



**Modelos digitales de elevación para el análisis de la precisión de La Región Caribe  
de Colombia**

Leidy Vannesa Castillo Ramirez

Código: 10481722769

Dayana Catherine Jaramillo Bandera

Código: 10481812765

**Universidad Antonio Nariño**

Programa Ingeniería Ambiental

Facultad de Ingeniería Ambiental y Civil

Bogotá, Colombia

2022

**Modelos digitales de elevación para el análisis de la precisión de La Región Caribe  
de Colombia**

Leidy Vannesa Castillo Ramirez  
Dayana Catherine Jaramillo Bandera

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de:  
**Ingeniero Civil**

Director:  
Esp. MSc. Luis Raúl Echeverri Barreto

Codirector:  
PhD. Juan Pablo Rodríguez

Línea de investigación:  
Hidrotecnia y ambiente

Grupo de Investigación:  
Semillero HHH

**Universidad Antonio Nariño**  
Programa Ingeniería Ambiental  
Facultad de Ingeniería Ambiental y Civil  
Bogotá, Colombia

2022

## NOTA DE ACEPTACIÓN

El trabajo de grado titulado Modelos digitales de elevación  
para el análisis de la precisión de la Región Caribe Colombia.  
Cumple con los requisitos para optar al título de Ingeniero Civil.

---

Firma del Tutor

---

Firma Jurado

---

Firma Jurado

Bogotá, noviembre 2022.

### ***Agradecimientos.***

*Primer lugar a Dios, quien no me dejo desfallecer a pesar de las adversidades u obstáculos que estuvieron en este camino.*

*A mi madre por siempre brindarme una voz de aliento, por apoyarme para estar en el lugar que estoy y por siempre demostrarme que así sea sola como mujer se puede salir adelante y cumplir todos mis proyectos mientras me los proponga.*

*A mis compañeros por el apoyo y comprensión en todo este proceso de formación profesional.*

*(Dayana Catherine Jaramillo).*

*El agradecimiento de este proyecto va dirigido primero a Dios, ya que sin la bendición y su amor no hubiese sido posible, agradezco a mis padres, por haberme proporcionado la mejor educación y lecciones de vida. Por su apoyo incondicional, cariño y energía positiva que me han brindado en este crecimiento profesional.*

*(Leidy Vanessa Castillo)*

*También a nuestro docente Raúl Echeverry que gracias a su conocimiento y ayuda pude concluir con éxito.*

*Al semillero HHH del Docente Juan Pablo Rodríguez*

*Gracias a Todos.*

## TABLA DE CONTENIDO

<b>1. RESUMEN.....</b>	<b>1</b>
<b>2. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>2</b>
<b>3. OBJETIVOS.....</b>	<b>4</b>
3.1. GENERAL .....	4
3.2. ESPECÍFICOS .....	4
<b>4. MARCO CONCEPTUAL .....</b>	<b>5</b>
4.1. MODELO DIGITAL DE ELEVACIÓN (MDE) .....	6
4.1.1 STRM.....	6
4.1.2 ALOS .....	7
4.1.3 ASTER.....	8
4.2. PRINCIPIOS METODOLÓGICOS .....	9
4.2.1 Modelo vectorial de contornos.....	10
4.2.2 Modelo vectorial de redes de triángulos irregulares (TIN).....	10
4.2.3 Modelo raster matrices regulares: .....	10
4.2.4 Modelo raster matrices de resolución variable .....	11
4.3. SELECCIÓN DE ESTRUCTURAS DEL MDE .....	11
4.4. MÉTODOS PARA OBTENER INFORMACIÓN EN LOS MDE .....	13
4.4.1 Método directo .....	13
4.4.2 Método indirecto .....	14
4.5. CONTROL GEODÉSICO DE COLOMBIA .....	16
<b>5. ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>18</b>
<b>6. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....</b>	<b>22</b>
6.1. JUSTIFICACIÓN .....	22
<b>7. METODOLOGIA .....</b>	<b>24</b>
<b>8. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....</b>	<b>27</b>
8.1 COMPARACIÓN MDE ZONA CARIBE .....	27
8.2. CALCULO DEL RMSE.....	27
8.3. ANÁLISIS DEL ERROR .....	28
<b>9. CONCLUSIONES.....</b>	<b>34</b>
<b>10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>35</b>
<b>11. ANEXOS.....</b>	<b>38</b>

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Tipos de estructuras para MDE.....	9
<b>Tabla 2.</b> Comparación de ventajas y desventajas de las estructuras del MDE .....	12
<b>Tabla 3.</b> Métodos de captura de datos para el MDE .....	14
<b>Tabla 4.</b> Métodos estadísticos para la evaluación de errores en la producción de MDE. ....	15
<b>Tabla 5.</b> Normativa asociada al IGAC .....	17
<b>Tabla 6.</b> Comparación de alturas vs puntos geodésicos de un MDE .....	27
<b>Tabla 7.</b> Resultados obtenidos del análisis estadístico de los MDE .....	32

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Frecuencia de uso de las tecnologías de producción del MDE. ....	12
<b>Figura 2.</b> Diagrama de la metodología para el análisis de los MDE. ....	25
<b>Figura 3.</b> Gráfico de RMSE. ....	29
<b>Figura 4.</b> Gráfica con los resultados de la correlación del MDE STRM. ....	30
<b>Figura 5.</b> Gráfica con los resultados de la correlación del MDE ASTER. ....	30
<b>Figura 6.</b> Gráfica con los resultados de la correlación del MDE ALOS. ....	31
<b>Figura 7.</b> Resolución MDE. ....	33
<b>Figura 8.</b> Resolución MDE. ....	33

## 1. RESUMEN

Los modelos digitales de elevación (MDE) es la parte inicial para una cantidad de metodología y modelos de análisis espacial. Esto ya que los resultados extraídos son de alta calidad esto se debe a que está ligada con alta calidad de su resolución espacial.

Para la elaboración del presente trabajo se analizaron los tres modelos SRTM, ASTER GDEM, ALOS PALSAR los cuales fueron comparados con la información geodésica del país. Para este análisis se compararon los MDE de diferentes resoluciones para indicar el error y dar una idea de la precisión de la información de percepción remota de los datos frente a las mediciones in situ. Los resultados muestran que Alos palsar es más adecuado y que el error crece respecto a las alturas más altas. Este trabajo tiene una importancia amplia de aplicación en la ingeniería debido a que la información topográfica es vital para diferentes áreas.

## 2. INTRODUCCIÓN

Para la planeación, control, proyección y diseño de obras, se emplean los Modelos Digitales de Elevación (MDE), siendo estos una herramienta topográfica que permite mediante un software procesar rápidamente las coordenadas y altura de una zona de estudio específica (Barrera & Osorio, 2016). De esta forma, se puede definir modelo de elevación digital en inglés DEM, como una representación matemática de una superficie de tierra desnuda, generada de distintas fuentes de información del área a evaluar (Saenz, 2019). En ese sentido, el MDE realiza una caracterización espacial de áreas, haciendo uso de un grupo de datos de latitud, longitud y altitud, permitiendo así, dar forma a una representación tridimensional de la superficie (Avand et al., 2022; Saenz, 2019).

Los MDE, representan las interacciones terrestres de tipo atmosférico, geológico, ecológico, hidrológico y geomórfico; generando un gran interés en el estudio de la caracterización cuantitativa de la topografía (Okolie & Smit, 2022). Para que las modelaciones sean una representación efectiva de la realidad, se requiere información digital adecuada, en el caso de Colombia el Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC).

Teniendo en cuenta lo descrito, y resaltando que Colombia cuenta con un almacenamiento superficial favorable, como consecuencia de los cuerpos de agua lénticos, que están distribuidos en gran parte de la superficie total del territorio colombiano, y la disponibilidad de una gran extensión de ecosistemas de humedales, brindando hábitat a 1572 especies de peces (Sánchez & López, 2014; Valencia-Rodríguez et al., 2022). El presente trabajo revisa y discute la producción, disponibilidad, calidad y capacidades de los MDE globales con respecto a la derivación de datos topográficos en apoyo de investigaciones hidrológicas y de recursos hídricos. Adicionalmente, se

realizó una estimación de algunas zonas de importancia hídrica, con la recopilación de un conjunto de datos como caudales medidos, escorrentías superficiales y potencial de inundación. Por consiguiente, la comparación de los distintos datos permite almacenar y analizar datos geográficos e hidrológicos del área de estudio, con el propósito de ser implementados de una manera accesible por la Universidad Antonio Nariño, y las futuras investigaciones en la línea de investigación propuesta.

### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1. GENERAL**

- Evaluar tres modelos digitales (STRM, ALOS, ASTER GDEM) de elevación frente al dato de altura de la Red geodésica de Colombia en la región Caribe.

#### **3.2. ESPECÍFICOS**

- Analizar mediante métodos estadísticos, el error cuadrático medio (RMSE), desviación estándar, análisis de correlación, de los tres modelos digitales de elevación vs puntos geodésicos (IGAC), para reconocer cuál de los tres modelos digitales de elevación es más óptimo para proyectos ingenieriles.

#### 4. MARCO CONCEPTUAL

En la elaboración del presente trabajo en la línea de investigación de hidrotecnia y ambiente, se deben tener presentes los conceptos asociados a los modelos digitales de elevación, con el propósito de entender los distintos procesos requeridos, para darle forma a los datos y acercarse a la representación real de las superficies a investigar.

La representación de un conjunto de datos, usando información digital requiere insumos disponibles y suficientes, para modelar acertadamente la superficie. En ese sentido, una de las principales fuentes de información cartográfica es el Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC), una entidad que cumple la función de producir mapas oficiales y cartografía básica del territorio colombiano, además, es en esta institución es donde se diseña el catastro nacional del propiedad inmueble, el inventario de las características de los suelos, y se adelantan investigaciones geográficas como apoyo al desarrollo territorial; por otro lado, se capacitan y forman profesionales en tecnologías de información geográfica, de esta forma el IGAC gestiona la Infraestructura Colombiana de Datos Espaciales (ICDE) (Montoya Velilla & Betancur Vargas, 2009). Cabe resaltar, que el IGAC provee datos fundamentales para el país tales como: áreas funcionales, nombres geográficos, elevación, profundidad, redes de transporte, parcelas entre otras; esto es posible gracias al rol de la red geodésica nacional que emplea vértices geodésicos para la captura de información de alta precisión, de esta manera se entiende el cambio de la altitud y de la posición del terreno, obteniendo datos del tipo área, extensión, ubicación y orientación (IGAC, 2021).

En ese sentido se puede deducir que a partir de datos numéricos se puede modelar una o varias superficies, se define a continuación Modelo Digital de Elevación (MDE) y aspectos importantes a tener en cuenta para su implementación.

#### **4.1. Modelo Digital de Elevación (MDE)**

El MDE es una representación cuantitativa de la superficie de la Tierra y la información espacial de los datos, convirtiéndose en una fuente importante de información sobre la elevación, la pendiente y el relieve del terreno para las investigaciones científicas y los investigadores (Jalal et al., 2020). Otros autores definen el MDE como modelos computacionales que permiten representar de forma numérica la distribución continua de la altitud de una superficie (Montoya Velilla & Betancur Vargas, 2009).

Los MDE tienen dos cualidades fundamentales, la exactitud y la resolución horizontal, la resolución específica la unidad de medida más pequeña que se obtiene para registrar datos, estos modelos con el tiempo han ido mejorando su calidad, ya que hoy en día se cuentan con más sensores remotos que proporcionan una amplia gama de imágenes.

##### **4.1.1 STRM**

La Misión Topográfica Shuttle Radar es el proyecto internacional asociado a la agencia de inteligencia Geo-espacial, la administración nacional de la aeronáutica del espacio, NASA, tiene como fin proporcionar modelos de elevación digital en la zona del globo terráqueo entre 56 °S a 60°N, originando así mapas topográficos digital con la mayor resolución posible. Es una herramienta que se utiliza en distintas áreas del conocimiento ya que se puede descargar gratuitamente desde internet. Este lleva dos antenas de radar que están separadas 30 m y emplean un software interferométrico con SAR (Radar de apertura sintética) que por medio de algoritmos procesa la información que se va recolectando por las antenas (NASA, 2015). Los modelos de elevación derivados de STRM se usan en los campos que se relacionan con la geomática, principalmente en los SIG. Algunos datos se ven afectados porque existen unas áreas que se encuentran relativamente vacías, sobre todo en montañas y desiertos, por ello para este error que

se presenta se complementan los datos con modelos provenientes de otras fuentes (NASA, 2015). Actualmente se encuentran plataformas que permiten la descarga de estos MDE's de manera gratuita, la NASA tiene convenio con distintas entidades alrededor del mundo que facilitan el acceso de estos datos; debido a que en Colombia no se cuenta con un modelo de STRM disponible, se utilizó la plataforma de USGS (The United States Geological Survey) que proporciona información científica para comprender y describir la tierra, como alternativa para la descarga del MDE para STRM a 30m.

#### **4.1.2 ALOS**

Significa “Satélite avanzado de observación de tierra”, lanzado por la agencia japonesa de exploración aeroespacial en el mes de enero del 2006, éste cuenta con tres instrumentos de teledetección, PRISM que es un radiómetro pancromático con alta resolución que proporciona datos del terreno incluyendo la elevación, AVNIR-2 un radiómetro visible e infrarrojo que observa zonas costeras generando así una mejor resolución espacial, y por ultimo PALSAR que es un SAR que cuenta con un sensor de microondas activo para observación de nubes, día y noche. El principal objetivo de ALOS incluye cartografía, observación regional, monitoreo de desastres y levantamiento de recursos, y estudios de exploración como prevención de desastres (ALOS DATA, 2015). Las imágenes proporcionadas por Alos también se encuentran disponibles a 30m y hasta 12,5m de resolución es una gran herramienta que se viene utilizando desde que la NASA puso a disposición gratuita la información para SIG. Teniendo en cuenta que el propósito del presenteproyecto es proporcionar un MDE para Colombia a 30m y corregirlos, se utilizó el MDE de ALOS para elaborar uno que tuviera cobertura total del país y así poder utilizarlo en el análisis, esto fue posible debido a que al igual que STRM, ALOS cuenta con alianzas en sitios web para poder descargar los modelos digitales de manera gratuita, proporcionándolos en

distintas resoluciones y con una cobertura mundial, un ejemplo claro es el de ASF (Alaska Satellite Facility) que tiene como objetivo que los datos de teledetección sean accesibles, la instalación es parte de la Universidad de Alaska Fairbanks.

#### **4.1.3 ASTER**

Se elaboró un modelo digital de elevación nuevo a nivel global ASTER (Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer) GDEM (Global Digital Elevation Model) en asociación con el ministerio de economía, comercio e industria de japon (METI) y la administración nacional de aeronáutica y del espacio ( NASA), proporcionando cerca de 1,3 millones de imágenes estéreo que fueron tomadas a partir del año 2000, es uno de los cinco sistemas de sensores de instrumentos de vanguardia a bordo de Terra, con una combinación de amplia cobertura espectral y buena resolución espacial (EARTHDATA, 2014). ASTER es el instrumento de alta resolución espacial de la plataforma Terra, caracterizado por su capacidad de servir como lente ZOOM, es particularmente importante para la detección de cambios, calibración y/o validación y estudios de superficie terrestre (EARTHDATA, 2014) siendo bastante útil para el desarrollo de la monografía presentada, siendo un modelo bastante útil que está disponible desde 2009 en diversos portales de forma gratuita y que también cuenta con MDE a distintas resoluciones, entre ellas a 30m.

## 4.2. Principios metodológicos

El MDE se compone de una unidad básica conocida como Z o altitud, junto a las coordenadas Norte y Este, son variables que componen la estructura de los modelos digitales de elevación; para darle forma a la representación espacial, estas variables se proyectan en un sistema geográfico de coordenadas (Felicísimo, 1994) y se clasifican como se muestra en la tabla 1:

**Tabla 1.** *Tipos de estructuras para MDE*

Tipos de estructuras de los MDE						
Vectoriales				Raster		
Contornos		Perfiles	Triángulos	Matrices		Polígonos
<b>Secuencial:</b> Las líneas se almacenan como cadenas de cotas.	<b>Analíticas:</b> Las líneas se almacenan como segmentos de Bezer.	Cadenas paralelas de cotas en línea con altitud variable.	Red de triángulos irregulares (TIN)	<b>Regulares:</b> Cotas sobre una malla cuadrada de filas y columnas equidistantes.	<b>Escalables:</b> Cotas sobre submatrices jerárquicas y de resolución variable.	Cotas asignadas a teselas poligonales regulares.

*Nota.* La tabla describe de forma resumida los tipos de estructuras manejados para un MDE.

Fuente: Elaboración propia con base en datos de Barrera & Osorio (2016).

El primer tipo de estructura, los modelos vectoriales, tienen como base entidades representadas por puntos y líneas, y los valores son obtenidos de coordenadas; por otro lado, los modelos raster emplean mallas en donde cada cuadrícula hace referencia al valor de la altitud (Barrera & Osorio, 2016).

La tabla 1 presenta los tipos de estructuras con una breve descripción de cada uno, en este apartado se describe de manera extendida los distintos tipos de estructuras.

#### **4.2.1 Modelo vectorial de contornos.**

El vector compuesto por coordenadas (x,y) es la base que describe la trayectoria de líneas isométricas, los elementos que hacen parte del vector pueden variar (Felicísimo, 1994). Un ejemplo básico de este modelo son las curvas de nivel o intervalos de altitud, también se pueden encontrar valores específicos que definen cambios en la pendiente que puede ser brusco o conocido en inglés como breaklines (Barrera & Osorio, 2016).

La ubicación de cada elemento es única, más cuando ésta conserva o trae los valores individuales de coordenadas. Por ejemplo, el MDE se compone por un conjunto de curvas de nivel que transitan por la zona que es representada, son separadas por intervalos constantes de altitud, adicionalmente de un conjunto de puntos acotados que permiten definir lugares singulares tales como, cimas, fondos de dolinas, collados, entre otros.

#### **4.2.2 Modelo vectorial de redes de triángulos irregulares (TIN)**

Los triángulos son construidos mediante el ajuste de un plano compuesto por tres puntos cercanos no colineales, que se adosan encima de un terreno que forma un mosaico que logra la adaptación de la superficie con cierto nivel de detalle, en función de lo complejo del relieve. Esta es una estructura en donde el terreno se representa por un conjunto de superficies planas ajustadas a un conjunto previo de puntos. Las formas irregulares se deben a la localización de los puntos, de acuerdo a la posición geográfica, dando lugar a triángulos entrelazados, densificados e irregulares (Barrera & Osorio, 2016).

#### **4.2.3 Modelo raster matrices regulares**

Se construye con la superposición de la retícula (punto medio de la celda) sobre un terreno extrayendo el valor de la altitud media de cada una de las celdas, generalmente se

establece un valor específico relacionado con la retícula, obteniendo así, un modelo vectorial compuesto por puntos; estas matrices se generan al realizar interpolación usando un modelo previo de contornos, otra manera de hacerlo es el método fotogramétrico (Felicísimo, 1994). La retícula presenta formas variadas desde una red regular hasta mallas cuadradas compuestas de filas y columnas, asimismo, puede encontrarse mallas equiespaciadas (Barrera & Osorio, 2016).

#### **4.2.4 Modelo raster matrices de resolución variable**

Esta estructura es el resultado del principal problema encontrado en las matrices regulares, conocido como resolución espacial prefijada, se caracteriza por una composición de datos de tipo elementales, así como submatrices, esta última con un nivel de resolución diferente, finalmente se obtiene un árbol jerárquico y dinámico (Felicísimo, 1994). El modelo se destaca por ser sencillo tanto en la parte conceptual como operacional (Barrera & Osorio, 2016).

### **4.3. Selección de estructuras del MDE**

En la tabla 2 se exponen algunas ventajas y desventajas encontradas de cada uno de los tipos de estructuras del MDE, encontradas en cinco estudios que implementan ambos modelos. Cabe resaltar que, se realiza una comparación teniendo en cuenta estudios actualizados, ya que se han modernizado los modos de adquisición y las técnicas de procesamiento utilizadas en la producción de MDE, como el uso de cámaras 3D de corto alcance, fotogrametría digital, detección y rango de luz conocido como LiDAR, radargrametría entre otras (Okolie & Smit, 2022).

**Tabla 2.** Comparación de ventajas y desventajas de las estructuras del MDE

	Modelos vectoriales	Modelos matriciales	Autores
Ventajas	-Facilitan las tareas de inventarios.	-Facilidad para elaborar análisis.	(Dolton & Dueker, 1986); (Carter, 1988); (Berry, 1988)
	- Es posible aumentar el grado de detalle en zonas concretas caracterizadas por ligeras variaciones en el relieve.	-Representación adecuada de superficies con un fuerte relieve.	
Desventajas	-Dificultad para realizar el proceso de análisis, por la complejidad en cuanto a su manejo.	-Poco flexibles debido a lo rígido de su estructura.	
	-Naturalmente limitadas por fronteras lineales claras.	- Presentan los peores resultados en la definición de detalles en áreas de relieve suave.	

*Nota.* Elaboración propia.

La tabla 2 presenta un panorama del uso de las estructuras, teniendo en cuenta las diferencias de cada una, de manera que se puede hacer uso de estas con información previa, que permita la producción de mejores MDE, sin embargo, los modos de obtención de los modelos digitales de elevación han cambiado, como se mencionó anteriormente, en la figura 1 se puede apreciar que, en el periodo que inicia en el año 2010 hasta el año 2015, se han venido implementando tecnologías con una mayor o menor frecuencia, como InSAR, Óptico-Estéreo, LiDAR y coincidencia de imágenes, con el fin de producir el MDE.

**Figura 1.** Frecuencia de uso de las tecnologías de producción del MDE.

Del mismo modo, se pueden encontrar métodos para obtener la información o datos, que le darán forma a los modelos digitales de elevación, se describen a continuación.

#### **4.4. Métodos para obtener información en los MDE**

En la elaboración de modelos digitales de elevación se deben diseñar una serie de pasos de adquisición de información en donde se transforma la realidad geográfica en una estructura digital con datos manipulables, por consiguiente, se construye el MDE (Barrera & Osorio, 2016); la toma de datos puede dividirse en dos tipos, como se explica a continuación:

##### **4.4.1 Método directo**

Las mediciones son el resultado de la toma directa de datos sobre el terreno real, como en el caso de la medición y registro de información directa empleando levantamientos topográficos que pueden utilizar un GPS o una estación total (Trujillo, 2015).

##### **4.4.2 Método indirecto**

Se emplean archivos realizados con anterioridad conocidos como documentos digitales o analógicos, ejemplo de esto son las curvas de nivel y puntos de altura digitalizados, que se obtienen de procesos convencionales de conversión automática o del tipo manual, por otro lado, se encuentran también los procesos fotogramétricos (Trujillo, 2015).

De modo similar, cada uno de los métodos presenta tres subtipos en el caso del método directo y dos subtipos relacionados con el método indirecto, la siguiente figura describe de manera resumida cada uno de ellos.

**Tabla 3.** *Métodos de captura de datos para el MDE*

Método directo			
Altimetría		GPS	Topografía
Altímetros transportados por plataformas aéreas.		Global positioning system, sistema de localización mediante satélites.	Por medio de estaciones topográficas con salida digital.
Método Indirecto			
Restitución		Digitalización	
De origen digital: imágenes digitales obtenidas de satélites con distintos ángulos de visión.	De origen analógico: pares fotográficos del tipo pancromático, color e infrarrojo (convencionales).	Manual: por medio de tableros digitalizadores.	Automática: por medio de scanner.

*Nota.* Para la construcción de los modelos digitales de elevación se emplean varios métodos de captura de datos, la imagen explica brevemente cada uno de ellos. Fuente: adaptado de Barrera y Osorio (2016).

Con la ayuda de los métodos mencionados, hoy en día se puede representar un terreno, y de éste obtener información de utilidad, para realizar análisis de los elementos que conforman el mismo, esto no sería posible sin el uso de equipo adecuado y software diseñado para tal propósito, de esta manera se encuentra diversos elementos de origen variable, es así como se da paso a diferentes tipos de modelos digitales de elevación (Trujillo, 2015).

**Tabla 4.** *Métodos estadísticos para la evaluación de errores en la producción de MDE*

Nombre del Método estadístico	Descripción del método	Fórmula aplicable
Exactitud	Consiste en comparar las elevaciones derivadas del mismo con otra fuente de información caracterizada por poseer un mayor grado de exactitud. De estas comparaciones se obtiene el error aritmético medio, error absoluto medio y la raíz cuadrada del error medio cuadrático.	Para el error aritmético medio: $O_r = 3 r_i/n$ Para el error absoluto medio: $EAP = 3 * r * i/n$ Para la raíz cuadrada del error medio cuadrático: $EMC = \pm (3 r_i^2/n)^{0,5}$
Desviación estándar o típica (DT)	Expresa la desviación de los errores $r_i$ con respecto al promedio $O_r$ .	$DT = (3 (r_i - O_r)^2 /n - 1)^{0,5}$

*Nota.* Elaboración propia con base en datos de Fallas (2007).

Por otra parte, Barrera y Osorio (2016) explican que existe una expresión que afecta la precisión de los modelos digitales de elevación, la cual se detalla a continuación:

$$A_{DTM} = f (C_{DTM}, M_{modelamiento}, R_{terreno}, A_{datos}, D_{datos}, DN_{datos}, 0) \quad (13)$$

En dónde;

C representa las características del terreno.

M es el método de interpolación.

R la rugosidad del terreno.

A junto a DN y D son tres atributos,

O representa a otros (Barrera & Osorio, 2016).

Cabe resaltar que la rugosidad es la que determina el grado de dificultad de la modelación, ya que dependiendo del tipo de modelo se requerirá un número de punto mayor o menor, cuando el terreno presenta cambios bruscos es necesario recolectar un número considerable de puntos, para modelar de manera adecuada. Por otra parte, atributos como la pendiente en porcentaje influyen directamente en la evaluación de la precisión (Barrera & Osorio, 2016).

#### 4.5. Control geodésico de Colombia

El Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC), es una entidad gubernamental la cual cumple la función de coordinar los sistemas geodésicos nacionales de referencia, con el propósito de permitir que los usuarios participen del proceso enriquecimiento de los avances científicos y técnicos asociados con la producción de datos espaciales de alta calidad; lo anterior se fundamenta en lo planteado en el Decreto 1170 del 28 de mayo de 2015, en el artículo 2.2.1.1.2.7 que afirma que las entidades deben crear mecanismos con fácil acceso a la información, además, deben tener en cuenta la conectividad de datos con las demás entidades relacionadas, de manera que no se generen duplicados de información, facilitando al público el conocimiento encontrado (IGAC.GOV.CO, 2015). Este es un ejemplo del uso de la normativa vigente relacionada con el IGAC, también se pueden encontrar resoluciones, actos administrativos y otros decretos importantes (Tabla 5).

**Tabla 5.** Normativa asociada al IGAC

NORMA	DESCRIPCIÓN	FECHA DE EXPEDICIÓN
Acta: Informe final presentado al ministro de hacienda y crédito público por la comisión de expertos para la equidad y la competitividad	Propone dotar al IGAC con recursos adecuados, para la actualización de los catastros rurales y de los pequeños municipios.	02/12/2015
Resolución 1849 de 2021	Se adopta el manual específico de funciones y competencias laborales del IGAC.	20/11/2021
Resolución 853 de 2022	En el cual se adopta el Plan Nacional de Cartografía Básica de Colombia.	29/07/2022
Resolución 045 de 2021	Se asigna al IGAC como gestor catastral en los municipios a su cargo registrados en el Sistema Nacional Catastral (SNC).	20/01/2021

CONPES 3859	Política para la adopción y puesta en marcha de un catastro multipropósito rural-urbano.	01/01/2009
Circular 055	Para el tratamiento de datos y suministro de información en cabeza del IGAC.	04/06/2020
Circular interna 049 de 2020	Identificación y recopilación de información al interior del IGAC.	21/05/2020

Fuente: Elaboración propia con base en datos de (IGAC, 2021).

Un punto de control geodésico es aquel que evidencia la ubicación geográfica exacta, esta lo que conforma una red de triangulación con distintos vértices geodésicos. Se emplea como base de referencia para levantamientos de posiciones satelitales

## 5. ESTADO DEL ARTE

En Austria se realizó una investigación por parte de Truden et al. (2022) con el propósito de analizar la accesibilidad de transporte para una población rural, la zona de estudio fue Unteres Drautal en el estado de Carintia. Se evaluaron dos variables, la distancia a pie recorrida por los habitantes y la ganancia de elevación/pendiente a lo largo de senderos peatonales, que conducen a las paradas de un sistema de transporte. El MDE se empleó con información de las elevaciones de la zona rural, estos datos se obtuvieron mediante el escaneo láser aerotransportado (ALS), utilizando un sistema LiDAR que es montado en un avión o helicóptero para escanear el terreno. Teniendo en cuenta las paradas del sistema de transporte, determinando la parada inicial y final de cada recorrido, de esta forma, usando el paquete Terra R para mapear los puntos a lo largo de la cadena lineal en los campos ráster correspondientes del MDE, permitiendo así, recuperar las elevaciones de los campos ráster (medidas en metros). Seguido de esto se calcularon las distancias secuenciales entre los puntos a lo largo de la línea utilizando la distancia Haversine y su diferencia de elevación.

Finalmente, el análisis de la relación entre distancia y elevación estableció que las distancias más largas a pie equivalen a una mayor elevación acumulada que se debe superar. Para cumplir con el objetivo planteado, se realizó un mapa con los resultados obtenidos de manera que, las ubicaciones de las paradas se filtren según las métricas de accesibilidad "distancia a pie" y/o "elevación acumulada", para luego usar paletas de colores para ilustrar la métrica en la presentación del mapa.

El anterior estudio es un ejemplo del uso de los MDE en un ámbito social, y se puede apreciar que son una gran herramienta que puede aportar a cualquier rama de la ciencia, como es el caso de la topografía superficial en el estudio realizado por Pardo-Igúzquiza & Dowd (2022)

en donde se realizó un mapeo geológico del planeta Marte, analizaron la variabilidad espacial de la rugosidad de la superficie marciana; y para lograrlo se emplearon los MDE que fueron generados a partir de imágenes de HiRISE de los siguientes terrenos: eólico, volcánico, hidratado, con cráteres, reticulado y sublimado a escala métrica. Cabe resaltar que la rugosidad es el resultado de muchos procesos geológicos complejos, como fallas, plegamientos, erosión, deposición, revestimiento, entre otras.

La metodología empleada fue el cálculo de la dimensión fractal global para el MDE, de esta forma la dimensión fue obtenida dentro de una ventana en movimiento centrado en cada celda del MDE, y se obtuvo un nuevo mapa ráster con la rugosidad del paisaje local evaluada para cada píxel del MDE. Se realizaron histogramas para analizar los datos obtenidos, para el primer terreno el eólico se encontraron voladuras y dunas lunetas, característica de una geomorfología desprendida, en donde los sedimentos son transportados por el viento cubriendo la roca madre subyacente; el terreno volcánico contenía depresiones y montículos que fueron transformados por la erosión, se descubrió que el terreno poseía poca rugosidad comparada con el terreno eólico. En cuanto al terreno hidrato registró la mayor rugosidad en ciertas áreas, ya que también se determinó que el terreno es bastante suave; el terreno con cráteres se comparó con el terreno eólico debido a su similitud en áreas de baja rugosidad con superficies lisas; por otra parte, el terreno reticular presentó un patrón de rompecabezas de depresiones y montículos, con superficies suaves características por una rugosidad baja. Finalmente, el terreno sublimado tenía áreas muy accidentadas, con una gran superficie de depresiones cerradas. Con este estudio los autores construyeron mapas de rugosidad que ayudarán a los geólogos planetarios a comprender las superficies marcianas, mostrando así, el gran potencial del uso de los MDE.

Por otro lado, se ha demostrado que el uso de los MDE puede generar un error promedio de 2 m, debido a que los datos empleados para modelar contienen errores y ruido, comenzando con la adquisición de datos de radar hasta la discretización de una superficie global en píxeles, además, el ruido natural creado por deslizamientos de tierra y rocas que existen en las redes fluviales, estas son dos de las razones que Smith et al. (2022) en su estudio aclara, como se realiza una comparación de enfoques para el cálculo del índice de pendiente del canal, siendo una propiedad que poseen ,los cuerpos hídricos .

Cada uno de los enfoques mencionados cuenta con una fórmula matemática para su cálculo, con los valores obtenidos de cada método se realizó una comparación para evaluar la precisión de cada enfoque, con la ayuda de histogramas realizados con los valores de inclinación del canal. Se determinó que el método píxel por píxel fue el menos preciso, mientras que el enfoque de segmentos iguales resultó ser más preciso que el método ya mencionado.

De la misma forma, en Egipto se ha trabajado en temas relacionados con la precisión global de los MDE, mediante el uso de cerca de 601 puntos de alturas elipsoidales, se muestra que mediante los resultados de SRTM1, se obtiene una desviación estándar de  $2,89 \pm 8,65$  m, siendo un avance representativo para los MDE empleados en la actualidad; cabe resaltar que, en Egipto las condiciones espaciales carecen de zonas hídricas, debido a esto debe trabajar bajo un modelo geopotencial global (GGM), con el fin de convertir la altura elipsoidal en una altura ortométrica (Rabah & Hattab, 2017).

Agregando a lo anterior, es importante mencionar que Colombia se caracteriza por las crecidas torrenciales que frecuentan varias ciudades del país, ejemplo de esto es Departamento de Caldas quien constantemente sufre desastres causados por las repentinas crecidas torrenciales, originadas en quebradas ubicadas en zonas urbanas (Ruales, Chang, Upegui, Nájera, & Fernanez,

2020). En esta área se llevó a cabo la implementación de un modelo hidrológico, incorporado mediante el MDE de la NASA, a partir de la modelación hidrológica se obtuvo un mejoramiento en los caudales de salida de las diferentes cuencas de estudio en Manizales; los autores recomiendan la implementación de dicho modelo, en tramos de análisis con inundaciones y crecidas torrenciales, ya que generan una mejor resolución en las variables de estudio (Ruales, Chang, Upegui, Nájera, & Fernandez, 2020).

## 6. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En Colombia hacen falta una gran variedad de estudios significativos sobre los modelos digitales de elevación. Teniendo en cuenta el gran potencial hidrológico, geológico y geomórfico del país, es indispensable investigar esta área de la topografía, aportando al conocimiento sobre el tema en la Universidad Antonio Nariño. Teniendo en cuenta lo mencionado se plantea la siguiente pregunta:

- ¿Evaluar el porcentaje de error de diferentes modelos digitales de elevación con las estaciones geodésicas dentro del territorio colombiano a cargo del IGAC e identificar cuál de los tres MDE representan mejor la elevación?

### 6.1. Justificación

El país está realizando un esfuerzo para obtener y validar datos de topografía, en cuanto a precisión y forma poligonal, el avance en materia de cartografía digital no es muy visible y es de difícil acceso para la población. En muchos países se cuenta con una cobertura total de territorio nacional en escala 1:25.000, en Colombia se ambiciona con cubrir la totalidad del territorio a escala 1:100.000 (Borrero, 2019). Es importante resaltar que, la cartografía oficial por mandato de ley es única y exclusivamente generada por el Instituto Cartográfico Agustín Codazzi (IGAC), cualquier otra información cartográfica producida, modificada u analizada por otra entidad se elabora con base en datos obtenidos por el instituto (IGAC, 2021).

De acuerdo con esto, para obtener información topográfica diferente y no dependiente del IGAC, son los Modelos Globales Digitales de Elevaciones la fuente de información alternativa, y de esta existe una gran variedad de productos, que se encuentran disponibles para el público sin

costo, aunque todos se caracterizan por grandes diferencias en cobertura espacial, resolución de datos y calidad (IGAC, 2019).

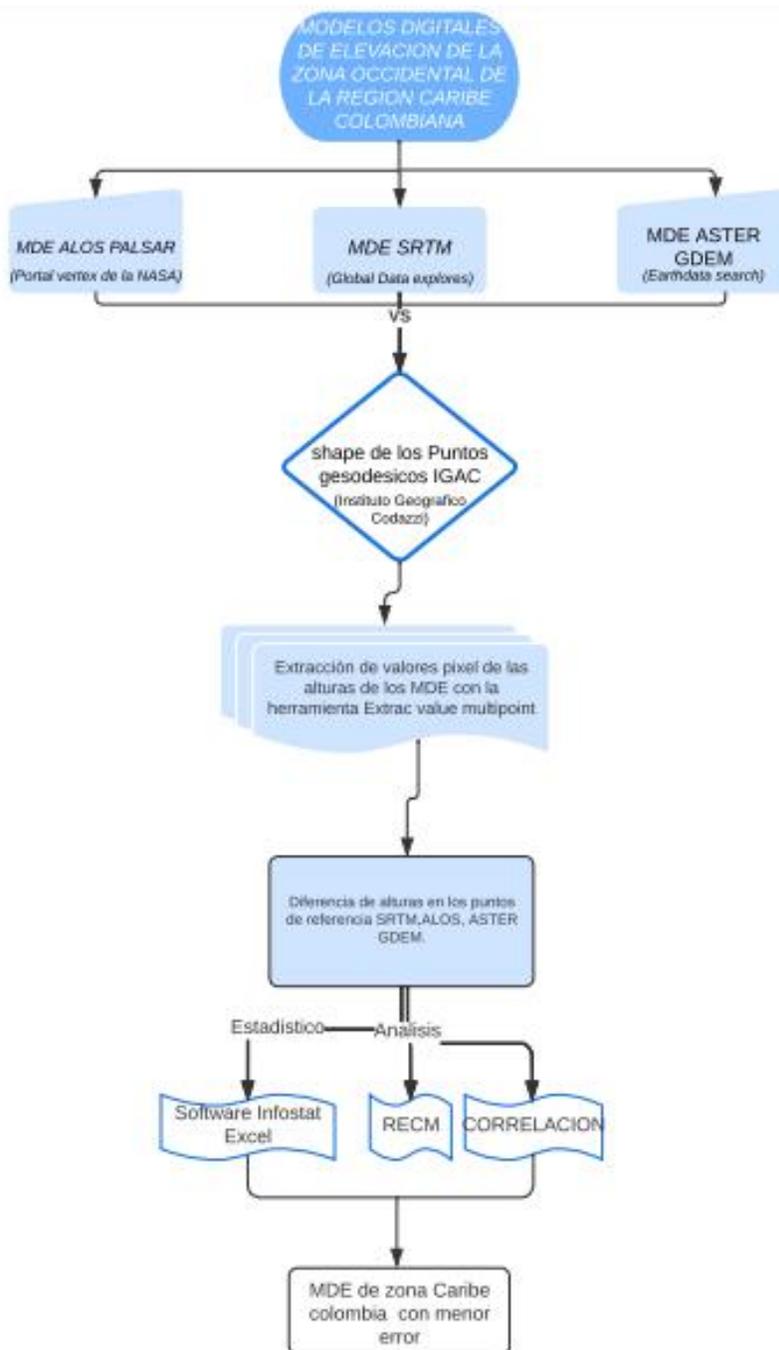
Se pueden encontrar problemas adicionales porque las distribuciones espaciales y estadísticas topográficas pueden verse afectadas por la presencia de errores en los datos de origen obtenidos por el MDE (John P Wilson, 2000). La corrección de los modelos digitales de elevación nos asegura que los datos son confiables para poder elaborar futuros proyectos los cuales tengan como objetivo la mitigación de distintos tipos de desastre, ya que para la ingeniería civil es necesario conocer la importancia de contar con un buen modelo de elevación digital, puesto que facilita estos procesos.

## **7. METODOLOGIA**

A continuación, se describen una serie de pasos empleados en la elaboración del presente documento.

Se parte del análisis de los siguientes modelos digitales de elevación: ALOS PALSAR, SRTM, y ASTER GDEM, para realizar una comparación con los puntos geodésicos provenientes del IGAC; en la zona occidental de la Zona costera de la región Caribe del territorio colombiano, el proceso realizado se describe en la figura 2.

**Figura 2.** Diagrama de la metodología para el análisis de los MDE.



*Nota.* La imagen presenta los pasos a seguir en el análisis de modelos digitales de elevación para la comparación de puntos geodésicos obtenidos del IGAC. Fuente: Elaboración propia.

La región caribe es caracterizada mayormente por un territorio plano, adicionalmente se observó una formación montañosa que es la más alta del mundo que en este caso es la Sierra Nevada de Santa Marta.

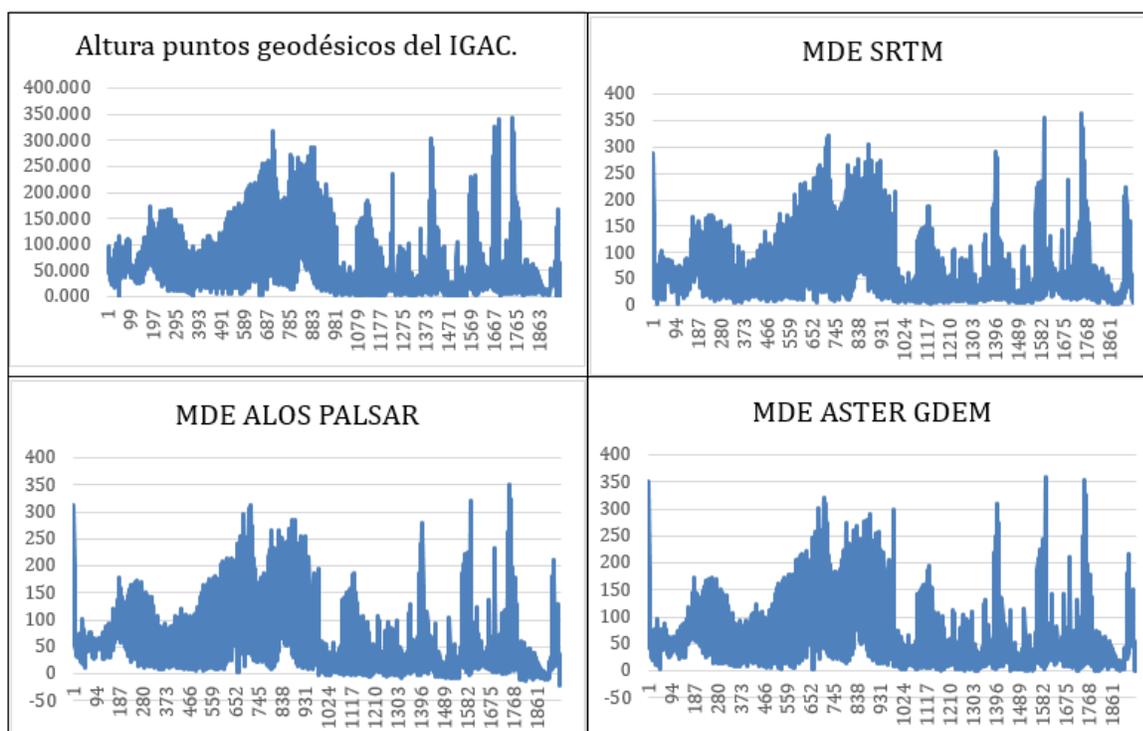
La abundancia de recursos hídricos hace que esta zona sea una de las privilegiadas del país, por sus ríos largos, caudalosos, lagunas ciénagas.

## 8. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 8.1 Comparación MDE Zona Occidental de la región Caribe colombiana.

Comparando las alturas de cada modelo digital de elevación vs los puntos geodésicos del IGAC se identificaron alturas menores por parte de los puntos geodésicos (Tabla 6).

**Figura 3.** Comparación de alturas de los MDE vs puntos geodésicos de un MDE



Fuente: Elaboración propia.

### 8.2. Análisis del error

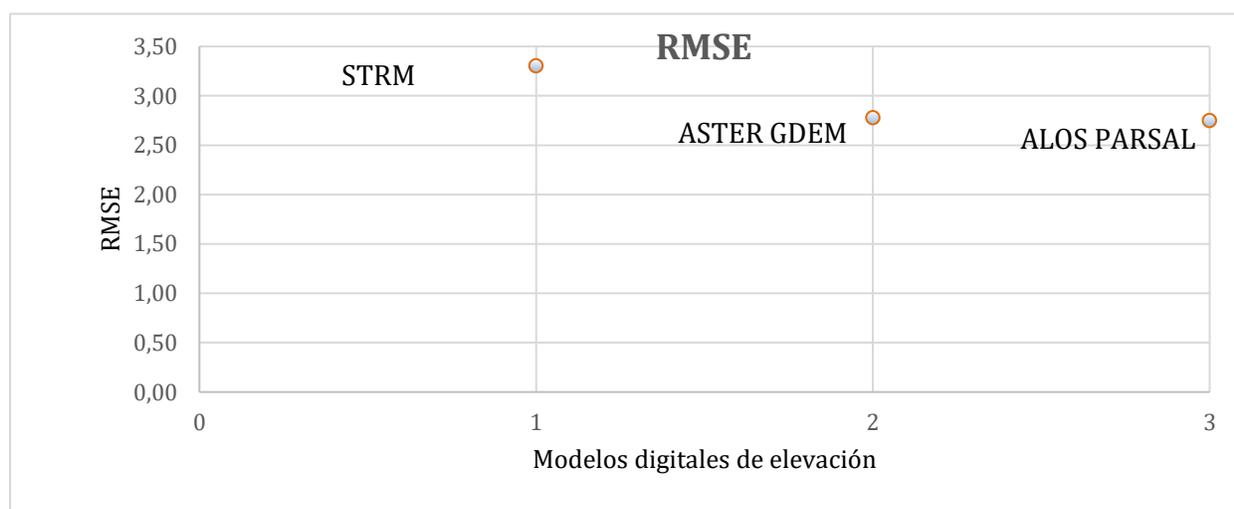
A continuación, se muestra una comparación del error en STRM, ASTER GDEM, ALOS PALSAR, donde se puede ver el error de cada modelo digital con las alturas de los puntos geodésicos del IGAC, mostrando un porcentaje del 2.94%, esto con el objetivo de mostrar de manera más clara el RMSE de cada modelo digital comparado, ya que el RMSE es un indicador

empleado para medir la cantidad de error que hay entre un conjunto de datos, es decir compara un valor predicho y un valor conocido.

Así que cuando el error medio tiende a cero el RMSE tiende aproximarse a la desviación típica de los errores.

Analizando los resultados obtenidos se puede observar en el gráfico de RMSE que los errores son de carácter positivo de una altura media de 300 m y alturas máximas hasta de 5775 msnm en la Sierra Nevada de Santa Marta.

**Figura 3.** Gráfico de RMSE.



*Nota.* La imagen presenta los resultados obtenidos en cuanto a errores positivos del RMSE.

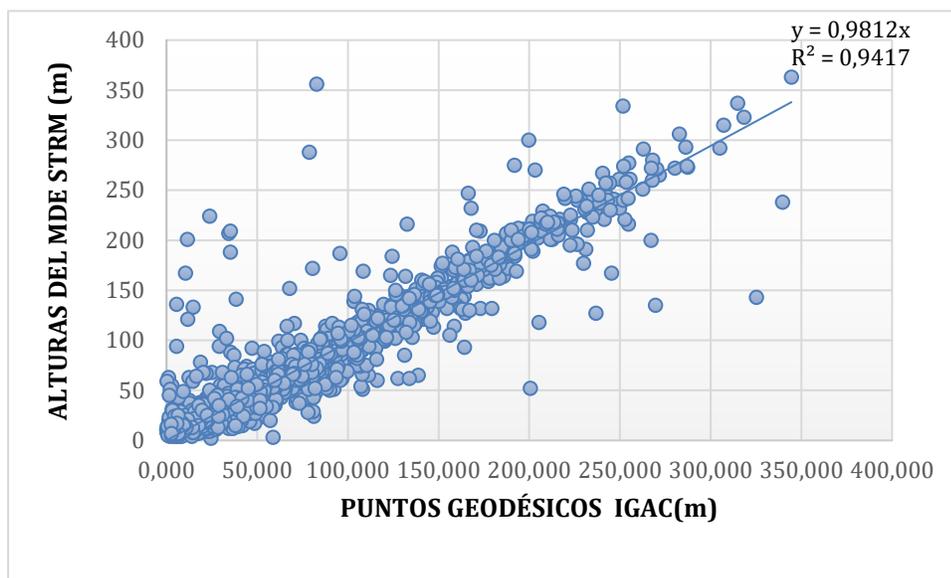
Fuente: Elaboración propia.

Analizando los datos de las alturas de los tres MDE en la zona Caribe vs los puntos geodésicos del IGAC se puede observar que en RMSE, En el cual se logra identificar que el MDE con menos error es ALOS PARSAL ya que maneja una mejor resolución y una mejor precisión que los otros MDE.

En cuanto a la correlación de los tres MDE se presentan valores similares, ajustándose la línea de conformación, con una correlación de SRTM DEL 0.940, ASTER GDEM DE 0.948 Y

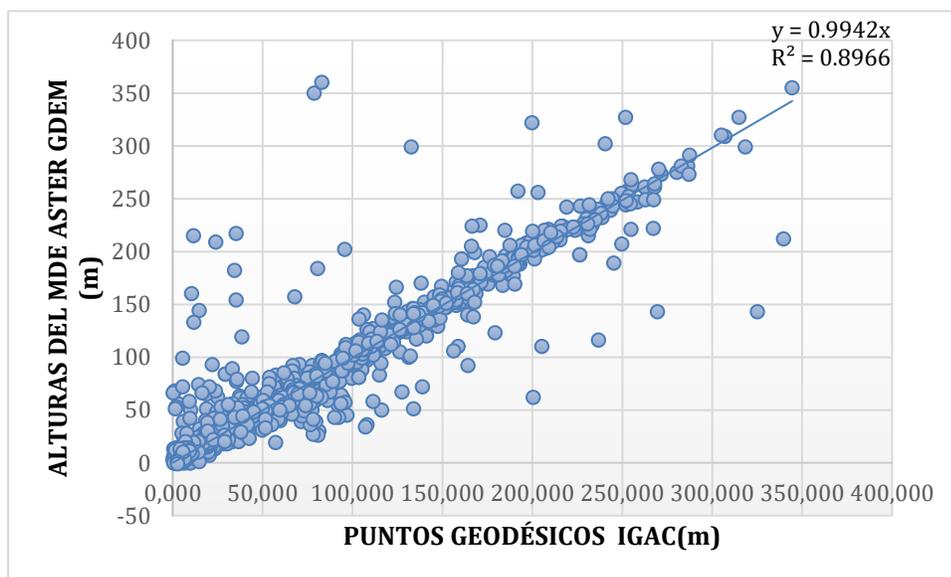
ALOS PALSAR de 0.952 obteniendo una correlación positiva fuerte como se observa en las siguientes gráficas.

**Figura 4.** Gráfica de dispersión del MDE STRM vs puntos geodésicos IGAC.



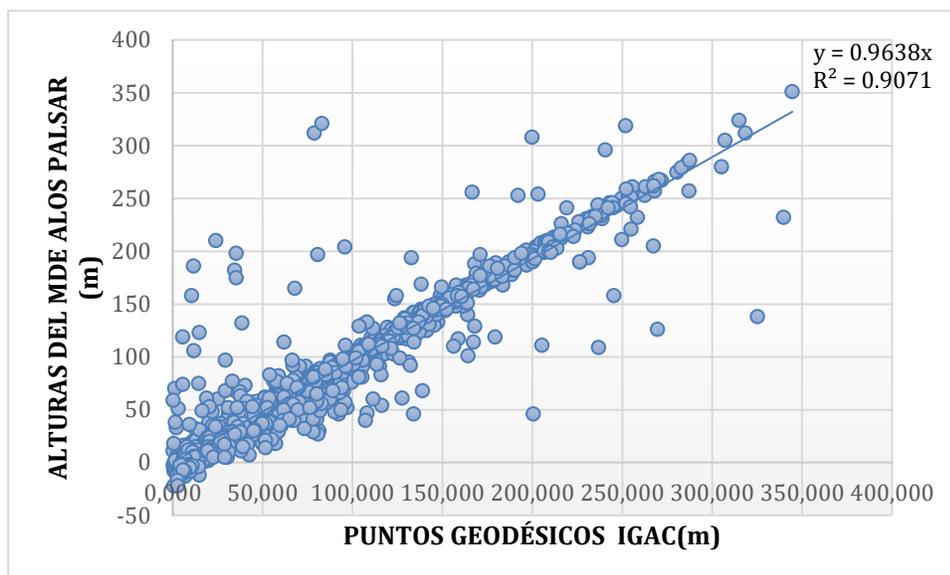
*Nota.* La gráfica dispersión que presenta la correlación del MDE SRTM y altura de los puntos geodésicos del IGAC. Fuente: Elaboración propia.

**Figura 5.** Gráfica de dispersión del MDE ASTER GDEM vs puntos geodésicos IGAC.



*Nota.* La gráfica dispersión que presenta la correlación del MDE ASTER GDEM y altura de los puntos geodésicos del IGAC. Fuente: Elaboración propia.

**Figura 6.** Gráfica de dispersión del MDE ALOS PALSAR vs puntos geodésicos IGAC.



*Nota.* La gráfica dispersión que presenta la correlación del MDE ALOS PALSAR y altura de los puntos geodésicos del IGAC. Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, en la investigación de (Vieira, Veloso 2020), expone que, aunque el ASTER GDEM tiene casi la misma resolución espacial que SRTM y ALOS, las correlaciones fueron inferiores en comparación con estos DEM. Esto se puede explicar por el hecho de que los datos de ASTER GDEM pueden contener errores o desviaciones que surgen del propio proceso de emparejamiento estereoscópico, donde los datos de elevación se obtienen utilizando dos vistas diferentes.

Así mismo en la investigación (Roa, 2019), en el área de estudio en la cuenca del o Chama, Mérida-Venezuela expone que la mayor ventaja que ofrece el MDE ALOS PALSAR es que tienen mayor resolución espacial, generando un alto nivel de detalle y un menor RMSE

(ALOS 4.2 % y STRM 4.4 %) donde están representados errores verticales en cada punto. Caso contrario sucede con la clasificación desarrollada con los parámetros extraídos del SRTM (90m), donde tiene un bajo el nivel de detalle en la resolución espacial y un mayor RMSE.

En el análisis estadístico indica que la mayor parte de los datos tiende a estar cerca a la media obteniendo una desviación del 62.77 más baja en el MDE SRTM. por consiguiente, se puede observar el coeficiente de variación el cual indica el grado de dispersión de los puntos geodésicos del IGAC y los MDE con respecto a la media. Obteniendo un mayor coeficiente de variación en el MDE ALOS PALSAR (Tabla 7).

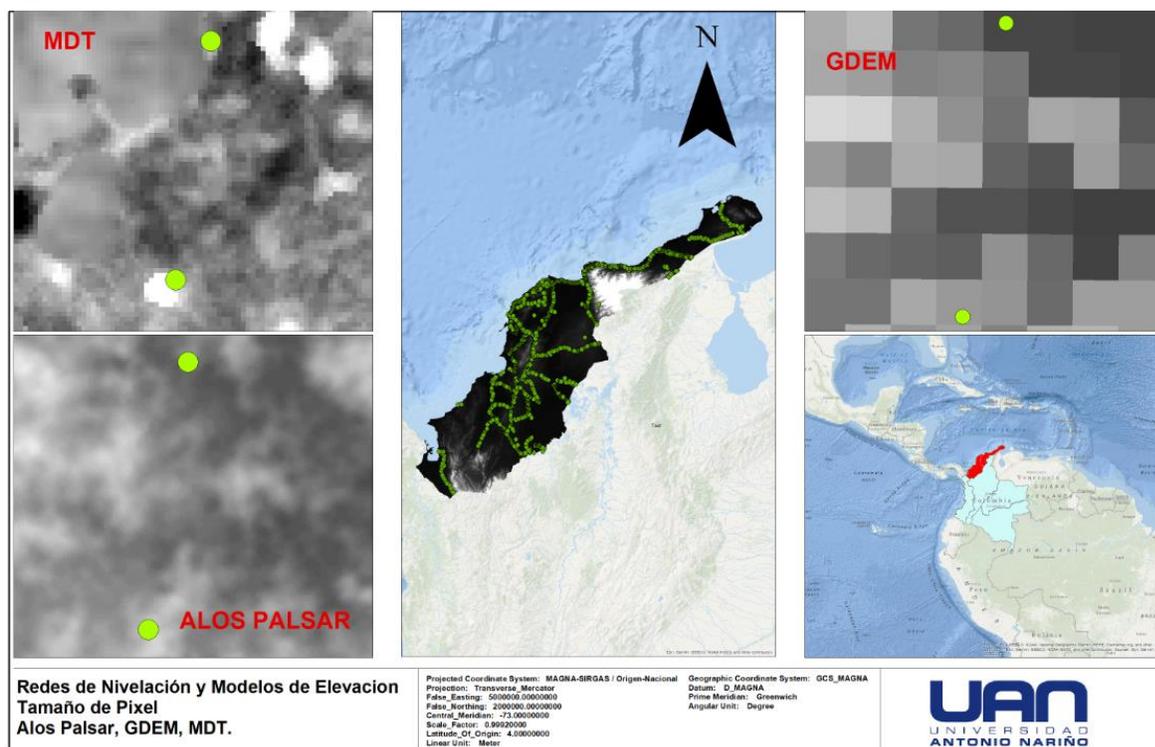
**Tabla 7.** Resultados obtenidos del análisis estadístico de los MDE

	ALTURA_IGAC	SRTM	ASTER GDEM	ALOS PALSAR
<b>Media</b>	62.34	64.16	64.33	59.6
<b>D.E</b>	63.38	62.77	63.86	64.63
<b>C.V</b>	101.68	97.83	99.27	108.45
<b>Min</b>	0.20	2.00	-1.00	-22.00
<b>Máx</b>	344	363	360	351

Fuente: Elaboración propia.

En la siguiente figura muestra el shape de la zona occidental de la región caribe colombiana con los puntos geodésicos del IGAC, asimismo la resolución de cada MDE teniendo ALOS PALSAR con una resolución de 12.5 m, SRTM 30 m y ASTER GDEM 90 m, la cual se observa una mejor calidad de imagen en el MDE ALOS PALSAR.

Figura 7. Resolución MDE.



## 9 CONCLUSIONES

- Se logró analizar el RMSE de cada MDE con los puntos geodésicos del IGAC, obteniendo para STRM un RMSE (3.301), ASTER GDEM un RMSE de (2.777) y para ALOS (2.748), con un promedio de RMSE de 2.942%.
- Como demuestra el análisis comparativo de los modelos digitales de elevación y los puntos geodésicos del IGAC para la zona occidental de la región Caribe colombiana, el MDE con mejor precisión es el MDE ALOS PALSAR ya que tiene un menor RMSE de 2.748.
- Dentro del análisis el total de datos de altura de los MDE vs los puntos geodésicos del IGAC evaluados fueron 1.949 datos, con alturas máximas de 344 msnm

aproximadamente se encuentra en la zona del piso térmico de la Sierra Nevada de Santa Marta.

- Respecto a la resolución este trabajo no profundiza, aunque es posible determinar que a una menor resolución disminuye el error teniendo una mejor precisión y con una mejor calidad como en este caso el ALOS PALSAR.

## 9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Avand, M., Kuriqi, A., Khazaei, M., & Ghorbanzadeh, O. (2022). DEM resolution effects on machine learning performance for flood probability mapping. *Journal of Hydro-Environment Research*, 40, 1-16. <https://doi.org/10.1016/j.jher.2021.10.002>

Barrera, G. A. C., & Osorio, V. A. C. (2016). *Evaluación De Calidad En Modelos Digitales De Elevación Generados A Partir De Métodos De Captura Directa E Indirecta; Caso De Estudio, Lote B Perteneciente A La Sede El Vivero De La Universidad Distrital Francisco José De Caldas*. 73.

Corsa, B. D., Jacquemart, M., Willis, M. J., & Tiampo, K. F. (2022). Characterization of large tsunamigenic landslides and their effects using digital surface models: A case study from Taan Fiord, Alaska. *Remote Sensing of Environment*, 270, 112881. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2021.112881>

- Delaney, R. G., Blackburn, G. A., Whyatt, J. D., & Folkard, A. M. (2022). SiteFinder: A geospatial scoping tool to assist the siting of external water harvesting structures. *Agricultural Water Management*, 272, 107836.  
<https://doi.org/10.1016/j.agwat.2022.107836>
- Epuh, E. E., Moshood, A. I., Okolie, C. J., Daramola, O. E., Akinnusi, S. A., Arungwa, I. D., Orji, M. J., Olanrewaju, H. O., & Fatoyinbo, A. A. (2022). Integration of satellite gravimetry, multispectral imagery and digital elevation model for investigating crustal deformation in the Niger Delta Basin. *Geosystems and Geoenvironment*, 1(3), 100067.  
<https://doi.org/10.1016/j.geogeo.2022.100067>
- Erharter, G. H., Wagner, T., Winkler, G., & Marcher, T. (2022). Machine learning – An approach for consistent rock glacier mapping and inventorying – Example of Austria. *Applied Computing and Geosciences*, 16, 100093. <https://doi.org/10.1016/j.acags.2022.100093>
- Fallas, J. (2007). Modelos digitales de elevación: Teoría, métodos de interpolación y aplicaciones. *Academia*, 79.
- Flyckt, J., Andersson, F., Lavesson, N., Nilsson, L., & Ågren, A. M. (2022). Detecting ditches using supervised learning on high-resolution digital elevation models. *Expert Systems with Applications*, 201, 116961. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.116961>
- GOV.CO. (2015). *Decreto 1170 de 2015 Sector Administrativo de Información Estadística* (Consulta). Gestor Normativo.  
<https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=62870>
- IGAC. (2021). *LA RED GEODÉSICA NACIONAL: Un servicio continuo y esencial para la planeación y el desarrollo territorial en Colombia* (p. 38).  
[https://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/2021\\_IGAC\\_RedGeodesicaNacional.pdf](https://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/2021_IGAC_RedGeodesicaNacional.pdf)

- Jalal, S. J., Musa, T. A., Ameen, T. H., Din, A. H. M., Aris, W. A. W., & Ebrahim, J. M. (2020). Optimizing the Global Digital Elevation Models (GDEMs) and accuracy of derived DEMs from GPS points for Iraq's mountainous areas. *Geodesy and Geodynamics*, 11(5), 338-349. <https://doi.org/10.1016/j.geog.2020.06.004>
- Mohtashami, S., Eliasson, L., Hansson, L., Willén, E., Thierfelder, T., & Nordfjell, T. (2022). Evaluating the effect of DEM resolution on performance of cartographic depth-to-water maps, for planning logging operations. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 108, 102728. <https://doi.org/10.1016/j.jag.2022.102728>
- Montoya Velilla, D. M., & Betancur Vargas, T. (2009). *Aplicación metodológica para obtener modelos digitales de elevación -MDE- de escala local en zonas de humedales*. <https://doi.org/10.15446/ga>
- Okolie, C. J., & Smit, J. L. (2022). A systematic review and meta-analysis of Digital elevation model (DEM) fusion: Pre-processing, methods and applications. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 188, 1-29. <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2022.03.016>
- Pardo-Igúzquiza, E., & Dowd, P. A. (2022). The roughness of martian topography: A metre-scale fractal analysis of six selected areas. *Icarus*, 384, 115109. <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2022.115109>
- Paredes Hernández, C. U., Salinas Castillo, W. E., Martínez Becerra, X., & Jiménez Hernández, S. B. (2013). Evaluación y comparación de métodos de interpolación determinísticos y probabilísticos para la generación de modelos digitales de elevación. *Investigaciones Geográficas, Boletín del Instituto de Geografía*, 2013(82), 118-130. <https://doi.org/10.14350/rig.35906>

- Saenz, L. E. O. (2019). Modelo de elevación digital de alta resolución para identificar y evaluar zonas en riesgo de inundación: Caso caña de azúcar. *UD y la geomática*, 14, Art. 14.  
<https://doi.org/10.14483/23448407.15266>
- Sánchez, D. Y. C., & López, S. D. H. (2014). *GESTIÓN INTEGRAL DEL RECURSO HÍDRICO EN LOS PAÍSES DE LA COMUNIDAD ANDINA*. 90.
- Smith, A. G. G., Fox, M., Schwanghart, W., & Carter, A. (2022). Comparing methods for calculating channel steepness index. *Earth-Science Reviews*, 227, 103970.  
<https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2022.103970>
- Truden, C., Kollingbaum, M. J., Reiter, C., & Schasché, S. E. (2022). A GIS-based analysis of reachability aspects in rural public transportation. *Case Studies on Transport Policy*, 10(3), 1827-1840. <https://doi.org/10.1016/j.cstp.2022.07.012>
- Trujillo, J. (2015). Modelo Digital de Elevación grises de México. *CentroGeo*, 4.
- Valencia-Rodríguez, D., Jiménez-Segura, L., Rogéliz, C. A., & Parra, J. L. (2022). A simple and extensible framework to identify key areas for the conservation of single vulnerable freshwater species. *Biological Conservation*, 273, 109672.  
<https://doi.org/10.1016/j.biocon.2022.109672>

## 11. ANEXOS

### Anexo A. 2022\_LeidyCastilloDayanaJaramillo\_Anexos