidos por medio del algoritmo.

Figura 3. REPRESENTACIÓN DATOS OBTENIDOS POR EL ALGORITMO



Fuente: Elaboración propia

**4.2.3. Ejemplo 5.12. Fundamentals of heat and mass transfer-Theodore L.Bergman, Adrienne S. Lavine, Frank P. Incropera, David P. De Witt.**

Para verificar los resultados se comparará la tabla propuesta por la solución del libro y la gráfica correspondiente.

Los resultados dados por el autor se expresan en la tabla VI.

**TABLA VI**  
**TEMPERATURAS EN LOS NODOS SEGÚN LAS ITERACIONES**

Paso	Tiempo (s)	$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
0	0	20	20	20	20	20
1	24	76.1	20	20	20	20
2	48	76.1	48.1	20	20	20
3	72	104.2	48.1	34	20	20
4	96	104.2	69.1	34	27	20
5	120	125.2	69.1	48.1	27	23.5

Fuente: Tomado de Bergman et al. (2016)

Los resultados obtenidos por el algoritmo se muestran en la tabla VII.

**TABLA VII**  
**TEMPERATURA EN LOS NODOS SEGÚN LAS ITERACIONES**

Paso	Tiempo (s)	$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
0	0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
1	24	76.0	20.0	20.0	20.0	20.0
2	48	76.1	48.0	20.0	20.0	20.0
3	72	104.0	48.1	34.0	20.0	20.0

Paso	Tiempo (s)	$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
4	96	104.2	69.0	34.0	27.0	20.0
5	120	125.0	69.1	47.9	27.0	23.5

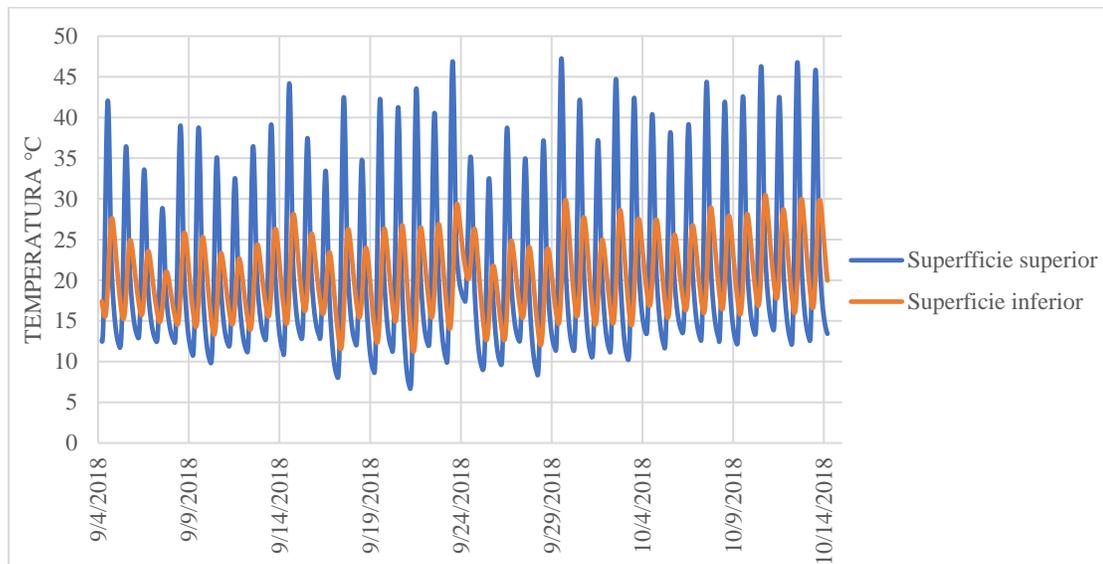
Fuente: Elaboración propia.

### 4.3. Resultados de la comparación con la aplicación técnica

#### 4.3.1. Resultados puente de acceso a la terminal uno del Aeropuerto Internacional el Dorado-Bogotá

El algoritmo se ejecuta para las condiciones mencionadas dando como resultado los valores de la temperatura en la superficie tanto superior como inferior de la placa ilustrados en la figura 6.

Figura 6. TEMPERATURA DE LA PLACA ENTRE EL 4 DE SEPTIEMBRE DEL 2018 Y EL 13 DE OCTUBRE DE 2018

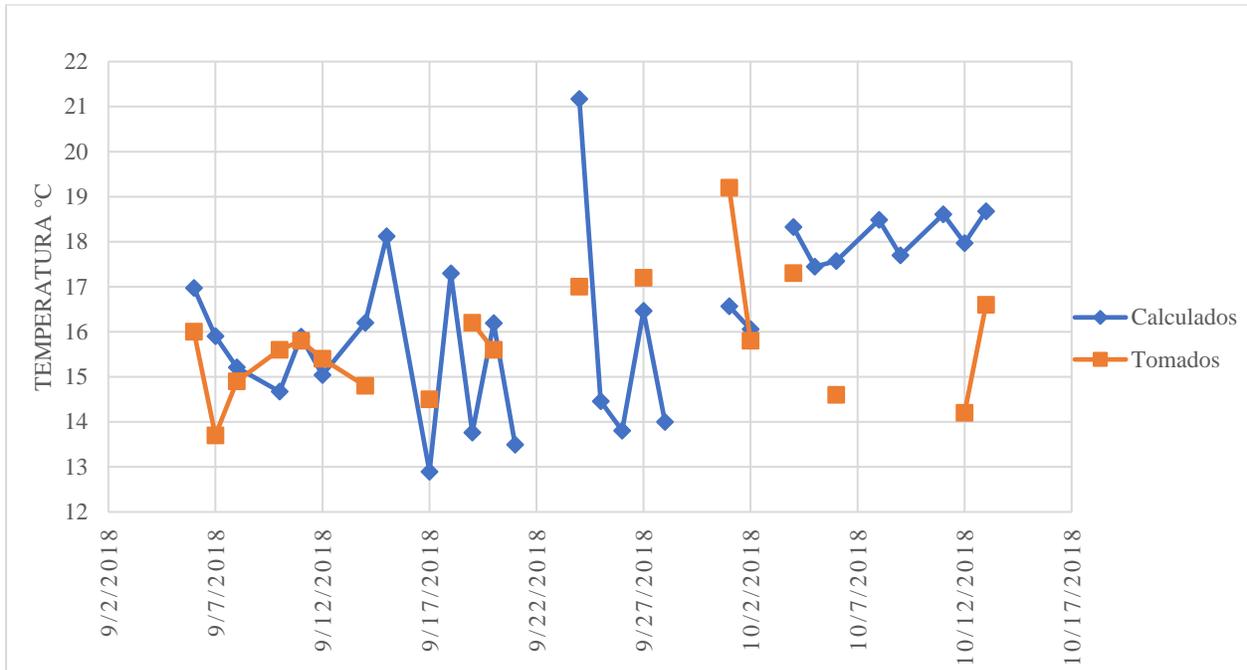


Fuente: Elaboración propia

Para el análisis comparativo se toman en cuenta los puntos coincidentes con las mediciones realizadas por Rozo Grimaldos, (2018).

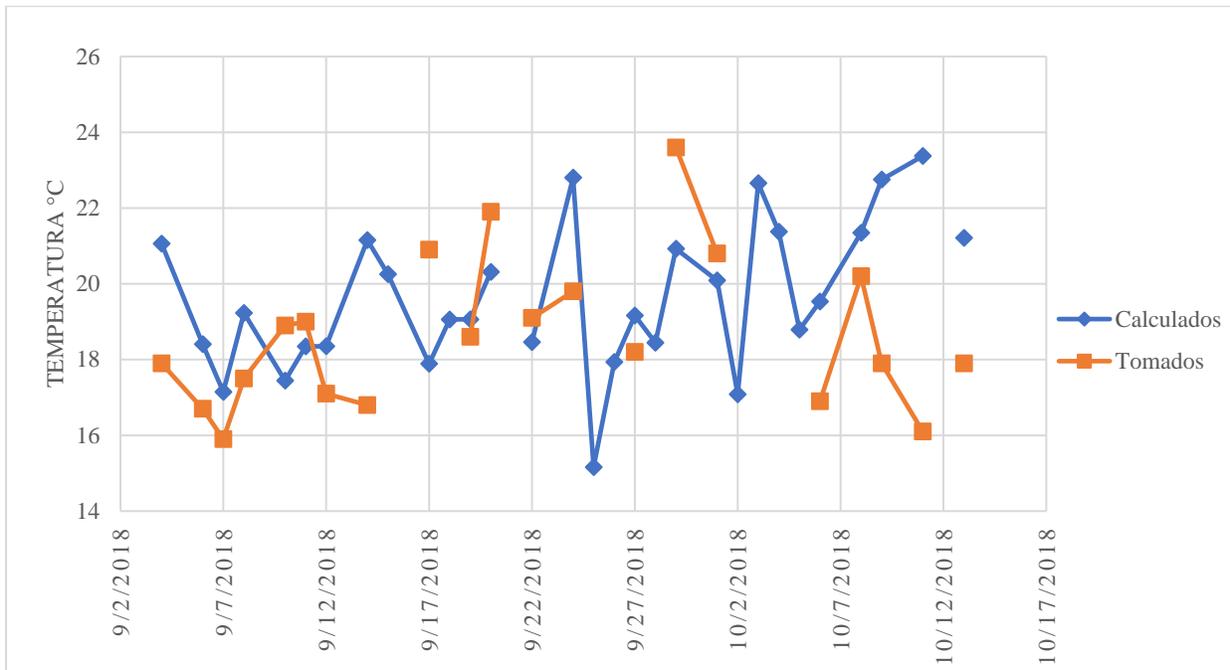
A continuación, se muestran las gráficas comparativas para la superficie inferior en los intervalos de la toma de datos en la mañana y tarde.

**Figura 7. COMPARACIÓN DE LA TEMPERATURA PLACA INFERIOR MAÑANA PUENTE ACCESO AEROPUERTO EL DORADO**



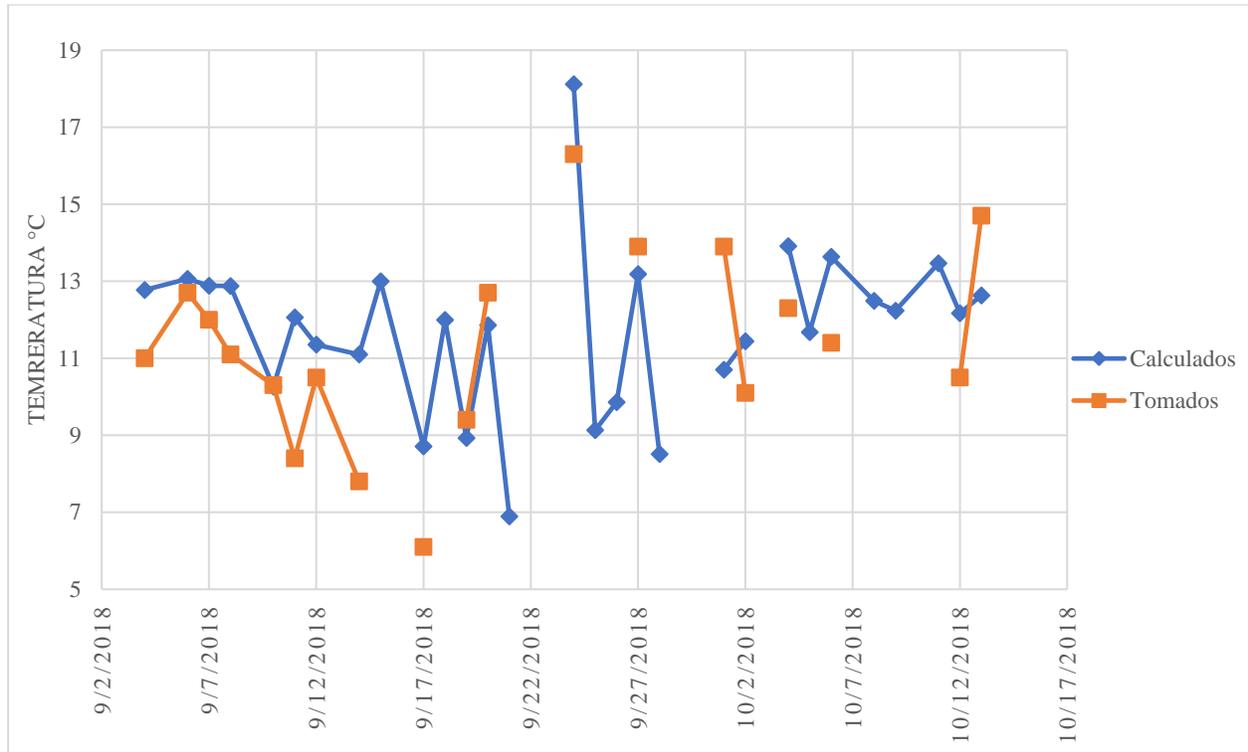
Fuente: Elaboración propia

**Figura 8. COMPARACIÓN DE LA TEMPERATURA PLACA INFERIOR TARDE PUENTE ACCESO AEROPUERTO EL DORADO**



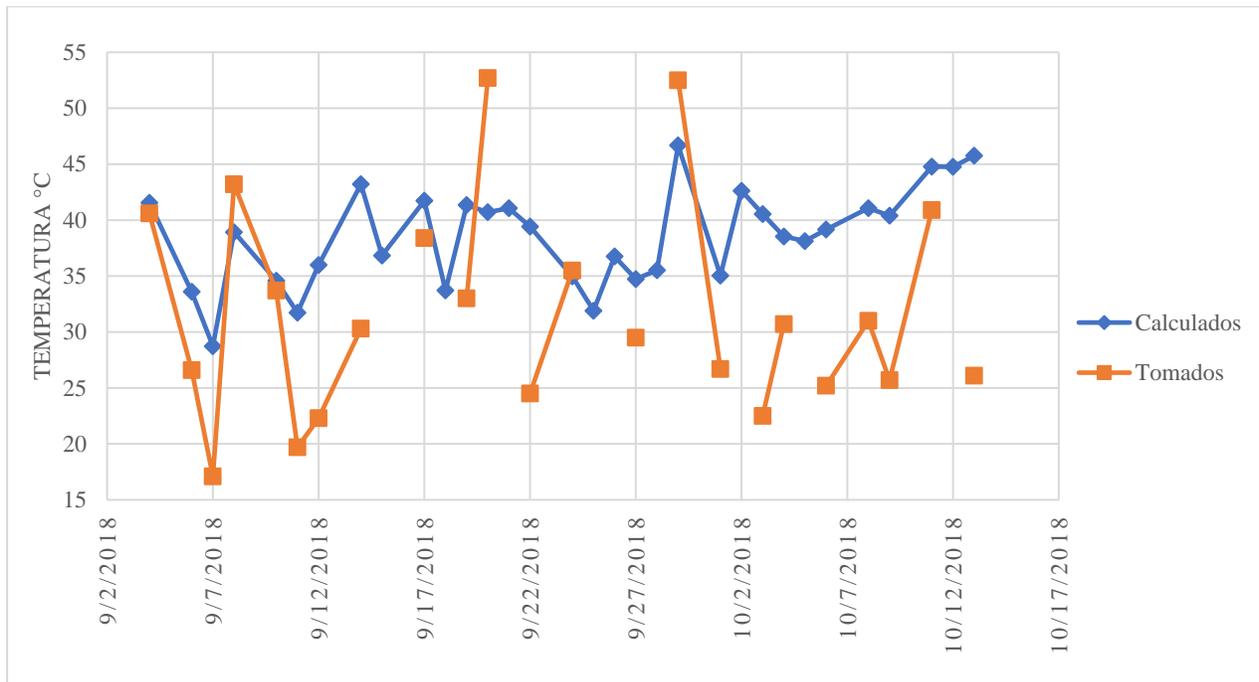
Fuente: Elaboración propia

**Figura 9. COMPARACIÓN DE LA TEMPERATURA PLACA SUPERIOR MAÑANA PUENTE ACCESO AEROPUERTO EL DORADO**



Fuente: Elaboración propia

**Figura 10. COMPARACIÓN DE LA TEMPERATURA PLACA SUPERIOR TARDE PUENTE ACCESO AEROPUERTO EL DORADO**

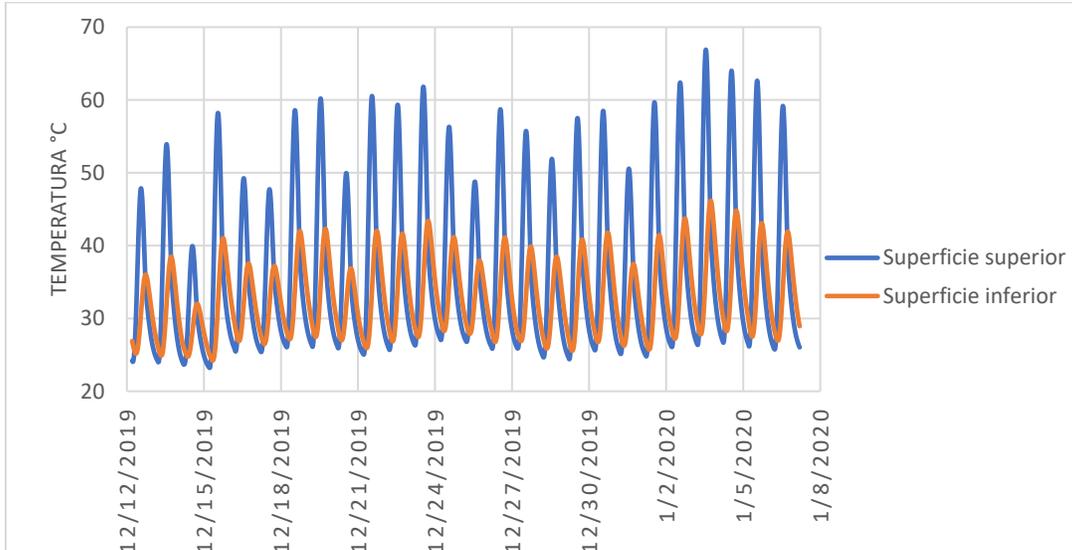


Fuente: Elaboración propia

### 4.3.2. Resultados puente Tizón en Neiva

El algoritmo se ejecuta para las condiciones mencionadas dando como resultado los valores de la temperatura en la superficie tanto superior como inferior de la placa ilustrados en la figura 11.

Figura 11. TEMPERATURA DE LA PLACA ENTRE EL 12 DE DICIEMBRE DE 2019 Y 6 DE ENERO DE 2020

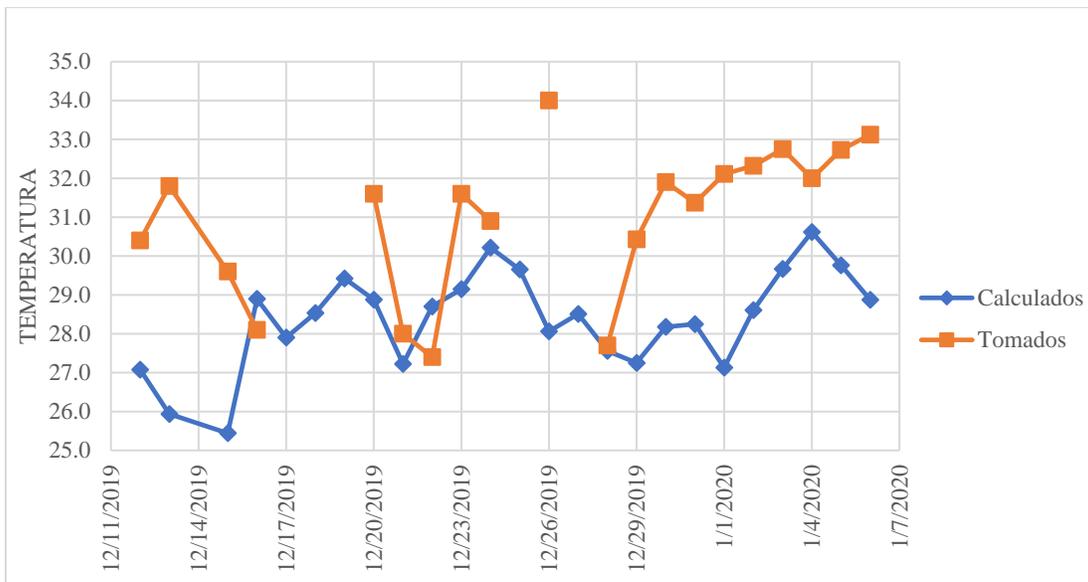


Fuente: Elaboración propia

Para el análisis comparativo se toman en cuenta los puntos coincidentes con las mediciones realizadas por Patarroyo Querales & Meneses Real, (2020).

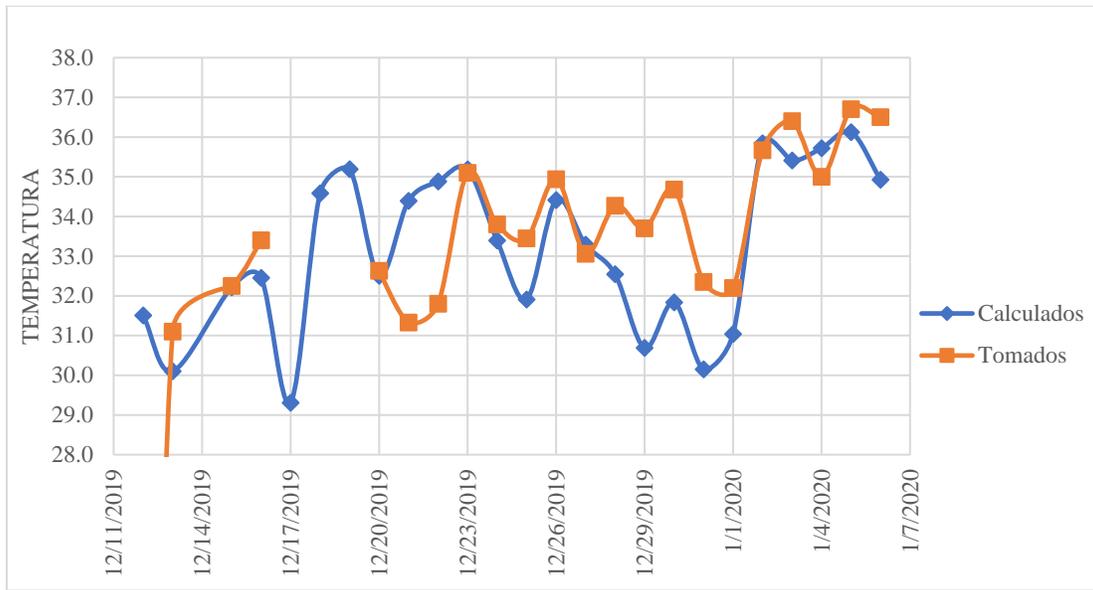
A continuación, se muestran las gráficas comparativas para la superficie inferior en los intervalos de la toma de datos en la mañana y tarde.

Figura 12. GRÁFICA COMPARATIVA TEMPERATURA PLACA INFERIOR MAÑANA PUENTE TIZÓN



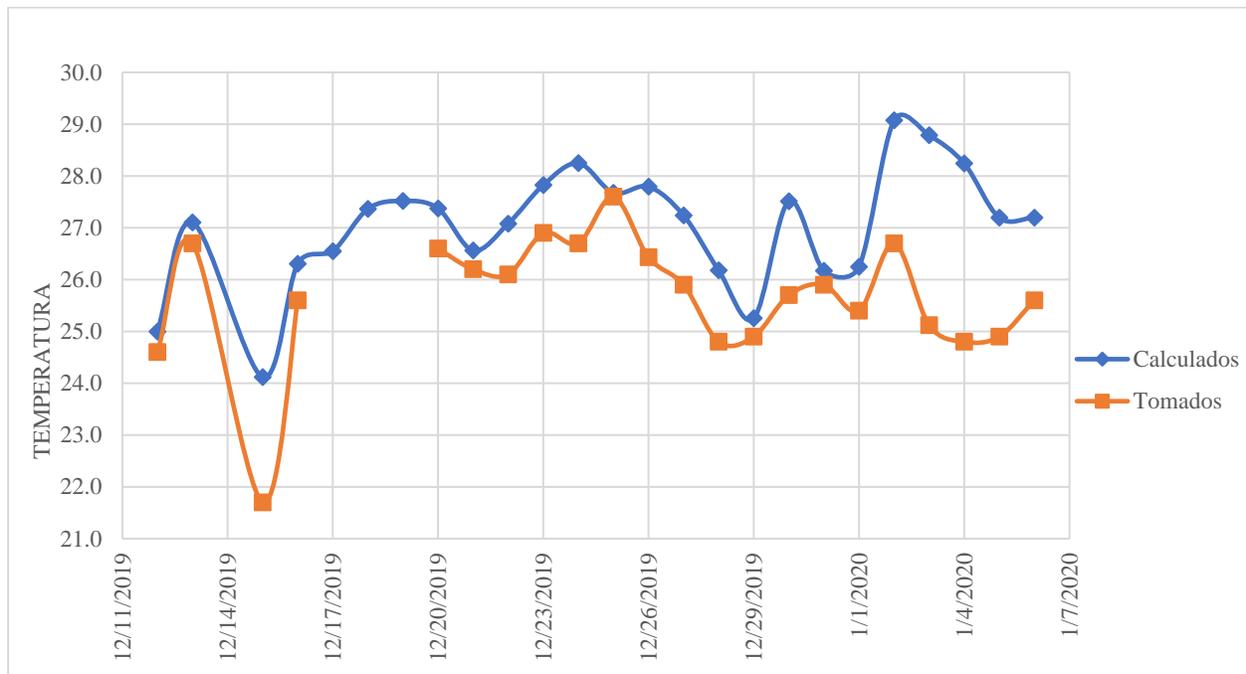
Fuente: Elaboración propia

**Figura 13. GRÁFICA COMPARATIVA TEMPERATURA PLACA INFERIOR TARDE PUENTE TIZÓN**



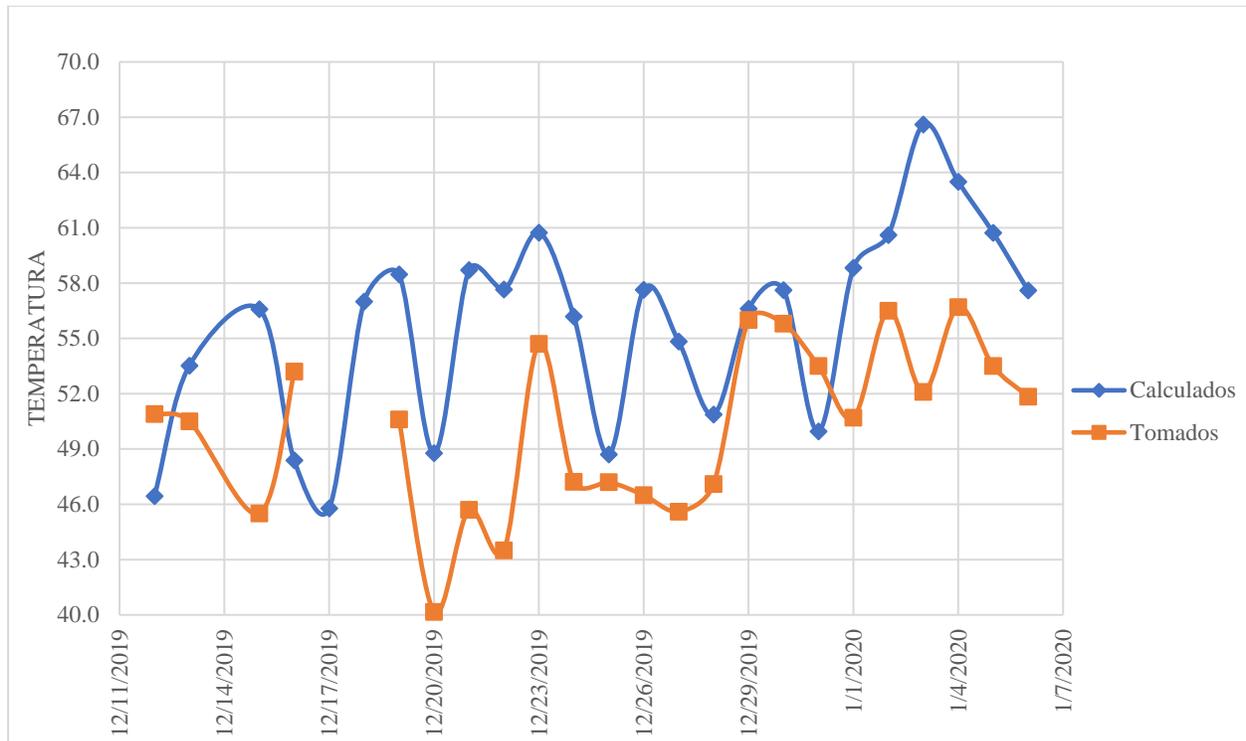
Fuente: Elaboración propia

**Figura 14. GRÁFICA COMPARATIVA TEMPERATURA PLACA SUPERIOR MAÑANA PUENTE TIZÓN**



Fuente: Elaboración propia

Figura 15. GRÁFICA COMPARATIVA PLACA SUPERIOR TARDE PUENTE TIZÓN



Fuente: Elaboración propia

## 5. CONCLUSIONES

Debido a los problemas evidenciados en los puentes que son atribuidos a las cargas térmicas se ha provocado un crecimiento en el interés por investigar su comportamiento y consecuencias con el fin de tener una mejor comprensión del fenómeno. El llevar a cabo esta tarea da como resultado el mitigar las posibles amenazas que se presenten en las estructuras ya presentes a través del monitoreo de las mismas, como también en el ajuste de los códigos de diseño al obtener una mejor perspectiva de las afectaciones que se tienen y la manera de controlarlas con una mayor fiabilidad de los valores y fórmulas de diseño utilizadas.

Las maneras generales de investigar este fenómeno se realizan a través de investigaciones teóricas, experimentales y analíticas, las primeras son demasiado complejas e inviables, y las segundas requieren de un presupuesto considerable si se quiere desarrollar un modelo complejo que sea representativo a las condiciones de servicio de la estructura, es por esto que los modelos analíticos han tomado una alta relevancia, esto gracias también al avance de los métodos computacionales que han simplificado estos análisis en cuanto a tiempo y esfuerzo.

Se aprecia un perfeccionamiento cada vez mayor en cuanto a los modelos computacionales analíticos, a saber que cada vez es más viable el tener amplios análisis donde las simplificaciones del problema son reducidas, si bien en un comienzo y para fines ingenieriles el problema puede tomarse y desarrollarse en una dimensión a través del método de las diferencias finitas, se ha podido progresar a través del análisis bidimensional e inclusive con los últimos desarrollos de software se ha modelado el fenómeno térmico en tres dimensiones por medio del método de elementos finitos, lo cual brinda una caracterización mucho más representativa de la complejidad natural del fenómeno.

Tanto las investigaciones experimentales como analíticas han evidenciado que algunos de los códigos de diseño que se utilizan hoy día tienen un contraste marcado con los valores que se presentan en las estructuras, esto puede atribuirse a dos factores principalmente, la vigencia de los valores utilizados, ya que se han venido manejando estos mismos desde décadas atrás, esto se suma al uso de códigos unificados, a saber que Colombia se vale de los manuales desarrollados por la AASTHO, si bien se hacen algunas adaptaciones es necesario tener en cuenta la diferencia en las condiciones climáticas como geomorfológicas que ciertamente representan un desafío en el desarrollo de un manual que se ajuste a cada una de las condiciones del territorio colombiano.

Son estos factores los que han producido una necesidad de monitoreo en estas estructuras, los cuales se ven agravados por los efectos del cambio climático y su tendencia hacia la variación especialmente de sus temperaturas medias, algo que sin duda potenciará los efectos térmicos en los puentes.

El algoritmo desarrollado tiene la capacidad de modelar la distribución térmica en una dimensión a través de la losa de un puente, para lo cual tiene en cuenta las propiedades térmicas y geométricas tanto de la carpeta asfáltica como de la losa de concreto. El modelo se vale a su vez del modelado de la temperatura ambiente, radiación solar y velocidad del viento, variables de entrada con las cuales se desarrolla la interacción térmica dentro de la estructura.

La programación se desarrolla de tal manera que se puede realizar un modelo para cualquier dimensión tanto de la carpeta asfáltica como de la losa de concreto, estas secciones pueden dividirse en diferencias finitas a considerar, teniendo en cuenta que junto con el intervalo de tiempo no se viole el criterio de estabilidad.

El algoritmo se considera válido y apto para aplicarse a situaciones de estructuras en servicio teniendo en cuenta que por medio de los problemas de validación se ha verificado que el análisis realizado es altamente fiable, a saber, que las diferencias para los resultados presentados por la literatura y los obtenidos por medio del programa no llegan a superar el 0.5%.

Los resultados en los casos de aplicación del algoritmo con base en los datos seleccionados, muestran que se puede considerar el método utilizado como válido para futuros análisis, sin embargo, aún se tienen diferencias considerables en las temperaturas, los cuales pueden atribuirse a la sensibilidad de los instrumentos utilizados para la toma de los datos, la fiabilidad de los mismos y la serie de simplificaciones realizadas que dejan de tomar en cuenta variables influyentes en el comportamiento térmico.

Se puede apreciar una diferencia en la concordancia de los resultados para la mañana y la tarde, este comportamiento de los resultados puede deberse a que la distribución de la temperatura para las horas de la tarde es predominantemente afectada por la radiación solar, mientras que en las horas de la mañana el fenómeno térmico es más sensible a la interacción con el ambiente en conjunción con las variables no estudiadas.

El resultado del análisis se tiene como satisfactorio, ya que la ejecución parte de datos generales de las condiciones ambientales y se logra establecer un comportamiento específico, de cara a una futura simulación con mayor cantidad de datos de referencia se esperan tener valores vez más ajustados a la situación real.

## **6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Bergman, T. L., Lavine, A. S., Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (2016). Fundamentals of heat and mass transfer, eighth edition enhanced E-Book (8a ed.). John Wiley & Sons.

Cengel, Y. A., & Ghajar, A. J. (2014). Heat and mass transfer: Fundamentals and applications (5a ed.). McGraw-Hill Professional.

Jiji, L. (2010). Heat Convection. Springer London;Springer [distributor].

math — Funciones matemáticas — documentación de Python - 3.10.4. (s/f). Python.org. Recuperado el 26 de abril de 2022, de <https://docs.python.org/es/3/library/math.html>

pandas. (s/f). Pydata.org. Recuperado el 26 de abril de 2022, de <https://pandas.pydata.org/>

Patarroyo Querales, L. A., & Meneses Real, H. D. (2020). Temperatura superficial in situ en el puente vehicular de la Avenida Américas con Avenida Boyacá (Bogotá) y en el puente intercambiador vial el Tizón (Neiva).

Rozo Grimaldos, L. J. (2018). Medición de la temperatura superficial in situ para el puente de acceso a la terminal uno del.

Surhone, L. M., Timpledon, M. T., & Marseken, S. F. (Eds.). (2010). Numpy. Betascript Publishing.

Yousong, P., & Shizhong, Q. (2007). Analytical solution to temperature variations in highway concrete bridges due to solar radiation. ASCE-International Conference on Transportation Engineering.