REPÚBLICA DE COLOMBIA

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO EN EL CONTEXTO DE LA ZONA CAFETERA

Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en Educación Matemática

Autor: Lic. Floresmiro Quiñonez Rodríguez

Bogotá D.C.

2014

REPÚBLICA DE COLOMBIA

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO EN EL CONTEXTO DE LA ZONA CAFETERA

Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en Educación Matemática

Autor: Lic. Floresmiro Quiñonez Rodríguez

Director de Tesis: Osvaldo Jesús Rojas Velázquez (PhD.)

Bogotá D.C.

2014

Nota de aceptación:

Firma del presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bogotá D.C. Junio de 2014

Agradecimientos

A mis padres, esposa e hijito John Frederick por su apoyo y ánimo que siempre me brindaron. También a familiares que estuvieron pendientes en el proceso.

Al Doctor Osvaldo de Jesús Rojas, por sus acertados aportes, sugerencias y orientaciones durante el transcurso y culminación de este trabajo de investigación en la zona cafetera, el acompañamiento y los consejos en mi proceso de formación como investigador en Educación Matemática fueron fundamentales para hoy poder presentar este trabajo a toda la comunidad investigadora.

A la Doctora María Falk de Losada quien me compartió su experiencia para el diseño de los Momentos propuestos de la investigación, como también el desarrollo y análisis de los mismos.

A la señora Rectora Fabiola Guzmán C. por su paciencia, tolerancia y apoyo incondicional en la realización de esta investigación. Como también debo agradecer de manera especial al profesor William Lasso por ser un gran compañero de trabajo y amigo.

A los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa José María Carbonell, por tomar con seriedad y compromiso los diferentes momentos planteados en la investigación.

DEDICATORIA

Ésta investigación la dedico a todas las personas que han pensado en el bienestar y la paz de una comunidad. Recordemos la hermosa frase de *Edmund Burke (1729-97)…*

“The only thing necessary for the triumph of evil is for good men to do nothing.”

SÍNTESIS

El proceso de enseñanza y aprendizaje contextualizado de la matemática en la básica secundaria contribuye a la resolución de problemas relacionados con la vida cotidiana y de trabajo. En esta investigación se ofrecen actividades enfocadas en el desarrollo del pensamiento espacial y pensamiento aleatorio, bajo la resolución de problemas no rutinarios en estudiantes del grado décimo de la institución educativa José María Carbonell del municipio de San Antonio departamento de Tolima. Metodológicamente se triangulan la educación matemática crítica de Skovsmose, la comunidad de práctica de Wenger y la resolución de problemas de Schoenfeld, para que el estudiante se apropie de conceptos matemáticos, y a la vez asuma una posición crítica sobre los problemas de su entorno y la situación en general del país.

La investigación contiene cinco momentos referentes al cultivo del café, donde se desarrollan problemas contextualizados sobre los temas de cónicas y estadística descriptiva, siguiendo los estándares del Ministerio de Educación Nacional y las políticas de la institución educativa. Este estudio ofrece la necesidad de apuntar hacia algunos lineamientos de la educación matemática crítica para entender el entorno bajo los procesos de modelación matemática. La implementación de los cinco momentos en el aula y en el terreno permitió un aprendizaje robusto de los contenidos de cónicas y estadística descriptiva, y a la vez motivó a los estudiantes hacia el cultivo y producción del café, como lo demuestra la encuesta aplicada a docentes, padres y a la rectora de la Institución.

ABSTRACT

The teaching and learning process in the mathematics context of the basic secondary contributes to the resolution of problems of everyday life. This research offer activities focused on the development of spatial thinking and aleatory thinking, with non-routine problem solving in tenth graders students of the Institution José María Carbonell of San Antonio. Methodologically, Critical mathematics education, Wegner's Community of Practice and problem solving of Schoenfeld are used as theoretical framework, in order for the students appropriate of mathematics concepts and at the same time, assume a critical position about problems of their environment and the general situation of the country.

The research contains five moments related with coffee growing, in which contextualized problems about conical and descriptive statistics are developed, all of them under politics of the National Ministry of The Education and the Educational Institution. This study provides the need to aim for some guidelines in mathematics education critical to understand the environment in the process of mathematical modeling. The implementation of the five moments in classroom and on the field allowed a robust learning about conical and descriptive statistics at the same time it motivated the students to learn about coffee growing, as it is shown by the results of the survey applied to teachers, parents, and to the principal of the school.

ÍNDICEPÁG.

INTRODUCCIÓN

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) dirige sus esfuerzos a lograr una educación de calidad, competitiva y pertinente, que forme mejores ciudadanos y contribuya a cerrar brechas de inequidad, con la participación de la sociedad colombiana. Para cumplir este fin tiene entre sus objetivos *"Disminuir las brechas rural-urbana entre poblaciones diversas, vulnerables y por regiones, en igualdad de condiciones de acceso y permanencia en una educación de calidad en todos los niveles"*[1].

En este sentido, la matemática como una asignatura de las instituciones educativas colombiana contribuye a disminuir estas brechas y por ende a formar ciudadanos comprometidos con el contexto social en que viven.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en el grado décimo propicia que los estudiantes se apropien del contenido matemático, de una cultura integral y por ende se contribuya a los pilares del conocimiento de cada estudiante: *aprender a conocer, a hacer, a vivir juntos, a ser*[2]. Particularmente este proceso provee los recursos necesarios para enfrentar con éxito los que haceres de la vida cotidiana, les permite conocer la forma y tamaño de los objetos que los rodean. También les propicia realizar operaciones estrictamente necesarias para la convivencia social y, además, lo que no es evidente para todos, les enseña a pensar correctamente.

En ocasiones los temas desarrollados en la clase de matemáticas de este grado no tienen el impacto esperado. A menudo el estudiante no relaciona lo

---

[1] Plan Sectorial Educativo 2011-2014. Recuperable el 23 de abril de 2014 de la URL: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/productos/1685/articles-265759_recurso_1.pdf

[2] Delors, J (1997). La educación encierra un tesoro. Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre *la* Educación para el Siglo XXI. www.servicios.uns.edu.ar/institucion/files/106_AV_1.pdf

estudiado con los problemas cotidianos; esto hace que viva dos realidades, la académica y la no académica, pues para él o ella ninguna de esas dos realidades tiene relación con la otra, lo cual propicia, que aquellos que terminan su secundaria, busquen su formación universitaria en temas ajenos a los que presenta la comunidad de su sector agrario (zona cafetera).Teniendo en cuenta lo anterior, es importante señalar que, si bien se busca lograr un equilibrio que realce las fuertes relaciones entre la matemática estudiada y las experiencias vividas por los estudiantes, que motivan a la vez que profundizan el entendimiento matemático, en ningún momento se desconoce el papel de la formación matemática para abrir nuevos horizontes y puertas de acceso al futuro que desea construir para sí cada estudiante.

En los contenidos matemáticos del grado décimo se distinguen dos tipos de conocimientos: el conceptual y el procedimental. El conocimiento conceptual se caracteriza por ser un conocimiento teórico que tiene en cuenta las relaciones entre sus componentes y se asocia al saber qué y el saber por qué.

El conocimiento procedimental se refiere a la acción, tiene en cuenta las técnicas y las estrategias para representar conceptos, se relaciona con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y le permite al estudiante argumentar convincentemente. *“El conocimiento procedimental ayuda a la construcción y refinamiento del conocimiento conceptual y permite el uso eficaz, flexible y en contexto de los conceptos, proposiciones, teorías y modelos matemáticos; por tanto, está asociado con el saber cómo”*[3]*.* Ambos conocimientos son necesarios para lograr un aprendizaje robusto en los estudiantes, contextualizado a la zona cafetera. Junto con las

[3]Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. (2003). Recuperable el 23 de abril de 2014 en la URL: http://www.eduteka.org/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf

anteriores definiciones, y con la solución de problemas el estudiante estará formándose competente para su región y a la vez adquiriendo estrategias para estudios superiores. También el proceso de solución de problemas no puede categorizarse como conceptual ni como procedimental.

El proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en el décimo grado es objeto de interés e investigación de docentes de la zona cafetera. Uno de los fines que tiene este proceso es que los estudiantes apliquen los conocimientos adquiridos a situaciones de la vida real y se muestra la utilidad y el carácter instrumental de los contenidos matemáticos del grado, específicamente lo relacionado a la geometría analítica y la estadística descriptiva, lo cual contribuye a lograr resultados satisfactorios en los estudiantes y a motivarlos hacia el cultivo y producción del café.

Cuando se enseña matemática en el grado décimo de la zona cafetalera, se está frente a estudiantes de intereses muy distintos. Esta asignatura es útil para todos y sin embargo sólo se interesan por ella una parte de los estudiantes; mientras algunos la consideran fácil, la mayoría la valoran como difícil. Precisamente esta tesis se dirige a enseñar la matemática de este grado, en el contexto cafetalero, de forma tal que mejoren los resultados de aprendizaje de los estudiantes y éstos a su vez se sientan motivados por el cultivo y la producción del café y estén mejor preparados para dedicarse a ello.

El proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el grado décimo ha ocupado a los investigadores, tanto nacional como internacionalmente, valorándose los resultados alcanzados en diferentes reuniones y congresos. En particular la enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva han sido abordadas en el Congreso Internacional de Educación

Matemática (ICME 11), el Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), la Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME),las reuniones latinoamericanas de matemática educativa (RELME), en los Encuentros Colombianos de Matemática Educativa (ECME), entre otros. En estas reuniones estas temáticas sontema importante de discusión.

Diversas son las investigaciones y trabajos realizados sobre esta temática en el grado décimo, entre las que se tienen Veloso (1998), DiMaggio (2001), Prediger (2004), Rodríguez y Acosta (2008), Gagatsis, Modestou, Elia y Spanoudes (2009), Pérez (2010), Vettleson (2010), Godino (2011), Murillo, Jiménez, Arnal, y Marcos (2011), Sánchez y Fiol (2011), Sánchez y Orta (2011), Rodríguez (2011), Borromeo (2012), Karatas y Baki (2013), Soto (2013), Calderón(2013), Vasco (s.f.), y Aizikovitsh (s.f.). Sus resultados científicos se presentan en forma de modelos, estrategias, concepciones metodológicas, metodologías y alternativas, que enriquecen la teoría y la práctica pedagógica de estas temáticas en las escuelas. En sus trabajos se refleja que estas limitaciones están dadas en el escaso dominio de los conocimientos previos y por la insuficiente comprensión de los conceptos, proposiciones y procedimientos matemáticos del grado, y se manifiestan en la poca capacidad que tienen los estudiantes para aplicar los conocimientos en la resolución de problemas y a situaciones reales de la vida.

Por solo citar algunos, Prediger (2004) argumenta que la matemática formal genera conflictos culturales entre la cotidianidad de los niños y la enseñanza de la matemática en el aula. Borromeo (2012) en su investigación se refiere a los diferentes estilos de razonamiento matemático como el visual, analítico e integrado, también aduce que el profesor debe ser consciente de su estilo al tener que organizar la clase de diferentes maneras, previendo alguna dificultad con algún o algunos estudiantes que no alcancen el objetivo.

Karatas y Baki (2013) en su estudio resaltan que la resolución de problemas genera en el estudiante procesos que incluye el analizar, interpretar, razonar, predecir, evaluar y reflexionar. Aquí está lo importante en una educación matemática en el grado décimo enfocada a la resolución de problemas, según el entorno de su aprendizaje.

De acuerdo con Carlos Vasco, la investigación en Colombia es muy incipiente en el campo de la educación matemática. Este autor es del criterio que la situación de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, hace pertinente la intervención de trabajos contextualizados con la necesidad de una comunidad que no relaciona los temas escolares con la realidad del país.

A través de la aplicación de métodos empíricos como la observación científica, encuesta, entrevista y la experiencia del investigador, se confirma la existencia en el contexto y la muestra investigativa de dificultades que pueden resumirse de la siguiente manera:

- Son limitados los conocimientos previos necesarios en los estudiantes relacionados con la geometría analítica y la estadística descriptiva.
- La institución educativa carece de un adecuado diseño en el plan de área de matemática enfocado al contexto de la región cafetalera.
- Son escasas las habilidades para la resolución de problemas matemáticos, específicamente vinculados al contexto cafetalero.

- Es limitada la relación de lo que se enseña en clases con la realidad que vive el estudiante, lo que éste aprende no se orienta adecuadamente para beneficiarle directamente en su vida, en su casa o en su entorno cafetero.
- Es insuficiente la motivación de los estudiantes por el aprendizaje de los contenidos desarrollados en la clase de matemática, específicamente relacionados con la geometría analítica y la estadística descriptiva.

Precisamente la respuesta a esta problemática constituye la esencia de este trabajo, en la que se plantea como **problema de investigación**: ¿cómo potenciar el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva del grado décimo de la institución Educativa José María Carbonell, para motivar a los estudiantes hacia el cultivo y producción del café y les dé una formación adecuada para ello?

Se precisa como **objeto de estudio**: el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el grado décimo de acuerdo con los actuales planes de estudio en Colombia.

El **objetivo general** de la investigación está dirigido a la elaborar, aplicar y evaluar actividades contextualizadas con problemas no rutinarios que potencien el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva, en los estudiantes del grado décimo de la institución Educativa José María Carbonell, para motivarlos hacia el cultivo y producción del café mejor fundamentados.

Acorde con el objetivo, el **campo de acción** se enmarca en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimo.

En aras de lograr resolver el problema planteado, se declara como **hipótesis de investigación**: si se desarrollan actividades contextualizadas con problemas no rutinarios sobre la geometría analítica y la estadística descriptiva, relacionados con el cultivo y producción del café, se potencia el proceso de enseñanza-aprendizaje en los estudiantes del grado décimo de Institución Educativa José María Carbonell.

En aras de dar cumplimiento al objetivo y lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis fueron propuestas las siguientes **tareas de investigación**:

1. Determinar el estado del arte sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, particularmente de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimo.
2. Analizar los presupuestos teóricos que sean apropiados para sustentar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, particularmente de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimo.
3. Elaborar actividades contextualizadas con problemas no rutinarios que potencien el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva, en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa José María Carbonell, para motivarlos hacia el cultivo y producción del café mejor fundamentados.
4. Valorar la viabilidad de la propuesta mediante su aplicación en la práctica escolar.

Metodología de la investigación

En la tesis se combinan métodos y técnicas de investigación científica, en un nivel teórico y empírico. Como métodos teóricos se utilizaron:

Histórico-lógico: se emplea con el fin de valorar la evolución y desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, específicamente de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el décimo grado.

Análisis-síntesis e **Inducción-deducción**: presente en todo el proceso de investigación, tanto en los fundamentos teóricos, como en el análisis de los resultados relacionados con la proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, específicamente de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el décimo grado, lo que permite interpretar, sintetizar los resultados y la elaboración de las conclusiones y generalizaciones.

Del nivel **empírico** fueron empleados:

La observación científica: búsqueda de información sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, especialmente de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el décimo grado.

Encuesta: a los profesores y los estudiantes, de la Institución para obtener información sobre las dificultades acerca del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, específicamente de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el décimo grado y la motivación hacia el cultivo y producción del café mejor fundamentados durante este proceso.

Entrevista: a docentes y especialista afines con el objeto de estudio para conocer su punto de vista sobre las dificultades presente en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, específicamente de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el décimo grado y la motivación hacia el cultivo y producción del café durante este proceso.

Los **métodos matemáticos estadísticos** se utilizan para el procesamiento de la información obtenida a través de los métodos y técnicas del nivel empírico, en diferentes momentos de la investigación.

Para esta investigación se toma como **población** los estudiantes de la Institución Educativa José María Carbonell y como **muestra** los 10 estudiantes de décimo grado del curso escolar 2014.

La **significación práctica** del presente trabajo viene dada en actividades contextualizadas con problemas no rutinarios que potencien el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva, en estudiantes del grado décimo, para motivarlos hacia el cultivo y producción del café.

CAPITULO 1. ESTADO DEL ARTE

Un proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el grado décimo que lleve consigo la relación de lo que se enseña en el aula con la realidad que se vive, es necesario para lograr un aprendizaje robusto y por ende una formación integral de los estudiantes para interactuar con su entorno. En este capítulo se valoran las investigaciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, y también las referidas a la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimo. Por último se realiza un análisis de estas temáticas en el contexto colombiano.

1.1. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el grado décimo

DiMaggio(2001)[4] en su investigación plantea que una de las preocupaciones más importantes que tienen los educadores es la alfabetización, para enriquecer las habilidades matemáticas de la comunidad. Gracias a los intercambios de ideas y la triangulación de las mismas es que la educación junto con la investigación, tomando como base la matemática, teniendo como resultado el crecimiento de una nación cívica, económica y política.

Este autor plantea que las investigaciones en la comunidad de Estados Unidos, se hacen con el fin de puntualizar sobre lo que se debe enseñar a los estudiantes para mantener el progreso de la nación, y para esto, se tiene en cuenta lo siguiente:

4DiMaggio, M. (2001).WhyIsn't the Mathematics We Learned Good Enough for Today's Students? The Imperative of Mathematics Literacy. Council of Chief State School Officers One Massachusetts Avenue, NW Suite 700 Washington, DC2000.Recuperable el 17 de diciembre de 2013 de la URL: http://education.ti.com/sites/US/downloads/pdf/mathpaper01.pdf

- El imperativo de alfabetización matemática.
- Normas, currículo, instrucción y evaluación.
- Preparación de maestros y desarrollo.
- Reclutamiento profesional del profesor, asignación y retención.
- Oportunidades para el apoyo y asociaciones.

Puntos que el autor de esta tesis comparte, pues la visión es mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el grado décimo.

Godino (2011)[5] en su investigación plantea que a través de la didáctica de las matemáticas se debe aportar conocimientos descriptivos y explicativos de los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos específicos que ayuden a comprender dichos procesos en el décimo grado. Este autor muestra en el marco del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática del sistema de indicadores empíricos que la desarrollan, el punto de partida de una teoría de la instrucción matemática orientada hacia la mejora progresiva de la enseñanza en este grado, criterios con los cuales concuerda el autor de esta tesis.

Prediger(2004)[6] basa su investigación en el trabajo de Alan Bishop, en el cual éste argumenta que la matemática formal genera conflictos culturales entre la cotidianidad de los niños y la enseñanza de la matemática en el aula. Existen

---

5 Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM-IACME), Recife (Brasil), 2011. Recuperable el 15 de diciembre de 2013 de la URL: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf

6Prediger, S. (2004).Intercultural Perspectives on Mathematics learning developing a theoretical framework. International Journal of Science and Mathematics Education (2004) 2: 377–406 © National Science Council, Taiwan 2004.Recuperable el 18 de diciembre de 2013 de la URL: http://link.springer.com/search?query=INTERCULTURAL+PERSPECTIVES+ON+MATHEMATICS+LEARNING+%E2%80%93+DEVELOPING+A+THEORETICAL+FRAMEWORK estudios empíricos que apoyan la hipótesis que el aprendizaje de la matemática tiene algunos aspectos interculturales que pueden ser diferenciados en el lenguaje formal.

El aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva intercultural permite integrar resultados de una investigación psicológica, en la cual, la comunicación en el décimo grado se da mejor para el estudiante. Por lo tanto, las consecuencias prescriptivas y orientaciones didácticas, son formuladas por una organización del aprendizaje de la matemática como el aprendizaje intercultural.

En esta investigación se refiere a que en Brasil, la hija de 14 años de un trabajador del cultivo de caña de azúcar, opina que entre la vida cotidiana que ella lleva y las matemáticas escolares, no existe una relación de fortalecimiento mutuo. Por el contrario ella se percata que la matemática que utiliza el papá tiene sentido porque los resultados son concretos.

En el trabajo resumido, gran parte en las líneas anteriores, se focaliza en reto de ésta tesis. La pretensión principal es darle sentido a la matemática de grado décimo para que los estudiantes encuentren en ésta un apoyo para su vida cotidiana.

Por su parte Wagenschein (1983)[7], citado por Borromeo (2012) en su estudio plantea que*"I experienced myself, how mathematics can be opened by one teacher and closed by another"*. En este sentido y como ejemplo particular para situaciones generales, es importante desarrollar en los estudiantes, habilidades

[7] Borromeo, R. (2012).MATHEMATICAL THINKING STYLES AND THEIR INFLUENCEON TEACHING AND LEARNING MATHEMATICS.12th International Congress on Mathematical Education Program Name XX-YY-ZZ (pp. abcde-fghij) 8 July – 15 July, 2012, COEX, Seoul, Korea. Recuperable el 18 de diciembre de 2013 de la URL:http://www.icme12.org/upload/submission/1905_F.pdf

y motivaciones hacia la matemática, para que desarrollen conocimientos robustos, que en gran medida dependen de la preparación del docente.

Borromeo (2012) en su investigación se centra en demostrar la importancia de los diferentes estilos de razonamiento matemático (el visual, analítico y el integrado). En su estudio se propicia que el profesor se evalúe a sí mismo, dado que el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática se estructura de manera significativa en el contexto cultural de la región.

Según Borromeo (2012) es importante tener conciencia del estilo propio por parte de los profesores, generaría igualdad de oportunidades en los estudiantes y además de ello potenciaría los diferentes conceptos matemáticos desarrollados para el buen uso de la comunidad.

Lo planteado en dicho artículo es de gran importancia, puesto que en el buen ejercicio de compartir saberes, está implícita la buena preparación personal por parte de los profesores. Estas ideas son compartidas por el autor de ésta tesis y las considera necesarias para lograr conocimientos robustos en los estudiantes del grado décimo.

Pérez(2010) indaga acerca de las estrategias cognitivas que emplean los estudiantes de grado décimo del bachillerato, que presentan un bajo rendimiento en álgebra. En esta investigación se considera el interés de los profesores de conocer aquellas herramientas que les son útiles a estudiantes que no tienen un buen desempeño, pues se ven forzados a sostener nuevas técnicas y conocimientos matemáticos sobre bases deficientes y aún darles uso en la resolución de problemas.

Su estudio se centra en las estrategias cognitivas, y plantea que son: *"secuencias integradas de procedimientos o actividades que se eligen con el propósito de facilitar la utilización de información o conocimientos"*[8]*.* Clasifica las estrategias cognitivas en reflexivas e irreflexivas, cuya diferencia radica en la aplicación o no, respectivamente, de un análisis previo de la situación o problema.

Los resultados de su investigación hacen énfasis en la utilización de las estrategias cognitivas de mayor empleo por parte de los estudiantes. El autor de esta tesis comparte estos criterios y considera pertinente el empleo de estrategias cognitivas y recursos heurísticos, y que éstas constituyen la base para el proceso de resolución de problemas no rutinarios sobre los contenidos de geometría analítica y estadística descriptiva, que serán abordados en el Capítulo 3.

Para un profesor, estar preparado en las posibles eventualidades que trae el desarrollo de la clase, lleva como consecuencia involucrar al estudiante a interesarse por aprender. Esto no significa que el profesor posea un dominio total del tema, solo es un indicador importante para el sano desarrollo de la vida académica de los estudiantes, dado que allí se darán distintas estrategias para enfrentar un problema matemático y modelarlo en la cotidianidad.

Karatas y Baki (2013) en su investigación resalta que la resolución de problemas genera en el estudiante procesos que incluye el analizar, el interpretar, el razonar, el predecir, el evaluar y el reflexionar. Aquí está lo

[8]Pérez, R. (2010). Estrategias cognitivas empleadas por alumnos con bajo rendimiento en álgebra para resolver una prueba. Tesis elaborada para obtener el Grado de Maestro en Investigación Educativa. Universidad Autónoma de Yucatán. Recuperable el 19 de diciembre de 2013 en la URL: http://posgradofeuady.org.mx/wp-content/uploads/2011/01/Perez-Ricarte-MIE2010.pdf

importante en una educación matemática en el grado décimo enfocada a la resolución de problemas según el entorno de su aprendizaje. El objetivo de este estudio es desarrollar habilidades, donde se sigue como parámetro el método de Schoenfeld para enfrentar un problema.

Los estudiantes del grupo experimental y del grupo control dejaron como resultado que para el primer grupo el éxito de las actividades ha aumentado, mientras que para el grupo control, el cambio no ha sido significativo. El autor de esta tesis es del criterio que la enseñanza y el aprendizaje de la matemática del grado décimo, a través de la resolución de problemas contextualizado al entorno brindan una mayor inquietud en el estudiante para la apropiación de conceptos matemáticos, objetivo que busca esta investigación.

Aizikovitsh (s.f.) basa su investigación en el estudio de la creatividad matemática en el grado décimo para la resolución de problemas no rutinarios en 57 estudiantes identificados como de sobresaliente talento. Aquí se exploró especialmente si el estudiante depende de los conocimientos y habilidades que pudo adquirir y desarrollar anteriormente para favorecer el pensamiento matemático.

Se pudo observar en la investigación que existen tres tipos de razonamiento que se evidenciaron en los estudiantes involucrados en el estudio: el razonamiento analítico, el razonamiento práctico y el razonamiento creativo.

Se pretende que la enseñanza de la matemática incorpore una mayor variedad de casos contextualizados que requiera varios métodos de solución por parte de los estudiantes. Criterios estos que son tenidos en cuenta en la elaboración de las actividades de esta tesis.

Vettleson (2010) realiza su investigación con una muestra de 500 estudiantes de la zona noroeste de Minnesota de los Estado Unidos. El promedio de estudiantes es de 15 por salón.

Las clases orientadas por la institución son geometría, álgebra, álgebra universitaria, pre-cálculo, cálculo, introducción a las ciencias matemáticas, entre otras. Teniendo como base teórica la resolución de problemas de Pölya, el autor de esta investigación crea lecciones de matemáticas y en ejercicio de la labor de profesor reconoce la importancia de las cuatro etapas de la solución de problemas que los estudiantes deben presentar y comunicar sus resultados.

No todos los estudiantes llegan a la clase de matemáticas con buena disposición para resolver problemas y cuando se encuentran en grado décimo, es difícil que aprendan matemáticas que no sea de otra manera que utilizando el algoritmo. Aquí es donde los estudiantes que siempre pensaron que eran buenos para la matemática, con la utilización de la resolución de problemas, se dan cuenta que son buenos para los algoritmos sin entender el contenido.

En el estudio Vettleson (2010) dedujo que la resolución de problemas no es encontrar la respuesta, sino que es un proceso en el que el estudiante debe analizar, experimentar, explorar e implementar diferentes estrategias en su resolución. Criterios estos que son compartidos y de gran utilidad para el desarrollo de esta tesis en el contexto cafetero.

Rodríguez (2011) en su investigación aborda el tratamiento a los conocimientos matemáticos en el grado décimo para contribuir a resolver las limitaciones que en el aprendizaje presentan los estudiantes.

El estudio aporta un modelo didáctico para el aprendizaje de la matemática a través de un proceso que revela las relaciones lógicas de significado entre los conceptos, proposiciones y procedimientos, que transitan por los niveles de los conocimientos básicos, generales y específicos y propicia la transferencia relacional, sobre la base de los nexos entre lo conocido y lo nuevo por conocer, así como la búsqueda activa de los conocimientos matemáticos.

Para concretar el modelo en la práctica, propone una estrategia didáctica que posibilita el aprendizaje relacional. El autor de esta tesis es del criterio que las lógicas de significado entre los conceptos, proposiciones y procedimientos es necesaria para la enseñanza aprendizaje de los contenidos de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimo para lograr un aprendizaje robusto.

Particularmente algunos autores que han realizado estudios sobre la enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimo, son valorados en el próximo epígrafe, para lo cual sus trabajos aportan experiencias significativas para el aula, las cuales se tienen en cuenta en el desarrollo de esta tesis.

1.2. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimo

A continuación se valoran algunas investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica en el grado décimo, en diferentes países del mundo.

Gagatsis, Modestou, Elia y Spanoudes (2009). En su estudio los autores exploran las habilidades de los estudiantes en tres dimensiones diferentes de resolución de problemas geométricos en el décimo grado, para ello, los estudiantes presentan una prueba con problemas referente al cálculo pseudo proporcional en la aplicación del modelo lineal.

La enseñanza de la geometría se torna compleja en los estudiantes cuando se quiere comparar figuras bidimensionales con cuerpos en el espacio, pues, no logran interpretar la representación pictórica del cuerpo. Es fundamental para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría la estrecha relación de teoría y práctica, pues en el campo educativo se fundamentan los conceptos con dicha relación.

Veloso (1998), (citado por Almeida, 2002) señala que la enseñanza de la geometría debe profundizar y sintetizar los aspectos geométricos en desarrollo, como la comprensión del espacio y de los respectivos modelos geométricos que son dados, es decir, partir de problemas y situaciones relacionadas con el espacio, como la simetría, la forma y la dimensión. También plantea que se debe integrar la historia de la geometría en su enseñanza. Criterios estos que se comparten y son considerados en las actividades propuestas en esta tesis.

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) para la enseñanza de la geometría, plantea varias directrices, entre las que se tiene:

- Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas.
- Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.

- Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas.
- Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelación geométrica para resolver problemas.

Estas directrices son asumidas en esta tesis y se consideran necesarias en el desarrollo de las actividades propuestas. La referida a la visualización, el razonamiento matemático y la modelación geométrica, tiene un papel importante para la resolución de problemas contextualizados a la zona cafetera y de esta forma lograr en los estudiantes un aprendizaje robusto y para la vida.

Murillo, Jiménez, Arnal, y Marcos (2011) en su investigación implementan y analizan un modelo para potenciar el desarrollo de ciertas competencias matemáticas por parte de los estudiantes, cuando los mismos desarrollan trabajo colaborativo en un entorno virtual de aprendizaje, donde utilizan software de geometría dinámica. Su estudio se centra en particular en las competencias relacionadas con el aprendizaje de la geometría y con la competencia comunicativa matemática.

Ruiz de Cenzanoy Guillén (2011) en su estudio proponen desarrollar la geometría desde la resolución de "problemas reales prácticos" en los que determinados sólidos son los conceptos geométricos que modelan la realidad a la que se hace referencia en el problema.

La experimentación se lleva a cabo con estudiantes del primer curso de bachillerato de ciencias, donde se intenta analizar la repercusión que tiene, en la resolución de problemas geométricos, el uso del ordenador, tanto en la resolución de problemas concretos como en su generalización.

Con relación al uso del ordenador en las clases de matemática, el autor de esta tesis confirma las potencialidades de algún software de geometría dinámica para el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos de la geometría analítica.

Sánchez y Fiol (2011) en su investigación citando a Sequera (2007) conciben el insight como aquel momento de inspiración y perspicacia intuitiva dentro del aprendizaje creativo que guía a la comprensión súbita de un problema.

En su estudio realizan un análisis cualitativo, donde plantean un estudio de casos, en la cual realizan una descripción e interpretación de las estrategias llevadas a cabo por estudiantes de la educación secundaria en la resolución de cuatro problemas geométricos de insight perceptivo. A juicio del autor de esta tesis la enseñanza aprendizaje de la geometría analítica, a través de la resolución de problemas, donde se tenga en cuenta el insight, puede contribuir a crear conocimientos robustos sobre esta temática.

Rosas y Pardo (2012), realizan una investigación con estudiantes de México, donde diseñan algunas actividades didácticas que permiten a los estudiantes aplicar muchos temas de las matemáticas para resolver problemas de modelado y construcción de objetos con una escala específica, o sea, a través de la geometría analítica. También plantean que las actividades fueron bien recibidas por los estudiantes quienes trabajaron durante dos semanas con el fin de resolverlas, y experimentaron con diferentes materiales para construir sus modelos, aspecto este que es importante en la enseñanza aprendizaje de la geometría analítica contextualizada a la zona cafetera.

Cortés, Núñez y Morales (2013) en su estudio dan a conocer los resultados obtenidos al aplicar a ocho estudiantes de bachillerato dos actividades de aprendizaje de geometría analítica en las que se utilizan elipsógrafos. Las actividades están dirigidas a apoyar el proceso de demostración en geometría analítica, específicamente con el tema de la elipse.

Estas se realizaron a través de una hoja de trabajo para cada elipsógrafo, la cual guía a los estudiantes a través de instrucciones en la manipulación del elipsógrafo y preguntas relacionadas con el artefacto de tal manera que descubran el modelo matemático y que, a través de la exploración, construyan una demostración matemática que les permita construir el concepto formal de elipse. En la implementación de las actividades utilizan el aprendizaje cooperativo.

Es del criterio del autor de esta tesis que el utilizar objetos concretos y contextualizado en las clases de geometría analítica favorece su aprendizaje. Esta forma de concebir las clases es tenida en cuenta para el desarrollo de las actividades de la tesis y se pretende implementar el trabajo en grupos desde la óptica de las comunidades de práctica de Wenger (1998).

En los Proceedings del ICME-10, las deliberaciones del grupo de discusión 20 plantean que parece ser muy homogénea la presencia en los currículos de los países algunas temáticas de la matemática, entre la que se encuentra la geometría analítica. En este grupo de discusión se plantea la necesidad de mantener en el currículo de la escuela la geometría analítica.

En el currículo de matemática del grado décimo en Ontario[9] se desarrolla una comprensión de los conceptos matemáticos relacionados con la geometría analítica. En él los estudiantes explorarán las relaciones cuadráticas y sus aplicaciones, resuelven y aplican sistemas lineales, verifican las propiedades de las figuras geométricas triángulo y cuadrilátero, y resuelven ejemplos de la vida real, donde utilizan la geometría analítica.

A continuación se valoran algunas investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística descriptiva en el grado décimo.

Sánchez y Orta (2011) referente su investigación informan sobre la percepción y manejo de la noción de variabilidad estadística. Se realizó un experimento de enseñanza con 50 estudiantes en el que se trabajó, entre otros, con el concepto de variabilidad estadística. Se muestran las respuestas a un problema de tiempos de espera en diversas cadenas de cine, el cual se les administró durante el experimento.

Como resultado manifiestan que para percibir la variabilidad, los estudiantes deben tener buena competencia en la lectura de gráficas, saber elaborarlas, además de interpretar la media aritmética como representante de un conjunto de datos, aspectos estos que se tienen en cuenta en el desarrollo de las actividades de la tesis referido a los contenidos de estadística descriptiva.

Batanero(2001) plantea que existe un creciente interés a impulsar la introducción de la estadística en las escuelas y la promoción de conferencias sobre la educación estadística, dando origen en particular a los ICOTS (International Conference on Teaching Statistics) en 1982.

---

[9]The Ontario Curriculum Grades 9 and 10 Mathematics.(2005). Recuperable el 21 de abril de 2014 en la URL: http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/secondary/math910curr.pdf

Esta autora plantea que *"Otro tipo de conferencias iniciadas por el comité de educación, como satélites del ICME (International Congress of Mathematics Education), son las Round Table Conferences sobre temas específicos de educación estadística, que han sido los siguientes:*

Estadística en la escuela (Viena, 1973; Varsovia, 1975, Calcuta, 1977), La enseñanza universitaria de la estadística en los países en vías de desarrollo (La Haya, 1968), Enseñanza de la estadística y ordenadores, (Oisterwijk, 1970; Camberra, 1984), y Formación de profesores (Budapest, 1988)"[10].

Hoy en día en los currículos de los diferentes niveles educativos se considera pertinente dedicar horas clase a la estadística descriptiva por la utilidad que tiene para la vida.

En el documento "Educación Matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales (2011)", se plantea que en el currículo de matemática en Portugal la *"Geometría tiene la intención de desarrollar razonamiento y la visualización geométrica; y, finalmente, el tema de las estadísticas tiene como objetivo desarrollar la cultura estadística de los estudiantes"*[11].

Criterios estos que se comparten en esta tesis, la cual se dirige a lograr estos aspectos en los estudiantes. También argumentan que las TIC se utilizan para las investigaciones de la geometría, razonamiento estadístico y recopilación de datos.

---

[10] Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. Recuperable en la URL: http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001%5CFile%5C118didacticaestadistica.pdf

[11] Mathematics Education in Europe: Common Challenges and National Policies. (2011). Education, Audiovisual and Culture Executive Agency, 2011. Recuperable el 21 de abril de 2014 en la URL: http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132en.pdf

En el próximo epígrafe se realiza un análisis de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática, particularmente de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimo en el contexto colombiano.

1.3. Investigaciones relacionadas al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, específicamente sobre la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimoen Colombia

Rodríguez y Acosta (2008) describen su investigación como punto de referencia en la evolución y transformación del pensamiento geométrico, determinado en forma potencial, gracias a un instrumento operativo como lo posee la calculadora TI-92.

Con éste tipo de recursos tecnológicos los estudiantes se motivan a explorar, plantean y verifican resultados matemáticos de un experimento propuesto por el profesor o simplemente verifican y evalúan datos de su entorno por curiosidad propia, pero para ello es necesario comprender el fenómeno y el modelo matemático del mismo.

Aquí, el estudiante no se limita a verificar la respuesta o a graficar funciones, lo que se pretende es que tenga una exploración continua y sistemática de las potencialidades de la calculadora, dados aquellos conocimientos mediados por esta herramienta, acerca del fenómeno modelado.

De acuerdo con lo anterior la implementación de nuevas tecnologías en el ámbito escolar resulta ser una novedosa y eficaz herramienta de aprendizaje para el estudiante y para el profesor una herramienta de fácil interpretación del fenómeno por medio de una modelación, uno de los retos a desarrollar en ésta tesis.

Vasco (s.f.) en su investigación evidencia, de forma muy resumida, el panorama de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el país.

Este autor enfatiza que la situación actual de la educación en Colombia y hace pertinente la intervención de trabajos referentes a la enseñanza y aprendizaje de la matemática en clases contextualizadas.

Aquí, no se pretende dar solución final a una problemática de muchos años en Colombia, solo es dar un paso a una iniciativa orientada a una educación con objetividad.

Soto (2013) en su investigación realiza un recorrido histórico y conceptual por la geometría analítica para destacar su importancia no sólo en el ámbito de las matemáticas sino en el de la educación matemática.

En su propuesta diseña situaciones problémicas como una estrategia didáctica que propicia niveles de conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la significación matemática. Criterios que se comparten y son necesarios para la enseñanza aprendizaje de la geometría analítica en el contexto cafetalero.

Calderón(2013) en su estudio desarrolla una propuesta metodológica que muestra una forma de enseñar las secciones cónicas en un ambiente didáctico, que se basa en que el estudiante aprenda haciendo.

Para lograr ese objetivo asume como marco teórico el modelo de Van Hiele y presenta actividades para que el estudiante explore y descubra características de las figuras, en diálogo con sus compañeros y el docente, donde pueda construir su propio conocimiento geométrico, cuestiones estas que son consideradas para el desarrollo de las actividades de esta tesis.

Berrío (2011) en su estudio tiene como propósito identificar los elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes de modelos matemáticos en un contexto del cultivo de café. Toma como referente teóricos los modelos matemáticos. En tal sentido plantea que estos modelos dan una interpretación matemática de la situación real en el contexto cafetero.

Dentro del contexto es necesario considerar: la necesidad, la motivación, la experimentación, la relación, la cultura, el conocimiento del contexto, el trabajo en equipo, la re-significación conceptual, el uso de modelos ya construidos, la (re)construcción de modelos originales, el uso de software, y los criterios de expertos. Criterios estos que comparte el autor de esta tesis y que también implementa en el desarrollo de los momentos para lograr un aprendizaje robusto en los estudiantes y por ende propiciar la motivación por el cultivo del café.

Berrío (2011) basa sus actividades en un estudio de caso con cinco estudiantes. Plantea que "Los resultados de la experiencia realizada con los estudiantes de la institución educativa permiten determinar algunos aspectos que fueron claves en la construcción de modelos matemáticos, específicamente en el Caso del Cultivo del Café"[12].

Conclusiones del capítulo 1

Se valoran algunas de investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, en particular de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimo en varios países, donde se destacan

[12]Berrío, M. (2011). Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo de café. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Colombia. Recuperable el 25 de abril de 2014 en la URL: http://www.bdigital.unal.edu.co/5883/1/71277664.2012.pdf, p.98

Veloso (1998), Pérez (2010), Sánchez y Orta (2011), Sánchez y Fiol (2011), Rodríguez (2011), DiMaggio (2001), Godino (2011), Rosas y Pardo (2012), Cortés, Núñez y Morales (2013), Karatas y Baki (2013), entre otros.

En sus trabajos se valoran las dificultades y algunos proponen alternativas y modelos para mejorar el aprendizaje de esta temática en la escuela. Otros son del criterio de mantener estas temáticas en el currículo escolar pues la geometría analítica desarrolla el razonamiento y la visualización geométrica, y la estadística descriptiva propicia una cultura estadística en los estudiantes.

Investigadores como Rodríguez y Acosta (2008), Vasco (s.f), Berrío (2011), Soto (2013), y Calderón (2013) desarrollan sus estudios acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, específicamente sobre la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimo en Colombia. Particularmente Berrío (2011) identifica los elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes de modelos matemáticos en un contexto del cultivo de café.

La propuesta de esta investigación, es abordar temas matemáticos como *línea recta, cónica y estadística descriptiva* y modelarlos para el estudiante en cinco Momentos, los cuales están diseñados bajo un ambiente de investigación de interrelación de la educación matemática crítica, la resolución de problemas y la comunidad práctica de Wenger. Es necesario aclarar que la presente tesis aborda temáticas y se basa en un marco teórico distinto al trabajo de Berrío (2011).

CAPITULO 2.MARCO TEÓRICO

En este capítulo se hace referencia al marco teórico de la presente tesis. Primeramente se abordan los elementos de la matemática crítica, se realiza un análisis sobre la teoría de la resolución de problemas en el que se mencionan autores que han trabajado esta temática, algunas definiciones de problema y fases o estrategias de resolución. Además se valoran los fundamentos de la teoría de comunidades de práctica de Wenger y los contenidos matemáticos relacionados a la geometría analítica y a la estadística descriptiva del grado décimo.

2.1. La educación matemática crítica

En esta base teórica se ven involucrados diferentes situaciones problemas de la cotidianidad en una persona, pero especialmente para el estudiante, aquí es cuando toma sentido e importancia lo que el medio significa para desarrollar las diferentes temáticas.

Para introducirnos en la educación matemática crítica debemos referenciar al danés Ole Skovsmose, quien publica un libro en el año de 1994, *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica,* titulo traducido del inglés al español por Paola Valero y dado a conocer al público en el año de 1999.

En los diferentes trabajos del señor Skovsmose, se puede inferir que para él la palabra *crítica* hace referencia a los diferentes roles sociales y políticos en que están involucrados la aplicación matemática, para que la enseñanza de la misma juegue un papel de modelación teórica y experimental.

Un punto de partida de este enfoque es el aula de clase de matemáticas donde todos los estudiantes del nivel medio trabajan involucrados en actividades, para alcanzar una visión clara y critica referente a la situación actual del país. Otra preocupación que surge en este contexto es la posibilidad de que algunos de estos jóvenes estén bien preparados para el ingreso a la universidad con bases sólidas para que aborden con responsabilidad, compromiso y ética los estudios superiores.

El enfoque de Skovsmose, es de ahondar los principios de la educación matemática crítica en la metodología académica y en los problemas críticos contemporáneos relativos a la educación.

La dificultad de alcanzar una formación matemática igualitaria para todos es una perspectiva sobre la existencia o no de la relación entre equidad y educación matemática, que a simple vista parecen no relacionarse, pero que son conjugables a partir de combinarlas en su esencia científica, racional y social.

Este acercamiento y combinación lo toman los autores (Secada, Fennema y Adajían) en su obra *Equidad y enseñanza de las matemáticas: Nuevas tendencias*. En su introducción plantean el objetivo de trascender el sentido clásico del término equidad que señala igualdad (o desigualdad) de oportunidades educativas a partir de lo cuantitativo.

Entre los problemas que abordan es la necesidad de que la equidad, considerada como área de la investigación académica creciente y en constante evolución, tenga en cuenta y se sitúe en el contexto de los desarrollos de la metodología académica y se involucre en los problemas críticos contemporáneos relativos a la educación.

Clemenst (2000), aborda el tema desde la igualdad de oportunidades educativas en la educación matemática mostrando las limitaciones y problemas que se presentan cuando se le quiere alcanzar desde la imposición de una administración mediante un currículo escolar común.

Clemenst parte de la interpretación de equidad en educación, propuesta por la UNESCO que implica:

- Equidad en el acceso (posibilidad de llegar a grupos desfavorecidos).
- Equidad en el trato (dando o proporcionando el mismo trato a todos los estudiantes en el aula de clase y con un currículo sensible a las necesidades de la diversidad cultural en el aula.
- Equidad en los resultados (compromiso de alcanzar metas comunes con todos los alumnos).

Clemenst (2000) continúa abordando el tema de equidad describiendo crudamente la realidad de muchos países, en la cual la gran parte de la población no alcanza el nivel básico de escolaridad y en la que también las diferencias de género implican graves diferencias en el acceso a la educación.

Aborda también la problemática surgida por la presencia en el aula de clase de estudiantes que hablan una lengua diferente a la del profesor. Este autor se pregunta:

¿Qué debería hacer el profesor? ¿Qué matemática debería enseñar y qué metodología seguir?

Aunque supone que muchos estudiantes dejarán la escuela en unos años, algunos de ellos tienen habilidades académicas relevantes. Se pregunta ¿Qué matemáticas debería enseñar a estos jóvenes? Y por otra parte, ¿debería el profesor de matemáticas seguir el curriculum básico, cuando parece que los jóvenes no están preparados para aprender lo prescrito?

Las anteriores preguntas ponen de relieve un supuesto que se viene sosteniendo desde algunas propuestas curriculares como la de la National Council of Teachers of Matematics (1991,2003), esperar que todos los estudiantes sigan el mismo curriculum básico.

La aspiración es absolutamente digna y con buenas intenciones por parte de la administración educativa, pero como lo muestra Clemenst (2000) muchos maestros cuestionan si debería existir un núcleo básico común para todos. El autor retoma a Bishop (1988) y formula las siguientes interrogantes:

¿Debe la sociedad insistir en que todos los niños estudien el núcleo común básico de conocimientos y habilidades constituidos por las matemáticas internacionalizadas? ¿Qué partes de la matemática son suficientemente básicas y comunes para que todos los niños de cualquier parte del mundo deban conocerlas?¿Qué fundamenta la afirmación de que ese conocimiento es básico para todos los niños?

Clemenst (2000) coloca ejemplos tomados comparativamente desde diferentes partes del mundo en culturas diferentes y clases sociales distintas. También afirma que los currículos de la enseñanza matemática para la secundaria y parte de la primaria fueron formulados en el siglo XIX donde solo los jóvenes de clase media podían asistir a la escuela.

Sin embargo Clemenst (2000) finaliza con un grado de optimismo pensando que el mundo está cerca de conseguir una educación primaria y secundaria para todos.

El diccionario de *Uso del castellano* de Moliner (1996) permite determinar que el termino equidad no supondría dar lo mismo a cada alumno, sino de darle a cada uno lo que le corresponde, para que nadie salga injustamente mejorado en perjuicio de otro.

Skovsmose y Valero (2007) sostienen que la relación entre educación matemática y equidad es crítica en el sentido de que dependiendo del contexto y de cómo se organiza la educación matemática, puede apoyar a la justicia social o crear y perpetuar procesos de exclusión.

Estos autores también estudian la relación entre educación matemática, justicia social, equidad y democracia, y plantean dos paradojas de la sociedad de la información a saber:

- La de inclusión donde la globalización proclama la inclusión pero excluye a ciertos sectores sociales.
- La paradoja de la ciudadanía que afirma que la educación, en la preparación de la ciudadanía activa, adapta al individuo al orden social establecido.

Para conceptualizar la *educación matemática crítica,* de referencia principal Ole Skovsmose, quien define, "… *una educación matemática crítica puede ser caracterizada en términos de la preocupación con respecto a los diferentes roles socio-políticos que la matemática en acción y la educación matemática podrían jugar*"[13]

Para Skovsmose (2004), la matemática en acción infiere mediante el pensamiento matemático una relación proyectada a la realidad, esto quiere

[13]Scaglia, S. (2012). *Educación Matemática, Educación Matemática Crítica. p.208.*

decir, que durante los diferentes eventos de la cotidianidad, ésta se puede modelar matemáticamente, a través de observaciones. Es aquí, donde la matemática en acción forma parte de nuestro entorno.

Skovsmose (2010), caracteriza la *matemática en acción* de la siguiente manera:

a) La imaginación tecnológica.
b) El razonamiento hipotético.
c) La legitimación o justificación.
d) La realización.
e) La eliminación de la responsabilidad.

El rango de cualidades de la matemática en acción, son acciones que pueden ser beneficiosas, costosas, sorprendentes, arriesgadas, aburridas, cotidianas, entre otras, con esta orientación la matemática se ve como una racionalidad crítica.

L*a alfabetización matemática*, según Skovsmose (1999), es tener la composición de tres competencias: la matemática, la tecnológica y la reflexiva:

- Competencias matemáticas: s*on las habilidades llamadas comúnmente matemáticas, como las competencias para reproducir pensamientos matemáticos, teoremas y demostraciones, ejecutar algoritmos y realizar cálculos,* Skovsmose (1999)*.*
- Competencias tecnológicas: *suponen la habilidad para resolver problemas enunciados en lenguaje natural, que surgen y aplican en el mundo natural, social y cultural en el viven los sujetos y en su vida cotidiana,* Skovsmose (1999)*.*

- Competencia reflexiva: *es la competencia necesaria para ser capaces de tomar una posición justificada sobre asuntos tecnológicos,* Skovsmose (1999).

Para la competencia reflexiva se habla de un escenario de investigación que consiste en una situación particular que tiene potencialidad para promover un trabajo investigativo o de indagación, Skovsmose (2000).

Este autor plantea cinco puntos para un escenario de investigación, los cuales son asumidos en esta tesis y considerados en el desarrollo de las actividades, ellos son:

- Preguntas que surgen al finalizar una actividad, ¿Quedaron correctos los cálculos? ¿el algoritmo se usó de forma correcta?...
- Las herramientas matemáticas, ¿usamos el algoritmo apropiado? ¿habría algún otro tipo de gráfico estadístico?...
- Confiabilidad de la solución en un contexto específico, ¿podemos confiar en los resultados de ese algoritmo? ¿hasta qué punto…?...
- Algunas circunstancias de la matemática y las técnicas que pueden ser herramientas no necesarias para alcanzar un fin tecnológico, Skovsmose (1999), ¿podríamos hacer algo sin cálculos formales?...
- Buscar consecuencias más amplias del uso de técnicas durante la solución de un problema, ¿cómo afecta el uso de un algoritmo, apropiado o no, a un contexto específico?...
- Como hemos reflexionado sobre el uso de la matemática, ¿podríamos haber hecho una evaluación de otra manera?

Para el aula de matemática Skovsmose (2000), cruza dos dimensiones con distintas tipologías de la clase de matemáticas.

Primera dimensión: en esta dimensión se sitúan dos paradigmas de la clase de matemáticas.

- El paradigma del ejercicio, según Skovsmose (2000)en primer lugar el profesor presenta algunas ideas y técnicas matemáticas y a continuación los estudiantes trabajan en ejercicios seleccionados por el profesor.
- El enfoque investigativo, según Skovsmose (2000) aquí se focaliza el trabajo por proyectos diseñados en el escenario de investigación.

Segunda dimensión: "se clasifican en tres tipos de referencias", los estudiantes pueden construir conceptos matemáticos y el fin de las actividades en clase.

- La propia matemática: las preguntas y actividades refieren exclusivamente a este dominio.
- La semirrealidad: no una realidad que de hecho se puede observar sino una realidad construida.
- Las situaciones de la vida real.

Por su parte Rodríguez y Pochulu (2012) hacen referencia a que *"Si los estudiantes están convencidos de que lo realizado en la clase de matemática se encuentra absolutamente divorciado de sus intereses y expectativas sobre el futuro, difícilmente puedan construir motivos para aprender. Skovsmose y Valero (2007) mencionan el reto de hacer de los estudiantes seres reales para la investigación en educación matemática"*[14]. Esta tesis asume lo planteado por

[14]Pochulu, M. & Rodríguez M. (2012). *Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Buenos Aires, Argentina: Eduvim.

Skovsmose y Valero (2007) e involucra a los estudiantes en un proceso donde sean capaces de generar conocimientos y asumir una postura crítica ante la realidad.

Se tiene como punto fundamental en esta investigación las características de la matemática en acción como *racionalidad crítica:*

- Eliminación de la responsabilidad: la información que arroja el algoritmo.
- Imaginación tecnológica: inventar y especificar posibilidades técnicas.
- Razonamiento hipotético: consecuencias de construcciones no realizadas- modelos.
- Legitimación o justificación: validaciones de las acciones.
- La realización: los modelos forman parte del entorno.

2.2. La resolución de problemas

Es importante para la comunidad en general desarrollar teorías que contribuyan a la habilidad para el análisis, el razonamiento y la reflexión, con la finalidad de que la persona aprenda de su cotidianidad.

Uno de los parámetros del aprendizaje de la matemática es emplear la resolución de problemas, donde varios autores han estudiado y escrito sobre esta temática. Aquí se pretende que el estudiante deberá tener autonomía para ir más allá de lo que el profesor le entrega en clase, mejorando así las estrategias en el aprendizaje de la matemática.

Los componentes de esta propuesta son entender el concepto de problema, la heurística, las etapas de la resolución de problemas y la meta-cognición.

La definición de lo que se considera sea un problema es primordial y por ello varios autores han planteado sus ideas y características importantes. Entre los investigadores sobre ésta noción se tiene a Pölya (1965), Fridman (1972), Martínez (1981), Majmutov (1983), Rohn (1984), Schoenfeld (1985), Maye (1986), Sánchez (1994), Garret (1995), Labarrere (1996), Campistrousy Rizo (1996), Álvarez (1996), y Sriraman y English (2010).

Cabe resaltar que se tiene en cuenta que lo que constituye un problema, esto es relativo según el estudiante, es decir, lo que puede ser un reto para uno no lo es para el otro.

Pölya (1981) definió la noción de problema de la siguiente manera *"Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata."*[15]

House (1983) plantea que, *"La definición común de problema matemático es una situación que supone una meta para ser alcanzada, existen obstáculos para alcanzar ese objetivo, requiere deliberación, y se aparte del conocimiento del algoritmo útil para resolver el problema. La situación es usualmente cuantitativa o requiere técnicas matemáticas para su solución, y debe ser aceptado como problema por alguien antes de que pueda ser llamado problema."*[16]

Krulik y Rudnik (1987) establecen que *"Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que*

[15]Cfr: to have a problem means: to search consciously for some action appropriate to attain a clearly conceived, but not immediately atteinable, aim (sic).
[16] Nápoles, J. (s.f). Aventuras, venturas y desventuras de la resolución de problemas en la escuela. Documento con publicación electrónica. Recuperado el 25 de noviembre de 2012 de http://www.edutecne.utn.edu.ar/napoles-valdes/problemas-02.pdf p. 10

requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma."[17]

Labarrere (1996) sostiene que se tiene un problema en determinada situación cuando existen nexos, relaciones, cualidades de y entre los objetos que no son accesibles directa e indirectamente; (…) es toda relación en la cual hay algo oculto para el sujeto, que éste se esfuerza por hallar.

Campistrous y Rizo (1996), aducen que un problema es *"… toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo."*[18]

Lo planteado por Campistrous y Rizo (1996), se puede entender de la siguiente manera,

- Existencia de condiciones iníciales o finales (lo dado y lo buscado, lo conocido y lo desconocido), que exprese la necesidad de transformación.
- Contradicción o exigencia desconocida.
- Necesidad o deseo del estudiante por resolver esa contradicción (deseo de resolverlo).

Además de todas las características mencionadas por los autores se destacan tres y son: motivación, que el estudiante tenga los materiales didácticos sobre el tema y que haya un reto para resolver.

Resolver un problema consiste primero en el abordaje del mismo por parte de la persona. Varios investigadores han abordado la solución de como Restley

---

[17]Cfr: [a problem is] a situation, quantitative or otherwise, that confronts an individual or group of individuals, that requires resolution, and for which the individual sees no ap-parent or obvious means or path to obtaining a solution (sic).
[18]Campistrous, L., & Rizo, C. (1996). Aprende a resolver problemas aritméticos. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. p. 21

Davis (1962), Pölya (1965), Fridman (1991), Ballester(1992), Brenes y Murillo (1994), Schoenfeld(1994), Leshy Zawojewski (2007), entre otros.

Pölya (1965) por su parte, aseveraba que: "… *resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados*[19]*".*

Schoenfeld, citado por Sriraman y English (2010), recomienda que la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática deba:

- Fomentaren en los estudiantes una habilidad para utilizar estrategias que se vinculen más claramente con el contexto.
- Fomentar en los estudiantes estrategias meta-cognitivas (auto-regulación o supervisión y control) para que se apropien del contenido temático.
- Mejorar las creencias que tienen los estudiantes acerca de la focalización en su entorno.

Por otra parte, en el futuro el desarrollo de la resolución de problemas debe trascender los planes de estudio de la escuela actual y normas nacionales frente a la enseñanza y aprendizaje de la matemática (English, 2008; Beckmann 2009; Lesh (2008).Lesh y Sriraman (2010) plantean que *"El desarrollo en los estudiantes de los modelos potentes deben considerarse entre los objetivos más importantes de la educación matemática y ciencias".*

Actualmente la modelación matemática es una de las tendencias que se consideran necesarias para la resolución de problemas contextualizados. Por otra parte Lesh y Zawojewski (2007) aducen que los problemas de modelado

19 Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. Ciudad México: Editorial Trillas.

están diseñados para trabajar en pequeños grupos donde los miembros del grupo actúan como una "*comunidad de práctica*" para resolver una situación compleja, criterios con los cuales coincide el autor de esta tesis y las considera necesarias en el desarrollo de sus actividades.

Explorar un problema significa derivar soluciones alternativas, según Chaux, et al" (2004), "*generar opciones*"[20]. Es un estado inicial en que el estudiante se enfrenta a una situación problema que le exige desarrollar una habilidad y desarrollar la capacidad creativa en pensar una o varias formas de encontrar la solución o posibles soluciones del problema que se le presenta.

Varios son los autores que han aportado estrategias o fases para la resolución de problemas, entre los que se tienen Dewey (1933), Pölya (1945), Schoenfeld (1985), Fridman (1991),Maza (1991), Guzmán (1994). En esta tesis se asume el modelo propuesto por Schoenfeld (1985), el cual tiene las siguientes fases:

- Analizar y comprender el problema.
- Diseñar y planificar una solución.
- Explorar soluciones.
- Verificar la solución.

Las investigaciones de Schoenfeld[21] (1985) se han centrado en la observación de la conducta de expertos y novicios resolviendo problemas. Schoenfeld (1985), en la búsqueda de explicaciones frente a la resolución de problemas,

[20]Chaux, E., et al. (2008). Aulas en Paz: Estrategias pedagógicas. Revista Iberoamericana de Educación para la democracia (RIED).Vol. 1, No. 2 junio. p.132. Recuperado el 23 de octubre de 2012 en la URL: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-75077_archivo.pdf

[21] A pesar que a este investigador se le considera continuador de la obra de George Pölya, sus trabajos están enmarcados en otra corriente psicológica, la del procesamiento de la información.

considera insuficientes las estrategias planteadas por Pölya para la resolución de problemas y sostiene que el proceso es más complejo e involucra más elementos de carácter emocional-afectivo, psicológico, sociocultural, entre otros.

Establece por lo tanto la existencia de cuatro aspectos que intervienen y se deben tener en cuenta, pues sirven para el análisis de la complejidad del comportamiento en la resolución de problemas. Los trabajos de Schoenfeld (1985) juegan un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de la matemática y se fundamenta en las siguientes ideas:

- En las clases hay que propiciarles a los estudiantes las mismas condiciones que tienen los matemáticos, al experimentar el proceso de desarrollo de las matemáticas. O sea que el estudiante participe en una micro-comunidad científica resolviendo problemas.
- Para comprender y entender cómo los estudiantes intentan resolver problemas, y consecuentemente para proponer actividades que puedan ayudarlos, es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en este proceso influyen los siguientes factores:
- El dominio del conocimiento: comprende los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema: tales como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, conocimientos previos que puedan ayudarles a descubrir información implícita, hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas para trabajar en el dominio.

- Estrategias cognoscitivas: incluye los métodos o impulsos heurísticos tales como: descomponer el problema en casos simples, también como la técnica de “divide y vencerás”, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, estrategias de trabajo hacia atrás y hacia adelante, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.
- Estrategias metacognitivas: relacionadas con el monitoreo y el control. Aquí se incluyen las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias; es decir, acciones tales como planear, evaluar y decidir.
- El sistema de creencias: el cual se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras.

Schoenfeld (1985) admite que se necesita mucha más claridad sobre el significado del término “resolución de problemas”, que ha funcionado como un paraguas bajo el cual han sido conducidos tipos radicalmente distintos de investigación. También afirma este autor que, con relación a los recursos, resta elaborar una interacción dinámica entre dichos recursos y otros aspectos del comportamiento al resolver problemas, para lo cual, se postula este trabajo, donde se torna necesario considerar explícitamente el tipo de problema contextualizado que se realiza.

Por otra parte un mismo problema puede tener una solución aritmética o algebraica o geométrica, el cual puede ser resuelto con ayuda de una estrategia heurística sin la aplicación de conocimientos apropiados matemáticos. Lo valioso de este momento, es que los estudiantes han estructurado los procesos de pensamiento que les permiten argumentar su idea. Los estudiantes comparan sus soluciones y validan sus resultados, después los modifican si fuera el caso. Con ello se crea un aprendizaje que es significativo para el estudiante.

Por su parte Ballester et al. (1992) Conciben el método heurístico como aquél*"… mediante el cual se le plantean a los alumnos impulsos que facilitan la búsqueda independiente de problemas y soluciones de éstos, donde el profesor no le informa al estudiante los conocimientos terminados, sino que lo lleva al redescubrimiento de las suposiciones y reglas correspondientes de forma independiente"*[22], criterios que son asumidos en esta tesis y se tienen en cuenta para el desarrollo de las actividades.

Algunas heurísticas son: razonar por analogía; utilizar dibujos, esquemas, gráficos o diagramas; recurrir a casos particulares; verificar desde el final; dividir el inconveniente en partes; reducir el inconveniente; agregar un elemento auxiliar. El trabajo con la heurística aporta a la resolución de problemas contextualizados sobre geometría analítica y estadística descriptiva para lograr un aprendizaje robusto en la matemática grado décimo.

2.2.1. Los problemas no rutinarios en la escuela

Un problema es rutinario cuando se resuelve directa y mecánicamente sin ninguna dificultad para encontrar la respuesta, la cual en ocasiones es dada

[22] Ballester, S. (1992). Metodología de la enseñanza de la matemática, TomoI. La Habana: Pueblo y educación, p. 225.

por los mismos profesores o casi siempre por el libro de texto. En este caso no hay ningún desafío a la creatividad e inteligencia del estudiante.

Ahora, podemos citar lo que podría definirse como problema retador: *"Los problemas retadores son problemas que invitan al estudiante a pensar autónomamente, a indagar, a cuestionar, a razonar y a explicar su razonamiento"*[23].

"Los problemas retadores exigen la integración de conceptos relacionados y el establecimiento de nexos con otras áreas de la matemática (argumentos y elementos), se pretende lograr un dominio y una comprensión profunda de la matemática elemental sin tratar de extender los conocimientos de los estudiantes hacia conceptos propios de la matemática superior[24]".

Un problema no rutinario tiene como característica cierto grado de creación y originalidad por parte del estudiante. La resolución puede exigirle un verdadero compromiso de investigación, pero no lo hará si no tiene razones para ello. Un problema no rutinario sería:

- *"Hacer que el estudiante piense productivamente.*
- *Desarrollar su razonamiento.*
- *Enseñarle a enfrentar situaciones nuevas.*
- *Darle la oportunidad de involucrarse con las aplicaciones de la matemática.*
- *Hacer que las clases de matemática sean más interesantes y desafiantes.*
- *Equiparlo con estrategias para resolver problemas.*

[23]Pérez, F. (2004). Olimpiadas Colombianas de Matemáticas para primaria 2000 - 2004. Bogotá: Universidad Antonio Nariño.
[24] Ibídem

- *Darle una buena base matemática".*[25]

Para que un problema sea motivante para el estudiante debe tener tres características, *"…que sea una situación que estimula el pensamiento, que sea interesante para el alumno, y que la solución no sea inmediata"*[26], cuestiones estas que se consideran en las actividades sobre geometría analítica y estadística descriptiva de la tesis.

2.3. Teoría de comunidades práctica de Wenger

Los investigadores Cobb (2000), Krainer (2003), Goos (2004), Lerman (2006), señalan los principios de los años 90 como el tiempo donde se empiezan a adoptar teorías socioculturales en el marco interpretativo de las investigaciones puntualizadas en la educación matemática.

Artículos publicados sobre estas investigaciones se han dado en varias revistas, como la Educational Studies in Mathematics, y Journal for Research in Mathematics Education (JRME). También se han presentado diferentes reportes de investigación en las conferencias del International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME). Lerman (2006), asegura que los conceptos de mediación semiótica, identidad y zona de desarrollo próximo se identifican como nociones recurrentes en estos reportes de investigación.

Las bases de las perspectivas socioculturales constituyen los principios generales de la teoría sociocultural del aprendizaje, que en un principio fue desarrollada por Vygotsky (1985). Esta teoría plantea que los procesos cognitivos individuales tienen sus raíces en la interacción social, a través de la

---

[25]Resolución de problemas. Documento electrónico. Recuperado el 1 de noviembre de 2012 de http:www2minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/

[26]Falk, M. (1980). La enseñanza a través de problemas. Bogotá: Universidad Antonio Nariño.pág 16.

comunicación que se lleva a cabo en actividades culturales realizadas colectivamente.

Lerman (1996) y Goos (2004) señalan que el aprendizaje sucede en el proceso de internalización en el cual los eventos sociales se transforman en fenómenos psicológicos que se llevan a cabo en el plano mental. En la cotidianidad del estudiante, las clases pueden ser vistas como el momento de interacción social en el cual pueden participar en actividades colectivas, para discutir acerca del objetivo de dichas actividades.

Forman (1996) propone que la interacción experto-aprendiz inicia el proceso que le permite al aprendiz acercarse o llegar a la condición de experto a través de su participación en actividades colectivas. También hace referencia al aprendizaje como participación en actividades de la comunidad, incluso puede existir fuera o dentro de la institución educativa.

La teoría de Wenger (1998) parte de los presupuestos sobre la naturaleza del conocimiento y del aprendizaje:

- Somos seres sociales. Este hecho es un aspecto esencial en el aprendizaje.
- El conocimiento es una competencia.
- Conocer es cuestión de participar progresivamente en el mundo.

Los aspectos planteados conducen al individuo al aprendizaje dada la participación en prácticas por comunidades para la definición de una identidad, lo cual es el centro de interés de esta teoría.

Wenger (1998) argumenta que la teoría social del aprendizaje debe integrar los componentes necesarios para caracterizar la participación social como un proceso del aprendizaje y del conocimiento, como se muestran en la Figura 1.

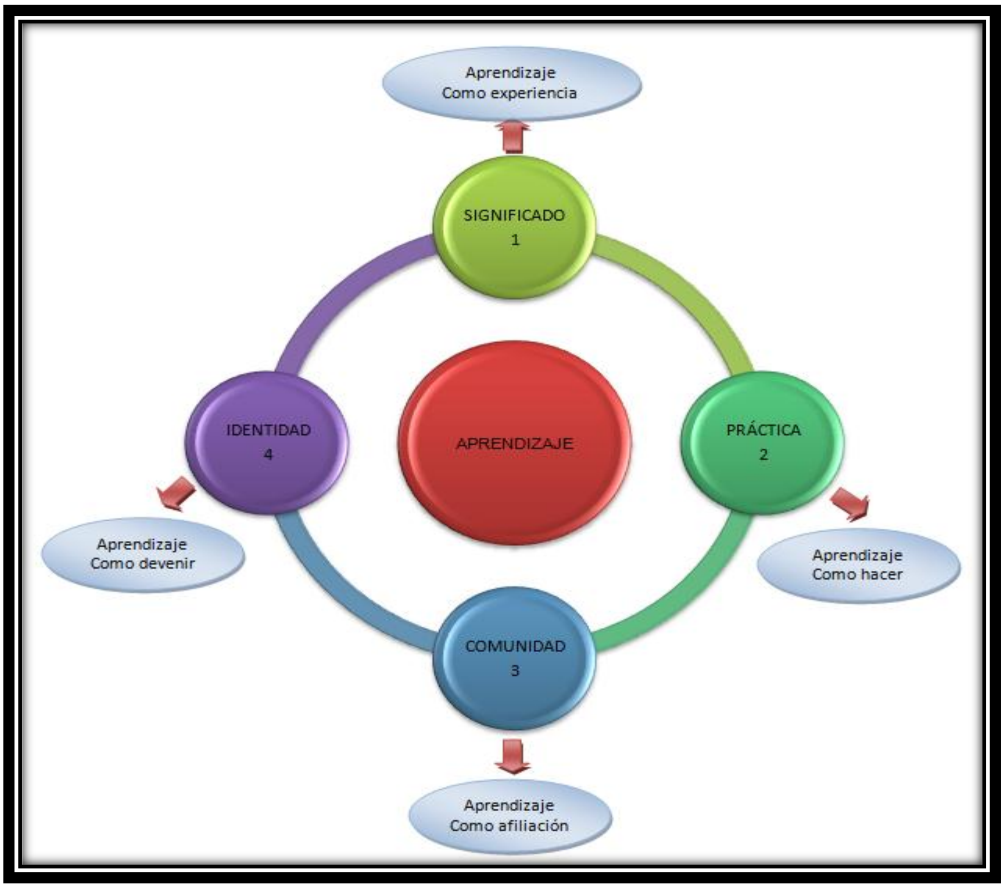


Figura 1. Componentes de una teoría social del aprendizaje: inventario inicial.

- *Significado*: definido como la posibilidad que se tiene individual y colectivamente de establecer del cómo se considera el mundo en nuestras experiencias, algo que tiene sentido y es valioso, es decir significativo.
- *Práctica:* es la forma de entender los sucesos históricos y sociales, el marco de referencia y las perspectivas compartidas que pueden sustentar el compromiso mutuo en la acción.

- *Comunidad:* es una manera de analizar las diferentes configuraciones sociales donde se define como valioso y la participación es reconocible como competencia.
- *Identidad*: es entender el cambio que conlleva el aprendizaje en cuanto a nuestra percepción de quiénes somos y de cómo se crea la historia de forma individual y colectiva en el contexto de las comunidades.

Wenge (1998) argumenta que estos componentes están interrelacionados y se definen mutuamente, a partir de ellos él construye la teoría de comunidad práctica. A continuación se valoran algunos términos importantes dentro de la teoría de Wenger (1998).

Aprender: hace referencia a la participación del individuo en tomar parte activa en alguna actividad, situada en su contexto particular, y al mismo tiempo que se establecen relaciones en comunidad.

Significado: se fundamenta en la experiencia que surge de la participación en prácticas colectivas de un individuo que participa en una comunidad. Este proceso lo denomina negociación de significados.

Participación periférica legítima: aquí hace referencia al proceso por el cual los recién llegados se integran a una comunidad. En lo educativo, la clase se considera como una comunidad de práctica para la evolución personal de los estudiantes a medida en que se avanzan colectivamente en las actividades propuestas.

Repertorio compartido: es el conjunto de recursos que la comunidad adquiere y produce durante su participación activa, pues ello pasa a formar parte de la práctica que genera una producción local de significado, combinando aspectos de participación y de materialización.

Wenger (1998) enuncia: *"… la participación, la imaginación y la alineación son tres modos de pertenencia a una comunidad de práctica por la cual los estudiantes pueden construir su identidad."*[27] (Ver Figura 2.)

También para el diseño y desarrollo de las actividades propuestas en esta investigación se tuvo en cuenta los componentes de la teoría social del aprendizaje y los tres modos de Wenger:

Figura 2. Elementos para lograr pertinencia a una comunidad.

Estos tres elementos de pertenencia a la comunidad práctica y sus componentes se precisan según el Topic Study Group 37 del ICME en la Tabla 1.Estos componentes son acciones que se realizan en cada una de esas tres fases, para lograr la pertenencia a la comunidad.

Tabla 1. Modos de Wenger de pertenencia. Fuente: ICME 11 Topic Study Groups 37.

[27] ICME11 Tema de estudio 37.

Modo	Componente
Compromiso	• Contextualizar el problema de una manera que se conectará con los alumnos y sus intereses, se encuentre cerca de sus vidas o sea algo que les concierne. • Ofrecer una situación que sale de las actividades habituales. • Poner a los alumnos en condiciones de apropiarse de la situación, para que puedan desarrollar por sí mismos la comprensión de su participación. • Favorecer la libre circulación de información, estrategias, y otras. • Poner a los alumnos en interacciones, haciéndoles trabajar en equipo o como un grupo. • Ofrecer una situación en la que los alumnos tendrán como objetivo común: la resolución de un problema usando las matemáticas. • Solicitar el compromiso voluntario de los alumnos en cierta situación. • Asegurarse de que el objeto sea claro para los estudiantes. • Promover a los estudiantes autoría en la ruta de la resolución y en las soluciones que producen.
Imaginación	• Dibujar un contexto con el que los estudiantes serán capaces de establecer vínculos con los aspectos de sus vidas cotidianas. • Ofrecer una situación en la que la resolución tendrá un efecto fuera del aula. • Utilizar la información real para que los estudiantes realicen enlaces con la forma en que lo utilizan y con que lo utilizan en otros lugares. • Dar un problema en el que la resolución da a los estudiantes un sentimiento de competencia "en el mundo" (por ejemplo un problema real). • Ofrecer una situación "práctica" donde los estudiantes observan el sentido de la utilización de las herramientas matemáticas. • Ofrecer una situación de composición abierta para dar oportunidades a los estudiantes a explorar y ser inventivos. • Animar a los estudiantes a crear sus propias estrategias de uso de sus conocimientos matemáticos estableciendo vínculos entre los

	conceptos. • Animar a los estudiantes a generar la articulación de una comprensión global de la situación, mirando a los conocimientos matemáticos que se utilizan, en su propio aprendizaje de la situación y los momentos importantes o elementos de la realización de la solución. • Valorar el pensamiento crítico de la situación, debatir los objetivos y sus logros. • Introducir y analizar diferentes caminos para explorar la situación, y estar abierto a otras posibilidades. • Plantear una duda en el aprendizaje de las matemáticas (¿Por qué las matemáticas? ¿Por qué utilizamos estas matemáticas en particular?) • Discutir el enfoque matemático de una situación como una forma de verlo. • Fomentar una transformación de la práctica matemática de las aulas, y poner de relieve las transformaciones que se producen.
Alineación	• Ofrecer un problema dirigido a toda la clase como un grupo. • Decidir con los alumnos la ruta de acceso general para la solución de un problema. • Asegurarse que los estudiantes tengan una visión general de la situación. • Hacer el ajuste necesario para cada uno, para la producción de los equipos, individuales y de toda la clase. • Apoyar el pensamiento crítico sobre las soluciones y la interpretación, sobre todo, donde se favorezca la aparición de las conclusiones contradictorias. • Animar a los estudiantes a identificar las ideas matemáticas exploradas en una situación de composición abierta, y para establecer vínculos explícitos con el plan de estudios. • De vez en cuando imponer normas para la aproximación matemática de una situación (con un concepto dado, probando un procedimiento determinado). • Validar con los estudiantes la concordancia entre su comprensión de conceptos y sus estrategias con el "estándar" de las

	definiciones y procedimientos. • Colectivamente decidir el momento de dejar de investigar una situación, decidir lo que se considera como una resolución del problema. • Comparar con los alumnos sus estrategias y acuerdos. • Pedir a los alumnos un resumen de su investigación. • Animar al debate y a la adopción de un número limitado de estrategias o soluciones.

Wenger(1998) señala que el proceso de enseñanza se desarrolla a través de un diálogo continuo entre la teoría y el conocimiento de la práctica. Los estudiantes son investigadores para proponer estrategias de solución a problemas. Las cuatro dimensiones de su diseño y sus funciones se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Dimensiones del diseño de Wenger. Fuente: ICME 11 Topic Study Group 37.

Dimensiones	**Función de una situación**
Identificación y Negociabilidad	• Considerar la posibilidad de diferentes roles para los estudiantes y asegurarse de que cada uno tenga un papel a desempeñar. • Permitir a los estudiantes a elegir su papel, y los miembros de su equipo. • Definir roles de una manera abierta para que los estudiantes puedan hacer ajustes. • Hacer todos los equipos responsables de producir un resultado y que se ajuste con las de otros equipos.
Participación	• Colocar a los estudiantes en una situación de resolución de problemas. • Favorecer las interacciones entre los estudiantes, para el intercambio de información y de esta manera poder discutir sus ideas y compartir sus resultados o estrategias. • Ofrecer un problema que los estudiantes tengan que reformular. • Presentar al estudiante un problema real. • Animar a los estudiantes a producir y usar sus resultados y

	estrategias fuera del aula. • Permitir a los estudiantes utilizar la heurística proveniente de su vida cotidiana fuera de las aulas y ayudar a los estudiantes a reconocer sus aspectos matemáticos. • Discutir la diferencia entre estas estrategias y lo que se desarrolla en el aula, de esta manera poder desarrollar nuevas estrategias.
Diseño	• Introducir la situación de tal manera que los estudiantes vean lo que está en juego. • Usar un problema de composición abierta con la oportunidad de adoptar varios enfoques y obtener varias soluciones. • Identificar previamente las posibles estrategias, soluciones y conceptos matemáticos en juego. • Indicar a los alumnos frente a una situación, por medio de diferentes ideas matemáticas. • Diseñar un plan general de la actividad y discutir con los estudiantes.

La comunidad de práctica ha sido valorada por Rogoff (1997), Goos (2004) y Clark 2005) como: comunidades de práctica de la clase, comunidades de práctica inquisitiva y comunidades de aprendices, respectivamente. Camargo (2010), hace referencia a estos trabajos en los siguientes términos: *"… algunos autores se refieren a dichas comunidades como ámbitos en donde los estudiantes pueden considerarse a sí mismos capaces de producir matemáticas y hay un reconocimiento público a la posibilidad de desarrollar competencias matemáticas a través de actividades conjuntas y de los roles asumidos. Los estudiantes reconocen el valor de trabajar colectivamente hacia el logro de significados comunes, comparten vías de comportarse, lenguajes, hábitos, valores y herramientas; las clases se llevan a cabo con la participación* *activa de los estudiantes y, por momentos, se ve que todos están comprometidos en la misma actividad"*[28]*.*

Este trabajo de investigación considera que la teoría sociocultural desarrollada por Wenger (1998) presenta un enfoque donde aporta una base conceptual útil para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el contexto cafetero a los estudiantes de grado décimo.

2.4. Contenidos matemáticos del grado décimo

La Institución Educativa José María Carbonell del municipio de San Antonio (Tolima), presenta un plan de estudio para el área de matemáticas en grado décimo estructurado de la siguiente manera:

- Razones trigonométricas.
- Funciones trigonométricas de números reales. Gráficas.
- Geometría analítica. Secciones cónicas.
- Estadística descriptiva

Para este trabajo se tendrán en cuenta los contenidos de los aspectos tercero y cuarto, los cuales se explican a continuación.

2.4.1. Geometría analítica. Secciones cónicas.

En esta temática se estudian los contenidos referentes a rectas y relaciones de posición. Es un conjunto infinito de puntos que se extienden en una dimensión en ambas direcciones, las relaciones de posición entre rectas que se estudian

[28]Camargo, L. (2010). Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria. Tesis para optar al Grado de Doctora en Matemáticas. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia. p. 14.

son: paralelas, perpendiculares, coincidentes o que se intersecan (en posición general). En la geometría analítica la ecuación *punto pendiente* de la recta, $m(x - x_1) = y - y_1$es la fórmula que se utiliza para identificarla. Las rectas perpendiculares se definen como sigue: *dos rectas (ninguna de ellas paralela al eje* ***x****) son perpendiculares si y sólo si el producto de sus pendientes es igual a -1.* Las rectas paralelas se definen como sigue: *dos rectas (no paralelas al eje y) son paralelas si y sólo si tienen la misma pendiente.*

También se estudian las curvas, sus elementos y relaciones de posición, entre ellas se tiene la circunferencia que se define como *el lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano, de modo que permanece siempre a una distancia constante de un punto fijo del mismo plano. El punto fijo se denomina centro de la circunferencia y la distancia constante se conoce como radio.*

La ecuación de la circunferencia con centro en el origen del plano coordenado es $x^2 + y^2 = r^2$. *La ecuación de la circunferencia con centro en* $C(h, k)$ *y radio* r *es*$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$.

Estas ecuaciones se conocen como ecuaciones ordinarias de la circunferencia, con centro en $O(0, 0)$ y $C(h, k)$ respectivamente. Una ecuación con centro en $C(0, 0)$ también recibe el nombre de forma canónica (Figura 3).

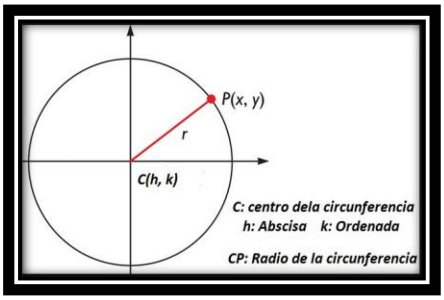


Figura 3.Circunferencia.

La *parábola* se define como *el lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano, de manera que la distancia a una recta fija del plano, conocida como directriz, es igual a la distancia a un punto fijo en el plano denominado foco.* Nota: El foco no pertenece a la directriz.

La ecuación de la parábola con vértice en el punto (h,k) *y eje paralelo al eje* ***x*** *es* $(y-k)^2 = 4p(x-h), si\ p > 0$ *la parábola abre hacia la derecha y si* $p < 0,$ *la parábola abre hacia la izquierda.*[29](Figura 4)

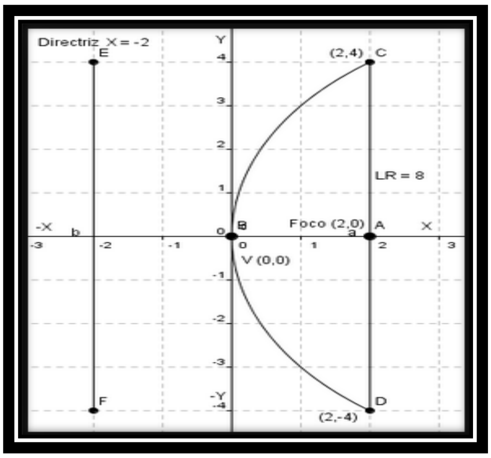


Figura 4. La parábola.

La elipse se define como el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano, de manera que la suma de las distancias a dos puntos fijos de ese plano es igual a una constante mayor que la distancia entre los dos puntos.

La ecuación de una elipse con centro en el origen y eje focal que coincide con el eje ***x*** *y eje menor en el eje* ***y*** *es:* $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Donde $(a,0), (-a,0), (0,b), (0,-b),$ *son los vértices y* $(c,0), (-c,0)$ *son las coordenadas de los focos* $c^2 = a^2 - b^2, a > b.$

---

[29] *Tomado del texto Mi Aventura Matemática, páginas 201,207 y 210.*

Longitud del lado recto $\frac{2b^2}{a}$, *la excentricidad* $e = \frac{c}{a}$*siempre que* $0 < e < 1$.

Longitud del eje mayor: $2a$, *longitud del eje menor:* $2b$.

La ecuación canónica de una elipse de centro (h, k) *y eje focal paralelo al eje* ***x*** *es:* $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ (Ver Figura 5).

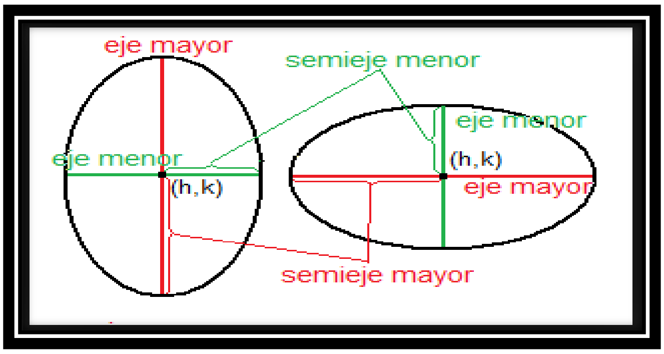


Figura 5. Representación de la Elipse.

Y por último tenemos la hipérbola que se define como *lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano, de forma que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos del plano, llamados focos, siempre es igual a una cantidad constante positiva y menor que la distancia entre los focos.*

La ecuación $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ *tiene por asíntotas las rectas de ecuación* $bx - ay = 0, bx + ay = 0$.

La ecuación $b^2y^2 - a^2x^2 = a^2b^2$ *tiene por asíntotas las rectas de ecuación* $by - ax = 0, by + ax = 0$.

La ecuación de la hipérbola con centro en $(h, k) \neq (0, 0) es$: $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$, *si el eje focal es paralelo al eje* ***x***. $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$, *si el eje focal es paralelo al eje* ***y***.

La longitud del eje transverso es $2a$*, la longitud del eje conjugado es* $2b$; c *es la distancia del centro al foco y está relacionada con* a *y* b*, por la ecuación:* $c^2 = a^2 + b^2$. (Ver Figura 6.)

La longitud del lado recto es $\frac{2b^2}{a}$*, la excentricidad es:* $e = \frac{c}{a}$

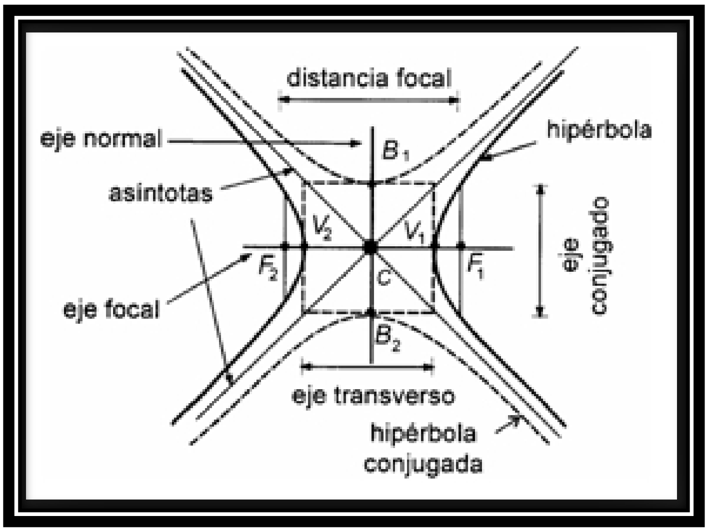


Figura 6. Representación de la Hipérbola.

En la Figura 7 se muestran todas las cónicas, las cuales se obtienen de darle al cono diferentes cortes. Medios como éstos se pueden utilizar en el aula para lograr una comprensión adecuada en los estudiantes sobre el origen de estas curvas de segundo grado.

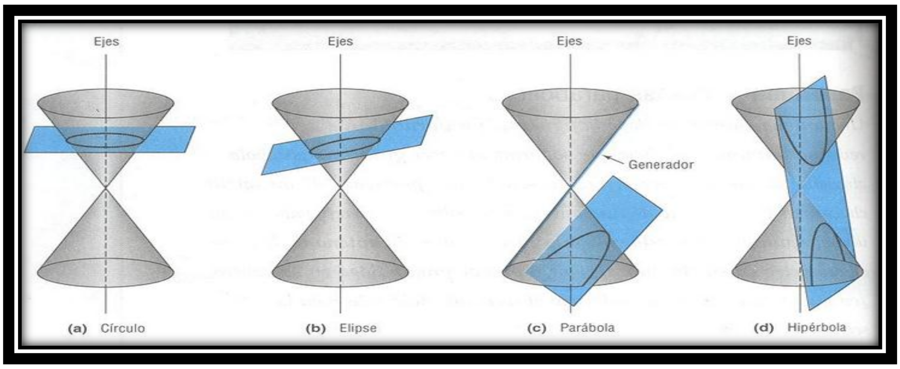


Figura 7. Imagen de las secciones cónicas.

2.4.2. Estadística descriptiva

En esta temática se estudian los contenidos referentes a la estadística descriptiva, con el fin de abordar y estimar el volumen de la cáscara de café acumulado para abono, en 20 fincas del sector. Para las conclusiones en el estudio de los datos de la cáscara de café, se aplica la metodología estadística *descriptiva o análisis exploratorio de datos,* pues estos ayudan en la investigación a describir un conjunto con la menor distorsión o pérdida de información de la muestra.

DATOS NUMÉRICOS

Una variable es numérica cuando el resultado de la observación es un número.

Se clasifican en:

- **Discretos:** las variables discretas son aquellas cuyas observaciones se agrupan naturalmente en categorías, es decir toman valores específicos. Podemos citar un ejemplo de variable discreta como el "género": los seres humanos pueden ser hombres o mujeres, y esto se ajusta a una u otra categoría y no hay continuidad ni puntos intermedios entre ellas.
- **Continuos:** las variables continuas indican, que sólo se pueden agrupar en forma arbitraria en categorías, porque por su naturaleza pueden tomar cualquier valor a lo largo de un continuo. Por ejemplo la estatura de un grupo de personas es de variable continua.

Tabla de frecuencia

Definida la variable numérica se construye una *distribución de frecuencias* clasificando los datos en clases o categorías que define el investigador, pero las *clases o intervalos* de la tabla de frecuencias deben ser mutuamente excluyentes y exhaustivos, lo que indica que cada dato debe estar en una sola clase.

La construcción de una tabla de frecuencias parte de la división del rango total de los datos, se distribuye el número de observaciones en cada clase y se determina la frecuencia, y después se calculan las frecuencias relativas y acumuladas. En la Figura 8 se presenta un mapa conceptual que contiene un resumen de los contenidos de la estadística descriptiva en el grado décimo.

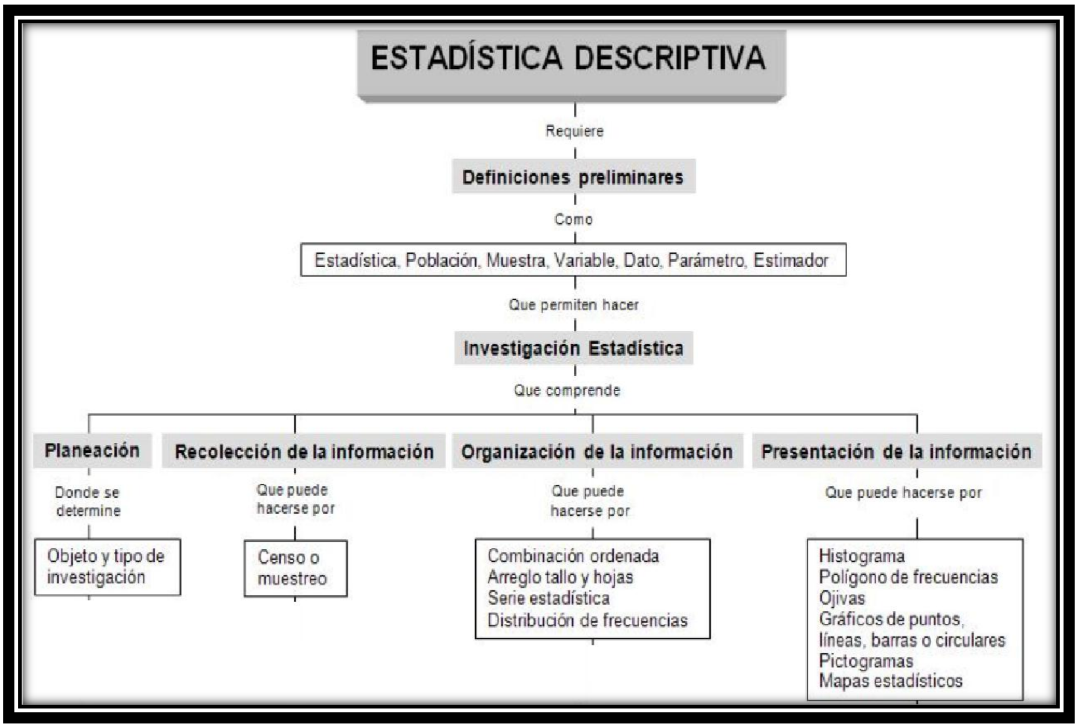


Figura 8. Mapa conceptual resumen de los contenidos de la estadística descriptiva.

Conclusiones del Capítulo 2

Son diversas las teorías enfocadas en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, como las citadas y analizadas en este trabajo de investigación. Se pretende con estas bases teóricas, reflejadas posteriormente en las actividades, que los estudiantes logren relacionar los temas matemáticos con la realidad de su entorno y del país en general, que desarrollen un pensamiento crítico frente a su cotidianidad, que adquieran seguridad y autonomía para resolver problemas y enfrentar una situación que pueda tener una modelación matemática.

Para lograr el objetivo trazado en la investigación, se recurre también a la teoría de la comunidad de práctica de Wenger. Para tal fin, los estudiantes deberán trabajar primero individualmente y luego colectivamente y así crear un conocimiento significativo frente al aprendizaje de la matemática en el contexto cafetero del municipio de San Antonio-Tolima, basando la investigación en el plan de área de matemáticas de la Institución Educativa José María Carbonell en los temas de geometría analítica y estadística descriptiva.

CAPITULO 3. DISEÑO DE ACTIVIDADES

El proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva a través de la resolución de problemas en el contexto cafetero, propicia el aprendizaje de esta temática en la escuela y la motivación hacia el cultivo y producción del café mejor estructurados. En el presente capítulo se presenta la estructura de las actividades y su relación con el marco teórico. También se realiza una propuesta de cinco momentos en el contexto cafetero: almacigo, hoyado y herramientas de descerezado, marquesina y secado, granos y usos madereros del café, y el abonado natural.

3.1. Estructura de los momentos y su relación con el marco teórico

En la tesis se proponen momentos, los cuales se sustentan y se desarrollan sobre el marco teórico asumido en el Capítulo 2, pues se basan en:

- Temáticas relacionadas con el proceso enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y estadística descriptiva.
- El escenario de investigación que plantea la educación matemática crítica de Skovsmose (2004), donde es significativo la exploración y la experimentación. También se refiere a la matemática en acción como un proceso mediante el cual las abstracciones matemáticas son proyectadas en la realidad. Además en este marco es importante la competencia matemática, la semirrealidad y situaciones de la vida real.
- Problemas que llevan al estudiante a pensar autónomamente, a indagar, a explorar, a conjeturar, a razonar, a explicar su razonamiento matemático y expresar su postura desde un punto de vista crítico.

- La comunidad de práctica de Wenger (1998) para su implementación en el aula, donde se considera la participación, la imaginación y la alineación tres elementos necesarios para lograr la pertenencia a la comunidad durante la clase.

La relación entre estos cuatro componentes: contenidos de geometría analítica y estadística descriptiva, educación matemática crítica, resolución de problemas y comunidad de práctica (ver Figura 9), propicia un escenario de investigación que invita a los estudiantes a formular preguntas y buscar explicaciones, de forma tal que se involucren en un proceso de exploración. En este proceso se favorece un ambiente de investigación que genera un aprendizaje robusto en los estudiantes sobre la geometría analítica y estadística descriptiva.

Por otra parte se comparten los criterios de Rodríguez y Pochulo (2012), que en esta interrelación se establecen espacios de discusión muy interesantes, donde los estudiantes intercambian opiniones, defiendan sus ideas, aprendan a expresar argumentos y a defenderlos. También se favorece la aplicación de estas temáticas a la resolución de problemas relacionados con el cultivo y producción del café, y con ello aprender para la vida, con lo cual se contribuye a la compleja relación entre equidad y educación matemática.

En cada uno de los momentos se reflejan estos componentes. La interrelación entre estos componentes genera un aprendizaje robusto que contribuye a la formación de un ciudadano crítico con motivación hacia el cultivo y producción del café.

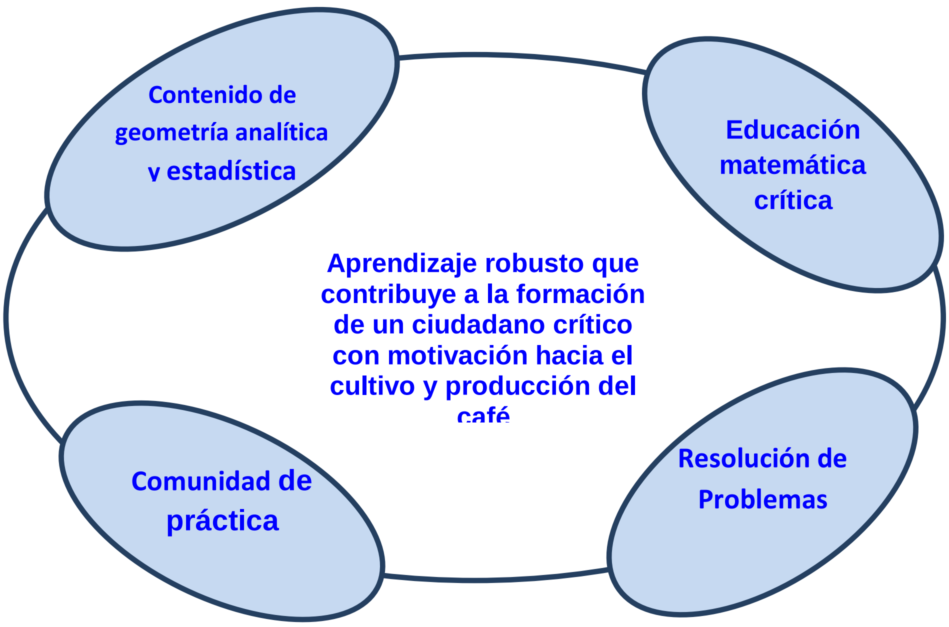


Figura 9. Esquema de la relación entre los momentos y el marco teórico.

A cada una de las actividades se le llama momento y éstos se estructuran en objetivos, reseña del contexto regional y la matemática, propuesta de actividades, sugerencias metodológicas y evaluación.

3.2. Propuesta de momentos en el contexto cafetero

A continuación se proponen cinco momentos contentivos de la estructura explicada en el epígrafe anterior. Estos momentos están conformados por actividades contextualizadas con problemas no rutinarios para potenciar el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva, en los estudiantes del grado décimo de la institución Educativa José María Carbonell, e incentivar la motivación hacia el cultivo y producción del café mejor estructurados. No se pretende que éstas sean las únicas experiencias con los conceptos en ellas tratados, sino una buena introducción a la temática o una excelente aplicación de ella.

3.2.1. Momento 1. El almácigo

Objetivo: aplicar los conocimientos matemáticos relacionado con plano y recta en el almácigo para estimar datos importantes que conllevan a la relación teoría-práctica dentro del contexto cafetero.

Reseña del contexto regional y la matemática. En la resolución 003626 del 18 de diciembre de 2007 se estableció el registro ante el ICA de productores, comercializadores de colinos de café en el territorio nacional colombiano y se adoptó la siguiente definición de almácigo:

Como lo muestra las figuras 1 y 2, el almácigo es el lugar donde se agrupan las bolsas llenas con un sustrato a base de una mezcla de suelo, material inerte y materia orgánica, en las que se siembran las chapolas (plántula de café que ha emitido el primer par de hojas primarias), y se desarrollan hasta convertirse en colino.[30]

- *El germinador se arropa con pasto seco o aserrín (viruta de madera) y se riega diariamente.*
- *Disponer de una sombra natural o artificial, aproximadamente con un 60% de penumbra.*[31]

Figura 1. Chapolas de café.

[30] Resolución 003626 del 18 de Dic. (2007), registro ante el Instituto colombiano Agropecuario (ICA), pág. 2,

[31]Recuperable el 12 de enero de 2014 en la URL: http://www.asoheca.org/imagenes/Fichastecnicas/FICHA%20TECNICA%20PARA%20LA%20PRODUCCION%20DE%20PLANTULAS%20EN%20BOLSA.pdf

Propuesta de actividades:

1) ¿Qué sucede si el espacio destinado para el semillero no es completamente plano?
2) ¿Qué ventajas trae al caficultor si el espacio destinado para el semillero lo distribuyó en cuadrantes como lo está el plano cartesiano?

El semillero o germinador deberá mantener las siguientes condiciones:

- *Tierra muy mullida o preferiblemente arena.*
- *Dimensiones de 1m de ancho, 30 cm de alto y el largo depende del espacio asignado para tal fin.*

Figura 2. Almácigos de café.

3) ¿Y, por qué será para el caficultor importante tener en cuenta las dimensiones del semillero?
4) ¿Por qué será que el cultivo del café debe tener un 60% de sombra?

En la Tabla 1 se exponen los porcentajes después de los 75 días de la siembra, se puede observar los estados de desarrollo del café en la variedad Caturra y la Variedad Colombia.

Tabla 1. Porcentaje por Variedad.

Material resultante	Porcentaje por Variedad	
	Caturra	Colombia
Chapola normal	41	33
Chapola normal atrasada*	22	21
Chapola débil	2	3
Chapola clorótica	5	6
Fósforo adelantado**	8	13
Fósforo normal***	11	8
Fósforo atrasado****	2	3

* No muestra expansión contiledonar completa.
** Es aquel que ya muestra algún desarrollo de los cotiledones.
*** Fósforo que ha emergido completamente del suelo, que tiene un hipocótilo completamente extendido pero no muestra desarrollo cotiledonar.
**** Fósforo que no ha emergido completamente del suelo.

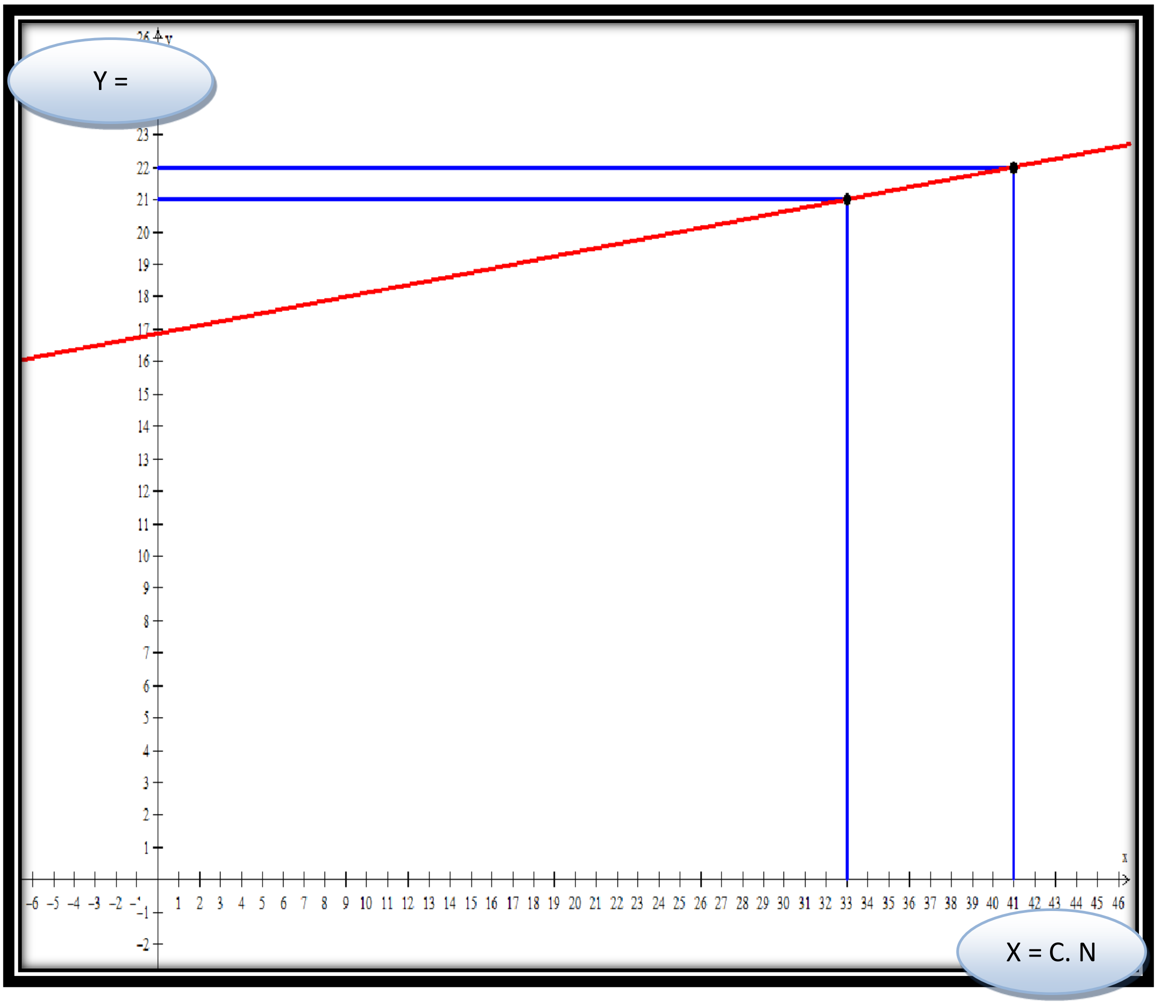
5) ¿Cuál de las dos variedades se desarrolla mejor después de los 75 días?

6) Según los datos, ¿cuál es el porcentaje de la variedad Caturra que representa mayor pérdida al caficultor?

En el gráfico siguiente, los datos de la chapola normal (C.N.) y la chapola normal atrasada (C.N.A.), se representa en el plano como pareja ordenada (CN_n, CNA_n):

- Queridos estudiantes, recuerden que para este tipo de problemas los valores negativos no tienen ningún sentido, y para ello debe asignar bien las variables con los ejes.

7) ¿Cuál de las dos variedades brinda más confiabilidad al caficultor?



8) ¿Se puede afirmar, que la relación de chapola débil y chapola clorótica mantiene la variedad Caturra mejor que la variedad Colombia?

Después de reflexionar los datos sobre la variedad Caturra y la variedad Colombia, refiérase a.

9) ¿Por qué hay caficultores que cultivan diferentes tipos de semillas de café?

10) Observa la siguiente figura, e imagina un caficultor recolectar granos de café en la zona demarcada y amontonarlos en la pequeña zona roja. Después debe llevar el café recolectado en lonas de peso 4 arrobas aproximadamente para la casa y allí procesarlo. ¿Qué determina el

desgaste físico del caficultor bajo las condiciones que enuncia el problema, más la ayuda que presta la figura 3, que simula la trayectoria en el traslado del café como si fuera en un plano?

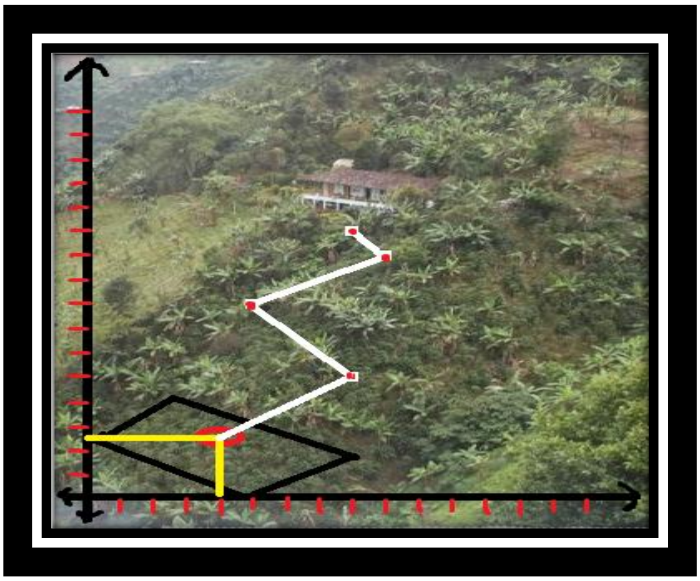


Figura 3. Camino recorrido.

Metodología: el estudiante se enfrentará a los problemas propuestos, teniendo sólo los datos expuestos, como única guía para la solución a los interrogantes. Después de que obtenga sus respuestas se hará la práctica de campo con el fin de encontrar detalles no entendidos que arrojan los problemas, procediendo después a confirmar su respuesta o tendría que desarrollar nuevos cálculos. Después en clase se expondrán opiniones para unificar respuestas a los problemas. Con esto se busca que el estudiante, al proyectarse a construir un almácigo para vender café embolsado, pueda hacer un presupuesto para gastos de inversión, con el fin de maximizar su ganancia con relación al espacio (en terreno) destinado para tal proyecto.

Evaluación. Aquí se tendrá en cuenta en el estudiante la apropiación de los problemas y el encontrar una respuesta, para que con su opinión crítica la defienda basándose en la parte teórica y también afianzándose por la parte práctica.

3.2.2. Momento 2. Hoyado y herramientas de descerezado

Objetivo. Aplicar el concepto de circunferencia basado con el quehacer diario del caficultor en el hoyado y herramientas de descerezado del café.

Reseña del contexto regional y la matemática. En las montañas colombianas se produce a nivel mundial el mejor café suave, también, ocupa el tercer puesto en la producción del cultivo. Países como Estados Unidos, Alemania, Países Bajos, Suecia y Japón resultan ser grandes importadores del café colombiano. Investigaciones médicas afirman que el café contiene gran concentración de antioxidantes que contribuyen a la disminución de padecer cáncer de vejiga o hígado, también es fuente de flavonoides que ayudan a disminuir las probabilidades de sufrir enfermedades del corazón, se utiliza para tratar el asma, evita el estreñimiento y es diurético.

Todos estos beneficios del cultivo cobran un precio, donde consumidores o no tenemos que pagar, a no ser, que los caficultores en general cumplan las normas ambientales.

Los babilonios conocían las áreas de los triángulos y de los rectángulos, pero en especial ellos estudiaron mucho los círculos.

Propuesta de actividades

1) ¿Qué le sucede al terreno en tiempo de lluvia, cuando talamos los árboles para hacer espacio para la siembra del café?
2) ¿Y, por qué es que la gran mayoría de los campesinos insisten en talar los bosques?

3) ¿Cómo se afectaría la región, con una sequía como la que vive hoy el Casanare?

En el año 1992 el territorio colombiano sufrió una crisis energética durante el gobierno del presidente Cesar Gaviria. Esta crisis duró hasta febrero del año de 1993, sufriendo en aquellos tiempos sequías, epidemias y demás consecuencias frente a tal evento. Algunos fenómenos tienen su origen en la misma naturaleza y otros son provocados por el ser humano.

4) Explora sobre el evento que originó la crisis energética de los años 1992 y 1993, y cómo esto afectó la zona cafetera del país.

En la siembra del café simultáneamente con la ejecución del trazo, comienza el proceso, para lo cual deben tenerse en cuenta las siguientes recomendaciones (Federación Nacional de Cafeteros de Colombia, 2004):

- Los hoyos para la siembra deben tener un tamaño de 30 cm x 30 cm de ancho y 30 cm de profundidad.
- Si el análisis de suelo recomienda el uso de cal o fuentes de magnesio se pueden incorporar en el hoyo 100 gramos de cal dolomítica, antes de sembrar los cafetos.
- Retire la bolsa plástica que contiene el colino de café, deposite el pilón en el centro del hoyo, adicione tierra y apriétela. El colino debe quedar sembrado de tal manera que el cuello de la raíz quede a nivel de la superficie del terreno, nunca más enterrado porque puede ocurrir anillamiento y muerte de los colinos por pudrición, pero cuando el cuello de la raíz queda más alto se puede presentar “embalconamiento” por erosión del pilón de tierra que contenía la raíz.

Importante: El plástico es un producto que no se descompone fácilmente por lo cual, simultáneamente con la siembra, deben recogerse las bolsas y disponer de ellas en forma apropiada.

En el hoyado, se observan dos presentaciones, la primera de forma cúbica y la segunda de forma cilíndrica. Ahora es normal ver hoyos de forma circular para la siembra del café.

5) ¿Qué ventajas o desventajas tiene para el caficultor, hacer los hoyos de forma circular?
6) ¿Cuáles serán las dimensiones que deba tener un hoyo para la siembra?
7) Después de los cuatro años, una planta de café empieza a producir los granos, ¿investigue cuál es el diámetro usual que tiene la planta cuando está en su mayor producción?

En las fincas caficultoras es normal ver como herramienta de descerezado la despulpadora de café (ver Figura 4). En la despulpadora de café, el "*engranaje es el conjunto de ruedas dentadas que engranan o endentan entre sí, o con una cadena, para transmitir el movimiento de rotación de un árbol a otro*"[32]

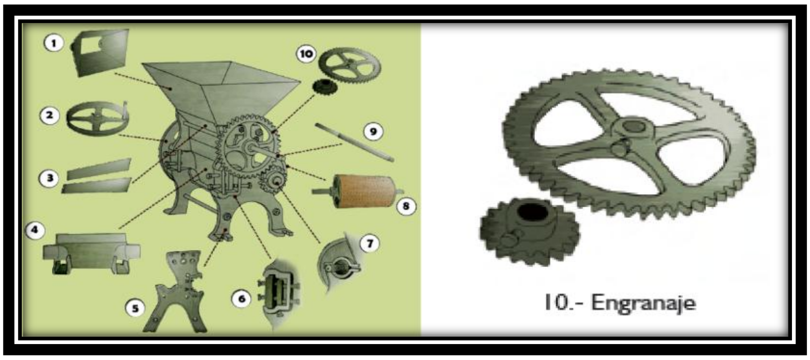


Figura 4. Despulpadora y engranajes.

[32] Recuperable el 9 de diciembre de 2013 de la URL: http://es.thefreedictionary.com/engranaje

8) El engranaje de mayor diámetro caza perfectamente con el engranaje de menor diámetro en la despulpadora, ¿investiga por qué se utilizan engranajes de diferentes diámetros en la despulpadora?

- Un solo diente dañado en la camisa hace que por cada vuelta del tambor (Figura 5) se pueda escapar una semilla. Considerando que el cilindro da 150 vueltas por minuto, se perderían 150 semillas por minuto, y 9000 semillas por hora, es decir más de tres kilos por hora.

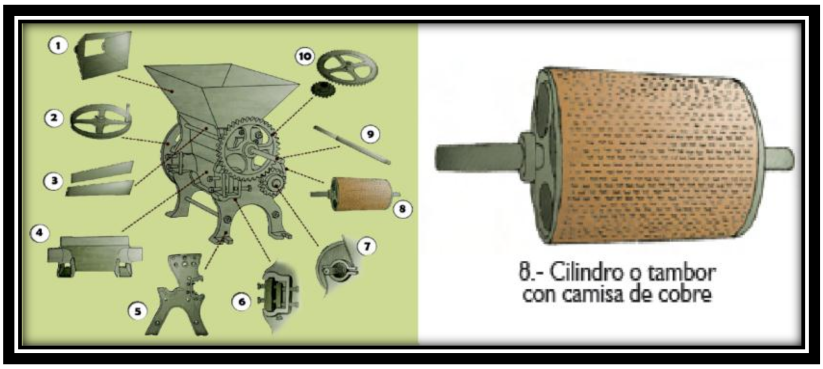


Figura 5. Despulpadora y el tambor.

9) ¿En cuántas horas de descerezado, el caficultor perdería una carga (10 arrobas o 125 kg.) de café?

10) Si el diámetro del cilindro disminuye, y se mantiene la condición del diente dañado…,

Nota: la conexión del eje rotatorio del cilindro con el dinamo se hace a través de una polea, el cual las medidas de conexión no cambian, lo que cambia es el diámetro del cilindro.

…¿aumenta o disminuye la pérdida del café por hora?

Metodología. El estudiante se enfrentará a los interrogantes propuestos, teniendo sólo los datos expuestos. Después de que obtenga sus respuestas se hará la práctica de campo. Habrá un tercer evento para socializar los criterios asumidos por el estudiante.

Evaluación. Constante supervisión por parte del profesor tanto en clase como en la práctica de campo; se tendrá en cuenta el liderazgo de aquellos estudiantes que lideren las actividades por iniciativa propia.

3.2.3. Momento 3. Marquesina y secado

Objetivo. Aplicar los conocimientos referidos a la parábola para comprender la estructura de la marquesina y secado del grano de café.

Reseña del contexto regional y la matemática.

La marquesina (Figura 6) es el lugar de secado del café más económico y tecnificado que los campesinos utilizan. La forma que se quiere dar a la marquesina es parabólica, aunque por la técnica de su construcción puede suceder que no sea perfecta podemos usar la parábola como modelo matemático para las secciones de la marquesina (su estructura de soporte). Dentro de la marquesina se eleva la temperatura de manera que los granos de café dan punto de secado más rápidamente. La concentración de los rayos solares hace que dentro de las marquesinas se logre un proceso de secado seguro para la conservación de la calidad del café.

(Apolonio de Perga), si un cono es cortado por un plano a través de su eje, y también es cortado por otro plano que corte la base del cono en una línea recta perpendicular a la base del triángulo axial, y si adicionalmente el diámetro de la sección es paralelo a un lado del triángulo axial, entonces cualquier línea recta que se dibuje desde la sección de un cono a su diámetro paralelo a la sección común del plano cortante y una de las bases del cono, será igual en cuadrado al rectángulo contenido por la línea recta cortada por ella en el diámetro que inicia del vértice de la sección y por otra línea recta que está en razón a la línea recta entre el ángulo del cono y el vértice de la sección que el cuadrado en la base del triángulo axial tiene al rectángulo contenido por los dos lados restantes del triángulo, **y tal sección será llamada una parábola.**

Figura 6. La marquesina.

1) ¿Qué sucede si el material plástico que cubre la zona de secado del café en una marquesina, si se cambiara por el secado del grano en patios normales de la finca?
2) ¿Por qué la marquesina se construye de forma parabólica?

La historia, una amiga para recordar.

Apolonio de Perga es quien relaciona que un espejo parabólico refleja de forma paralela los rayos emitidos desde su foco, principio utilizado hoy en día en las antenas satelitales. El concepto de parábola, también fue estudiado por Arquímedes, en la búsqueda de la solución para un problema famoso: la cuadratura del círculo, teniendo como resultado el documento *Sobre la cuadratura de la parábola*.

Tabla 2. Presupuesto para la construcción de una marquesina.

Medidas de la marquesina	Materiales	Costos (dólares)
• 5 m de largo • 3 m de ancho • 0.80 m de altura del suelo al entablillado • 1.20 m de altura del entablillado hasta la cubierta de plástico	Madera y Caña guadúa	10.00
	Lona (1 m x 5 m)	3.00
	Malla metálica (1 m x 5 m)	15.00
	Plástico transparente de 8 micras de espesor (6.1 x 7.0 m)	27.00
	Malla metálica (1 m x 5 m)	15.00
	Total	**$70.00**

Referencia de costos en Manabí, en agosto del 2004

3) ¿En pesos colombianos, cuál sería el costo de la marquesina?

4) La producción para una carga de café es de mil plantas aproximadamente, y el promedio es de 8000 plantas en producción por finca. Se necesita una marquesina con una altura máxima de 1.8 metros y de largo 7 metros lineales, ¿cuál sería el costo de la obra, teniendo como referencia la tabla anterior?

5) La Federación Nacional de Cafeteros compró cierta cantidad de bultos de café tipo exportación por $2´000.000. La persona encargada de revisar el producto no se percató en la compra y dos bultos de café se rechazan por no cumplir los estándares mínimos de calidad. Para no tener pérdidas, cada bulto aceptado fue vendido a $60.000 más de lo que costó, ganando en total la Federación $80.000. ¿Cómo puede usted saber por cuánto se vendió cada bulto de café?

6) ¿Cómo puedo saber el área y las dimensiones de un campo cafetero rectangular al cual deseo cercar con 300 metros de alambre de púas?

Metodología. El estudiante se enfrentará a los interrogantes propuestos, teniendo sólo los datos expuestos y lecturas adicionales tratando la actualidad de país. Después de que obtenga sus respuestas se hará la práctica de campo. Habrá un tercer evento para socializar los criterios asumidos por el estudiante.

Evaluación. Constante supervisión por parte del profesor tanto en clase como en la práctica de campo; se tendrá en cuenta el liderazgo de aquellos estudiantes que lideren las actividades por iniciativa propia y por compañerismo.

3.2.4. Momento 4. Granos y usos madereros del café

Objetivo. Aplicar los contenidos relacionados con la elipse para comprender la forma de los granos y usos madereros del café.

Reseña del contexto regional y la matemática.

Figura 7. Granos de café.

El estudio de la elipse, nos hace pensar en la trayectoria de un planeta o cometa en el espacio, pero en realidad se presenta en nuestras vidas casi todo el tiempo, por ejemplo, cuando nos tomamos una taza de café en un pocillo cilíndrico, al principio la sustancia forma la curva de la circunferencia, pero en el momento de disfrutar el aroma y sabor del café, éste, forma la curva de la elipse. También, podemos observar las cónicas con una linterna al proyectar el rayo de luz en una pared con distintos ángulos. ¿Por qué?

“A primera vista el círculo presenta, sin duda, cierta sencillez atractiva, pero una mirada a una elipse habría convencido al más místico de los astrónomos de que la perfecta simplicidad del círculo tiene mucho de la sonrisa vacía de la idiotez.” Eric Temple Bell.

Propuesta de actividades

Explora: Es posible modelar la forma de un grano de café suponiendo que presenta el trazado de la elipse,

1) ¿Dónde se ubicarían los focos elípticos del grano?
2) ¿Cómo podríamos generalizar o describir un grano de café matemáticamente?
3) Si existiera un grano de café con estas características: los focos son $\left(0,-\sqrt{3}\right),(0,\sqrt{3})$ y la suma de las distancias de un punto a los focos es 4 centímetros. ¿Con cuál fruta se podría comparar el grano?
4) Encuentra la ecuación de la elipse cuyo eje mayor es horizontal y uno de los puntos es $(0,1)$ y la suma de las distancias de un punto a los focos es 4.
5) Encuentra la ecuación de la elipse que pasa por los puntos $(0,2),\left(\frac{3\sqrt{3}}{2},1\right),\left(1,\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$.

Una de las ventajas que posee el cultivo del café, es que ya existen en Colombia microempresas que trabajan la madera del café para moblar las distintas habitaciones del hogar.

6) Un carpintero quiere cortar la parte superior de una mesa de café en forma elíptica, de una pieza rectangular de 100 cm por 36 cm. Si se debe

usar todo el largo y el ancho de la pieza, determina en qué puntos deben ir los focos, si el centro de la mesa es el centro de las coordenadas.

7) El carpintero hace entrega del trabajo, la señora de la casa ubica la mesa donde no queda de forma horizontal, es decir, con una inclinación de 20º (grados). Al servir cualquier bebida en vasos de 8 centímetros de diámetro y cilíndrico, ¿cuáles serán las medidas de la elipse que se forma en el vaso ubicado en la mesa de la señora?

Nota: la señora evita pasar pena ante la visita y se asegura que las bebidas no rebosen los vasos cuando los pone en la mesa.

Metodología. El estudiante abordará los interrogantes propuestos, teniendo sólo los datos expuestos. Después de que obtenga sus respuestas se hará la práctica de campo. Habrá un tercer evento para socializar los criterios asumidos por el estudiante.

Evaluación. La constante supervisión por parte del profesor tanto en clase como en la práctica de campo; se tendrá en cuenta el liderazgo de aquellos estudiantes que lideren las actividades por iniciativa propia y por compañerismo.

3.2.5. Momento 5. El abonado natural

Objetivo. Aplicar los contenidos referidos a la estadística descriptiva para conocer datos de la producción cafetera en el contexto.

Reseña del contexto regional y la matemática.

Figura 8. Diferentes tipos de abonado.

Los caficultores utilizan la cacota del café para abonar sus cafetales y proveer de nutrientes la tierra, también para no contaminarla con productos químicos.

Una nota histórica. En el año 3000 a. C. aproximadamente los babilonios usaban ya pequeñas tabletas de arcilla para recopilar datos sobre la producción agrícola y los géneros vendidos o cambiados. Los libros bíblicos de *Números* y *Crónicas* incluyen en algunas partes trabajos de estadística. En la cultura egipcia se analizaban los datos de la cantidad de esclavos y la renta del país mucho antes de empezar a construir sus grandes edificios y estatuas, como también en China existían registros numéricos similares con anterioridad al año 2000 a. C. Los antiguos griegos realizaban censos cuya información se utilizaba hacia el 594 a. C. aproximadamente para cobrar impuestos[33].

Propuesta de actividades.

En una investigación llevada a cabo en la vereda Lugo Alto de municipio de San Antonio del departamento del Tolima, se visitaron 20 fincas para determinar el peso en arrobas de la cáscara de café recolectada para abono, en una semana de cosecha. Los resultados obtenidos, en arrobas, fueron los siguientes:

Datos suministrados por el caficultor de cada finca visitada en la vereda del Lugo Alto.

6.5	7.7	8.5	7.1	5.8
7.7	7.7	6.8	5.4	6.7
7.7	6.7	4.2	10	7.4
6.6	7.5	9.3	7.3	6.2

Durante el tiempo de cosecha, los datos consignados, son estimaciones que dan los dueños de fincas cafeteras por semana.

1) ¿Cuál es la población que se estudia?
2) ¿Cuál es la muestra?
3) ¿Cuál es la variable que se estudia?
4) ¿De qué tipo es la variable que se estudia?
5) Construir una distribución de frecuencia para la variable que se estudia.

[33]Información tomada de la BBC "*La historia de las matemáticas*" por el matemático *Marcus Dusautoy.*

6) Si el peso de la cáscara de café se reparte por igual en todas las fincas, ¿cuál sería la producción por finca en una semana, lo que sería lo mismo decir, cuál sería la media aritmética?
7) ¿Cuál es la cantidad de cáscara de café más frecuente entre las fincas?
8) ¿Cuál será la tendencia del peso de la cáscara de café en la vereda Lugo Alto con respecto a los siguientes intervalos?

- $Si\ Cv\% < 10\%\ los\ datos\ son\ homogeneos$
- $Si\ 10\% \leq Cv\% < 20\%\ los\ datos\ tienden\ a\ ser\ homogeneos$
- $Si\ 20\% \leq Cv\% < 30\%\ los\ datos\ tienden\ ser\ heterogeneos$
- $Si\ Cv\% > 30\%\ los\ datos\ son\ heterogeneos$

Metodología. El estudiante abordará los interrogantes propuestos, teniendo sólo los datos expuestos. Después de que obtenga sus respuestas se hará la práctica de campo. Habrá un tercer evento para socializar los criterios asumidos por el estudiante.

Evaluación. La constante supervisión por parte del profesor tanto en clase como en la práctica de campo; se tendrá en cuenta el liderazgo de aquellos estudiantes que lideren las actividades por iniciativa propia y por compañerismo.

Conclusiones del Capítulo 3

Se referencia a la incidencia que tiene el marco teórico asumido en cada uno de los momentos y éstos se estructuran en: objetivos, reseña del contexto regional y la matemática, propuesta de actividades, sugerencias metodológicas y evaluación. Estos serán aplicados en un grupo de estudiantes del grado décimo de la institución Educativa José María Carbonell como se muestra en la Figura 10.

Figura 10. Propuesta de actividades.

Se proponen cinco Momentos conformados por actividades contextualizadas con problemas no rutinarios relacionados con el cultivo y producción del café y empleando modelos apropiados, para potenciar un proceso de enseñanza aprendizaje robusto de la geometría analítica y la estadística descriptiva, e incentivar la motivación hacia el cultivo del café mejor estructurado.

CAPÍTULO 4. VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS

La enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el aula de clase, tomó un significativo para la comunidad, gracias a la implementación de nuevas técnicas en la contextualización de los temas. En la investigación, la triangulación de la teoría referida a la *Educación matemática crítica de Skovsmose, la comunidad de práctica de Wenger y la resolución de problemas de* Schoenfeld*,* han arrojado resultados interesantes después de hacer la práctica de campo. En este capítulo se realiza un análisis de los resultados obtenidos en el grupo (Ver Figura 11) donde se implementaron cada uno de los momentos.

Figura 11. Conformación de grupos de trabajo.

4.1. Análisis de los resultados de las actividades

Cada una de las actividades implementadas con los estudiantes tiene como fin relacionar los conceptos matemáticos compartidos en el aula de clase, con el medio en el que se desenvuelven los habitantes de la comunidad del Lugo Alto. Cabe resaltar, que el acceso a la sede es muy agotador, debido a la zona que es totalmente montañosa. El esfuerzo de estudiantes y profesores es admirable cuando el único fin es crecer como persona y como comunidad. El logro alcanzado de estas personas en su cotidianidad se convierte en una experiencia que conlleva a valorar cada instante de su aprendizaje.

Para entender cuál es la participación como ciudadano, se debe tener un pensamiento crítico de la realidad, del entorno y de los sucesos que inciden en toda una comunidad, donde juega un significativo papel los conceptos matemáticos.

4.1.1. El almácigo

Al iniciar la actividad, los estudiantes se mostraron un poco desconfiados, debido a la propuesta de relacionar los conceptos matemáticos compartidos en el aula con la práctica de campo. Para ellos en un principio, se visualizó como un paseo, pero en el momento de empezar el discurso sobre el cultivo del café, los estudiantes empezaron a entender la estrecha relación de los conceptos matemáticos con la realidad. Esto es un logro magnífico, dado que se empieza a desarrollar en los estudiantes un pensamiento crítico sobre su entorno.

Veremos algunas de las respuestas que no pasan inadvertidas en la investigación:

1) ¿Qué sucede si el espacio destinado para el semillero no es completamente plano?

El estudiante JM frente a la primera pregunta responde "…*al no tenerlo lo suficientemente plano, sucede que no se puede tener una distribución del* *semillero favorable para el caficultor, esto indica que el terreno debe simular un plano"*[34].

2) ¿Qué ventajas trae al caficultor, si el espacio destinado para el semillero lo distribuyó en cuadrantes como lo está el plano cartesiano?

Al respecto responde la estudiante YP*"…creo que mi papá estaría trabajando en el cuadrante uno, pues no logro ver cómo sería la distribución en los otros tres cuadrantes, y la ventaja que noto, es que puede darle un buen mantenimiento a las maticas en crecimiento"*[35].

3) ¿Y, por qué será para el caficultor importante tener en cuenta las dimensiones del semillero?

Con respecto a esta pregunta es necesario considerar la relación que hay entre la cantidad de plantas para la siembra con el terreno destinado al cultivo. El estudiante JM responde *"…porque saber la cantidad de plantas de café que hay en el semillero, indica al caficultor la cantidad de terreno que debe tener disponible para la siembra. Por ejemplo, 6000 palos de café representan 10000 metros cuadrados de terreno".*

4) ¿Por qué será que el cultivo del café debe tener un 60% de sombra?

Ésta pregunta puntualiza la importancia que tienen los árboles para el cultivo del café. Y al respecto la estudiante AL responde*"…porque en el momento del trasplante al terreno las chapolas son demasiado débiles, lo cual, la dirección que tiene los rayos solares y la lluvia terminarían por dañar la plantación"*[36].

---

[34]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[35]Ibídem
[36]Ibídem

5) ¿Cuál de las dos variedades se desarrolla mejor después de los 75 días?

Explorando la competencia matemática de los estudiantes y frente al interrogante JB responde *“…después de hacer varias pruebas haciendo uso del plano y de la pendiente de la recta, se pudo verificar que la variedad Caturra se desarrolla mejor después de los 75 días”*[37].

6) Según los datos, ¿cuál es el porcentaje de la variedad Caturra que representa mayor pérdida al caficultor?

Al respecto el estudiante ET, el cual se muestra en la Figura 12expresa *“…se registra en la tabla, que las variables estudiadas que representa perdida al caficultor en la variedad caturra son: la Chapola débil, Chapola clorótica, Fósforo adelantado y Fósforo atrasado. Siendo la variable Fósforo adelantado la que presenta un 39% de deficiencia en su desarrollo”*[38].

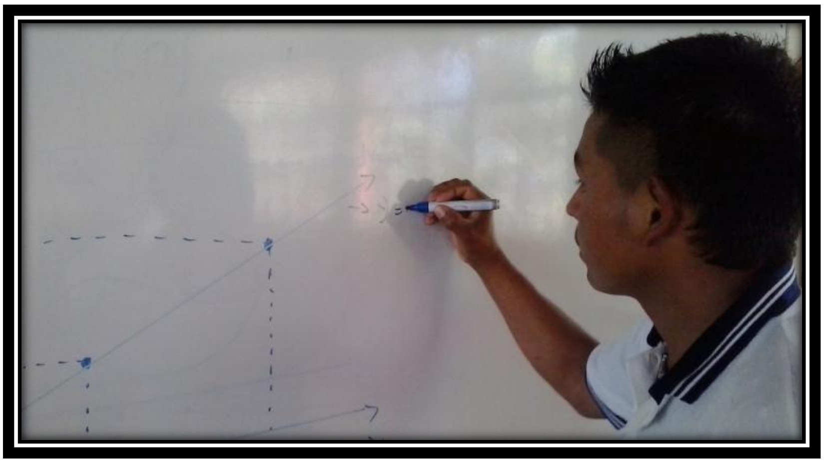


Figura 12. Verificación de posibles soluciones.

7) ¿Cuál de las dos variedades brinda más confiabilidad al caficultor?

Con el tema matemático de *línea recta,* se explora en los estudiantes qué tan conscientes son ellos, para utilizar un concepto y de éste, poder dar respuesta al problema. La estudiante MA responde*“…para responder a la pregunta y*

[37]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[38]Ibídem

estar seguros de nuestra respuesta como grupo, realizamos los cálculos hallando las pendientes, pero tuvimos dificultad en determinar ¿Cuál eje representa qué variable?, pues al combinar las variables en los ejes obteníamos diferentes respuestas. Entonces nos acordamos cuando nos dan las notas parciales para saber la nota definitiva de las materias, y así decidimos hacer con los datos de la tabla, para poder responder la pregunta. Con un 13% de la variedad caturra, frente a un 12% de la variedad Colombia, la variedad caturra es una opción para el caficultor pero no es totalmente confiable"[39].

8) ¿Se puede afirmar, que la relación de chapola débil y chapola clorótica mantiene la variedad Caturra mejor que la variedad Colombia?

Una de las respuestas más interesante a esta pregunta es dada por el estudiante JL, el cual responde que *"…según los datos registrados en la tabla y al hacer el estudio de pendientes, podemos responder que la variedad Colombia es mejor que la variedad caturra"*[40].

9) ¿Por qué hay caficultores que cultivan diferentes tipos de semillas de café?

Ésta pregunta está focalizada en hacer que los estudiantes tomen conciencia sobre la importancia de los diferentes contextos que existen fuera de su entorno. El estudiante ET responde *"…todas las semillas de café son de buen rendimiento. Donde hay que tener cuidado, es en el estudio de los suelos, la altura de la tierra donde se va hacer la siembra y otras cosas que no recuerdo. Por esto hay varias clases de semillas de café"*[41].

[39] Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[40] Ibídem
[41] Ibídem

10) ¿Qué determina el desgaste físico del caficultor bajo las condiciones que enuncia el problema, más la ayuda que presta la figura 3, que simula la trayectoria en el traslado del café como si fuera en un plano?

En la respuesta de la estudiante YL, se precisa que "… *lo que determina el desgaste físico del caficultor es el grado de la pendiente de la montaña y el trazado del camino. Para resolver la pregunta según la figura, tuvimos problemas con las pendientes negativas y esto nos hizo dudar de la respuesta, pues los datos del camino según los trazos son:*

- *1er, trazo de coordenadas* $(4, 2.5)\ y\ (8, 5)$
- *2do, trazo de coordenadas* $(8, 5)\ y\ (5, 8)$
- *3er, trazo de coordenadas* $(5, 8)\ y\ (9, 10)$
- *4to, trazo de coordenadas* $(9, 10)\ y\ (8, 11)$

Obteniendo las pendientes respectivamente, 0.625, -1, 0.5 y -1. Si hallamos el promedio, tendríamos como respuesta -0.875, y por consiguiente no entendemos el resultado frente a la pregunta.

Para dar respuesta a la pregunta recordamos la clase de Física, el concepto del signo negativo que significa dirección, para el cual en nuestro caso no es tenido en cuenta y poder dar una solución al problema. Y así, el desgaste físico del caficultor en trasladar el café hasta la casa, depende de un 0.78125 como promedio de las pendientes"[42].

Consecuencia

Después de compartidos los conceptos de *plano* y *línea recta* en la práctica de campo y luego socializados en el aula de clase en comunidades de práctica,

[42] Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.

como objetos matemáticos, los estudiantes estimaron datos importantes, referentes al almácigo, donde se toma como base principal para sus respuestas la aplicación teórica formal de *plano y línea recta,* dentro del contexto cafetero*.*

4.1.2. Hoyado y herramientas de descerezado

Ya con la experiencia de la primera actividad, el desarrollo de la segunda propuesta para los estudiantes, produjo en el aula gran inquietud, pues dependiendo de la pregunta se definiría así la experimentación en el campo. El escenario de investigación queda planteado cuando se relacionan acciones cotidianas del entorno y la matemática que se comparten en la institución. A continuación se valoran algunas de las respuestas más significativas de los estudiantes, a las preguntas de la actividad:

1) ¿Qué le sucede al terreno en tiempo de lluvia, cuando talamos los árboles para hacer espacio para la siembra del café?

Al respecto la estudiante YI ofrece el siguiente argumento *"… quiero aclarar acerca del compromiso de conservar los bosques, porque algunos medios de comunicación hablan que la culpa es del campesino por la desforestación, cuando la realidad es que gran parte de la desforestación se produce por personas que ven el campo como un bien personal. Referente a la pregunta aquí en la vereda las montañas son bastante inclinadas y cuando llega la temporada de lluvias la tierra cede con facilidad ocasionándose la desaparición parcial del cultivo"*[43]*.*

[43]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.

2) ¿Y, por qué es que la gran mayoría de los campesinos insisten en talar los bosques?

El estudiante ET deja ver su postura en su respuesta, al plantear que *"…la tala de bosques se hace para siembra de cultivos, es decir que se tala solo para la siembra de productos que alimentan a las familias, además para cortar un árbol se tiene en cuenta que su tronco sea grueso para que de esta manera se renueve la zona con árboles nuevos, pues para el cultivo del café es importante el sombrío"*[44].

3) ¿Cómo se afectaría la región, con una sequía como la que vive hoy el Casanare?

El estudiante JB responde "…*sería catastrófico para la región, porque San Antonio aparte de ser un municipio de la zona cafetera es también un municipio de abastecimiento hídrico. Pienso que las familias campesinas fracasaríamos económicamente y la violencia volvería a nuestros hogares, suceso que no queremos vivir de nuevo"*[45].

4) Explora sobre el evento que originó la crisis energética de los años 1992 y 1993, y cómo esto afectó la zona cafetera del país.

Esta pregunta se les realiza con el ánimo que los estudiantes busquen, consulten y se documenten, sobre la información, para después asumir una postura ante la problemática que se les presenta. Al respecto la estudiante YP responde"…*en el documento Colombia: escenario social, económico e institucional de la actual crisis cafetera*[46] *de la señora Luz Amparo Fonseca del*

---

[44]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[45]Ibídem
[46]Recuperableel 15 de mayo de 2014 de la URL:*http://socinfo.eclac.org/colombia/noticias/documentosdetrabajo/2/14772/CAF-G-ES.pdf*

año 2003, hace referencia de los fenómenos naturales que afectaron la zona cafetera del país"[47]*.*

5) ¿Qué ventajas o desventajas tiene para el caficultor, hacer los hoyos de forma circular?

Para la respuesta a esta pregunta el estudiante tiene en cuenta contenidos recibidos en grados anteriores o condiciones previas. Tras el estudio auxiliar de la forma del cubo y del cilindro, el estudiante JM responde*"…la ventaja del hoyo en forma de cilindro, es que facilita al caficultor sacar la tierra, lo que genera hacer más hoyos de sembrado durante el día, por esta razón el hoyado en forma cúbica para la siembra del café no se hace"*[48]*.*

6) ¿Cuáles serán las dimensiones que deba tener un hoyo para la siembra?

Con relación a esta pregunta la estudiante AL responde que *"…las dimensiones de un hoyo para la siembra es de 30 centímetros de diámetro y 30 de profundidad; esto significa que el caficultor debe extraer aproximadamente 21.205 centímetros cúbicos de tierra"*[49]*.*

7) Después de los cuatro años, una planta de café empieza a producir los granos, ¿investigue cuál es el diámetro usual que tiene la planta cuando está en su mayor producción?

Después del trabajo de campo (Ver Figura 13) y sacar un promedio del grosor de las plantas de café, la estudiante LT responde*"…el diámetro de la planta cuando está en su mayor producción es de 2.5 centímetros aproximadamente.*

[47]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[48]Ibídem
[49]Ibídem

También podemos decir que el entorno de la planta tendría una longitud de aproximadamente 7.85 centímetros"[50].

Figura 13. Promediando datos.

8) El engranaje de mayor diámetro caza perfectamente con el engranaje de menor diámetro en la despulpadora, ¿investiga por qué se utilizan engranajes de diferentes diámetros en la despulpadora?

Con varias pruebas (Ver Figura 14) de experimentación, el estudiante JB responde*"…pudimos observar en la despulpadora los dos engranajes de diámetros diferentes, dentados entre sí y otros conectados por medio de una polea. Buscando la respuesta al interrogante logramos entender que los engranajes dependiendo del diámetro, influyen específicamente en la despulpadora, como por ejemplo el engranaje de mayor diámetro genera una menor rotación al eje conectado y el de menor diámetro genera una mayor rotación al eje del cilindro de la despulpadora"*[51].

[50]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[51]Ibídem

Figura 14. Relación, diámetro-longitud de circunferencia.

9) ¿En cuántas horas de descerezado, el caficultor perdería una carga (10 arrobas) de café?

La estudiante MA responde“…*se pierden tres kilos por hora según el documento, es decir que una arroba se pierde en 4 horas y 10 minutos. La carga de café se perdería en aproximadamente en un día, 17 horas con 40 minutos”*[52]*.*

10) Si el diámetro del cilindro disminuye, y se mantiene la condición del diente dañado…

Nota: la conexión del eje rotatorio del cilindro con el dinamo se hace a través de una polea, el cual las medidas de conexión no cambian, lo que cambia es el diámetro del cilindro.

…¿aumenta o disminuye la pérdida del café por hora?

En busca de la observación y el análisis coherente, el estudiante JL responde*“…al disminuir el diámetro del cilindro o tambor de la despulpadora,*

[52]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.

no aumentaría las vueltas por minuto, lo que indicaría las mismas pérdidas para el caficultor"[53].

Consecuencia

La aplicación del concepto de circunferencia, basado con el quehacer diario de las familias caficultoras de la región específicamente en el hoyado y algunas herramientas de descerezado del grano de café, trajo un acercamiento especial entre hijo(a) y padres, para un mismo fin, pero con diferentes intereses personales. En este proceso cada uno de los estudiantes pretendió apropiarse del concepto de circunferencia interpretando la relación entre lo formal y el ejercicio diario de sus padres. También es necesario reconocer que los padres a su vez ayudaron a sus hijos con el apoyo de sus conocimientos empíricos adquiridos en el transcurso de sus vidas, sintiéndose de nuevo parte importante de la formación integral de sus hijos(a). Es importante precisar que los estudiantes fueron capaces de resolver los problemas no rutinarios en comunidades de práctica. En este proceso los estudiantes desarrollan la pertenencia a su comunidad de práctica, demostrado durante el desarrollo del momento en su nivel de compromiso, imaginación y alineación, para la realización de los problemas no rutinarios. También en este proceso los estudiantes son capaces de asumir una postura crítica ante los problemas de la región.

4.1.3. Marquesina y secado

En la finalización de la presente actividad, los estudiantes reconocieron que la implementación de la marquesina para el secado del café, trajo a los caficultores beneficios económicos. Ellos llegaron a la conclusión que los

[53]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.

caficultores ya no tenían que vender el café verde, que tiene el precio para los cafeteros del dos por uno, es decir, por cada dos arrobas de café verde le cancelan al caficultor el precio de una arroba de café seco.

Con el ánimo de desarrollar el pensamiento crítico en los estudiantes, se propusieron los siguientes interrogantes, para estimar ¿cómo ven la realidad nuestros jóvenes acerca del cultivo del café?

1) ¿Qué sucede si el material plástico que cubre la zona de secado del café en una marquesina, se cambiara por el secado del grano en patios normales de la finca?

Referido a esta pregunta la estudiante YP responde*“…si el café se extiende o se arroja en patios donde los rayos solares cae directamente al grano, el tiempo de secado dura más tiempo y con uno o dos días de retraso se puede perder dinero si el valor del café baja en su precio”*[54].

2) ¿Por qué la marquesina se construye de forma parabólica?

Para responder esta pregunta se debe aplicar los contenidos referentes a las cónicas. En espera que el estudiante aprecie el trazo geométrico de la obra, el JB argumenta*“…observando la presentación de la marquesina y su forma de parábola hacia abajo no pudimos entender por qué de ésta presentación, entonces empezamos a documentarnos sobre el tema y logramos entender que la marquesina logra concentrar los rayos solares y esto hace que la temperatura dentro de ella se eleve, logrando el secado del café en menor tiempo que en los patios”*[55].

3) ¿En pesos colombianos, cuál sería el costo de la marquesina?

[54]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[55]Ibídem

Sobre esta interrogante el estudiante ET responde que *"…teniendo como referencia el precio del dólar a 2000 pesos colombianos, el precio de los materiales son:*

Madera y caña de guadua, $ 10 equivalente a 20000 pesos, 2000 pesos el metro.

Lona (1m por 5m), $ 3 equivalente a 6000 pesos

Malla metálica (1m por 5m), $ 15 equivalente a 30000 pesos

Plástico transparente de 8 micras de espesor (6.1 por 7.0), $ 27 equivalente a 54000 pesos.

Luego tenemos:

6 trozos de guadua de 1 m cada una como columna, más 16 m como viga. Y 10.5 m para las tres curvas. Es decir se necesitan aproximadamente 32.5 m de guadua.

De lona se necesitan aproximadamente 13 m^2

De plástico transparente se necesitan aproximadamente 18 m^2

De malla metálica 19.2 m^2*.*

El costo de los materiales será:

Guadua 65000, lona 15600, plástico aproximadamente 22800, malla metálica 115200, con un total de 218600 pesos"[56]*.*

4) La producción para una carga de café es de mil plantas aproximadamente, y el promedio es de 8000 plantas en producción por finca. Se necesita una marquesina con una altura máxima de 1.8 metros y

[56]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.

de largo 7 metros lineales, ¿cuál sería el costo de la obra, teniendo como referencia la tabla anterior?

Respuesta del estudiante JM, *"…para hallar el costo aproximado de una marquesina, hay que tener la siguiente cotización:*

6 trozos de guadua de 1 m cada una como columna, más 16 m como viga. Y 9.45 para las curvas. Sería 31.45 m.

Lona, 24 m^2.

Plástico transparente, 22.05 m^2.

Malla metálica, 30.4

Costo de materiales: Guadua62900, Lona 28800, Plástico transparente 28000, y Malla metálica 182400, para un total de 302100 pesos"[57].

5) La Federación Nacional de Cafeteros compró cierta cantidad de bultos de café tipo exportación por $2.000.000. La persona encargada de revisar el producto no se percató en la compra y dos bultos de café se rechazan por no cumplir los estándares mínimos de calidad. Para no tener pérdidas, cada bulto aceptado fue vendido a $60.000 más de lo que costó, ganando en total la Federación $80.000. ¿Cómo puede usted saber por cuánto se vendió cada bulto de café?

En esta pregunta resulta interesante la respuesta de la estudiante YP *"…para poder contestar la pregunta debemos hallar el precio por el cual se compró cada bulto de café:*

$$x: Cantidad\ de\ bultos\ comprados\ de\ café$$

[57]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.

$$y: Precio\ de\ cada\ bulto\ de\ café$$

Planteamos las ecuaciones:

1) $x * y = 2000000$
2) $(x - 2)(y + 60000) = 2080000$

En un principio la federación compró cada bulto de café por 200000 *pesos y para no tener pérdidas con el rechazo de dos de sus bultos, éstos se vendieron a* 260000 *pesos"*[58](Ver Anexo1.)

6) ¿Cómo puedo saber el área y las dimensiones de un campo cafetero rectangular al cual deseo cercar con 300 metros de alambre de púas?

Ésta pregunta busca en los estudiantes la exploración para la argumentación de una respuesta. La estudiante AL responde*"…experimentando varios datos con rectángulos, teniendo en cuenta la condición de conservar el perímetro no lo pude resolver. Entonces indague el concepto de rectángulo y cuadrado, notando que el cuadrado es un rectángulo pero un rectángulo no es un cuadrado y de ésta manera creo que resolví el problema:*

$$x = y\ Esdecir\ todos\ los\ lados\ iguales$$

$$2x + 2y = 300 \rightarrow 2x + 2x = 300 \rightarrow 4x = 300 \rightarrow x = 75\ metros.$$

Ahora tendremos el área del campo cafetero como

$x^2 = 5625\ metros\ cuadrados$"[59].

Consecuencia

La resolución de los problemas no rutinarios, que conforman este momento son primeramente socializados en cada uno de los grupos de la comunidad de

[58]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[59]Ibídem

práctica, en este proceso los líderes de los grupos le brindan ayuda a sus compañeros. A continuación los resultados se realizan en el tablero a nivel de aula por uno de los integrantes de la comunidad de práctica, donde cada grupo aporta su conocimiento.

Tras la aplicación de los conocimientos referidos a la parábola, los estudiantes del grado décimo comprendieron la estructura de la marquesina por sus ventajas que trae al caficultor en el secado del grano de café. También se considera como ventaja el mantener los granos en la marquesina por si en cualquier momento llegara a llover, situación contraria cuando los granos se secaban en patios dados a la intemperie.

4.1.4. Granos y usos madereros del café

Después del estudio de la parábola, ahora nos dedicamos al estudio de la elipse, el cual se desarrolló en un escenario poco normal ante el tema (Ver Figura 15), pues casi siempre dicho concepto se trabaja para el modelamiento de las órbitas de los planetas.

Figura 15. La elipse en el grano de café.

El caso es que el concepto de la elipse, se introdujo bajo el estudio del grano de café y otros modelos referentes al tema del cultivo. En vez de utilizar grandes medidas en el espacio, donde está presente el concepto de la elipse, por el contrario en el desarrollo de estos problemas no rutinarios se tienen en cuenta medidas al alcance de los estudiantes en temas de la cotidianidad. Esto constituye una razón más de la importancia en modelar los temas matemáticos, para que éstos tengan en los estudiantes un significado de validez e implementación.

1) ¿Dónde se ubicarían los focos elípticos del grano?

La estudiante LT responde *"…experimentando con algunos granos de café obtuvimos las siguientes medidas:*

Eje mayor 1.5 centímetros, eje menor 1.0 centímetros

Para hallar los focos, suponemos que la ecuación de la elipse tiene centro en el origen y el eje focal coincide con el eje x.

Vértices $(0.75, 0), (-0.75, 0), (0, 0.5), (0, -0.5)$

Las coordenadas de los focos en promedio son: $\left(\sqrt{0.3125}, 0\right), \left(-\sqrt{0.3125, 0}\right)$*"*[60]*.*

(Ver Figura 16.)

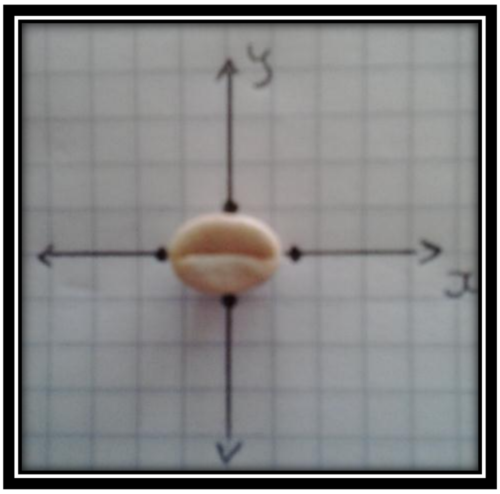


Figura 16. Hallando los focos del grano.

[60]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.

2) ¿Cómo podríamos generalizar o describir un grano de café matemáticamente?

En un principio para los estudiantes, describir el entorno de un grano de café era un asunto de mucho interés, pues querían ver, como la matemática bajo el estudio de la elipse permite modelar un cuerpo conocido para ellos. El estudiante JB responde*"…siguiendo con los datos recolectados, es decir, teniendo como focos y vértices los mismos del punto anterior, matemáticamente un grano de café se describe de la siguiente forma:*

$$\frac{x^2}{(0.75)^2}+\frac{y^2}{(0.5)^2}=1 \rightarrow \frac{x^2}{(\frac{3}{4})^2}+\frac{y^2}{(\frac{1}{2})^2}=1$$

Finalmente; $\mathbf{16x^2+36y^2=9}$*"*[61].

3) Si existiera un grano de café con estas características: los focos son $(0,-\sqrt{3}),(0,\sqrt{3})$ y la suma de las distancias de un punto a los focos es 4 centímetros. ¿Con cuál fruta se podría comparar el grano?

Para esta pregunta la estudiante YP ofrece la siguiente respuesta *"…después de hacer los cálculos y de hallar la siguiente ecuación:*

$4x^2+y^2=4$*, Podemos decir que el grano de café tendría el grandor de una fresa"*[62]*.* (Ver Figura 17.)

[61]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[62]Ibídem

Figura 17. Hallando la fruta de comparación.

4) Encuentra la ecuación de la elipse cuyo eje mayor es horizontal y uno de los puntos es $(0, 1)$ y la suma de las distancias de un punto a los focos es 4.

Al respecto la estudiante la estudiante ET brinda la siguiente respuesta, *“…la ecuación de la elipse que cumple con las condiciones anteriores se plantea de la forma siguiente:* $x^2 + 4y^2 = 4$*”*[63].

5) Encuentra la ecuación de la elipse que pasa por los puntos $(0, 2), \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, 1\right), \left(1, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$.

A esta pregunta es significativa la respuesta de la estudiante MA, *“…después de ubicar los puntos en el plano, se observa que el valor del eje menor es 4 unidades de medida y que los focos se encuentran en el eje horizontal. Para hallar el valor de* a*, debemos reemplazar los datos de los puntos en la fórmula general de la elipse y de esta manera encontramos que* $a = 3$ *unidades de medida.*

Ahora, la ecuación que contiene los puntos del enunciado es: $\mathbf{4x^2 + 9y^2 = 36}$*”*[64].

[63] Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.

6) Un carpintero quiere cortar la parte superior de una mesa de café en forma elíptica, de una pieza rectangular de 100 cm por 36 cm, si se debe usar toda la longitud y el ancho de la pieza, determina en qué puntos deben ir los focos, si el centro de la meza es el centro de las coordenadas.

A continuación se detalla la respuesta del estudiante JM,*"…para saber cuáles son los focos, aplicamos la siguiente equivalencia* $c^2 = a^2 + b^2$ *, obteniendo los puntos focales,* $(8\sqrt{34}, 0), (-8\sqrt{34, 0})$*, en el cual* $8\sqrt{34}$ *es aproximadamente 46.64 centímetros, que se ubica partiendo del centro de la mesa y con dirección paralela al largo de la misma"*[65].

7) El carpintero hace entrega del trabajo, la señora de la casa ubica la mesa donde no queda de forma horizontal, es decir, con una inclinación de 20º (grados). Al servir cualquier bebida en vasos de 8 centímetros de diámetro y cilíndrico, ¿cuáles serán las medidas de la elipse que se forman en el vaso ubicado en la mesa de la señora?

Nota: la señora evita pasar pena ante la visita y se asegura que las bebidas no rebosen los vasos cuando los pone en la mesa.

Después de la exploración y poner en práctica su imaginación el estudiante JB, responde al problema,*"…para el caso, tenemos que 20 grados es aproximadamente 3.4 centímetros, dato que nos ayuda a encontrar el eje mayor utilizando Pitágoras que calculando éste tendrá una medida de aproximadamente 10.5 centímetros. Con respecto al eje menor, la inclinación*

[64]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[65] Ibídem

no afectaría el diámetro perpendicular de la circunferencia, obteniendo los siguientes datos:

Eje mayor aproximadamente 10.5 centímetros

Eje menor aproximadamente 8.0 centímetros

Vértices: $(5.25, 0), (-5.25, 0), (0, 4), (0, -4)$

Focos $(3.4, 0), (-3.4, 0)$

Formula general: $\mathbf{64x^2 + 11025y^2 = 1764}$*"*[66]*.*

Consecuencia

En este momento los problemas no rutinarios hacen referencia a los contenidos relacionados con el concepto de la elipse, donde los estudiantes realizan una interpretación o reinterpretación e indagan en el trabajo de campo. Este proceso se dirige a propiciar un aprendizaje robusto del contenido y comprender la forma de los granos de café matemáticamente.

Este trabajo se desarrolla en comunidades de práctica, donde se constató un mayor nivel de pertenencia a la comunidad, dado el compromiso de los estudiantes con el grupo y su líder. En cada uno de los grupos se destaca la imaginación y la creatividad en la resolución de los problemas, con independencia y seguridad en el éxito y se socializan diferentes vías de solución de los problemas. También se da la exploración de algunos usos madereros del café, abriendo nuevas expectativas de comercio en las familias caficultoras de la región.

[66]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.

4.1.5. El abonado natural

En el desarrollo de la actividad, los estudiantes se presentaron motivados con una gran inquietud frente a las interrogantes propuestas, al parecer, estudiar la matemática bajo el enfoque crítico, les daba de qué hablar con sus padres, pero de una manera más formal y con sentido de pertenencia. Al principio de la actividad la observación de los datos por parte de los estudiantes fue lo primordial, pero al interpretar las preguntas se concentraron en el enunciado del problema y esta concentración los llevó a la apropiación de nuevos conceptos matemáticos y estadísticos. A continuación se muestran algunas de las respuestas dadas por los estudiantes, lo cual demuestra su compromiso en asumir posturas críticas ante los problemas del contexto y del país.

Estas son las respuestas por parte de los estudiantes:

1) ¿Cuál es la población que se estudia?

Al respecto el estudiante JB valora que *"…Todas las fincas de la vereda Lugo Alto"*[67]*.*

2) ¿Cuál es la muestra?

Respuesta de la estudiante YT *"…Las 20 fincas estudiadas, de la vereda Lugo Alto"*[68]*.*

3) ¿Cuál es la variable que se estudia?

Respuesta del estudiante JL *"…El peso dado en arrobas de la cascara de café"*[69]*.*

4) ¿De qué tipo es la variable que se estudia?

---

[67]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[68] Ibídem
[69]Ibídem

Respuesta de la estudiante AL *"…El tipo de variable que se estudia es continua por su medición en unidades de peso"*[70]*.*

5) Construir una distribución de frecuencia para la variable que se estudia.

Los estudiantes presentaron la siguiente tabla (Ver Anexo 2), no sin antes seguir los pasos propuestos para la distribución:

a) Identificar el valor máximo y mínimo
b) Hallar la diferencia del máximo y el mínimo
c) El número de intervalos que llevará la tabla
d) Definir la amplitud del intervalo
e) La elaboración de intervalos y tabulación

6) Si el peso de la cáscara de café se reparte por igual en todas las fincas, ¿cuál sería la producción por finca en una semana, lo que sería lo mismo decir, cuál sería la media aritmética?

La estudiante MA responde *"…si el peso total de la cascara de café se reparte por igual en todas las fincas de la vereda, podríamos decir que cada finca produciría 7.274 arrobas de cascara de café por semana"*[71]*.*

7) ¿Cuál es la cantidad de cáscara de café más frecuente entre las fincas?

El estudiante ET responde *"…La cantidad de cascara de café más frecuente en ser recolectada por el caficultor es de 8.066 arrobas"*[72]*.*

8) ¿Cuál será la tendencia del peso de la cáscara de café en la vereda Lugo Alto con respecto a los siguientes intervalos?

- $Si\ Cv\% < 10\%\ los\ datos\ son\ homogeneos$

[70]Opinión de un estudiante del grado décimo de la Institución educativa José María Carbonell.
[71]Ibídem
[72]Ibídem

- $Si\ 10\% \leq Cv\% < 20\%\ los\ datos\ tienden\ a\ ser\ homogeneos$
- $Si\ 20\% \leq Cv\% < 30\%\ los\ datos\ tienden\ ser\ heterogeneos$
- $Si\ Cv\% > 30\%\ los\ datos\ son\ heterogeneos$

Para hallar la respuesta a la pregunta, los estudiantes trabajaron muy disciplinadamente en conceptos como varianza y desviación estándar. Después siguieron como parámetro los intervalos anteriores:

Coeficiente de variación en porcentaje16.16499623%.

Consecuencia

En este momento se propicia el trabajo en pequeñas comunidades de práctica como se muestra en la Figura 18, donde se socializa el contenido en cada grupo y el líder ofrece ciertas ayudas a sus compañeros en caso de ser necesario. Como resultado general que dio el grado décimo con respecto al coeficiente de variación es de 16.16499623%.

Figura 18. Calculando CV.

Los estudiantes concluyen que dado los datos moderadamente homogéneos, el promedio de cascara de café recolectada por el caficultor para el abono de los mismos cafetales en la vereda de Lugo Alto del municipio de San Antonio es representativo.

4.1.6. Evidencias que apoyan la aplicación de los Momentos

Para conocer el impacto de la investigación se aplica una encuesta de satisfacción a los invitados (ver Anexo 3) y a los estudiantes (ver Anexo 4). En esta encuesta los estudiantes, padres de familia, profesores del área y directivos de la institución educativa valoran la forma como se enseñó estas dos temáticas y el aprendizaje, así como el trabajo desarrollado en cada una de las actividades aplicadas en la vereda del Lugo Alto.

Algunos de los resultados de estas encuestas se pueden apreciar en el Anexo 5. Estas opiniones marcan el compromiso que se tiene con la comunidad para mejorar y poder cumplir unas expectativas de vida en la vereda del Lugo Alto. Estos resultados se sintetizan en los invitados en que:

- Todos plantean el buen desarrollo en la concepción de las actividades.
- Son del criterio que esta forma de enseñar la matemática permite que los estudiantes aprendan y afirman que *"… les propicia un aprendizaje donde se aprende en el contexto, lo cual hace que sea significativo y les posibilita a los estudiantes asumir posturas antes los problemas de la comunidad"*[73].
- Todos los encuestados afirman que esta forma de enseñar permite que los estudiantes sean capaces de resolver problemas vinculados al contexto cafetero y que a la vez los motiva hacia el cultivo y producción del café. Un profesor afirma que *"… se hace necesario que docentes de*

[73] Opinión de un docente invitado

otras asignaturas realicen propuestas como esta, pues con ello se lograría una mayor motivación hacia el cultivo y producción del café y propiciaría la continuidad en las familia campesinas de este cultivo"[74]

- La totalidad de los docentes invitados consideran de forma positiva el trabajo en pequeños grupos y el papel del líder, pues este proceso permite un aprendizaje diferenciado; también les pareció adecuado la organización de la actividad.
- Los padres que participaron en la actividad plantean el entusiasmo de sus hijos por cumplir con las tareas en las clases de matemática. Al respecto un padre dice que *"… durante el desarrollo de las actividades mi hijo se mostró más preocupado e interesado y me dio ideas que no pensé escuchar en él sobre el proceso del cultivo del café"*[75]

A continuación se realiza un análisis de la encuesta de satisfacción a los estudiantes. Estos resultados se concretan en que:

- Todos los estudiantes encuestados consideran que las actividades desarrolladas propician un aprendizaje de la matemática. También se sintieron motivados a resolver los problemas de forma autónoma. A estos aspectos le dan un calificativo de 4 puntos la mayoría de los estudiantes.
- Todos coinciden que su desempeño en el área de las matemáticas mejoraría si estas actividades se repitieran con frecuencia, también son del criterio que los problemas propuestos en cada una de las actividades constituyeron un reto y por último plantean que durante el desarrollo de las actividades se vivió un ambiente que propicia la motivación hacia el cultivo y

[74]Opinión de un docente invitado
[75]Opinión de uno de los padres invitados

producción del café. A estos aspectos los estudiantes le dan un calificativo de 5 puntos.

Conclusiones del capítulo 4

Se propusieron cinco momentos a los estudiantes de grado décimo de la institución, para entender parte de la realidad de la región, donde se utilizó la matemática bajo los temas de *línea recta, cónica y estadística descriptiva.*

En la interpretación de las respuestas dadas por los estudiantes, se logra reconocer el análisis y la comprensión de las preguntas, siguiendo un plan de solución e interpretación de las respuestas, se observó también la coherencia del dato con relación al problema planteado, acción que les llevó a verificar la solución.

La cotidianidad de las familias de la vereda del Lugo Alto, toma un nuevo rumbo cuando el estudiante necesita el conocimiento de su familia y amigos para poder desarrollar los momentos propuestos, compuestos de preguntas de su entorno, con el fin de detectar y desarrollar en la comunidad estudiantil los conceptos matemáticos, conceptos que en muchas ocasiones para el estudiante es desconocida su aplicabilidad.

Hacer que el estudiante piense, explore posibles métodos de solución, relacione el conocimiento del aula con la realidad de su entorno y logre modelar la matemática en diferentes contextos, se puede decir que la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, hace parte de una educación con una propuesta significativa para la vida de toda una comunidad.

CONCLUSIONES

El proceso de investigación sobre problemas no rutinarios contextualizados que potencien la enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva, en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa José María Carbonell, para motivarlos hacia el cultivo y producción del café, permitió dar respuesta a las tareas investigativas planteadas. La aplicación en la práctica de los resultados obtenidos en la investigación permite destacar algunos elementos que resultan determinantes en el logro del objetivo que se persigue. Ellos son:

- Varias son las investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, particularmente de la geometría analítica y la estadística descriptiva en el grado décimo en el mundo y en Colombia, donde se muestran las dificultades que presenta este proceso. En esta tesis se ve la resolución de problemas no rutinarios en el contexto cafetero como una forma para mejorar el aprendizaje de la matemática en el grado.
- La investigación se basa en la enseñanza aprendizaje de los contenidos de geometría analítica y estadística descriptiva, donde se asume como marco teórico la educación matemática crítica, la resolución de problemas y la comunidad de práctica de Wenger. En cada uno de los momentos propuestos se refleja este marco teórico, que en su interrelación genera un aprendizaje robusto del contenido matemático para contribuir a la formación de un ciudadano crítico con motivación hacia el cultivo y producción del café.

- Se pudo evidenciar el interés de los estudiantes, cuando los temas de *línea recta, cónica y estadística descriptiva,* fueron abordados para entender parte de nuestro entorno cafetero. La experiencia que ha dejado la aplicación de los cinco momentos en estudiantes, padres de familia y profesores, se considera el comienzo de una nueva forma de aprender y aplicar la matemática en la región.
- La propuesta de identificar el escenario de investigación en problemas enfocados al cultivo del café, trajo como consecuencia el trabajo en equipo del hijo(a) con sus padres, con el fin de combinar los conceptos matemáticos adquiridos por el estudiante con la experiencia de la labor diaria de sus familiares y amigos.
- El trabajo en equipo, produjo en el aula de clase la sustentación de sus respuestas y las estrategias utilizadas para llegar a ellas. Se considera que estas socializaciones son enriquecedoras, pues sus argumentaciones se basaron en aplicaciones de conceptos matemáticos.
- Particularmente, hubo un caso de polémica para un problema, pues la asignación de las variables con los ejes del plano cartesiano era de forma arbitraria, donde se generó cierto toque de incertidumbre en el estudiante. Consecuencia de esto los grupos de trabajo se comprometieron concienzudamente en documentarse para dar respuesta al problema, fomentando así el liderazgo en los distintos grupos.
- Al finalizar la aplicación de los cinco momentos, profesores del área de matemáticas comparten la importancia de contextualizar los conceptos matemáticos sustentado sobre una base teórica, que en este caso *la*

educación matemática crítica, la cual valida nuestro escenario de la investigación sobre el cultivo del café.

- Una consecuencia que trajo de inmediato ésta investigación, es la restructuración del plan de área de matemáticas en todos los grados, pues en el plan que se había trazado en la institución era imposible abarcar todos los temas del área, como también era notoria la omisión de la relación de los conceptos matemáticos con la realidad de la región y del país.
- La aplicación de los momentos de la investigación apuntaron a que el estudiante conozca mucho más su región, en especial el cultivo del café, producto que es tan importante para el país. Simultáneamente se prestó para entender que la paz se vive cuando se brinda educación de calidad y cuando los campesinos tienen apoyo del conocimiento para labrar sus tierras.

RECOMENDACIONES

La continuidad del proceso de implementación de los momentos para potenciar el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica y la estadística descriptiva, en los estudiantes del grado décimo de la institución Educativa José María Carbonell, exige la consideración y puesta en práctica de las recomendaciones siguientes para mejorar el proceso investigativo y los resultados obtenidos:

- Continuar con la elaboración de nuevos momentos basados en problemas no rutinarios contextualizados y extenderlos a otras temáticas de la matemática en los diferentes grados.
- Lograr que docentes de otras asignaturas implementen en sus salones de clases propuestas como ésta, las cuales propicien en los estudiantes la motivación hacia el cultivo y producción del café.
- Reestructurar el plan de área de las diferentes asignaturas en función de lograr motivación hacia el cultivo y producción del café y por ende un desarrollo integral en correspondencia no solo al contexto cafetero, sino también a otros escenarios a los que pueda estar los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

- Aizikovitsh, E. (s. f). The extent of critical and creativity thinking displayed during problem solving among students attending the mathematically talented youth program. Beit Berl Academic College, Israel. Recuperable el 29 de marzo 2014 en la URL:http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG7/WG7_Aizikovitsh_Udi.pdf

- Almeida, M. (2002). Desarrollo Profesional Docente en Geometría: análisis de un proceso de Formación a Distancia. Memoria de la tesis doctoral. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas. Universidad de Barcelona. Recuperado el 11 de abril de 2014enla URL: http://www.tesisenxarxa.net/TESIS_UB/AVAILABLE/TDX-1008102-120710//TOL119.Pdf

- Ballester, S. (1992). *Metodología de la enseñanza de la matemática*. Tomo I y II. La Habana: Pueblo y educación.

- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. Recuperable el 23 de enero de 2014 de la URL: http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001%5CFile%5C118didacticaestadistica.pdf

- Berrío, M. (2011). Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo de café. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Colombia. Recuperable el 25 de abril de 2014 en la URL: **http://www.bdigital.unal.edu.co/5883/1/71277664.2012.pdf**

- Bishop, A. (1988). Aspectos sociales y culturales de la educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias* 6(2), 121-125.
- Borromeo, R. (2012). Mathematical thinking styles and their influence on teaching and learning mathematics.12th International Congress on Mathematical Education Program Name XX-YY-ZZ (pp. abcde-fghij) 8 July-15 July, 2012, COEX, Seoul, Korea. Recuperable el 18 de diciembre de 2013 de la URL: http://www.icme12.org/upload/submission/1905_F.pdf
- Calderón, W. (2013). Propuesta metodológica para la enseñanza de las secciones cónicas en el grado décimo de la Institución Educativa Villas de San Ignacio de Bucaramanga. Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia. Recuperable el 21 de abril de 2014 en la URL: http://www.bdigital.unal.edu.co/9463/1/91495767.2013.pdf
- Camargo, L. (2010). Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria. Tesis para optar al Grado de Doctora en Matemáticas. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia.
- Chaux, E., & Lleras, J., & Velásquez, A. (2004). Competencias Ciudadanas: De los estándares al aula. Una propuesta de integración de las áreas académicas. Capítulo 4. Aprendizaje cooperativo. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, Universidad de los Andes y Centro de Estudios Socioculturales e Internacionales. Recuperado el 29 de octubre 2013 de la URL: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-75077_archivo.pdf

- Clark, P. (2005). The emergence of a classroom community of practice in a mathematical structures course. Doctoral Dissertation. Department of Philosophy, Arizona State University.
- Clements, K. (2000). Matemáticas en la escuela: cuestiones de equidad y justi- cia. En N. Gorgorió, J. Deulofeu y A. Bishop (coords), Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional (pp.57-77). Barcelona: Col. Ice-Graó.
- Cortés, J., Núñez, G. y Morales, C. (2013). Dinamización Matemática: Actividades de aprendizaje usando elipsógrafos para apoyar el proceso de demostración en geometría analítica. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNION*. Número 35. Septiembre 2013. Página 115. Recuperable el 23 de abril de 2014 en la URL: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2013/35/archivo11.pdf
- Delors, J (1997). La educación encierra un tesoro. Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre *la* Educación para el Siglo XXI. Recuperable el 9 de septiembre de 2013 de la URL: www.servicios.uns.edu.ar/institucion/files/106_AV_1.pdf
- DiMaggio, M. (2001). WhyIsn't the Mathematics We Learned Good Enough for Today's Students? The Imperative of Mathematics Literacy. Council of Chief State School Officers One Massachusetts Avenue, NW Suite 700 Washington, DC2000. Recuperable el 19 de diciembre de 2013 de la URL: http://education.ti.com/sites/US/downloads/pdf/mathpaper01.pdf
- Ernest, P. (2010). The scope and limits of critical mathematics education. *Philo-sophy of Mathematics Education Journal*, 25. Versión Online.

- Ministerio de Educación Nacional (2003). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. (2003). Recuperable el 23 de abril de 2014 en la URL: http://www.eduteka.org/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf
- Gagatsis, A., Modestou, (2009), Elia, I. (2009) y Spanoudes, G. (2009). Structural modelling of developmental shifts in grasping proportional relations underlying problem solving in area and volume. Acta Didáctica Universitatis Comeniana e Mathematics, Issue 9, 2009, pp. 9 −23. Recuperable el 22 de marzo 2014 en la URL: http://www.ddm.fmph.uniba.sk/ADUC/files/Issue9/02-Gagatsis+Modestou+Elia+Spanoudesl.pdf
- Garret, R. (1995). Resolver problemas en la enseñanza de las Ciencias. *En Revista Didáctica de las Ciencias Experimentales* # 5, julio, p. 16-26. Alambique, Universidad de Bristol. Gran Bretaña, Fotocopia. s/e.
- Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM-IACME), Recife (Brasil), 2011. Recuperable el 15 de diciembre de 2013 de la URL: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf
- ICME-10 Proceedings. Recuperable el 21 de abril de 2014 en la URL: http://higeom.math.msu.su/~asmish/Lichnaja-2010/Version2010-11-20/Trudy/Publications/2004/icme_completebook.pdf
- Karatas, I. (2013). Baki, A. (2013). The effect of learning environments based on problem solving on students’ achievements of problem solving. International Electronic Journal of Elementary Education, 2013, 5(3),

249268.Bülent Ecevit University and Karadeniz Technical University, Turkey. Recuperable el 21 de marzo 2014 en la URL: http://www.iejee.com/5_3_2013/IEJEE_5_3_Karatas.pdf

- Labarrere, A. (1987). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. La Habana: Editorial, Pueblo y Educación.
- Lerman, S. (2006). Socio-cultural research in PME. En A. Gutiérrez, P. Boero (Eds). Handbook of Research on the Psichology of Mathematics Education: Past, Present and Future (pp. 347-366). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Lesh, R. y Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. In F. K. Lester, Jr. (Ed.). The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. National Council of Teachers of Mathematics. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Mathematics Education in Europe: Common Challenges and National Policies. (2011). Education, Audiovisual and Culture Executive Agency, 2011. Recuperable el 21 de abril de 2014 en la URL: http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132en.pdf
- Mayer, R. (1986). *Pensamiento, Resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Editorial Paidos.
- Moliner, M. (1996): *Diccionario de Uso del Español*. Madrid: Gredos.
- Moreno, M. y Climent, N. (2011). Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los Grupos de Investigación de la SEIEM. XIV Simposio de la SEIEM. Recuperado el 22 de octubre de 2007 en la URL:

http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comunicaciones grupos/GruposXIVSimposio.pdf

- Nápoles, J. (s.f). Aventuras, venturas y desventuras de la resolución de problemas en la escuela. Documento con publicación electrónica. Recuperado el 23 de septiembre de 2013 en la URL: http://www.edutecne.utn.edu.ar/napoles-valdes/problemas-02.pdf
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Granada: S.A.E.M. Thales.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Pérez, D. (2011). Diseño, aplicación y evaluación de un sistema de actividades para la construcción de significado del concepto de área, en una comunidad de práctica para sexto grado. Tesis de maestría en Educación Matemática, Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia.
- Pochulu, M. y Rodríguez M. (2012). Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Buenos Aires, Argentina: Eduvim.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ciudad México: Editorial Trillas.
- Prediger, S. (2004). Intercultural Perspectives on Mathematics learning – developing a theoretical framework. International Journal of Science and Mathematics Education (2004) 2: 377–406 © National Science Council, Taiwan 2004. Recuperable el 18 de diciembre de 2013 en la URL: http://link.springer.com/search?query=INTERCULTURAL+PERSPECTIVE

S+ON+MATHEMATICS+LEARNING+%E2%80%93+DEVELOPING+A+THEORETICAL+FRAMEWORK

- Rodríguez, F. y Acosta, M. (2008). La transformación de un problema, a partir del potencial de la calculadora TI-92. Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas. Incorporación Nuevas tecnologías al Currículo de Matemáticas, MEN. Recuperable el 19 de diciembre 2013 en la URL: http://186.113.12.12/discoext/collections/0075/0031/01710004.pdf
- Rodríguez, M. (2011). *El aprendizaje relacional de la matemática en el preuniversitario.* Tesis doctoral no publicada. Universidad de Ciencias Pedagógicas "Pepito Tey", Las Tunas, Cuba.
- Rohn, K. (1984). Consideraciones acerca de la enseñanza problémica en la enseñanza de la Matemática. *En Boletín Sociedad Cubana de Matemática* y *Computación*. La Habana.
- Rosas, A. y Pardo, L. (2012). Modeling and building chimneys and solar roasters in classroom. CICATA-IPN, Ministry of Education of Veracruz. Recuperado el 3 de abril de 2013 en la URL: http://icme12.org/upload/UpFile2/TSG/0689.pdf
- Ruiz de Cenzano, M. y Guillén, G. (2011). Estudio exploratorio sobre la resolución de problemas geométricos por alumnos de 1º de bachillerato. Simposio de la SEIEM. Recuperado el 10 de septiembre de 2013 en la URL: http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comunicacionesgrupos/GruposXIVSimposio.pdf

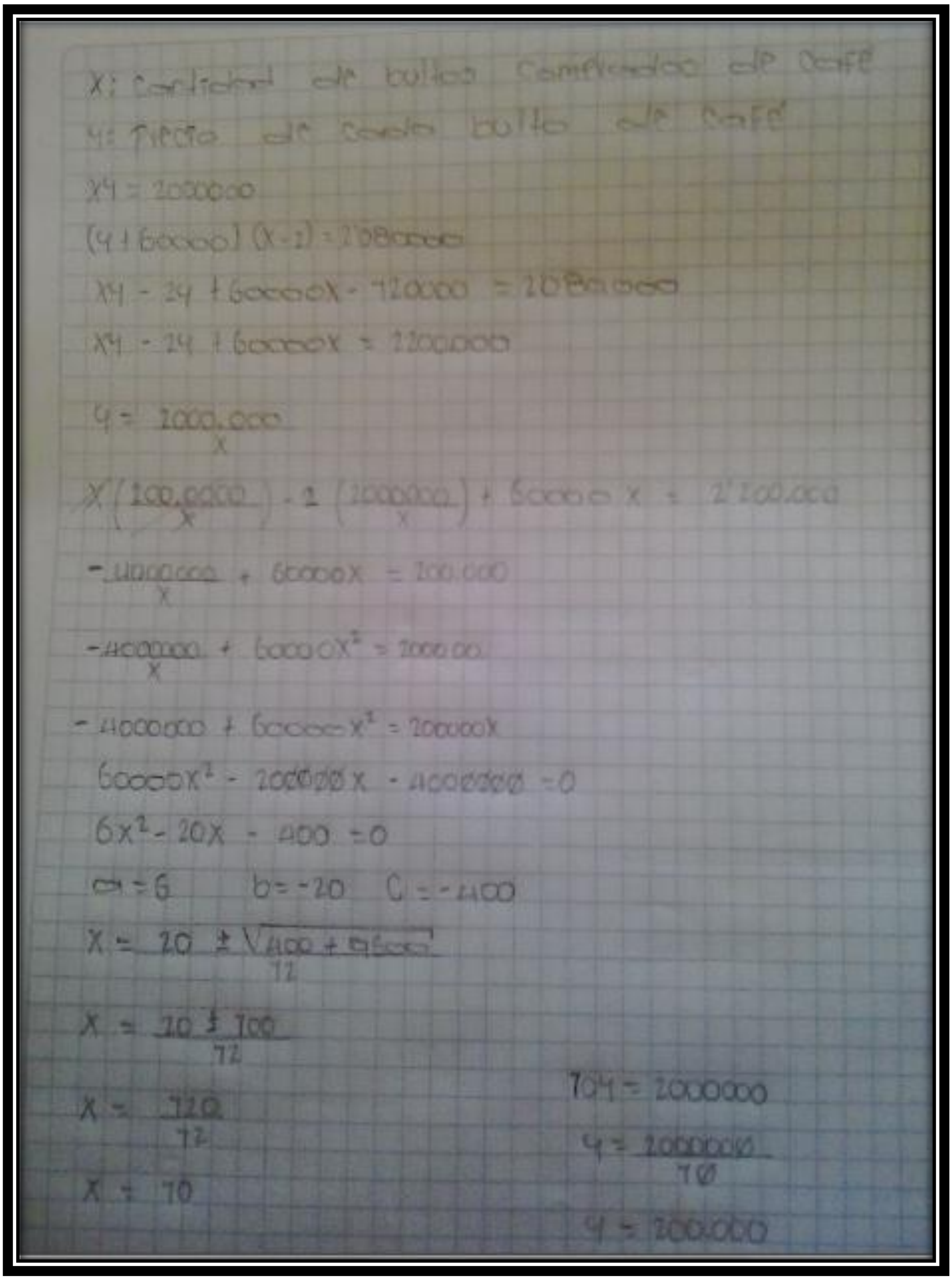
- Sánchez, F. y Fiol, M. (2011). Buscando claves para el estudio de la resolución por insight de problemas geométricos. Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperable el 5 de enero de 2014 en la URL: http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comunicacionesgrupos/GruposXIVSimposio.pdf
- Sanmiguel, M. y Salinas, M. (2011). Dificultades en el razonamiento del alumnado de 2º de eso relacionadas con el concepto de medida de las magnitudes geométricas: longitud y área. Recuperable 2 de septiembre de 2013 en la URL: http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comunicacionesgrupos/GruposXIVSimposio.pdf
- Santos, L. (s.f). *La resolución de problemas matemáticos: Avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación práctica*. Cinvestav-IPN. México.
- Schoenfeld, A. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. In A. H. Schoenfeld (Ed.), Mathematical thinking and problem solving. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. Bogotá: Universidad de los Andes y una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. Ema 6(1), 3-26.
- Skovsmose, O. (2004). Critical mathematics education for the future. Regular Lectures in The 10th International Congress on Mathematical Educa- tion. Recuperable el 9 de enero de 2014 de la URL: http://www.icme10.dk/proceedings/pages/regular_pdf/RL_Ole_Skovsmose.pdf

- Skovsmose, O. (2004). Mathematics in Action. Philosophy of Mathematics Education Journal 18. Versión Online.
- Skovsmose, O. (2008). Critique as Uncertainty. Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI. (Rome, 5–8 March 2008). Working group # 3. Mathematics Education and Society. Recuperable el 3 de enero de 2014 de la URL: http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/WG3/ WG3.html
- Skovsmose, O. (2010). Mathematics: A Critical Rationality? Philosophy of Ma- thematics Education Journal 25. Versión Online.
- Skovsmose, O. y Valero, P. (2007). Educación matemática y justicia social: hacerle frente a las paradojas de la sociedad de la información. En J. Giménez, J. Díez-Palomar y M. Civil (Coords.), Educación matemática y exclusión (pp.45-61), Barcelona: Graó.
- Skovsmose, O., Alrø, H. y Valero, P. (2008). Antes de dividir, se tiene que sumar". Entre-vistar" porvenires de estudiantes indígenas. Revista Latinoamericana de Etnomatemática 1 (2), 111-136.
- Soto, A. (2013). El papel de la geometría analítica en la enseñanza de las Matemáticas en la Educación Básica y Media. Trabajo para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia. Recuperable el 21 de abril de 2014 en la URL: http://www.bdigital.unal.edu.co/11823/1/43737863.2014.pdf
- Sriraman, B. y Engish, L. (2010). Theories of Mathematics Education. New York: Springer.

- The Ontario Curriculum Grades 9 and 10 Mathematics. (2005). Recuperable el 19 de abril de 2014 en la URL: http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/secondary/math910curr.pdf
- Vasco, C. (s.f), Un panorama de la investigación en educación matemática en Colombia. EDUCACIÓN MATEMÁTICA, Errores y dificultades de los estudiantes, Resolución de problemas, Evaluación, Historia. Una empresa docente® Universidad de los Andes. Recuperable el 19 de diciembre 2013 en la URL: http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf
- Vettleson, L. (2010). Problem solving based instruction in the high school mathematics classroom. Department of mathematics and computerscience, Minnesota, USA. Recuperable el 12 de diciembre de 2013 en la URL: http://faculty.bemidjistate.edu/grichgels/MastersPapers/VettlesonLawrence.pdf
- Wenger, E. (1998). *Comunidades de Práctica. Aprendizaje, significado e identidad.* Barcelona: Paidós.
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica.* Aprendizaje, significado e identidad. Barcelona: Paidós.
- Wenger, E., McDermott, R. y Snyder, W. (2002). *Cultivating Communities of Practice: A Guide to Managing Knowledge*. Boston, Massachusetts: Harvard Business School Press.

ANEXOS

Anexo 1. Procedimiento realizado por una estudiante, para dar solución al problema 5 de “marquesina y secado”.



x: Cantidad de bultos comprados de café

y: precio de cada bulto de café

$xy = 2000000$

$(y + 60000)(x - 2) = 2080000$

$xy - 2y + 60000x - 120000 = 2080000$

$xy - 2y + 60000x = 2200000$

$y = \frac{2000000}{x}$

$x\left(\frac{2000000}{x}\right) - 2\left(\frac{2000000}{x}\right) + 60000x = 2200000$

$-\frac{4000000}{x} + 60000x = 200000$

$-\frac{4000000}{x} + 60000x^2 = 200000$

$-4000000 + 60000x^2 = 200000x$

$60000x^2 - 200000x - 4000000 = 0$

$6x^2 - 20x - 400 = 0$

$a = 6 \quad b = -20 \quad c = -400$

$x = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 9600}}{12}$

$x = \frac{20 \pm 100}{12}$

$x = \frac{120}{12}$

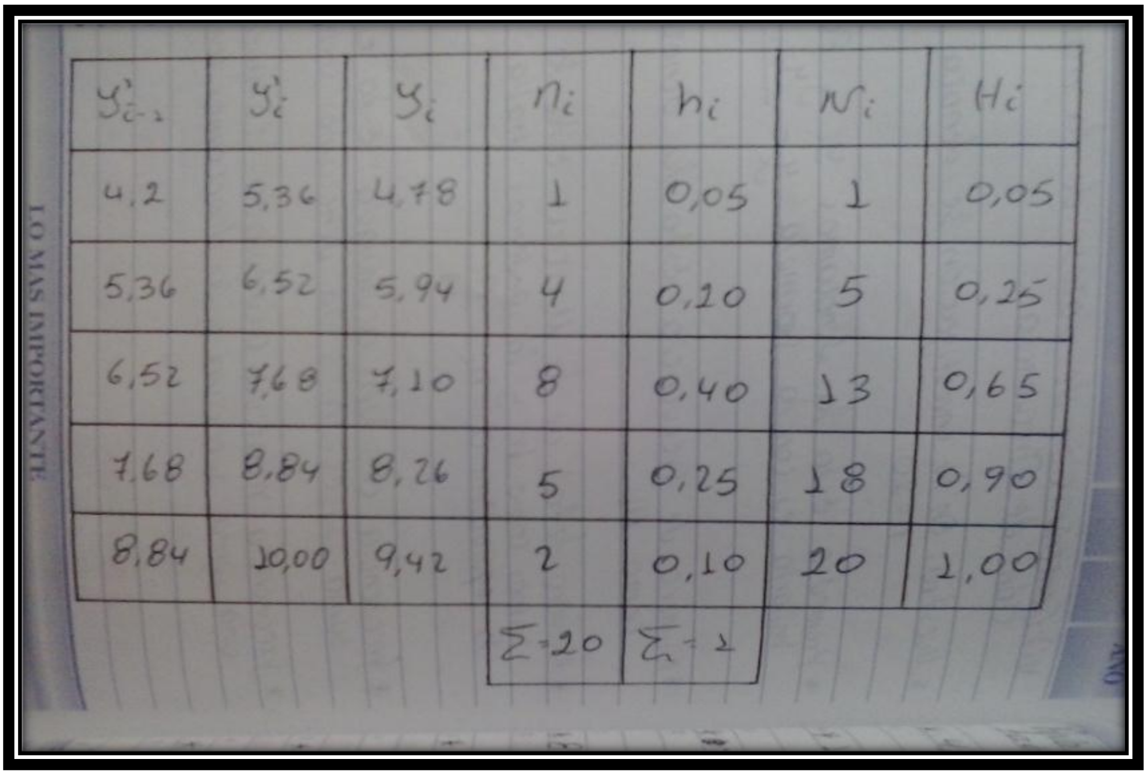
$x = 10$

$10y = 2000000$

$y = \frac{2000000}{10}$

$y = 200000$

Anexo 2. Procedimiento realizado por los estudiantes, para dar solución al problema 5 de “El abonado natural”.



y'_{i-1}	y'_i	y_i	n_i	h_i	N_i	H_i
4,2	5,36	4,78	1	0,05	1	0,05
5,36	6,52	5,94	4	0,10	5	0,25
6,52	7,68	7,10	8	0,40	13	0,65
7,68	8,84	8,26	5	0,25	18	0,90
8,84	10,00	9,42	2	0,10	20	1,00
			$\Sigma = 20$	$\Sigma = 1$		

Anexo 3. Encuesta de satisfacción a invitados.

Participó usted en calidad de:

Rector ☐ Docente ☐ padre de familia ☐

2. Cuestionario:

a. ¿Cómo concibió usted el desarrollo de las actividades?

____

____

b. ¿Considera que ésta forma de enseñar la matemática permite que los estudiantes aprendan? Sí ____ No ____ ¿Por qué?

____

c. ¿Considera que ésta forma de enseñar la matemática permite que los estudiantes sean capaces de resolver problemas vinculados al contexto cafetero y la vez los motive hacia el cultivo y producción del café?

Sí ____ No ____ ¿Por qué? ______________________________________

c. ¿Cuál es su apreciación acerca del trabajo en comunidad de práctica y la organización de la actividad?

____

____

d. ¿Notó usted en su hijo entusiasmo por el desarrollo de la actividad y compromiso por el cumplimiento de ella? (Sólo para padres).

____

____

Anexo 4. Encuesta de satisfacción a estudiantes.

MAESTRIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ENCUESTA FINAL A ESTUDIANTES

Apreciado estudiante, una vez terminadas las actividades y a partir de su experiencia como participante, <u>responda las siguientes preguntas de 1 a 5, siendo cinco (5) la mayor calificación y uno (1) la menor calificación</u>.

a. ¿Considera usted que la actividad desarrollada propicia que usted aprenda en las clases de matemática?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

b. ¿Cree usted que su desempeño en el área de las matemáticas mejoraría si estas actividades se repitieran con frecuencia?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

c. ¿Los problemas propuestos en cada una de las actividades constituyeron un reto para usted?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

d. ¿Considera usted que se vivió durante el desarrollo de las actividades un ambiente que propicia motivación hacia el cultivo y producción del café?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

e. ¿Se sintió usted motivado a resolver los problemas de forma autónoma?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

Anexo 5. Evidencias

Encuesta de satisfacción invitados.

Anexo . Encuestas

Encuesta de satisfacción invitados.

Participó usted en calidad de:

Rector ☐ Docente ☐ padre de familia ☒

2. Cuestionario:

a. ¿Cómo concibió usted el desarrollo de las actividades? muy buenas ya que el profesor les explico y entendieron facilmente.

b. ¿Considera que ésta forma de enseñar la matemática permite que los estudiantes aprendan? Sí x No____ ¿Porqué?

Porqué se les facilita captar más fácil las actividades y el desarrollo de ellas mismas

b. ¿Considera que ésta forma de enseñar la matemática permite que los estudiantes sean capaces de resolver problemas vinculados al contexto cafetero y la vez los motive hacia el cultivo y producción del café? Sí x No ____ ¿Por qué? ellos lo van a implementar en los cultivos y su entorno.

c. ¿Cuál es su apreciación acerca del trabajo en comunidad de práctica y la organización de la actividad?

Todo fue muy claro y desarrollaron todas las actividades previstas en el tema

d. ¿Notó usted en su hijo entusiasmo por el desarrollo de la actividad y compromiso por el cumplimiento de ella? (Sólo para padres).

Si se entusiasmaron más sobre el area porque trabajaron sobre lo que más le gusta lo que rodea el sustento de la vida que es el café.

Encuesta de satisfacción invitados.

Anexo . Encuestas

Encuesta de satisfacción invitados.

Participó usted en calidad de:

Rector ☐ Docente ☐ padre de familia ☒

2. Cuestionario:

a. ¿Cómo concibió usted el desarrollo de las actividades? muy buena

bien explicado, ellos entendieron facilmente

b. ¿Considera que ésta forma de enseñar la matemática permite que los estudiantes aprendan? Sí X No___ ¿Porqué?

entienden mas facil los niños

b. ¿Considera que ésta forma de enseñar la matemática permite que los estudiantes sean capaces de resolver problemas vinculados al contexto cafetero y la vez los motive hacia el cultivo y producción del café? Sí X No ____ ¿Por qué? lo que aprenden ala escuela lo usan en el cultivo

c. ¿Cuál es su apreciación acerca del trabajo en comunidad de práctica y la organización de la actividad?

Todo estuvo bien explicado, les respondieron las preguntas y aprendieron el tema

d. ¿Notó usted en su hijo entusiasmo por el desarrollo de la actividad y compromiso por el cumplimiento de ella? (Sólo para padres).

si estaban concentrados en la clase, les gustó por que hablaron de lo que sembramos

Encuesta de satisfacción a estudiantes.

Encuesta de satisfacción a estudiantes.

UAN UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

MAESTRIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ENCUESTA FINAL A ESTUDIANTES

Apreciado estudiante, una vez terminadas las actividades y a partir de su experiencia como participante, responda las siguientes preguntas de 1 a 5, siendo cinco (5) la mayor calificación y uno (1) la menor calificación.

a. ¿Considera usted que la actividad desarrollada propicia que usted aprenda en las clases de matemática?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐

b. ¿Cree usted que su desempeño en el área de las matemáticas mejoraría si estas actividades se repitieran con frecuencia?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐

c. ¿Los problemas propuestos en cada una de las actividades constituyeron un reto para usted?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒

d. ¿Considera usted que se vivió durante el desarrollo de las actividades un ambiente que propicia motivación hacia el cultivo y producción del café?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒

e. ¿Se sintió usted motivado a resolver los problemas de forma autónoma?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐

Evidencias, Opiniones de invitados especiales.

Anexo . Encuestas

Encuesta de satisfacción invitados.

Participó usted en calidad de:

Rector [X] Docente [ ] padre de familia [ ]

2. Cuestionario:

a. ¿Cómo concibió usted el desarrollo de las actividades? Me parece importante ya que el educando entra a interactuar con el medio

b. ¿Considera que ésta forma de enseñar la matemática permite que los estudiantes aprendan? Sí X No___ ¿Porqué?

porque aprender haciendo es la mejor manera de explorar el contexto.

b. ¿Considera que ésta forma de enseñar la matemática permite que los estudiantes sean capaces de resolver problemas vinculados al contexto cafetero y la vez los motive hacia el cultivo y producción del café? Sí X No ___ ¿Por qué? porque les brinda las herramientas para tal fin.

c. ¿Cuál es su apreciación acerca del trabajo en comunidad de práctica y la organización de la actividad?

Es de agrado ya que permite el trabajo en grupo, interactuando con el medio y hay interdisciplinariedad

Evidencias, Opiniones de invitados especiales.

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Anexo . Evidencias

Opiniones de invitados especiales

Nombre: Guillermo Oviedo Barrios.

Cargo: Coordinador.

El trabajo que está desarrollando el compañero Floresmiro, es la manera más eficaz para mejorar la calidad educativa en nuestro municipio y de paso en la comunidad, ya que está enfocado en hacer educandos capaces de innovar, de investigar, de interactuar con el medio, de que haya interdisciplinariedad entre las áreas; pero sobre fomentar el desarrollo, la tecnología dentro de la comunidad para con ello mejorar su calidad de vida. Ojalá este proyecto sea tomado como ejemplo y guía dentro de la institución.

Evidencias, Opiniones de invitados especiales

Anexo . Encuestas

Encuesta de satisfacción invitados.

Participó usted en calidad de:

Rector ☐ Docente ☒ padre de familia ☐

2. Cuestionario:

a. ¿Cómo concibió usted el desarrollo de las actividades? El aprender a partir de la práctica

b. ¿Considera que ésta forma de enseñar la matemática permite que los estudiantes aprendan? Sí x No___ ¿Porqué?

conocen tipos de terreno: llano, pendiente etc. Aplicar un conocimiento teórico en algo práctico.

b. ¿Considera que ésta forma de enseñar la matemática permite que los estudiantes sean capaces de resolver problemas vinculados al contexto cafetero y la vez los motive hacia el cultivo y producción del café? Sí ____ No ____ ¿Por qué? Pueden entender mejor la matemática. Podrían encontrarle sentido al cultivo del café porque pueden aplicar conocimientos más técnicos.

c. ¿Cuál es su apreciación acerca del trabajo en comunidad de práctica y la organización de la actividad?

los estudiantes llevan a la realidad en forma que es manejado teóricamente en el aula.

Evidencias, Opiniones de invitados especiales.

UAN
UNIVERSIDAD
ANTONIO NARIÑO

Anexo . Evidencias

Opiniones de invitados especiales

Nombre: Moisés Tovar Rojas

Cargo: Docente

La parte practica juega un papel muy importante en este proyecto. la rutina se deja de lado para dar paso a la aprehensión de conocimientos significativos. Lúdica es un tema que para muchos estudiantes es difícil o peor aún siempre preguntan "¿Y esto para que me sirve?" Este proyecto puede dar respuesta a esa pregunta.

Felicitaciones al creador y gestor del proyecto. Me parece que cambia el modo de ver las matemáticas; De un aprendizaje conceptual, a un aprendizaje significativo. Ojalá se siga aplicando año tras año.

Evidencias, Opiniones de invitados especiales.

Anexo . Evidencias

UAN UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Opiniones de invitados especiales

Nombre: Dagoberto Bustos Cative

Cargo: Docente

El objetivo de la actividad esta bien enfocada ya que el estudiante de la zona rural y urbana pueden evidenciar la importancia de las matematicas y su aplicacion con el entorno, permitiendo su practica y asi lograr aprender a defenderse en la comunidad que se encuentren.

Hoy en dia cuando se habla de tecnica y tecnologia estas actividades permitieron a los educandos a aprovechar sus conocimientos para mejorar la siembra y cosecha del cafe, y a su vez posicionar su producto como lider en el mercado en calidad y presentacion y a la vez valorizando sus terrenos, siendo más profesionales en este aspecto, creando y sembrando el trabajo en equipo, logrando reconocimiento y apropiación en su comunidad, gracias a estas actividades practicas que se deben de dar con continuidad y eficacia llevando a los alumnos a su eficiencia en la exploracion de dones y talentos.

SOLUCIONARIO

En esta sección se presenta la guía de solución de cada uno de los interrogantes propuestos en los cinco Momentos de la investigación.

Momento 1.

1) ¿Qué sucede si el espacio destinado para el semillero no es completamente plano?

Para el caficultor es indispensable que el espacio destinado para el semillero sea en lo posible completamente plano, pues puede hacer una *distribución correcta* (conjunto de filas bien ordenada) y tras esto poder maximizar el uso del espacio.

2) ¿Qué ventajas trae al caficultor si el espacio destinado para el semillero, lo distribuyó en cuadrantes como lo está el plano cartesiano?

Existe un factor llamado tiempo que es fundamental para la preparación del terreno destinado finalmente para el cultivo, esto implica lo siguiente frente al ejercicio de la distribución y el concepto matemático de plano cartesiano:

- El caficultor podrá modelar el concepto matemático en bloques de plantas, el cual podrá asignar en cada cuadrante las plantas según su altura, pues esto indica si la planta está en óptimas condiciones para el sembrado final.
- Otra ventaja para el caficultor en la distribución del semillero bajo la modelación del concepto de plano cartesiano, es la implementación de surcos (caminos perpendiculares) para tener acceso a cada planta del semillero en general, con el objetivo de darle el mantenimiento indicado en cualquier momento.

3) ¿Y, por qué será para el caficultor importante tener en cuenta las dimensiones del semillero?

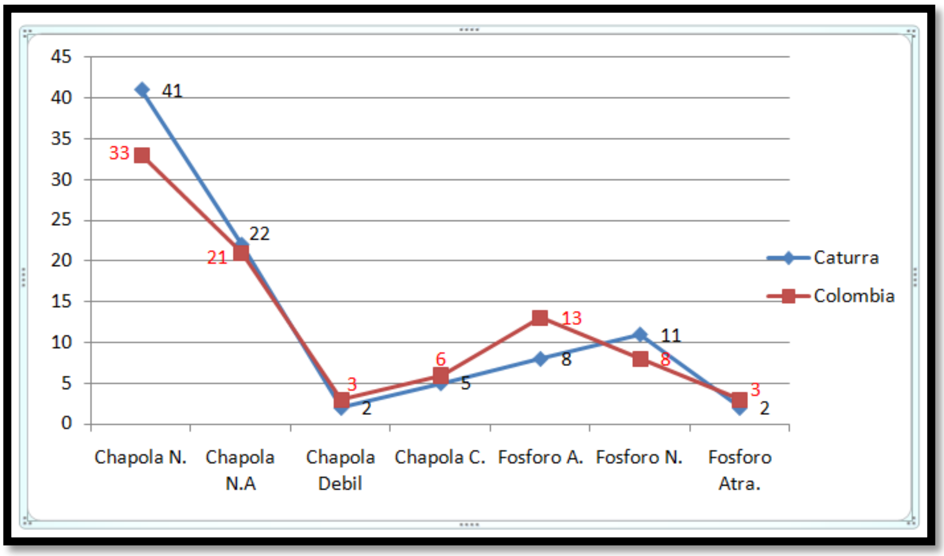
La cantidad de plantas de café sembradas en una mezcla compuesta por tierra, muñiga, ceniza, cereza de café y melaza, representa para el caficultor una preparación y disposición del terreno, ya que según el *comité de cafeteros* por una hectárea se recomienda sembrar 5000 plantas de café, (cifra que varía según la pendiente del terreno). Es importante para el caficultor la relación de cantidad de plantas en el semillero con la disponibilidad de tierra para la siembra final.

4) ¿Por qué será que el cultivo del café debe tener un 60% de sombra?

La función principal de la sombra en el cultivo del café es que actúa como filtro a la luz solar, modificando su intensidad con que llega a las hojas de los cafetos. Efecto de esto, es la optimización de la fotosíntesis y la respiración de la planta. Otro efecto positivo de la sombra es que propicia una mayor infiltración de lluvia en el suelo, reduciendo así la evaporación.

Los árboles proveen una cobertura natural de hojarasca, evitando el crecimiento parcial de malezas, también protegen la acción directa de los vientos, reducen daños por las heladas, y lo más importante conserva la fertilidad del suelo, la humedad y no se presenta la erosión.

5) ¿Cuál de las dos variedades se desarrolla mejor después de los 75 días?



Los datos registrados en la gráfica anterior muestran los porcentajes de la variedad Caturra y la variedad Colombia en cada una de las variables de estudio después de los 75 días. La diferencia entre las dos variedades no es mucha, salvo en la variable Chapola N, donde se presenta gran diferencia entre las dos variedades. Sin embargo, teniendo en cuenta la gráfica y la regularidad de la variedad Caturra, esta resulta ser la que mejor se desarrolla después de los 75 días.

6) Según los datos, ¿cuál es el porcentaje de la variedad Caturra que representa mayor pérdida al caficultor?

Observando la gráfica en la variedad Caturra, podemos interpretar que la variable Fosforo A, representa mayor pérdida al caficultor con respecto a la variedad Colombia, dado la distancia que hay entre los puntos de la misma variable.

7) ¿Cuál de las dos variedades brinda más confiabilidad al caficultor?

Hay que tener en cuenta, que existen otros factores muy importantes que intervienen en la decisión de cultivar cierta variedad de café, como el tipo de tierra, la altura, plagas que se desarrollan en ciertos sectores. En todo caso, el estudio de las variedades de semillas de café, es para que el caficultor estime cual es la más apropiada para sus intereses.

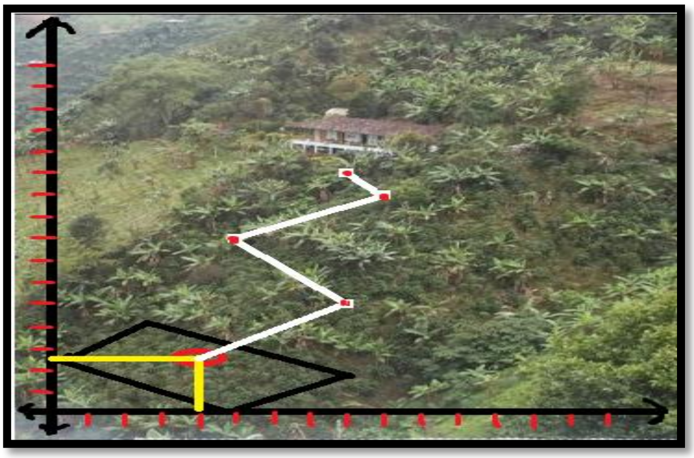
8) ¿Se puede afirmar, que la relación de chapola débil y chapola clorótica mantiene la variedad Caturra mejor que la variedad Colombia?

En el gráfico se muestra que la relación de Chapola débil y Chapola clorótica mantiene mejor desarrollo en la variedad Colombia. Lo que significa que la variedad caturra en estas muestras no es la mejor.

9) ¿Por qué hay caficultores que cultivan diferentes tipos de semillas de café?

El cultivo de café ofrece varios tipos de semilla, unas resistentes a las plagas, otras al verano, otras se adaptan bien a la altura. De aquí, es que se puede inferir que los caficultores mantienen muy bien informados sobre su región en la parte agrícola.

10) Observa la siguiente figura, e imagina un caficultor recolectar granos de café en la zona demarcada y amontonarlos en la pequeña zona roja. Después debe llevar el café recolectado en lonas de peso 4 arrobas aproximadamente para la casa y allí procesarlo. ¿Qué determina el desgaste físico del caficultor en el traslado del café bajo las condiciones que enuncia el problema y la ayuda que presta la figura 3, que simula la trayectoria en el traslado como si fuera en el plano?



Imaginamos un trabajador partiendo en la zona demarcada roja de coordenadas (4, 2.5). El primer descanso se hace en el punto (8, 5), su siguiente descanso es en el punto (5, 8), de nuevo hace un alto en el punto (9, 10) y termina su recorrido en el punto (8, 11).

Llamaremos m_n las pendientes de cada segmento del camino, es decir:

$$m_1 = 0.625, m_2 = -1, m_3 = 0.5, m_4 = -1$$

Promediando las pendientes de cada fracción de camino se obtiene que el trabajador deba trasladar el café por un camino que tiene como promedio de pendiente 0.78125 unidades de medida.

Momento 2

1) ¿Qué le sucede al terreno en tiempo de lluvia, cuando talamos los árboles para hacer espacio para la siembra del café?

En las montañas colombianas donde se cultiva el café, hay sectores de gran riesgo de derrumbes debido a la tala de árboles. Estos derrumbes tienen más frecuencia en temporada de lluvias, debido a que la tierra queda desprotegida, es decir, sin el agarre de las raíces de los grandes árboles.

2) ¿Y, por qué es que la gran mayoría de los campesinos insisten en talar los bosques?

En el caso de la adecuación de tierras para el cultivo del café, resulta ser que la temperatura está aumentando cada vez más, esto hace que el caficultor vaya adecuando tierras cada vez más altas para el cultivo.

3) ¿Cómo se afectaría la región, con una sequía como la que vive hoy el Casanare?

El municipio de San Antonio apoya su economía en el café, la ganadería y otros cultivos de bajo volumen pero importantes para la región. Tener una sequía como la del Casanare, tendría un impacto ambiental muy grave para la comunidad en general, pues el municipio es muy rico en agua.

4) Explora sobre el evento que originó la crisis energética de los años 1992 y 1993, y cómo esto afectó la zona cafetera del país.

Del documento *"Colombia: escenario social, económico e institucional de la actual crisis cafetera"*

Fonseca, A (2003). "Durante la década de los años noventa hasta nuestros días, los caficultores colombianos han tenido que enfrentar toda clase de situaciones adversas: en el nuevo escenario de mercado internacional libre, los precios internacionales han estado por debajo de los que fueron aun en las coyunturas adversas durante la época de vigencia del pacto cafetero internacional y en términos reales no llegan a representar el 50% del promedio de aquellos tiempos; los fenómenos climáticos han sido especialmente intensos en estos años, tanto en fenómenos de Niño (sequía) como de Niña (exceso de lluvias), afectando seriamente la calidad de las cosechas y la florescencia de *los cafetos; la aparición de nuevos competidores en el escenario mundial con costos de producción muy bajos, el crecimiento sin antecedentes de la oferta del grano brasilera, los avances tecnológicos que han facilitado la sustitución de cafés arábigos por robustas en las mezclas ofrecidas a los consumidores y finalmente las situaciones recesivas y de dificultad económica que caracterizaron los últimos años de la década pasada a nivel mundial.*[76]"

5) ¿Qué ventajas o desventajas tiene para el caficultor, hacer los hoyos de forma circular?

Para la adecuación del terreno de siembra, un caficultor hace más hoyos de forma circular que de forma cúbica. Esto tiene una razón muy sencilla, ya que en la hechura del hoyo de forma circular, sacar la tierra es más fácil y rápido.

6) ¿Cuáles serán las dimensiones que deba tener un hoyo para la siembra?

Las dimensiones de un hoyo para la siembra es de aproximadamente 30 centímetros de diámetro con 30 de profundidad, es decir que cada planta cuenta con aproximadamente 21.205 centímetros cúbicos de tierra estando en la bolsa.

7) Después de los cuatro años, una planta de café empieza a producir los granos, ¿investigue cuál es el diámetro usual que tiene la planta cuando está en su mayor producción?

El diámetro de la planta cuando está en su mayor producción es de aproximadamente 2.5 a 3 centímetros.

[76] http://socinfo.eclac.org/colombia/noticias/documentosdetrabajo/2/14772/CAF-G-ES.pdf

8) El engranaje de mayor diámetro caza perfectamente con el engranaje de menor diámetro en la despulpadora, ¿investiga por qué se utilizan engranajes de diferentes diámetros en la despulpadora?

La despulpadora posee una tolva donde se deposita el fruto, este cae gracias a la rotación de un engranaje conectado a una pieza con forma de paralelepípedo, posteriormente este pasa a la zona de impacto o despulpe en la que se tiene un cilindro rotario elaborado de malla expandida, conectado a otro engranaje de menor diámetro, que arrastra al fruto contra una pared metálica, rompiendo la pulpa del fruto, una vez que la fruta pasa del área de despulpado, llega a la clasificadora que consiste en un cilindro inclinado, elaborado con una maya perforada del tamaño de la semilla que permiten la salida de la semilla pero no dejan pasar la pulpa por ser esta de mayor tamaño la pulpa cae por gravedad en el otro extremo el cilindro, posteriormente recolecta y se traslada el grano.

9) ¿En cuántas horas de descerezado, el caficultor perdería una carga (10 arrobas o 125 kg.) de café?

Tenemos como información que se pierden tres kilos por hora, es decir que una arroba se pierde en 4 horas y 10 minutos. La carga de café que equivale a 125 Kg, se perdería en aproximadamente en un día, 17 horas con 40 minutos.

10) Si el diámetro del cilindro disminuye, y se mantiene la condición del diente dañado…,

Nota: la conexión del eje rotatorio del cilindro con el dinamo se hace a través de una polea, el cual las medidas de conexión no cambian, lo que cambia es el diámetro del cilindro.

- …¿aumenta o disminuye la pérdida del café por hora?

La pérdida de café se mantiene, sin aumentar o disminuir, pues el diámetro del eje rotatorio no cambia, esto hace que la velocidad del cilindro así cambie de diámetro, sea una constante bajo tales condiciones.

Momento 3

1) ¿Qué sucede si el material plástico que cubre la zona de secado del café, se colocara de plano horizontal?

Esto hace referencia a los patios de secado, en toda la zona cafetera se utilizaban patios de secado para el grano de café, pero estos sitios no eran del todo cómodos para dicho secado, pues el punto de secado ideal para el grano duraba más tiempo y con más trabajo humano del requerido hoy día con las marquesinas.

2) ¿Por qué la marquesina se construye de forma parabólica?

El modelamiento de forma parabólica de las marquesinas trajo muchas ventajas al caficultor, como lograr el secado del grano en menos tiempo. Si llegara a llover, no hay necesidad de recogerlo como se hacía cuando el secado del grano era en patios. El espacio destinado para la marquesina es mucho menor que el espacio destinado para los patios, también la facilidad de su construcción y costo es más rentable para el caficultor.

3) ¿En pesos colombianos, cuál sería el costo de la marquesina?

Teniendo como referencia el precio del dólar a 1881.19 pesos colombianos, del 1 de julio 2014 el precio de los materiales son:

Madera y caña de guadua, valor del metro lineal es de 2000 pesos. Es decir que$ 10 equivalente a **18811.9** pesos.

Lona (1m por 5m) valor $ 3, lo que es lo mismo a **5643.57** pesos

Malla metálica (1m por 5m) valor $ 15, equivalente a **28217.85** pesos

Plástico transparente de 8 micras de espesor (6.1 por 7.0) valor $ 27, equivalente a **50792.13** pesos.

Cantidad de material para la construcción de la marquesina:

- Se necesitan aproximadamente 32.5 m de guadua.
- De lona se necesitan aproximadamente 13 m^2
- De plástico transparente se necesitan aproximadamente 18 m^2
- De malla metálica 19.2 m^2.

El costo de los materiales será:

Guadua 65000 pesos, lona 14673.282 pesos, plástico aproximadamente 21411.202 pesos, malla metálica 108356.54 pesos, con un total de **209441.02** pesos el costo de los materiales para la marquesina.

4) La producción para una carga de café es de mil plantas aproximadamente, y el promedio es de 8000 plantas en producción por finca. Se necesita una marquesina con una altura máxima de 1.8 metros y de largo 7 metros lineales, ¿cuál sería el costo de la obra, teniendo como referencia la tabla anterior?

Cotización:

Guadua 31.45 metros lineales.

Lona, 24 m^2.

Plástico transparente, 22.05 m^2.

Malla metálica, 30.4

Costo de materiales: Guadua 62900 pesos, Lona 27089.136 pesos, Plástico transparente 226228.723 pesos, y Malla metálica 171564.53 pesos, para un total de **287782.39**pesos.

5) La Federación Nacional de Cafeteros compró cierta cantidad de bultos de café tipo exportación por $2´000.000. La persona encargada de revisar el producto no se percató en la compra y dos bultos de café se rechazan por no cumplir los estándares mínimos de calidad. Para no tener pérdidas, cada bulto aceptado fue vendido a $60.000 más de lo que costó, ganando en total la Federación $80.000. ¿Cómo puede usted saber por cuánto se vendió cada bulto de café?

x: Número de bultos de café comprados

y: Valor de cada bulto de café

Planteamos las ecuaciones:

- $\mathrm{x} * \mathrm{y} = 2000000$**(a)**
- $(\mathrm{x} - 2)(\mathrm{y} + 60000) = 2080000$**(b)**

Desarrollando el algoritmo indicado a las ecuaciones **a**, y **b**, verificamos que la federación compró cada bulto de café por 200000 pesos. Tras el rechazo de dos bultos por no pasar los estándares mínimos de exportación, el nuevo precio del lote es de 260000 pesos.

6) ¿Cómo puedo saber el área y las dimensiones de un campo cafetero rectangular al cual deseo cercar con 300 metros de alambre de púas?

Se desea el área más favorable para el caficultor en su encerramiento, y para ello se tendrá que el largo del lote, medirá igual al ancho del mismo, es decir:
x: ancho del lote

y: largo del lote

$2x + 2x = 300 \rightarrow x = 75\ metros\ lineales, es\ la\ medida\ de\ los\ lados\ del\ lote.$

El área del campo cafetero es$x^2 = 5625\ metros\ cuadrados.$

Momento 4

El inicio de este momento, está sujeto a la recolección de información suministrada en el trabajo de campo hecha en la vereda del Lugo Alto.

8) ¿Dónde se ubicarían los focos elípticos del grano?

Después de sacar un promedio de los dos extremos más largos del grano, se hace el siguiente modelamiento matemático.

Eje mayor 1.5 centímetros. Eje menor 1.0 centímetro.

$c^2 = a^2 - b^2 = (0.75)^2 - (0.5)^2 = 0.5625 - 0.25 = 0.3125$

$c = \sqrt{03125}$

Hallando este dato, tenemos como respuesta los siguientes puntos como focos del grano de café, $(\sqrt{0.3125}, 0), \left(-\sqrt{0.3125, 0}\right)$

9) ¿Cómo podríamos generalizar o describir un grano de café matemáticamente?

Se puede utilizar los datos del anterior problema: $a = 0.75\ cm, b = 0.5\ cm$

$\frac{x^2}{(0.75)^2}+\frac{y^2}{(0.5)^2}=1 \rightarrow \boldsymbol{\frac{16x^2}{9}+4y^2=1}$ Formula que describe matemáticamente un grano de café.

10) Si existiera un grano de café con estas características: los focos son $\left(0,-\sqrt{3}\right),(0,\sqrt{3})$ y la suma de las distancias de un punto a los focos es 4 centímetros. ¿Con cuál fruta se podría comparar el grano?

Para enfrentar este problema tenemos que hallar a y b.

$$c=\sqrt{3} \rightarrow c^2=3 \rightarrow c^2=2^2-1^2 \rightarrow \boldsymbol{a=2\ cm, b=1\ cm}$$

Tenemos que entender lo siguiente…"*la suma de las distancias de un punto a los focos es 4 centímetros*"

Esta es la descripción de un triángulo isósceles con una altura de 1cm, el cual es equivalente a b.

La altura de este triángulo divide a su lado perpendicular en dos segmentos de medida $\sqrt{3}$ cm cada uno. Lo que implica dos triángulos rectos de catetos $\sqrt{3}\ cm\ y\ 1cm$. Aplicando Pitágoras, tenemos que la hipotenusa es igual a 2 cm, y referente al problema la suma de estas dos longitudes es igual a 4 cm.

Para finalizar, podemos decir que si el grano de café tuviera estas medidas lo podríamos comparar con una fresa.

11) Encuentra la ecuación de la elipse cuyo eje mayor es horizontal y uno de los verticales es $(0,1)$ y la suma de las distancias de un punto a los focos es 4.

Tenemos en cuenta lo siguiente: $c^2=b^2-a^2$

$$\frac{x^2}{1^2}+\frac{y^2}{2^2}=1 \rightarrow \boldsymbol{x^2+\frac{y^2}{4}=1}$$

El cual, es la ecuación de la elipse que posee las características enunciadas en el problema.

12) Encuentra la ecuación de la elipse que pasa por los puntos $(0,2),\left(\frac{3\sqrt{3}}{2},1\right),\left(1,\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$.

El primer paso para resolver este problema es ubicar los puntos en el plano cartesiano. De esta manera tenemos la medida del eje menor de la elipse que mediría 4 unidades.

Hasta el momento la presentación de la ecuación sería $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{2^2}=1$ (**a**)

Ahora, como los puntos p(x, y) los conozco, puedo remplazarlos en la ecuación (**a**) y hallar el valor de$a$ que al hacer los cálculos tenemos que $a=3\,unidades$.

Podemos concluir que $\boldsymbol{\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1}$ es la fórmula de la elipse que contiene los puntos descritos en el problema.

Una de las ventajas que posee el cultivo del café, es que ya existen en Colombia microempresas que trabajan la madera del café para moblar las distintas habitaciones del hogar.

13) Un carpintero quiere cortar la parte superior de una mesa de café en forma elíptica, de una pieza rectangular de 100 cm por 36 cm. Si se debe usar toda la longitud y el ancho de la pieza, determina en qué puntos deben ir los focos, si el centro de la mesa es el centro de las coordenadas.

Se desea ubicar los focos que ayudará al carpintero a trazar la elipse que se verá modelada en una mesita de sala.

Datos: $a = 50, b = 18$

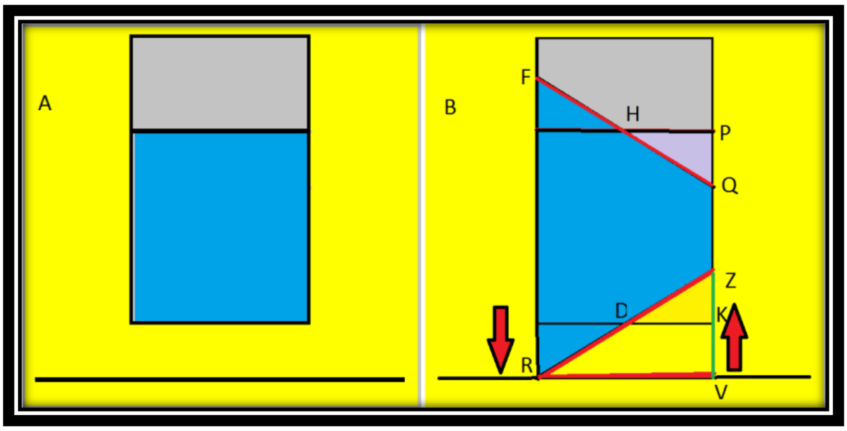
$c^2 = 50^2 - 18^2$

$\boldsymbol{c = 8\sqrt{34}}$ **cm**. Es la ubicación de los focos para el trazado de la mesa elíptica.

14) El carpintero hace entrega del trabajo, la señora de la casa ubica la mesa donde no queda de forma horizontal, es decir, con una inclinación de 20º (grados). Al servir cualquier bebida en vasos de 8 centímetros de diámetro y cilíndrico, ¿cuáles serán las medidas de la elipse que se forma en el vaso ubicado en la mesa de la señora?

Nota: la señora evita pasar pena ante la visita y se asegura que las bebidas no rebosen los vasos cuando los pone en la mesa.

En un principio la figura plana que se forma en la bebida es de una circunferencia, esto significa que los ejes tienen la misma medida. La consecuencia del ángulo de inclinación sobre la bebida es de 20º,



Si imaginamos un vaso de cristal transparente con una bebida de color azul, habrá un ángulo que me dará la imagen A, es decir un rectángulo dividido de color azul y gris que representa la ausencia de líquido.

Ahora, si observamos la parte B de la figura, observamos unos segmentos de color rojos, y las flechas que indican la inclinación del vaso de cristal. Concentrémonos en los segmentos:

- Si inclinamos el vaso de cristal 20º, el segmento FQ en alguna prolongación tendrá que intersecar con el segmento RZ, evento que no nos interesa, lo que si interesa es que RZ es la representación de la mesa inclinada. Pero el hecho que sí queremos dejar claro es que RV representa el paralelo del nivel de la bebida de color azul antes de ser inclinada 20º.
- Analicemos el comportamiento de los ángulos: como RZ es el segmento de inclinación de 20º, se forman dos triángulos semejantes, el primero tiene vértices RVZ y el segundo DKZ, para el cual el ángulo del vértice R y el ángulo del vértice D miden 20º.
- Ahora, cuando se hace la inclinación del vaso, el segmento FQ queda paralelo al segmento RV, el cual, garantiza que la medida de los ángulos opuestos al vértice H midan también 20º.

De lo anterior podemos hallar las longitudes del triángulo HPQ de la figura B.

- El segmento HP será equivalente a 4 cm.
- Por razones trigonométricas para PQ, $\text{seno}(20)$ es aproximadamente $3.4\ cm$.
- Por Pitágoras, el segmento HQ mide 5.24 cm, aproximadamente.

Para el problema tenemos que:

El eje mayor mediría 10.48 cm, eje menor 8 cm, focos (3.38, 0), (-3.38, 0). Datos de la elipse formada en el vaso de cristal.

Momento 5

9) ¿Cuál es la población que se estudia?

La población que se estudia son todas las fincas cafeteras de la vereda Lugo Alto.

10) ¿Cuál es la muestra?

La muestra son las 20 fincas cafeteras de la vereda Lugo Alto.

11) ¿Cuál es la variable que se estudia?

El peso en arrobas de la cascara de café.

12) ¿De qué tipo es la variable que se estudia?

El tipo de variable que se estudia es continua por su medición dada en unidades de peso.

13) Construir una distribución de frecuencia para la variable que se estudia.

i) Valor máximo 10, valor mínimo 4.2

ii) La diferencia del valor máximo y el valor mínimo es R, que será igual a 5.8.

iii) El número de intervalos que llevara la tabla la denotaremos como $5 \leq m \leq 15$, en nuestra investigación tendríamos $m = 5$.

iv) La amplitud del intervalo lo denotaremos como c. Esta amplitud la hallamos $c = \frac{R}{m} = 1.16$

Distribución de 20 fincas cafeteras según la cantidad (arrobas) de cascara de café acumulado, para abono natural en la vereda Lugo Alto de San Antonio Tolima.

y'_{i-1}	y'_i	y_i	n_i	h_i	N_i	H_i
4.2	5.36	4.78	1	0.05	1	0.05
5.36	6.52	5.94	4	0.20	5	0.25
6.52	7.68	7.10	8	0.40	13	0.65
7.68	8.84	8.26	5	0.25	18	0.90
8.84	10.00	9.42	2	0.10	20	1.00
			$\sum = 20$	$\sum = 1$		

14) Si el peso de la cáscara de café se reparte por igual en todas las fincas, ¿cuál sería la producción por finca en una semana?

La producción de cascara de café por finca en una semana sería de 7.274 arrobas.

15) ¿Cuál es la cantidad de cáscara de café más frecuente entre las fincas?

La cantidad en peso de cascara de café más frecuente entre las fincas es de 8.066 arrobas.

16) ¿Cuál será la tendencia del peso de la cáscara de café en la vereda Lugo Alto con respecto a los siguientes intervalos?

- $Si\ Cv\% < 10\%\ los\ datos\ son\ homogeneos$
- $Si\ 10\% \leq Cv\% < 20\%\ los\ datos\ tienden\ a\ ser\ homogeneos$

- $Si\ 20\% \leq Cv\% < 30\%\ los\ datos\ tienden\ ser\ heterogeneos$
- $Si\ Cv\% > 30\%\ los\ datos\ son\ heterogeneos$

Coeficiente de variación en porcentaje, 16.16499623%

Se considera, que los datos son moderadamente homogéneos, lo que significa que el promedio de cascara de café recolectada para abono natural en la vereda Lugo Alto del municipio de San Antonio es representativo.