

REPÚBLICA DE COLOMBIA  
UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

**FORTALECIMIENTO DE LA EDUCACIÓN AMBIENTAL EN EL AULA DE  
MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO DEL COLEGIO  
PARROQUIAL SAN LUIS GONZAGA**

Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en

Educación Matemática

Oscar Alejandro Ardila

Bogotá D.C.

2017

REPÚBLICA DE COLOMBIA  
UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

**FORTALECIMIENTO DE LA EDUCACIÓN AMBIENTAL EN EL AULA DE  
MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO DEL COLEGIO  
PARROQUIAL SAN LUIS GONZAGA**

Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en  
Educación Matemática

Oscar Alejandro Ardila

Director de tesis: Osvaldo Jesús Rojas Velázquez

Bogotá D.C.

2017

**Nota de aceptación:**

---

---

---

---

---

Firma del presidente del Jurado

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado

Bogotá D.C. 14 diciembre de 2017

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a Dios por su amor infinito que todo lo puede, por su compañía permanente en el desarrollo de este proyecto, por ser mi refugio en todo momento, te doy gracias señor por darme la posibilidad de una vida llena de aprendizajes de alegría y experiencias no cabe más si no decir que te amo.

Agradezco de forma especial al Dr. Osvaldo Jesús Rojas Velázquez, por el conocimiento, la dedicación y el apoyo constante que ha brindado para el desarrollo de este proyecto.

A la Dra. Mary Falk de Losada, quien con su sabiduría y amabilidad direccionó las ideas en el desarrollo de las actividades de esta tesis y a quien le estaré siempre agradecido por todo el apoyo y los aportes realizados.

A todos los docentes del programa de Maestría en Educación Matemática, en especial al Dr. Mauro García, al Dr. Gerardo Chacón y al Dr. Rafael Sánchez Lamoneda, gracias a sus aportes y sus conocimientos siento que me he fortalecido en mi formación personal y profesional.

A mis amigos con quien pude compartir grandes proyectos e ilusiones durante estos años y que fueron el apoyo moral y humano que necesité en los momentos difíciles.

A los directivos y estudiantes del Colegio Parroquial San Luis Gonzaga, donde laboro particularmente los estudiantes de grado séptimo. Gracias a su empeño y dedicación al responder las actividades he podido cumplir mis objetivos trazados.

## **DEDICATORIA**

A Dios principio y fin, de la sabiduría y el conocimiento. Quien con su amor incondicional me dio los instrumentos necesarios para no desfallecer.

A mis padres por su amor, dedicación, esfuerzo, ejemplo y esmero para la construcción de mis sueños

A mi futura esposa por su amor, paciencia, sacrificio y colaboración en la construcción de un peldaño nuevo.

A mi madrina Doris Amanda Garzón con especial cariño por sus consejos.

A Nicole Dayana mi hermanita de quien quiero ser un ejemplo.

A mi Tío Emiro Ardila quien es un ejemplo a seguir por su constante búsqueda de la formación académica.

A mi Tía Luz Emilce Garzón por su sacrificio y esfuerzo.

A mis abuelas que partieron durante el desarrollo de este sueño pero que desde el cielo ven el resultado de su formación y de su amor por mí.

A mis amigos valenver y quien dice que no hay amigos no los conoce a ellos cuchitos que me enseñaron el valor de la dedicación en la academia.

## SÍNTESIS

La educación matemática crítica como rama de la investigación en educación matemática, propone una faceta de la matemática como elemento de transformación de los sujetos que pertenecen al aula, entregando como herramienta argumentos sólidos, que permitan a los estudiantes participar activamente en la transformación de su contexto.

Esta investigación tiene como propósito el fortalecimiento de la educación ambiental y el desarrollo sostenible desde el aula de matemática, específicamente en los estudiantes de grado séptimo del Colegio Parroquial San Luis Gonzaga, al resolver problemas cuyo planteamiento se realiza desde el enfoque de la resolución de problemas de Pólya (1945), algunos lineamientos de la educación matemática crítica de Skovsmose (1998) y el desarrollo social del conocimiento sustentado en la comunidad de practica de Wenger (1994).

Los problemas a desarrollar están expuestos en un sistema de actividades, que contienen una problemática medioambiental del contexto de los estudiantes, de tal forma que al involucrar un problema real en las aulas de matemáticas se logre la participación activa y dinámica, de los estudiantes en la resolución del problema utilizando argumentos sociales y matemáticos. De igual forma se invita a los docentes a involucrar el contexto y la problemática de los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, y de esta forma darle el poder al estudiante para que participe activamente en la solución de sus conflictos sociales, ambientales y políticos.

## **ABSTRACT**

Critical mathematical education as a branch of research in mathematics education, proposes a facet of mathematics as an element of transformation of the subjects that belong to the classroom, providing as a tool solid arguments that allow students to actively participate in the transformation of their context.

The purpose of this research is to strengthen environmental education and sustainable development from the mathematics classroom, specifically in the seventh grade students of the San Luis Gonzaga Parish School, by solving problems whose approach is based on the problem solving approach of Pólya, some guidelines of the critical mathematical education of Skovsmose and the social development of the knowledge sustained in the community of practice of Wenger.

The problems to be developed are exposed in a system of activities, which contain an environmental problem of the students' context, in such a way that by involving a real problem in the mathematics classrooms, the active and dynamic participation of the students in the solution of the problem using social and mathematical arguments. Likewise, teachers are invited to involve the context and the problems of the students in the teaching-learning process of mathematics, and in this way give the student the power to participate actively in the solution of their social, environmental conflicts and politicians.

**TABLA DE CONTENIDOS****PÁG.**

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPITULO 1. ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>9</b>
<b>1.1. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en básica secundaria .....</b>	<b>9</b>
1.1.1. La resolution de problemes en question.....	10
<b>1.2. Investigaciones sobre los aportes teóricos a la educación matemática crítica .....</b>	<b>11</b>
1.2.1. Critical mathematics education in the context of real-life education.....	11
1.2.2. Connecting the notion of foreground in critical mathematics education with the theory of habitus .....	12
1.2.3. Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad	13
<b>1.3. Investigaciones sobre educación ambiental y desarrollo sostenible .....</b>	<b>14</b>
1.3.1. Comportamiento sustentable y educación ambiental .....	15
1.3.2. Observatorio de ríos urbanos, herramienta integradora para el recurso hídrico de Bogotá.....	18
1.3.3. Análisis de riesgo por inundación en la localidad de Suba.....	18
1.3.4. Las matemáticas para que rinda el agua.....	19
<b>1.4. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, desde un enfoque ambiental .....</b>	<b>19</b>
1.4.1. Climate change .....	20
1.4.2. Climate change and mathematics education: making the invisible visible .....	21
1.4.3. The role of mathematics in shaping our world .....	23
1.4.4. Ciudadanía crítica y aprendizaje de la matemática. Una mirada desde las nociones construidas por los estudiantes de enseñanza media .....	25
1.4.5. Enseñar y aprender matemáticas desde el enfoque ciencia-tecnología sociedad medio ambiente .....	27
<b>1.5. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, en particular de la resolución de problemas relacionados con la educación ambiental en grado séptimo de la Educación Media en Colombia ...</b>	<b>29</b>
1.5.1 La conservación del área en las figuras geométricas a través del uso de paradojas en el séptimo grado.....	30
1.5.2. El geo-espacio: estrategia para el desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes de grado séptimo .....	32

1.5.3. Propuesta ambiental e inclusiva de matemáticas .....	34
Conclusiones del capítulo 1 .....	35
<b>CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>37</b>
2.1. Fundamentos de la teoría de resolución de problemas. Problemas retadores .....	37
2.2. Fundamentos de la educación matemática crítica .....	43
2.4. Comunidad práctica de Wenger .....	47
Conclusiones del capítulo 2.....	55
<b>CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>56</b>
3.1. Tipo o enfoque de investigación .....	56
3.2. Alcance del estudio .....	57
3.3. Población y muestra.....	57
3.4. Métodos, técnicas e instrumentos utilizados.....	58
Conclusiones del capítulo 3.....	59
<b>CAPITULO 4. DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES.....</b>	<b>60</b>
4.1. Propuestas de actividades favorecer la conciencia ambiental del ahorro del agua .....	60
4.1.1. Actividad 1. Generando estrategias para ahorrar agua .....	60
4.1.2. Actividad 2. Matemáticas y economía.....	68
4.2.3. Actividad 3. Proyecciones a futuro .....	74
4.2.4. Actividad 4. El reciclaje: una forma de sostenibilidad.....	78
4.2.5. Actividad 5. Estadística .....	83
Conclusiones del capítulo 4.....	88
<b>CAPITULO 5. ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LA PROPUESTA .....</b>	<b>89</b>
5.1. Valoración de los resultados obtenidos en la práctica escolar de la investigación .....	89
5.1.1. Actividad 1. Generando estrategias para ahorrar agua .....	89
5.1.2. Actividad 2. Matemáticas y economía.....	98
5.1.3. Actividad 3. Proyecciones a futuro .....	112
5.1.4. Actividad 4. El reciclaje: una forma de sostenibilidad.....	123
5.1.5. Actividad 5. Estadística .....	134
Conclusiones del capítulo 5.....	137

<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>139</b>
<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>142</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>143</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>151</b>
<b>Anexo 1. Desempeño de los estudiantes en la actividad 1 .....</b>	<b>151</b>
<b>Anexo 2. Desempeño de los estudiantes en la actividad 2 .....</b>	<b>154</b>
<b>Anexo 3. Muestra de desempeño de los estudiantes en la actividad 3 .....</b>	<b>158</b>
<b>Anexo 4. Desempeño de los estudiantes en la actividad 4 .....</b>	<b>171</b>
<b>Anexo 5. Desempeño de los estudiantes en la actividad 5 .....</b>	<b>175</b>
<b>Anexo 6. Gráficos realizados por google drive para el análisis de la encuesta</b>	<b>179</b>
<b>Anexo 7. Análisis de resultados de la encuesta .....</b>	<b>183</b>

## **INTRODUCCIÓN**

La evolución constante del mundo proporciona diferentes aspectos en cada una de las sociedades, entre ellos nueva información, nuevas tecnologías y por consiguiente nuevos retos y desafíos sociales que deben ser entendidos por las personas que componen estas sociedades, de tal forma que ellas puedan brindar algún tipo de solución o por lo menos tener un entendimiento más efectivo sobre los cambios continuos de sus entornos sociales. Es aquí donde las matemáticas se convierten en una herramienta con la que se busca empoderar al sujeto mejorando su capacidad de razonar, inferir y organizar sus ideas, creando o fortaleciendo sus estructuras mentales a partir de la resolución de problemas de una realidad que los envuelve.

Reconoce el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) que el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática es fundamental en el desarrollo de los estudiantes y contribuye a la formación ciudadana, pues de forma especial ayuda a aprender a aprender y a aprender a pensar.

Partiendo de las observaciones realizadas como docente de matemáticas y la constante información sobre las problemáticas en Colombia, se podría conjeturar que no ha existido desde las aulas de las diferentes asignaturas un ejercicio crítico sobre los problemas que aquejan a nuestra sociedad como las brechas sociales, la contaminación, la problemática ambiental, los malos manejos de los recursos, entre otros. Por tal motivo, se puede decir que la educación en Colombia no ha ejercido una formación de sujetos críticos y capaces de ejercer una transformación de sus entornos.

En controversia con el pensamiento de la mayoría de personas partícipes en la creación de estrategias de educación en nuestro país, el papel de la matemática y la educación matemática puede brindar herramientas que aporten a la formación de seres humanos, que no sólo necesitan de una formación disciplinar sino que además requieren de una formación ciudadana. Estas prácticas de formación ciudadana desde el aula de matemáticas, se encuentran sujetas a la teoría de la educación matemática crítica, la cual busca realizar una práctica pedagógica que le permita al sujeto observar su entorno desde una perspectiva más analítica y estar en búsqueda de un cambio social favorable para la solución de los diferentes problemas.

La educación matemática crítica propicia que desde la matemática se contribuya a la formación ciudadana. Entiéndase la formación ciudadana, como la formación de personas con una postura analítica y crítica frente a las diferentes problemáticas sociales. Desde el aula de matemática y asumiendo como postura la educación matemática crítica, se puede generar conciencia en los estudiantes sobre el desarrollo sostenible y el uso racional del agua, contribuyendo a su formación ciudadana y al fortalecimiento la educación ambiental de los estudiantes de grado séptimo.

El fortalecimiento de la educación ambiental desde el concepto de desarrollo sostenible y cuidado del líquido vital en los estudiantes de grado séptimo sustenta su importancia en varios aspectos, pues desarrolla el pensamiento lógico matemático, propicia el desarrollo y generación de estrategias para un cuidado ambiental, y otorga a las matemáticas escolares del grado un contexto real para la resolución de problemas.

El proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, en particular a través de la resolución de problemas relacionados con la educación ambiental en grado séptimo ha ocupado a los investigadores en diferentes reuniones y congresos. Estas temáticas han sido abordadas en el Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME), en el Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), en la Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), en las reuniones latinoamericanas de matemática educativa (RELME), en Encuentros Colombianos de Matemática Educativa (ECME), entre otros. En estas reuniones se ofrecen cursos, conferencias y ponencias que reflejan las dificultades y avances de las temáticas en la escuela.

En el ICME 13 en particular, varios son los grupos temáticos de estudio (TSG) que hacen referencia al proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. En el TSG 19 se debate sobre la resolución de problemas en la educación matemática. En este grupo se plantea que la resolución de problemas matemáticos ha sido un importante campo de práctica e investigación en la educación matemática en todo el mundo. El TSG 19 centra sus discusiones sobre en qué medida lo cognitivo, lo social y los factores afectivos influyen en el desarrollo de competencia sobre la resolución de problemas en los estudiantes.

En el PME 28, donde asisten investigadores de todo el mundo se tiene como tema general la “inclusión y la diversidad” en las aulas de matemáticas, uno de los temas centrales son los aspectos sociales y su influencia en las investigaciones de educación matemática. Dos de las conferencias presentadas que abordan el tema son: *los conflictos y oportunidades que surgen cuando se trabaja en inclusión y*

*diversidad en matemáticas* expuesta por (Gates, 2004), y Valero (2004) propone *la problemática de la diversidad y agencia matemática de los estudiantes afro-americanos en Estados Unidos*.

Se resalta que en las dos reuniones expuestas tanto en el ICME como el PME, se hace presente la necesidad de abordar desde la práctica y la investigación los aspectos sociales, ya que éstos marcan fuertemente los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Se mencionan a continuación algunos autores que han dedicado parte de su tiempo a realizar investigaciones propias en educación matemática involucrando los contextos sociales en los cuales se desarrolla el estudiante, también otros que han estado en búsqueda de relacionar la matemática con la ciudadanía, el desarrollo sostenible y el pensamiento crítico que aporta la matemática al crecimiento social.

Barwell (2013) afirma en su investigación que las matemáticas y el desarrollo sostenible están inseparablemente unidos, ya que para entender el proceso de consumo y gasto a través de preguntas se hace necesaria una alfabetización matemática. Esta alfabetización permite desarrollar en cada individuo un conocimiento reflexivo en pro de fortalecer la conciencia ambiental y el desarrollo sostenible.

Alro y Johnsen (2013) muestran que la conversación en sí misma puede verse como un elemento de la educación matemática crítica, ya que abre caminos a través de un campo de dilemas que hacen desafiar las intenciones de enseñanza aprendizaje, para convertir a los maestros en seres críticos, reflexivos e innovadores y que tengan en cuenta las matemáticas como base fundamental de su trabajo.

Wedege (2011) desde su investigación procura establecer una relación entre la teoría de la educación matemática crítica y la teoría del hábito; dicha relación existe en la descripción que se puede realizar del sujeto y sus condiciones de aprendizaje, pues el hábito se forma a través de impresiones.

Por otra parte en la contribución realizada por Valero (2002) se encuentra una de las posibles respuestas a la pregunta ¿Qué es el contexto en educación matemática? La autora explica que el contexto es el espacio en el cual se desarrollan los eventos, bien sea dentro de las matemáticas o en la vida real; el papel del contexto es buscar la reorganización del pensamiento. También asegura que en esta definición de contexto se necesita que el maestro le dé la importancia necesaria e involucre el contexto en las actividades de enseñanza aprendizaje.

Skovsmose (2000) aborda los escenarios de investigación planteando que la educación matemática tradicional se basa en el paradigma del ejercicio, lo cual en algunos casos aleja a los estudiantes del proceso de involucrarse en un paso de exploración y explicación. Durante el desarrollo de la investigación con la colaboración de investigadores de Colombia, Sudáfrica, Brasil, Inglaterra y Dinamarca se establecen seis ambientes de aprendizaje y el trabajo que debería emplear un docente para aplicar actividades en estos seis ambientes.

En esta investigación se propone generar un instrumento que involucre matemática, ciudadanía y ambiente, lo cual permitirá generar una postura argumentativa que se fortalecerá haciendo uso de las herramientas matemáticas como elementos que permitan realizar un análisis más profundo frente a las diversas problemáticas.

A través de la aplicación de métodos empíricos como la encuesta y la experiencia del investigador, se pudo constatar como insuficiencias las siguientes:

- Es limitado el trato de los docentes a aplicaciones de la matemática que permitan mostrar nuestra falta de conciencia frente al uso de los recursos ambientales.
- Los estudiantes a pesar de conocer la actualidad ambiental de nuestro planeta, no tienen una conciencia ambiental y buen manejo de los recursos propios de la naturaleza.
- Es reducida la bibliografía referente al tema de la enseñanza de las matemáticas y el cuidado ambiental en grado séptimo.

Las valoraciones anteriores y el estudio epistemológico inicial realizado permiten determinar el siguiente **problema de investigación**: ¿cómo se puede generar conciencia ambiental a través de las clases de matemáticas en los estudiantes de grado séptimo del Colegio Parroquial San Luis Gonzaga?

Se precisa como **objeto de estudio**: el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en grado séptimo.

Se infiere como **objetivo general**: favorecer el desarrollo sostenible y la conciencia ambiental en el cuidado del agua, en los estudiantes del grado séptimo del Colegio Parroquial San Luis Gonzaga.

Objetivos específicos:

- 1 Diseñar actividades matemáticas que involucren las problemáticas sociales y los contextos propios de los estudiantes, dichas actividades serán pensadas para

que se muevan dentro de los seis diferentes ambientes de aprendizaje planteados por (Skovsmose 2000).

- 2 Implementar actividades matemáticas en el Colegio Parroquial San Luis Gonzaga, que promuevan la conciencia ambiental y la generación de conceptos que involucren las matemáticas como parte de la solución para el cuidado del agua y valorar su impacto.
- 3 Generar desde la investigación aportes a la educación matemática crítica, que permitan el continuo crecimiento de esta rama de la educación matemática.

Acorde con el objetivo, el **campo de acción** se enmarca en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, a través de la resolución de problemas relacionados con la educación ambiental en grado séptimo.

Para el cumplimiento del objetivo y la solución del problema, se presenta la siguiente **hipótesis científica**: la implementación de actividades sustentadas en la resolución de problemas, la educación matemática crítica y las comunidades de práctica de Wenger, favorece el desarrollo de la conciencia ambiental en el cuidado del agua, en los estudiantes de grado séptimo del Colegio Parroquial San Luis Gonzaga.

En aras de dar cumplimiento al objetivo y lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis fueron propuestas las siguientes **tareas de investigación**:

1. Elaborar el estado del arte sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, en particular de la resolución de problemas relacionados con la educación ambiental en grado séptimo de la educación básica.

2. Determinar los fundamentos teóricos y metodológicos, que sustentan el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, en particular de la resolución de problemas relacionados con la educación ambiental en grado séptimo de la educación básica.
3. Elaborar actividades para favorecer el desarrollo sostenible y la conciencia ambiental en el cuidado del agua en los estudiantes del grado séptimo del colegio parroquial San Luis Gonzaga.
4. Valorar la pertinencia de las actividades propuestas.

El **aporte práctico** radica en un conjunto de actividades sobre los contenidos: geométricos, operaciones con fracciones y operaciones básicas con números enteros, basados en la resolución de problemas, la educación matemática crítica y las comunidades de práctica de Wenger, las cuales favorecen el desarrollo de la conciencia ambiental en el cuidado del agua.

La tesis consta de introducción, cinco capítulos, conclusiones, recomendaciones y 7 anexos. En el primer capítulo se realiza un análisis del estado del arte. En el segundo se proponen los fundamentos teóricos sobre la teoría de la resolución de problemas, la educación matemática crítica y las comunidades de práctica de Wenger. En el tercer capítulo se fundamenta la metodología utilizada y se justifican los métodos e instrumentos aplicados. En el cuarto capítulo se elaboran las actividades para favorecer el desarrollo de la conciencia ambiental en el cuidado del agua, en los estudiantes del grado séptimo. En el quinto capítulo se realiza una valoración de la implementación de la propuesta en la práctica.

## **CAPITULO 1. ESTADO DEL ARTE**

Los diferentes contextos de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas escolares, que en su mayoría se reducen a la enseñanza tradicional, las dificultades propias de la asignatura y el poco interés de algunos docentes en generar estrategias bien estructuradas de enseñanza aprendizaje, dan como resultado el escaso interés de los estudiantes hacia el estudio de la misma. Hoy y ante los desempeños de los estudiantes en las pruebas internacionales y las estructuras que manejan estas pruebas, donde se vincula a las matemáticas en la solución de problemas en contexto, se hace necesario que los docentes e investigadores trabajen mancomunadamente en el desarrollo de estrategias de enseñanza aprendizaje de las matemáticas utilizando como herramienta de motivación el contexto en el cual se desarrolla el estudiante. En este capítulo se examinan algunas investigaciones en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas y otras que hablan sobre la importancia de enseñar matemáticas utilizando el contexto social, político y ambiental del estudiante.

### **1.1. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en básica secundaria**

El proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en la actualidad es investigado por diferentes autores, que han presentado sus estudios en congresos y en publicaciones de revistas reconocidas internacionalmente. A continuación se abordan una investigación que sirve de referencia para esta tesis al sugerir la enseñanza de la matemática utilizando el contexto.

### **1.1.1. La resolution de problemes en question<sup>1</sup>**

Houdement (2003) realiza un estudio sobre la forma de abordar la solución de problemas en la escuela por parte de los profesores, considerando que para la gran mayoría de éstos la resolución de problemas es de carácter complicado ya que involucra la enseñanza de la lectura y el procesamiento de la información. Una de las características fundamentales en la investigación muestra que los problemas que se enseñan en la escuela suelen ser artificiales ante las preocupaciones de los estudiantes. Se muestra durante el análisis que la mayoría de textos matemáticos exponen el conocimiento matemático como despersonalizado buscando ganar universalidad y dejando de lado la parte humana de la matemática, y el contexto como soporte para la solución de problemas. Un ejemplo que se observa hace referencia a las inundaciones producidas por el Nilo que dieron campo a trabajar con la geometría para recuperar las áreas luego de la inundación. “El papel de los problemas tiene una especificidad y un papel que desempeñar en el aprendizaje, nunca comparable con los problemas de la vida cotidiana”.

De manera general el artículo concluye que la solución de problemas se hace necesaria en la educación ya que ésta permite el desarrollo de habilidades como la argumentación y la justificación, además de ser conformadora de grupos que desarrollan una misma actividad educativa.

Este trabajo representa un aporte significativo al hacer una crítica a la descontextualización de la matemática con el medio que rodea a sus aprendices, ya

---

<sup>1</sup> Houdement, C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, 71, 7-23.

que da fuerza al objetivo del presente trabajo que consiste en vincular la matemática con un contexto ambiental.

## **1.2. Investigaciones sobre los aportes teóricos a la educación matemática crítica**

### **1.2.1. Critical mathematics education in the context of real-life education<sup>2</sup>**

Alro y Johnsen (2013) generan una investigación en un ambiente colaborativo que involucra docentes, estudiantes en formación docente (investigadores de la situación de aprendizaje conversatorio), la empresa Offshore y estudiantes de una escuela en Michigan, donde las matemáticas se ven involucradas en un contexto real de una situación de trabajo de tal forma que, con los datos matemáticos obtenidos y su forma de interpretación, los estudiantes emitan un juicio crítico sobre la situación.

Alro y Johnsen (2013) plantean como objetivo de la investigación “desarrollar el concepto de aprendizaje conversatorio como didáctico y como una herramienta para escribir y facilitar los procesos de aprendizaje en matemáticas. Posteriormente Alro y Johnsen establecen que es necesario que antes de que pueda darse una alfabetización matemática en los estudiantes, ésta misma debe haberse dado en los docentes, de tal forma que ellos puedan estimular las competencias críticas de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas.

Al concluir la investigación Alro y Johnsen (2013) muestran que la conversación en sí misma puede verse como un elemento de la educación matemática crítica, ya que abre caminos a través de un campo de dilemas que hacen desafiar las intenciones

---

<sup>2</sup> Alrø, H. & Johnsen-Høines, M. (2013). Critical mathematics education in the context of Real-life Education.

de enseñanza aprendizaje, para convertir a los maestros en seres críticos, reflexivos e innovadores y que tengan en cuenta las matemáticas como base fundamental de su trabajo.

Teniendo en cuenta los resultados de la investigación de Alro y Johnsen, el autor de esta tesis asume la postura de involucrar el diálogo y conversatorio crítico en una de las actividades como una herramienta para la discusión y exposición de los resultados obtenidos.

### **1.2.2. Connecting the notion of foreground in critical mathematics education with the theory of habitus<sup>3</sup>**

Wedege (2011) trata de establecer una relación entre la teoría de la educación matemática crítica y la teoría del hábito, y para tal fin toma la definición sobre la noción de primer plano que dice que *“tres nociones están interconectadas: el aprendizaje como acción, disposiciones e intenciones. El desarrollo del conocimiento o el aprendizaje es un acto y como tal requiere que la persona actúe en una situación de elección posible para que ésta sea una actividad de actuación y, por tanto, debe estar relacionada con una intención; sin embargo el primer plano de una persona se define como la oportunidad en la vida futura puesta a disposición de la sociedad”*. SKOVSMOSE (1994)

Por tanto, es la noción de primer plano la que se encarga de mostrar el aprendizaje como un fenómeno político.

---

<sup>3</sup> Wedege, T. (2011). Connecting the notion of foreground in critical mathematics education with the theory of habitus.

Por otro lado, Wedege (2011) asume la teoría del hábito como el actuar y el pensar, no como el resultado de una práctica pedagógica aislada del aprendizaje, sino como una necesidad para realizar una descripción de las condiciones de las personas que aprenden matemáticas. Wedege lo explica diciendo que se da “precisamente porque el hábito se forma directamente a través de impresiones y adquisiciones, donde las estructuras objetivas son experimentadas y dejan rastros en las personas”.

A partir del resultado de la investigación realizada por Wedege (2011) el autor de esta tesis asume las impresiones globales y los temas locales de los estudiantes para la determinación de la problemática a tratar durante el desarrollo de la tesis.

### **1.2.3. Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad<sup>4</sup>**

Kilpatrick (1998) afirma que en los ámbitos de la investigación en educación matemática se hace imperativo realizar investigaciones en la enseñanza de la matemática desde una perspectiva social, ya que se le da importancia en el mundo de la investigación del porqué de la diferencia del éxito en las matemáticas entre niños y niñas, pero no se le da la suficiente importancia a las investigaciones en educación matemática que tienen que ver con etnias, razas, cuestiones sociales o lenguaje.

Esta investigación muestra cómo los científicos cognitivos abordan el tema de la construcción social del conocimiento y cómo los estudiantes utilizan los conocimientos previos para la adquisición de conocimiento nuevo, dentro de las

---

<sup>4</sup> Kilpatrick, J. (1998). Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. *Educación Matemática: Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación Historia*. Bogotá: Una Empresa Docente e Universidad de los Andes, 1-18.

situaciones de interacción social, al plantear que *“La totalidad del aprendizaje de las matemáticas tiene lugar dentro de circunstancias sociales. Este puede ir desde el aprendizaje individual, donde las influencias sociales se experimentan a distancia, siendo mediadas por el texto de un autor, hasta el aprendizaje en grupo, donde las influencias sociales son inmediatas. Todos los profesores, estudiantes y observadores educativos saben que existen muchas influencias sociales e interpersonales que tienen lugar en la clase de matemáticas. Por lo tanto, es imperativo que los investigadores intenten interpretar el aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva social si es que la investigación ha de tener alguna validez y credibilidad para el contexto del salón de clase”* (Nesher & Kilpatrick, 1990, p.139).

La investigación concluye con la exhortación a los docentes investigadores a involucrar dentro de sus actividades el contexto del estudiante, su cultura, su lenguaje y sobre todo a mostrar que la matemática es también el resultado de una construcción social, ya que ésta a través de la historia ha sido resultado de la interpretación a diferentes contextos sociales y económicos, como las inundaciones causadas por el Nilo.

Este trabajo investigativo aporta a la tesis desarrollada dejando en evidencia la necesidad de involucrar el contexto del estudiante en la enseñanza de la matemática ya que esto permite una apropiación del concepto como solución a una situación específica del estudiante.

### **1.3. Investigaciones sobre educación ambiental y desarrollo sostenible**

### **1.3.1. Comportamiento sustentable y educación ambiental<sup>5</sup>**

Sandoval (2012) pone en discusión el problema de la educación ambiental en Colombia, planteando diferentes problemáticas que a nivel social y cultural impiden un desarrollo sostenible y sustentable a pesar de la normatividad vigente en el país. Estas problemáticas van desde la corrupción, contravención y la indiferencia frente a la aplicación de las penalizaciones tanto a las instituciones como a los individuos que atentan contra las leyes vigentes que protegen el medio ambiente, hasta la poca relevancia que se le da desde lo social y lo educativo.

Aunque se han establecido para las instituciones de educación básica y media los Proyectos Ambientales Escolares (PRAE) con el objetivo de concientizar a las personas y crear una cultura ecológica, y se han consolidado los Proyectos Ciudadanos de Educación Ambiental (PROCEDAS) dentro de la educación no formal, lo que se ha hecho no es suficiente ya que, por un lado, las problemáticas que afectan potencialmente el medio ambiente y por lo tanto el desarrollo sostenible se presentan en escenarios externos a los contextos en las cuales se encuentran las instituciones educativas y sobre las cuales éstas pueden incidir; y por otro lado, la poca relevancia que se la atribuye a las instituciones de educación superior, los gobiernos locales y los medios de comunicación que influyen en las decisiones que los individuos toman de forma individual y colectiva y que afectan el desarrollo sostenible de la sociedad.

---

<sup>5</sup> Sandoval, M. (2012). Comportamiento sustentable y educación ambiental: una visión desde las prácticas culturales. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 44() 181-196. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=80524017017>

A esta problemática se le suma el modelo económico actual basado fuertemente en el modelo industrial que potenció la sobre-explotación de los recursos naturales ocasionando los problemas ambientales que actualmente se evidencian a nivel mundial. En Colombia, en particular, esto se acrecienta ya que no sólo existen empresas que explotan los recursos deteriorando ecosistemas, sino también se permite la privatización de los servicios públicos dando lugar a que las empresas aumenten el consumismo de estos recursos para obtener mayores utilidades lo cual está en contravía de la idea del desarrollo sustentable.

Por esta razón, el objetivo principal del artículo es analizar el problema de la educación ambiental para el desarrollo de comportamientos sustentables a partir del contexto de las prácticas culturales, más específicamente, los elementos relacionados con la educación ambiental, que en conjunto, “demuestran la importancia del análisis del sistema social para explicar el comportamiento sustentable de los individuos y permiten desarrollar intervenciones más robustas con base en la consideración de las prácticas culturales”. Para esto, se aborda la visión del problema ambiental de las prácticas culturales resaltando la necesidad de estudiar las instituciones y prácticas sociales como medio de comprensión del comportamiento individual y colectivo.

Por otra parte tomando como punto de comparación el modelo funcionalista o estructuralista, en el artículo se expone el modelo de Bronfenbrenner (1977, 1987) en el cual se parte de la idea de que los ambientes sociales son la principal fuente de influencia sobre el comportamiento humano, las cuales están compuestas de múltiples relaciones que explican los contextos que afectan a un individuo de una

sociedad. Esto permite establecer cómo el comportamiento sustentable se encuentra inmerso en estas relaciones y entre los diferentes actores dando como resultado la supervivencia de la cultura. Esas relaciones que el autor las denomina “contingencias entrelazadas” o “prácticas culturales”, son consideradas unidades de análisis en las cuales se involucran resultados que van más allá de las consecuencias del comportamiento individual.

De igual forma, se establece que la unidad del análisis cultural involucra las prácticas culturales y sus resultados a las cuales denomina “metacontingencias”, en las cuales el interés se centra en cómo éstas están determinadas en la conducta individual por sus consecuencias en el nivel cultural. El análisis de estas prácticas, afirma el autor, permite la comprensión sobre fenómenos sociales mayores al igual que las dinámicas de interacción al interior de las organizaciones. No obstante, existen relaciones que no sólo se establecen entre individuos de una cultura, sino también entre individuos de diversas culturas debido a las situaciones que suceden a nivel global. El autor denomina a estas relaciones “macrocontingencias” las cuales permiten generar “acciones conjuntas de diferentes individuos que se encuentran bajo el control de una contingencia común”.

En relación a esto, este artículo aporta a la presente investigación, la necesidad de involucrar los ambientes sociales de los estudiantes en el desarrollo de las actividades, ya que de esta forma ellos se vincularán emocionalmente con el desarrollo de las propuestas ambientales.

### **1.3.2. Observatorio de ríos urbanos, herramienta integradora para el recurso hídrico de Bogotá<sup>6</sup>**

Aperador (2013) realiza una investigación que hace referencia a las cuencas y micro-cuencas urbanas, como un elemento fundamental para la supervivencia de los habitantes de la ciudad de Bogotá, y cuyo fin es coadyuvar al mejoramiento de los cuerpos de agua en el marco de las políticas públicas y la gestión ambiental. Este trabajo se realiza tomando muestras en tres puntos estratégicos de las cuencas hídricas a estudiar que son sus partes alta, media y baja. Las muestras se remiten al laboratorio de ingeniería ambiental de la UAN y posteriormente se realiza su publicación en medios digitales y el SIG del ORU-UAN. Se obtiene como resultado de la investigación datos cuantitativos que permiten evidenciar el impacto del desarrollo urbanístico sobre el sistema hídrico; estos resultados dan muestra de la degradación de la calidad hídrica desde la zona alta de los cerros orientales hasta la parte de la desembocadura. Se busca desde la investigación generar una democratización del conocimiento, buscando que este esté al alcance de todos los ciudadanos para que entiendan y opinen con criterio sustentado en la lógica sobre las problemáticas ambientales.

### **1.3.3. Análisis de riesgo por inundación en la localidad de Suba<sup>7</sup>**

La investigación realizada por García (2014) muestra un estudio de caso donde la UPZ 71 de la localidad de Suba, luego de los estudios realizados, mediante la definición del área de influencia, la caracterización hidrológica, modelos hidrológicos

---

<sup>6</sup> Aperador, D. (2013). Observatorio de ríos urbanos, herramienta integradora para el recurso hídrico de Bogotá. GRESIA facultad de ingeniería ambiental boletín N°6. pp. 29-33

<sup>7</sup> Pérez, A. (2014). Análisis de riesgo por inundación en la localidad de suba. GRESIA Facultad de ingeniería ambiental boletín N°7. PP. 3-11

y modelos hidráulicos, arroja como resultados un alto riesgo de inundación para esta UPZ, teniendo en cuenta sus coordenadas geográficas, su limitación con el cauce del río Bogotá, y las acciones humanas que dan muestra de afán en querer gobernar y modificar todos los recursos naturales existentes. Además se cuenta con un agravado y es que Colombia cuenta con una gran desigualdad social que obliga a los más pobres a habitar tierras y zonas de alto riesgo, sin un fundamento adecuado del manejo de los terrenos.

#### **1.3.4. Las matemáticas para que rinda el agua<sup>8</sup>**

La revista Semana en su edición *Semana Sostenible* (2016) dedica una publicación al uso y manejo del agua en el campo de la agricultura, ya que es éste el sector que más agua utiliza y consume en Colombia, siendo su consumo equivalente a un 46% del gasto total del agua que se utiliza en el país. De lo anterior se deduce que los agricultores a mayor escala, deben hacer uso de las nuevas tecnologías para mitigar los efectos de fenómenos climáticos, como el fenómeno del niño que vivió Colombia en 2015-2016 que afectó el sector agrícola y los precios de venta de los productos cultivados.

Es cierto que el gobierno debe enseñar y generar estrategias de ahorro del agua, pero sería también pertinente contrarrestar las entidades y fenómenos que afectan directamente este recurso.

#### **1.4. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, desde un enfoque ambiental**

---

<sup>8</sup> Franco, O. (2009). Las matemáticas para que rindan el agua *Semana Sostenible información que lleva a la acción*. Recuperado el 9 de agosto de 2016 de la URL: <http://sostenibilidad.semana.com/medio-ambiente/articulo/agua-las-matematicas-para-que-rinda-dicho-elemento/35145>

### 1.4.1. Climate change<sup>9</sup>

Barwell (2013) presenta un análisis sobre la investigación del grupo intergubernamental de cambio climático donde se concluye que el cambio climático es inequívoco y que los gases de efecto invernadero producidos por el hombre son una de las principales causas del cambio climático, y que esto a largo plazo es insostenible para la raza humana. En esta información que a diario se consigue en diferentes fuentes y que hace parte de las conversaciones habituales de las personas, las matemáticas son una presencia constante que a menudo no están marcadas. Esta observación lleva a varias preguntas: *“¿Las matemáticas están involucradas en la comprensión del cambio climático? ¿Cómo se utilizan o se usan incorrectamente las matemáticas en discusiones y debates sobre la necesidad de acción? ¿Cuántas matemáticas necesitan saber los consumidores de información sobre el cambio climático para poder emitir juicios informados sobre lo que están leyendo? ¿Cómo influyen los intereses de los autores de la información sobre el cambio climático y el uso de las matemáticas?”* Barwell (2013).

Según Barwell (2013) solo utilizan estadística para el análisis de la contaminación en las emisiones de gases y el impacto que estas tienen en el cambio climático.

Por otro lado el autor enfatiza que las matemáticas usadas en las predicciones del cambio climático son matemáticas avanzadas como las ecuaciones diferenciales, sistemas no lineales y modelos estadísticos, aunque éste recalca que debe existir una alfabetización matemática en relación con el uso de interpretación de datos y

---

<sup>9</sup> Coles, A., Barwell, R., Cotton, T., Winter, J., & Brown, L. (2013). *Teaching secondary mathematics as if the planet matters*. Routledge.

gráficos incluidos en los artículos de periódico, o en las diferentes fuentes que contienen esta información.

Como conclusión Barwell (2013) señala que los ciudadanos necesitan una comprensión crítica del papel de las matemáticas si quieren participar en el desarrollo de una respuesta social.

Teniendo en cuenta la investigación realizada por Barwell (2013), el autor de esta tesis asume la recomendación para fortalecer una interpretación de los datos estadísticos y las gráficas correspondientes, pues será considerada en la propuesta de actividades, donde se integre la matemática con el análisis de datos que afectan el uso de los recursos ambientales.

#### **1.4.2. Climate change and mathematics education: making the invisible visible<sup>10</sup>**

Barwell (2011) presenta un artículo en el cual analiza dos informes, uno de orden periodístico y el otro un documento político sobre el cambio climático. El análisis de estos artículos es realizado por el autor teniendo en cuenta los principios de la educación matemática crítica de Skovsmose (1994) y el modelado matemático de Blum (2002).

Para analizar los artículos el autor utiliza las tres formas de conocimiento matemático planteadas por Skovsmose (1994) que son: conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo (Skovsmose, 1994, p. 115). El conocimiento

---

<sup>10</sup> Barwell, R., & Suurtamm, C. (2011). Climate change and mathematics education: Making the invisible visible. In *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1409-1419). Rzeszów,, Poland: European Society for Research in Mathematics.

matemático se ocupa de las matemáticas formales: el tipo de procedimientos matemáticos "dentro de" y el pensamiento con el que trabajan los matemáticos. El conocimiento tecnológico se trata de la aplicación de las matemáticas: saber cómo construir una herramienta y cómo utilizarla. (Skovsmose, 1994, pp. 98-99). El conocimiento reflexivo en matemáticas es el empoderamiento que brindan las matemáticas al sujeto para tomar decisiones en diferentes formas (su "poder de formativo", Skovsmose, 1994).

Al analizar el artículo periodístico el autor muestra que, tras un informe detallado sobre las irregularidades en el cambio climático, existe ausencia de las tres dimensiones propuestas por Skovsmose, y además resalta que el informe tiene un nivel mínimo de conocimiento matemático, ya que se sustenta solo en las estadísticas. Por otra parte para el autor el artículo carece de información referente al desarrollo de los modelos generados por los investigadores y carece de una parte fundamental que son las acciones humanas que han aportado al cambio climático.

Barwell (2011), en el análisis realizado al informe político, caracteriza como superficial la referencia matemática de éste sobre el cambio climático, ya que se refiere a cualquier temática, donde la dimensión del conocimiento tecnológico se limita a un recuento bastante general de un proceso serio como el modelado de una situación real. En este artículo dice Barwell hacer referencia sobre la forma superficial como se aborda la influencia del ser humano en el cambio climático.

Como conclusión del análisis realizado por Barwell (2011) se establece que "las matemáticas tienen un rol para hacer visible lo invisible". Además se debería buscar una comprensión más específica del papel de las matemáticas en la comprensión del

cambio climático, ya que esto permitiría un debate más informado y una respuesta social más efectiva. Como recomendación el investigador invita al desarrollo de un mayor número de investigaciones que muestren el papel de las matemáticas en el problema del cambio climático.

El autor de esta tesis asume las recomendaciones realizadas por Barwell (2011) para el diseño de las actividades, desde las cuales se hace uso de la matemática de grado séptimo para que los estudiantes describan otros factores como el cuidado del agua que influyen en el cambio climático.

#### **1.4.3. The role of mathematics in shaping our world<sup>11</sup>**

Barwell (2013) presenta un análisis simultáneo sobre la sostenibilidad y la educación matemática, este análisis parte de una serie de preguntas que se citaran a continuación comenzando por las preguntas de sostenibilidad

¿Cómo puede nuestro planeta apoyar a 7 mil millones de personas? ¿Cuánto consumen 7000 millones de personas? ¿Qué efecto tiene este consumo en el planeta en sus bosques, desiertos, océanos y aire? ¿Qué sucederá cuando la población continúa aumentando?

Las preguntas anteriores hacen referencia a sostenibilidad y el ecosistema cambiante de donde se muestra en el análisis realizado que estos cambios y pérdidas de especies también deben ser motivo de preocupación por parte de las matemáticas:

---

<sup>11</sup> Coles, A., Barwell, R., Cotton, T., Winter, J., & Brown, L. (2013). *Teaching secondary mathematics as if the planet matters*. Routledge

¿Puede visualizar a 7 mil millones de personas? ¿A 7 mil millones de cosas? ¿Cómo se calcula? ¿Cuántas personas pueden sostener la Tierra? ¿Cuántos recursos naturales consumen 7 millones de personas?

Según Barwell (2013) “Para lograr este cálculo se requiere una gran cantidad de matemáticas Y de alfabetización matemática” ya que las preguntas anteriores muestran como las matemáticas junto con el desarrollo sostenible están inseparablemente unidos, de tal forma que nos permite observa que el desarrollo sostenible y la sostenibilidad no consiste solamente en observar las necesidades de la población mundial si no que por el contrario consiste en buscar la manera más acertada para vivir sin destruir los ecosistemas que nos respaldan.

Por otro lado el autor muestra la importancia de las matemáticas para la comprensión de la sociedad humana y los diferentes ecosistemas, ya que sin esta sería más complicado pasar de las observaciones locales a las generalizaciones de los eventos ya que las matemáticas son las encargadas de difundir y confirmar un tema en absoluto Barwell (2003) afirma que en general las matemáticas se usan para comprender el mundo de tres formas: descripción, predicción y comunicación. Cada una de las anteriores describe un proceso importante, la descripción incluye la medición, la comunicación incluye la alfabetización matemática la cual está destinada a poblaciones diferentes ya que no es lo misma alfabetización requerida para un informe científico, que para un informe de periódico.

Se presenta como conclusión del análisis, que la enseñanza de las matemáticas debe apuntar a desarrollar un enfoque transformador que además del conocimiento matemático y tecnológico también fomente el conocimiento reflexivo.

Teniendo el análisis realizado por Berwell (2003), el autor de esta tesis asume lo recomendado en la conclusión, pues será considerado en la propuesta de actividades, donde se integre el conocimiento matemático, la sostenibilidad y el conocimiento reflexivo, en pro de fortalecer la conciencia ambiental y desarrollo sostenible.

#### **1.4.4. Ciudadanía crítica y aprendizaje de la matemática. Una mirada desde las nociones construidas por los estudiantes de enseñanza media<sup>12</sup>**

Parra (2014) presenta los resultados preliminares de una investigación que desarrolla en Chile con la cual pretende analizar los significados atribuidos a la noción de ciudadanía a través del aprendizaje de la matemática, junto con diseñar e implementar una propuesta didáctica que posibilite el desarrollo de habilidades para la formación de ciudadanos críticos en estudiantes de 4° medio del colegio Olivar College.

Respecto a la ciudadanía crítica Gimeno y Henríquez (2001: 24, 25), citados por Parra (2014), la describe como “...*como un proceso en construcción permanente de derechos y responsabilidades personales puestas en ejercicio en proyectos colectivos de bien común, construidos desde la diferencia y el conflicto, con el respeto a la diferencia, en nuestras sociedades desiguales e injustamente divididas*”<sup>13</sup>.

Desde esta descripción de ciudadanía crítica expuesta anteriormente, Parra (2014) afirma que si se forman ciudadanos críticos y reflexivos a través del desarrollo de las

---

<sup>12</sup> Parra, V., y Ch, R. P. (2014). Ciudadanía Crítica y Aprendizaje de la Matemática. Una mirada desde las nociones construidas por los estudiantes de Enseñanza Media. *ACTA DE RESUMENES LXXXIII Encuentro Anual Sociedad de Matemática de Chile*, 82. Recuperado el 10 de octubre de 2017 de la URL: <http://somachi.cl/wp-content/uploads/2014/09/actas2014.pdf#page=82>

<sup>13</sup> *Ibíd*em, pp. 2 – 3.

habilidades matemáticas, tecnológicas y reflexivas para analizar situaciones sociales, esto permite que el uso de los saberes matemáticos apunten a una mayor comprensión crítica de la realidad, brindando la posibilidad de intervención de los estudiantes a través de propuestas de cambio para su eventual transformación, pues tras la formación ciudadana se rescata el tipo de democracia, de justicia y por tanto la sociedad que se espera construir. Por otro lado, enfatiza el autor que el aprendizaje de ciudadanía de los estudiantes, permite de incorporar las competencias necesarias para cooperar con una sociedad plural, motivada y respetuosa y con valores éticos, entre otros componentes sociales.

Teniendo en cuenta que la investigación apunta a la comprensión de fenómenos naturales y procesos sociales desde una mirada crítica donde la formación matemática se desarrolle para ser aplicada en contexto, y que requiere de conceptos y algoritmos, procesos de modelación y la resolución de problemas. Parra (2014) teniendo en cuenta este recorrido adoptó una metodología mixta de investigación, mediante un estudio de caso con los estudiante de curso 4to del colegio Olivar College. Para recolección de información aplicó un cuestionario cerrado de carácter censal como diagnóstico. Luego de aplicar la propuesta didáctica hizo entrevistas semiestructuradas y analizó los trabajos producidos por los estudiantes. Vale aclarar que la temática trabajada fue la graficación e interpretación de datos estadísticos provenientes de diversos contextos.

Finalmente la investigación arrojó resultados que dan cuenta de nociones que los estudiantes poseen sobre la relación entre ciudadanía crítica y aprendizaje de la matemática, observándose la ausencia de una relación clara entre dichos ámbitos.

Pues en términos generales los resultados señalan una mayoría de respuestas favorables hacia una mirada crítica de la matemática y su relación con la formación ciudadana, pero también señala varias concepciones que son desfavorables en algunos aspectos específicos de la investigación que dan muestra de la poca relación que encuentran los estudiantes de estos dos conceptos.

Teniendo en cuenta el enfoque propuesto por los autores de esta investigación sobre la educación matemática crítica y los procesos sociales, el autor de esta tesis busca abordar por medio de las actividades la concepción de los estudiantes entre la educación matemática y una postura crítica de la enseñanza en los diferentes contextos.

#### **1.4.5. Enseñar y aprender matemáticas desde el enfoque ciencia-tecnología sociedad medio ambiente<sup>14</sup>**

Peña & Rodríguez (2011) presentan una propuesta didáctica sobre el enfoque que debe tener el proceso enseñanza-aprendizaje de las ciencias en la escuela secundaria, de tal modo que ésta adquiera un carácter cultural contemporáneo que beneficie el desarrollo de convicciones y valores que orienten sus saberes en pro de los diferentes contextos socioculturales.

Según Peña & Rodríguez (2011) es necesario considerar que la sociedad actual necesita de una escuela comprometida y responsable que se proyecte a desarrollar un proceso de enseñanza-aprendizaje de la ciencia enfocado a la formación de estudiantes responsables y comprometidos, flexibles y trascendentes.

---

<sup>14</sup> Peña, G. A., y Rodríguez, K. L. F (2011). Enseñar y aprender matemáticas desde el enfoque ciencia-tecnología-sociedad-medio ambiente. Recuperado el 10 de octubre de 2017 de la URL: <http://www.ujaen.es/revista/rei/linked/documentos/documentos/13-7.pdf>

Por otro lado, los autores hacen énfasis en que la finalidad de la educación secundaria debe estar orientada a la formación de una cultura general e integral que se exprese en sus modos de sentir, pensar y actuar. Razón por la cual, la enseñanza de la ciencia-tecnología debe presuponer las tendencias de su desarrollo; conocimientos y valores ecológicos de protección y conservación del medio ambiente.

Si la enseñanza de la ciencia-tecnología se aborda de esta manera, Peña & Rodríguez (2011) afirman que este enfoque de enseñanza aprendizaje de la ciencia-tecnología, permitirá una mejor calidad de vida de todas las personas, ya que brinda la posibilidad de formar ciudadanos que tengan actitudes comprometidas con problemas sociales y su entorno; capaces de manejar con destrezas y sabiduría los saberes científicos, para que se apliquen equilibradamente en beneficio de la humanidad y no en la deshumanización del hombre.

De igual forma, los autores recalcan que la ciencia no debe tener una interpretación burguesa que solo muestre su dimensión cognoscitiva al margen de determinaciones económicas, políticas e ideológicas, sino que debe ser un enfoque que favorezca el ecosistema sin arriesgar la posibilidad de vivir como especie humana.

También afirman los autores que en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la ciencia se debe desarrollar hábitos y habilidades para la búsqueda de información que le permita mantenerse actualizado en todos los ámbitos de la vida cotidiana. Para tal efecto, los autores sugieren la enseñanza de la ciencia desde el enfoque Ciencia-Tecnología Medio-ambiente (CTSMA), es decir, este enfoque debe estar dirigido a un continuo cuestionamiento y crítica respecto a la relación ciencia-

tecnología hombre-medio ambiente, a partir de la contextualización de los saberes para que sean relevantes y pertinentes con los recursos naturales.

Según los autores, lo que se pretende con este enfoque es que tenga un sentido humanista de los saberes, pues las esferas políticas, culturales, ideológicas y ambientales están condicionadas unas de las otras y ninguna puede ser comprendida excluyendo las demás. Por esta razón, para comprenderlas hay que entender los temas globales que hoy por hoy son debate de la humanidad, de ahí que la apropiación de saberes debe integrar aspectos tecnológicos y científicos con aspectos sociales, políticos y medioambientales.

Por último, Abad & Fernández (2011) ratifican que el enfoque (CTSMA), permite a los estudiantes no solo saber de ciencia y tecnología, sino sobre ellas como fenómenos socioculturales que permiten mejorar la calidad de vida y del medio ambiente, y además prepara al estudiante no solo para la vida escolar sino también para la familiar, social y laboral.

Teniendo en cuenta el enfoque (CTSMA) propuesto por estos autores, el autor de esta tesis asume esta posición, pues será considerada en la propuesta de actividades, donde se integre la matemática con la solución de problemas ambientales que promuevan el desarrollo sostenible y responsable de los recursos naturales.

### **1.5. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, en particular de la resolución de problemas relacionados con la educación ambiental en grado séptimo de la Educación Media en Colombia**

### **1.5.1 La conservación del área en las figuras geométricas a través del uso de paradojas en el séptimo grado<sup>15</sup>**

Berrío (2015) realizó una investigación donde su campo de interés está centrado en analizar el impacto que tiene la aplicación del enfoque teórico sobre la resolución de problemas, en la conservación del área a través del uso de paradojas geométricas. Los resultados que presenta provienen del trabajo directo con los estudiantes de grado séptimo de un colegio de la ciudad Bogotá.

El autor en esta investigación hace un análisis de tres autores que son los que sustentan el marco teórico de la tesis: Polya, Arcaví y Wenger. Según Berrío (2015) estos autores son la base principal para el desarrollo de la investigación, pues el primero sustenta la importancia de la solución de problemas como una estrategia de enseñanza de la matemática. Arcaví explica la potencia que tiene la visualización como punto de inicio en el momento de analizar una situación matemática, en este caso las paradojas, y Wenger es el sustento que permite explicar la construcción del conocimiento de forma cooperativo en pequeñas comunidades.

Para la enseñanza de la conservación del área Berrío (2015) seleccionó un conjunto de paradojas geométricas donde aparentemente no se conserva el área, pero que mediante un estudio minucioso y profundo se llegó a comprender las inconsistencias involucradas y dejar así en claro la conservación del área.

Es claro que el autor en esta investigación considera como punto de partida la visualización matemática de Arcaví, ya que esta es una habilidad que puede permitir

---

<sup>15</sup> Berrío, C. (2015). La conservación del área en las figuras geométricas a través del uso de paradojas en el séptimo grado. Tesis de maestría, Universidad Antonio Nariño, Bogotá Colombia.

comprender las inconsistencias de las paradojas geométricas tratadas en este estudio.

Por otro lado, el autor muestra un estado del arte rico en el trabajo con paradojas. Donde analiza estudios que han trabajado la enseñanza de la geometría usando las paradojas como una estrategia de enseñanza de la matemática, en especial a aquellas que tienen que ver con el área de figuras geométricas.

Unos de los principales resultados de este estudio según Berrío (2015) radica en que si se proponen sistemas de actividades que comiencen con problemas sencillos y que evolucionen hacia problemas retadores, se logra estimular e invitar al estudiante a que se pronuncie de forma satisfactoria para dar solución a problemas más retadores.

De igual manera, el autor de esta investigación ratifica que al asumir en la investigación como marco teórico la resolución de problemas de Polya, la visualización matemática de Arcaví y la comunidad práctica de Wenger, favoreció el trabajo con sistemas de actividades que apuntaron a la construcción del significado de la conservación del área en los estudiantes de grado séptimo, pues proyectó y generó en ellos saberes matemáticos que se fueron negociando y compartiendo en la comunidad, por medio de la socialización. Lo cual permitió motivar y desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes y a demás potencio la habilidad matemática de los estudiantes para solucionar problemas.

El autor de esta tesis asume la posición y resultado de Berrío (2015) donde propone que el sistema de actividades deben comenzar con problemas sencillos que aumenten secuencialmente su nivel dificultad, ya que para el diseño de las

actividades se debe asumir una postura de construcción de habilidades que permitan al estudiante llegar a la solución de problemas de una manera participativa.

### **1.5.2. El geo-espacio: estrategia para el desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes de grado séptimo<sup>16</sup>**

Arévalo (2016) realizó una investigación donde propone una estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría, sustentada en el Geoespacio y en la Robótica educativa, con el propósito de desarrollar e incentivar el pensamiento espacial en los estudiantes de grado séptimo de un colegio de la Ciudad de Bogotá.

Este estudio se estructuró en la implementación de actividades basadas en problemas retadores que involucran el uso del Geoespacio para desarrollar contenidos geométricos del espacio tales como: coordenadas rectangulares, rectas, segmentos, planos, poliedros y teorema de Pitágoras en los estudiantes de grado séptimo.

Esta estrategia tiene como fundamentos teóricos los problemas retadores, la resolución de problemas, la comunidad de práctica de Wenger, el pensamiento visual, el pensamiento espacial, la robótica educativa y los contenidos de la geometría del espacio. Para dar soporte a estos aspectos teórico el autor se sustenta en autores como: Falk, Polya, Wenger, Castro, Arrieta y romero entre otros.

El autor de este estudio ratifica que los problemas retadores se deben trabajar en el aula, ya que son motivantes para los estudiantes y los estimula en la construcción del pensamiento, que se va generando a través de la formación de imágenes mentales,

---

<sup>16</sup> Arevalo, F. (2015). El geoespacio: estrategia para el desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes de grado séptimo. Tesis de maestría, Universidad Antonio Nariño, Bogotá Colombia.

que se forman cuando se trabajan contenidos de la geometría del espacio. Además, añade el autor que el trabajar la robótica es de vital importancia, pues esta se encuentra presente en diferentes contextos como son: la industria automotriz, operaciones quirúrgicas, robots espaciales, uso doméstico, operaciones militares y educación.

Por otro lado, Arévalo (2016) resalta la importancia de trabajar la resolución problemas retadores mediante la estrategia de Polya, ya que esta constituye un elemento mediador que al interactuar con el contenido geométrico del espacio conlleva a una construcción robusta del conocimiento geométrico y por ende desarrolla el pensamiento espacial en los estudiantes.

Por último, afirma el autor que el Geoespacio es una herramienta didáctica que facilita la ubicación de puntos en el espacio, y desarrolla la manipulación geométrica, lo cual permite afianzar y construir contenidos geométricos del espacio que implica el uso del pensamiento visual y pensamiento espacial que permite al tránsito de 3D a 2D.

El autor de esta tesis asume la postura de Arévalo (2016) sobre la importancia de trabajar con problemas retadores como una herramienta mediadora entre la construcción del conocimiento y la motivación por adquirirlo.

En la literatura revisada se carecen de investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas relacionados con la educación ambiental en grado séptimo de la Educación Media en Colombia, se encontraron algunas ideas pero en otros grados, los cuales se analizan a continuación:

### **1.5.3. Propuesta ambiental e inclusiva de matemáticas<sup>17</sup>**

Mora (2012) realizó una investigación donde propone una estrategia didáctica para la enseñanza de los sistemas numéricos y las operaciones básicas en el sistema de los números naturales, sustentada en la vinculación ambiental al aula de matemáticas el desarrollo, con el propósito de motivar a los estudiantes del colegio Distrital OEA en la ciudad de Bogotá, al aprendizaje de las matemáticas desde la observación de una de sus aplicaciones.

Este estudio se estructuró en la implementación de actividades basadas en la inclusión apropiándose del contexto educativo de la institución, además de utilizar la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, el planteamiento y la resolución de problemas para desarrollar contenidos aritméticos como: operaciones y propiedades en los números naturales, sistemas de numeración y números fraccionarios en los estudiantes de grado sexto.

El autor de este estudio inicia su trabajo partiendo de una observación de los estudiantes, la cual permite al investigador identificar las oportunidades y debilidades de la mayoría de los estudiantes, entre ellas el desarrollo social y su comportamiento frente a la clase de matemáticas, esta inmersión permite desarrollar la situación primordial que corresponde al primer momento que es el diseño de una campaña ambiental.

Mora (2012) utiliza una situación didáctica, para generar la inmersión de los estudiantes en un tema de interés como lo es la parte ambiental, enfoca su trabajo

---

<sup>17</sup> Mora, S. M. (2012). Propuesta ambiental e inclusiva de matemáticas. Recuperado el 10 de octubre de 2017 de la URL: [http://funes.uniandes.edu.co/2570/1/Propuesta\\_ambiental\\_e\\_inclusiva\\_de\\_matem%C3%A1ticas.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/2570/1/Propuesta_ambiental_e_inclusiva_de_matem%C3%A1ticas.pdf)

en la lectura de campañas ambientales, en Grecia, roma y Egipto y partiendo de las lecturas involucra a los estudiantes en los sistemas numéricos. Termina su propuesta con el análisis de una última situación que involucra el desarrollo de la campaña desde la parte económica, tiempo de aplicación, viabilidad y sostenibilidad desde estos ejes temáticos desarrolla las operaciones con número naturales.

Por último el autor afirma que los estudiantes presentan interés y compromiso ambiental, además de haber desarrollado un mayor interés por las clases de matemáticas, ya que se les facilito el aprendizaje de los conceptos y los algoritmos al partir de una situación real.

El autor de esta tesis toma esta investigación como ratificación de su interés por generar una conciencia ambiental desde el aula de matemáticas, tratando de mostrar en el desarrollo de las actividades la importancia de las matemáticas en el desarrollo de un trasfondo social y el poder que otorgan a los estudiantes para el análisis de las diferentes situaciones de su contexto.

### **Conclusiones del capítulo 1**

En este capítulo se valoran algunas investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, educación matemática crítica, desarrollo sostenible y educación ambiental, que se han desarrollado en otros países y en Colombia. Dentro de estas investigaciones podemos resaltar algunos autores Peña & Kilpatrick (1998), Rodríguez (2011), Wedege (2011), Sandoval (2012), Barwell (2013), Aperador (2013), García (2014), Alro y Johnsen (2013), De Losada y Rejali (2015), entre otros.

Algunos de estos autores hacen referencia a los modelos que se implementan en diferentes partes del mundo, además de recalcar la importante influencia que tiene el docente en la educación de los estudiantes, especialmente en la educación básica, ya que se convierten en agentes motivadores. Otros de los autores hacen referencia a la poca articulación de las matemáticas con otras asignaturas.

Es preciso resaltar que dentro de la literatura revisada, se pudo constatar que las investigaciones acerca de la educación ambiental y desarrollo sostenible desde el aula de matemáticas en Colombia son escasas, por consiguiente este trabajo de tesis se convierte en una oportunidad para investigar e implementar una forma de articular las matemáticas con otras asignaturas de tal forma que se pueda evidenciar una mínima parte de las aplicaciones de la matemática.

## **CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO**

En la investigación se hace referencia a actividades diseñadas bajo la orientación de la resolución de problemas, más específicamente los problemas retadores, con el fin de conducir al desarrollo de una conciencia ambiental. Estas actividades se diseñan para trabajar bajo la influencia de tres aspectos que son: la educación matemática crítica, pues esta busca potenciar en los estudiantes un aspecto crítico en la resolución de problemas que envuelven su contexto. Otro aspecto lo constituye la resolución de problemas, la cual permite que los estudiantes experimenten la utilidad de las matemáticas en el mundo que los rodea y la comunidad de práctica de Wenger, que se dirige al desarrollo del conocimiento como la construcción social del mismo. Estos tres aspectos constituyen el marco teórico de la investigación, el cual se desarrolla en este capítulo.

### **2.1. Fundamentos de la teoría de resolución de problemas. Problemas retadores**

La resolución de problemas se considera como una parte esencial de la educación matemática. Mediante ésta, los estudiantes experimentan la utilidad y potencia de las Matemáticas en el mundo que les rodea. Al abordar esta problemática y adentrar en los procesos de resolución de problemas matemáticos resulta de útil revisar el aporte que hacen varios investigadores frente a este tema: Dewey (1933), Polya (1965), Schoenfeld (1985), Fridman (1991), Maza (1991), Guzmán (1994), entre otros.

En esta tesis se asume el modelo que propone Polya (1945), ya que apuntan al establecimiento de principios que favorecen la resolución de problemas matemáticos como una forma del arte de descubrir e inventar en matemáticas. Desde esta

perspectiva los procesos propuestos por Polya, relacionados con las heurísticas, más frecuentes en la resolución de Problemas son: reconocer, describir la información, utilizar representaciones de diverso orden, preguntarse y lanzar conjeturas y comprobar posibles soluciones confrontándolas con los datos del problema.

La resolución de problemas ha tenido diversas interpretaciones y significados, que van desde trabajar con ejercicios rutinarios hasta hacer matemática bien formalizada. Desde hace unos años, se ha implementado ampliamente la resolución de problemas como una estrategia de aprendizaje de las Matemáticas y desarrollo de competencias, y por ende el desarrollo del pensamiento matemático. Lo anterior se ha dado por las características de la población estudiantil actual que han motivado a investigar y planificar las diversas formas de conceptualizar y manejar los procesos matemáticos por medios más prácticos y aplicados a situaciones de la vida real.

Como respuesta a estas inquietudes, se han desarrollado estudios e investigaciones, los cuales seguidamente se comentaran a grandes rasgos, entorno a la resolución de problemas y por supuesto, se han trazado políticas educativas cuyo interés final ha sido el mejoramiento del nivel académico en los estudiantes. La estrategia de resolución de problemas implica crear un contexto donde los datos guarden cierta coherencia, lo cual la hace más significativa que la aplicación de un algoritmo.

Por lo anterior podría decirse que la resolución de problemas se enfoca en hallar una respuesta que satisfaga las exigencias planteadas, pero la solución de un problema realmente no debe verse como un logro final, sino más bien un proceso complejo de búsqueda, encuentros, avances y retrocesos en el trabajo mental del estudiante. En este proceso se debe involucrar un análisis del problema, en la elaboración de

hipótesis y la formulación de conjeturas; en el descubrimiento y selección de posibilidades, en la puesta en práctica de métodos de solución, entre otros.

Los problemas son comunes en la vida de las personas, los estudiantes se ven enfrentados frecuentemente a resolver problemas, pero ¿qué es un problema? Según Polya (1945) un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata.

En los problemas no puede ser evidente el camino a seguir; por supuesto puede haber varios, los cuales no pueden estar codificados ni enseñado previamente; hay que acudir a conocimientos previos, y no siempre de matemáticas; se deben relacionar saberes procedentes de campos diferentes, hay que poner a punto relaciones nuevas.

Por tanto, un "problema" sería una pregunta a la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, sino que para resolverla es preciso poner en juego conocimientos diversos, matemáticos o no, y buscar relaciones nuevas entre ellos. Pero además tiene que ser una cuestión que interese, que provoque deseos de resolverlo, una tarea a la que estén dispuestos a dedicarle tiempo y esfuerzos. Como consecuencia de todo ello, una vez resuelta, proporciona una sensación considerable de placer; e incluso, sin haber acabado el proceso, sin haber logrado la solución, también en el proceso de búsqueda, en los avances que se han realizado, encontrarán una componente placentera.

George Polya en 1957 desarrolló un método para la resolución de problemas aplicable a la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos, hoy día conocido

como *estrategia o método de Polya*. El cual apareció en el libro, que se tituló *How to solve it*, (traducido al español cómo plantear y resolver problemas). En su método este autor, plantea las siguientes fases:

1. **Comprensión del problema:** se entiende como la fase en la que se debe determinar cuál es la incógnita, cuáles son los datos, cuál es la condición y si es posible satisfacerlas, si son suficientes para determinar la incógnita o no.

Respecto a la comprensión del problema, Polya (1945) sostiene que “*la laguna más frecuente al resolver un problema es quizá la incompleta comprensión del problema, producto de una falta de concentración*”<sup>18</sup>. De lo anterior, se puede afirmar, que el punto de partida en la resolución de problemas es, justamente, la comprensión de la situación del problema, elemento que debe ser enfatizado en la enseñanza de la matemática, lo que conlleva a buscar esquemas que propicien la concentración y la atención en los elementos que integran el problema.

2. **Concepción de un plan:** es la segunda fase de su método, donde Polya (1945), plantea la necesidad de determinar la relación entre los datos y la incógnita. Así mismo, indica que de no encontrarse o establecer una relación inmediata, se pueden considerar problemas relacionados y además preguntas como ¿ha empleado todos los datos? con el fin de no olvidar el problema original y no quedarse en los problemas relacionados.

Con respecto a la concepción del plan y la obtención de la idea general de la solución, Polya (1945), indica que se pueden producir dos defectos opuestos. El

---

<sup>18</sup> Polya, G. (1981). *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. Editorial Trillas México. Recuperado de 14 de octubre de la URL: <https://es.scribd.com/doc/228913306/Como-Plantear-y-Resolver-Problemas>, p. 81.

primero ocurre cuando los estudiantes efectúan cálculos y hacen construcciones sin ningún plan, sin haber tenido una idea general del problema; el segundo se da cuando éstos esperan a que la idea de solución aparezca en su mente sin el mayor esfuerzo.

El autor antes mencionado considera que al desarrollar este plan el error más común es la negligencia que se produce ante la falta de paciencia para analizar los detalles. Igualmente asegura que los estudiantes no comprueban los resultados alcanzados al resolver el problema; sólo demuestran bienestar al haber terminado el proceso de solución.

**3. Ejecución del plan:** se refiere a llevar a cabo las acciones planteadas y se evidencia cuando la incógnita se despeja si es necesario y muestra lo que ésta es. Ello implica comprobar que cada uno de los pasos que conducen a la solución del problema sea correcto.

**4. Visión retrospectiva:** es la última fase de este método para la resolución de problemas matemáticos, donde se debe verificar el resultado obtenido, es decir, la solución de la incógnita; así como también el razonamiento y si funciona el método en algún otro problema. Respecto a esta fase, considera que la misma ayuda al estudiante, pues *“... reconociendo su solución, reexaminando el resultado y el camino que les condujo a ella, podrían consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas”*<sup>19</sup>.

De lo anterior se puede decir que los rasgos que caracterizan el método de Polya

---

<sup>19</sup> Polya, G. (1981). *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. Editorial Trillas México. Recuperado de 14 de octubre de la URL: <https://es.scribd.com/doc/228913306/Como-Plantear-y-Resolver-Problemas>, p. 35.

(1981), para la resolución de problemas, no solo se presentan en las cuatro fases, sino también en la elaboración y aplicación de una serie de preguntas heurísticas y sugerencias que inducen necesariamente a los procesos de revisión y retrospectiva, este último mayormente aplicado en la última fase del método. Respecto a estas preguntas, él sostiene “... *si se plantean así mismo dichas preguntas y sugerencias en forma adecuada, éstas pueden ayudar a resolver el problema*”<sup>20</sup>.

Por otra parte, el método de Polya (1981), hace aportes significativos al estudiante y al docente en su rol mediador de conocimientos respecto a la actividad que se desarrolla en el aula de clase. Respecto al maestro, este autor considera desde su método, que él debe ayudar a los estudiantes siendo una de sus más importantes funciones, la cual requiere, según Polya, “... *tiempo, práctica, dedicación y buenos principios*”<sup>21</sup>.

Dice también respecto al rol del docente que, aunque el educando adquiriera en su trabajo personal mucha experiencia, al dejarlo solo frente a un problema sin ninguna herramienta de ayuda, es muy posible que no logre progreso. Para esta ayuda, el docente debe hacer uso de las preguntas y recomendaciones, concebidas dentro de las operaciones intelectuales y de razonamiento lógico, que podrían aplicarse una y otra vez; como es el caso de la pregunta cuál es la incógnita que se repetirá en la resolución de cada problema. También el método de Polya, basado en la heurística (arte de inventar o descubrir), se caracteriza por imprimir flexibilidad, evidenciado en la posibilidad de plantear la misma pregunta de distintas formas, por ejemplo: ¿Cuál

---

<sup>20</sup> Polya, G. (1981). *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. Editorial Trillas México. p. 21.

<sup>21</sup> *Ibidem*, p. 25.

es la incógnita?, la cual equivale a preguntar ¿qué se quiere conocer?, ¿qué se piden hallar?

Esta condición unida a la generalidad de las preguntas, facilita en los estudiantes la formación de la idea de tener el plan diseñado para la resolución de preguntas y la naturalidad de las mismas, hecho que facilita la comprensión de las interrogantes de parte de los estudiantes, haciendo que ellas contengan el sentido común.

Esta filosofía de Polya (1945) revela que no importa el tipo de problema que se nos presente. Es por ello que, lo que realmente interesa y motiva, es el deseo de resolverlo y aprovechar ese impulso para luego disfrutar el éxito de la solución obtenida.

## **2.2. Fundamentos de la educación matemática crítica**

La educación matemática crítica es un abordaje que se realiza a la educación matemática desde algunos enfoques críticos y del constructivismo social que permiten centrar dicha propuesta en los seres humanos como sujetos políticos que requieren no solo una formación disciplinar si no que por el contrario necesitan de una formación ciudadana (para nuestro trabajo formación ciudadana).

La educación matemática crítica tiene sus orígenes y sustentos en un movimiento filosófico conocido como Teoría crítica o escuela de Frankfurt. Pero todo esto que tiene un trasfondo político de la época en la cual se asientan gobiernos autoritarios y llenos de la fuerza de la guerra y la fuerza del poder, dado este contexto se origina la reflexión en pro de un pensamiento “desarrollando y transformando la sociedad”, algunos autores como Marcuse, Horkheimer entre otros

enuncian la necesidad humana de liberación justicia, igualdad y cambio social, desde el desarrollo de la conciencia autocrítica o Razón crítica

La educación matemática crítica de Skovsmose (1999).tiene ciertos postulados que permiten evidenciar la estrecha relación entre una micro-sociedad, el aula y la sociedad en la cual está inmersa.

1. Todo individuo es un ser social y el aula es un micro contexto social, donde se relacionan profesores y estudiantes interactuando en un intercambio de conocimiento; pero este micro contexto no puede ser aislado del macro que es el entorno o sociedad en la que está inmerso y los entes que lo componen.
2. La actividad curricular como una actividad para la formación de una sociedad compleja, que encierra conflictos mediatizados.
3. Lo social antecede a lo matemático, no se consigue que un estudiante aprenda matemáticas si no hay unas condiciones mínimas en el ambiente del aula; que le permitan a los estudiantes sentirse participes de su aprendizaje
4. Las matemáticas son un conocimiento del cual hacen uso las personas para promover una visión determinada de mundo
5. Las matemáticas no son un conocimiento único, por el contrario existe diversidad que dependen de la sociedad y de las prácticas sociales<sup>22</sup>

Skovsmose (1999) hace una reflexión sobre la historia basada en la tradición de la enseñanza de la matemática, la influencia política e ideológica en la construcción de la educación y afirma que el que hacer de la educación matemática debe avanzar

---

<sup>22</sup> Skovsmose. O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática* (cap. 3 y 4). Una empresa docente. Bogotá, Colombia.

hacia un “conocimiento reflexivo” por tal razón debe procurar la formación de personas críticas con capacidad de comprender, reflexionar y evaluar sobre lo aprendido sobre este análisis plantea: “... es importante hacer crítica a la educación si se quiere que ésta no degenere en una manera de socializar efectivamente a los estudiantes en una sociedad tecnológica y, al mismo tiempo, aniquilar la posibilidad de que desarrollen una actitud crítica hacia, justamente, esa misma sociedad. La tesis acerca del poder formativo de las matemáticas sugiere que una ciencia formal puede convertir una invención en realidad y esto es lo que pone en la mira a la educación matemática. Un asunto importante es si esta educación es capaz de proporcionar una competencia fundamental para el ejercicio de una ciudadanía crítica”<sup>23</sup>

Para la educación matemática crítica existen tres postulados sobre los cuales se construye parte de las investigaciones realizadas por esta teoría de la educación matemática estos postulados son: competencias matemáticas, competencias tecnológicas y competencias reflexivas, dichas competencias formulan lo que Skovsmose denomina como una alfabetización matemática.

1. Competencias matemáticas: Son las habilidades matemáticas, que integran la habilidad para reproducir teorías matemáticas, teoremas y demostraciones, al igual que para ejecutar algoritmos y realizar cálculos Skovsmose (1999).
2. Competencias tecnológicas: se refiere a la habilidad para resolver problemas enunciados en lenguaje natural (Skovsmose, 1999).

---

<sup>23</sup> Skovsmose. O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática* (cap. 3 y 4). Una empresa docente. Bogotá, Colombia.

3. Competencia reflexiva: hace referencia a la capacidad del individuo en el momento de argumentar y justificar una postura relacionada con el tema de discusión (Skovsmose, 1999).

Dentro de la educación matemática crítica Skovsmose define seis ambientes de aprendizaje a partir de las actividades matemáticas, la semi-realidad y las situaciones de la vida real, estos ambientes de aprendizaje se presentan en la tabla 1.

Tabla 1. Ambientes de aprendizaje a partir de las actividades matemáticas.

		<b>Formas de organización de la actividad de los estudiantes</b>	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
<b>Tipo de referencia</b>	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

- Ambiente (1): lo ubica en un contexto “matemática pura”; los estudiantes se limitan a resolver ejercicios que involucran la aplicación de un algoritmo.
- Ambiente (2): un escenario de investigación dentro de la matemática, donde el estudiante tiene la oportunidad de dar significado y aplicación a su conocimiento.
- Ambiente (3): lo ubica en el paradigma del ejercicio con referencia a una semi-realidad, entiéndase semi-realidad como los problemas redactados en los libros de texto por personas que no realizan una investigación profunda sobre los contextos involucrados en el problema.

- Ambiente 4: en el contexto de semi-realidad, se busca que el estudiante explore explique y proponga una solución o a un problemas propuesto.
- Ambiente (5): se refiere al paradigma del ejercicio en situaciones de la vida real.
- Ambiente (6): se caracteriza por el uso de situaciones de la vida real en escenarios de investigación<sup>24</sup>.

#### **2.4. Comunidad práctica de Wenger**

Se considera para la investigación el trabajo realizado por la teoría social de Lave y Wenger (1991) y el posterior desarrollo en la teoría de la práctica social de Wenger (1998). Es necesario dar a conocer el nacimiento de las tendencias en investigación socio cultural en educación matemática este momento será desarrollado desde el apoyo de Lerman (2006).

La clasificación realizada por Lerman (2006) tras la investigación a los estudios realizados por la PME, será la que tiene en cuenta para el desarrollo de este epígrafe, dicha clasificación se realiza teniendo en cuenta aquellos estudios donde se afirma que los conceptos aparecen primero en el plano social, teniendo en cuenta el desarrollo cultural y de los valores, por tal motivo estas prácticas son centrales no secundarias. La organización hecha por Lerman (2006) se basa en el estudio de aspectos particulares en diferentes trabajos de la PME lo que arroja como resultado cuatro tendencias o categorías de las teorías socioculturales:

- Psicología cultural que incluye los trabajos basados en Vygotsky, la teoría de la actividad, cognición situada, comunidades de práctica, mediación semiótica e

---

<sup>24</sup> Sánchez B, Torres J. (2009). Educación Matemática Crítica: Un abordaje desde la perspectiva sociopolítica a los Ambientes de Aprendizaje. ASOCOLME. Bogotá D.C

interacciones sociales.

- Etnomatemática.
- Sociología de la educación que incluye los estudios en el post-estructuralismo, estudios hermenéuticos y teoría crítica.
- Trabajos enfocados en las teorías del discurso los cuales incluyen perspectivas psicoanalíticas, lingüística social y semiótica.

Las teorías socioculturales dentro de los marcos interpretativos y analíticos de las investigaciones en educación matemática dan su inicio en la década de los 90 del siglo pasado y se convierten parte importante de las investigaciones en educación matemática ya que permiten la vinculación del actuar social dentro del aprendizaje de las matemáticas.

Por otra parte Lerman (2003) citado en Lerman (2006) afirma que durante el periodo comprendido entre 1990 y 1995 se publican 8 artículos en la revista *Educational Studies in Mathematics (ESM)* y 4 en la revista *Journal for Research in Mathematics Education (JRME)*, mientras que entre 1996 y 2001 se publican 19 y 10, respectivamente. Y, en la misma tendencia, entre 1990 y 2005 se presentan más de 150 reportes de investigación en las conferencias del *International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*<sup>25</sup>.

Dado que se define la perspectiva sociocultural de Wenger (1998) para la presente investigación como parte del marco conceptual, ya que en ella el autor hace referencia a la práctica social y desarrolla la idea de una comunidad de práctica la cual se relaciona como una parte fundamental en el análisis de nuestro estudio.

---

<sup>25</sup> Lerman, S. (2006). Socio-cultural research in PME. *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*, 347-366.

Las comunidades de práctica una parte tan natural en el desarrollo de la vida del individuo y encontrando comunidades de práctica en casi todos los ámbitos del desarrollo social, por ende es necesario pensar lo que significa para el individuo, para las comunidades y para las organizaciones el aprendizaje. Según Wenger (1998) el aprendizaje es el aporte o la contribución que el individuo realiza a las prácticas de su comunidad, mientras que el aprendizaje visto desde las comunidades consiste en refinar las prácticas, para garantizar nuevas generaciones de miembros, aún más grande es el concepto de aprendizaje visto desde las organizaciones quienes son las encargadas de mantener una interconexión de las diferentes comunidades de práctica.

Dentro del desarrollo de las comunidades prácticas de Wenger se manejan cuatro premisas que orientan el planteamiento de las actividades y su posterior desarrollo para procurar la construcción de un aprendizaje en un entorno social. Se escoge trabajar con la comunidad práctica de Wenger (1998) que hace parte de las teorías socioculturales, ya que todos los seres humanos pertenecemos a comunidades de práctica como las familias, las empresas y dentro de las empresas los grupos de trabajo que se conforman para desarrollar estrategias que les permitan cumplir con las exigencias del trabajo, más aun en un colegio se presentan comunidades de práctica.

En esta teoría se destaca, el aprendizaje como un proceso social que involucra las costumbres adquiridas por un grupo o por una sociedad. Teóricamente el trabajo de la comunidad se sustenta en la naturaleza del conocimiento y del aprendizaje que son pilares adquiridos a través del crecimiento social del individuo y hacen referencia

a unos compromisos innatos en la construcción del conocimiento que según Wenger (1998) son:

- *“Identificación como seres sociales, lo cual expresa lo esencial del aprendizaje.*
- *El conocimiento implica competencia, pues le permite adquirir valores humanos, explorar, descubrir y comunicar hechos científicos.*
- *Conocer propicia la participación y el compromiso de forma activa.*
- *El aprendizaje genera significado, lo cual representa la capacidad y compromiso en la experimentación”<sup>26</sup>.*

Desde la parte natural del ser humano como es la participación, la interacción social donde la interacción social no reside solo en involucrarse en los eventos locales si no por el contrario en prácticas de mayor alcance que permitan construir identidades en conjunto con otras comunidades, por esta razón una teoría social del aprendizaje debe caracterizar la participación social como un proceso de aprender y conocer estos cuatro componente los enmarca Wenger (1998):

- 1) Significado: capacidad individual y grupal de dotar de sentido las experiencias en pro de construir un aprendizaje.
- 2) Práctica: capacidad de hacer referencia de los recursos históricos, y sociales que propician el compromiso mutuo en la acción.
- 3) Comunidad: capacidad social de identificar los grupos como ventajosos esto permite identificar y valorar la participación como una competencia.

---

<sup>26</sup> Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós

4) Identidad: capacidad de comunicar sobre el cambio que representa el aprendizaje en nuestra historia social y personal.<sup>27</sup>

La participación activa dentro de las comunidades de Wenger hace referencia al enlace existente entre los cuatro componentes anteriores que se pueden evidenciar en la siguiente imagen (ver Figura 1).



Figura 1. Componentes de la Comunidad de práctica de Wenger.

Las comunidades de práctica “... se conforma libremente y por el tiempo que se requiera para llevar a cabo la empresa que se propone, pero también puede existir al interior de una organización social institucionalizada. En el segundo caso, probablemente se adapta a condicionantes de la institución, tales como los tiempos de iniciación y terminación, la inclusión de nuevos miembros sólo en ciertos

---

<sup>27</sup> Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós

*momentos...*<sup>28</sup> en el desarrollo de esta investigación se propone realizar comunidades pequeñas en grado séptimo con un máximo de 5 estudiantes para resolver las actividades planteadas de conciencia ambiental y desarrollo sostenible desde la clase de matemáticas.

Esta selección de las comunidades de práctica de Wenger se realiza debido al contexto pedagógico que se maneja dentro de la institución educativa Colegio Parroquial San Luis Gonzaga, el cual consiste en reunir todos los estudiantes en un domo donde se distribuyen por equipos o comunidades de trabajo conformados por estudiantes de los diferentes grados, para nuestro caso esta sería una pequeña comunidad donde cada individuo que pertenece a esta comunidad compite por la adquisición de un conocimiento y de la consecución de triunfos para su comunidad .

Wenger, McDermott, y Snyder (2002) plantean que los papeles de participación de una comunidad de práctica están dados por el coordinador, núcleo, miembros activos, miembros periféricos y participantes externos. También expresan que una comunidad de práctica tiene cinco fases en su desarrollo:

- **Potencial:** es la manera de obtener conocimiento por medio de la interacción con otras comunidades.
- **Coalescencia:** es el enlace de conocimientos entre miembros de una comunidad para identificar cual es el conocimiento a compartir.

---

<sup>28</sup> Camargo, L. (2010). Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria. Tesis para optar al Grado de Doctora en Matemáticas. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia. p. 13.

- Madurez: es resultado de incrementar el tiempo de dedicación de los miembros de la comunidad y la organización del conocimiento.
- Gestión: es el constructo final a medida que se genera conocimiento.
- Transformación: socialización del conocimiento de manera informal.

La participación en una comunidad de práctica ayuda a que los individuos forjen su propia identidad y esto se da según Wenger (1998) por la participación, la imaginación y la alineación<sup>29</sup>.

Según Wenger (1998) la participación es una interacción entre los miembros de una comunidad al debatir socializar algún concepto por esta razón Wenger lo considera como un sinónimo de aprender, la imaginación es la herramienta que les permite expresar sus propias soluciones frente a una realidad del mundo que los rodea, por último la alineación es la coordinación de programas y actividades que les permiten a los estudiantes apropiarse de la vía de resolución de los problemas.

Según Guzmán (2013) *“El conocimiento matemático en el ámbito de estas comunidades es creado, compartido, organizado, actualizado y transmitido dentro y entre ellas. En este espacio se favorece la interrelación entre los estudiantes del grupo, se ajustan sus intereses, se modifica sus relaciones con los demás, ganan una identidad y por ende se desarrollan habilidades matemáticas. Desde las clases de matemática, una comunidad de práctica cobra sentido en la medida que permite la construcción del conocimiento y a su vez multiplicarlo, donde el estudiante posee una participación activa en el aprendizaje, lo cual propicia un aprendizaje para la*

---

<sup>29</sup> Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós

*vida*<sup>30</sup> en el desarrollo de esta investigación se tendrán en cuenta estos criterios para el establecimiento de comunidades de práctica en el aula de matemáticas sobre la resolución de problemas de desarrollo sostenible y cuidado del agua.

Para un salón de clase que se sustente en las comunidades de práctica *“...los estudiantes pueden considerarse a sí mismos capaces de producir matemáticas y hay un reconocimiento público a la posibilidad de desarrollar competencias matemáticas a través de actividades conjuntas y de los roles asumidos. Los estudiantes reconocen el valor de trabajar colectivamente hacia el logro de significados comunes, comparten vías de comportarse, lenguajes, hábitos, valores y herramientas; las clases se llevan a cabo con la participación activa de los estudiantes y, por momentos, se ve que todos están comprometidos en la misma actividad”*<sup>31</sup> en esta investigación se generaran comunidades de práctica dentro del salón de clase de matemáticas de grado séptimo para la resolución de problemas de desarrollo sostenible y cuidado del agua, se consideran las posturas teóricas asumidas en este epígrafe.

La comunidad de práctica dentro del salón de clase de matemáticas de grado séptimo para la resolución de problemas de desarrollo sostenible y cuidado del agua propicia el aprendizaje puesto que:

- Motiva el estudio de la matemática (números enteros y porcentajes) ya que se encuentra una aplicación tangible a un contexto social propio de los estudiantes.

---

<sup>30</sup> Guzmán, A. (2013). El desarrollo de competencias ciudadanas en el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática. Un estudio en el Colegio Distrital Alfonso Reyes Echandía. Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en Educación Matemática. Universidad Antonio Nariño, Bogotá

<sup>31</sup> *Ibíd*em, p. 14.

- Constituye una propuesta para el desarrollo del pensamiento matemático
- Favorece las relaciones interpersonales
- Promueve la socialización del conocimiento

## **Conclusiones del capítulo 2**

La teoría de la resolución de problemas abordada como una parte del marco teórico que sustenta la tesis cuenta con investigadores reconocidos que se tomaron como referencia como: Pölya (1965), Kilpatrick (1967), Schoenfeld (1985,1992); Krulik y Rudnik (1987), Sriraman y English (2010), Pochulu y Rodríguez (2012) entre otros. Estos autores aportan desde sus investigaciones definiciones y estrategias para la resolución de problemas. En la tesis se asume la definición y estrategia propuesta por Polya (1965).

Sobre la educación matemática crítica se destaca como autor principal Skovsmose (2000) de quien se asume la postura teórica para el desarrollo de la tesis y el diseño de las actividades bajo los seis ambientes de aprendizaje.

Como complemento idóneo para el marco teórico de la tesis se asume la postura de aprendizaje social de la comunidad práctica de Wenger, ya que esta permite la identificación del estudiante como un ser social, competitivo, participativo dentro de la solución de un problema, además comprometido en la construcción de un aprendizaje significativo. Conjuntamente se reconoce como características de la participación social el significado, la práctica, la comunidad y la identidad dentro del proceso de aprender y de conocer.

## **CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

La investigación sobre el desarrollo de una conciencia ambiental a partir del aula de matemáticas en estudiantes de básica secundaria, requiere diferentes aportes en cuanto a nivel disciplinar, social y medioambiental. Se puede observar a continuación el tipo de investigación, el alcance del estudio y los métodos utilizados.

### **3.1. Tipo o enfoque de investigación**

La investigación es de tipo cualitativo. Para Hernández, Fernández y Baptista (2014) la investigación cualitativa “utiliza la recolección y análisis de los datos para afinar las preguntas de investigación o revelar nuevas interrogantes en el proceso de interpretación”<sup>32</sup>.

Esta investigación para fortalecer la conciencia ambiental desde el aula de matemáticas se centra el enfoque de investigación acción. En la tesis se consideran las siguientes posturas sobre este enfoque:

Minerva (2006) la caracteriza como “... un proceso de reflexión-acción-cambio-reflexión, por y para el mejoramiento de la práctica del docente, mediante la participación activa de este, dirigido a superar los problemas y las necesidades del aula, la escuela y la comunidad, posibilitando el diálogo entre teoría-práctica-teoría”<sup>33</sup>.

---

<sup>32</sup> Hernández Sampieri, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). Metodología de la investigación, 6ta Edición. Mexico, Ed: Mcgraw-hill. p. 7

<sup>33</sup> Minerva, F. (2006). El proceso de investigación científica. Zulia, Venezuela: Universidad del Zulia. p. 116.

Sandín (2003) señala que la investigación acción "... pretende, esencialmente, propiciar el cambio social, transformar la realidad (social, educativa, económica) y que las personas tomen conciencia de su papel en el proceso de transformación"<sup>34</sup>.

Hernández, Fernández y Baptista (2014) plantean que en la investigación acción "el precepto básico es que debe conducir a cambiar y por tanto este cambio debe incorporarse en el propio proceso de investigación. Se indaga al mismo tiempo que se interviene".

En resumen la investigación acción permite transformar, mejorar y enriquecer el quehacer docente sobre diversas estrategias para fortalecer la educación ambiental y el desarrollo sostenible desde el aula de matemáticas, para lograr mejores desempeño del profesor, que se reviertan en mejoras en el aprendizaje de sus estudiantes.

### **3.2. Alcance del estudio**

Lograr en los estudiantes un conocer reflexivo sobre el desarrollo sostenible y la problemática ambiental en el cuidado del agua, no solo con argumentos políticos ambientales, posturas críticas destructivas ni basados en creencias, si no articulando el poder formativo de las matemáticas, el empoderamiento que ofrecen los argumentos sólidos y no modificables de los resultados numéricos con las posturas sociales, políticas y ambientales

### **3.3. Población y muestra**

Para esta investigación se toma como **población** los estudiantes del grado séptimo

---

<sup>34</sup> Hernández Sampieri, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). Metodología de la investigación, 6ta Edición. Mexico, Ed: Mcgraw-hill. p. 496.

del Colegio Parroquial San Luis Gonzaga de Bogotá y la muestra fue determinada por el grado de interés de 14 estudiantes de los grupos 701 y 703 en participar en el proyecto.

### **3.4. Métodos, técnicas e instrumentos utilizados**

En la tesis se combinan métodos y técnicas de investigación científica, en un nivel teórico y empírico. Se utilizan los siguientes métodos teóricos:

**Histórico-lógico:** se emplea con el fin de valorar la evolución y el desarrollo de cómo se fortalece la conciencia ambiental desde el aula de matemáticas en la Educación Básica.

**Análisis-Síntesis:** existe una interrelación entre dichos procesos presente en la investigación, tanto en los fundamentos teóricos, como en el análisis de los resultados del diagnóstico relacionados con la conciencia ambiental desde el aula de matemáticas, lo que permite establecer el significado de los hechos para interpretar, sintetizar los resultados y la elaboración de las conclusiones y generalizaciones.

Del nivel **empírico** fueron empleados:

**Encuesta:** a los estudiantes, para obtener información sobre la conciencia ambiental desde el aula de matemáticas en la Educación Básica. También se aplica una encuesta de satisfacción a los estudiantes.

Los métodos Matemáticos Estadísticos se utilizan para el procesamiento de la información obtenida a través de los métodos y técnicas del nivel empírico, en diferentes momentos de la investigación.

### **Conclusiones del capítulo 3**

La investigación se sustenta en el paradigma cualitativo, con un enfoque de investigación acción, donde se aplican métodos teóricos (histórico-lógico y análisis-síntesis) y empíricos (encuesta) para lograr resultados satisfactorios en el proceso investigativo en los estudiantes de grado séptimo del Colegio Parroquial San Luis Gonzaga.

## **CAPITULO 4. DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES**

Las operaciones con números enteros, regla de tres simple, las medidas de tendencia central y las frecuencias relativas y absolutas, forman parte del currículo fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas de grado séptimo. Este proceso se debe encaminar a encontrar la forma de lograr que los estudiantes se interesen por la asignatura y que además se apropien del conocimiento. Las actividades diseñadas en este capítulo se construyen en búsqueda de lograr la motivación necesaria de los estudiantes, para fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, observando su aplicación a la búsqueda de una solución frente a un problema social que envuelve el contexto del estudiante. También se tiene en cuenta para la construcción de las actividades presentada el marco teórico asumido para la estructura de las actividades.

### **4.1. Propuestas de actividades favorecer la conciencia ambiental del ahorro del agua**

#### **4.1.1. Actividad 1. Generando estrategias para ahorrar agua**

##### **Objetivo:**

- Desarrollar habilidades en torno a la solución de problemas relacionados con el agua y el cuidado ambiental.
- Fortalecer el pensamiento matemático a través de la implementación de problemas de desarrollo sostenible.

##### **Sugerencias metodológicas.**

1. Los estudiantes disponen de un tiempo estimado de dos horas para el desarrollo de la actividad; ellos se organizan en pequeños grupos de 4, teniendo en cuenta la teoría de la comunidad de práctica de Wenger. Se iniciará la sesión con una motivación que consiste en la visualización de un video sobre la crisis en Colombia por sequias, y el gasto del agua<sup>35</sup>.
2. Se mostrará a través de un video algunos tips (sugerencias) para ahorrar agua<sup>36</sup>.
3. Se presenta una situación problema en contexto, y a través de preguntas se busca que cada grupo de estudiantes establezca posibles estrategias para el reciclaje y ahorro de agua de forma personal y a nivel de los hogares.
4. Haciendo uso de las fracciones el estudiante deberá establecer razones y proporciones de ahorro frente a cada una de las estrategias generadas en su grupo de trabajo.

### **Presentación de la actividad.**

### **Vivencia personal**

En correspondencia a tus propias vivencias y la información que puedas encontrar, debes pensar en formas en que tú puedes medir el agua que consumes y la que consume toda tu familia cada día para luego completar la siguiente tabla teniendo en cuenta:

---

<sup>35</sup> Gasto del agua. Recuperado el 5 de agosto de 2017 de la URL: <https://www.youtube.com/watch?v=ILnuJdRY0ZM>

<sup>36</sup> Tips para ahorrar agua. Recuperado el 5 de agosto de 2017 de la URL: [https://www.youtube.com/watch?v=V5jd2oR\\_qIQ](https://www.youtube.com/watch?v=V5jd2oR_qIQ)

- Aseo personal incluye: baño general, lavado de manos, cepillado de dientes y descarga de sanitario.
- Consumo de bebidas: jugos, bebidas calientes y agua.
- Preparación de alimentos: agua necesaria para hacer arroz, sopa, para preparar verduras y sudados.
- Servicios generales: lavado de ropa, lavado de loza, aseo del hogar, (lavado del carro) y riego de jardín o matas.

	<b>INDIVIDUAL</b>	<b>FAMILIAR</b>
ASEO PERSONAL		
CONSUMO DE BEBIDAS QUE SE PREPARAN CON AGUA		
PREPARACION DE ALIMENTOS		
SERVICIOS GENERALES		
TOOTAL DE CONSUMO		

- ¿Cuántos litros de agua consumes diariamente?

\_\_\_\_\_

- ¿Cuál es el porcentaje de agua utilizada entre aseo personal y servicios generales?

\_\_\_\_\_

- ¿Cuál es el porcentaje consumido en la preparación de alimentos y bebidas?

\_\_\_\_\_

## EL FENÓMENO DEL NIÑO, UNA SEÑAL DE ALERTA.

La escases de agua provocada por el fenómeno del niño, que trajo como consecuencia las sequías prolongadas durante los meses de febrero y marzo de los años 2014-2015, hizo que el gobierno nacional decidiera implementar normas de ahorro y uso eficiente del agua potable. En cada uno de los departamentos de Colombia, y especialmente en el Distrito Capital, impuso como medida de prevención una restricción frente al uso del agua que consistió en:

- La pérdida del subsidio de los estratos uno y dos si el consumo durante el período facturado sobrepasaba los 28  $m^3$ .
- Una sanción económica que consistió en duplicar el valor total de la factura y anexar un costo de 70.000\$ por exceso en el consumo del agua.

### Problemas.

1. En tu grupo de trabajo discute cuáles son las necesidades primordiales y cuáles son las necesidades secundarias que todo ser humano debe suplir con el uso del agua, posteriormente diligencia la siguiente tabla.

Necesidades Primordiales	Necesidades Secundarias

2. Junto con tu grupo de trabajo crea un sistema de medida que te permita calcular el gasto de agua para cada uno de los siguientes ítems

Sistema de medida:

---

---

---

---

---

	<b>INDIVIDUAL</b>	<b>FAMILIAR</b>
ASEO PERSONAL		
CONSUMO DE BEBIDAS LIQUIDAS		
PREPARACION DE ALIMENTOS		
SERVICIOS GENERALES		
TOTAL DE CONSUMO		

3. Generar estrategias para reducir el consumo de agua tanto en los ítems prioritarios como en los no prioritarios.

Estrategias:

---

---

---

---

- a. Teniendo en cuenta las estrategias generadas por tu grupo de trabajo, completa la tabla de forma individual mostrando las reducciones en el consumo que se pueden lograr.

	<b>INDIVIDUAL</b>	<b>FAMILIAR</b>
ASEO PERSONAL		
CONSUMO DE BEBIDAS QUE SE PREPARAN CON AGUA		
PREPARACION DE ALIMENTOS		
SERVICIOS GENERALES		
TOTAL DE CONSUMO		

- b. Luego de aplicar las estrategias al consumo inicial, ¿en cuántos litros podrás reducir el consumo de agua? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- c. Frente al consumo total ¿qué porcentaje lograrías ahorrar?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### **ELEMENTOS CON MAYOR CONSUMO**

¿Cuáles son los elementos que gastan mayor cantidad de agua en tu casa?



2. Si las  $\frac{3}{10}$  partes son utilizadas en remojar los platos, ¿Qué porcentaje de agua es utilizado para jugar la loza?
  
3. Si se utiliza una tina con capacidad de 7 Lt, para sumergir la loza y remojarla ¿Qué porcentaje de agua se está ahorrando?
  
4. ¿Cuánto dinero bimestral podrías ahorrar aplicando tus estrategias, sabiendo que cada metro cubico de agua cuesta \$12.194?

**Reflexiono.**

1. Teniendo en cuenta la situación actual de nuestro planeta, ¿le parece apropiado generar una conciencia ambiental en el cuidado del agua?, ¿Por qué?

---

---

2. ¿Qué otros aspectos favorecen la aplicación de estrategias para cuidar el agua y generar conciencia ambiental?

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

3. Debate con tus compañeros una propuesta, para presentar a las comunidades a las cuales perteneces una forma de generar economía y cuidado ambiental

Nota. Para la próxima sesión:

- Averiguar el consumo de agua de la lavadora de tu casa.
- Minutos de ducha con la llave abierta de al menos tres personas de tu casa.
- Promedio descargas diarias del sanitario.
- Precio de un sanitario ahorrador y litros que puede consumir.

#### **4.1.2. Actividad 2. Matemáticas y economía**

**Objetivo:** Que los estudiantes creen estrategias para generar conciencia ambiental que propicie la economía familiar.

#### **Sugerencias metodológicas**

Los estudiantes disponen de un tiempo estimado de dos horas para el desarrollo de la actividad: ellos se organizan en pequeños grupos de 4, teniendo en cuenta la teoría de la comunidad de práctica de Wenger. Se iniciará la sesión con una motivación que consiste en ver un video sobre el uso racional y efectivo del agua<sup>37</sup>.

A continuación se muestra el video<sup>38</sup> el cual se encargará de mostrar los porcentajes de uso de agua en la parte doméstica y “tips” (sugerencias) fundamentales en formas de ahorro.

---

<sup>37</sup> Uso racional y efectivo del agua. Recuperable el 7 de agosto de 2017de la URL: <https://www.youtube.com/watch?v=RxLsPku7xaM>

<sup>38</sup> Porcentajes del gasto de agua. Recuperable el 7 de agosto de 2017de la URL: <https://noticias.caracol.com/economia/aprenda-ahorrar-agua-para-que-el-dinero-no-se-le-escape-gota-gota>

Para el desarrollo de la actividad se presenta una situación problemática en contexto ambiental y económico. A través de preguntas se busca que cada grupo de estudiantes establezca una proyección de inversión y rentabilidad frente al ahorro del agua.

Por último, haciendo uso de las fracciones los estudiantes deberán establecer razones y proporciones de ahorro frente a cada una de las estrategias generadas en su grupo de trabajo.

### **Presentación de la actividad.**

#### **AHORRAR AGUA EN CASA PARA MEJORAR LA ECONOMÍA FAMILIAR**

Es muy común en los estratos 1, 2 y 3 que las familias pasen necesidades económicas al momento de pagar las facturas de los servicios públicos de especial vitalidad. Esta situación se presenta por diferentes motivos, como son: acumulación de facturas por pagar, mala distribución de los recursos familiares, ingresos bajos, necesidades extraordinarias y falta de estrategias de consumo responsable para reducir el valor de las facturas, lo cual también hace parte de un cuidado ambiental. Generar estrategias de ahorro de agua y de otros servicios básicos del hogar, puede llegar a bajar los importes en las facturas mensuales para el beneficio de la economía familiar y cuidado del medio ambiente.

Reducir el consumo de agua y hacer un uso racional de este valioso recurso no sólo es un aporte al planeta, sino una ayuda para su bolsillo. Según datos del sitio *Dinero en Imagen*, el consumo diario de agua promedio por persona debería ser de 50 litros, pero en Colombia se consumen 170 litros per cápita. Esto significa que no sólo se

está desperdiciando agua en los hogares colombianos, sino que están destinando mayor parte de sus ingresos al pago excesivo de este servicio<sup>39</sup>.

## INVIRTIENDO Y AHORRANDO

1. Con tu grupo de trabajo identifica los elementos que más consumo de agua realizan, ejecuta una inversión para reducir el gasto y realiza una proyección de ahorro en los  $m^3$  consumidos y una proyección de ahorro en factor monetario.

ELEMENTO	INVERSIÓN	REDUCCIÓN EN CONSUMO	REDUCCION MONETARIA EN EL CONSUMO
<b>TOTAL</b>			

2. A continuación se mencionan algunos elementos con mayor consumo de agua.

### 1. SANITARIO

<sup>39</sup> Recuperado el 15 de junio de 2017 de la URL: <http://www.respaldofinanciero.com/ahorrar-agua-en-casa-mejorar-la-economia-familiar/>

Los sanitarios son unos de los elementos que más se utilizan a diario y por consiguiente de los que más agua despilfarran, en promedio gastan entre 7 y 11 litros de agua por descarga.

Sin embargo, los sanitarios más recientes son ahorradores y usan un promedio de 3.5 litros por descarga.

1. Averigüe cuánto cuesta un sanitario ahorrador. Con base al consumo diario de agua de su familia relacionado con el sanitario y el valor respectivo que paga por el agua, determine el tiempo en el cual se recuperaría el valor de la compra de un sanitario ahorrador.
2. Un sanitario tiene una vida útil de varios años. Averigüe la vida útil de un sanitario y determine cuánto se ahorraría en agua y el valor ahorrado durante su vida útil.
3. Por otro lado, si usted utiliza la estrategia de ahorro propuesta por su grupo de trabajo para el sanitario sin reemplazarlo, ¿cuántos litros de agua logras ahorrar en el mes? ¿cuánto dinero se ahorra? Compara los niveles de ahorro en cantidad de litros y en cantidad de dinero con el de un sanitario ahorrador.

4. ¿Qué porcentaje del consumo que aparece en el recibo del agua representa dicha cantidad?

5. Teniendo en cuenta la inversión realizada en un sanitario ahorrador, y el consumo ahorrado por las técnicas de ahorro, ¿cuál es la mejor estrategia de cuidado ambiental y cuidado económico? ¿Por qué?

---

---

## 2. DUCHA

Considera que una ducha durante 5 minutos tiene un gasto promedio de 95 L de agua, lo cual es equivalente al agua que una persona toma en 50 días. Una ducha de 10 minutos gasta en promedio 200 L de agua. En base a esta información, conteste las siguientes preguntas:

1. ¿Qué cantidad de agua aproximadamente consume usted en su ducha diaria?

2. Si reduces el tiempo a las  $\frac{3}{4}$  partes, ¿cuántos litros de agua lograrías ahorrar diariamente?

3. ¿Cuántos litros de agua ahorrarías en cada período de facturación?

4. En el mercado existen cabezales de ducha ecológicos que ahorran hasta un 40% el caudal del agua. Averigua el costo de estos cabezales y con base en el consumo diario de su casa relacionado con la ducha y el valor que paga por el gasto de agua respectivo, ¿determine el tiempo que tardaría en recuperar la inversión por la compra del cabezal?
  
5. ¿Cuánto tiempo tardaría su familia en lograr un punto de equilibrio entre la inversión y el ahorro por menos consumo de agua tanto del sanitario como de la ducha?

**Reflexione.**

1. Teniendo en cuenta la durabilidad de los sanitarios y los cabezales, ¿de cuánto sería la ganancia de su familia durante este tiempo?
  
2. Si analizas las cifras obtenidas con anterioridad, ¿qué puedes concluir?  

---

---

---

---
  
3. ¿Puedes identificar otra finalidad del uso racional y consciente del agua?  

---

- 
- 
4. ¿El análisis de estas situaciones, desde la matemática te ha enseñado algo nuevo al respecto? ¿Tienes pensado una conclusión frente al uso razonable y sostenible del agua?

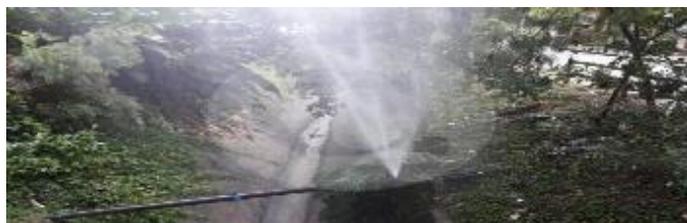
#### **4.2.3. Actividad 3. Proyecciones a futuro**

**Objetivo:** Fortalecer la conciencia sobre el ahorro del agua a través de una situación semi real con proyección a futuro basada en la resolución de problemas, para evitar el consumo desmesurado del recurso hídrico en la actualidad de los hogares bogotanos.

#### **Sugerencias metodológicas**

5. Los estudiantes disponen de un tiempo estimado de dos horas para el desarrollo de la actividad; ellos se organizan en pequeños grupos de 4, teniendo en cuenta la teoría de la comunidad de práctica de Wenger.
6. Se presentan problemas de matemáticas referentes al nivel 5 llamado semi-realidad y preguntas entorno a la situación para generar una reflexión y algunos cambios de hábitos reflexionar.

**Situación problema.** “El 43% del agua en Colombia se desperdicia: Universidad de la Sabana.



Según el estudio de este centro de educación superior, se desperdicia el 43% del agua en Colombia, como lo afirma el Centro de Educación Ambiental para el Desarrollo Sostenible de la institución. "... la industria nacional gasta en agua 35.987 millones de metros cúbicos al año. El sector agrícola es el de mayor demanda (46,6%); seguido por el sector energético (21,5%); el pecuario (8.5%); y el doméstico (8.2%)". En este punto, a Medellín y Bogotá les recomiendan tomar medidas más contundentes, pues son las que más agua gastan: 385,8 millones de metros cúbicos al año"<sup>40</sup>.

### **Presentación de la actividad.**

#### **Situación semi real.**

Teniendo en cuenta la anterior información y sabiendo que **no** hemos tenido conciencia ambiental y nuestro planeta sigue el desgaste y desperdicio desenfrenado con el agua, imaginemos la siguiente situación. Para el año 2050 nuestra capital elevó su temperatura a un promedio de 43° al mediodía y a un promedio de 18° en las horas de la noche. Tanto así que pasó de ser un clima frío a considerarse un bosque seco tropical donde el agua escasea. Nuestra capital no se abastece por sí misma; por el contrario, nuestras fuentes de distribución hídrica provienen de sectores alejados de la ciudad. Por esta razón el acueducto decide implementar estrategias de ahorro para procurar sostenibilidad.

Estrategia:

---

<sup>40</sup> Recuperado el 10 de agosto de 2017 de la URL: <http://www.elcolombiano.com/colombia/agua-en-colombia-se-desperdicia-en-un-43--u-sabana-MM6196806>

- En cada casa se instala un tanque de 200 L para suplir las necesidades básicas de 4 personas durante 2 días.

### **Problemas.**

1. Teniendo en cuenta el nuevo sistema de distribución de agua y que cada casa se compone de exactamente 4 personas, responde las siguientes preguntas.
  - ¿De cuántos litros dispone una persona para bañarse al día?
  
  - ¿Cuánto tiempo tiene cada persona para bañarse?
  
2. Si en cada minuto entran al tanque 10 L de agua, pero debido a las altas temperaturas y la distancia de transporte hasta el tanque, el agua se evapora a razón de 120 ml por minuto, ¿cuánto tiempo tarda el tanque en llenarse?
  
3. Si por la elevación de temperaturas en la ciudad el acueducto tuvo que reducir en un 60% el llenado de los tanques, ¿de cuánta agua dispondría cada persona?, ¿cómo utilizarían de manera razonable su ración de agua?
  
4. En tu grupo de trabajo discute la mejor estrategia para hacer un uso razonable de la dosis de agua.

5. El acueducto, entendiendo las necesidades de las familias, abre la posibilidad de adquirir más agua pero con un costo más elevado de la siguiente manera:

- El primer litro de agua extra vale \$ 3000.
- Cada litro extra después del primero te lo cobrarán tres veces más que el anterior y si quisieras llevar tu vida igual que lo hacías hace 20 años, pero en nuestra nueva realidad consumiendo la misma cantidad de agua que hace 20 años, ¿cuánto dinero deberías después 3 días?, ¿de 4 días?, ¿de 5 días? ¿Y cuánto en el día 30?

6. Por causa de una avería en la manguera que transporta el agua a uno de los tanques, se pierden varios litros de agua mientras se encuentra el punto exacto del daño:

- Día 1 dos litros de agua.
- Día 2 cuatro litros de agua.
- Día 3 ocho litros de agua.
- Día 4 dieciséis litros de agua.

Si se siguiera perdiendo agua de la misma forma, ¿cuántos litros se perderían en el día 9?, ¿en el día 15? y ¿en el día 30?

Si la pérdida fuera permanente, ¿se podría modelar (representar) la situación por medio de una ecuación general?

## Reflexiono

- ¿Considera que su uso diario del agua genera desperdicio?

---

- Si respondiste sí, ¿cuántos litros de agua diario estás desperdiciando?

---

- ¿Por cuánto dinero perdido correspondiente a ese desperdicio eres responsable?

- ¿Cuántas personas podrían calmar la sed con el agua que desperdicias?

7. ¿El análisis de estas situaciones desde la matemática le ha enseñado algo nuevo al respecto? ¿Tienes pensada una conclusión frente al uso razonable y sostenible del agua?

### 4.2.4. Actividad 4. El reciclaje: una forma de sostenibilidad

**Objetivo:** Fortalecer la conciencia ambiental ligada al proceso de reutilización y reciclaje de los residuos sólidos, partiendo del uso de los porcentajes y una introducción a la función lineal como crecimiento económico directamente proporcional.

#### **Sugerencias metodológicas.**

1. Los estudiantes disponen de un tiempo estimado de dos horas para el desarrollo de la actividad; ellos se organizan en pequeños grupos de 4 teniendo en cuenta la

teoría de la comunidad de práctica de Wenger. Se iniciará la sesión con una motivación que consiste en ver un video sobre la importancia de reducir, reutilizar o reciclar<sup>41</sup>.

2. A modo de desarrollo de la actividad se presenta una situación problema en contexto ambiental y económico, y a través de preguntas se busca que cada grupo de estudiantes establezca una proyección de rentabilidad frente a las técnicas de reciclaje.

### **Presentación de la actividad.**

**Problema.** Situación global: “La generación per cápita de residuos sólidos se mide en términos de la cantidad de kilogramos que genera una persona por día. Según los datos de la Evaluación Regional llevada adelante por el BID, OPS y AIDIS, los latinoamericanos generamos 0.63 kg/hab./día de residuos sólidos domiciliarios (RSD). Si tomamos en cuenta los residuos sólidos municipales (RSM), es decir, los domiciliarios más otros residuos de origen comercial o que surgen de la limpieza de calles, parques y jardines, el número asciende a 0.93 kg/hab./día. En Estados Unidos, según la EPA, la generación de RSM asciende a 1.9 kg/hab./día, casi un kilogramo más que en América Latina y el Caribe”<sup>42</sup>.

Situación local: en el colegio parroquial San Luis Gonzaga los estudiantes generan en promedio 0.25 kg de residuos sólidos, distribuidos en latas de gaseosa, papel (hojas de cuaderno, hojas de fotocopias, papel craft y cartulina), esferos, lápices, residuos orgánicos, botellas de bebidas gaseosas, vasos plásticos y envolturas de

---

<sup>41</sup> La importancia de reducir, reutilizar o reciclar. Recuperable el 12 de agosto de 2017 de la URL: <https://www.youtube.com/watch?v=MnSeoWgSnOs>

<sup>42</sup> Recuperado el 30-09-2017 de la url <https://blogs.iadb.org/agua/2014/05/16/sabes-cuanta-basura-generas-en-un-dia/>

golosinas. Muchos de estos residuos, a pesar de los esfuerzos realizados por los docentes del área de ciencias, siguen siendo mal utilizados ya que los estudiantes en el afán de botar la basura se olvidan de clasificarla, para de esta forma generar un reciclaje óptimo. También se observa que la mayoría de la comunidad educativa tiene por costumbre el consumismo desmedido, lo que elimina las dos primeras R's de todo plan organizacional de educación ambiental, las cuales consisten en reducir y reutilizar.

Actualmente en el Colegio se han reciclado alrededor de 500 kilos distribuidos entre cartón, papel y material de archivo. No se ha podido lograr la separación de elementos como el aluminio de las latas, el plástico de las botellas y los vasos desechables, por los problemas antes expuestos.

### **Reflexiono.**

1. ¿Crees que es importante reducir el consumo de alimentos que tienen empaques no reciclables?
2. ¿Es importante reutilizar algunos de los empaques de las cosas que comemos o bebemos?
3. ¿Qué problema global se presenta también a nivel local con los residuos sólidos?

### **Problemas.**

1. Teniendo en cuenta que son 1300 estudiantes, ¿cuál será la cantidad de basura en kilogramos producida por el colegio diariamente y mensualmente?  
(Ten cuidado en calcular ésta última.)

2. Si cada botella plástica pesa alrededor de 19 gramos y dos de cada tres estudiantes toman al menos una bebida en botella al día, ¿a cuántos kilogramos del peso total de la basura diaria corresponde el peso de las botellas?
  
3. Un vaso plástico de 7 onzas como en el que venden la gaseosa pesa aproximadamente 1.5 g. 8 de cada 10 estudiantes toman al menos un vaso de gaseosa en el día. ¿Qué porcentaje del peso total de la basura diaria corresponde a los vasos plásticos?
  
4. Si en total 100 estudiantes toman bebidas en lata, las cuales no son separadas para su posterior reutilización y cada lata pesa 15g, ¿cuál es porcentaje aportado por las latas al peso total de la basura diaria?
  
5. Si un kilogramo de aluminio tiene un volumen de  $370.73 \text{ cm}^3$ , ¿qué tiempo en días tardaría en llenar con aluminio un salón de base rectangular  $8\text{mt} \times 4\text{mt}$  y altura  $2.5\text{mt}$ ?

6. Sabiendo que el consumo de gaseosa es perjudicial para la salud y además los envases plásticos y latas donde son envasadas perjudican el medio ambiente, conforma estrategias para reducir el consumo de las mismas y para reutilizar los envases.

---

---

7. Si con las estrategias establecidas no logran reducir el consumo, pero pueden concientizar a la población para reciclar de la siguiente manera:

Día 1: 3 kg; Día 2: 6 kg; Día 3: 9 kg....

¿Cuántos kilogramos reciclarías en el día 10? ¿Cuántos en el día 15?,

¿Podrías describir la forma de reciclaje por medio de una ecuación matemática?

8. Al reducir, reciclar y reutilizar no sólo ayudan al cuidado del medio ambiente reduciendo la contaminación del aire en un 95%, sino también colaboras con la economía ya que cada kilo de botellas se paga a 1100\$, cada kilo de aluminio a 2100\$ y cada kilo de papel a 800\$.

¿Podrías modelar una ecuación para cada uno de los elementos mencionados que te permitiera conocer el total de los ingresos generados por reciclar?

9. Después de aplicar cada una de las técnicas de reciclaje ¿en qué porcentaje disminuiría la basura del colegio?

**Reflexiono.**

1. ¿Es conveniente aplicar técnicas de reciclaje a cada uno de los hogares en Bogotá? ¿Cuáles ventajas tiene?

---

---

2. ¿Fueron útiles las matemáticas en el análisis de la actividad?

---

---

**4.2.5. Actividad 5. Estadística**

**Objetivo:** Construir un grupo de trabajo guiado por los estudiantes de grado séptimo, que promueva la conciencia ambiental y el cuidado del agua en la comunidad educativa, a partir de la interpretación de datos estadísticos.

**Sugerencias metodológicas.**

1. Se dispone a los estudiantes en los mismos grupos de trabajo.
2. Se realiza una retroalimentación sobre los resultados de las actividades anteriores, para que los estudiantes recuerden las zonas de mayor consumo de agua dentro de la casa. Esto se realiza con el objetivo de inducir las zonas de la casa con mayor consumo de agua sobre las cuales se debe preguntar en el instrumento a diseñar.

**Presentación de la actividad.**

**Desarrollo sostenible:** “El término desarrollo sostenible fue lanzado a la comunidad científica a través del Informe Brundtland en 1987. En él se define como “aquel que satisface las necesidades del presente sin comprometer las necesidades de las futuras generaciones”.

Uno de los principios más importantes dentro del concepto de sostenibilidad es "Piensa globalmente, actúa localmente". Tener conciencia de la realidad mundial es importante, pero se deben tomar medidas a nivel local. Este modelo provee las herramientas necesarias para cada comunidad (y escuela) para determinar sus auténticas necesidades y los recursos existentes. La combinación de necesidades y recursos efectivamente puede promover el desarrollo sostenible y mejorar la economía, la sociedad y el medio ambiente local y global.

El principio de “pensar globalmente y actuar localmente” permite reflexionar sobre la responsabilidad individual y colectiva, asumiendo que los problemas globales son la suma de los problemas locales que conllevan a la problemática global, y que es desde lo local donde se deben abordar y dar las soluciones teniendo en cuenta esta crisis actual que han afectado todos los ámbitos: económico, social, ambiental y cultural de la sociedad actual”.<sup>43</sup>

Por tal motivo, es necesario generar conciencia en cada uno de nuestros grupos sociales, para de esta forma actuar localmente por un problema global, dejar de lado el discurso sin acciones y promover actividades que permitan un verdadero cambio académico, económico, social y ambiental.

---

<sup>43</sup> Recuperado el 23 de agosto de 2017 de la URL: <http://www.escuelasqueaprenden.org/imagesup/La%20matem%E1tica%20y%20el%20desarrollo%20sostenible.pdf>

## Reflexiono.

4. ¿Qué papel tiene la matemática en el desarrollo sostenible?

---

5. ¿Cómo se utilizan las matemáticas en el cuidado del medio ambiente?

---

6. ¿Qué problema global se presenta a nivel local en el cuidado del agua?

---

7. ¿Cuál crees que es la parte (rama) de las matemáticas que te permite obtener datos para hacer un estudio detallado sobre los datos obtenidos?

---

## ACTIVIDADES

1. Teniendo en cuenta lo aprendido en las actividades anteriores y las mayores zonas de consumo de agua, diseña junto con su grupo de trabajo un instrumento que le permita presentar un informe sobre el consumo y derroche de agua presente en la población del colegio. ¿Qué herramienta podrías utilizar?

---

---

2. Utilizando los datos de consumo racional de agua presentados en las actividades anteriores, y los resultados que obtuviste con tu instrumento. ¿A qué conclusiones podrías llegar? ¿El consumo de agua de las personas que pertenecen al colegio es normal, racional o simplemente las personas hacen uso irracional de los recursos hídricos?

---

---

3. Teniendo en cuenta los consumos de agua por zonas de la casa, ¿cuáles son las frecuencias de consumo de las personas en cada una de las zonas? ¿Se puede representar esto por medio un instrumento matemático?

---

---

4. Analizando la información depositada en el instrumento, ¿cuál es el porcentaje representativo de la zona con mayor consumo y desperdicio de agua?

5. ¿Podrías representar la información obtenida, por medio de una gráfica? ¿Qué tipo de gráfico se ajusta más a la información?

---

---

6. ¿Cuál es el valor representativo de consumo de agua en las diferentes zonas?

---

---

7. ¿Cuál es el consumo promedio de agua consumida por cada una de las zonas que decidiste investigar? ¿Se encuentra dentro del consumo normal, racional o dentro del consumo irracional?

---

---

8. ¿El análisis matemático de estas situaciones te ha enseñado algo nuevo al respecto? ¿Podrías crear una estrategia que te permita generar conciencia sobre el uso sostenible del agua?, ¿Se está desarrollando la sociedad de forma sostenible frente al uso del recurso hídrico?

---

---

9. Representa por medio de una gráfica una proyección económica sobre el dinero generado por la recolección de material reciclable.

10. Diseña con su grupo una exposición en la que se usen los datos numéricos y las conclusiones de esta actividad 5, en pro de generar conciencia ambiental en el cuidado del agua.

11. ¿Realmente has iniciado unas nuevas costumbres personales frente al consumo responsable del agua o simplemente te has concientizado sobre el problema sin actuar?

12. ¿Eres parte del problema o parte de la solución?

#### **Conclusiones del capítulo 4**

Las cinco actividades propuestas se sustentan en la resolución de problemas, que utilizan los fundamentos de la educación matemática crítica para el desarrollo de un problema social, al tratarse de un problema social que involucra a la comunidad cada una de las actividades es desarrollada en comunidades de práctica. Con el fin de aumentar la conciencia ambiental y el desarrollo sostenible.

Con la resolución de problemas de conciencia ambiental y desarrollo sostenible, se busca fortalecer en los estudiantes de grado séptimo los conceptos sobre el uso de las operaciones básicas de los números enteros, las operaciones básicas con el conjunto de los racionales, la regla de tres simple y las frecuencias absolutas y relativas, de igual manera se genera en ellos un cambio de pensamiento sobre el uso y aplicaciones de la matemática en la solución de problemas, motivándolos a pensar de forma diferente y a lograr clases interesantes y retadoras.

## **CAPITULO 5. ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LA PROPUESTA**

En este capítulo se efectúa una observación de los resultados obtenidos de cada una de las actividades diseñadas, para favorecer la conciencia ambiental desde el aula de matemáticas, usando como herramientas las operaciones entre números enteros, la regla de tres simples, las medidas de tendencia central y el uso de las frecuencia relativa y absoluta. En cada actividad se tiene en cuenta para su análisis la descripción del desempeño de los estudiantes en la actividad, la motivación, logros obtenidos y dificultades presentadas. También se muestran evidencias del trabajo realizado en el aula.

### **5.1. Valoración de los resultados obtenidos en la práctica escolar de la investigación**

A continuación, se genera un análisis sobre los desarrollos de cada una de las actividades, donde se muestran las posturas de los grupos de trabajo frente a cada uno de las actividades.

#### **5.1.1. Actividad 1. Generando estrategias para ahorrar agua**

##### **Descripción del desempeño de los estudiantes en la actividad.**

La actividad se desarrolló con la participación de 16 estudiantes, que trabajaron en grupos de 4 integrantes, donde cada uno de ellos contaba con la guía impresa y los materiales necesarios para el desarrollo. Al iniciar el desarrollo de la actividad se les muestra a los estudiantes un video con contenido referente al gasto del agua a forma de motivación que contiene algunas estrategias para ahorrar agua, con el fin de

motivar en los estudiantes el deseo hacia la conciencia ambiental y el cuidado del agua.

Vivencias personales (ver figura 1) fue solucionado por el 85% de los estudiantes, quienes lograron completar la tabla y solucionar de manera adecuada las preguntas propuesta bajo los indicadores señalados en la guía. Sin embargo, se detecta que el 15% restante, tiene dificultad para comprender y analizar las preguntas referentes al porcentaje de un todo, además no relacionan una cantidad total con el 100%.



Figura 1. Momentos de trabajo de los estudiantes en vivencias personales actividad 1.

Problema 1. El 100% de los estudiantes realizan en sus grupos de trabajo una consolidación sobre las necesidades primordiales y básicas que todo ser humano debe suplir con el uso del agua, donde se identifica la generalidad de los grupos sobre las necesidades primordiales que para ellos son: aseo personal, hidratación y preparación de alimentos.

Problema 2. (Ver Anexo 1) el problema consiste en el planteamiento de un sistema de medida para el gasto del agua, se muestra a continuación las estrategias establecidas por cada uno de los grupos.

- Grupo 1: el uso de dos sistemas de medida una caneca de 90 Litros para aseo general y el uso de un envase de 2 litros para consumo de alimentos y preparación de bebidas.
- Grupo 2: la medición del gasto de agua se realizará por ollas de 4 litros de capacidad, este grupo al llenar la tabla que se encontraba a continuación de la estrategia generada, realiza la transformación entre la tabla 1, que consistía en medir bajo el sistema de medición normal y la tabla 2 que se llena con el sistema de medición creado por los estudiantes.
- Grupo 3: el grupo utiliza como sistema de medida un balde de capacidad 15 litros.
- Grupo 4: realiza una equivalencia donde por cada 5 litro de agua consumidos, se aumenta un grado la temperatura del agua. Y realizan un intento por realizar una transformación entre la tabla uno y la tabla correspondiente.

Problema 3. (Ver figura 2) El problema consiste en establecer estrategias para reducir el consumo de agua doméstico. Al no poder calificar de forma cualitativa se describe las estrategias establecidas por cada uno de los grupos.

- Grupo 1:
  - Recolectar el agua lluvia para aseo general y lavado de carros.
  - Hacer que la ducha se cierre al pasar los 100 litros.
  - Establecer límites en las diferentes zonas del hogar.

Con las estrategias establecidas el grupo logra reducir el consumo total de agua, en 60 litros que equivalen a un 38% del consumo original establecido por los integrantes

del grupo, se aclara que cada uno de los estudiantes obtiene un porcentaje diferente ya que la tabla se completa de forma individual.

- Grupo 2:
  1. Recolección de aguas lluvias.
  2. Recolectar el agua del segundo ciclo de la lavadora
  3. Reducir el espacio de almacenamiento del sanitario poniendo una botella.

Con las estrategias establecidas el grupo logra reducir el consumo total de agua, en 217 litros en la parte individual los cuales tienen una equivalencia del 45.8% del consumo original establecido por los integrantes del grupo, se aclara que cada uno de los estudiantes obtiene un porcentaje diferente ya que la tabla se completa de forma individual.

- Grupo 3:
  1. Cerrar la llave durante el lavado de los dientes.
  2. Utilizar jabón espumoso de esta forma solo se utiliza agua en el juagado de las manos.
  3. No lavar los alimentos directamente bajo el chorro de agua, si no dentro de un recipiente.

Con las estrategias establecidas el grupo logra reducir el consumo total de agua, en 23 litros en la parte individual los cuales tienen una equivalencia del 40% del consumo original establecido por los integrantes del grupo, se aclara que cada uno de los estudiantes obtiene un porcentaje diferente ya que la tabla se completa de forma individual.

- Grupo 4:
  1. Recolectar agua de la ducha y la lavadora y utilizarla para bajar la cisterna.
  2. Recolectar aguas lluvias para utilizar en el aseo.
  3. Utilizar un vaso en el momento de lavarse los dientes

Con las estrategias establecidas el grupo logra reducir el consumo total de agua, en 25.05 litros en la parte individual los cuales tienen una equivalencia del 9,727% del consumo original establecido por los integrantes del grupo, se aclara que cada uno de los estudiantes obtiene un porcentaje diferente ya que la tabla se completa de forma individual.



Figura 2. Estudiantes trabajando en la planeación de técnicas de ahorro.

#### Parte 2. Actividad 1.

Elementos de mayor consumo. El 100% de los estudiantes establece que los elementos que más consumen agua en cada una de sus casas son: la ducha, la lavadora, y el sanitario. Para ellos la mejor forma de ahorrar agua es reutilizar el

agua de la lavadora para la cisterna, y el grupo 2 piensa que lo mejor es invertir en elementos ahorradores.

Problema 1. A. el 93.75% de los estudiantes realizan combinaciones de tal forma que utilicen baldes de todas las capacidades, olvidando el requerimiento de utilizar el mínimo de baldes o la combinación de baldes más pequeña, mientras que el 6.25% logra obtener el resultado apropiado sobre el número de baldes a utilizar.

1. B. en el literal b del problema 1 el 100% de los estudiantes llega a la solución, diciendo que necesitan 6 baldes de 15, 10 baldes de 9 y 15 baldes de 6. En todos los grupos se observa que llegan a la solución por medio de la multiplicación.

Problema 2. (Ver anexo 1) El 100% de los estudiantes concluyen que el porcentaje de agua necesario para lavar la loza corresponde al 70%, pero no todos utilizan el mismo procedimiento, todos los grupos encuentran primero el número de litros utilizado para remojar, tres de los grupos utilizan este dato y lo restan de los 70 litros con el resultado obtenido realizan una regla de tres simples para encontrar el porcentaje correspondiente. Mientras que el grupo numero 4 encuentra el porcentaje de la cantidad de agua necesaria para remojar y el resultado lo resta al 100%.

Problema 3. El 50% de los estudiantes obtienen la respuesta, utilizando una regla de tres simple y tomando como el porcentaje total (100%) la cantidad correspondiente a 70 litros de agua de esta manera obtienen que el porcentaje ahorrado del total de agua utilizada corresponda al 20%.

El 25% de los estudiantes solucionan utilizando la regla de tres simple, tomando como el porcentaje total (100%) el agua utilizada para remojar la loza, que hace parte

de las respuestas obtenidas en el problema anterior y corresponde a 21 litros, restan este resultado de los 21 litros necesarios para remojar la loza, y al resultado obtenido, lo transforman en el porcentaje utilizando la regla de tres simple como herramienta tecnológica adquiriendo como resultado que el 66.6% es el porcentaje de ahorro.

El 25% restante plantea la misma situación, pero encuentran el porcentaje correspondiente a los 7 litros de la tina, y toman este resultado que es el 33.3% como el porcentaje de ahorro, se puede observar que hay una mala interpretación por parte de los estudiantes, ya que faltaría restar al porcentaje total (100%) el 33.3% para obtener el porcentaje de ahorro bajo las condiciones establecidas por el grupo de trabajo.

Problema 4. (ver anexo 1) ya que el problema no tiene una respuesta única, por el contrario, depende de cada uno de los estudiantes, se analizan los procedimientos utilizados para obtener el resultado, donde se evidencia una única forma de proceder la cual consiste en:

1. Convertir los Litros ahorrados en metros cúbicos
2. Multiplicar el resultado del paso 1 por 12.194\$ que corresponde al valor del metro cubico de agua.

Parte 3. Actividad 1.

Reflexiono

Punto 1. Todos los grupos coinciden en que, si se debe generar una conciencia ambiental, ya que el agua es una fuente vital de vida y sin ella moriríamos.

Punto 2. Los aspectos planteados por los estudiantes para generar conciencia ambiental son:

- No talar arboles
- Recoger las aguas lluvias
- Reciclar
- No votar las basuras
- Campañas de conciencia ambiental
- Reutilizar el agua
- Evitar el exterminio de biosfera importante para el desarrollo de los ecosistemas.

Punto 3. (Ver anexo 1) Las estrategias generadas por los grupos de trabajo consisten en:

- Recolectar el agua de la lavadora para que pueda ser reutilizada.
- Adherir al sistema de agua un sistema que limite el uso exagerado, de esta forma se evita el desperdicio.
- Generar campañas de conciencia ambiental y cuidado del agua.

**La motivación.** Esta actividad fue especial para los estudiantes, porque no se desarrolló bajo los estándares de una clase normal de matemáticas, del colegio al cual pertenecen, además se sintieron motivados al evidenciar como las matemáticas le otorgaban una razón numérica para adquirir conciencia ambiental, otra de las razones que permitió el buen desarrollo de la actividad fue la oportunidad de participación que tuvieron todos los integrantes de los diferentes grupos para el desarrollo de la actividad.

**Logros obtenidos.** Durante el desarrollo de esta actividad se pudo evidenciar aspectos positivos como:

- Se incentiva el trabajo grupal, generando un ambiente de respeto ante las intervenciones de cada estudiante, de esta forma se genera debate para llegar a una solución correcta. y la participación de los estudiantes esto facilito Fortalecimiento de las acciones colaborativas para el desarrollo del trabajo propuesto.
- Se fortaleció el concepto de porcentaje y la asignación de un todo para manejarlo como el 100% o unidad de referencia.
- Se logró mejorar el uso del algoritmo de la regla de tres simples.
- Se desarrolló durante la aplicación un ambiente tipo 5 que vincula la semirealidad y la acción matemática.

(Ver anexos en el CD correspondiente a evidencias fotográficas).

**Dificultades presentadas.** Durante el desarrollo de la actividad se presentaron las siguientes dificultades:

- Los estudiantes al recibir las instrucciones dadas para el desarrollo de la actividad, se muestran nerviosos y reacios a proponer soluciones, además dan muestra de su temor a participar y a equivocarse.
- El tiempo requerido para el desarrollo de la actividad se debió incrementar, por algunas interrupciones en la aplicación.
- Algunos de los estudiantes no prestaron atención a las explicaciones por consiguiente se debía repetir la instrucción.

- Se hizo necesario recordar y retroalimentar algunos conceptos previos, para el buen desarrollo de la actividad.

### **5.1.2. Actividad 2. Matemáticas y economía**

#### **Descripción del desempeño de los estudiantes en la actividad.**

La segunda actividad se desarrolló con la participación de 16 estudiantes, que trabajaron en los mismos grupos que fueron conformados para el desarrollo de la actividad uno, que son cuatro grupos de cuatro integrantes, donde cada uno de ellos contaba con la guía número uno y la guía dos impresa y los materiales necesarios para el desarrollo. Se da inicio a la actividad con un video sobre respaldo financiero para generar economía en casa, y una pequeña lectura que resalta una realidad social sobre la economía familiar.

Etapa 1. Invirtiendo y ahorrando.

Problema 1. Esta parte de la actividad se desarrolla teniendo en cuenta la información obtenida en el desarrollo de la actividad uno donde se definieron algunos de los elementos de mayor consumo, además de la investigación que se dejó como espacio de investigación para la casa, en caso que no se hubiese realizado la investigación se les da a los estudiantes la oportunidad de investigar en un computador que se encuentra a disposición de ellos como se muestra en la figura 4

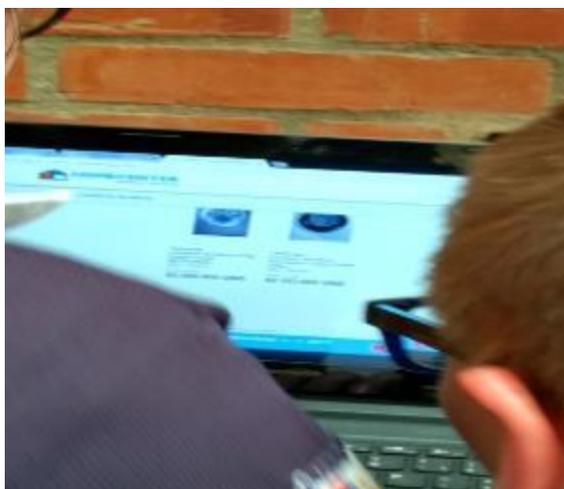


Figura 4. Estudiantes realizando investigación.

Con la información obtenida y teniendo en cuenta los elementos de mayor consumo de agua identificados por cada uno de los estudiantes, se puede decir que el 100% de los estudiantes llenan la segunda columna.

Al completar la columna tres, fila dos de la tabla, los estudiantes realizan el cálculo de reducción en el consumo, teniendo en cuenta la información reunida como parte de la investigación realizada en casa, que hace referencia al promedio de descargas diarias del sanitario, y comparando el sanitario de su casa con el sanitario ahorrador escogido por ellos, este cálculo se realiza para 60 días que es el periodo de facturación. Procedimiento realizado:

1. Identificar cantidad de litros utilizados por el sanitario actual de sus casas.
2. Realizaron la diferencia entre la cantidad de litros utilizada por el sanitario actual y la cantidad de litros utilizada por el sanitario ahorrado.
3. El resultado de la diferencia lo multiplicaron el promedio diario de descargas.
4. El resultado lo multiplicaron por sesenta que es el periodo de facturación.

Para el espacio correspondiente a la ducha, los estudiantes toman como referencia el tiempo de duración de la ducha de al menos tres personas y realizan el siguiente proceso:

1. Realizan la equivalencia entre los minutos de duración y el agua utilizada para el baño.
2. Como los estudiantes encontraron que el cabezote de ducha reduce un 40% el gasto de agua por baño, estos obtienen el 40% de los litros utilizados por cada baño.
3. Suman los resultado y multiplican por 60, obteniendo el ahorro bimestral en litros (dos de los grupos realizan de una vez la conversión a metros cúbicos, dividiendo el resultado por 1000 litros que es la equivalencia entre  $1 m^3$  y el número de litros que contiene, los otros dos grupos realizan la conversión después de totalizar la reducción en el consumo).

La última columna de la tabla es llena por los estudiantes, a partir de la conversión de litros a metros cúbicos (para los grupos que no habían realizado la conversión), posteriormente los estudiantes multiplicaron el resultado en metros cúbicos por el valor del metro cubico de agua (el valor del metro cubico los estudiantes lo encontraban consignado en la guía 1).

Parte 2. Elementos con mayor consumo.

Sanitarios.

Punto1. (Ver Figura 5 y anexo 2) el procedimiento utilizado por los estudiantes consiste en dividir el valor del sanitario que son 450000 entre el valor ahorrado

bimestralmente, de esta manera obtienen el número de recibos que se tardan en recuperar el valor invertido, este resultado se multiplica por 2 ya que el servicio de agua se factura cada 2 meses, de esta manera se obtiene el número de meses que se tardaría una familia en recuperar el valor invertido.

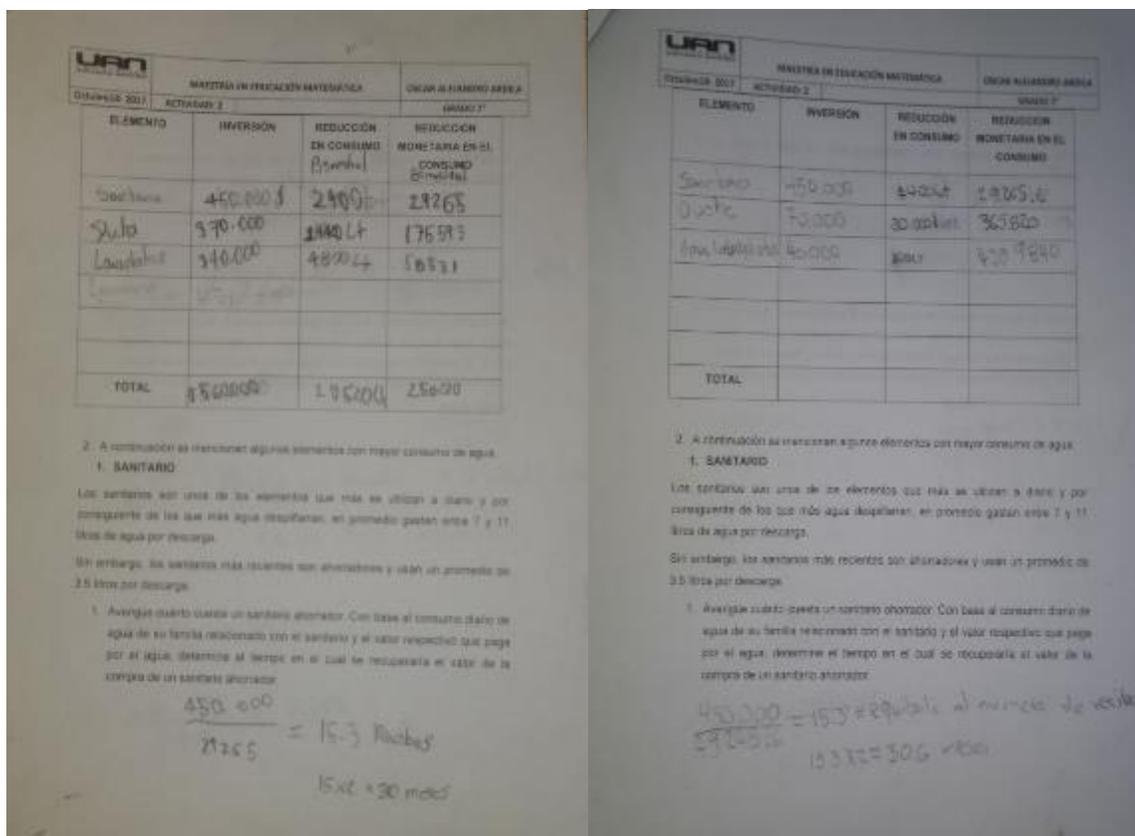


Figura 5. Resultado de los procesos realizados por los estudiantes en un punto 1.

Punto 2. El 100% de los estudiantes llega a la solución (ver Figura 6), planteado como estrategia de trabajo lo siguiente:

Para encontrar la cantidad de agua ahorrada durante los 15 años de vida útil del sanitario

1. Multiplican los 15 años por 12 meses que son el número de meses de un año.

2. 180 meses que es el resultado del procedimiento anterior lo dividen por 2 ya que el recibo llega cada dos meses.
3. multiplican 90 que es el resultado de la operación anterior por 2400 litros que es el valor que ellos determinaron como ahorro bimestral, obtienen como resultado que el ahorro de agua durante la vida útil del sanitario es de 216000 litros de agua.

Para encontrar el valor económico ahorrado durante la vida útil del sanitario, los estudiantes multiplican el valor de ahorro bimestral obtenido al llenar la tabla del punto 1 de la parte 1 por 90 que son el número de periodos facturados durante los 15 años.

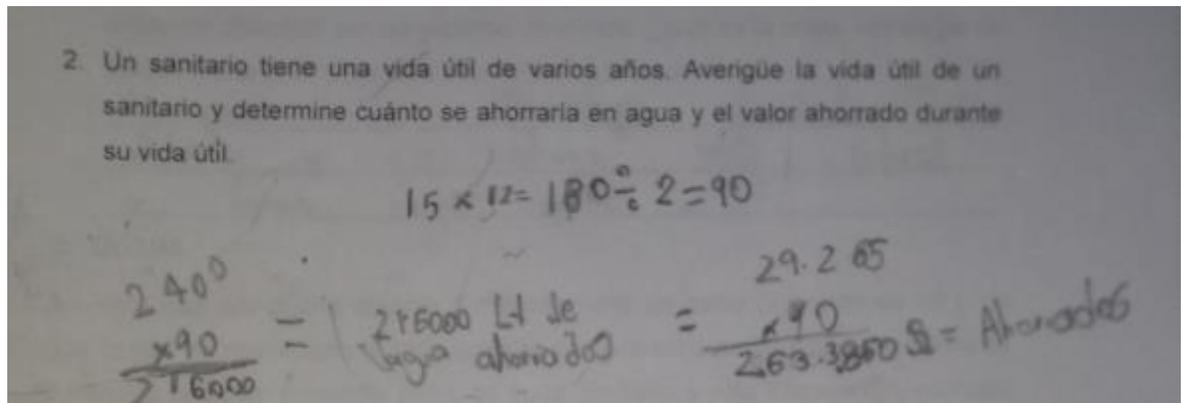


Figura 6. Procedimiento del punto 2.

Punto 3. (Ver figura 7 y 8) El 100% de los estudiantes comparan las estrategias de ahorro generadas por sus grupos de trabajo, frente al uso del sanitario y sin tener en cuenta la recolección de agua de la lavadora, llegan a la conclusión que es mejor realizar una inversión.

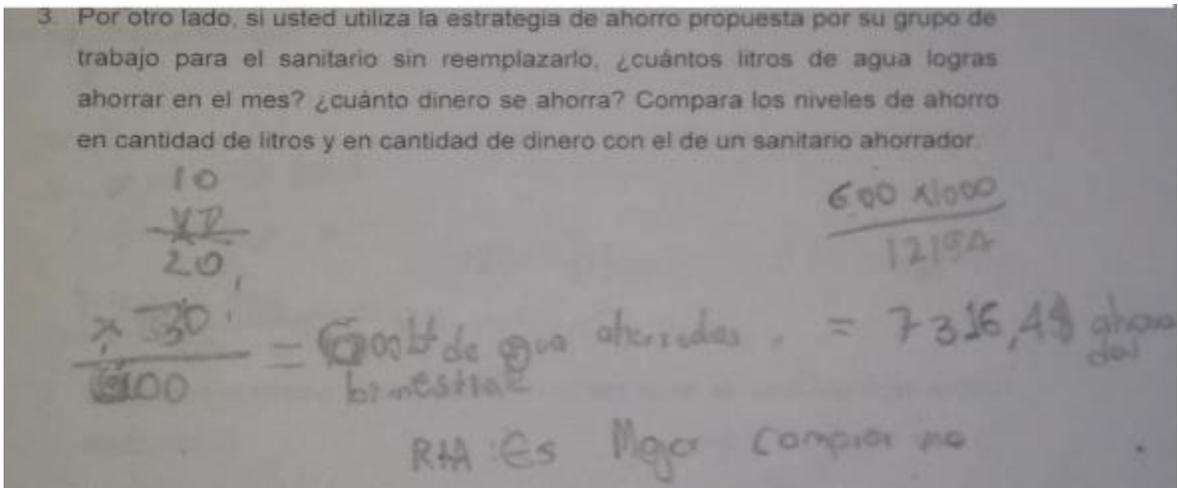


Figura 7. Comparación de ahorro estrategias vs inversión.

Otros grupos compararon las estrategias de ahorro teniendo en cuenta la recolección de aguas lluvias y aguas jabonosas y obtuvieron lo siguiente

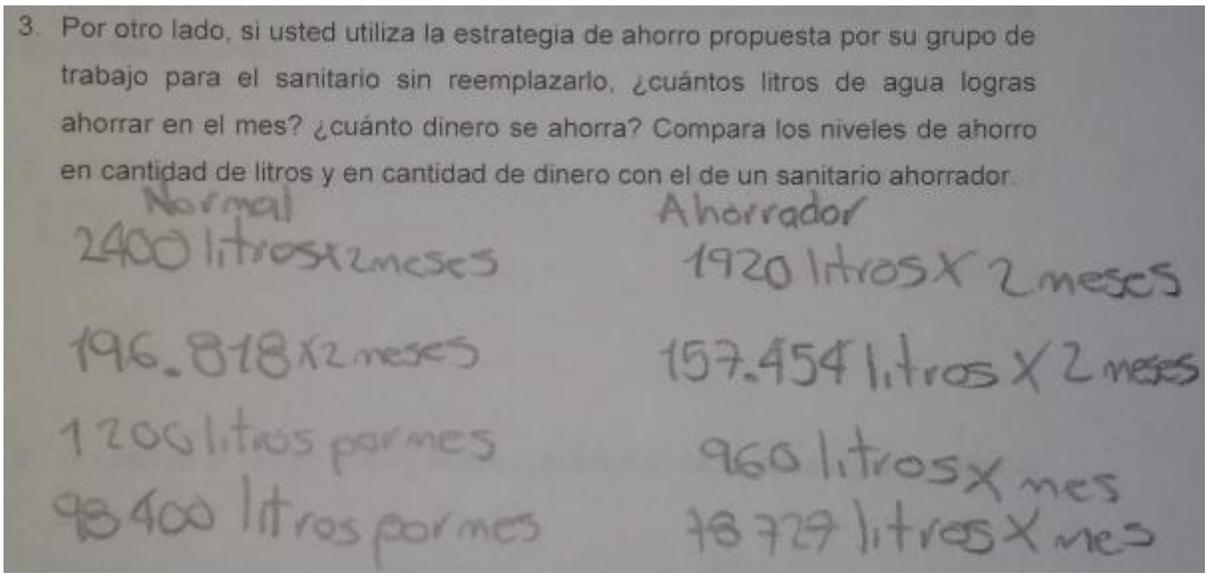


Figura 8. Comparación entre técnicas de ahorro.

Punto 4. (Ver figura 9) El 100% de los estudiantes encuentra el porcentaje equivalente al consumo del sanitario en sus respectivas facturas, usando una regla de tres simples en la cual logran identificar de manera correcta el porcentaje total.

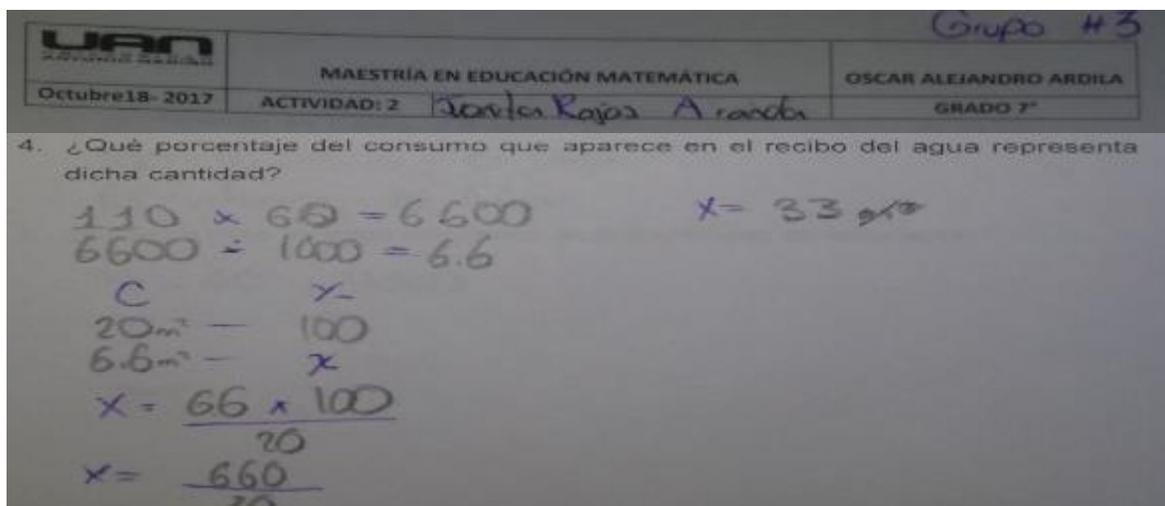


Figura 9. Procedimiento realizado por una estudiante para encontrar el porcentaje.

Punto 5. El 100% de los estudiantes establecen que la mejor estrategia es la de realizar una inversión en los sanitarios ahorradores, pero sin dejar de lado la costumbre de la reutilizar las aguas jabonosas.

### Parte 3. Duchas.

Problema 1. (Ver figura 10) En este problema no se revisa una respuesta concreta, ya que depende del análisis realizado por cada estudiante, puesto que el tiempo de baño utilizado por cada persona es diferente, la única equivalencia que deben utilizar es que cada 10 minutos de baño con la llave abierta corresponde a un gasto de 200 litros de agua. El 100% de los estudiantes realiza de manera adecuada el procedimiento para llegar a la solución de ese 100%, el 85% lo realiza utilizando regla de tres y el 15% restante lo realiza de forma directa ya que el tiempo de baño es de 5 minutos y lo único que establecen es la relación de 5 minutos es a 100 litros.

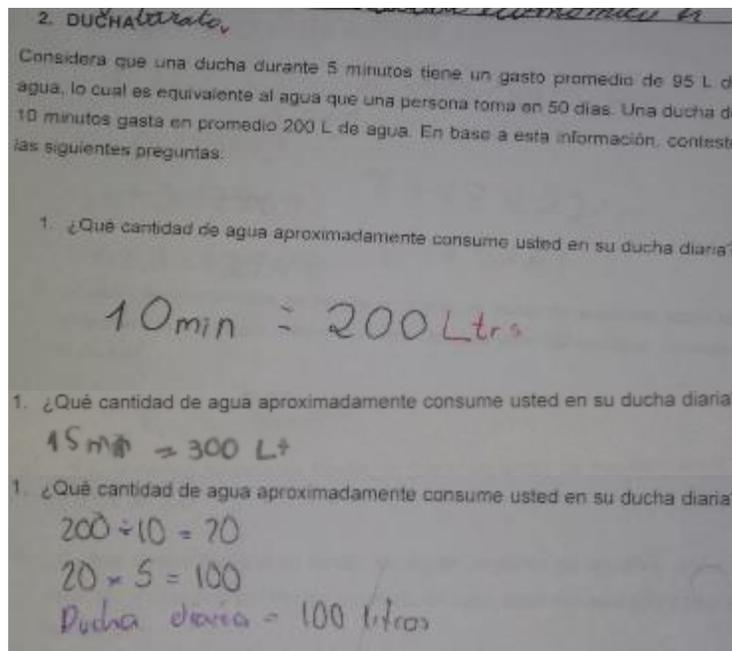


Figura 10. Diferentes formas de abordar el procedimiento.

Problema 2. (Ver Figura 11) Se puede observar que los estudiantes reconocen en su mayoría la fracción como parte de un todo, para este caso toman el todo como el tiempo de baño y dividen su tiempo en 4 y lo multiplican por 3, obteniendo el nuevo tiempo de baño. Realizan la conversión a litros del nuevo tiempo obtenido, y restan de los litros iniciales los litros obtenidos después de la conversión.





Figura 13. Estudiantes desarrollan parte 3.

Punto 5. Para establecer el tiempo que tardarían las familias en recuperar el valor invertido o lograr el punto de equilibrio los estudiantes, utilizan datos ya conocidos como el tiempo necesario para recuperar la inversión del sanitario más el resultado del punto 4.

Parte 4. Reflexione.

Problema 1 el 70% de los estudiantes establece el valor total de ahorro durante las 90 facturas asignadas a sus casas para cada uno de los ítems (sanitario y ducha) luego restan el valor de inversión respectivamente. Por ultimo suman los dos valores obtenidos que es el ahorro en el tiempo de duración de los elementos en los cuales se invirtió.

Nota: para observar los procedimientos realizado en los problemas 4 y 5 de la parte 3. Y los resultados del problema 1 de la Parte 4. Reflexiona (ver Figura 14).

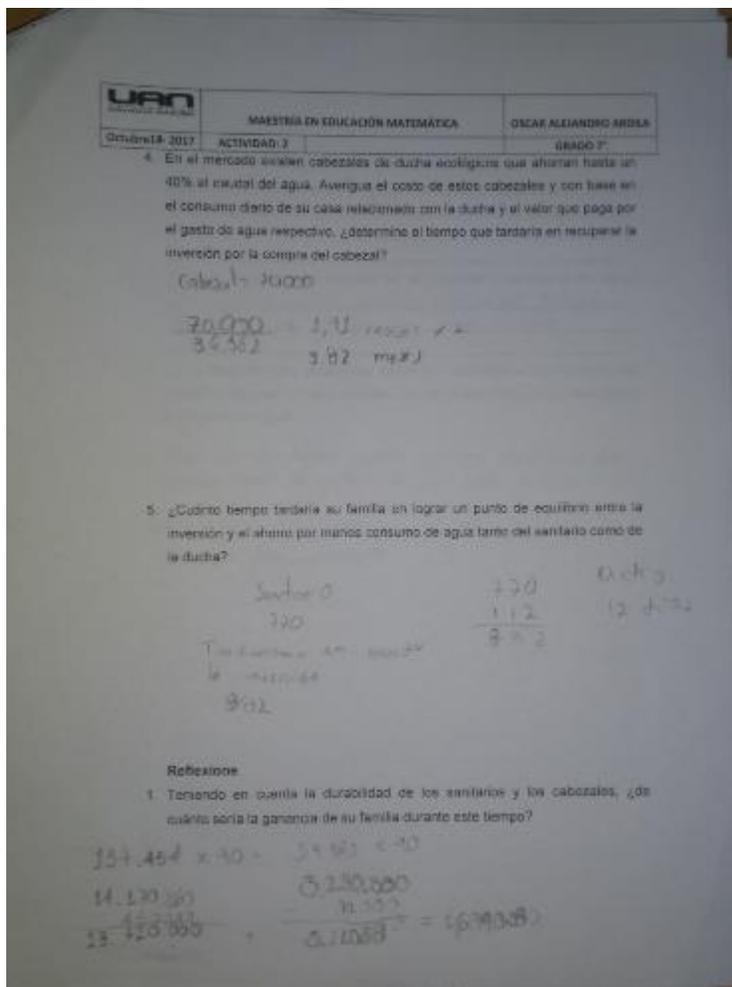


Figura 14. Muestra de actividad 2. Parte 3.

Para el resultado de los problemas 2, 3 y 4 de la parte de reflexiono se agregan dos evidencias ya que esto corresponde a la parte personal de cada estudiante (ver Figura 14 y Figura 15).

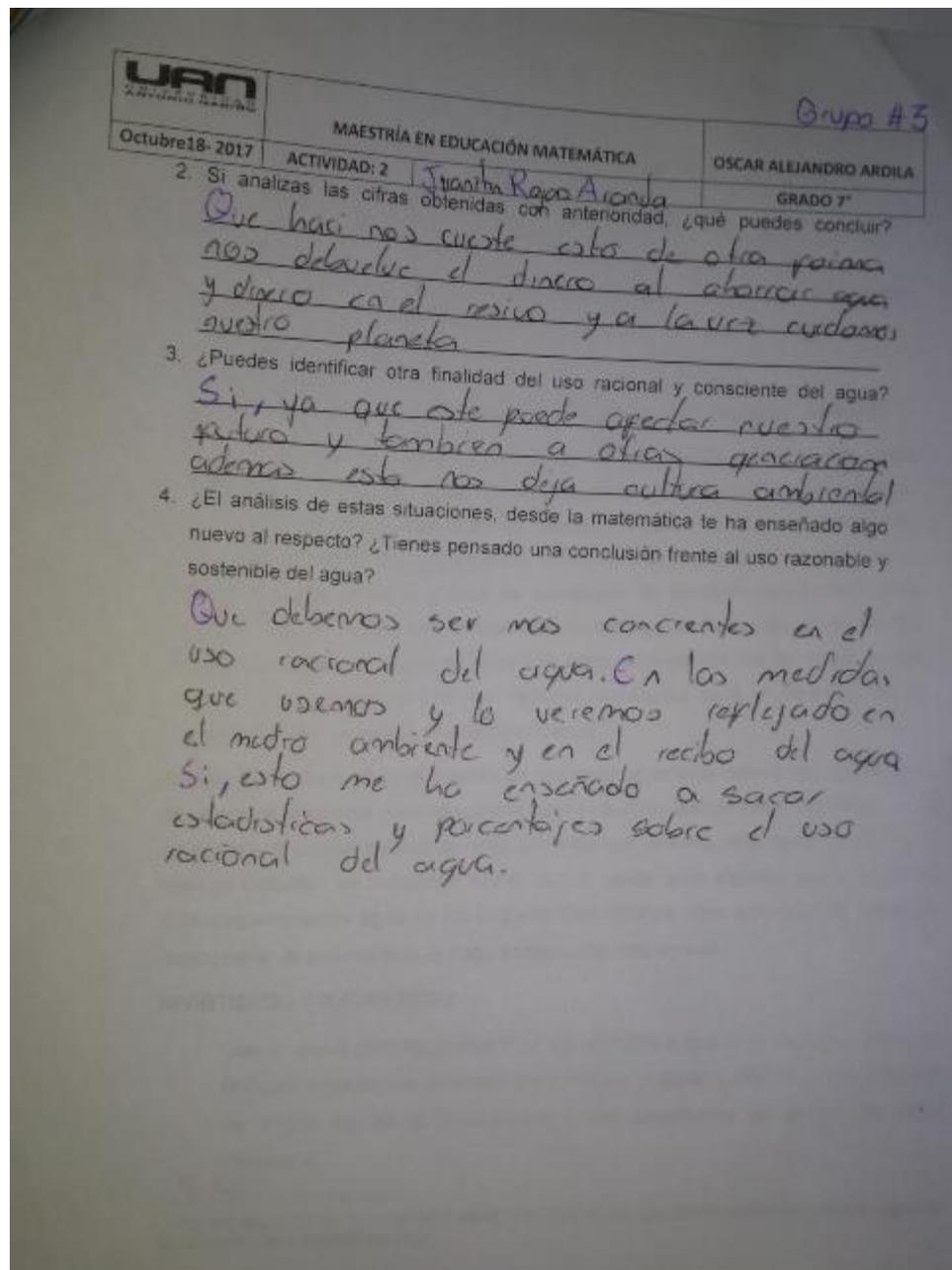


Figura 14. Solución dada por un estudiante.

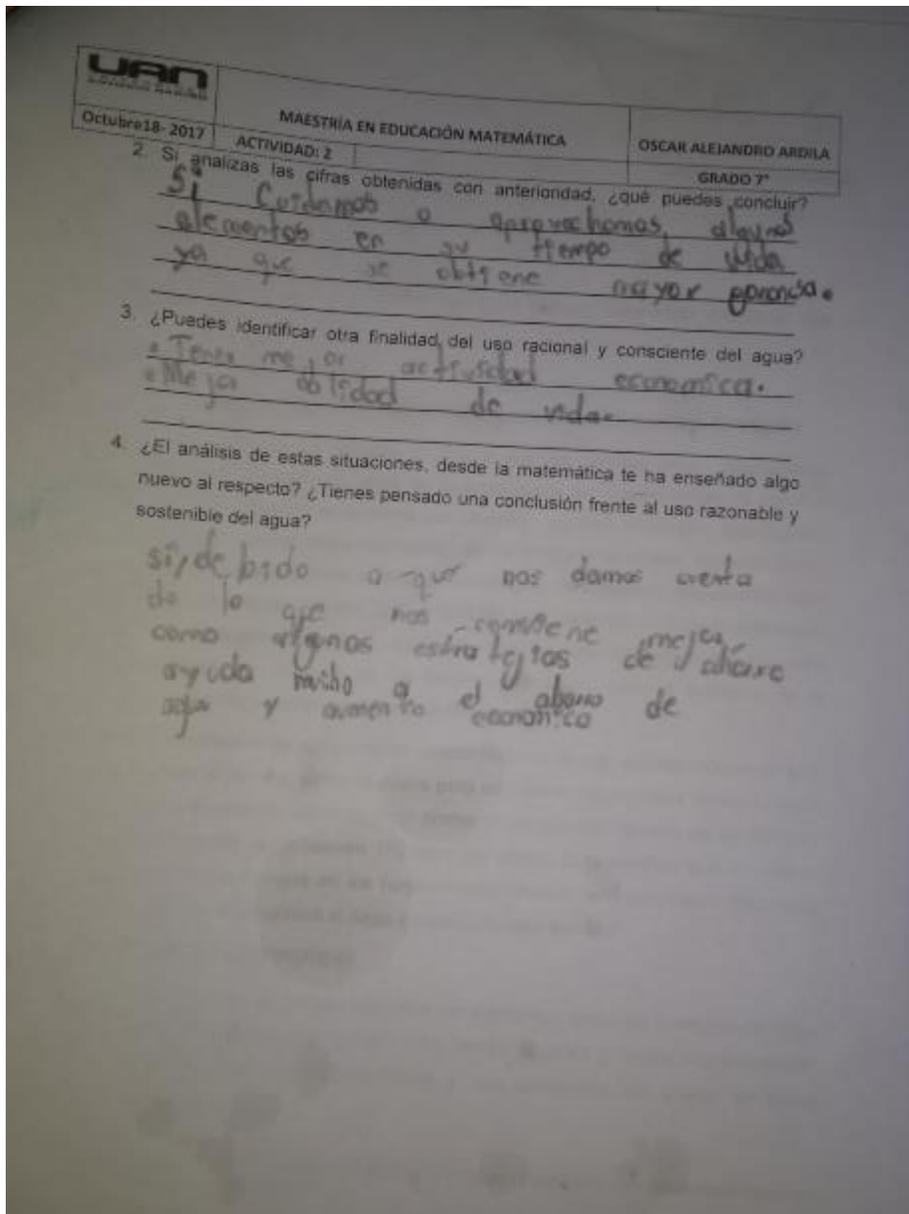


Figura 15. Solución dada por un estudiante.

**La motivación.** En esta actividad los estudiantes muestran mayor entusiasmo en los momentos de participar, y hacen sus aportes sin ningún temor a equivocarse, tanto en sus posturas ambientales, como en las posibles soluciones a una situación matemática. Puede observarse un trabajo en equipo para luego establecer y escribir dentro de las guías una solución común.

**Logros obtenidos.** Durante el desarrollo de esta actividad se pudieron evidenciar aspectos positivos como:

- Se incentiva el trabajo grupal, pero cada uno de los estudiantes toma la iniciativa para analizar individualmente las diferentes situaciones y posteriormente expresa su posible solución. De esta manera se llega a la construcción social de algunas soluciones.
- Se evidencia una de las características de las comunidades de práctica y es que si no encontraban la solución en su grupo de trabajo acudían a otro, para poder construir un solo concepto que se convirtiera en solución de la situación planteada.
- El poder capturar la atención de los estudiantes, para el desarrollo de una clase de matemáticas.

(Ver anexos en el CD correspondiente a evidencias fotográficas).

**Dificultades presentadas.** Durante el desarrollo de la actividad se presentaron las siguientes dificultades:

- El tiempo de aplicación fue demasiado corto y esto afecta el buen desarrollo de la actividad
- La concentración de los estudiantes disminuye rápidamente ya que la aplicación coincidió con el descanso de la sección primaria.
- El uso constante de la calculadora limitó la toma de evidencias paso a paso.

### 5.1.3. Actividad 3. Proyecciones a futuro

La tercera actividad se desarrolló con la participación de 16 estudiantes, que trabajaron en los mismos grupos que fueron conformados para el desarrollo de la actividad uno y dos, son cuatro grupos de cuatro integrantes, cada estudiante cuenta con la guía uno, dos y la actividad tres impresa y los materiales necesarios para el desarrollo. Se da inicio a la actividad con una pequeña lectura que muestra el desperdicio de agua en Colombia.

Se hace uso de una situación semi-real para modelar el desarrollo de toda la actividad.

Parte 1. Situación semi real.

Problema 1. Pregunta 1. El 100% de los estudiantes que participan en la solución de la actividad distribuyen el agua haciendo uso del algoritmo de la división, realizan la distribución de forma adecuada donde a cada persona le corresponde usar 50 litros durante los dos días. Esta cantidad se divide en necesidades primordiales y secundarias según requerimientos del grupo.

Respuesta 1. (Ver figura 16) Los estudiantes que pertenecen a estos grupos acuerdan que el gasto diario para el baño debe ser de 10 litros

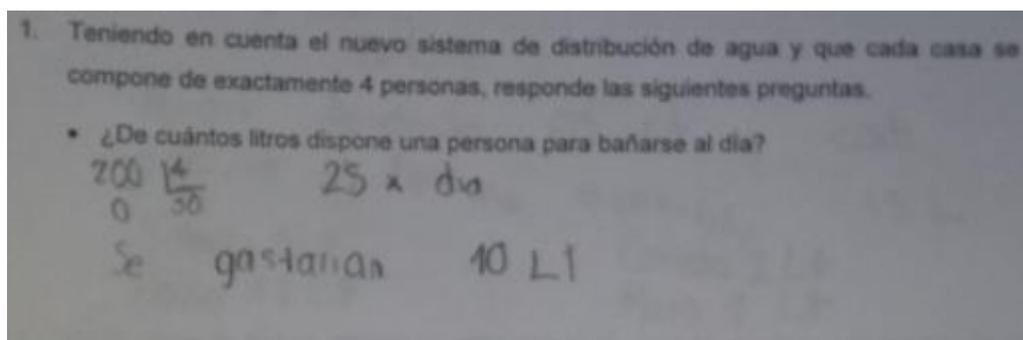


Figura 16. Solución dada por un estudiante.

Respuesta 2. (Ver figura 17) Los estudiantes que pertenecen a estos grupos acuerdan que el gasto diario para el baño debe ser de 12 litros.

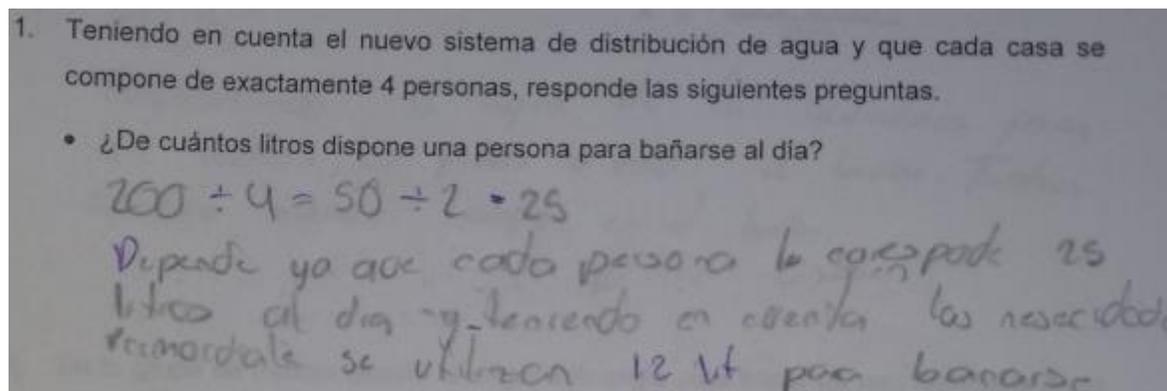


Figura 17. Solución dada por un estudiante.

Problema 1. (Ver figura 18) Pregunta 2. El 100% de los estudiantes hacen uso de la regla de tres simples para calcular el tiempo de duración por día correspondiente al baño, ya que en el punto anterior definen los litros correspondientes a este ítem y tiene la información equivalente al gasto de agua durante 10 minutos de baño con la llave abierta.

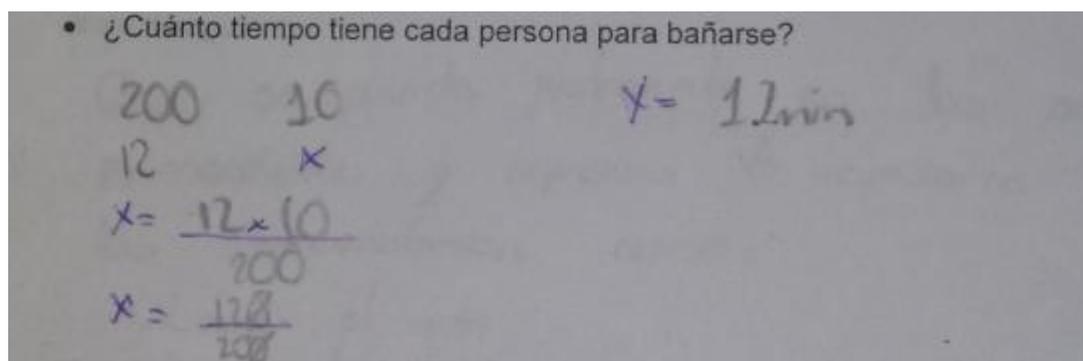


Figura 18. Solución dada por un estudiante.

Problema 2. Tipo de respuesta 1. (Ver figura 19) El 75% de los estudiantes multiplican los 120 mili-litros por los 20 minutos para saber cuánta cantidad de agua se evapora esto equivale a 2.4 litros, usando una regla de tres con la equivalencia de 10 litros por minuto y 2.4 litros, los estudiantes obtienen el tiempo que tardaría en

transportar los 2.4 litros el resultado obtenido es de 0.24 minutos, por ultimo suman los 20 minutos con los 0.24 minutos obteniendo el total de 20.24 minutos.

2. Si en cada minuto entran al tanque 10 L de agua, pero debido a las altas temperaturas y la distancia de transporte hasta el tanque, el agua se evapora a razón de 120 ml por minuto, ¿cuánto tiempo tarda el tanque en llenarse?

$10000 - 120 \times 20 = 197600$   
 $200000 - 197600 = 2400$   
 $10L \quad 1$   
 $24 \quad 2$   
 $x = \frac{24 \times 1}{10}$   
 $x = \frac{2.4}{10}$   
 $x = 0.24$   
 $\frac{0.24}{+ 20.00}$   
 $20.24$

2. Si en cada minuto entran al tanque 10 L de agua, pero debido a las altas temperaturas y la distancia de transporte hasta el tanque, el agua se evapora a razón de 120 ml por minuto, ¿cuánto tiempo tarda el tanque en llenarse?

$20 \text{ min} \quad 120 \text{ ml} \times 20 \text{ min} = 2400 = 24L +$   
 $10L \rightarrow 1$   
 $24 \rightarrow x$   
 $\frac{2.4 \times 1}{10} = 0.24 \text{ min}$   
 $\frac{20.00}{+ 0.24}$   
 $20.24$

Figura 19. Procedimiento para obtener tiempo de llenado.

Tipo de respuesta 2. (Ver figura 20) el 25% de los estudiantes, que corresponden a un grupo de trabajo, realizan primero la conversión de los mililitros a litros obteniendo

que 120 mililitros son equivalentes a 0.12, este resultado lo multiplican por 20 que es el tiempo que tarda en llenarse el tanque en condiciones normales el resultado de esta operación es de 2.4, que hace referencia a la cantidad de agua evaporada durante 20 minutos. Este grupo busca saber el total de agua real que contiene el tanque a los 20 minutos por tal razón restan a los 200 litros los 2.4 litros que dieron como resultado, para saber el tiempo real que tarda en llenarse completamente el tanque utilizan una regla de tres simple y obtiene como resultado 0.24 minutos, este resultado lo suman a los 20 minutos iniciales y obtienen 20.24 minutos que es el tiempo que tarda el tanque en ser lleno completamente,

Si en cada minuto entran al tanque 10 L de agua, pero debido a las altas temperaturas y la distancia de transporte hasta el tanque, el agua se evapora a razón de 120 ml por minuto, ¿cuánto tiempo tarda el tanque en llenarse?

$$\left(\frac{1 \text{ Lit}}{1000 \text{ ml}}\right) \quad 10 \times 20 = 200 \text{ Lit} \quad \frac{200}{-2.4} = 197.6 \text{ Lit}$$

$$120 \left(\frac{120}{1000}\right) \quad 0.12 \times 20 = 2.4 \text{ Lit}$$

$$\begin{array}{r} 101 \quad 1 \\ 2.4 \quad x \\ \hline \end{array} \quad x = \frac{2.4 \cdot 1}{10} = 0.24$$

$$\begin{array}{r} 20.00 \\ + 0.24 \\ \hline 20.24 \end{array}$$

Figura 20. Solución dada por un estudiante.

Problema 3. (ver figura 21) al iniciar el desarrollo del ejercicio solo el 50% de los estudiantes equivalente a dos grupos de trabajo entendió el enunciado del problema, y realizaron correctamente las operaciones y el trabajo indicado, encontrando primero el 60% de los 200 litros cuyo resultado es 120 litros, posteriormente realizaron la resta de 200 litros menos 120 litros, el resultado de esta resta que es 80 litros lo distribuyeron entre las 4 personas habitantes de la casa y diseñaron una

distribución razonable para el uso adecuado de la cantidad de agua existente por persona.

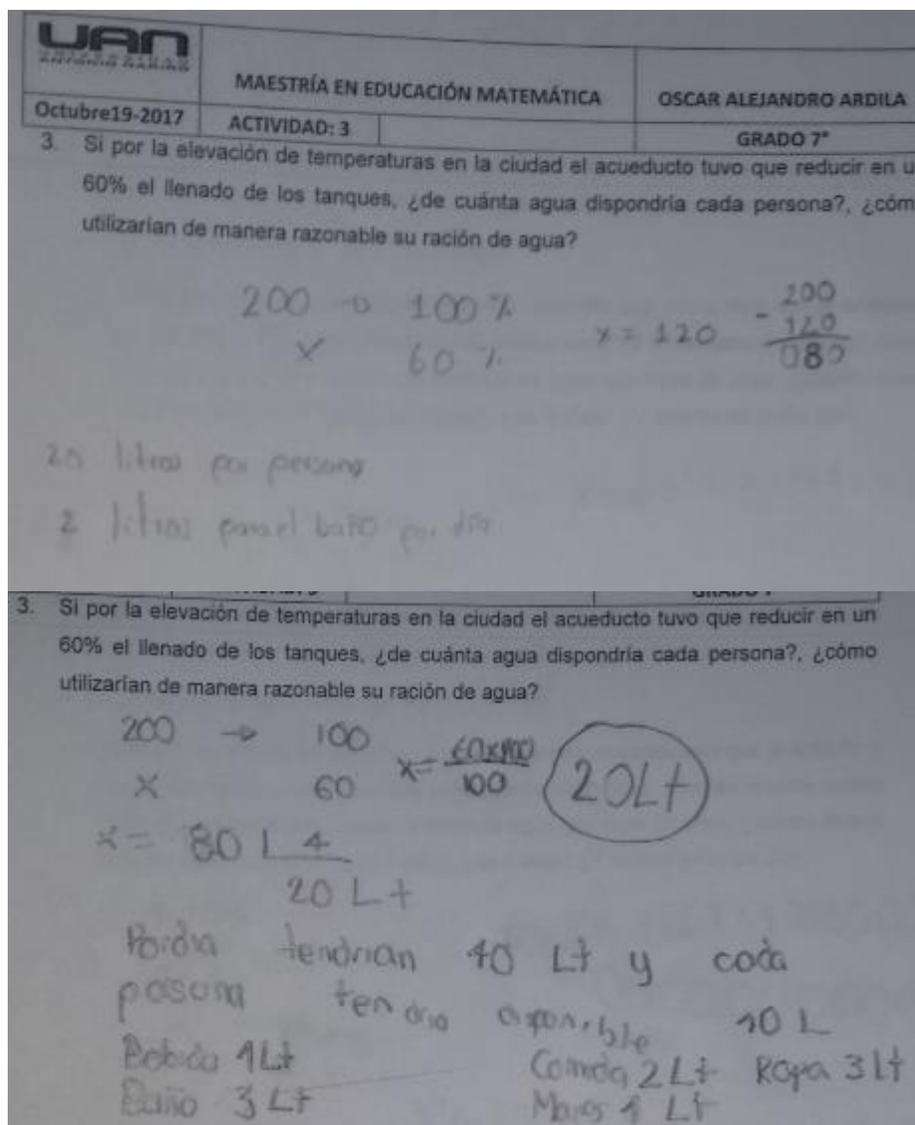


Figura 21.

El 50% restante de los estudiantes obtienen el mismo resultado luego de realizar una explicación sobre el término reducción del 60% que en este caso hace referencia al agua que ya no podrían utilizar por cada casa.

Problema 4. (Ver figura 22) se establecen estrategias como recolectar el agua con la que se bañan para poder descargar el sanitario, recolectar aguas lluvias y aguas jabonosas.

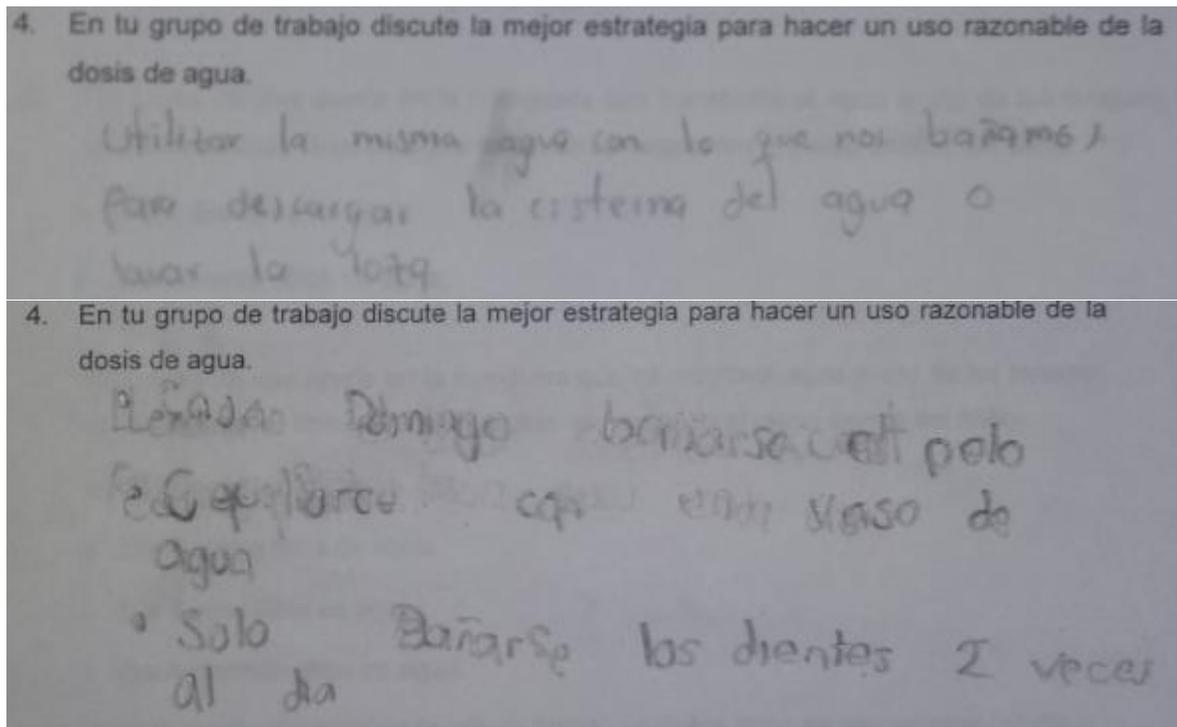


Figura 22. Solución dada por un estudiante.

Punto 5. (Ver figura 23) El 100% de los estudiantes responde de forma adecuada las preguntas planteadas dentro de este problema, la forma de responder es haciendo uso de la potenciación.

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	<b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>	<b>OSCAR ALEJANDRO ARDILA</b>
Octubre 19-2017	<b>ACTIVIDAD: 3</b>	<b>GRADO 7°</b>

5. El acueducto, entendiendo las necesidades de las familias, abre la posibilidad de adquirir más agua pero con un costo más elevado de la siguiente manera:

- El primer litro de agua extra vale \$ 3000.
- Cada litro extra después del primero te lo cobrarán tres veces más que el anterior y si quisieras llevar tu vida igual que lo hacías hace 20 años, pero en nuestra nueva realidad consumiendo la misma cantidad de agua que hace 20 años, ¿cuánto dinero deberías después 3 días?, ¿de 4 días?, ¿de 5 días? ¿Y cuánto en el día 30?

Handwritten solution:

$$3^1 \times 1000 = 3000$$

$$3^2 \times 1000 = 9000$$

$$3^3 \times 1000 = 27000$$

$$3^4 \times 1000 = 81000$$

$$3^5 \times 1000 = 243000$$

$$3^{30} \times 1000 = 2.058911321 \times 10^{17}$$

Figura 23. Solución dada por un estudiante.

Problema 6. (Ver figura 24) Para la solución del problema los estudiantes utilizan la potenciación y establecen como base de la potencia a 2 y el exponente el número de días. De esta manera logran dar respuesta las diferentes preguntas.

6. Por causa de una avería en la manguera que transporta el agua a uno de los tanques, se pierden varios litros de agua mientras se encuentra el punto exacto del daño:

- Día 1 dos litros de agua. =  $2^1$
- Día 2 cuatro litros de agua. =  $2^2$
- Día 3 ocho litros de agua. =  $2^3$
- Día 4 dieciséis litros de agua. =  $2^4$

Si se siguiera perdiendo agua de la misma forma, ¿cuántos litros se perderían en el día 9?, ¿en el día 15? y ¿en el día 30?

Handwritten solution:

$$2^9 = 512 \text{ Lt}$$

$$2^{15} = 32768 \text{ Lt}$$

$$2^{30} = 1073741824 \text{ Lt}$$

Figura 24. Solución dada por un estudiante.

Para la segunda parte de del problema 6 (ver figura 25) que hace referencia a modelar la situación, el 100% de los estudiantes dicen que sí se puede modelar, pero esta respuesta surge luego de establecer que una modelación es una generalidad, además la modelación se realiza después de realizar a los estudiantes preguntas como ¿de qué forma puedo obtener los resultados de la información dada? ¿Cuáles son las operaciones que debo utilizar? ¿Cuál es el número que siempre se repite? Hasta estas preguntas los estudiantes identificaron que la operación era una potencia cuya base era dos, pero no identificaban cual era el exponente, para esto se realiza una última pregunta ¿son siempre los mismos días?

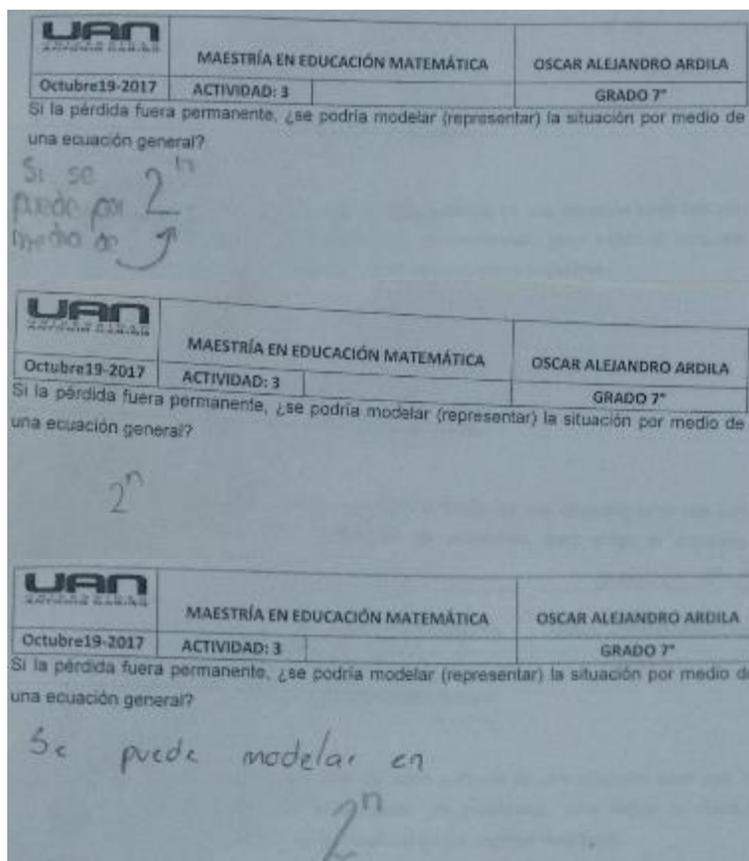


Figura 25. Solución dada por un estudiante.

Parte 2. Reflexión. Para esta parte se muestra evidencia de los estudiantes ya que no se consideran buenos o malos los aportes realizados por los estudiantes. Cabe

destacar que en la mayoría de las respuestas los estudiantes son conscientes de su desperdicio de agua, además resaltan que este tipo de clases han contribuido para saber el desperdicio que están generando y cuánto dinero pierden por este desperdicio. (Ver figuras 26, 27 y 28.)

Reflexiono

- ¿Considera que su uso diario del agua genera desperdicio?  
Sí, porque la gastamos como de mojarlos en la ducha agua insuficiente
- Si respondiste sí, ¿cuántos litros de agua diario estás desperdiciando?  
49,78 litros diario
- ¿Cuántas personas podrían calmar la sed con el agua que desperdicias?  
Podría calmar la sed de 3 personas con el agua que desperdicio
- 7. ¿El análisis de estas situaciones desde la matemática le ha enseñado algo nuevo al respecto? ¿Tienes pensada una conclusión frente al uso razonable y sostenible del agua?  
• Si a saber en mi casa cuánta agua desperdiciamos y cuánto dinero perdemos

Figura 26. Solución dada por un estudiante.

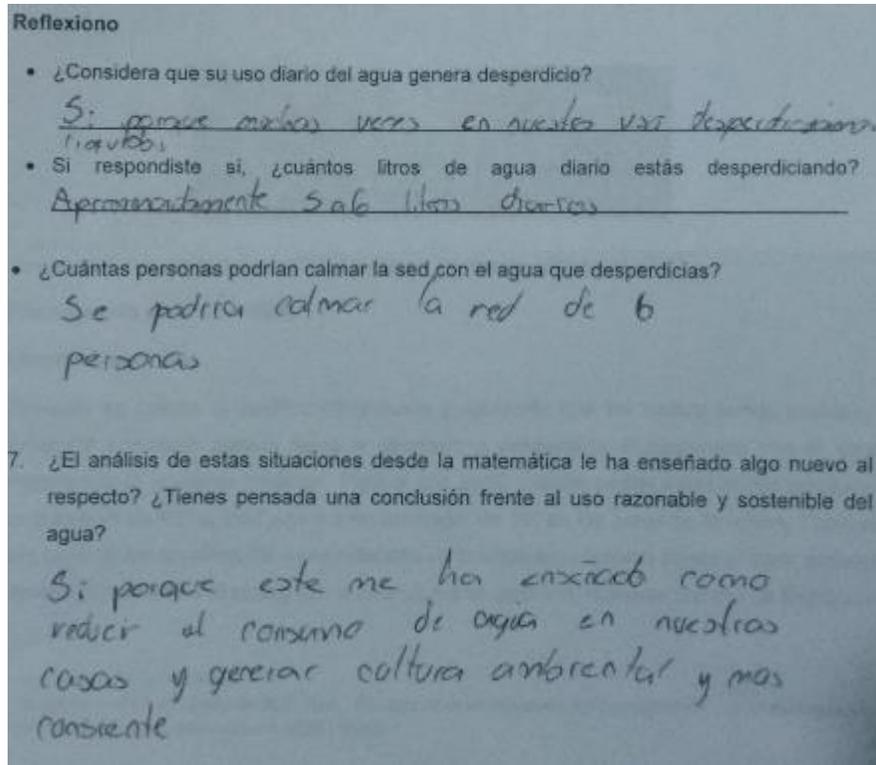


Figura 27. Solución dada por un estudiante.

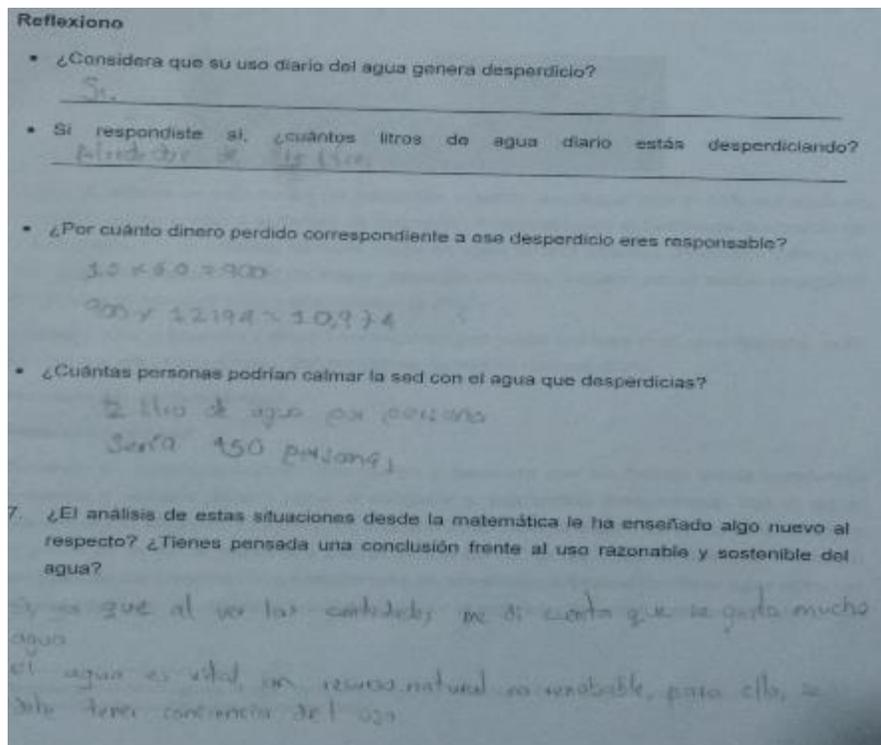


Figura 28. Solución dada por un estudiante.

En el punto 7 de la figura 28. Dice lo siguiente: si, ya que, al ver las cantidades, me di cuenta que se gasta mucha agua.

El agua es vital, un recurso natural no renovable, para ello, se debe tener conciencia del uso.

**Motivación.** En esta actividad los estudiantes muestran mayor entusiasmo en los momentos de participar, y hacen sus aportes sin ningún temor a equivocarse, tanto en sus posturas ambientales, como en las posibles soluciones a una situación matemática. Puede observarse un trabajo en equipo para luego establecer y escribir dentro de las guías una solución común.

**Logros obtenidos.** Durante el desarrollo de esta actividad se pudieron evidenciar aspectos positivos como:

- El avance de los estudiantes frente a la solución de problemas no rutinarios, la aplicación de los conceptos para plantear estrategias de solución.
- Los estudiantes que no entienden de manera inmediata buscan hacer una retro alimentación sobre cada estrategia que plantean para la solución de un problema y en última instancia preguntan al docente no por la solución, sino por una orientación para la solución del problema.
- El interés creciente por las clases de matemáticas, lo expone el profesor encargado del curso al cual pertenecen los estudiantes participantes en el desarrollo de las actividades.

(Ver anexos en el CD correspondiente a evidencias fotográficas).

**Dificultades presentadas.** Durante el desarrollo de la actividad se presentaron las siguientes dificultades:

- Falta de análisis en el contexto de las situaciones problema, razón por la cual se torna demorada la solución final de algunas situaciones.
- La combinación entre el lenguaje natural de los participantes y el lenguaje matemático causa dificultad en el planteamiento de las posibles soluciones.
- Los estudiantes aún son temerosos en el momento en el cual el docente se acerca al grupo a realizar alguna pregunta.

#### **5.1.4. Actividad 4. El reciclaje: una forma de sostenibilidad**

**Descripción del desempeño de los estudiantes en la actividad.** La cuarta actividad se desarrolla con 12 estudiantes ya que faltó un integrante de cada grupo al estar presentando evaluaciones trimestrales, en esta ocasión los estudiantes no cuentan con la información consignada en las guías anteriores ya que la actividad 4 hace referencia a un problema ambiental diferente como lo es el reciclaje, más exactamente el manejo de los residuos en el colegio parroquial San Luis Gonzaga. De esta forma esta actividad se encuentra diseñada por apartados bajo el contexto de una realidad y además se modelan algunas situaciones semireales.

Se inicia la actividad con una lectura que contiene información pertinente sobre el manejo y producción de las basuras en Latino América, esta información será necesaria para el desarrollo de la actividad,

Parte 1. Reflexión 1.

Antes las diferentes preguntas planteadas en este apartado los estudiantes, junto con sus grupos de trabajos responden de la siguiente manera.

Pregunta 1. Para el 100% de los estudiantes si es necesario reducir el consumo de alimentos que tienen empaques no reciclables, ya que estos producen un fuerte impacto ambiental y si los dejamos de consumir ayudamos a reducir el índice de contaminación.

Pregunta 2. Para el 85% de los estudiantes si es necesario e importante reutiliza ya que de esta forma reducimos el gasto de los recursos del planeta tierra, para el 15% restante es importante pero la reutilización la enfocan a la generación de adornos.

Pregunta 3. El problema global que identifican los estudiantes que también se presenta a nivel local es el mal manejo de los residuos sólidos, y que mucha gente bota la basura a las calles tapando las alcantarillas y generando una mayor contaminación de las fuentes hídricas.

Parte 2. Problemas.

Problema 1. (Ver figura 29) el 100% de los estudiantes obtiene la respuesta a las preguntas planteadas, multiplicando la cantidad de estudiantes que son 1.300 por el promedio diario de residuos generados que corresponde 0.25 kg, como respuesta a esta operación obtienen 325 kg diarios, este resultado lo multiplican por 30 que corresponde al promedio de número de días por mes y esto arroja como resultado que en promedio el colegio produce 9750 kg mensuales de basura.

Problemas.

1. ¿Teniendo en cuenta que son 1300 estudiantes, ¿cuál será la cantidad de basura en kilogramos producida por el colegio diariamente y mensualmente? (Ten cuidado en calcular ésta última.)

$$1300 \times 0,25 = 325 \text{ kilogramos diarios}$$

$$325 \times 30 = 9750 \text{ kilogramos mensuales}$$

Problemas.

1. ¿Teniendo en cuenta que son 1300 estudiantes, ¿cuál será la cantidad de basura en kilogramos producida por el colegio diariamente y mensualmente? (Ten cuidado en calcular ésta última.)

$$1 - 0,25$$

$$1300 - X$$

$$X = \frac{1300 \cdot 0,25}{1}$$

$$X = \frac{325}{1}$$

$$X = 325 \text{ Kg diariamente}$$

$$325 \cdot 30$$

$$9750 \text{ Kg mensuales}$$

Problemas.

1. ¿Teniendo en cuenta que son 1300 estudiantes, ¿cuál será la cantidad de basura en kilogramos producida por el colegio diariamente y mensualmente? (Ten cuidado en calcular ésta última.)

$$\begin{array}{r} 1300 \\ \times 0,25 \\ \hline 6500 \\ 26000 \\ + 00000 \\ \hline 0325,00 \end{array}$$

$$325,00 \text{ kg Diariamente}$$

$$325,00 \times 30 = 9750,00 \text{ Mensualmente}$$

Figura 29. Solución dada por un estudiante.

Problema 2. El 100% de los estudiantes realiza los cálculos, tomando 1300 como el todo, y este será dividido por 3 y el resultado multiplicado por 2, (ver figura 30) el

75% de los estudiantes realizan el proceso siguiente con el número decimal que es 866.66.

El 866.66 es multiplicado por los 19 gramos que pesa la botella obteniendo como resultado 16.463.66 que son los gramos del total de las botellas utilizadas, este resultado es dividido por 1000 para obtener su peso en kilogramos.

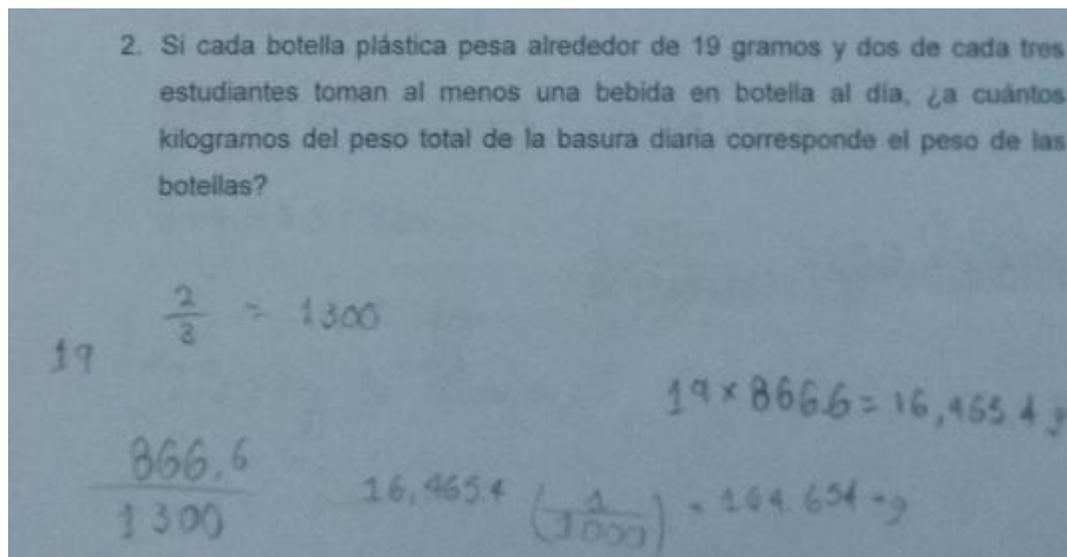


Figura 30.

El 25% de los estudiantes que participan no utilizan el 866.66 sino que aproximan al siguiente entero argumentando que no puede haber 0.66 estudiantes, de resto el procedimiento es equivalente (ver Figura 31).

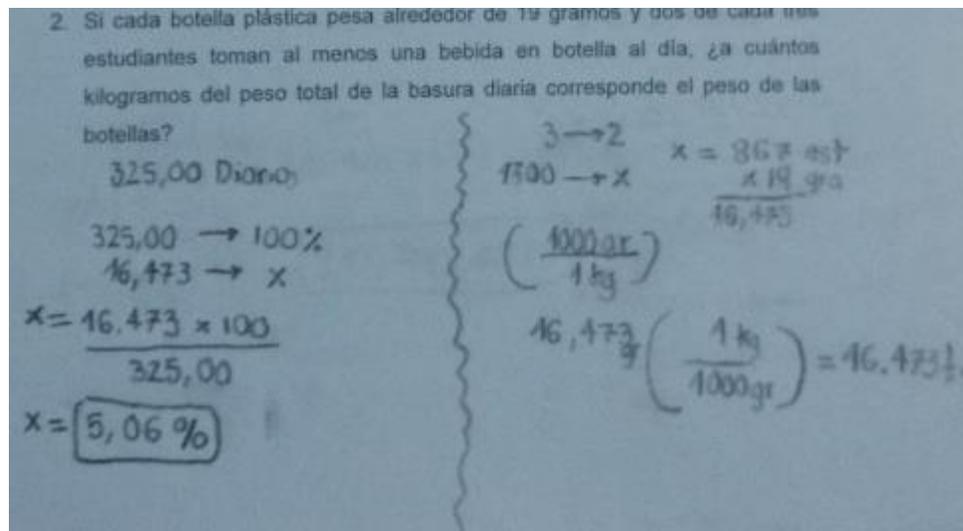


Figura 31. Solución dada por un estudiante.

Problema 3. (Ver Figura 32.) El 100% de los estudiantes realiza los cálculos, tomando 1300 como el todo, y este será dividido por 10 y el resultado multiplicado por 8, el resultado es 1040 estudiantes, este número de estudiantes es multiplicado por el peso del vaso plástico obteniendo como resultado 1.560 gramos. Paso seguido el grupo de estudiantes realiza la conversión de gramos a kilogramos obteniendo 1.56 kilogramos. Con la ayuda de una regla de tres simple y la correspondencia 325 es igual al 100% obtienen el porcentaje al cual equivale el peso de los vasos plásticos del total de la basura.

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre 19-2017	ACTIVIDAD: 4	GRADO 7*

3. Un vaso plástico de 7 onzas como en el que venden la gaseosa pesa aproximadamente 1.5 g. 8 de cada 10 estudiantes toman al menos un vaso de gaseosa en el día. ¿Qué porcentaje del peso total de la basura diaria corresponde a los vasos plásticos?

$100\% \rightarrow 1300$   
 $80\% \rightarrow X = 1040 \times 1.5 \text{ g} = 1560 \text{ g}$

$1.56 \text{ kg} \times 100\% = 0.48\%$   
 325

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre 19-2017	ACTIVIDAD: 4	GRADO 7*

3. Un vaso plástico de 7 onzas como en el que venden la gaseosa pesa aproximadamente 1.5 g. 8 de cada 10 estudiantes toman al menos un vaso de gaseosa en el día. ¿Qué porcentaje del peso total de la basura diaria corresponde a los vasos plásticos?

$325,00 \rightarrow 100\%$   
 $156 \rightarrow X$   
 $X = \frac{156 \times 100}{325,00} = 48\%$

$10 \rightarrow 8$   
 $1300 \rightarrow X$   
 $X = \frac{1300 \times 8}{10} = 1040 \text{ est.}$   
 $\frac{1040}{1560} \times \left(\frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}}\right) = 1.56 \text{ kg}$

Figura 32. Solución dada por un estudiante.

Problema 4. (Ver figura 33) El modo de operar de los estudiantes es el mismo que en el problema 3 ya que las estructuras de los problemas son similares.

4. Si en total 100 estudiantes toman bebidas en lata, las cuales no son separadas para su posterior reutilización y cada lata pesa 15g, ¿cuál es porcentaje aportado por las latas al peso total de la basura diaria?

Handwritten solution:

$$\begin{array}{l}
 325,00 \rightarrow 100\% \\
 1,5 \rightarrow x \\
 x = \frac{1,5 \times 100}{325,00} \quad x = 0,46\%
 \end{array}$$

Alternative handwritten calculations:

$$\frac{100 \times 15}{1500} \left( \frac{1000 \text{ gr}}{1 \text{ kg}} \right) = 1500 \text{ gr} \left( \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ gr}} \right) = 1,5 \text{ kg}$$

$$\frac{15 \times 100}{325} = 4,6\%$$

$$100 \text{ latas} \times 15 \text{ gr} = 1500 \text{ gr}$$

Figura 33. Solución dada por un estudiante.

Problema 5. (Ver figura 34) Debido a la pregunta recurrente se hace necesario, explicar a los estudiantes como se obtiene el volumen de un paralelepípedo de base rectangular. Luego de la explicación los estudiantes proceden a encontrar el volumen del paralelepípedo multiplicando las medidas de la base por la medida de la altura obtiene como resultado 80 *metros*<sup>3</sup>.

Realizan la conversión de *centímetros*<sup>3</sup> a *metros*<sup>3</sup>, el resultado de esta conversión lo multiplican por 80 obteniendo como resultado el número de días aproximado que se tardaría en llenarse el salón de base rectangular, este procedimiento se realiza teniendo en cuenta que a diario se recicle un kilogramo de aluminio.

5. Si un kilogramo de aluminio tiene un volumen de  $370.73 \text{ cm}^3$ , ¿qué tiempo en días tardarías en llenar con aluminio un salón de base rectangular  $8 \text{ m} \times 4 \text{ m}$  y altura  $2.5 \text{ m}$ ?

$8 \times 4 \times 2.5 = 80 \text{ m}^3$   
 $80 \text{ m}^3 = 80,000,000 \text{ cm}^3$   
 $80,000,000 \div 370.73 = 215.7$   
 $215.7 \times 0.00037073 = 79.9$   
 Se necesitan 79.9 kg de aluminio

Figura 34. Solución dada por un estudiante.

Para conocer las estrategias establecidas por los estudiantes se anexa evidencia de la producción de los estudiantes dispuesta en (ver figura 35, 36 y 37).

	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA		OSCAR ALEJANDRO ARDILA
	ACTIVIDAD: 4		GRADO 7°

Octubre 19-2017

Sabiendo que el consumo de gaseosa es perjudicial para la salud y además los envases plásticos y latas donde son envasadas perjudican el medio ambiente, conforma estrategias para reducir el consumo de las mismas y para reutilizar los envases.

Podría reducirse el consumo que en la tienda vendieran jugos naturales, también los plásticos podrían deshacerse y volverse a usar y las latas podrían ser reutilizadas en cosas como hacer cosas útiles.

Figura 35. Solución dada por un estudiante.

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre19-2017	ACTIVIDAD: 4	GRADO 7°

Sabiendo que el consumo de gaseosa es perjudicial para la salud y además los envases plásticos y latas donde son envasadas perjudican el medio ambiente, conforma estrategias para reducir el consumo de las mismas y para reutilizar los envases.

Subir el costo de estas gaseosas  
 Que la cantidad de gaseosa sea menor  
 Campañas para bajar el consumo de gaseosas,  
 Mostrar el daño que le hace al cuerpo humano  
 Programa de manualidades con reciclaje

Figura 36. Solución dada por un estudiante.

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre19-2017	ACTIVIDAD: 4	GRADO 7°

Sabiendo que el consumo de gaseosa es perjudicial para la salud y además los envases plásticos y latas donde son envasadas perjudican el medio ambiente, conforma estrategias para reducir el consumo de las mismas y para reutilizar los envases.

\* No botando el vaso y reutilizandolo para servir otra vez  
 \* Usando envases de vidrio

Figura 37. Solución dada por un estudiante.

Problema 6. (Ver figura 38) Los estudiantes buscan similitud con los múltiplos de tres y a partir de esta conjetura establecen una ecuación matemática, que les permite calcular el peso del reciclaje según el número del día asignado.

6. Si con las estrategias establecidas no logran reducir el consumo, pero pueden concientizar a la población para reciclar de la siguiente manera:  
 Día 1: 3 kg; Día 2: 6 kg; Día 3: 9 kg...

¿Cuántos kilogramos reciclarías en el día 10? ¿Cuántos en el día 15?,  
 ¿Podrías describir la forma de reciclaje por medio de una ecuación matemática?

$3 \times 1 = 3 \text{ kg}$   
 $3 \times 10 = 30 \text{ kg}$   
 $3 \times 15 = 45 \text{ kg}$

$3 \times \text{día} = \text{peso}$

6. Si con las estrategias establecidas no logran reducir el consumo, pero pueden concientizar a la población para reciclar de la siguiente manera:  
 Día 1: 3 kg; Día 2: 6 kg; Día 3: 9 kg...

¿Cuántos kilogramos reciclarías en el día 10? ¿Cuántos en el día 15?,  
 ¿Podrías describir la forma de reciclaje por medio de una ecuación matemática?

Día 10 = 30 kg  
 Día 15 = 45 kg

$\begin{array}{r} 10 \\ \times 3 \\ \hline 30 \end{array}$        $\begin{array}{r} 15 \\ \times 3 \\ \hline 45 \end{array}$

$3 \times \# \text{ día correspondiente}$

Figura 38. Solución dada por un estudiante.

Problema 7. (Ver Figura 39) El 100% de los estudiantes establecen la ecuación matemática a partir de la lectura y escriben que, para conocer el total de los ingresos, deben multiplicar el número de kilogramos por el precio del kilogramo.

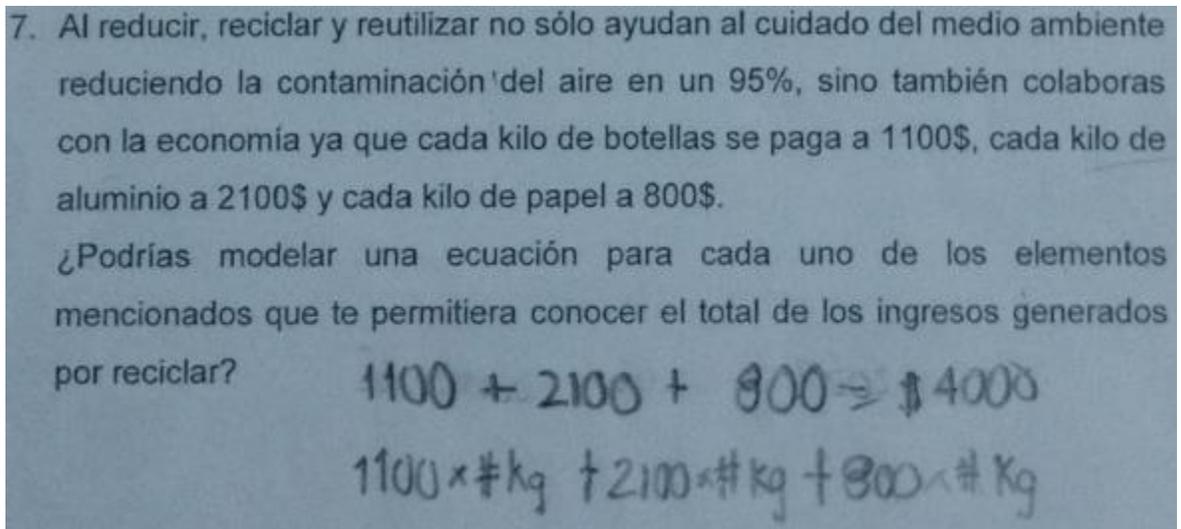


Figura 39. Solución dada por un estudiante.

### Parte 3. Reflexiono.

Pregunta 1. Los estudiantes concluyen al finalizar la actividad:

1. Si es conveniente aplicar técnicas de reciclaje
2. Ayuda a reducir la contaminación de Bogotá.
3. Ayuda a recuperar en algo la inversión o sea cuidamos nuestro dinero.

Pregunta 2. La conclusión a la cual llegan los estudiantes, es que si son necesarias porque sin el uso de las matemáticas no se hubieran dado cuenta de la cantidad de basura que genera toda una población.

**La motivación.** Los estudiantes que asistieron, mostraron un especial interés ya que la situación problema es algo que afecta su entorno físico, se dieron cuenta que muchas de las situaciones diarias se pueden describir en forma matemática, de esta manera la realidad descrita por informes periodísticos no les es ajena por que encontraron la justificación matemática que les permite entender esta realidad.

**Logros obtenidos.** Durante el desarrollo de esta actividad se pudieron evidenciar aspectos positivos como:

- La habilidad para describir regularidades en forma de ecuación.
- El interés por ratificar los datos descritos en las lecturas propuestas. Esto permite dar muestra de una educación matemática crítica.
- Las posturas críticas frente al problema planteado esto se observó en las preguntas de reflexión, donde ellos deciden tomar la voz para mostrar a sus compañeros el daño que causa la gaseosa.
- La postura de los estudiantes frente a las clases de matemáticas.  
(Ver anexos en el CD correspondiente a evidencias fotográficas).

**Dificultades presentadas.** Durante el desarrollo de la actividad se presentaron las siguientes dificultades:

- La falta de los estudiantes por cruce de actividades.
- Poco tiempo disponible por actividades desarrolladas por la institución.

#### **5.1.5. Actividad 5. Estadística**

**Descripción del desempeño de los estudiantes en la actividad.** La quinta actividad conto con 12 estudiantes, se desarrolló en una integración de comunidades donde se delegaron trabajos, de esta forma se compartieron posturas y se agilizo el trabajo porque se logró la articulación de diferentes posturas.

Catalina Quijano se nombró como la secretaria y tomo apuntes para la solución de la guía establecida.

Lector de la lectura propuesta el estudiante Cesar Sánchez.

## Parte 1. Reflexiono.

Pregunta 1. Los estudiantes escriben que la matemática ayuda en el desarrollo sostenible a entender el desperdicio real de los materiales.

Pregunta 2. Las matemáticas se utilizan para analizar nuestras fallas y generar conciencia ambiental, al tocar la parte económica de las personas.

Pregunta 3. Los estudiantes describen a la estadística como la rama de las matemáticas que les permite obtener datos para hacer un estudio detallado sobre los datos obtenidos.

## Parte 2. Actividades.

Actividad 1. Los estudiantes en común acuerdo dicen que la herramienta que van a utilizar es una encuesta. Esta encuesta se diseñó a través de un formulario diseñado en google drive (ver Figura 40), se aplicó a 95 personas en la sala de sistemas del colegio.

PREGUNTAS    RESPUESTAS    95

---

## Encuesta sobre el uso racional del agua en los estudiantes del colegio parroquial San Luis Gonzaga

Descripción del formulario

---

**Tienes un sanitario ahorrador** \*

sí

no

**¿Cuál es el promedio de descargas del sanitario en tu casa? \***

4

5

6

7

8

9

10

**¿Vale la pena invertir en sanitario y ducha ahorradores? \***

sí

no

Figura 40. Muestra de algunas preguntas de la encuesta planteada.

Los resultados de cada una de las preguntas propuestas para esta actividad, los estudiantes las obtienen luego de utilizar Excel como herramienta para tabular, calcular frecuencias relativas y acumuladas, promedios y porcentajes por tanto se sugiere al lector observar los resultados que corresponde al documento que contiene respuestas y gráficos realizados por la herramienta Formulario luego la aplicación de la encuesta (anexo 6). También se muestra en el documento diseñado por los estudiantes (Anexo 7) que corresponde al material utilizado por los estudiantes, para diseñar la presentación correspondiente al video de la sustentación del grupo de conciencia ambiental y desarrollo sostenible desde el aula de matemáticas. En el Anexo 5 se muestra el desempeño de los estudiantes en la actividad 5.

**La motivación.** La etapa final permite observar el entusiasmo de los estudiantes ya que cerraron con el análisis de una encuesta, además porque presentaron su trabajo a un auditorio asistente de grado octavo.

**Logros obtenidos.**

- Creación de un grupo ambiental para el año 2018 conformado por los estudiantes que participaron del desarrollo de las actividades
- Profesores motivados a continuar con el proceso de investigación y conciencia ambiental desde el aula de matemáticas.
- Motivación de los estudiantes por observar una de las aplicaciones de las matemáticas.
- El docente aprendió a utilizar algunas herramientas de Excel.

(Ver anexos en el CD correspondiente a videos).

**Dificultades presentadas.**

- El poco dominio del docente de la herramienta Excel.
- El nerviosismo en el momento de la sustentación por parte de los estudiantes.

**Conclusiones del capítulo 5**

Al realizar el análisis de cada una de las actividades el procedimiento que se tiene en cuenta es describir la manera como fueron desarrollados cada uno de los problemas por parte los estudiantes, ya que en muchos de estos no existen respuestas buenas o malas, por tratarse de actividades que inducen a la reflexión del estudiante.

Se puede concluir que durante el desarrollo de las actividades, los estudiantes reconocen la matemática como una herramienta que les permite identificar falencias frente al uso del recurso hídrico.

Desde la parte de las preguntas tipo reflexión se evidencia, por parte de los estudiantes un gran compromiso en generar estrategias de cuidado ambiental, además de entablar diálogos con sus compañeros buscando determinar una solución general.

Se identifica que el trabajo en comunidades de práctica promueve una construcción social del conocimiento, ya que orientado en buena forma origina la participación activa de cada uno de los estudiantes desde su conocimiento personal, en pro de conseguir para su comunidad una solución pertinente, estas comunidades generan una retroalimentación sobre el proceso establecido como solución.

Para finalizar se puede observar el interés adquirido por parte de los estudiantes tanto en la clase de matemáticas como en el desarrollo de una conciencia ambiental.

(Ver anexos en el CD correspondiente a guías de trabajo)

## **CONCLUSIONES**

En el análisis de cada una de las cinco actividades se describe de forma detallada el desarrollo de cada uno de los problemas realizados por los estudiantes, la motivación, los logros obtenidos y las dificultades que se presentaron al desarrollar cada una de las actividades.

Teniendo en cuenta que el planteamiento de las situaciones contenidas en cada una de las actividades es desarrollado desde los lineamientos de la educación matemática crítica, podemos decir que se desarrolló una alfabetización matemática la cual cumplió con dos de las tres formas planteadas por Skovsmose (1994), conocimiento tecnológico (este tipo de conocimiento hace referencia a la aplicación de las matemáticas en la construcción de herramientas y al buen uso que se dé a las mismas) y conocimiento reflexivo.

El conocimiento tecnológico se evidenció durante el desarrollo de las actividades en la construcción de formas matemáticas para la solución de los problemas planteados; estas formas no son diseñadas por los estudiantes sino que atienden a uno de los pasos establecidos por Polya (1945) para la resolución de problemas, que consiste en hacer uso de problemas similares para plantear una posible solución. También se puede observar la posición clara de una construcción del conocimiento en forma social como se establece en la comunidad práctica de Wenger (1998) ya que las soluciones a cada una de las situaciones planteadas no son de carácter individual, por el contrario se hace uso de los conocimientos de cada individuo para la construcción de una solución grupal.

Se puede precisar que el conocimiento reflexivo muestra a las matemáticas como un agente de cambio social; esta postura se evidencia en la aplicación y desarrollo de las actividades ya que los estudiantes tuvieron la oportunidad de observar y ratificar la aplicación de las matemáticas en el planteamiento de soluciones a situaciones de su contexto y situaciones semi-reales. Esto permitió que los estudiantes buscaran la forma de articular el lenguaje natural y el lenguaje matemático, otorgando a cada uno de ellos los argumentos necesarios para asumir una postura crítica frente a la situación planteada o como lo llamaría Skovsmose (1999) un empoderamiento del conocimiento, lo cual puede afectar el desarrollo del contexto social.

Durante la aplicación de las actividades, se pudo observar que los estudiantes se interesan por las clases de matemáticas al evidenciar la importancia que éstas tienen en situaciones de la vida cotidiana. El conocer reflexivo permitió que los estudiantes observaran parte de la importancia de las matemáticas en conformación de una sociedad.

Frente a las preguntas de reflexión que no necesariamente son preguntas que involucran la parte matemática, se puede evidenciar la importancia que tiene para los estudiantes el análisis de situaciones actuales de su problemática social, ambiental y educativa. Esto induce a los docentes a trabajar con situaciones del contexto de los estudiantes, para articular el conocimiento específico en el análisis y la solución de situaciones cotidianas.

Durante el desarrollo de las actividades se hizo notorio el problema de articulación entre el uso del lenguaje natural y el uso del lenguaje matemático, lo cual retardó el desarrollo de las actividades, y se hizo necesario a través de orientaciones

heurísticas inducir a los estudiantes a las soluciones, dando como resultado un avance perdurable en el aprendizaje.

Por último, se evidenció en el desarrollo de cada una de las actividades que los estudiantes, lograron articular sus conocimientos matemáticos con sus creencias, posturas políticas y ambientales, para plantear posibles soluciones a una situación social local, que también se muestra como un problema global. Se podría decir que se logró la formación de ciudadanos críticos con conciencia ambiental.

## RECOMENDACIONES

Una vez terminada la implementación de las actividades para favorecer el desarrollo sostenible y la conciencia ambiental en el cuidado del agua desde el aula de matemáticas, en los estudiantes del grado séptimo del Colegio Parroquial San Luis Gonzaga, y el análisis correspondiente a cada una de ellas, se realizan las siguientes recomendaciones.

- Continuar investigando sobre la implementación de actividades para favorecer el desarrollo sostenible y la conciencia ambiental desde el aula de matemáticas.
- Promover investigaciones en educación matemática crítica que permitan reflexionar sobre la relación que puede existir entre la educación ambiental, el desarrollo sostenible y las matemáticas.
- Iniciar en los programas de formación docente prácticas análogas para dar al docente en formación herramientas que den muestra de la articulación de la educación matemática con la formación integral del ser humano.
- Invitar a las docentes en matemáticas a vincular los contextos sociales, educativos, ambientales y en general las problemáticas comunes de los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Alrø, H., & Johnsen-Høines, M. (2013). Critical mathematics education in the context of Real-life Education.

Aperador, D. (2013). Observatorio de ríos urbanos, herramienta integradora para el recurso hídrico de Bogotá. GRESIA facultad de ingeniería ambiental boletín N°6. pp. 29-33

Arevalo, F. (2015). El geoespacio: estrategia para el desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes de grado séptimo. Tesis de maestría, Universidad Antonio Nariño, Bogotá Colombia.

Barkatsas, A. T., & Malone, J. (2005). A typology of mathematics teachers' beliefs about teaching and learning mathematics and instructional practices. *Mathematics Education Research Journal*, 17(2), 69-90. Obtenido de <http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ747908.pdf>

Barwell, R., & Suurtamm, C. (2011). Climate change and mathematics education: Making the invisible visible. In *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1409-1419). Rzeszów, Poland: European Society for Research in Mathematics. Obtenido de [https://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/10/CERME7\\_WG10\\_Barwell.pdf](https://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/10/CERME7_WG10_Barwell.pdf)

Berrío, C. (2015). La conservación del área en las figuras geométricas a través del uso de paradojas en el séptimo grado. Tesis de maestría, Universidad Antonio Nariño, Bogotá Colombia.

Callejo M (2000). Educación matemática y ciudadanía propuesta desde los derechos humanos.

Callejo, M. L. (2000). Educación matemática y ciudadanía: propuestas desde los derechos humanos. Centro Cultural Poveda.

Camargo, L. (2010). Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria. Tesis para optar al Grado de Doctora en Matemáticas. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia. p. 13.

Camargo, L. (2010). Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria. Tesis para optar al Grado de Doctora en Matemáticas. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia. p. 14.

Coles, A., Barwell, R., Cotton, T., Winter, J., & Brown, L. (2013). Teaching secondary mathematics as if the planet matters. Routledge.

Ernest P, Sriraman B, Nuala E (2016). Critical Mathematics Education Theory, Praxis and Reality.

Ernest, P., Sriraman, B., & Ernest, N. (Eds.). (2016). Critical mathematics education: Theory, praxis and reality. IAP.

Franco, O. (2013). Las matemáticas para que rindan el agua Semana Sostenible información que lleva a la acción. Recuperado el 9 de agosto de 2016 de la URL:

<http://sostenibilidad.semana.com/medio-ambiente/articulo/agua-las-matematicas-para-que-rinda-dicho-elemento/35145>

Gámiz, C., Flores, P., & Gutiérrez, J. (1998). Matemáticas" Ambientales". VIII Jornadas Andaluzas de Educación Matemática" Thales.

García Gutiérrez, Alfonso; Narro Ramírez, Ana Elena; (2009). Las matemáticas limpian el agua. Política y Cultura, Sin mes, 259-288. El tema este tratado en publicaciones de revistas.

Garzón, C. (2014). Formalizando el concepto de fracción en estudiantes adultos del instituto educativo futuro hoy de compensar. Tesis de maestría, Universidad Antonio Nariño, Bogotá Colombia.

Garzón, C. (2014). Formalizando el concepto de fracción en estudiantes adultos del instituto educativo futuro hoy de compensar

Gasto del agua. Recuperado el 5 de agosto de 2017 de la URL: <https://www.youtube.com/watch?v=ILnuJdRY0ZM>

Grevholm, B. (2004). Research on student teachers' learning in mathematics and mathematics education. In *Proceedings of the Ninth International Congress on Mathematical Education* (pp. 131-132). Springer Netherlands.

Guerrero, O. (2015). Educación matemática crítica. Influencias teóricas y aportes.

Guerrero, O. (2008). Educación matemática crítica: Influencias teóricas y aportes. *Evaluación e Investigación* 1 (3), 63-78.

Guzmán, A. (2013). El desarrollo de competencias ciudadanas en el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática. Un estudio en el Colegio Distrital Alfonso

Reyes Echandía. Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en Educación Matemática. Universidad Antonio Nariño, Bogotá

Hernández Sampieri, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). Metodología de la investigación, 6ta Edición. Mexico, Ed: Mcgraw-hill. p. 7

Hernández Sampieri, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). Metodología de la investigación, 6ta Edición. México, Ed: Mcgraw-hill. p. 496.

Houdement, C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, 71, 7-23.

Recuperable el 23 de octubre de la URL:  
[https://www.researchgate.net/profile/Catherine\\_Houdement/publication/268030901\\_  
LA\\_RESOLUTION\\_DE\\_PROBLEMES\\_EN\\_QUESTION/links/5498364a0cf2c5a7e34  
2aa92.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Catherine_Houdement/publication/268030901_LA_RESOLUTION_DE_PROBLEMES_EN_QUESTION/links/5498364a0cf2c5a7e342aa92.pdf)

Kilpatrick, J. (1998). Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. Educación Matemática: Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación Historia. Bogotá: Una Empresa Docente e Universidad de los Andes, 1-18. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf#page=11>

Lerman, S. (2006). Socio-cultural research in PME. Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future, 347-366.

Londoño-Linares, J. P., Cifuentes-Ruiz, P. A., & Blanch, F. (2007). Modelización de problemas ambientales en entornos urbanos utilizando sistemas de información geográfica y métodos multivariantes. Londoño-Linares, JP; Cifuentes-Ruiz, PA; Felipe Blanch, JJ (2007)." Modelización de problemas ambientales en entornos

urbanos utilizando sistemas de información geográfica y métodos multivariantes", Revista Internacional de Tecnología, Sostenibilidad y Humanismo, diciembre 2007, núm. 2, p. 21-51. Recuperado el 2 de febrero de 2017

Losada, M., & Rejali, A. (2015). The Role of Mathematical Competitions and Other Challenging Contexts in the Teaching and Learning of Mathematics. In The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education (pp. 563-568). Springer, Cham. Obtenido de [https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-319-12688-3\\_59](https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-319-12688-3_59)

Minerva, F. (2006). El proceso de investigación científica. Zulia, Venezuela: Universidad del Zulia.

Mora, S. M. (2012). Propuesta ambiental e inclusiva de matemáticas. Obtenido el 10 de octubre de 2017 de [http://funes.uniandes.edu.co/2570/1/Propuesta\\_ambiental\\_e\\_inclusiva\\_de\\_matem%C3%A1ticas.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/2570/1/Propuesta_ambiental_e_inclusiva_de_matem%C3%A1ticas.pdf)

Narro Ramírez, A. E., & García Gutiérrez, A. (2009). Las matemáticas limpian el agua. Política y cultura, (31), 259-288.

Parra, V. & Ch, R. P. (2014). Ciudadanía Crítica y Aprendizaje de la Matemática. Una mirada desde las nociones construidas por los estudiantes de Enseñanza Media. ACTA DE RESUMENES LXXXIII Encuentro Anual Sociedad de Matemática de Chile, 82. Obtenido de URL: <http://somachi.cl/wp-content/uploads/2014/09/actas2014.pdf#page=82>

Paz, M. (2003). Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones. Madrid. Mc Graw and Hill Interamericana de España.

Peña, G. A., & Rodríguez, K. L. F. (2011). Enseñar y aprender matemáticas desde el enfoque ciencia-tecnología-sociedad-medio ambiente. Revista de Educación Inclusiva, 4(2), 99-110. Obtenido de <http://www.ujaen.es/revista/rei/linked/documentos/documentos/13-7.pdf> octubre de 2017

Pérez, A. (2014). Análisis de riesgo por inundación en la localidad de suba. GRESIA Facultad de ingeniería ambiental boletín N°7. PP. 3-11

Pólya, G. (1945). Cómo Plantear y Resolver Problemas. Editorial Trillas México.

Pólya, G. (1981). Mathematical Discovery. On understanding, learning and teaching problem solving. Combined Edition. New York: Wiley & Sons, Inc.

Raymond, A. M., & Leinenbach, M. (2000). Collaborative action research on the learning and teaching of algebra: a story of one mathematics teacher's development. Educational Studies in Mathematics, 41(3), 283-307.

Robayo, B. J. S., & Duarte, J. T. Trabajar colaborativamente en el diseño de Ambientes de Aprendizaje sobre problemáticas sociales: ¿Una utopía a realizarse en y para la clase de matemáticas? NÚMERO 33–MARZO DE 2013, 87-101.

Sampieri, R. H., Collado, C. F., Lucio, P. B., & Pérez, M. D. L. L. C. (1998). Metodología de la investigación (Vol. 1). México: Mcgraw-hill.

Sampieri, R. H., Collado, C. F., Lucio, P. B., & Pérez, M. D. L. L. C. (1998). Metodología de la investigación (Vol. 1). México: McGraw-Hill.

Sánchez B, Torres J (2013). Trabajar colaborativamente en el diseño de Ambientes de Aprendizaje sobre problemáticas sociales: ¿una utopía a realizarse en y para la clase de matemáticas?, pp 87-101.

Sánchez, B. J., & Torres, J. (2009). Educación Matemática Crítica: Un abordaje desde la perspectiva sociopolítica a los Ambientes de Aprendizaje. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/708/1/educacion.pdf>

Sandín Esteban, M. P. (2003). Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones. Madrid: Mc Graw Hill.

Sandoval Escobar, M. (2012). Comportamiento sustentable y educación ambiental: una visión desde las prácticas culturales. Revista Latinoamericana de Psicología, 44(1). Obtenido de <http://www.redalyc.org/html/805/80524017017/>

Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. una empresa docente.

Skovsmose, Ole (2000). Escenarios de investigación. Revista EMA, 6(1), pp. 3-26.

Tips para ahorrar agua. Recuperado el 5 de agosto de 2017 de la URL:[https://www.youtube.com/watch?v=V5jd2oR\\_qIQ](https://www.youtube.com/watch?v=V5jd2oR_qIQ)

Vergara, L. (2013). *Matemática crítica: una herramienta para modelar situaciones que promueven ciudadanía y pensamiento matemático reflexivo*. Tesis de maestría, Universidad Antonio Nariño, Bogotá Colombia.

Wedegé, T. (2011). Connecting the notion of foreground in critical mathematics education with the theory of habitus.

Wenger, E. (2001). Comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad.  
Barcelona: Paidós

## ANEXOS

### Anexo 1. Desempeño de los estudiantes en la actividad 1

Grupo 4

	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre 17-2017	ACTIVIDAD: 1 <u>David Gutierrez</u>	GRADO 7 <sup>o</sup>
GENERANDO ESTRATEGIAS PARA AHORRAR AGUA		

**Objetivo:**

- Desarrollar habilidades en torno a la solución de problemas relacionados con el agua y el cuidado ambiental.
- Fortalecer el pensamiento matemático a través de la implementación de problemas de desarrollo sostenible.

**Presentación de la actividad.**

**Vivencia personal**

En correspondencia a tus propias vivencias y la información que puedas encontrar, debes pensar en formas en que tú puedes medir el agua que consumes y la que consume toda tu familia cada día para luego completar la siguiente tabla teniendo en cuenta:

- Aseo personal incluye: baño general, lavado de manos, cepillado de dientes y descarga de sanitario.
- Consumo de bebidas: jugos, bebidas calientes y agua.
- Preparación de alimentos: agua necesaria para hacer arroz, sopa, para preparar verduras y sudados.
- Servicios generales: lavado de ropa, lavado de loza, aseo del hogar, (lavado del carro) y riego de jardín o matas.

	INDIVIDUAL	FAMILIAR
ASEO PERSONAL	215 litros	645 litros
CONSUMO DE BEBIDAS QUE SE PREPARAN CON AGUA	105 litros	5 litros
PREPARACION DE ALIMENTOS	95 litros	215 litros
SERVICIOS GENERALES	167 litros	320 litros
TOATAL DE CONSUMO	410 litros	1185 litros

a. Teniendo en cuenta las estrategias generadas por tu grupo de trabajo, completa la tabla de forma individual mostrando las reducciones en el consumo que se pueden lograr.

	INDIVIDUAL	FAMILIAR
ASEO PERSONAL	210.95 litros	631.5 litros
CONSUMO DE BEBIDAS QUE SE PREPARAN CON AGUA	1.05 litros	5 litros
PREPARACION DE ALIMENTOS	95 litros	245 litros
SERVICIOS GENERALES	87 litros	300 litros
TOTAL DE CONSUMO	394 litros	1151.5 litros

b. Luego de aplicar las estrategias al consumo inicial, ¿en cuántos litros podrás reducir el consumo de agua? Individualmente = 24 litros

Familiarmente = 33.5 litros

c. Frente al consumo total ¿qué porcentaje lograrías ahorrar?

16%

2.9%

**ELEMENTOS CON MAYOR CONSUMO**

¿Cuáles son los elementos que gastan mayor cantidad de agua en tu casa?

Lavadora, El sanitario, la ducha

¿Podrías reducir el consumo de estos elementos? Si

LAVADO DE LA LOZA

Cada vez que se lava la loza con la llave abierta se consumen alrededor de 70 L de agua.

2. Si las  $\frac{3}{10}$  partes son utilizadas en remojar los platos, ¿Qué porcentaje de agua es utilizado para jugar la loza?

$$70 \rightarrow 100\%$$

$$21 \rightarrow X$$

Se utiliza el 30%  
para remojar  
la loza

$$\frac{21 \times 100}{70} = 30\%$$

3. Si se utiliza una tina con capacidad de 7 Lt. para sumergir la loza y remojarla ¿Qué porcentaje de agua se está ahorrando?

$$70 \rightarrow 100$$

$$14 \rightarrow X$$

Se ahorra un 20%

$$\frac{1400}{70} = 20\%$$

4. ¿Cuánto dinero bimestral podrías ahorrar aplicando tus estrategias, sabiendo que cada metro cubico de agua cuesta \$12.194?

$$1000 \text{ lt} \rightarrow 100$$

$$25.05 \rightarrow 2.505$$

$$30.545$$

$$1000 \text{ lt} \rightarrow 100$$

$$49.4 \rightarrow 4.94$$

$$60.238$$

## Anexo 2. Desempeño de los estudiantes en la actividad 2

UAN		MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA		OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre 18- 2017	ACTIVIDAD: 2			GRADO 7°
ELEMENTO	INVERSIÓN	REDUCCIÓN EN CONSUMO	REDUCCION MONETARIA EN EL CONSUMO	
Sanitario	450.000	40lt	29265.6	
Ducha	70.000	30.000lt	365.820	
Llave labaplatas	40000	200lt	438 9840	
<b>TOTAL</b>				

2. A continuación se mencionan algunos elementos con mayor consumo de agua.

**1. SANITARIO**

Los sanitarios son unos de los elementos que más se utilizan a diario y por consiguiente de los que más agua despilfarran, en promedio gastan entre 7 y 11 litros de agua por descarga.

Sin embargo, los sanitarios más recientes son ahorradores y usan un promedio de 3.5 litros por descarga.

1. Averigüe cuánto cuesta un sanitario ahorrador. Con base al consumo diario de agua de su familia relacionado con el sanitario y el valor respectivo que paga por el agua, determine el tiempo en el cual se recuperaría el valor de la compra de un sanitario ahorrador.

$$\frac{450.000}{29265.6} = 15.3 \approx \text{equivala al número de recibos}$$

$$15.3 \times 2 = 30.6 \text{ meses}$$

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	<b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>	<b>OSCAR ALEJANDRO ARDILA</b>
Octubre 18- 2017	ACTIVIDAD: 2	GRADO 7°

2. Un sanitario tiene una vida útil de varios años. Averigüe la vida útil de un sanitario y determine cuánto se ahorraría en agua y el valor ahorrado durante su vida útil.

$$157.454 \times 90 = 14.170.860$$

3. Por otro lado, si usted utiliza la estrategia de ahorro propuesta por su grupo de trabajo para el sanitario sin reemplazarlo, ¿cuántos litros de agua logras ahorrar en el mes? ¿cuánto dinero se ahorra? Compara los niveles de ahorro en cantidad de litros y en cantidad de dinero con el de un sanitario ahorrador.

2400 litros por 2 meses

175.810 por 2 meses

1200 litros por mes

98.400 por mes

Ahorros

1920 litros x 2 meses

157.454 x 2 meses

960 litros por mes

→ 8.727. por mes

4. ¿Qué porcentaje del consumo que aparece en el recibo del agua representa dicha cantidad?

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	<b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>		<b>OSCAR ALEJANDRO ARDILA</b>
Octubre 18- 2017	<b>ACTIVIDAD: 2</b>		<b>GRADO 7°</b>

5. Teniendo en cuenta la inversión realizada en un sanitario ahorrador, y el consumo ahorrado por las técnicas de ahorro, ¿cuál es la mejor estrategia de cuidado ambiental y cuidado económico? ¿Por qué?

Comprar los sanitarios ahorradores y las duchas ahorradoras para tener un menor consumo de agua y no gastar tanto dinero

## 2. DUCHA

Considera que una ducha durante 5 minutos tiene un gasto promedio de 95 L de agua, lo cual es equivalente al agua que una persona toma en 50 días. Una ducha de 10 minutos gasta en promedio 200 L de agua. En base a esta información, conteste las siguientes preguntas:

1. ¿Qué cantidad de agua aproximadamente consume usted en su ducha diaria?

200 L

2. Si reduces el tiempo a las  $\frac{3}{4}$  partes, ¿cuántos litros de agua lograrías ahorrar diariamente?

$$7,5 \quad 10 \rightarrow 200$$

$$7,5 \times \frac{1500}{10} = 150$$

3. ¿Cuántos litros de agua ahorrarías en cada período de facturación?

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 5 \\ \hline 75 \end{array} \quad \begin{array}{r} 75 \\ \times 60 \\ \hline 4500 \end{array} \quad \text{se ahorran 4500 Lt por cada facturación}$$

		<b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>	<b>OSCAR ALEJANDRO ARDILA</b>
<b>Octubre 18- 2017</b>	<b>ACTIVIDAD: 2</b>	<b>GRADO 7°</b>	

4. En el mercado existen cabezales de ducha ecológicos que ahorran hasta un 40% el caudal del agua. Averigua el costo de estos cabezales y con base en el consumo diario de su casa relacionado con la ducha y el valor que paga por el gasto de agua respectivo, ¿determine el tiempo que tardaría en recuperar la inversión por la compra del cabezal?

Cabezal 70.000

$$\frac{70.000}{36.582} = 1,91 \text{ meses} \times 2$$

3,82 meses

5. ¿Cuánto tiempo tardaría su familia en lograr un punto de equilibrio entre la inversión y el ahorro por menos consumo de agua tanto del sanitario como de la ducha?

Sanitario 770 Tarda en recuperar la inversión	$\frac{770}{+12}$ $\frac{770}{782}$	ducha 12 días
--	--	------------------

**Reflexione.**

1. Teniendo en cuenta la durabilidad de los sanitarios y los cabezales, ¿de cuánto sería la ganancia de su familia durante este tiempo?

$$157454 \times 90$$

$$14.710.860$$

$$450.000$$

$$13.260.000$$

### Anexo 3. Muestra de desempeño de los estudiantes en la actividad 3

	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre 19-2017	ACTIVIDAD: 3 <i>Felipe Losada</i>	GRADO 7 <sup>a</sup>

2

Proyecciones a futuro.

**Objetivo:**

Fortalecer la conciencia sobre el ahorro del agua a través de una situación semi real con proyección a futuro basada en la resolución de problemas, para evitar el consumo desmesurado del recurso hídrico en la actualidad de los hogares bogotanos.

**Situación problema.** "El 43% del agua en Colombia se desperdicia: Universidad de la Sabana.



Según el estudio de este centro de educación superior, se desperdicia el 43% del agua en Colombia, como lo afirma el Centro de Educación Ambiental para el Desarrollo Sostenible de la Institución. "... la industria nacional gasta en agua 35.987 millones de metros cúbicos al año. El sector agrícola es el de mayor demanda (46,6%); seguido por el sector energético (21,5%); el pecuario (8,5%); y el doméstico (8,2%)".

En este punto, a Medellín y Bogotá les recomiendan tomar medidas más contundentes, pues son las que más agua gastan: 385,8 millones de metros cúbicos al año<sup>1</sup>.

**Presentación de la actividad.**

**Situación semi real.**

Teniendo en cuenta la anterior información y sabiendo que no hemos tenido conciencia ambiental y nuestro planeta sigue el desgaste y desperdicio desenfrenado con el agua, imaginemos la siguiente situación. Para el año 2050 nuestra capital elevó su temperatura a un promedio de 43° al mediodía y a un promedio de 18° en las horas de la noche. Tanto así que pasó de ser un clima frío a considerarse un bosque seco tropical donde el agua escasea. Nuestra capital no se abastece por sí misma; por el contrario, nuestras fuentes de distribución

<sup>1</sup> Recuperado el 10 de agosto de 2017 de la URL: <http://www.elcolombiano.com/colombia/agua-en-colombia-se-desperdicia-en-un-43-u-sabana-MM6196806>

hídrica provienen de sectores alejados de la ciudad. Por esta razón el acueducto decide implementar estrategias de ahorro para procurar sostenibilidad.

Estrategia:

- En cada casa se instala un tanque de 200 L para suplir las necesidades básicas de 4 personas durante 2 días.

Problemas.

- Teniendo en cuenta el nuevo sistema de distribución de agua y que cada casa se compone de exactamente 4 personas, responde las siguientes preguntas.

- ¿De cuántos litros dispone una persona para bañarse al día?

$$\frac{200 \text{ Lt}}{0 \text{ } 50} \quad 25 \times \text{ día}$$

Se gastarian 10 Lt

- ¿Cuánto tiempo tiene cada persona para bañarse?

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times \\ \hline x = 0,5 \text{ min} \end{array}$$

Tendrían 30 seg para bañarse

- Si en cada minuto entran al tanque 10 L de agua, pero debido a las altas temperaturas y la distancia de transporte hasta el tanque, el agua se evapora a razón de 120 ml por minuto, ¿cuánto tiempo tarda el tanque en llenarse?

$$\left( \frac{1 \text{ Lt}}{1000 \text{ ml}} \right)$$

$$10 \times 20 = 200 \text{ Lt}$$

$$\frac{200}{-2,4}$$

$$120 \left( \frac{1}{1000} \right)$$

$$0,12 \times 20 = 2,4 \text{ Lt}$$

$$197,6 \text{ Lt} = 20 \text{ min}$$

Para llenar los 200 Lt se necesita, 21 min

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times \\ \hline 2,4 \end{array}$$

$$x = \frac{24 \times 1}{10} = 0,24$$

$$\begin{array}{r} 20,00 \\ + 0,24 \\ \hline 20,24 \end{array}$$

3. Si por la elevación de temperaturas en la ciudad el acueducto tuvo que reducir en un 60% el llenado de los tanques, ¿de cuánta agua dispondría cada persona?, ¿cómo utilizarían de manera razonable su ración de agua?

$$200 \rightarrow 100$$

$$x \quad 60 \quad x = \frac{60 \times 200}{100}$$

$$x = 80 \text{ Lt}$$

$$20 \text{ Lt}$$

Persona tendrían 40 Lt y comida disponible 10 L

Bebida 1 Lt Comida 2 Lt Ropa 3 Lt

Baño 3 Lt Maquillaje 1 Lt

4. En tu grupo de trabajo discute la mejor estrategia para hacer un uso razonable de la dosis de agua.

- Cada Domingo bañarse con el pelo
- Cepillarse los dientes con un vaso de agua
- Solo Bañarse los dientes 2 veces al día

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
ACTIVIDAD: 3	GRADO 7°

5. El acueducto, entendiendo las necesidades de las familias, abre la posibilidad de adquirir más agua pero con un costo más elevado de la siguiente manera:

- El primer litro de agua extra vale \$ 3000
- Cada litro extra después del primero te lo cobrarán tres veces más que el anterior y si quisieras llevar tu vida igual que lo hacías hace 20 años, pero en nuestra nueva realidad consumiendo la misma cantidad de agua que hace 20 años, ¿cuánto dinero deberías después 3 días?, ¿de 4 días?, ¿de 5 días? ¿Y cuánto en el día 30?

$$474 - 50$$

$$424$$

$$Rta // 6.17673396300.000$$

$$0.000.000.000$$

$$3^1 \times 3$$

$$3^2 \times 3$$

$$3^3 \times 3$$

$$3^n \times 30 = X \times 30$$

6. Por causa de una avería en la manguera que transporta el agua a uno de los tanques, se pierden varios litros de agua mientras se encuentra el punto exacto del daño:

- Día 1 dos litros de agua.
- Día 2 cuatro litros de agua.
- Día 3 ocho litros de agua.
- Día 4 dieciséis litros de agua.

Si se siguiera perdiendo agua de la misma forma, ¿cuántos litros se perderían en el día 9?, ¿en el día 15? y ¿en el día 30?

$$2^n \times 9 = 512 Lt$$

$$2^n \times 15 = 32768 Lt$$

$$2^n \times 30 = 1073741824 Lt$$

Si la pérdida fuera permanente, ¿se podría modelar (representar) la situación por medio de una ecuación general?

Si se puede por medio de  $2^n$

Reflexiono

• ¿Considera que su uso diario del agua genera desperdicio?

Si, porque la gastamos como de moramos en la ducha, agua insuficiente. Si respondiste si, ¿cuántos litros de agua diario estás desperdiciando? 19.78 gastamos diario

• ¿Por cuánto dinero perdido correspondiente a ese desperdicio eres responsable?

Un sanitario Normal vale \$500.000 y uno ahorrador \$450.000 Nos ahorraremos \$50.000

• ¿Cuántas personas podrían calmar la sed con el agua que desperdicias?

Podría calmar la sed de 3 personas con el agua que desperdicio

7. ¿El análisis de estas situaciones desde la matemática le ha enseñado algo nuevo al respecto? ¿Tienes pensada una conclusión frente al uso razonable y sostenible del agua?

• Si a saber en mi casa cuanto agua desperdiciamos y cuanto dinero perdemos

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	<b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>	<b>OSCAR ALEJANDRO ARDILA</b>
<b>Octubre 19-2017</b>	<b>ACTIVIDAD: 3</b>	<b>GRADO 7°</b>

hídrica provienen de sectores alejados de la ciudad. Por esta razón el acueducto decide implementar estrategias de ahorro para procurar sostenibilidad.

Estrategia:

- En cada casa se instala un tanque de 200 L para suplir las necesidades básicas de 4 personas durante 2 días.

**Problemas.**

1. Teniendo en cuenta el nuevo sistema de distribución de agua y que cada casa se compone de exactamente 4 personas, responde las siguientes preguntas.

- ¿De cuántos litros dispone una persona para bañarse al día?

$$4 \text{ personas} \rightarrow 200 \text{ Lt}$$

$$1 \text{ persona} \rightarrow x$$

$$x = \frac{1 \text{ persona} \cdot 200 \text{ Lt}}{4 \text{ personas}}$$

$$x = 50 \text{ Lt}$$

- ¿Cuánto tiempo tiene cada persona para bañarse?

$$200 \text{ Lt} \rightarrow 10 \text{ min}$$

$$50 \text{ Lt} \rightarrow x$$

$$x = \frac{50 \text{ Lt} \cdot 10 \text{ min}}{200 \text{ Lt}}$$

$$x = 2,5 \text{ min}$$

$$2,5 \text{ min} \div 2 = 1,25 \text{ min}$$

2. Si en cada minuto entran al tanque 10 L de agua, pero debido a las altas temperaturas y la distancia de transporte hasta el tanque, el agua se evapora a razón de 120 ml por minuto, ¿cuánto tiempo tarda el tanque en llenarse?

$$20 \text{ min} \quad 120 \text{ ml} \times 20 \text{ min} = 2,400 = 2,4 \text{ Lt}$$

$$20 \text{ min} \rightarrow 10 \text{ L} \rightarrow 1$$

$$2,4 \rightarrow x$$

$$\frac{2,4 \times 1}{10} = 0,24 \text{ min}$$

$$\begin{array}{r} 20,00 \\ + 0,24 \\ \hline 20,24 \end{array}$$

3. Si por la elevación de temperaturas en la ciudad el acueducto tuvo que reducir en un 60% el llenado de los tanques, ¿de cuánta agua dispondría cada persona?, ¿cómo utilizarían de manera razonable su ración de agua?

$$200 \text{ Lt} \rightarrow 100\%$$

$$x \rightarrow 60\%$$

$$200 \text{ Lt} \rightarrow 60\% = 120 \text{ Lt}$$

cada personas

- Calcular y poner alarmas cuando es tiempo de cerrar la ducha
- Reutilizar el agua

4. En tu grupo de trabajo discute la mejor estrategia para hacer un uso razonable de la dosis de agua.

Reutilizar el agua de lavadora y apagar la ducha cuando se acaba el tiempo o 200 Lt

5. El acueducto, entendiendo las necesidades de las familias, abre la posibilidad de adquirir más agua pero con un costo más elevado de la siguiente manera:

- El primer litro de agua extra vale \$ 3000.
- Cada litro extra después del primero te lo cobrarán tres veces más que el anterior y si quisieras llevar tu vida igual que lo hacías hace 20 años, pero en nuestra nueva realidad consumiendo la misma cantidad de agua que hace 20 años, ¿cuánto dinero deberías después 3 días?, ¿de 4 días?, ¿de 5 días? ¿Y cuánto en el día 30?

$$3^1 \times 1000 = 3000$$

$$3^2 \times 1000 = 9000$$

$$3^3 \times 1000 = 27000$$

$$3^4 \times 1000 = 81000$$

$$3^5 \times 1000 = 243000$$

$$3^{30} \times 1000 = 2.058911321 \times 10^{17}$$

6. Por causa de una avería en la manguera que transporta el agua a uno de los tanques, se pierden varios litros de agua mientras se encuentra el punto exacto del daño:

- Día 1 dos litros de agua. =  $2^1$
- Día 2 cuatro litros de agua. =  $2^2$
- Día 3 ocho litros de agua. =  $2^3$
- Día 4 dieciséis litros de agua. =  $2^4$

Si se siguiera perdiendo agua de la misma forma, ¿cuántos litros se perderían en el día 9?, ¿en el día 15? y ¿en el día 30?

$$2^9 = 512 \text{ Lt}$$

$$2^{15} = 32768 \text{ Lt}$$

$$2^{30} = 1073741824 \text{ Lt}$$

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	<b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>		<b>OSCAR ALEJANDRO ARDILA</b>
Octubre 19-2017	<b>ACTIVIDAD: 3</b>		<b>GRADO 7°</b>

Si la pérdida fuera permanente, ¿se podría modelar (representar) la situación por medio de una ecuación general?

$2^{12345678910} \leftarrow \text{infinito}$

Debido a que nunca termina la fuga así que seguirá infinitamente

**Reflexiono**

- ¿Considera que su uso diario del agua genera desperdicio?  
No debido a que utiliza sistemas de ahorro
- Si respondiste sí, ¿cuántos litros de agua diario estás desperdiciando?  
Si ya se ha utilizado los sistemas
- ¿Por cuánto dinero perdido correspondiente a ese desperdicio eres responsable?  
Pues nos sobre pasó una cantidad exagerada y somos responsables
- ¿Cuántas personas podrían calmar la sed con el agua que desperdicias?  
Pues 120 Lt ya se gastan el agua de mi ducha
- 7. ¿El análisis de estas situaciones desde la matemática le ha enseñado algo nuevo al respecto? ¿Tienes pensada una conclusión frente al uso razonable y sostenible del agua?  
Se puede ahorrar el agua para tranquiliza el mundo

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	<b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>	<b>OSCAR ALEJANDRO ARDILA</b>
Octubre 19-2017	ACTIVIDAD: 3	GRADO 7°

hidrica provienen de sectores alejados de la ciudad. Por esta razón el acueducto decide implementar estrategias de ahorro para procurar sostenibilidad.

Estrategia:

- En cada casa se instala un tanque de 200 L para suplir las necesidades básicas de 4 personas durante 2 días.

Problemas.

1. Teniendo en cuenta el nuevo sistema de distribución de agua y que cada casa se compone de exactamente 4 personas, responde las siguientes preguntas.

- ¿De cuántos litros dispone una persona para bañarse al día?

$$200 \div 4 = 50 \div 2 = 25$$

Depende ya que cada persona le corresponde 25 litros al día y teniendo en cuenta las necesidades familiares se utilizan 12 lit para bañarse

- ¿Cuánto tiempo tiene cada persona para bañarse?

$$200 \quad 10 \quad x = 12 \text{ min}$$

$$12 \quad x$$

$$x = \frac{12 \times 10}{200}$$

$$x = \frac{120}{200}$$

$$x = \frac{12}{20}$$

2. Si en cada minuto entran al tanque 10 L de agua, pero debido a las altas temperaturas y la distancia de transporte hasta el tanque, el agua se evapora a razón de 120 ml por minuto. ¿cuánto tiempo tarda el tanque en llenarse?

$$200000 - 120 \times 20 = 197600$$

$$200000 - 197600 = 2400$$

$$10 \quad 1 \quad x = 0.24$$

$$24 \quad x$$

$$x = \frac{24 \times 1}{10}$$

$$x = \frac{24}{10}$$

$$\begin{array}{r} 0.24 \\ + 20.00 \\ \hline 20.24 \end{array}$$

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre 19-2017	ACTIVIDAD: 3	GRADO 7°

3. Si por la elevación de temperaturas en la ciudad el acueducto tuvo que reducir en un 60% el llenado de los tanques, ¿de cuánta agua dispondría cada persona?, ¿cómo utilizarían de manera razonable su ración de agua?

$$\begin{array}{r}
 60\% - 100\% \\
 \begin{array}{r}
 C \quad \quad \quad \% \\
 100 \quad - \quad 100 \\
 x \quad - \quad 60 \\
 \hline
 x = \frac{100 \cdot 40}{100} \\
 x = 40
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 x = \frac{1200}{100} \\
 x = 120
 \end{array}$$

Reutilizando la agua de la lavadora para los baños, los pisos o volver a lavar. También durando menos tiempo en el baño.

4. En tu grupo de trabajo discute la mejor estrategia para hacer un uso razonable de la dosis de agua.

Que se divida justamente en las necesidades primordiales y apenas lo necesario para las secundarias como:

- Lavar el auto
- Lavar la ropa
- Lavar los platos
- Regar el jardín

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	<b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>	<b>OSCAR ALEJANDRO ARDILA</b>
Octubre 19-2017	ACTIVIDAD: 3	GRADO 7°

5. El acueducto, entendiendo las necesidades de las familias, abre la posibilidad de adquirir más agua pero con un costo más elevado de la siguiente manera:

- El primer litro de agua extra vale \$ 3000.
- Cada litro extra después del primero te lo cobrarán tres veces más que el anterior y si quisieras llevar tu vida igual que lo hacías hace 20 años, pero en nuestra nueva realidad consumiendo la misma cantidad de agua que hace 20 años, ¿cuánto dinero deberías después 3 días?, ¿de 4 días?, ¿de 5 días? ¿Y cuánto en el día 30?

$$3000 \times 3^3 = 81.000$$

$$3000 \times 3^4 = 243.000$$

$$3000 \times 3^5 = 729.000$$

$$3000 \times 3^{30} = 6,176733963 \times 10^{17}$$

6. Por causa de una avería en la manguera que transporta el agua a uno de los tanques, se pierden varios litros de agua mientras se encuentra el punto exacto del daño:

- Día 1 dos litros de agua.
- Día 2 cuatro litros de agua.
- Día 3 ocho litros de agua.
- Día 4 dieciséis litros de agua.

Si se siguiera perdiendo agua de la misma forma, ¿cuántos litros se perderían en el día 9?, ¿en el día 15? y ¿en el día 30?

- Día 9 se gastan 32 litros de agua
- Día 15 se gastan 2048 litros de agua
- Día 30 se gastan 4096 litros de agua

Días	litros	$x = \frac{61440}{19}$
15	2048	
30	x	$x = 4096$

$$x = \frac{30 \times 2048}{15}$$

UAN UNIVERSIDAD NACIONAL	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre 19-2017	ACTIVIDAD: 3	GRADO 7°

Si la pérdida fuera permanente, ¿se podría modelar (representar) la situación por medio de una ecuación general?

Se puede modelar en  $2^n$

#### Reflexiono

- ¿Considera que su uso diario del agua genera desperdicio?

Si, porque muchas veces en nuestras vas desperdiciamos litros.

- Si respondiste si, ¿cuántos litros de agua diario estás desperdiciando?

Aproximadamente 5 a 6 litros diarios

- ¿Por cuánto dinero perdido correspondiente a ese desperdicio eres responsable?

$$6 \times 12194 = \$ 73\ 164$$

- ¿Cuántas personas podrían calmar la sed con el agua que desperdicias?

Se podría calmar la sed de 6 personas

7. ¿El análisis de estas situaciones desde la matemática le ha enseñado algo nuevo al respecto? ¿Tienes pensada una conclusión frente al uso razonable y sostenible del agua?

Si porque este me ha enseñado como reducir el consumo de agua en nuestras casas y generar cultura ambiental y mas consciente

## Anexo 4. Desempeño de los estudiantes en la actividad 4

Grupo 9

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre 19-2017	ACTIVIDAD: 4	GRADO 7°

**Actividad 4: El reciclaje: una forma de sostenibilidad**

**Objetivo:**  
Fortalecer la conciencia ambiental ligada al proceso de reutilización y reciclaje de los residuos sólidos, partiendo del uso de los porcentajes y una introducción a la función lineal como crecimiento económico directamente proporcional.

**Presentación de la actividad:**

**Problema.** Situación global: "La generación per cápita de residuos sólidos se mide en términos de la cantidad de kilogramos que genera una persona por día. Según los datos de la Evaluación Regional llevada adelante por el BID, OPS y AIDIS, los latinoamericanos generamos 0.63 kg/hab./día de residuos sólidos domiciliarios (RSD). Si tomamos en cuenta los residuos sólidos municipales (RSM), es decir, los domiciliarios más otros residuos de origen comercial o que surgen de la limpieza de calles, parques y jardines, el número asciende a 0.93 kg/hab./día. En Estados Unidos, según la EPA, la generación de RSM asciende a 1.9 kg/hab./día, casi un kilogramo más que en América Latina y el Caribe<sup>1</sup>."

**Situación local:** en el colegio parroquial San Luis Gonzaga los estudiantes generan en promedio 0.25 kg de residuos sólidos, distribuidos en latas de gaseosa, papel (hojas de cuaderno, hojas de fotocopias, papel craft y cartulina), esferos, lápices, residuos orgánicos, botellas de bebidas gaseosas, vasos plásticos y envolturas de golosinas. Muchos de estos residuos, a pesar de los esfuerzos realizados por los docentes del área de ciencias, siguen siendo mal utilizados ya que los estudiantes en el afán de botar la basura se olvidan de clasificarla, para de esta forma generar un reciclaje óptimo. También se observa que la mayoría de la comunidad educativa tiene por costumbre el consumismo desmedido, lo que elimina las dos primeras R's de todo plan organizacional de educación ambiental, las cuales consisten en reducir y reutilizar. Actualmente en el Colegio se han reciclado alrededor de 500 kilos distribuidos entre cartón, papel y material de archivo. No se ha podido lograr la separación de

<sup>1</sup> Recuperado el 30-09-2017 de la url <https://biogen.aidfi.org/agua/2014/05/04/sabes-cuanta-basura-emerges-en-un-dia/>

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	<b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>	<b>OSCAR ALEJANDRO ARDILA</b>
Octubre 19-2017	ACTIVIDAD: 4	GRADO 7°

elementos como el aluminio de las latas, el plástico de las botellas y los vasos desechables, por los problemas antes expuestos.

#### Reflexiono

1. ¿Crees que es importante reducir el consumo de alimentos que tienen empaques no reciclables? *Si*
2. ¿Es importante reutilizar algunos de los empaques de las cosas que comemos o bebemos? *NO*
3. ¿Qué problema global se presenta también a nivel local con los residuos sólidos? *tapar las alcantarillas al botar los empaques al piso*

#### Problemas.

1. ¿Teniendo en cuenta que son 1300 estudiantes, ¿cuál será la cantidad de basura en kilogramos producida por el colegio diariamente y mensualmente? (Ten cuidado en calcular ésta última.)

$$1300 \times 0.25 = 325 \text{ kilogramos diarios}$$

$$325 \times 30 = 9750 \text{ kilogramos mensuales}$$

2. Si cada botella plástica pesa alrededor de 19 gramos y dos de cada tres estudiantes toman al menos una bebida en botella al día, ¿a cuántos kilogramos del peso total de la basura diaria corresponde el peso de las botellas?

$$\frac{2}{3} = 1300 = \frac{866.6}{1300}$$

$$19 \times 866.6 = 16454 \text{ kg}$$

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	<b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>	<b>OSCAR ALEJANDRO ARDILA</b>
Octubre 19-2017	ACTIVIDAD: 4	GRADO 7°

3. Un vaso plástico de 7 onzas como en el que venden la gaseosa pesa aproximadamente 1.5 g. 8 de cada 10 estudiantes toman al menos un vaso de gaseosa en el día. ¿Qué porcentaje del peso total de la basura diaria corresponde a los vasos plásticos?

$$100\% \rightarrow 1300$$

$$80\% \quad X = 1040 \times 1.5g = 1560g \quad \frac{1.56 \text{ kg} \times 100\%}{325} = 0.48\%$$

1.56 kg

4. Si en total 100 estudiantes toman bebidas en lata, las cuales no son separadas para su posterior reutilización y cada lata pesa 15g, ¿cuál es porcentaje aportado por las latas al peso total de la basura diaria?

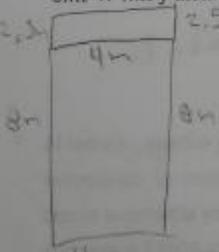
$$325 \text{ kg} = 100\%$$

$$15g \quad X$$

$$\frac{15 \times 100}{325} = 4.6\%$$

100 est x 15g = 1500g  
1.5 kg

5. Si un kilogramo de aluminio tiene un volumen de  $370.73 \text{ cm}^3$ , ¿qué tiempo en días tardarías en llenar con aluminio un salón de base rectangular  $8\text{m} \times 4\text{m}$  y altura  $2.5\text{m}$ ?



$$80 \div 0.00037073 = 215.7$$

$$\frac{370.73}{1000000} = 0.00037073$$

$$0.00037073 \times 215.7 = 79.9$$

Se necesitan 79.9 kg de aluminio

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre 19-2017	ACTIVIDAD: 4	GRADO 7°

Sabiendo que el consumo de gaseosa es perjudicial para la salud y además los envases plásticos y latas donde son envasadas perjudican el medio ambiente, conforma estrategias para reducir el consumo de las mismas y para reutilizar los envases.

Podría reducirse el consumo que en la tienda vendan jugos naturales, también los plásticos podrían disminuirse y volverse a usar y las latas podrían ser reutilizadas en cosas para hacer cosas útiles.

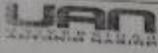
6. Si con las estrategias establecidas no logran reducir el consumo, pero pueden concientizar a la población para reciclar de la siguiente manera:  
 Día 1: 3 kg; Día 2: 6 kg; Día 3: 9 kg...  
 ¿Cuántos kilogramos reciclarías en el día 10? ¿Cuántos en el día 15?  
 ¿Podrías describir la forma de reciclaje por medio de una ecuación matemática?

$$\begin{aligned}
 3 \times 1 &= 3 \text{ kg} \\
 3 \times 10 &= 30 \text{ kg} \\
 3 \times 15 &= 45 \text{ kg} \\
 3 \times \text{día} &= \text{kg}
 \end{aligned}$$

7. Al reducir, reciclar y reutilizar no sólo ayudan al cuidado del medio ambiente reduciendo la contaminación del aire en un 95%, sino también colaboras con la economía ya que cada kilo de botellas se paga a 1100\$, cada kilo de aluminio a 2100\$ y cada kilo de papel a 800\$.

¿Podrías modelar una ecuación para cada uno de los elementos mencionados que te permitiera conocer el total de los ingresos generados por reciclar? Si, tenemos que multiplicar cada kg de elemento y su precio del elemento de esta forma =  
 $\text{kg} \times \text{precio}$

## Anexo 5. Desempeño de los estudiantes en la actividad 5

	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA		Grupo #3
Octubre20-2107	ACTIVIDAD: 5	Catalina Quijano ESTADÍSTICA	OSCAR ALEJANDRO ARDILA
			GRADO 7°

**Objetivo:**

Construir un grupo de trabajo guiado por los estudiantes de grado séptimo, que promueva la conciencia ambiental y el cuidado del agua en la comunidad educativa, a partir de la interpretación de datos estadísticos.

1. cuales se debe preguntar en el instrumento a diseñar.

**Presentación de la actividad.**

**Desarrollo sostenible:** "El término desarrollo sostenible fue lanzado a la comunidad científica a través del Informe Brundtland en 1987. En él se define como "aquel que satisface las necesidades del presente sin comprometer las necesidades de las futuras generaciones".

Uno de los principios más importantes dentro del concepto de sostenibilidad es "Piensa globalmente, actúa localmente". Tener conciencia de la realidad mundial es importante, pero se deben tomar medidas a nivel local. Este modelo provee las herramientas necesarias para cada comunidad (y escuela) para determinar sus auténticas necesidades y los recursos existentes. La combinación de necesidades y recursos efectivamente puede promover el desarrollo sostenible y mejorar la economía, la sociedad y el medio ambiente local y global.

El principio de "pensar globalmente y actuar localmente" permite reflexionar sobre la responsabilidad individual y colectiva, asumiendo que los problemas globales son la suma de los problemas locales que conllevan a la problemática global, y que es desde lo local donde se deben abordar y dar las soluciones teniendo en cuenta esta crisis actual que han afectado todos los ámbitos: económico, social, ambiental y cultural de la sociedad actual".<sup>1</sup>

Por tal motivo, es necesario generar conciencia en cada uno de nuestros grupos sociales, para de esta forma actuar localmente por un problema global, dejar de lado el discurso sin acciones y promover actividades que permitan un verdadero cambio académico, económico, social y ambiental.

---

<sup>1</sup>  
<http://www.escuelasqueaprenden.org/imagesup/La%20matem%Etica%20y%20el%20desarrollo%20sostenible.pdf>

<b>UAN</b> UNIVERSIDAD NACIONAL	<b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>		<b>OSCAR ALEJANDRO ARDILA</b>
Octubre 20-2107	ACTIVIDAD: 5		GRADO 7°

**Reflexiono.**

1. ¿Qué papel tiene la matemática en el desarrollo sostenible?  
*ayudar a entender el desarrollo real de las matemáticas*
2. ¿Cómo se utilizan las matemáticas en el cuidado del medio ambiente?  
*para analizar nuestras fallas desde la parte económica y así generar*
3. ¿Qué problema global se presenta a nivel local en el cuidado del agua?  
*escasez a nivel local el desperdicio y la contaminación*
4. ¿Cuál crees que es la parte (rama) de las matemáticas que te permite obtener datos para hacer un estudio detallado sobre los datos obtenidos?  
*la estadística*

**ACTIVIDADES**

1. Teniendo en cuenta lo aprendido en las actividades anteriores y las mayores zonas de consumo de agua, diseña junto con su grupo de trabajo un instrumento que le permita presentar un informe sobre el consumo y derroche de agua presente en la población del colegio. ¿Qué herramienta podrías utilizar?  
*una encuesta*
2. Utilizando los datos de consumo racional de agua presentados en las actividades anteriores, y los resultados que obtuviste con tu instrumento. ¿A qué conclusiones podrías llegar? ¿El consumo de agua de las personas que pertenecen al colegio es normal, racional o simplemente las personas hacen uso irracional de los recursos hídricos?  
*después de ver los resultados de la encuesta podemos observar que la gente hace uso irracional del agua*
3. Teniendo en cuenta los consumos de agua por zonas de la casa, ¿cuáles son las frecuencias de consumo de las personas en cada una de las zonas? ¿Se puede representar esto por medio un instrumento matemático?

UAN UNIVERSIDAD NACIONAL	MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA		OSCAR ALEJANDRO ARDILA
Octubre 20-2107	ACTIVIDAD: 5		GRADO 7°

Las frecuencias se pueden representar por medio de las frecuencias relativas y acumuladas se pueden representar por medio de un gráfico

4. Analizando la información depositada en el instrumento, ¿cuál es el porcentaje representativo de la zona con mayor consumo y desperdicio de agua?

El promedio representativo es de 31% en el baño

5. ¿Podrías representar la información obtenida, por medio de una gráfica? ¿Qué tipo de gráfico se ajusta más a la información?

para la frecuencia absoluta diagrama de barras  
para el porcentaje el diagrama circular

6. ¿Cuál es el valor representativo de consumo de agua en las diferentes zonas?

39 en el baño

7. ¿Cuál es el consumo promedio de agua consumida por cada una de las zonas que decidiste investigar? ¿Se encuentra dentro del consumo normal, racional o dentro del consumo irracional?

baño 544 litros  
zona lavado 1960  
ducha 248.57

8. ¿El análisis matemático de estas situaciones te ha enseñado algo nuevo al respecto? ¿Podrías crear una estrategia que te permita generar conciencia sobre

el uso sostenible del agua?, ¿Se está desarrollando la sociedad de forma sostenible frente al uso del recurso hídrico?

*La estrategia es conformar un grupo ambiental en el colegio, no se está desarrollando de manera sostenible.*

9. Representa por medio de una gráfica una proyección económica sobre el dinero generado por la recolección de material reciclable.

10. Diseña con su grupo una exposición en la que se usen los datos numéricos y las conclusiones de esta actividad 5, en pro de generar conciencia ambiental en el cuidado del agua.

11. ¿Realmente has iniciado unas nuevas costumbres personales frente al consumo responsable del agua o simplemente te has concientizado sobre el problema sin actuar?

*si generamos hábitos que implementamos en casa porque a nuestros padres les gusta las actividades.*

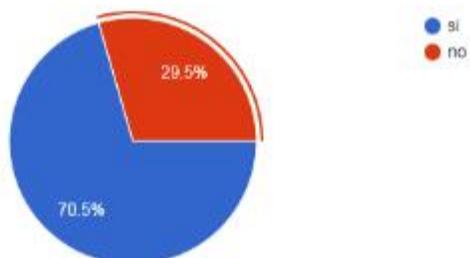
12. ¿Eres parte del problema o parte de la solución?

*al inicio de la actividad somos parte del problema ahora somos parte de la solución.*

## Anexo 6. Gráficos realizados por google drive para el análisis de la encuesta

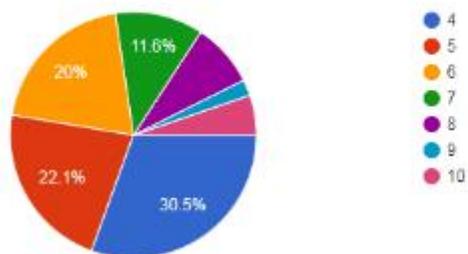
Tienes un sanitario ahorrador

95 respuestas



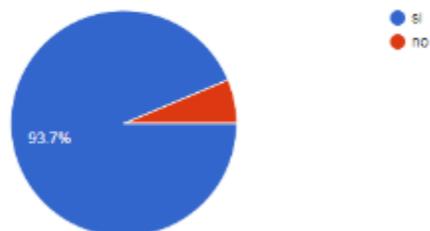
¿Cuál es el promedio de descargas del sanitario en tu casa?

95 respuestas



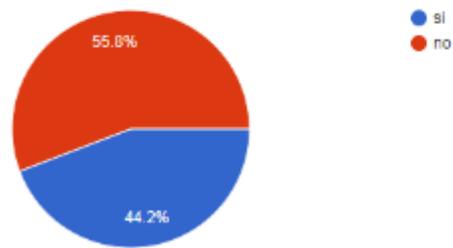
¿Vale la pena invertir en sanitario y ducha ahorradores?

95 respuestas



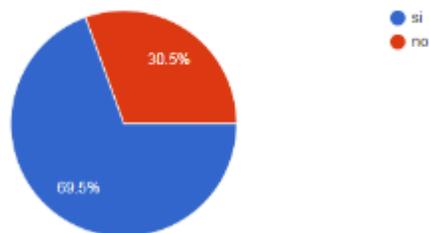
¿Utilizas algún sistema ahorrados cuando lavas la loza?

95 respuestas



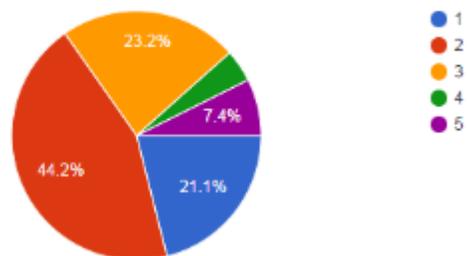
¿En tu casa reutilizan el agua del segundo ciclo de la lavadora?

95 respuestas



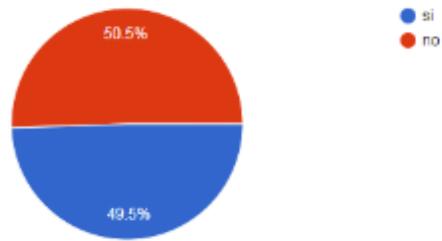
¿Cuántas veces a la semana lavan en tu casa?

95 respuestas



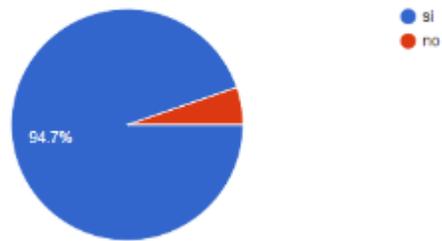
¿En tu casa separan la basura para reciclar?

95 respuestas



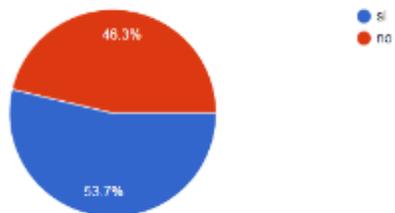
¿Crees que no reciclar genera contaminación?

95 respuestas



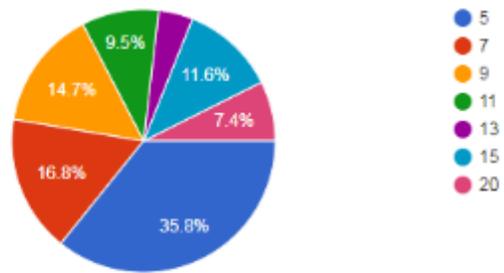
¿Crees que tu actual consumo de agua dejara agua para el futuro?

95 respuestas



## ¿Cuánto tiempo duras con la ducha abierta?

95 respuestas



## Anexo 7. Análisis de resultados de la encuesta

### Resultados y análisis de la encuesta

promedio de descargas del sanitario	# de personas	consumo individual en litros por número de descargas	consumo total zona del sanitario
4	29	28	812
5	21	35	735
6	19	42	798
7	11	49	539
8	8	56	448
9	2	63	126
10	5	70	350

total de personas encuestadas	95
-------------------------------	----

promedio de consumo en la zona del sanitario	544
--	-----

reutilización del agua del segundo ciclo de la lavadora	consumo litros por lavada	consumo total zona de lavado
si	66	5280
no	29	4640

total de personas encuestadas	95
-------------------------------	----

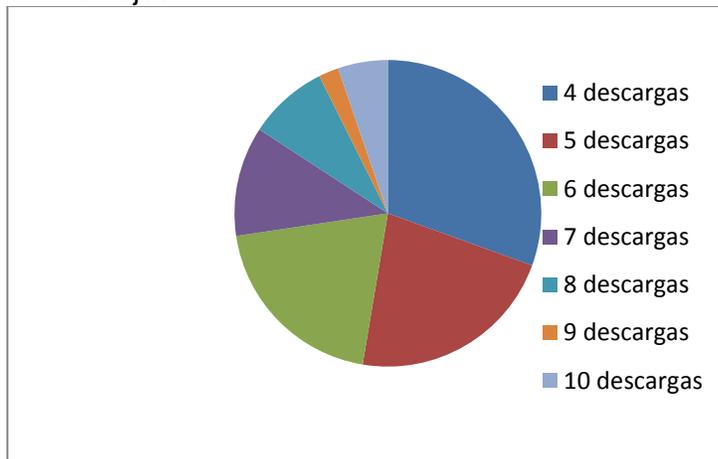
promedio de consumo en la zona de lavado	4960
--	------

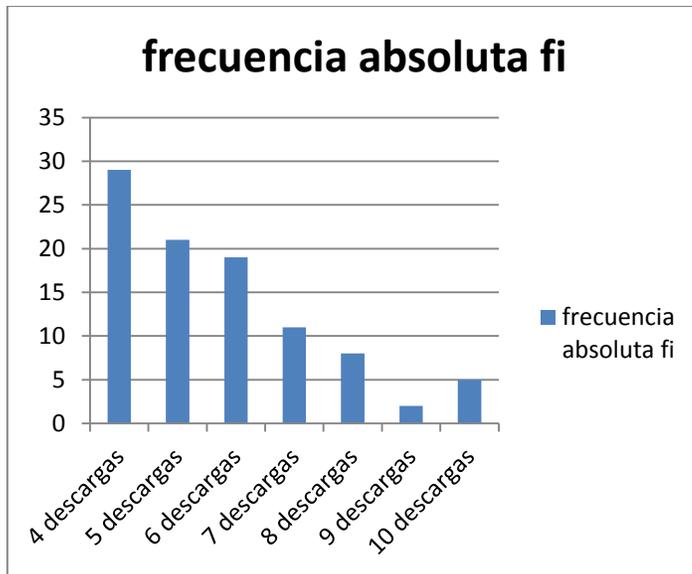
tiempo de baño con la ducha abierta	consumo en litros por ducha	consumo total zona de baño
5	34	100
7	16	140
9	14	180
11	9	220
13	4	260
15	11	300
20	7	400
		<b>promedio de consumo en zona de baño</b>
		2468,571429

total personas encuestadas 95

promedio de descargas del sanitario	# de personas	frecuencia absoluta fi	frecuencia relativa	porcentaje	frecuencia absoluta Fi	Frecuencia relativa acumulada Ni
4 descargas	29	29	0,305263158	31%	29	0,305263158
5 descargas	21	21	0,221052632	22%	50	0,526315789
6 descargas	19	19	0,2	20%	69	0,726315789
7 descargas	11	11	0,115789474	12%	80	0,842105263
8 descargas	8	8	0,084210526	8%	88	0,926315789
9 descargas	2	2	0,021052632	2%	90	0,947368421
10 descargas	5	5	0,052631579	5%	95	1
total personas encuestadas	95	95	1	100%		

Porcentajes





promedio de minutos de baño con la llave abierta	# de personas	frecuencia absoluta fi	frecuencia relativa	Porcentaje	frecuencia absoluta Fi	Frecuencia relativa acumulada Ni
			0,35789473			0,35789473
5	34	34	0,16842105	36%	34	0,52631578
7	16	16	0,14736842	17%	50	0,67368421
9	14	14	0,09473684	15%	64	0,76842105
11	9	9	0,04210526	9%	73	0,81052631
13	4	4	0,11578947	4%	77	0,92631578
15	11	11	0,07368421	12%	88	
20	7	7		7%	95	1
total personas encuestadas	95	95		100%		