REPÚBLICA DE COLOMBIA

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

RESOLUCIÓN DE PROBLEMASNO RUTINARIOS SOBRE CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD, MCM Y MCD PARA MEJORAR SU APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO

Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en Educación Matemática

Autor: Oscar FavianLugo López

Bogotá D.C.

2015

REPÚBLICA DE COLOMBIA

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

RESOLUCIÓN DE PROBLEMASNO RUTINARIOS SOBRE CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD, MCM Y MCD PARA MEJORAR SU APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO

Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en Educación Matemática

Autor: Oscar FavianLugo López

Director de tesis:Osvaldo Jesús Rojas Velázquez (PhD.)

Bogotá D.C.

2015

Nota de aceptación:

Firma del presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bogotá D.C.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por brindarme Salud, Vida y las Capacidades intelectuales necesarias para desarrollar esta investigación, a mis padres quienes me respaldaron y apoyaron moral y económicamente en este sueño.

Al Doctor Osvaldo Jesús Rojas, por su tiempo, dedicación y orientación,al compartir sus conocimientos, brindando asesoría técnica oportuna y humana para sacar éste proyecto adelante.

A la doctora Mary Falk de Lozada, quién me oriento y encamino en el desarrollo de las actividades propuestas en la presente investigación.

A mis estudiantes de grado séptimo del colegio distrital Rodrigo Lara Bonilla por su participación en cada una de las actividades propuestas y descubrir a mi lado el gusto por la matemática.

SÍNTESIS

Este trabajo analiza la incidencia que tiene la aplicación del enfoque teórico sobre la resolución de problemas a través de problemas no rutinarios, motivando así el estudio sobre mínimo común múltiplo, máximo común divisor y criterios de divisibilidad en los grados séptimos de la institución educativa distrital Rodrigo Lara Bonilla. Se considera primordial tener como base el enfoque motivacional de JhonKeller que se ajusta perfectamente a la resolución de problemas.

Se diseñan actividades fuera de lo común, éstas se encuentran ajenas al currículo tradicional, se implementan a dos grupos de 45 estudiantes cada uno, generando preguntas retadoras, dando la posibilidad a los estudiantes de utilizar su creatividad e ingenio para desarrollarlas, se brinda la posibilidad de discutirlas en equipos de trabajo resultando un factor determinante en su proceso de enseñanza aprendizaje, estas actividades se diseñan con el ánimo generar un alto nivel motivacional en los estudiantes, su dificultad se va incrementando con cada actividad.

Se plantea la presente investigación con el objetivo adicional de abrir espacios para nuevos significados, generar un incremento en el rendimiento académico de las clases y desarrollar diferentes competencias cognitivas, metacognitivas y sociales.

ABSTRACT

This paper analyzes the impact of the application of the theoretical approach to problem solving through challenging problems and encouraging the study of least common multiple, greatest common factor and criteria for divisibility in grades sevenths of the district school Rodrigo Lara Bonilla. Is considered essential be based motivational approach John Keller that fits perfectly with troubleshooting.

Activities are designed unusual, these are outside the traditional curriculum, they implemented two groups of 45 students each, generating challenging questions, making it possible for students to use their creativity and ingenuity to develop, the possibility is provided to discuss them in teams resulting in a determinant in the process of learning, these activities are designed with the aim to generate a high motivational level students, the difficulty is increased with each activity.

This investigation arises with the additional objective of open spaces for new meanings, generating an increase in academic performance classes and develop different cognitive, metacognitive and social skills.

TABLA DE CONTENIDOS PÁG.

INTRODUCCIÓN

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemática de Colombia, se establecen tres factores prioritarios que forma parte del papel que la matemática debe desempeñar en la escuela. Estos factores están dados por la *"… necesidad de una educación básica de calidad para todos los ciudadanos, el valor social ampliado de la formación matemática y el papel de las matemáticas en la consolidación de los valores democráticos."*[1]

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en la escuela se enfoca hacia estos fines y tiene un significativo papel en la formación de las nuevas generaciones de colombianos. Por tal motivo mejorar este proceso de aprendizaje en los estudiantes del colegio Rodrigo Lara Bonilla de grado séptimo es una tarea que lleva dedicación, preparación y creatividad de los profesores de esta escuela.

El trabajo con los números enteros en el aula, en general el dominio de algunos elementos de la "*teoría de números"*, de cierta forma contribuye a preparar a los estudiantes para la resolución de problemas intramatemático,extramatemático, no rutinarios y por ende resolver problemáticas de la vida cotidiana. La teoría de números se puede describir como la rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los números enteros, sin embargo también estudia otras estructuras como son mínimo común múltiplo (mcm), máximo común divisor (mcd), criterios de divisibilidad, números primos, números irracionales, números trascendentes, entre otros.

[1] Estándares Básicos de Competencias en Matemática. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar! Recuperable el 19 de enero de 2015 de la URL: www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf, p.47.

Con relación al aprendizaje de los números enteros algunos autores expresan que:*"Plantear los números negativos en el plano formal es que, desde luego, la ruptura con la evidencia inmediata no resulta fácil, y aquí radica la dificultad de la enseñanza-aprendizaje de los números enteros"*[2]

En la institución educativa distrital Colegio Rodrigo Lara Bonilla, en el grado séptimose presentan dificultades en los estudiantes en el área de matemática relacionada con los contenidos de: criterios de divisibilidad, mínimo común múltiplo, máximo común divisor,por diversas causas, entre ellas, la apatía por la asignatura, currículo extenso, dificultades en la creación y construcción de conocimiento formal, pues su aprendizaje trasciende en un conocimiento vacío de significado, que no tarda en desaparecerse. Otra de las causas presentadas en la construcción de un conocimiento formal en este tema es la aceptación de lo real (número negativo) ya que los estudiantes solo creen en lo que ven, así ellos observan el número negativo pero no le ven aplicabilidad. Con relación a esto se plantea que *"… el alumno está acostumbrado a ver el en los números primero, y más tarde en las letras con que opera, representaciones de cosas reales y concretas, y en las operaciones con números o letras las correspondientes operaciones con las cosas*[3]*"*(Klein, 1927).

Esta investigación analizará la incidencia de la resolución de problemas retadores en el favorecimiento de una enseñanza aprendizaje recreativa, como motivadorahacia el estudio de las matemáticas. En el mismo sentido de la reflexión anterior: *"Un*

---

[2]Dolores M., Manuela J., Vargas I. y Alva M. (1990). Revista sobre la enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. N 7°, ISSN 1130-488X, Recuperable el 3 de 12 de 2014 de la URL: http://revistasuma.es/IMG/pdf/7/013-018.pdf, p. 13-18.
[3]Dolores M., Manuela J., Vargas I. y Alva M. (1990). Revista sobre la enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. N 7°, ISSN 1130-488X, Recuperable el 3 de 12 de 2014 de la URL: http://revistasuma.es/IMG/pdf/7/013-018.pdf, p. 13-18.

*correcto planteamiento didáctico de la resolución exige la distinción entre ejercicios y problemas. Para los ejercicios el alumno tiene ya disponibles respuestas satisfactorias para las que ha sido preparado y al contrario de lo que sucede en un verdadero problema no hay incertidumbre en su comportamiento[4]".*Estas ideas se consideran un factor determinante y que al mismo tiempo produce como efecto colateral, un incremento del rendimiento académico en las clases de matemáticas.

Planteamiento del problema

El presente proyecto de grado busca mejorar el nivel de conocimientos de los estudiantes en el área matemática "*teoría de números" (criterios de divisibilidad, mínimo común múltiplo y máximo común divisor),* a través de la resolución de problemas no rutinarios, donde se logre cambiar ese conocimiento vacío sin significado, por un conocimiento aplicable a su diario vivir.

En este ambiente es necesario generar actividades donde el estudiante vea la importancia de la matemática en lo relacionado a los contenidos: criterios de divisibilidad, mínimo común múltiplo y máximo común divisor, por medio de la solución de problemas, a su vez vean la gran aplicabilidad que tienen en contextos como temperatura, ganancias, perdidas, plano cartesiano, entre otros.

A través de la aplicación de métodos empíricos como la observación a clase, encuesta, entrevista y la experiencia del investigador,se logra constatar una serie de dificultades en el funcionamiento de la estructura algebraica y de orden de la teoría de números, los cuales pueden resumirse en las siguientes insuficiencias:

---

[4]Dolores M., Manuela J., Vargas I. y Alva M. (1990). Revista sobre la enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. N 7°, ISSN 1130-488X, Recuperable el 3 de 12 de 2014 de la URL: http://revistasuma.es/IMG/pdf/7/013-018.pdf, p. 13-18.

- Es escaso el dominio de los contenidos precedentes sobre los criterios de divisibilidad, mcm y mcd, lo cual provoca un conocimiento momentáneo sin llegar a establecer una interiorización de la teoría.
- Es limitada la creatividad, agilidad e interpretación para esbozar un proceso de solución al plantear un problema sobre los criterios de divisibilidad, mcm y mcd.
- Carecen de habilidades para la resolución de problemáticas vinculadas a la vida sobre la temática.

Las valoraciones anteriores y el estudio epistemológico inicial realizado permiten determinar el siguiente **problema de investigación**: ¿Cómo favorecer el procesode aprendizaje sobre criterios de divisibilidad, mcm y mcd en los estudiantes de grado séptimo de la institución educativa Rodrigo Lara Bonilla?

Justificación del problema

Aunque el estudio de la teoría de números se puede abordar a partir de situaciones en las que estos son utilizados, la mejor comprensión se desarrolla en la utilización de situaciones concretas. Para ello se utiliza la escuela de la *resolución de problemas* basada en Polya (1965), también se pueden mencionar Schoenfeld (1985, 1992), Borasi (1986), Krulik y Rudnik (1987), Campistrous y Rizo (1996), González (1998), Koichu, Berman y Moore (2003a,b),LeshyHarel (2003), entre otros.

Según Pochulu y Rodríguez (2012) *"… el espíritu de este enfoque, diríamos que el énfasis está puesto en que los estudiantes se conviertan en buenos resolutores de problemas"*[5], pues busca que el docente genere en el estudiante el deseo por

[5]Pochulu, M. y Rodríguez M. (2012). *Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.*Buenos Aires, Argentina: Eduvim. p. 112

explorar, experimentar, analizando sus avances y así pueda reflexionar sobre lo realizado. En este proceso el docente tendrá que planificar, su forma de afrontar la clase y las posibles intervenciones en el aula por parte de los estudiantes para así evaluar el aprendizaje de ellos.

El proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el grado séptimo ha ocupado a los investigadores, tanto nacional como internacionalmente, valorándose los resultados en distintos congresos. Esta temática y específicamente el proceso de enseñanza aprendizaje de los criterios de divisibilidad, mcm y mcd en el grado séptimo se han tratado en el Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME 11), el Congress of theEuropeanSocietyforResearch in MathematicsEducation (CERME), la Conference of the International GroupforthePsychology of MathematicsEducation (PME), en la Reuniones Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME), en los Encuentros Colombianos de Matemática Educativa (ECME), entre otros. En las actas de algunos congresos se pueden precisar metodologías y actividades que se proponen para contribuir al aprendizaje de los criterios de divisibilidad, mcm y mcd en el grado séptimo.

En la investigación se precisa como **objeto de estudio:**el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el grado séptimo.

Se infiere como **objetivo general**:implementar actividades para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje sobre los criterios de divisibilidad, mcm y mcd en los estudiantes de grado séptimo de la institución educativa Rodrigo Lara Bonilla.

Los **objetivos específicos** están dados en:

- Estimular y potenciar el estudio de las matemáticas.
- Promover y fortalecer el trabajo en equipo.
- Fomentar la discusión y el auto-concepto matemático relacionado a los contenidos de los criterios de divisibilidad, mcm y mcd.
- Introducir ymejorar de forma dirigida, gradual y sistemática las estrategias necesarias para afrontar más eficazmente la resolución de problemas no rutinarios.
- Mejorar la capacidad de razonamiento matemático en los estudiantes de la institución educativa Rodrigo Lara Bonilla.
- Interiorizar las pautas necesarias para la resolución de problemas no rutinarios, analizando el enunciado, identificando los datos del problema, determinar los datos necesarios para resolver el problema, elegir las operaciones adecuadas, realizar los cálculos y comprobar el resultado.

Acorde con el objetivo, el **campo de acción** se enmarca en el proceso de enseñanza aprendizaje de los criterios de divisibilidad, mcm y mcd a través de la resolución de problemas no rutinarios en el grado séptimo.

Para el cumplimiento del objetivo y la solución del problema, se presenta la siguiente **hipótesis de investigación**: la resolución de problemas no rutinarios contextualizado, sobre criterios de divisibilidad, mcm y mcd, donde se utilice la heurística como estrategia de trabajo, favorece el proceso de enseñanza aprendizaje en los estudiantes del grado séptimo de la institución educativa Rodrigo Lara Bonilla.

En aras de dar cumplimiento al objetivo y lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis fueron propuestas las siguientes **tareas de investigación**:

1. Elaborar el estado del arte sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el séptimo grado, particularmente sobre criterios de divisibilidad, mcm y mcd.
2. Determinar los fundamentos teóricos, que sustentan el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el grado séptimo, particularmente sobre criterios de divisibilidad, mcm y mcd.
3. Elaborar actividades basadas en problemas no rutinarioscontextualizados sobre criterios de divisibilidad, mcm y mcd, para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje de los números enteros en los estudiantes del grado séptimo de la institución Educativa Distrital Rodrigo Lara Bonilla.
4. Valorar la viabilidad de las actividades en la práctica.

Metodología de la investigación

En la investigación se combinan métodos y técnicas de investigación científica, en un nivel teórico y empírico.Métodos teóricos:

Histórico-lógico: se emplea con el fin de valorar la evolución y desarrollo del objeto de la investigación y de las concepciones sobre problemas no rutinarioscontextualizados sobre criterios de divisibilidad, mcm y mcd.

Análisis-Síntesis:presente en todo el proceso de investigación, tanto en los fundamentos teóricos, como en el análisis de lasconsecuenciasiniciales relacionadas con problemas no rutinarioscontextualizados sobre criterios de divisibilidad, mcm y mcd, lo que permite interpretar, sintetizar los resultados y la elaboración de las conclusiones y generalizaciones.

Del nivelempíricofueron empleados:

La observación científica: facilita información sobre el objeto de la investigación y de las concepciones sobre problemas no rutinarioscontextualizados de criterios de divisibilidad, mcm y mcd, a través de la observación a clases y otras actividades docentes.

Encuesta: a los profesores de la InstituciónEducativa DistritalRodrigo Lara Bonillapara obtener información sobre las dificultades acerca de las concepciones sobre enseñanza aprendizaje de los criterios de divisibilidad, mcm y mcd a través de la resolución de problemas no rutinarios.

Entrevista:a docentes de otras Instituciones de la localidad para conocer su punto de vista sobre las dificultades presente en la enseñanza aprendizaje de los criterios de divisibilidad, mcm y mcd a través de la resolución de problemas no rutinarios.

Los métodosMatemáticos estadísticos se utilizan para el procesamiento de la información obtenida a través de los métodos y técnicas del nivel empírico, en diferentes momentos de la investigación.

La población está integrada por los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Rodrigo Lara Bonilla y la muestra los estudiantes de los grupo 701 y 702 del colegio.

La **significación práctica** está dada en actividades conformadas por problemas retadores no rutinarioscontextualizado sobre criterios de divisibilidad, mcm y mcd, donde se utiliza la heurística como estrategia de trabajo para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en la rama de "*teoría de números"* en los estudiantes del grado séptimode la institución Educativa Distritalcolegio Rodrigo Lara Bonilla.

CAPITULO 1. ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se realiza un análisis del estado del arte de las investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el enfoque de la "*teoría de números"* en el grado séptimo y de la motivación hacia el estudio de las matemáticas por medio de la resolución de problemas no rutinarios y retadores.

1.1. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el 7mo grado

En la literatura revisada se pudo constatar que son varios los autores que han abordado esta temática, entre los que se destacan:

Lepmann, L y Afanasjev, J (s.f) en su artículo plantea que*"… en la identificación y comparación de las opiniones expresadas por los grupos de estudiantes de diferentes capacidades y el rendimiento matemático. El análisis se basa en los resultados de las pruebas de capacidad, exámenes de materias y un cuestionario realizado entre los estudiantes de este grado en escuelas de Estonia. Precisan que en los resultados del estudio se pueden observar ciertas diferencias basadas en el rendimiento y la capacidad entre los grupos de estudiantes examinados. La investigación reveló, que los estudiantes de alta capacidad quieren desarrollar sus potencialidades y están dispuestos a hacer un mejor trabajo para lograr el éxito en el aprendizaje de las matemáticas, que los estudiantes de habilidades baja[6]"*, este articulo resulta útil en la presente investigación y será tomado para desarrollar el capítulo 2*.*

[6]Lepmann, L. y Afanasjev, J. (sf), *Conceptions of Mathematics in Different Ability and Achievement Groups among 7th Grade Students, recuperable 15 de 09 de 2014 de la URL: http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED495675.pdf.*

Godino (s.f) es su libro *"Perspectiva de la Didáctica De Las Matemáticas ComoDisciplina Tecnocientífica",* desarrolla una versión ampliada del capítulo, —Hacia una teoría de la educación matemática‖ (Godino, 1991). En este trabajo se precisan como objetivo:

1) Clarificar la naturaleza de la Didáctica de las Matemática y sus relaciones con otras disciplinas;

2) Sintetizar las principales líneas o perspectivas de investigación;

3) Reflexionar sobre las relaciones de la Didáctica de las Matemáticas con la práctica de la enseñanza, la tecnología educativa y el conocimiento científico;

4) Analizar la dependencia de los problemas de investigación respecto de los paradigmas y metodologías de investigación;

*5) Reflexionar sobre el estado de actual de consolidación institucional de la Didáctica de las Matemáticas en el panorama internacional[7]".*Se toma esta investigación, pues se considera que estos objetivos sientan las bases para lograr una adecuada preparación de los docentes dirigida a favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el grado séptimo.

Sriraman y English (2010) publica el libro Theories of MathematicsEducation, "… *hacen referencia a los fundamentos teóricos de la educación matemática, los cuales considera básicos para el desempeño profesional de los profesores de matemáticade*

[7]Godino, J. (sf), *Perspectiva de la Didáctica De Las Matemáticas Como Disciplina Tecnocientífica, recuperable el 19 de 09 de 2014 de la URL:*http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf

grado séptimo[8]*"*. Estos autores hacen referencia a la teoría de la resolución de problemas y algunos ejemplos en sus investigaciones son propicios del grado séptimo. Sriraman y English (2010) utilizan la resolución de problemas en un sentido amplio para cubrir una amplia gama de actividades que desafían y extienden su pensamiento. La propuesta de problemas que se presentan en esta tesis se dirige hacia este objetivo.

Sriraman y English (2010) en la parte IX inicialmente presentan un esbozo de las últimas décadas de investigación sobre resolución de problemas matemáticos y su impacto en el currículo de matemáticas. Después consideran algunos de los factores que han limitado la investigación previa sobre la resolución de problemas. En el resto del capítulo se aborda algunas formas en que se puede avanzar en los campos de investigación de resolución de problemas y el desarrollo del currículo.

Friebele(2010) en su proyecto resolución de problemas, "…*tiene la intención de investigar los efectos de la incorporación de estrategias de enseñanza basadas en la investigación en la enseñanza y su posterior efecto en el rendimiento de los estudiantes en el área de resolución de problemas. Las dos estrategias específicas utilizadas son la integración de herramientas manipulativas y el aumento de la interacción social sobre una base regular. El proyecto se llevó a cabo durante ocho semanas, a partir del 11 de enero 2010 en el sexto, séptimo, octavo grado y las clases en el campus de Petworth de la Escuela Pública Charter City Center (CCPC). CCPCsPetworth campus está situado en el noroeste de Washington DC, sus estudiantes son de nivel socioeconómico bajo, y son todas las minorías, las*

[8]Sriraman, B. y L. Inglés (2010), Theories of MathematicsEducation, recuperable 19 de 10 de 2014, de la URL: http://www.math.umt.edu/tmme/tme/MTL_Jankvist.pdf

herramientas utilizadas para recoger datos sobre estas estrategias incluyen evaluaciones acumulativas, notas de campo anecdótico, entradas del diario, encuestas, y rúbricas de autoevaluación para los estudiantes. Después de la implementación, las puntuaciones aumentaron las evaluaciones acumulativas, los niveles de confianza de los estudiantes mejoraron y sus estrategias para resolver problemas se ampliaron mientras que sus habilidades de pensamiento crítico mejoraron[9] *".* El proceso de investigación-acción requiere dedicación, esfuerzo y tiempo, sin embargo, sus beneficios son numerosos para el desempeño profesional de un docente, está idea proporciono una idea clara para el autor de la presente investigación.

Doleres, Jimeno y Vargas (1990) plantean que el: "… *obstáculos en el aprendizaje de números enteros en su artículo analiza las respuestas de los estudiantes de 8 grado a preguntas que requieren poner en funcionamiento la estructura algebraica y de orden de los números enteros. Concluyendo que los errores encontrados manifiestan un pensamiento rígidos, como para dejarlos indefensos ante palabras engañosas. Los enteros surgen no como resultado de una acción, si no de la toma de conciencia de los mecanismos que rigen la propia acción, de ahí que la aparición fuese más tardía"*[10]*,* este articulo hace parte de lo que quiere el autor del presente proyecto de investigación*.*

Sweller, J. (1988) en su artículo *Cognitive Load DuringProblemSolving: EffectsonLearning, "…indica que el conocimiento específico de dominio en forma de*

---

[9]Friebele, D. (2010), Achievement in ProblemSolvingCapstone B: ActionResearch, recuperable el 12 de 11 de 2014, de la URL: http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED511032.pdf

[10]Dolores M., Manuela J., Vargas I. y Alva M. (1990). Revista sobre la enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. N 7°, ISSN 1130-488X, Recuperable el 3 de 12 de 2014 de la URL: http://revistasuma.es/IMG/pdf/7/013-018.pdf, p. 13-18.

esquemas es el factor principal que distingue a expertos de los novatos en la habilidad para resolver problemas. Es del criterio, que la actividad de resolución de problemas convencional no es eficaz en la adquisición de esquemas. Se sugiere que una razón principal para la ineficacia de resolución de problemas como un dispositivo de aprendizaje, es que los procesos cognitivos requeridos por las dos actividades se solapan suficientemente, y que la solución de un problema convencional requiere una cantidad relativamente grande de capacidad de procesamiento cognitivo, que en consecuencia no está disponible para la adquisición de esquemas. En este estudio un modelo computacional y la evidencia experimental proporcionan apoyo a esta afirmación, donde se discuten las implicaciones teóricas y prácticas[11]*",* al leer este artículo el autor ve un gran beneficio en la creación de las futuras actividades.

Tobia, V. NumericalMagnitudeRepresentation in ChildrenWithMathematicalDifficultiesWithorWithout Reading Difficulties, este estudio *"tuvo como objetivo explorar la asociación numérico espacial de códigos de respuesta (SNARC), y los efectos numéricos, además, ver la distancia en los niños con dificultades matemáticas. De una muestra de 720 alumnos de tercero, cuarto y quinto, se seleccionaron 60 niños y se dividieron en los siguientes tres grupos: niños de desarrollo típico un total de 29, los niños con dificultades matemáticas sólo un total de 21, y los niños con dificultades matemáticas y lectura un total de 10. Los niños se pusieron a prueba con una tarea numérica Eriksen que se construyó para*

[11]Sweller, J. (1988), *Cognitive Load During Problem Solving: Effects on Learning, recuperable el 21 de 11 de 2014, de la URL: http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1207/s15516709cog1202_4/epdf, p. 257-258.*

evaluar SNARC, distancia numérica, y los efectos. Los niños con solo dificultades matemáticas sólo mostraron más fuerte SNARC, por otro los niños con desarrollo típico mostraron efectos de segundo orden de congruencia, mientras que los efectos numéricos fueron similares en los tres grupos. Por último, el efecto de primer orden congruencia se asoció con dificultades de lectura. Estos resultados mostraron que los niños con dificultades matemáticas con o sin problemas de lectura eran globalmente más afectada cuando se presentaron incompatibilidades espaciales[12]", fue interesante observar el análisis que se realizó a estudiantes con dificultades matemáticas, para poder anticipar posibles efectos en la aplicación de las actividades de la presente investigación.

CERME (2006), se presenta un estudio sobre *International comparativeresearchonmathematicalproblemsolving: suggestionsfor new researchdirections,* donde se aborda que: *"… el trabajo desarrollado y análisis se dividió en dos partes. En la primera parte, se discute sobre la resolución de problemas desde tres puntos de vista (resolución de problemas como un proceso, como un objetivo educativo y como método de enseñanza). En la segunda parte, las cuatro dimensiones de la investigación internacional, proponen estudios comparativos sobre la resolución de problemas:*

(a) Las líneas de investigación sobre resolución de problemas en diferentes países de la perspectiva de los investigadores;

---

[12]Tobia, V. Numerical Magnitude Representation in Children With Mathematical Difficulties With or Without Reading Difficulties, recuperable 25 de 09 de 2014, de la URL: http://ldx.sagepub.com/content/early/2014/04/15/0022219414529335.abstract

(b) El plan de estudios importancia y la justificación de la perspectiva de la resolución de problemas de los políticos;

(c) Las creencias, la competencia y las prácticas en la resolución de problemas los maestros de maestros perspectiva;

(d) De los alumnos creencias y competencia en la resolución de problemas de los estudiantes perspectiva[13]".

Por otra parte aducen que existen muchas definiciones sobre problema, pero no hay consenso en las definiciones, "*Con respecto a los problemas, hay evidencia de polarización, con algunos problemas de etiquetado como ejercicios de rutina que proporcionan la práctica en técnicas y otras matemáticas recién aprendidas, reservando el término para las tareas cuya dificultad o complejidad los hace realmente problemático[14]".* A pesar del acuerdo en la importancia sobre resolución de problemas, muchas definiciones o puntos de vista sobre problemas se confunden con lo que se busca en la resolución de problemas, las cuales se dirigen a que sean deseables, enseñable y evaluable, "… *la resolución de problemas ha sido visto sobre todo como un objetivo, proceso, habilidad básica, modo de investigación, pensamiento matemático, y de enfoque de enseñanza[15]".* Estas ideas son tenidas en las propuestas de problemas que se presentan en esta tesis.

---

[13]Proceedings of cerme 6, (2006).Working Group 13.Recuperable el 16 de 12 de 2014 de la URL: http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg13-08-xenofontos.pdf, p. 2523 – 2531.
[14]Proceedings of cerme 6, (2006). *Schoenfeld, 1992; Goos et al., 2000,* Recuperable el 16 de 12 de 2014 de la URL: http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg13-08-xenofontos.pdf, p. 2523 – 2531.
[15]Proceedings of cerme 6, (2006).Chapman, 1997*,* Recuperable el 16 de 12 de 2014 de la URL: http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg13-08-xenofontos.pdf, p. 2523 – 2531.

Schoenfeld (1992) realiza una investigación sobre aprendiendo a pensar matemáticamente: resolución de problemas, la meta cognición y sentido de decisiones en matemáticas, donde plante que la frase "aprender a pensar matemáticamente" es deliberadamente amplia. El objetivo principal de esta investigación es revisar la resolución de problemas y la meta cognición, estas dos teoría son habitualmente mal definido y mal conectado. Schoenfeld (1992) deja claridad en que la resolución de problemas se ha utilizado con múltiples significados. Por otra parte plantea que la meta-cognición tiene múltiples aplicación en la resolución de problemas y que también son variados los significados que se le atribuye a este término, donde discute su papel en el pensamiento matemático.

Chi, Bassok, Matthew, Reimann y Glaser (2010), en su artículo plantean que se *“analiza las explicaciones autogeneradas (de protocolos de conversación en voz alta) que producen los estudiantes mientras estudiaban la resolución de problemas. Estos autores concluyen que los estudiantes (bueno) aprender con comprensión: generan explicaciones que refinan y amplían las condiciones para las partes de acción de los modelos de soluciones. También aducen que estudiantes de bajos rendimientos no generan suficientes auto-explicación, monitorean su aprendizaje de manera inexacta, y, posteriormente, se basan en gran medida en los ejemplos. A continuación se discute el papel del auto-explicación para facilitar la resolución de problemas, así como la adecuación de los modelos actuales de la gripe aviar de aprendizaje basado en la explicación para dar cuenta de estos* *hallazgos psicológicos*[16]*"*. Es del criterio que un docente debe poner todo su empeño en lograr aprendizaje en los estudiantes, donde brinde un adecuado tratamiento a las diferencias individuales y no se comparte la idea de clasificarlo desde un inicio en las categorías que se plantean en este trabajo.

1.2. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de los criterios de divisibilidad, mcm y mcd, en los estudiantes de 7mo grado

Bodí, Valls y Linares (s.f) investigan sobre el análisis del desarrollo del esquema de divisibilidad en los números naturales, y tienen como objetivo validar un instrumento construido para evaluar el desarrollo de la comprensión de la divisibilidad en los números naturales (N) desde la perspectiva de la teoría APOS. Estos autores desarrollan *"… un análisis de las actividades y problemas que presentan diferentes libros de texto y una revisión de las investigaciones previas sobre la comprensión de la divisibilidad, con el objetivo de elaborar un cuestionario que recoja el desarrollo curricular que se realiza en la enseñanza media, posteriormente, se ha efectuado un análisis psicométrico del índice de dificultad del cuestionario y se ha validado a través de la realización de entrevistas clínicas basadas en tareas. Este análisis ha permitido determinar la validez de los ítems para discriminar las diferentes formas de comprender las nociones de divisibilidad de los estudiantes de la enseñanza*

[16]Chi, Bassok, Matthew, Reimann y Glaser (2010), Self-Explanations: How Students Study and Use Examples in Learning to Solve Problems, recuperable el 1 de 12 de 2014, de la URL: http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1207/s15516709cog1302_1/abstract?em_x=22

media"[17], *a*lgunas de estas ideas sobre la resolución de problemas son atinadas para la propuesta de actividades de esta tesis.

En el CERME (2011) son varios los autores que indagan en la resolución de problemas, cuyos trabajos se encuentran en los "Proceedings of theseventhcongress of theeuropeansocietyforresearch in mathematicseducation: general introduction". Algunas de estas ideas sobre la resolución de problemas son atinadas para la propuesta de actividades de esta tesis.

Volet (2001) afirma que "… *en general, es necesaria una mayor discusión acerca del hecho de que el contexto social a diferentes niveles determina el desarrollo y la naturaleza de los conocimientos, las creencias y motivación del estudiante. Por ejemplo, las diferentes categorías de creencias acerca del aprendizaje matemático y la resolución de problemas no sólo están determinados por el contexto de aula, sino que son también factores de influencia la forma de desarrollar las clases y las actividades en las que participa, la cultura familiar, las creencias que sostienen sus padres hacia la matemática, las ideas sociales acerca de la matemática*"[18]. Con estas palabras se expresa algunas de las variables del objeto de este estudio y recomiendan en su trabajo generar dicha discusión. El autor de esta tesis comparte estos criterios y son considerados en la propuesta de actividades.

Martínez (2001) desarrolla un estudio sobre la planificación de estrategias para la enseñanza de la matemática, donde afirma que "…*la planificación influye de manera*

---

[17]Bodí, P., Valls, J. y Linares, S. (s.f) El análisis del desarrollo del esquema de divisibilidad en los números naturales. "La construcción de un instrumento". Recuperable el 11 de febrero de 2015 de la URL: http://www.researchgate.net/publication/47722538_El_anlisis_del_desarrollo_del_esquema_de_divisibilidad_en_N._La_construccin_de_un_instrumento

[18] Volet, S. (2001). Motivation in learning contexts: Theoretical advances and methodological implications. Series, Advances in Learning and Instruction. London/New-York: Elsevier.

positiva, ya que ayuda a mejorar la calidad de enseñanza, el aprendizaje y la motivación en el área de matemática al desarrollar estrategias y programas de acción para dar solución efectiva a las dificultades, que se presentan a la hora de adquirir un conocimiento sólido"[19]. De esta manera se incluye la planeación de las actividades en pro de la motivación en los estudiantes, lo cual es pertinente y asumido para este trabajo.

Un grupo de docentes de Brasil y España: Núñez, González, Álvarez, González, González, S., Roces, Castejón, Solano, Bernardo, García, Da Silva, Rosario y Do Socorro(2005) plantean que: "*Las actitudes hacia las matemáticas es un tema que ha sido objeto de estudio en diferentes países, niveles escolares, etnias. Uno de los aspectos que más ha llamado la atención de los investigadores ha sido la constatación de que a medida que el estudiante progresa de curso (desde primaria hasta finales de bachillerato) la actitud hacia las matemáticas va siendo más negativa.*"[20]. Estos criterios corroboran que los estudiantes gradualmente, en la medida que avanzan en su proceso escolar, le pierden interés por la matemática.

Bjork, y Tsuneyoshi (2005) hablan de un énfasis cultural en los padres, los maestros y las escuelas para alentar a los estudiantes a probar. Estos autores plantean que: "*Los maestros japoneses no creen que la motivación es una cuestión de los*

[19] Martínez, N. (2001). Planificación de estrategias para la enseñanza de la matemática. Recuperable el 19 de enero de 2015 de la URL: http://www.monografias.com/trabajos30/estrategias-matematica/estrategias-matematica.shtml

[20] Núñez, J., González J., Álvarez, L., González, P., González, S., Roces, C., Castejón, L., Solano, P., Bernardo, A., García, D., Da Silva, E., Rosário, P., & Do Socorro, L (2005). las actitudes hacia las matemáticas: perspectiva evolutiva. Ministerio de Ciencia y Tecnología (MCYT).

antecedentes familiares, rasgos de personalidad, o de la suerte"[21]. Ellos aducen que el deseo de aprender es algo que tiene la forma y la influencia de los docentes y del entorno escolar. Un método importante de la motivación de los estudiantes es el estímulo de las actividades de grupo, esto se logra al permitirle la participación en diferentes actividades, donde se le asigne un papel protagónico y se le brinde la oportunidad de ayudar a cumplir las metas.

También la motivación es propicia en aquellos ambientes donde los estudiantes sean seleccionados como monitores de diferentes asignaturas, se les brinde la oportunidad de ofrecer escena de clases, entre otras actividades de la escuela. Si se conjugan estas actividades, se favorece la motivación para estudiar en los estudiantes. La explicación de su éxito es que la estructura de la educación japonesa ayuda a desarrollar la motivación del estudiante, cuestiones que son apreciadas por el autor, en la construcción de este trabajo.

El estudio ICMI número 16 (2006) "*Matemáticas retadoras dentro y fuera del aula*" en su documento de discusión se define "*La expresión solución de problemas se ha empleado para abarcar una variedad de experiencias, pero aquí empleamos estas palabras para significar el permitir a los estudiantes trabajar en problemas cerrados que no están en capacidad de solucionar de manera inmediata. De allí que los estudiantes necesitan aplicar su conocimiento de contenidos matemáticos así como su ingenio, intuición y un abanico de destrezas metacognitivas para poder llegar a*

[21] Bjork, C., &Tsuneyoshi, R. (2005). Reforma de la Educación en Japón: Visiones opuestas para el futuro. Recuperado el 02 de 09 de 2013, de la Biblioteca de Investigación Documento ID: 1237685541

una respuesta"[22]. Estos criterios son tomados en cuenta y se considera que son el objeto de estudio de este trabajo, sin dejar a un lado que se trabajará para que cada estudiante que participa de estos problemas retadores esté tanto intrínsecamente como extrínsecamente motivado a desarrollarlo.

Godino, y otros (2006) hablan en su trabajo sobre "*La selección de la situaciones-problemas de iniciación o contextualización que pertenezcan al campo de intereses de los alumnos será un factor a tener en cuenta en esta dimensión. La creación de un 'clima' de respeto mutuo y de trabajo cooperativo será un factor positivo para el aprendizaje; (…) se debe valorar positivamente en esta dimensión la fase de trabajo en equipo y la presentación de las soluciones por los propios estudiantes*"[23], lo cual pone de manifiesto las temáticas trabajadas en este estudio, además en sus reflexiones finales tratan acerca del diseño de programas de formación que influyan sobre la naturaleza y calidad de práctica de los profesores.

Un capítulo del Protocolo para la Colaboración en la Educación Occidental y del Norte de Canadá (2006) [24] habla acerca de diferentes puntos de vista en la motivación, que anteriormente estaba muy influenciada por la psicología conductista en el que un programa de premios y castigos llevó a reforzar o extinguir un comportamiento particular, ahora se entiende, que la relación entre las calificaciones y la motivación no es ni simple ni predecible. Diferentes acciones son

[22]Barbeau, E., & otros. (2006). Matemáticas retadoras dentro y fuera del aula. Obtenido de Estudio ICMI 16: http://www.amt.edu.au/icmis16ddspanish.html
[23]Godino, J., Bencomo, D., Font, V., y Wilhelmi, M. (Septiembre 2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. Ponencia invitada X Simposio de la SEIEM, (págs. 7-9). Huesca (España).
[24] Western and Northern Canadian Protocol for Collaboration in Education, P. (2006).Rethinking Classroom Assessment with Purpose in Mind.Recuperado el 25 de 09 de 2013 de la URL: http://www.wncp.ca/media/40539/rethink.pdf

motivadoraspara algunos estudiantes y desmotivador para los demás. La evaluación puede ser un motivador, no a través de recompensa y castigo, sino estimular el interés intrínseco de los estudiantes.

Para este estudio la evaluación puede mejorar la motivación de los estudiantes: destacando los avances y logros en lugar de fracaso, proporcionando información para mover adelante el aprendizaje, reforzando la idea de que los estudiantes tengan el control y la responsabilidad de su propio aprendizaje, fomentando la confianza en los estudiantes para que puedany que tenga que tomar riesgos, siendo relevante y apelando a la imaginación de los estudiantes y proporcionando el andamiaje que los estudiantes necesitan para tener éxito realmente, cuestiones que son acatadas para el desarrollo de esta tesis.

Sarmiento(2007) en su tesis dedica el capítulo dos a asentar la base teórica de la enseñanza aprendizaje y el papel influyente de la motivación. Realiza una clasificación a diferentes ejercicios seleccionando los que generan mayor o menor motivación en los estudiantes, donde explica que aquellos que generan altos niveles de motivación son pertinentes. Estos criterios son compartidos en esta tesis y se consideran pertinentes para las actividades propuestas.

Domingo yAlcina (2007), en su estudio realizado con 240 estudiantes de matemáticas de 14 a 16 años divididos en dos grupos (experimental y control) sobre “Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas” en Cataluña España, argumentan, plantean que: *“… no es eficaz enseñar cosas nuevas de forma únicamente expositiva, sino que debe darse a los estudiantes la oportunidad de vivir* *experiencias concretas a las que estas explicaciones puedan dar sentido"*[25]. Su propuesta permite la Introducción al concepto de probabilidad y conceptos asociados (espacio muestral, experimento aleatorio). Sus resultados confirman que hay diferencias significativas entre el grado medio de motivación en los estudiantes de ambos grupos. Además consideran que trabajar con un grupo experimental y otro de control, es reprochable, sin embargo su metodología es apropiada para este estudio.

Slaviny Lake (2007) en su artículo "*EffectivePrograms in ElementaryMathematics: A Best-EvidenceSynthesis*"[26] revisan los resultados de rendimiento de tres tipos de enfoques para mejorar las matemáticas y la motivación hacia ellas, estos son: los planes de estudios de Matemáticas, enseñanza asistida por computadora (CAI) y los programas de proceso de instrucción. Los criterios de inclusión del estudio incluyeron el uso de un grupo de control aleatorio o emparejado, una duración del estudio de 12 semanas y no mide el rendimiento inherente al tratamiento experimental.

Según Slavin y Lake (2007) ochenta y siete estudios cumplieron estos criterios, de los cuales 36 utilizan la asignación aleatoria a los tratamientos. Los resultados de la CAI fueron moderados y los mayores efectos positivos se encontraron para los enfoques del proceso de enseñanza, tales como formas de aprendizaje cooperativo, los programas de gestión y la motivación en el aula y los programas de tutoría suplementaria, estrategias que se acoplan en gran parte en el desarrollo de esta investigación, sin recurrir a grupos de control.

[25] Domingo, M., & Alcina, Á. (Novienbre 2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. *Revista SUMA* 56, p. 23-31.
[26]Slavin, R. y Lake, C. (February de 2007). Effective Programs in Elementary Mathematics: A Best-Evidence Synthesis. (T. B. Encyclopedia, Ed.) Recuperado el 10 de 10 de 2013

Asami(2010) en su artículo “*A Study Of ProblemSolvingOrientedLessonStructure In Mathematics In Japan*”, señala la necesidad de técnicas didácticas generales. También precisa atender generosamente la retroalimentación positiva para manejar los objetivos didácticos a largo plazo y "*motivar a los estudiantes a aprender activamente de las matemáticas*"[27]. La motivación se toma generalmente de un bloque tecnológico-teórico, lo que podría hacer referencia como "sentido común didáctico" donde el modelo epistemológico es por lo general una descripción concreta de la situación matemática. En esta descripción se incorpora la tecnología como motivación en el proceso didáctico al tomar la actividad matemática como un concepto, que mide el grado de participación, el interés, la independencia y la motivación con la que los estudiantes llevan a cabo el trabajo matemático, por lo que su interés se orienta a dinamizar el proceso didáctico, cuestiones todas que son valoradas por el autor de esta tesis y te toman como referencia para algunas de sus actividades propuestas.

Hartkopf yMatt (2013) elaboran un programa llamado SURFER, el cual está diseñado para hacer que todos se sientan como un matemático, donde presentan imágenes de objetos y las modelan, cuestiones estas que utilizan como motivación por la matemática. El programa es un puente entre el arte y las matemáticas. En este artículo se presenta el programa y su potencial en el arte relacionando las matemáticas, la educación y la comunicación.

[27] Asami, Y. (2010). A study of problem solving oriented lesson structure in mathematics in japan.Recuperado el 20 de 09 de 2013 de la url: http://www.cerme7.univ.rzeszowpl/WG/17b/CERME 7_WG17B_Asami_Johansson.pdf

1.3. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, específicamente sobre los criterios de divisibilidad, mcm y mcd, en los estudiantes de 7mo grado en Colombia

Dentro de los referentes más importantes a nivel nacional y con una amplia trayectoria en la investigaciónsobre la motivación hacia las matemáticas por medio de la resolución de problemas no rutinarios de las matemáticas recreativas se encuentra el Grupo “Colombia Aprendiendo”, con su “Proyecto de Matemáticas recreativas”, quien dirige Carlos Arturo Zuluaga Ramírez. Este grupo mensualmente publican su “Calendario Matemático”, en el cual se propone un reto distinto para cada día, “exploraciones”, situaciones que amplían la visión de las matemáticas a través de su historia, el cuadernillo “Más actividades preescolar y primaria” y “más actividades secundaria”, entre otras actividades como: certámenes, capacitaciones, talleres y foros, cuyo objetivo principal es dejar atrás el temor hacia la matemática y hacer de éstas una materia divertida, entendible y agradable.

Castiblanco(2002) realiza una investigación donde propone una estrategia para mejorar la calidad de la educación matemática y modernizar ambientes escolares, con el cual se pretende aprovechar el potencial educativo que brindan las tecnologías computacionales, específicamente las calculadoras gráficas y algebraicas. “*La columna vertebral del proyecto es la formación permanente, intensiva y continuada de los docentes, centrada en la reflexión sobre su propia práctica en el salón de clase y en las posibilidades del recurso tecnológico*”[28]. En este

[28]Castiblanco, A. (2002). Proyecto “Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia” y sus avances. Recuperado el 22 de 09 de 2013, de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-92732_archivo.pdf

proyecto se utilizan las herramientas computacionales, como motivación en las clases de matemáticas, cuestiones que el autor de esta tesis considera necesario hoy en la escuela colombiana.

Santos(2008),en su artículo "La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica", reconoce que "… *la resolución de problemas como una forma de pensar donde una comunidad de aprendizaje (los estudiantes y el profesor) buscan diversas maneras de resolver la situación y reconocen la relevancia de justificar sus respuestas con distintos tipos de argumentos. Es decir, la meta no es solamente reportar una respuesta sino identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar y resolver el problema. También contempla actividades que permitan extender el problema inicial y formular conjeturas y otros problemas*"[29], además reconocen que el juego y la matemática recreativa tienen un papel importante en la solución de problemas. Trabajan diferentes situaciones de repartición de áreas, con buenos resultados, es de resaltar la aguda seleccíon que realizan de las actividades y lo que proponen con ellas.

Tamayo y Ramírez(2009), en su articulo "*La enseñanza de los racionales y sus propiedades a través de juegos como el dominó y el bingo"*[30]*,* para el 10 Encuentro Colombiano de, Matemática Educativa, ASOCOLME, utilizan el juego como elemento motivador y sugieren dentro de su trabajo que las Matemáticas Recreativas requieren del mismo esfuerzo en su construcción que las matemáticas tradicionales y que es

[29] Santos, M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. Recuperado el 30 de 11 de 2013, de http://funes.uniandes.edu.co/1193/1/Santos2008La_SEIEM_159.pdf

[30] Tamayo, C., & Ramírez, A. (2009). La enseñanza de los racionales y sus propiedades a través de juegos como el dominó y el bingo, 10 Encuentro Colombiano de, Matemática Educativa, ASOCOLME. Recuperado el 1 de 12 de 2013, de http://funes.uniandes.edu.co/777/1/laensenanza.pdf

una herramienta poco usada en el aula de clase, por lo que deducen que es una herramienta poderosa que está subutilizada. Sus resultados muestran mayores niveles de motivación hacia las matemáticas además de la adquisición de conocimientos en las propiedades y operaciones con los números racionales, lo que es consecuente con el trabajo que se desarrolla en ésta tesis.

Rincón (2011) en las conclusiones de su tesis, argumenta que "…*la inclusión de actividades de tipo lúdico en las clases de matemáticas no solo permite mejorar el aprendizaje de las matemáticas sino mejorar la motivación de los estudiantes y la estimulación de muchas otras habilidades y competencias fundamentales (…), La matemática recreativa fomenta el desarrollo de la creatividad de los estudiantes, además mejora el pensamiento matemático*…"[31], resultados coherentes con los objetivos de éste trabajo. Además de ser un trabajo con características similares en cuanto a la implementación de una Feria Matemática, se toma como referencia para varios aspectos como, la aplicación y selección de actividades, así como el modelo de evaluación.

Múnera (2011) documenta y sistematiza experiencias y el análisis del trabajo de los estudiantes "*Para ello, se establecen inicialmente unos referentes teóricos asociados a las situaciones problema; luego, se enuncia la estrategia didáctica implementada y, por último, se documenta*"[32]. El autor se sustenta en cuanto a los teóricos en el Ministerio de Educación Nacional (MEN), Duval (2004), Chamorro et ál. (2003), entre

---

[31] RINCÓN, J. H. (2010). Diseño e implementación de una feria de matemáticas para secundaria en la I.E.D. Antonio Baraya. Tesis para optar al Grado de Maestría en Educación Matemática, Universidad Antonio Nariño.

[32] Múnera, J. (2011). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. Educación y Pedagogía, vol. 23, núm. 59, p. 179-193.

otras, fuentes que coinciden con el objeto de este trabajo, tanto en forma como en sustento teórico.

Conclusiones del capítulo 1

Se hace un análisis sobre el estado del arte, donde se destacan: Howson, A., Kahane y Pollak(1989), ICMI núm. 16 (2006), Godino y Otros (2006), Sarmiento(2007), Slaviny Lake (2007), Castiblanco(2002), Múnera (2011). Estos dos últimos autores hacen referencia ala motivación hacia las matemáticas por medio de la resolución de problemas retadores de las matemáticas recreativas en la Educación Básica Colombiana.

Es claro que el desarrollo de actividades matemáticas fuera del currículo tradicional como, matemáticas recreativas, matemáticas retadoras, programas virtuales, entre otros, generan motivación en los estudiantes hacia el estudio de las mismas. A su vez presentar las mismas matemáticas pero en contextos distintos, situaciones con problemasno rutinarios, herramientas tecnológicas y/o ambientes de aprendizaje diferentes al tradicional; producen el mismo efecto, razones por las cuales se concluye que en las actividades, donde los estudiantes participen de mesas de trabajo, encuentren en ellas actividades retadoras, tengan la oportunidad de utilizar su creatividad e ingenio para el desarrollo de éstas, se genere discusión entre pares con las mismas expectativas y todo esto de forma natural y autónoma, será un factor determinante en la motivación y gusto por las matemáticas, además de reforzar las diferentes competencias cognitivas, meta-cognitivas y sociales.

CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se hace referencia al marco teórico asumido, en el cual se sustentan las actividades. Este está dado por la teoría de la resolución de problemas, la teoría de la comunidad de práctica de Wenger (1998), donde se aborda su definición y componentes que la caracterizan. También se aborda la motivación, sus referentes teóricos, diferentes definiciones y caracterizaciones de la motivación hacia el estudio de las matemáticas.

2.1. La teoría de la resolución de problemas. Problemas retadores.

Diferentes investigadores han trabajado en la teoría de la resolución de problemas,donde definiciones de problemas, estrategias y fases de resolución, que constituyen sus propuestas didácticas. Entre estos autores es de destacarPolya(1965), Fridman(1972), Krulik y Rudnik(1980), Martínez(1981), Majmutov(1983), Rohn(1984), Schoenfeld(1985), Mayer(1986), Sánchez, (1994), Garret(1995), Labarrere(1988), Campistrous y Rizo(1996), Lesh y Zawojewski(2007), Sriraman y English (2010).

Polya (1965) plantea que:*"Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata[33]".*

Por otro lado Labarre (1996)enuncia que: *"…un problema es determinada situación en la cual existen nexos, relaciones, cualidades de y entre los objetos que no son*

[33] POLYA, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ciudad México: Editorial Trillas. p.117

accesibles directa e indirectamente a la persona; (…) es toda relación en la cual hay algo oculto para el sujeto, que éste se esfuerza por hallar[34]*".*

Por su parte Krulik y Rudnik (1987) expresan que: *"Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma*[35]*".* Esta definición es la que se asume en esta tesis.

A pesar de las diferentes definiciones que se presentan de problema por los autores antes mencionados existen algunas características comunes entre ellas, como lo menciona Campistrous y Rizo(1996):

- Existencia de condiciones iníciales o finales (lo dado y lo buscado, lo conocido y lo desconocido), que exprese la necesidad de transformación.
- Contradicción o exigencia desconocida.
- Necesidad o deseo del estudiante por resolver esa contradicción, deseo de resolverlo.

A su vez diferentes autores abordan definiciones de resolución de problemas. Orton (1996) plantea que la resolución de problemas: "… *se concibe como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva*[36]*".*

[34]Labarrere, A. (1988). Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. p. 6
[35]Cfr: [a problem is] a situation, quantitative or otherwise, that confronts an individual or group of individuals, that requires resolution, and for which the individual sees no ap-parent or obvious means or path to obtaining a solution (sic).
[36]Orton, A. (1996). Didáctica de las matemáticas. Ediciones Morata, S.L. p.51

Para Delgado (1998) es *"… como una habilidad matemática y señala que resolver: "es encontrar un método o vía de solución que conduzca a la solución de un problema*[37]*".*

Por su parte Llivina (1999) considera que: "… *la resolución de problemas matemáticos es una capacidad específica que se desarrolla a través del proceso de enseñanzaaprendizaje de la matemática y que se configura en la personalidad del individuo al sistematizar, con determinada calidad y haciendo uso de la metacognición, acciones y conocimientos que participan en la resolución de estos problemas*[38]*".*

Se aduce en esta tesis la definición dada por *Polya, G. (1965) el cual asevera que: "...resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados*[39]*"*

Frecuentemente se encuentran situaciones que se pueden llamar problemas matemáticos, pero se debe tener cuidado porque lo que es un problema para un estudiante, no lo puede ser para otro y solo se convertiría en una mera actividad. Lo cual nos conduce a evaluar cómo resolver un problema.

Resolver un problema consiste en el proceso de ataque, en el abordaje del mismo por parte del sujeto. Diferentes investigadores han abordado la solución de

[37] Delgado, R. (1998), La resolución de problemas: un reto para la educación matemática contemporánea. p.2

[38] Según Llivina, M. (1999), La resolución de problemas: un reto para la educación matemática contemporánea p.59

[39]Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ciudad México: Editorial Trillas.

problemas a Polya (1965), Fridman (1991),Ballester y otros(1992), Brenes y Murillo(1994), Schoenfeld (1995), LeshyZawojewski (2007),entre otros.

Según Schoenfeld (1985) en la resolución de problemas: *"el estudiante debe tener dominio de recursos informáticos, manejo de las estrategias heurísticas y meta cognitivas y al sistema de creencias que tenga sobre las matemáticas"*[40]*.*

Para resolver problemas se necesita de la construcción de un modelo matemático, este se define como *"… la organización sistemática de un conjunto de conceptos matemáticos basados en ciertos algoritmos, para dar solución a algún problema de la realidad concreta*[41]*"*, este es el objetivo básico en la formación de los estudiantes. Con ello aumentan su confianza, tornándose más perseverantes y creativos y mejorando su espíritu investigador, proporcionándoles un contexto en el que los conceptos pueden ser aprendidos y las capacidades desarrolladas.

Por otra parte existen varias clasificaciones de problemas, una de ellas se refiere a problemas rutinarios y no rutinarios.*"Un problema es rutinario cuando puede ser resuelto aplicando directa y mecánicamente una regla que el estudiante no tiene ninguna dificultad para encontrar; la cual es dada por los mismos profesores o por el libro de texto. En este caso no hay ninguna invención, ni ningún desafío a su inteligencia. El alumno adquiere cierta práctica en la aplicación de una regla única al resolver unproblema como éste".*

En la tesis se asume por problema no rutinario *"… cuando exige cierto grado de creación y originalidad por parte del estudiante. Su resolución puede exigirle un*

---

[40]Schoenfeld, A. (1985) MathematicalProblemSolving. San Diego, CA, USA: AcademicPress
[41] Matematización, (2009) recuperable el 5 de 01 de 2015, de la URL: http://ciberdocenciagobpe.blogspot.com/2009/11/matematizacion.html

verdadero esfuerzo, pero no lo hará si no tiene razones para ello. Un problema no rutinario:

- *Deberá tener un sentido y un propósito, desde el punto de vista del estudiante.*
- *Deberá estar relacionado, de modo natural, con objetos o situaciones familiares.*
- *Deberá servir a una finalidad comprensible para él"*[42].

Los autores ya citados han propuesto estrategias para la resolución de problemas. En este trabajo de investigación se aduce la propuesta por Polya (1965), la cual expresa en su libro: *Howtosolveit,* en cuatro etapas:

- Comprensión del problema.
- Concepción de un plan.
- Ejecución del plan.
- Revisión retrospectiva.

Según el modelo de Polya (1965), la resolución de problemas debe desarrollarse a través de estos cuatro pasos, pero para ello debe de utilizarse la noción sobre las heurísticas. Polya (1965) las define como *"el estudio de medios y métodos de la resolución de problemas*[43]*"* además de esta definición otros autores han generado otras como Verschaffel*"…estrategias sistemáticas de búsqueda para el análisis y transformación del problema*[44]*".* Por otra parte, Koichu et al (2003a), partiendo del conocimiento que las heurísticas se describen empíricamente o bien se acompañan

[42] Ministerio de Educación de Perú. Resolución de Problemas. Recuperable el 29 de enero de 2015 de la URL: http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/wp-descargas/educacionprimaria/didactica_mat/04_resolucion_de_problemas.pdf

[43]Cfr: [I wish to call heuristics...] the study of means and methods of problem solving (sic).

[44]Koichu, Berman & Moore (2003), Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students, recuperado el 12 de 04 de 2012, p. 7

de ejemplos puntuales que permitan entender el concepto, presentaron descripciones generales de las estrategias independientemente del contexto, como pueden verse en el artículo citado.

Las heurísticas entran en funcionamiento cuando el estudiante está enfrentado a resolver el problema pero este no se ajusta a estrategias exitosas, que le permita dar una respuesta correcta al mismo. El uso de las heurísticas se da en cualquier momento de los pasos establecidos por Polya(1965) en la resolución de problemas. A continuación se mencionan algunas heurísticas:

- Utilizar un método de expresión o representación adecuado: verbal, gráfico, algebraico, numérico.
- Razonar por analogía.
- Recurrir a dibujos, esquemas, diagramas o gráficos.
- Considerar casos particulares.
- Analizar casos particulares para buscar regularidades o patrones y generalizar (razonamiento de tipo inductivo).
- Verificar usando casos particulares.
- Trabajar desde el final.
- Dividir el problema en sub-problemas.
- Simplificar el problema.
- Introducir un elemento auxiliar.

2.1.2. Sobre las etapas en la resolución de problemas

Como ya se mencionó la presente investigación se basa en el trabajo expuesto por Polya (1965), de acuerdo a esto se mencionara las cuatro etapas para la resolución de problemas.

Según en palabras de Polya (1965)*"Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema,hay cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por medios propios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimir una huella imperecedera en la mente y en el carácter"*[45].

Polya (1965) recomienda que para desarrollar la capacidad de resolución de problemas es fundamental estimular, en los alumnos, el interés por los problemas así como también proporcionarles muchas oportunidades de practicarlos.

En la primera etapa referida a comprender el problema se pueden realizar las siguientes preguntas heurísticas: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la condición?, ¿es la condición suficiente / insuficiente / redundante/contradictoria para determinar la incógnita?

En la segunda etapa referida a concebir el plan se pueden realizar las siguientes preguntas heurísticas:¿Es semejante a un problema conocido?, ¿ha visto el mismo

[45]Polya, G. Preface, How to Solve It (1957), second edition, recuperable 2 de 08 de 2014, de la URL: https://notendur.hi.is/hei2/teaching/Polya_HowToSolveIt.pdf, p.6

problema planteado en forma ligeramente diferente?, ¿conoce algún teorema que le pueda ser útil?, ¿le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar? ¿Podría imaginarse un problema análogo más simple/ general/particular?, ¿puede resolver una parte del problema?, etc.

En el desarrollo de la tercera etapa que se refiere a ejecutar el plan se pueden realizar las siguientes preguntas heurísticas: ¿Puede comprobar cada uno de los pasos al ejecutar su plan de la solución? ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?

La cuarta etapa que se define como la revisión retrospectiva se puede realizar las siguientes preguntas heurísticas:¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe? ¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?

En la investigación se comparte el criterio relacionado a los fines de la resolución de problemas, los cuales constituyen el propósito de los problemas no rutinarios, pues estos deben:

- *“Hacer que el estudiante piense productivamente.*
- *Desarrollar su razonamiento.*
- *Enseñarle a enfrentar situaciones nuevas.*
- *Darle la oportunidad de involucrarse con las aplicaciones de la matemática.*
- *Hacer que las clases de matemática sean más interesantes y desafiantes.*
- *Equiparlo con estrategias para resolver problemas.*

- *Darle una buena base matemática".*[46]

Para llevar a cabo la solución de un problema es necesario desarrollar una diversidad de estrategias observando que estas sean aplicables a diferentes situaciones, además, se precisa que los estudiantes logren identificar una serie de mecanismos útiles para darsolución al problema. Algunas de las estrategias utilizadas según Ballester y otros (1992) son:

- Resolver un problema similar más simple: inicialmente desarrollar el problema con datos más sencillos muchas veces facilita su solución, una vez hecho este proceso se continúa a resolver el problema con los datos planteados.
- Tanteo y error organizados (métodos de ensayo y error): a partir de la elección de operaciones y soluciones al azar, que cumplan con las condiciones dadas en el problema, se desarrolla hasta lograr el objetivo de la solución o comprobar que eso no es posible, después de algunos ensayos ya no se eligen operaciones al azar sino las condiciones necesarias para la solución del problema.
- Hacer una gráfica, un esquema, un dibujo, una tabla: al realizar un dibujo, esquema o diagrama, se puede llegar a la solución del problema, si la representación es adecuada, esto sucede porque el estudiante piensa mucho mejor con el apoyo de imágenes que con palabras, números o símbolos.
- Buscar irregularidades o un patrón: el estudiante debe considerar casos particulares o patrones iniciales, una vez realizado esto debe aplicarlos en la búsqueda de una solución general que sirva en todos los casos, este proceso es

[46] Resolución de problemas, (sf), recopilación, recuperable el 15 de 12 de 2014, de la URL: http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/wp-descargas/educacionprimaria/didactica_mat/04_resolucion_de_problemas.pdf

adecuado cuando el problema presenta figuras o secuencias de números ya que se usa un razonamiento inductivo para la solución.

- Trabajar hacia atrás: el estudiante lo resuelve con datos finales, desarrollando las operaciones que deshacen las iniciales, este proceso es muy útil cuando el problema implica juego de números.
- Imaginar el problema resuelto: es muy útil en construcciones geométricas, se realiza una figura aproximada a la que se plantea, de las conclusiones observadas en el bosquejo se plantea la solución para desarrollar el problema inicial.
- Utilizar el álgebra para expresar relaciones: relacionar una expresión algebraica de los datos enunciados con las condiciones del problema (hay que nombrar con letras cada uno de los datos desconocidos) en seguida se plantean operaciones con las condiciones enunciadas, estas deben conducir a la solución del problema mediante la expresión algebraica.

2.2. La motivación hacia el éxito académico en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en la Educación Básica.

La motivación ha sido uno de los constructos más investigados en el contexto educativo. Se han tomado una serie de puntos teóricos que tratan de explicar la motivación académica. Cada uno de ellos han dado diferentes puntos de vista como por ejemplo:Álvarez et. (1988) *"… la motivación como un constructo hipotético (noes* *un fenómeno observable), una inferencia conceptual, que hacemos a partir de una serie de manifestaciones de la conducta del ser humano"*[47].

González, D. (1995), donde plantea que es *"… la regulación inductora del comportamiento, o sea, la motivación determina, regula, la dirección (el objeto, meta) y el grado de activación o intensidad del comportamiento"*[48].

Para Ball (1988) *"… la motivación educativa (Narcea) donde presenta un cuerpo de conocimientos para los responsables de la enseñanza, ya que da pautas para comprender lo que ocurre en el aula, desde la perspectiva del alumno, del profesor y de las relaciones entre ambos. Define qué es un alumno motivado y qué motivos se pueden adquirir, buscando un enfoque integrador con alternativas integradoras para salir al paso de las preocupaciones de los profesores"*[49]*.*

Moreno, M. (2004) cita acerca de la motivación *"… configuración individual de los contenidos y funciones de la personalidad que movilizan, direccionan y sostienen la actuación de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje escolar, confiriéndoles determinado potencial de regulación y autorregulación para su desempeño, formación y desarrollo integral"*[50]. Por otro lado, define a la motivación textualmente como *"la motivación, como parte de un sistema de regulación psíquica*

[47]Garcia, J. motivación y auto aprendizaje elementos claves en el aprendizaje y estudio de los alumno recuperable el 14 de 06 de 2014 de la URL: http://www.uclm.es/ab/educacion/ensayos/pdf/revista17/17_11.pdf, ,p.6

[48] González, L. (2004*). La motivación hacia el estudio. Fundamentos y metodología para su evaluación en secundaria básica. Tesis presentada en opción al grado científico de doctor en ciencias pedagógicas*. Universidad de Pinar del Río "Hermanos Saíz Montes de Oca". La Habana.

[49]Garcia, J. motivación y auto aprendizaje elementos claves en el aprendizaje y estudio de los alumno recuperable el 14 de 06 de 2014 de la URL: http://www.uclm.es/ab/educacion/ensayos/pdf/revista17/17_11.pdf, ,p.6

[50] Moreno, M. (2004). Una concepción pedagógica de la estimulación motivacional en el proceso de enseñanza aprendizaje, Tesis en opción al grado de doctor en ciencias pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona" Facultad de Ciencias de la Educación. Habana, Cuba.

más general, debe ser estudiada también como sistema que reproduce funcionalmente, a escala particular, la unidad cognitivo-afectiva característica de la personalidad y su determinación socio-histórica y que, por eso mismo, es objeto de autodesarrollo y desarrollo bajo la acción de las influencias pedagógicas y no pedagógicas, lo que la convierte en una potencialidad de los estudiantes para propiciar nuevos aprendizajes y crear nuevas zonas de desarrollo[51]".

Para alcanzar el éxito académico es imposible no tener en cuenta la motivación del estudiante en dicho proceso, sin embargo hay que mencionar que no siempre los factores motivacionales influyen en el aprendizaje de los estudiantes. Según Howe (1984) *"la multitud de objetivos, intenciones, deseos, impulsos, necesidades, esperanzas, y anhelos que constituyen las fuerzas motivacionales en la vida del estudiante, no operan en la misma dirección ni en el mismo sentido"*

Ausubel (1976) menciona que para lograr una buena motivación en alcanzar el éxito académico se tendrá presente tres componentes:

- El impulso cognoscitivo, derivado del hecho de que el estudiante encuentre interesante una tarea o la necesidad individual de alcanzar una determinada competencia.
- Es la exaltación del yo, aquellos componentes que se relacionan con los sentimientos de estatus, autoestima, adaptación y éxito. Estos factores pueden motivar el aprendizaje, pero indirectamente, a través de acontecimientos, externos a la tarea real de aprendizaje, tales como

[51] Moreno, M. (2004). Una concepción pedagógica de la estimulación motivacional en el proceso de enseñanza aprendizaje. Tesis en opción al grado de doctor en ciencias pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona" Facultad de Ciencias de la Educación, La Habana, Cuba. p. 4

calificaciones altas, elogios y otras recompensas. Como dependen, en gran medida, de terceras personas, no realizan una contribución a la independencia del estudiante y su autocontrol como sujeto de aprendizaje.

- Hay componentes afiliativos de la motivación en alcanzar el éxito académico. Estos componentes apuntan a dar a una persona la aprobación de los demás.

Estos componentes varían en las edades de los estudiantes mientras que en los menores el componente afiliativo es muy fuerte en los mayores no lo es tanto, la necesidad de atención por parte del docente no es el mismo que en los menores.

Desde otro punto de vista la motivación es vista *"como condición externa que hay que introducir en los estudiantes, para contribuir, en alguna medida, a que la enseñanza cumpla sus objetivos educativos; como una variable del desempeño intelectual y de la actividad cognoscitiva, del rendimiento académico o como parte de otras cualidades de la personalidad*[52]*".*

2.2.1. Fuentes y técnicas de motivación

La motivación en el estudiante proviene de factores como elementos o circunstancias externas o internas que despiertan en el algún motivo, constituyendo las fuentes de motivación por parte del alumno, a su vez, estas fuentes *"… son como manantiales desde donde pueden surgir fuerzas de comportamiento de los estudiantes*[53]*",* a continuación se mencionaran algunas fuentes de motivación para los estudiantes:

---

[52] *María M, (2004), tesis, Una concepción pedagógica de la estimulación motivacional en el proceso de la enseñanza–aprendizaje. Recuperable el 17 de 10 de 2014, de la URL:http://www.bibliociencias.cu/gsdl/collect/tesis/index/assoc/HASHe802.dir/doc.pdf, p. 3*

[53] Bernardo, J. (2004), Técnicas y recursos para motivar a los alumnos, Ediciones Rialp, S.A. Madrid, p. 49

- Personalidad del profesor: presencia física, su voz, entusiasmo, dinamismo, liderazgo democrático…
- El método empleado por el profesor.
- La ordenación y secuenciación de contenidos de la materia de enseñanza de forma significativa para los intereses de los estudiantes.
- Las necesidades de los estudiantes.
- La aprobación social.
- El deseo de evitar fracaso.
- El nivel de aspiraciones.

Las técnicas planteadas a los estudiantes pueden impactar a un estudiante o no lo puede hacer, además, la cantidad de técnicas establecidas para el aprendizaje del estudiante por parte del docente son innumerables a continuación se mencionan algunas de ellas:

- Correlación con la realidad, establecer relación entre lo que está enseñando y la experiencia de vida de los estudiantes.
- Técnicas de participación de los estudiantes.
- Técnicas de auto-superación (de uso individual)
- De utilización de material didáctico
- De experimentación y desarrollo de clases prácticas
- Conocimiento de los objetos por alcanzar
- Mejora del clima del aula: aumento de factores positivos y reducción de los negativos.
- Relación con los alumnos (conversaciones, entrevistas…)

- Actitud del profesor.

A su vez algunos autores han desarrollado un enfoque motivacional desde su perspectiva, como González(1995) *"… el proceso motivacional, aunque interno y psíquico no puede explicarse adecuadamente si no se tiene en cuenta su íntima unidad con la actividad externa*[54]*",* por otro lado, él manifiesta que:*"El estudio de la motivación requiere forzosamente de la actividad motivada externa en que esta se expresa y manifiesta*[55]*".*

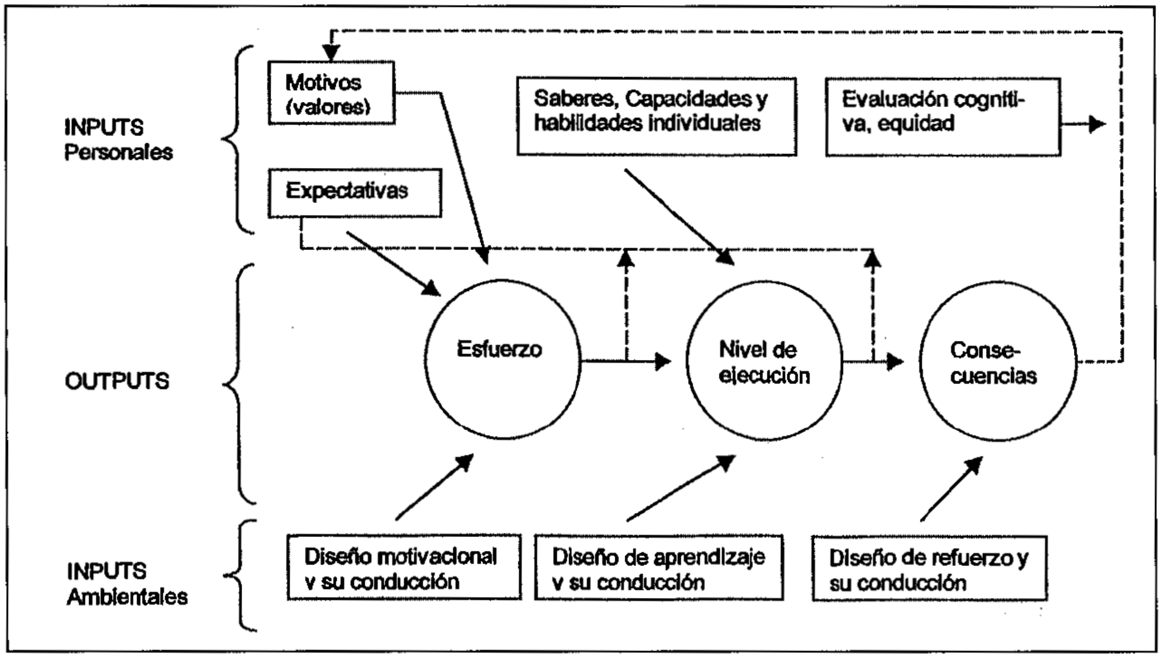
2.2.2. Modelo explicativo de motivación y aprendizaje

Para analizar el desarrollo del aprendizaje de la matemática a través de la resolución de problemas se debe tener presente la motivación del estudiante (que se sienta motivado en realizar la actividad) para ello se estudiara el enfoque teórico motivacional de Keller(1983),*"Un enfoque de solución de problemas para el diseño de los aspectos motivacionales de los ambientes de aprendizaje para estimular y mantener la motivación de los estudiantes para aprender"*[56]*.* Este modelo se basa en lograr en el estudiante, cuatro categorías motivacionales: atención, relevancia, confianza y satisfacción, a través de la conexión de instrucciones para que los estudiantes alcancen los objetivos, proporcionando estimulación y niveles adecuados de desafío, que influyen en la forma en que los estudiantes se sienten tras el éxito del logro de metas, o incluso después de fallar, pues según Richey, Fields, &Foxon*"planificación instruccional sistemática que incluye la valoración de*

---

[54] *González, D., (1995): Teoría de la Motivación y Práctica Profesional. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.*
[55] González, D., (1995): Teoría de la Motivación y Práctica Profesional. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, p. 3
[56] Keller. J, (1983,1984,1987), modelo motivacional, recuperable, 7 de 06 de 2014, de la URL: http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED409895.pdf

necesidades, el desarrollo, la evaluación, la implementación y el mantenimiento de materiales y programas[57]*"*.



Motivación y aprendizaje: esquema explicativo de Keller

Figura 1. Modelo motivacional de John Keller.

"La motivación consiste en la cantidad de esfuerzo que una persona está dispuesta a ejercer en la búsqueda de un objetivo[58]*".*

Keller establece cuatro categorías en su modelo motivacional (Figura 1):

- Interés o atención:"En general el interés es una condición que se da cuando un inesperado o inconsistente suceso en el campo perceptual del alumno, cuando existeun desfase o diferencia entre el nivel de conocimiento actual del alumno y el deseado[59]". Este interés se mantiene si a lo largo del desarrollo de

---

[57] Richey, Fields, &Foxon, 2001, diseño instruccional, recuperable 12 de 09 de 2015, de la URL: http://www.ugr.es/~sevimeco/revistaeticanet/numero12/Articulos/Formato/articulo4.pdf, p. 71.
[58] Keller. J, (1983,1984,1987), modelo motivacional, recuperable, 7 de 06 de 2014, de la URL: http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED409895.pdf.
[59] Garcia, J. motivación y auto aprendizaje elementos claves en el aprendizaje y estudio de los alumno recuperable el 14 de 06 de 2014 de la URL: http://www.uclm.es/ab/educacion/ensayos/pdf/revista17/17_11.pdf, p.6.

la actividad el estudiante conserva su curiosidad en el proceso de enseñanza – aprendizaje. En este proceso es de suma importancia la función del docente para que mantenga la curiosidad por parte del estudiante, esto se puede lograr a partir de una forma perceptual: usar la sorpresa o incertidumbre para lograr la atención, una segunda forma inquisitiva: desarrollando preguntas, realizando concursos o planteando problemas.

- Relevancia: esta categoría surge cuando el estudiante percibe que su aprendizaje satisface sus necesidades, esto se produce cuando se establece una relación entre las metas deseadas y las actividades a realizar. Esta categoría mantiene activa la motivación por parte del estudiante.

Según Keller existen tres necesidades prioritarias que constituyen los valores o motivos personales del estudiante: la necesidad de logro o rendimiento, la necesidad de afiliación o pertenencia y la necesidad de poder. Para desarrollar estas necesidades se pueden establecer ciertas estrategias:

- “Pasado: ¿cómo nos sirve este nuevo conocimiento con relación al que ya tenemos?
- Presente: ¿para qué me sirve lo que estoy viviendo en el momento actual?
- Futuro: ¿qué hará por mí este conocimiento mañana?
- Necesidades: ¿qué necesidades satisface el nuevo conocimiento?
- Modelado: traer invitados especiales, usar videos, usar estudiantes como tutores[60]”.

[60] Keller. J, (1983,1984,1987), modelo motivacional, recuperable, 7 de 06 de 2014, de la URL: http://www.slideshare.net/J89/equipo-4-8784525,(diap 12)

- Confianza: permiten a los estudiantes tener éxito. Para alcanzar este éxito académico se mencionan algunas estrategias para desarrollarlo:
  - “Indicar objetivos y prerrequisitos.
  - Aclarar el sistema de evaluación
  - Asegúrese que los estudiantes entienden y aceptan los criterios de trabajo y evaluación.
  - Permita el crecimiento paulatino del conocimiento.
  - De retroalimentación positiva y clara.
  - Haga sentir al estudiante que él tiene control de su trabajo. Él debe sentir que el resultado obtenido tiene relación directa con el esfuerzo[61]”.
- Satisfacción: provee a los estudiantes oportunidades de utilizar el conocimiento adquirido, según Keller (1987) “la satisfacción está muy relacionada con la confianza. Si el estudiante logra sentir confianza, la satisfacción debería venir muy cercana a ella[62]”, para logra está categoría:
  - “No permita que el estudiante sienta que es premiado por resultados muy simples.
  - Trate de utilizar más de la satisfacción intrínseca. El exceso de premios intrínsecos puede eclipsar el proceso de la instrucción[63]”.

Este enfoque motivacional es muy acertado para el desarrollo de problemas no rutinarios a través de la resolución de problemas como base para fortalecer los

---

[61] Keller. J, (1983,1984,1987), modelo motivacional, recuperable, 7 de 06 de 2014, de la URL: http://www.slideshare.net/J89/equipo-4-8784525diap (14)
[62] Keller. J, (1983,1984,1987), modelo motivacional, recuperable, 7 de 06 de 2014, de la URL: http://www.slideshare.net/J89/equipo-4-8784525. diap (15)
[63] Keller. J, (1983,1984,1987), modelo motivacional, recuperable, 7 de 06 de 2014, de la URL: http://www.slideshare.net/J89/equipo-4-8784525dipo (16)

contenidos matemáticos y lógicos referidos, en la aritmética básica,criterios de divisibilidad, mcm y mcd, en el grado séptimo.

Cabe resaltar que si se logra generar una motivación en el estudiante y mantenerla durante todo el proceso académico, está transgredirá de manera positiva en su comportamiento intelectual llevando a obtener un éxito académico, lo que nos lleva a analizar la relación que existe entre el desarrollo intelectual del aprendizaje y el estado de ánimo del estudiante, según Vygotsky (1987, p.97)"… la educación es el dominio ingenioso de los procesos naturales del desarrollo … no sólo influye sobre unos u otros procesos del desarrollo, sino que reestructura, de la manera más esencial, todas las funciones de la conducta …", por el contrario, si no se logra sostener una motivación o el estudiante no se siente estimulado para afrontar las actividades de manera positiva, reflejara una apatía y desinterés por el conocimiento matemático reflejándolo en su estado de ánimo. A lo cual se refiere Pino (2007) *"… todo proceso psicológico y toda formación psicológica de la personalidad, incluyendo las motivacionales, contiene aspectos cognitivos y afectivos. No existe ninguna expresión de lo psicológico que pueda considerarse exclusivamente cognitiva o afectiva, independientemente que pueda predominar alguno de estos dos factores. En los procesos motivacionales se habla del predominio de los componentes afectivos y se acepta que participan en la regulación inductora de la conducta. Sin embargo, aun aceptando ese predominio, desde la concepción del enfoque histórico-cultural, de naturaleza dialéctica, los proceso motivacionales solo pueden estudiarse considerando que en su esencia está la unidad de lo cognitivo y lo afectivo y, sobre* *todo, que los niveles superiores de regulación de la motivación en cualquier esfera se alcanzan con el fortalecimiento de esta unidad.*[64]*"*

Por lo anterior es necesario que los estudiantes a través de la resolución de problemas en el desarrollo de su aprendizaje mantengan una buena motivación, para que así ellos adquieran una búsqueda hacia el conocimiento. Los factores necesarios ya mencionados, para alcanzar una buena motivación del estudiante serán aplicados en la resolución de problemas retadores no rutinarios del presente trabajo de investigación.

Con el objeto de cada estudiante obtenga éxito en el problema planteado y en la meta propuesta por el docente, se valorará como punto de partida que cada estudiante encuentre sentido y valor a lo que él está estudiando, generando actividades que estén a su alcanza aumentando su motivación por aprender, sin correr el riesgo de minimizar su motivación en el proceso de enseñanza, por medio, de una acertada orientación en la resolución de problemas estimulando la exploración, conjeturas y experimentación por parte de los estudiantes, a través de actividades acertadas que utilice adecuadamente sus conocimientos previos generando una mejor adquisición de un aprendizaje nuevo.

A su vez como docente orientadory encargado que se mantenga una motivación elevada por parte de los estudiantes con el fin de propiciar una mejor adquisición del conocimiento a través de las actividades propuestas.

2.3. Referentes sobre los criterios de divisibilidad, mcm y mcd en la escuela

[64] PINO, J. (2007). *Investigación, evaluación y estimulación de la motivación hacia el aprendizaje y su estimulación: propuesta desde el enfoque histórico-cultural*. Pedagogía 2007. Órgano Editor Educación Cubana. Ministerio de Educación.

Los principios de divisibilidad se remonta en la historia en aplicaciones en la agricultura, ganadería entre otros, esto muy ligado a las estaciones climáticas y cambios lunares lo que origino el desarrollo de calendarios, donde se evidencio los primeros conceptos de divisibilidad en la antigüedad como lo expresa (sierra et, 1989) *"… la organización de las relaciones existentes entre los números constituye el origen de la teoría de la divisibilidad",*también como lo planteaBourbaki (1972)"*…. Existía la creencia generalizada de que los objetos matemáticos no son dados y no se tiene el poder de asignarles propiedades arbitrarias".* Sin embargo la presente investigación se referirá a la definición griega sobre divisibilidad propuesta por Euclides de Alejandría año 300 a.c. en su tratado "*elementos"* libro VII, VIII y IX, donde se reúnen tratados de aritmética introduciendo conceptos propios de teoría de números.

De acuerdo a esto tomare las definiciones dadaspor Euclides en su libro VII:

- Número, "*un número es una pluralidad compuesta de unidades*", "*una unidad es aquello en virtud de la cual cada una de las cosas que hay, se llama una*" de donde el número para Euclides es una magnitud.
- Divisor (parte) "*un número es parte de un número, el menor del mayor, cuando mide el mayor*".
- No divisor (partes) "*cuando no lo mide*"
- Múltiplo "*Y el mayor es múltiplo del menor cuando es medido por el menor*".

A demás el clasifica los números en pares e impares, (parmente par e impar)y (imparmente), "*Número parmente par, pariter par o propiamente par «es el medido por un número par según un número par». Sería, por tanto, el producto de dos* *números pares (todos son múltiplos de 4). Número parmente impar o pariter impar «es el medido por un número par según un número impar», es decir, el producto de un número par por un número impar. Número imparmente impar, impariter impar o propiamente impar «es el medido por un número impar según un número impar», es decir, el producto de dos números impares*[65]".

- Número primo "*el medido solo por la unidad*".
- Número primos entre sí "*los medidos por la sola unidad como medida común*".
- Número compuesto "es el medido por algún número".
- Números compuestos entre sí "son los medidos por algún número como medida común".

Euclides estable "*un número multiplica a un número cuando el multiplicado se añade a sí mismo tantas veces como unidades hay en el otro y resulta un número*" este implementa su definición de número, divisor y múltiplo en términos de magnitudes. Este a su vez influenciado por la corriente matemática griega ya que los griegos definieron los números en términos de magnitudes o proporciones, como lo expresa (Bochner, 1991)*"… entendieron el producto de dos longitudes como un área o un volumen, si uno de los factores era una longitud y el otro un área, si bien estos productos nunca constituyeron actos reflexivos y conscientes*[66]."

[65] Wikipedia, (2014), recuperable el 16 de 10 de 2015, de la URL: http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmeros_pares_e_impares

[66] Diana, B. (sf) , Hacia La Comprensión De Conceptos Relativos A La Divisibilidad Mediante Situaciones Problema Enfocada A Estudiantes De Grado 6. , Recuperable el 19 de 11 de 2014, http://virtual.uptc.edu.co/procesos/enemes2010/Memorias/Archivos/Comunicaciones/Barajas.pdf, p.6.

Continuando con nuestro recorrido griego en la base de algunas definiciones ahora veremos como Euclides define en que consiste hallar el máximo común divisor, dadas por Euclides en su libro VII proposiciones 1,2 y 3.

"*Dados dos números desiguales y restando sucesivamente el menor al mayor, si el que queda no mide nunca al anterior hasta que quede una unidad, los números iniciales serán primos entre sí*" (proposición 1).

"*Dados dos números no primos entre sí, hallar su área máxima*"(proposición 2); colorario, "*si un número mide a dos números, entonces también mide a su medida común máxima*".

"*Dados tres números no primos entre sí, hallar su medida máxima entre sí*" (proposición 3).

A continuación establece las propiedades de divisibilidaddadas por Euclides en su libro VII:

- "*Todo número es parte de todo número, el menor del mayor*" (proposición 4).
- "*Si un número es parte de un número, y otro es la misma parte de otro, la suma será también la misma parte de la suma que del uno del otro*" (proposición 5).

Dando un salto hasta las proposiciones 33 en adelante vemos cómo define el mínimo común múltiplo:

- "*Dados tantos números como se quiera, hallar los menores de aquellos que guardan la misma razón que ellos*" (proposición 33).

- "*Dados dos números, hallar el menor número al que miden*" (proposición 34)
- "*Si dos números miden a algún número, el número menor medido por ellos también medirá al mismo número*" (proposición 35).
- "*Dados tres números, hallar el número menor al que miden*" (proposición 36).

Una vez más debido a la necesidad del ser humano esta vez a la tecnología entre otras aplicaciones, se mejoran los métodos operativos de la teoría de la divisibilidad y se extiende su aplicabilidad, en 1634 Stevin publica su libro extendiendo el algoritmo de Euclides al cálculo del máximo común divisor de dos polinomios.

Fermat en 1770 en su obra sobre teoría de números desarrolla y profundiza sobre teoría de divisibilidad, números primos, números amigos, números perfectos y cuadrados mágicos, en su desarrollo se encontró con el problema de la existencia del máximo común divisor y de la unicidad de la descomposición en factores primos.

Gauss "Disquisiciones arithmeticae" en el siglo XIX desarrolla la teoría de divisibilidad en el campo de números enteros incluidos en el teorema fundamental de la aritmética "*todo número entero puede expresarse como un producto finito de números primos, en el que algunos factores pueden repetirse, y tal que su representación es única*". Introdujo la noción de grupo abeliano, demostrando que en estos grupos finitos existe un elemento del grupo cuyo orden es el mínimo común múltiplo de los órdenes de todos los elementos.

A partir del siglo XX el estudio de la matemática le da gran importancia al desarrollo de la teoría de números en general a las estructuras multiplicativas y a la divisibilidad en los números naturales, en conceptos como múltiplo, divisor, factor, ser divisible y criterios de divisibilidad, además nociones comunes como mínimo común múltiplo, máximo común divisor, número primo y compuesto.

2.4. La teoría de comunidad de práctica de Wenger

Los procesos cognitivos individuales se desarrollan por medio de la interacción social, a través de la participación en actividades colectivas todo ello gracias a la comunicación que se genera en el desarrollo de estas actividades. *"El aprendizaje sucede mediante un proceso de internalización en el cual los fenómenos sociales se transforman en fenómenos psicológicos que se llevan a cabo en el plano mental"* (Goos2004 yLerman1996). En particular, las clases pueden ser vistas como espacios de interacción social en las cuales los estudiantes participan en actividades colectivas, discuten acerca del significado de dichas actividades y por esta vía aprenden.

Según (Goos, 2004; Lerman, 1996; Mariotti, 2000) "*Las acciones humanas, tanto en el plano individual como en el plano social están mediadas por herramientas y signos",* cuya principal importancia es la aproximación sociocultural al ámbito educativo. Para Lerman, 1996; Blanton y Stylianou, (2003)*"La interacción entre el individuo que está aprendiendo y la persona más experimentada activa funciones mentales que no han madurado en el aprendiz, pero que yacen en una región intermedia entre los niveles potencial y real de su desarrollo*[67]*".*

[67] Camargo, Leonor, (2010),Tesis para optar a grado de doctora en matemáticas, Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria, recuperable 19 de 10 de 2014, de la URL: http://funes.uniandes.edu.co/960/1/Camargo2010.pdf, p.7-10.

A lo cual Forman (1996) señala que "*Mediante la relación con el experto, el aprendiz inicia un proceso que le permite acercarse o llegar a la condición de experto a través de su participación en actividades compartidas*[68]".

Al usar mediadores en diseños didácticos cuidadosamente planeados, éstos permiten desplegar una rica actividad experimental, fuente de ideas y conjeturas y, a la vez, contribuyen a generar vías de acceso al conocimiento a través de la comunicación. El docente como orientador sobresaliente de la clase, introduce a los estudiantes al conocimiento, a través de la coordinación entre las ideas que los alumnos son capaces de desarrollar y aquellas de referencia por la comunidad académica, a la que ellos son capaces de acceder.

Según Vygotsky (1978) señala que *"El aprendizaje es visto como un proceso de internalización de información externa para crear una representación interna*[69]*"*, este puede confundirse como según Lave y Wenger como un proceso de transmisión o asimilación de conocimiento y por esta razón evitan establecer una dicotomía entre fenómenos psicológicos internos y externos, ello sugieren ver el aprendizaje como participación en actividades de una comunidad que incluso puede existir fuera o dentro de una institución educativa. A lo cual Forman (1996) plantea que "… *el aprendizaje de las matemáticas se considera como el acceso a prácticas*

[68] Camargo, Leonor, (2010),Tesis para optar a grado de doctora en matemáticas, Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria, recuperable 19 de 10 de 2014, de la URL: http://funes.uniandes.edu.co/960/1/Camargo2010.pdf, p.7-10.
[69]Ibídem, p.7-10.

significativas cercanas a las de comunidades de profesionales que producen matemáticas o las usan[70]*"*

Wenger (1998) denomina comunidad de práctica a "*… un grupo de personas que comparten un interés, una preocupación, un conjunto de problemas, o una pasión sobre un tema, y quienes profundizan su conocimiento, pericia y experiencia en el área a través de una interacción continua que fortalece sus relaciones"*[71], la cual se asume en esta tesis. *Aprendizaje, significado e identidad* toma como partida el criterio de que aprender es un proceso individual, a través de este criterio se han desarrollado las escuelas, que trasmiten el conocimiento matemático. En este proceso es común observar a los estudiantes tomar notas sobre lo que dice un profesor, ejercitarse individualmente resolviendo problemas tomados de un texto y presentar evaluaciones individuales en donde se considera que pedir o prestar colaboración es hacer trampa. Wenger(1998) realiza un análisis de que pasaría si en el salón de clase si se toma una postura diferente y se adopta el aprendizaje como un proceso social, que tipo de comprensión se llevaría a cabo dentro del salón de clase. Para desarrollar esta perspectiva Wenger en su teoría de práctica social desarrollar cuatro componentes, presupuestos sobre la naturaleza del conocimiento y del aprendizaje, de donde parte esta teoría:

- Somos seres sociales. Este hecho, lejos de ser una verdad trivial, es un aspecto esencial del aprendizaje.

[70]Ibídem, p.7-10.
[71]Wenger, E., McDermott, R., Snyder, W. (2002). *Cultivating Communities of Practice: A Guide to Managing Knowledge*. Boston, Massachusetts: Harvard Business School Press.
[4] Wenger (1998) .communities of practice: learning and identity (Cambridge University Press).

- El conocimiento es una cuestión de competencia en relación con ciertas empresas valoradas como, por ejemplo, descubrir hechos científicos,entre otras.
- Conocer es cuestión de participar en la consecución de estas empresas, es decir, de comprometerse de una manera activa en el mundo.
- El significado es la capacidad de experimentar en el mundo y el compromiso con el como algo significativo, es lo que debe producir el aprendizaje.

Estos presupuestos conducen al aprendizaje como participación en prácticas valoradas por comunidades sociales y la construcción de una identidad con relación a dichas comunidades, lo cual es el centro de interés de esta teoría. Wenger(1998) considera que para poder caracterizar el aprendizaje como un proceso de participaciónes necesario referirse a los siguientes aspectos, como se ilustra en la Figura 2.

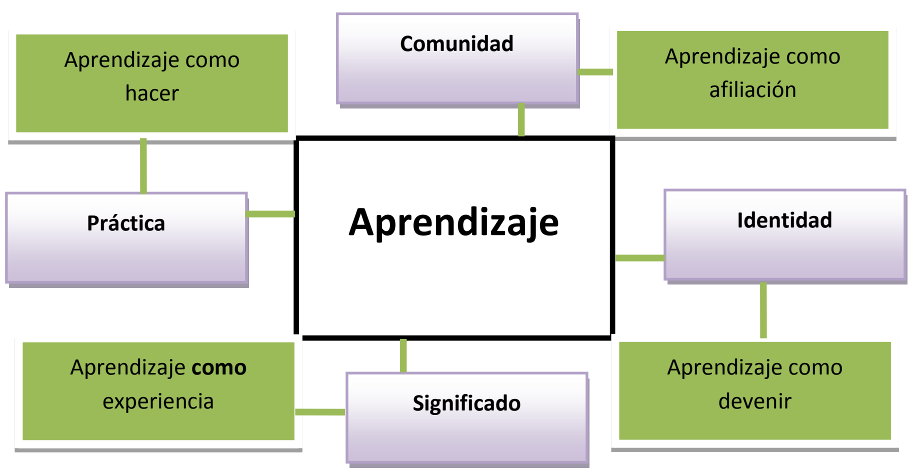


Figura 2. Componentes de una teoría social de aprendizaje: inventario inicial.

- Significado: considerado como el producto negociado del aprendizaje y entendido como la posibilidad que se tiene, individual y colectivamente, de considerar el mundo, las experiencias y nuestra vida como algo que tiene sentido y es valioso,

- Práctica: vista como el conjunto de recursos, sistemas de referencias, perspectivas histórica y socialmente compartidas y actuaciones que permiten asumir un compromiso mutuo en la acción,
- Comunidad: reconocida como la configuración social en donde nuestras empresas se definen como valiosas y nuestra participación se reconoce como competente.
- Identidad: puntualizada como el efecto del aprendizaje en quiénes somos y en la creación de una historia personal al interior de las comunidades a las que pertenecemos.

Wenger(1998) en su comunidad de práctica define *"En la interrelación con los demás, las personas ajustan la empresa a fines comunes, modifican su relación con los demás y ganan una identidad en relación con la configuración social[72]".* Por otra parte Camargo (2010) define que en *"… una comunidad de práctica, compuesta por expertos y novatos, las personas experimentan una historia de aprendizaje compartido que supone la existencia de unos principiantes que se incorporan a la comunidad de miembros activos y comienzan un proceso de participación en el que van ganando legitimidad para ser tratados como miembros periféricos o activos y posteriormente miembros plenos de ella. Pero también supone miembros experimentados, o expertos, que lideran y organizan el acceso de los novatos a la*

[72] Camargo, Leonor, (2010),Tesis para optar a grado de doctora en matemáticas, Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria, recuperable 19 de 10 de 2014, de la URL: http://funes.uniandes.edu.co/960/1/Camargo2010.pdf, p.7-10.

práctica y otorgan legitimidad a ésta según lo que la comunidad considera una práctica competente… Una comunidad de práctica sugiere un organismo vivo a donde llegan nuevos miembros, los que ya están dedican parte de su tiempo a iniciar a los principiantes en las prácticas de la comunidad y eventualmente los miembros veteranos son remplazados por nuevos miembros que asumen la dirección de la comunidad hacia la consecución de una empresa conjunta[73]".

Según estos aportes los estudiantes reconocen la importancia de compartir en grupo y le dan gran valor a trabajar colectivamente hacia el objetivo de alcanzar sus metas cognitivas compartiendo vías como lenguaje, hábitos, valores y herramientas, desarrollando una clase activa y comprometida por todos los estudiantes del aula de clase en alcanzar su aprendizaje.

La pertenencia a una comunidad de práctica, donde los estudiantes pueden construir su conocimiento, está dada en activar en ellos la participación, la imaginación y la alineación, como se muestra en la Figura 3 (Wenger, 2007).

Figura 3. Elementos de pertenencia a una comunidad de práctica.

[73] CAMARGO, L. (2010). Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria. Tesis para optar al Grado de Doctora en Matemáticas. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia.

A continuación se explican cada uno de estos elementos, los cuales propician la pertinencia a una comunidad de práctica.

- La participación, de cada elemento humano en la investigación puede definirse como la interacción que nace al discutir temas relacionados con el trabajo de investigación. El modo de participar de los grupos en primera instancia está determinado por el nivel de compromiso que se adquiera.
- La imaginación es un aspecto cognitivo que permite comprender el entorno relacionado a los elementos de la teoría de números dados en el grado.
- La alineación es el hecho de coordinar actividades, con el objetivo de que les permitan a los estudiantes tomar como propio el solucionar los problemas y temas planteados en las actividades a desarrollar.

Para la construcción de estos tres modos de pertenencia Wenger (1898) sugiere que se apoyen en cuatro dimensiones que enfatizan la dialéctica de la práctica de la comunidad, las cuales deben potencializar el sentido de pertenencia de los participantes:

- La participación y la reificación ponen a la luz que una práctica se estructura mediante artefactos cosificado, como horarios, planos, herramientas y planes de estudio. Por otro lado, reconoce que siempre es la participación en actividades que va más allá de estas materializaciones y se da cuenta de una práctica.
- Diseñado y emergente significa que es lo que está surgiendo en respuesta a diseño que constituye una práctica. El aprendizaje no puede ser diseñado.

- Local y global examina cómo existen comunidades de práctica como entidades locales con sus propias prácticas, mientras está conectado a través de sus participantes a otras comunidades. Como parte de esa red global, las comunidades de prácticas por lo tanto se afectan entre sí.
- Identificación y negociabilidad se refiere a la observación de que la comunidad ofrece a los participantes la manera de identificarse como miembros de esta comunidad, dentro de su práctica, mientras que las negociaciones de significado de los participantes también cambian esta práctica.

"En conjunto, estos elementos tienden a valorar la dimensión cultural de hacer y de aprendizaje de las matemáticas como una actividad social en la que, como sociedad, creemos que es importante que los estudiantes desarrollen a sí mismos.De manera similar, los investigadores educativos (desde una amplia variedad de contextos) discutieron tres modos de pertenencia en torno a las ideas que figuran en el siguiente cuadro de Wenger"[74](Ver tabla 1).

Tabla 1. Elementos relacionados con los modos de árboles de Wenger(1998) de pertenencia por los investigadores educativos.

Modo	Componente
Compromiso	• Participa en la producción de conocimiento. • Desarrollar un sentido de propiedad en el que la producción de conocimiento. • Reconocer las contribuciones de otros. • Mostrando el autogobierno mediante la adopción de uno de papel en el aula.

[74] International CongressonMathematicalEducation, ICME, (2011), recuperable el 15 de 11 de 2014, de la URL: http://tsg.icme11.org/document/get/793, grupo 37

	• Apreciar la colaboración como medio para desarrollar la comprensión. • Explora, discutir, negociar, validar entendimientos. • Participar de acuerdo a lo que es legítimo. • Apoyo a una libre circulación de la información. • Preguntas de Acciones, ideas, producciones. • Ser capaz de utilizar los diferentes recursos. • Apoyar un clima de confianza. • Apreciar la finalidad de las actividades en curso, mantener la motivación. • Ser capaz de dar sentido a lo que se hace en el aula desde el exterior.
Imaginación	• Conceptualizar a sí mismo como un aprendiz. • Véase a sí mismo como un estudiante individual y como miembro de la clase. • Explora nuevas ideas, nuevas formas de ver las cosas o hacer cosas. • Establecer vínculos entre los componentes de la práctica en el aula (conceptos, procedimientos) • Establecer vínculos con otras prácticas: dentro o fuera de la escuela. • Reflexionar sobre las actividades en curso y redefinirlos. • Tome en cuenta las múltiples significaciones, múltiples entendimientos.
Alineación	• Adoptar visiones compartidas y formas de hacer • Comprender las razones que subyacen a las opciones en el funcionamiento de la sala de clases o en la realización de sus actividades. • Coordinar las acciones que sean capaces de contribuir a las empresas más amplias. • Converger hacia los esfuerzos compartidos. • Tiene sentido en la adopción de formas estandarizadas de hacer las cosas. • Déjate guiar, acompañado por el profesor. • Estar en contacto con un contexto más amplio.

Tanto el compromiso, la imaginación como la alineación son componentes que aportan al desarrollo de la comunidad de práctica, para lograr un aprendizaje robusto de los criterios de divisibilidad, mcm y mcd.

Conclusiones del capítulo 2

La presente investigación analizó diferentes concepciones que se han dado durante la historia, sobre el concepto de problema, sin embargo se tomó la suministrada por Polya que tiene como objetivo brindar al estudiante una dificultad que sea alcanzable por él, pero no fácilmente visualizada, en sus propias palabras *"Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata[75]"* a su vez se asume para la resolución de problemas no rutinarios las cuatro etapas propuestas por Polya (1965).

Con estas etapas se busca que el estudiante al afrontar un problema genere soluciones que le permitan sortear las dificultades y así lograr cumplir con los objetivos propuestos, cabe aclarar que la actividad propuesta no debe ser fácilmente resuelta por el estudiante porque ya no sería un problema, éste debe generar obstáculos que no sean solucionables fácilmente.

En el desarrollo de la investigación se nota la importancia de sostener un alto nivel de motivación en los estudiantes en el alcance de su éxito académico tomando diversas definiciones como la de Ausubel (1976), Howe (1984), Álvarez (1988), Ball (1988), González (1995), Moreno (2004), y siendo esta última la tomada en la

[75]Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ciudad México: Editorial Trillas.

presente investigación, por otro lado, al enfocarse en la resolución de problemas no rutinarios en alcanzar los objetivos propuestos en el presente trabajo se notó pertinente enbasarse en el enfoque motivacional de Keller(*1983, 1984, 1987*) *"Un enfoque de solución de problemas para el diseño de los aspectos motivacionales de los ambientes de aprendizaje para estimular y mantener la motivación de los estudiantes para aprender".* Este enfoque motivacional es muy acertado para el desarrollo de problemas no rutinarios a través de la resolución de problemas como base para fortalecer los contenidos matemáticos y lógicos referidos, en la aritmética básica, criterios de divisibilidad, mcm y mcd, en el grado séptimo.

Por último en el desarrollo de los problemas no rutinarios se prevé la interacción social en la participación de las actividades colectivas, en este sentido se toma como punto de partida el estudio desarrollado por Wenger (1998), en su libro comunidades de práctica, generando problemas para que los estudiantes al interactuar en grupo compartan ideas, intereses, preocupaciones y así logren construir su conocimiento desarrollando habilidades y destrezas en la solución de problemas no rutinarios a través de la interacción continua.

CAPITULO 3. ACTIVIDADES PROPUESTAS

La presente investigación está enfocada en la resolución de problemas no rutinarios que versan sobre el mínimo común múltiplo, máximo común divisor y criterios de divisibilidad, fundamentada en Polya (1965), con sus cuatro etapas para desarrollar la solución de un problema, comprender el problema, trazar un plan para resolverlo, poner en práctica el plan para desarrollarlo y comprobar los resultados.[76]

Las actividades planteadas están diseñadas con el ánimo de convertirse en problemas atractivos y motivadores para el estudiante. Además con ellas se busca que el alumno sea capaz de:

- Hallar soluciones a través del empleo de diferentes estrategias y técnicas.
- Expresar los razonamientos matemáticos empleados de forma escrita o verbal y argumentar claramente la utilización de los mismos.
- Llegar a conclusiones y validar sus respuestas.

Al fomentar un aprendizaje autónomo logramos que el estudiante desarrolle sus nociones fundamentadas en conocimientos previos, generando un aprendizaje permanente y significativo.

3.1. Estructura de las actividades

Las actividades se sustentan en problemas no rutinarios y se dividen en dos grupos: las motivadoras (Cinco) y las de afianzamiento (Cuatro). A continuación se describen cada una de ellas.

ACTIVIDADES MOTIVADORAS

[76] Otros importantes autores posteriores, como Schoenfeld o de Guzmán, siguen esencialmente el esquema de Polya.

Actividad 1: La criba de Eratóstenes

Actividad 2: Curiosidades de la tabla del nueve

Actividad 3: Las regletas de Cuisenaire

Actividad 4: Primos relativos

Actividad 5: Problemas lógico - matemáticos

ACTIVIDADES DE AFIANZAMIENTO

Actividad 6: Problemas no rutinarios

- **Actividad 6.1**
- **Actividad 6.2**
- **Actividad 6.3**
- **Actividad 6.4**
- **Actividad 6.5**

Actividad 7: Retos en la vida cotidiana

- **Actividad 7.1:** Barril de aceite
- **Actividad 7.2:** Acierta en qué dedo queda el resultado
- **Actividad 7.3:** Fracciones continuas.

Actividad 8: Cripto aritmética

- **Actividad 8.1:** Descubre la clave secreta y podrá leer cada párrafo
- **Actividad 8.2:** Qué valor tiene cada letra.
- **Actividad 8.3:** Acierta el valor desconocido
- **Actividad 8.4:** Descubre el enigma.

- **Actividad 8.5:** Cuál es el valor de las incógnitas.
- **Actividad 8.6:** Cuál es el valor de la suma de las incógnitas

Actividad 9: Ecuación diofántica

- **Actividad 9.1**
- **Actividad 9.2**
- **Actividad 9.3**
- **Actividad 9.4**
- **Actividad 9.5**

Sugerencias metodológicas:inicialmente a cada estudiante se le hará entrega de la guía para el desarrollo de la actividad, se realizará un trabajo individual y grupal según sea el caso, especificando como abordará las cuatro etapas, comprender el problema, trazar un plan para resolverlo, poner en práctica el plan para desarrollarlo y comprobar los resultados, etapas descritas en la metodología de la presente investigación.

En el momento del trabajo individual cada estudiante afrontará el problema, buscando la solución del mismo, en un segundo momento trabajaran en grupo donde socializará procesos y respuestas, contribuyendo a la resolución del problema donde la solución final sea un consenso grupal y creativo de cada uno de sus integrantes.

Las actividades están diseñadas en tres momentos, en un primer momento enfrentaran actividades motivadoras, que buscan despertar el interés del estudiante por el aprender, mostrando las etapas de resolución de problemas, en un segundo momento desarrollarán actividades lógico matemática que enfrentará a los estudiantes a problemas sencillos de fácil resolución y por último en una tercer momento actividades de afianzamiento que busca que los estudiantes se enfrenten a problemas retadores.El docente intervendrá cuando sea necesario y desarrollará rondas por el salón en diferentes ocasiones.

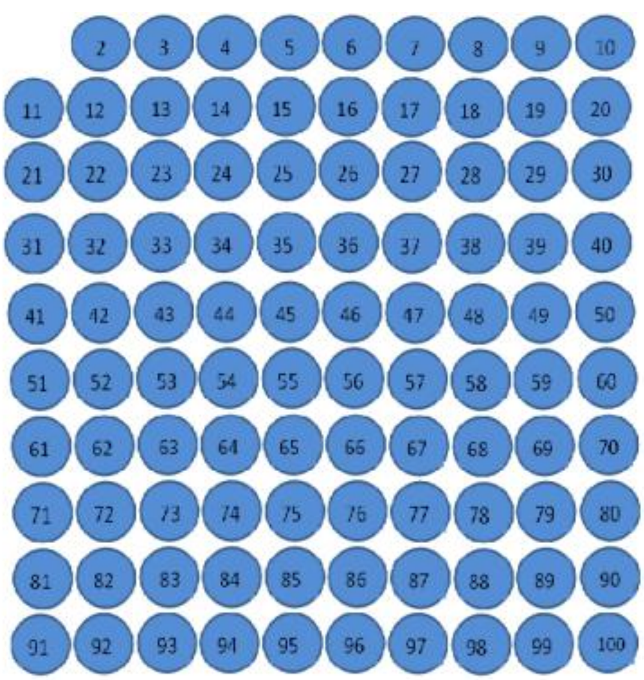
3.2. Elaboración de actividades basadas en problemas para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje de los criterios de divisibilidad, mcm y mcden los estudiantes de 7mo grado

ACTIVIDADES MOTIVADORAS

3.2.1. Actividad 1. La criba de Eratóstenes

Objetivo: Afianzar el concepto de múltiplo de un número, a través de la criba de Eratóstenes e introducir el concepto de número primo.

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD



"Un número primo es un número entero mayor que cero, que tiene exactamente dos divisores positivos. También se puede definir como aquel número entero positivo que no puede expresarse como producto de dos números enteros positivos más pequeños que él, o bien, como producto de dos enteros positivos de más de una forma. Conviene observar que con cualquiera de las definiciones el 1 queda excluido del conjunto de los números primos"[77].

La criba de Eratóstenes[78] es un procedimiento para hallar los primeros números primos, el cual se describe a continuación.

a. Ubíquese en el número dos, deja el número dos y a continuación colorea todos los múltiplos del número dos.
b. ¿Cuál es el primer número siguiente que queda sin colorear? Prosigue quitando sus múltiplos.
c. ¿Cuál es el siguiente número que queda sin colorear? Igualmente colorea todos sus múltiplos.
d. Así continuamos, cuando lleguemos a un número que no ha sido coloreado, coloreamos sus múltiplos.

1. ¿Cuáles números han quedado sin colorear?
2. Busca características en común que posean los números que están sin colorear.

[77] Wikipedia, (2015), Definición número primo, Recuperable el 11 de octubre de 2014 de la URL: http://mimosa.pntic.mec.es/jgomez53/matema/conocer/primos.htm

[78] Numeros primos, (2015), Recuperable el 15 de 01 de 2015, de la URL: http://www.sectormatematica.cl/contenidos/primos.htm

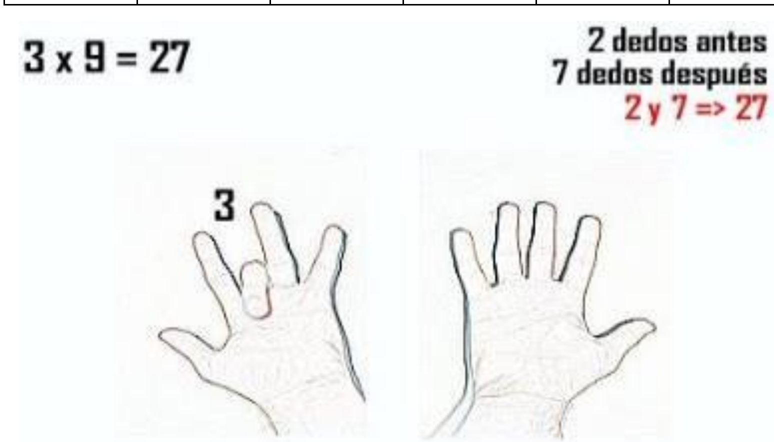
3. Si se construye una criba hasta el número 150 y no sólo hasta el número 100, ¿cuál sería el primer número que queda sin colorear después del número 100?
4. ¿Cuáles números han quedado coloreados?
5. Busca características en común que posean los números que están coloreados.

3.2.2. Actividad 2. Curiosidad de la tabla del nueve

Objetivo: desarrollar en los estudiantes el hábito de organizar e investigar a través de la experimentación, logrando que expresen de forma oral los razonamientos que se producen en la investigación.

Se les solicita a los estudiantes que elaboren una tabla de 9 por 3, en ella se coloca cada letra del abecedario y a cada letra se le asigna un número.

a=19	m=12	c=15	d=30	e=5	a=6	c=27	h=81	i=25
c=16	p=11	l=20	m=13	n=14	a=34	o=16	e=35	c=18
r=19	s=40	p=21	u=10	a=23	c=24	y=51	x=26	m=49



Para desarrollar la tabla del nueve, extienda las manos como lo muestra la figura anterior. Por ejemplo para resolver 9 x 3, inicie contando 3 de izquierda a derecha, a continuación esconda el dedo donde contó 3. Queda al lado izquierdo del dedo escondido2 y al lado derecho del mismo quedan 7. Lo que forma 27.

1. Se le pide a los estudiantes que piensen en un número comprendido entre 1 y 9, luego se solicita que lo multipliquen por nueve, posteriormente los estudiantes deben sumar los dígitos de la respuesta y por último deben restarle 4.
2. Con el resultado obtenido deben buscar el número en la tabla correspondiente, ahora coloree todos sus múltiplos, busque el nombre que aparece ordenando los múltiplos de menor a mayor e investiga quién era ese personaje.
3. A continuación se solicita que repitan el proceso con diferentes números. ¿Obtienes lamisma respuesta?, ¿por qué?, ¿qué característica tiene en común el proceso para los diferentes números?
4. Ahora piensa en lo siguiente. "*Si divide 1 entre 9, ¿qué resultado obtiene?. A continuación divida 11 entre 9, prosiga 111 entre 9 y así sucesivamente hasta llegar al 111111111 entre 9*[79]*"*.
   a) ¿Qué resultado obtiene si divide 11111111111111111 entre 9?
   b) Ahora tome el resultado de la pregunta anterior y multiplícalo por un múltiplo de 9. ¿Qué resultado obtienes?
   c) ¿Sucede lo mismo con cualquier múltiplo de nueve?

[79] Tomado de Teoría de números para olimpiadas matemáticas, p. 2. ejemplo 1

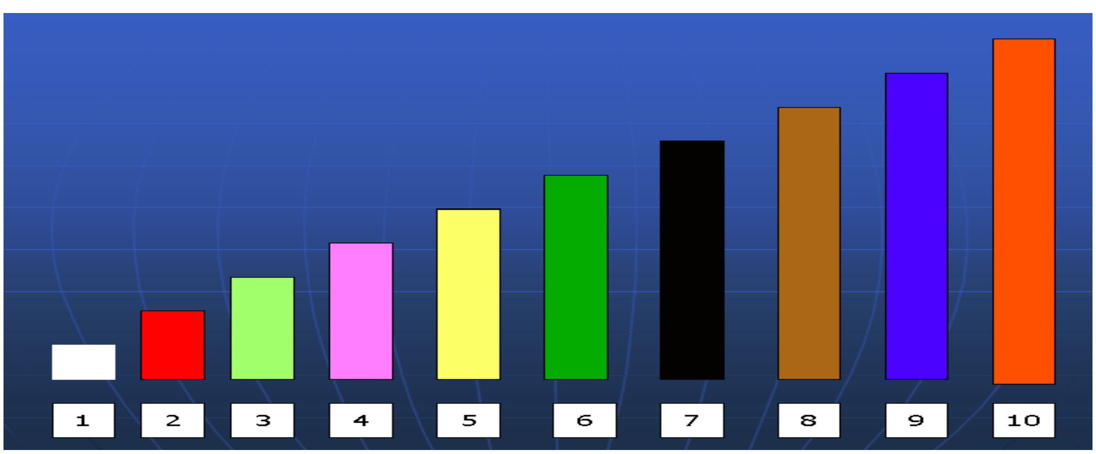
3.2.3. Actividad 3. Las regletas de Cuisenaire

Objetivo: manipular las regletas a través de actividades para promover en los estudiantes el aprendizaje conceptual.

Desarrollo.

Las regletas son prismas de un 1cm^2 de base y cuya altura varía entre 1 y 10 cm. Cada regleta se asocia a un número determinado.

- La regleta blanca, con 1 cm. de longitud, representa al 1.
- La regleta roja, con 2 cm. representa al 2.
- La regleta verde claro, con 3 cm. representa al 3.
- La regleta rosa, con 4 cm. representa al 4.
- La regleta amarilla, con 5 cm. representa al 5.
- La regleta verde oscuro, con 6 cm. representa al 6.
- La regleta negra, con 7 cm. representa al 7.
- La regleta marrón, con 8 cm. representa al 8.
- La regleta azul, con 9 cm. representa al al 9.
- La regleta naranja, con 10 cm. representa al al 10.



El trabajo con estas regletas ayuda a fortalecer conocimientos en los estudiantes sobre

- Se fortalece el concepto de mínimo común múltiplo (mcm) y máximo común divisor (mcd), (para hallar el mcm se forman dos “segmentos” colocando una tras otras regletas del mismo color hasta que los segmentos formados sean de la misma longitud).

1) A través de las regletas Cuisenaire desarrolle los siguientes problemas.

4.1 Colocando las regletas apropiadas halla el mínimo común múltiplo entre los números 9 y 6.

4.2 A través de la colocación de diferentes regletas halla el mínimo común múltiplo entre los números 8 y 6.

4.3 A través de la colocación de diferentes regletas halla el mínimo común múltiplo entre los números 6, 9 y 3.

4.4 Si tienes una pieza rectangular de 20cm de largo y 12cm de ancho, ¿será posible recubrirla con baldosas cuadradas, de tal forma que no se tenga que recortar ninguna baldosa? Explica tu respuesta.

4.5 Si tienes una pieza rectangular de 12cm de largo y 9 cm de ancho, ¿será posible recubrirla con baldosas cuadradas, de tal forma que no se tenga que recortar ninguna baldosa? Explica tu respuesta.

3.2.4. Actividad 4. Primos relativos

Objetivo: A través de actividades manipulativas generar en los estudiantes el deseo por investigar y ver cómo se aplica la matemática a situaciones de su diario vivir.

Se propone a los estudiantes en grupos de 4 personas traer varios envases de diferentes capacidades, de 2 litros, de 3 litros, de 4 litros, de 5 litros y de 6 litros respectivamente, así mismo se les solicita que los envases sean pintados con tempera negra y cubiertas con papel, el objetivo es que no se vea ningún tipo de medición.

A continuación se explicará la actividad a desarrollar con los estudiantes:

Se inicia con la siguiente condición: cada grupo solo podrá utilizar los envases que indique el docente.

1. Con los envases de 2 litros y 3 litros únicamente, dejar en cualquiera de los dos un litro exactamente.
2. Ahora con los envases de 3 litros y 4 litros únicamente dejar en cualquiera de los dos:
    a. 1 litro exactamente.
    b. 2 litros exactamente.
    c. ¿Cuántas soluciones encontraste?
3. A continuación con los envases de 5 litros y 6 litros dejar en cualquiera de los dos:
    a. 1 litro exactamente.
    b. 2 litros exactamente.
    c. 3 litros exactamente.
    d. ¿Cuántas soluciones encontraste?
4. Ahora con los envases de 2 y 4 litros dejar:
    a. 1 litro exactamente

b. 3 litros exactamente

c. ¿Fue posible? ¿Por qué?

5. ¿Qué diferencia encuentras entre los envases de las tres primeras actividades y los envases de la actividad 4?

3.2.5. Actividad 5. Lógico matemático

Objetivo: desarrollar en los estudiantes la motivación por aprender a través de problemas mentales y de esta forma fortalecer las pautas para la resolución de problemas.

5.1 Escribir el número cuya primera cifra (de izquierda a derecha) es el número de jugadores de un equipo de baloncesto, cuyas cifras segunda y tercera corresponden al quinto múltiplo de tres, y cuya cuarta cifra es la suma de los dígitos de ese múltiplo del tres.

5.2 Al distribuir Oscar todas sus canicas entre 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20 y 30 personas, nunca le sobran canicas. ¿Cuál es el menor número de canicas que Oscar puede tener?

5.3 Dos barcos salen del mismo puerto, el primero cada 30 días y el segundo cada 24 días. El 1° de enero de 2015 coinciden ambos al salir del puerto. ¿Qué día volverán a coincidir?

5.4 ¿Cuántos números de dos cifras son divisibles por 2 y por 7?

5.5 ¿Cuál es el valor de la suma del menor entero positivo divisible por 2 y 3, con el menor entero positivo divisible por 2, 3 y 4?

5.6 Una pareja de novios decide casarse, el día de la boda el cociente entre la edad del novio y la edad de la novia era 3. Quince años más tarde el cociente es 2. ¿Qué edad tenían el día de la boda?

5.7 El número 2000 se obtiene multiplicando sólo factores de dos y cinco. ¿Cuántos factores de cada uno de ellos?

5.8 ¿Cuántos números enteros positivos menores que 35 son divisibles por un cuadrado perfecto distinto de 1?

5.9 Oscar le pregunta a sus estudiantes en clase de matemáticas, ¿niños es posible que al multiplicar dos enteros consecutivos, el producto termine en ocho?

5.10 ¿Cuánto es $a + b$, si sabemos que $7a + 3b = 12$ y $3a + 7b = 8$?

ACTIVIDADES DE AFIANZAMIENTO

3.2.6. Actividad 6. Problemas Retadores

Logro: A través de problemas no rutinarios afianzar los conocimientos de los estudiantes motivándolos por aprender.

Se les solicita a los estudiantes que al resolver los problemas sigan los siguientes pasos:

1. Leer el problema hasta comprenderlo.
2. Establecer una estrategia de solución del problema.
3. Desarrollar la solución.
4. Comprobar que la solución es correcta.

- **Actividad 6.1** Julián y Camilo están estudiando para un examen de matemáticas y se encuentran con el siguiente ejercicio,

  "¿Cuántos de los siguientes 60 números:

  *84, 84*2, 84*3, 84*4, …… , 84*58, 84*59, 84*60*

  Son múltiplos de 60"[80]?

  Ambos resuelven el problema y obtienen las siguientes respuestas:

  - Julián dice 30
  - Camilo dice 12

  ¿Cuál de los dos tiene la razón?

  ¿Cómo puede usted llegar a la respuesta?

- **Actividad 6.2** En el colegio se está realizando un concurso de matemáticas. Un participante tiene dificultad para responder la siguiente pregunta. "*¿Por cuál número debe sustituirse la letra "a" para que el número 9758236642a2 sea divisible por 4*?[81]" Se dan como opciones de respuesta

  (a) a = 4; (b) a=5; (c)a =6; (d) a =8;

  El participante le solicita la ayuda a un integrante del público.

  1. ¿Cómo le puede ayudar el integrante del público al participante?
  2. ¿Cuál es la opción correcta?
  3. ¿Cómo pueden saber que la opción que ellos elijan es la correcta?

- **Actividad 6.3** Se introducen 200 bolas de pimpón en una caja, se rotula cada pimpón escribiendo en ellos los números consecutivos a partir del número

[80] Tomado Problemas para la 19[a], Olimpiada Mexicana de Matemáticas, Recuperable el 23 de 12 de 2014, de la URL: http://matematica.cubaeduca.cu/medias/pdf/848.pdf, problema 4.
[81] Tomado Problemas para la 19[a], Olimpiada Mexicana de Matemáticas, Recuperable el 23 de 12 de 2014, de la URL: http://matematica.cubaeduca.cu/medias/pdf/848.pdf, problema 11.

100, un número en cada una. Si tuviera que sacar todos los pimpones cuyo número no sea divisibles entre 3 ni entre 5.

1. ¿Cuántos pimpones saca?
2. ¿Cuántos pimpones con números divisibles por 3 hay?
3. ¿Cuántos pimpones con números divisibles por 5 hay?
4. ¿Cuántos pimpones hay cuyo número sea divisible por 3 y por 5 a la vez?

- **Actividad 6.4** Estando los estudiantes en clase de matemáticas surge una discusión entre un grupo de estudiantes debido al siguiente problema *"¿Para cuántos enteros positivos n se cumple que n – 17 divide a n + 4?*[82]*"* Un grupo de estudiantes dice que la respuesta correcta es 3, mientras el otro grupo menciona que la respuesta correcta es 7.

  ¿Cuál grupo tiene la razón?

  ¿Cómo podría llegar cada grupo a la respuesta correcta?

- **Actividad 6.5** El profesor de matemáticas realiza un concurso en clase, el cual consiste en descifrar cuáles son las 3 última cifras del número.

  "1826317182631718263171826317182631 7………………………….

  Dado que el número posee 2005 dígitos[83]*".*

  ¿Cuáles son los tres últimos dígitos?

  ¿Qué proceso realizaste para llegar a la respuesta?

[82] Tomado Problemas para la 19[a] , Olimpiada Mexicana de Matemáticas, Recuperable el 23 de 12 de 2014, de la URL: http://matematica.cubaeduca.cu/medias/pdf/848.pdf, problema 36.
[83] Tomado Problemas para la 19[a] , Olimpiada Mexicana de Matemáticas, Recuperable el 23 de 12 de 2014, de la URL: http://matematica.cubaeduca.cu/medias/pdf/848.pdf, problema 64.

3.2.7. Actividad 7. Retos en la vida cotidiana

Objetivo: Relacionar los conceptos de múltiplo y divisor con las operaciones de multiplicación y división de los números naturales.

7.1 Ir al cine

Camilo y Claudia van a ingresar al cine y escuchan a dos funcionarios la siguiente conversación.

Funcionario 1: Le falta el 30% para llenarse.

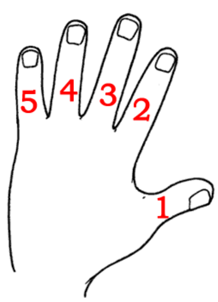
Funcionario 2: Entonces hay 30 personas más que cuando está lleno hasta el 30%.

Claudia le dice a Camilo que el teatro tiene una capacidad de 100 personas.

Camilo le responde -Estás equivocada solo tiene una capacidad de 75 personas.

¿Cuál de los dos tiene la razón?, ¿Cómo pudo llegar a la respuesta la persona que tiene la razón?

7.2 Acierta en qué dedo queda el resultado



¡Acierta en que dedo queda el resultado! Se solicita a los estudiantes que realicen el siguiente proceso: que a cada dedo de su mano izquierda le asignen un número, al dedo pulgar el número 1, al dedo índice el número 2, al dedo corazón el número 3, al dedo anular el número 4 y al dedo meñique el número 5. Ahora de forma inmediata e invertida, es decir al dedo anular el número 6, al dedo corazón el número 7, al dedo índice el número 8 y al dedo pulgar el número 9. Ahora de forma inmediata e invertida, al dedo índice el número 10, al dedo corazón el número 11, al dedo anular el número 12 y al dedo meñique el número 13, y así sucesivamente….

1. ¿Qué dedo le corresponde al número 16?
2. ¿Qué dedo le corresponde al número 32?
3. ¿Qué dedo le corresponde al número 48?
4. ¿Qué características tienen estos números en común?
5. ¿Podrías indicar en qué dedo cae el número1968?
6. Aún más, ¿puedes determinar en qué dedo cae el número 4579000?
7. ¿Puedes descubrir una forma para hallar qué dedo le corresponde a cualquier número?
8. Prueba con este. ¿19 a qué dedo le corresponde?
9. Prueba con este. ¿38 a qué dedo le corresponde?
10. Algo más complejo. ¿1962 a qué dedo le corresponde?

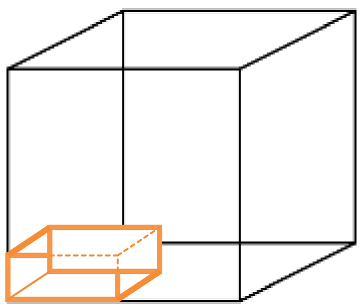
7.3 Camisas en las cajas

El almacén de ropa deportiva “Los mejores” recibe un pedido de ropa. Los empleados bajan seis cajas que contienen 18, 19, 21, 23, 25 y 34 camisas, respectivamente.

Cinco de las cajas contienen camisas azules y la otra tiene camisas rojas. Andrés lleva tres cajas y Julián lleva dos cajas de las otras. Solo queda la caja que contiene camisas rojas. Si Andrés lleva el doble de camisas que Julián. ¿Cuántas camisas rojas hay?

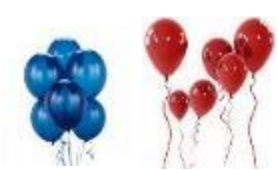
7.4 El cubo

"Se desea formar un cubo compacto con ladrillos cuyas dimensiones son 20cm, 15cm, y 10cm. ¿Cuántos ladrillos son necesarios para formar el cubo más pequeño posible?[84]"



7.5 Fracciones continuas

Objetivo: afianzar el concepto de múltiplo de un número y la conversión de número decimal a número fraccionario, a través, de problemas no rutinarios.



[84] Razonamiento matemático (2013), Recuperable el 15 de 03 de 2015, de la URL: http://profe-alexz.blogspot.com/2013/03/examen-admision-san-marcos-2013-ii.html, problema 8.

1. La mamá de Camila ha hecho 4000 postres entre dulces y agridulces y los compañeros de colegio de Camila han comido algunos de ellos. El $\frac{5600}{99}$ de los postres que quedan de sabor dulce son de arequipe, y el $\frac{2100}{37}$ de los postres que quedan de sabor agridulce son de sabor limón. ¿Cuántos postres se han consumido?

3.2.8. Actividad 8. Cripto aritmética

Objetivo: Desarrollar ejercicios de cripto – aritmética, para afianzar conocimientos previos de los estudiantes y despertar el interés por la matemática.

En esta segunda ¿? actividad cada estudiante debe descubrir el valor de cada letra:

8.1. Calcule el valor de la operación.

Calcular el valor de a + b – c;

Si $\begin{array}{r|l} \overline{abc} & \overline{\mathrm{bc}} \\ \hline 28 & 5 \end{array}$ **y** $5 \text{ x } \mathrm{bc} = 215$

8.2 Qué valor tiene cada letra:

*Si **a b c** son dígitos simples, **a** es diferente de cero, y* **Si**

$$\begin{array}{r} a\ \mathrm{b}\ \mathrm{c} \\ +a\ \mathrm{b}\ \mathrm{c} \\ a\ \mathrm{b}\ \mathrm{c} \\ \hline 2\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

*¿Determine el valor de **a + b + c**?;*

8.3 Acierta el valor desconocido.

En la siguiente división halle la suma de las cifras del dividendo, si el cociente es el máximo posible.

$$\begin{array}{l|l} *\ *\ *\ 4\ * & ** \\ \hline \underline{1\ 0\ *} & *\ *7 \\ -\ -\ *\ * & \\ \quad\ \underline{*\ 0} & \\ \quad\ 2\ *\ 5 & \\ \quad\ \underline{*\ *\ *} & \\ \quad\ -\ -\ - & \end{array}$$

8.4 Que valor toma cada letra

Calcule el valor máximo de $(m \text{ x } n \text{ x } p)$, si debe ser el máximo, en el cuál:

$$mmm + nnn + ppp = 1554$$

Además *m ≠ n; m ≠ p; n ≠ p;*

8.4Resuelve el siguiente enigma

Si $an + na = 187$

y si

$a > n$

Calcule el valor de:

$a + \mathrm{n} + \mathrm{a}$

8.5 Descubre el valor de las incógnitas

Si $a, b, c\ y\ d$ son números primos de tal manera que

$a + 5b = c$

y

$a - 5b = d$.

Encuentre el valor de $a \times b \times c \times d$

8.6 Cuál es el valor de la suma de las incógnitas

Si $a + b$ son números primos y la suma es 34.

Si $a + c$ son números primos y la suma es 31.

¿Cuál es la suma de $a + b + c$?

Actividades 9.Ecuaciones Diófanticas

Objetivo: A través del desarrollo de actividades el estudiante reconozca ecuaciones donde se exige que la solución tome valores enteros y desarrolle estrategias de solución.

Se propone a los estudiantes el siguiente problema:

“HeloiseHomemaker ha preparado 84 canapés (aperitivos elaborados de pequeños tamaños) para una cena de gala que estaba realizando. Aunque nunca come en sus propias fiestas, precisamente ella siempre prepara suficiente entremeses para que cada uno de sus invitados consuma exactamente la misma cantidad[85]”.

1. ¿Qué posibilidades existen para el número de asistentes que ella ha invitado?”
2. ¿Es posible que se obtengan soluciones negativas?, ¿Por qué?
3. ¿Es posible obtener soluciones con números fraccionarios?, ¿Por qué?
4. ¿El problema tiene una única solución?
5. ¿Cuáles soluciones nos interesan para el problema?

Los estudiantes en grupos analizan el problema y entre ellos brindan posibles soluciones al problema, con esto cada grupo se ubica en la primera etapa, la comprensión del problema.

[85]Averbach, B And Chein, O . (2000),Problem Solving Through Recreational Mathematics (2000), Publicher Dover Pubns, p. 101.

El segundo objetivo se basa en lograr que los estudiantes generen un plan para desarrollar el problema, en este punto cada grupo suministra diversas soluciones a dicha situación, en ellas los jóvenes reconocen la necesidad que la solución sea un entero positivo, puesto que es imposible repartir un entero negativo entre los asistentes o darles una fracción de canapé.

"Una ecuación Diófantica es una ecuación en la que todos los coeficientes son números enteros y en los que se está interesado sólo en soluciones enteras. Cualquier ecuación con coeficientes enteros puede o no puede ser considerada como una ecuación Diófantica, dependiendo de nuestro punto de vista"[86].

Por ejemplo $3x + 6y = 18$ tiene infinitas soluciones enteras, sin embargo la ecuación $2x + 10y = 17$ no posee solución. ¿Por qué?

Podemos realizar un análisis de cada respuesta dada por cada grupo de estudiantes. Aquí se tiene la tercera etapa, los estudiantes colocan en práctica el plan propuesto en la solución de la actividad.

Ahora los estudiantes cuestionan posibles respuestas que ellos mismos han suministrado, por ejemplo, ¿es posible obtener respuestas negativas?, ¿es posible obtener respuestas con fracciones?, en este momento están aplicando la última etapa que es de comprobación de resultados.

Actividad 9.1 En la siguiente actividad se propone a los estudiantes la ecuación $12x+10y=176$, si la variable "*x*" representa el número de hombres, además la variable "*y*" el número de mujeres.

[86]Averbach, B And Chein, O . (2000),Problem Solving Through Recreational Mathematics (2000), Publicher Dover Pubns, p. 101.

a. ¿Cuál es el m.c.d(a,b)?

b. La solución de la ecuación $12x + 10y = 176$ es

- *x = 88 + 5k*
- *y = -88 – 6k*

¿Qué valores debe tomar k para obtener valores enteros positivos?

¿Por qué en la ecuación no se pueden asumir valores enteros negativos?

Actividad 9.2 Para el desarrollo de la siguiente actividad, proponemos a los estudiantes que se reúnan en parejas, cada estudiante por turnos va a realizar el siguiente proceso:

El primer estudiante pregunta al otro, piense en su fecha de nacimiento sin decirlo,multiplique el día de nacimiento por 12, ahora multiplique el mes de nacimiento por 31, a continuación, sume los resultados obtenidos y mencione el resultado en voz alta. Con estos resultados el primer estudiante debe averiguar exactamente el día y mes de nacimiento del estudiante.

Ahora cambian de turnos y el estudiante faltante realiza el mismo proceso.

- Porqué se pueden descartar los valores restantes que solucionan la ecuación.
- Cada estudiante debe averiguar el día y mes de nacimiento del compañero.

Actividad 9.3 Una persona entra a un almacén y compra un artículo por un valor de 29000, a la hora de cancelar el mismo se encuentra con la siguiente situación, el solo posee billetes de 2000 y la cajera solo tiene billetes de 5000.

Llena la siguiente tabla con valores que solucionen el problema:

Billetes de 2000	**Billetes de 5000**	**Valor**

Actividad 9.4 En el colegio se organiza una salida al museo de artes, una vez ahí los estudiantes observan varias pinturas y dibujos, cada obra posee el precio, el profesor al ver el interés de los estudiantes realiza el siguiente ejercicio, les propone que si tuvieran 2761000 pesos y lograran comprar varias pinturas por un total de 649000 y a su vez compraran una cantidad de dibujos por un valor de 132000. ¿Cuántas posibles pinturas y dibujos lograrían comprar de cada uno?

Actividad 9.5 Encontrar la solución a la ecuación $525x + 100y = 50$.

- ¿Cuál es una solución particular?
- ¿Cuál es la solución general?

Actividad 9.6 ¿De cuántas formas se puede escribir $\frac{1}{14}$ en la forma $\frac{a}{7}+\frac{b}{2}$ con a y b enteros?

Actividad 9.7 Considere la ecuación Diófantica lineal $3x + 7y = c$ donde $c \in Z^{+}$.

- Hallar la solución general de la ecuación.
- ¿Cuál es el valor mínimo que puede tomar c para que la ecuación posea soluciones positivas?

- ¿A partir de qué valor de c podemos garantizar que la ecuación siempre va a tener soluciones positivas? (Independiente de que para algún valor anterior también pueda admitirla[87].)

Conclusiones del capítulo 3

La experiencia de la aplicación de las actividades permite afirmar que lograr diseñar el diseño de las mismas, y a su vez lograr despertar y motivar intrínsecamente estás a ser desarrolladas no es una tarea fácil de realizar, ya que si la dificultad o redacción del enunciado no es el correcto, se corre el peligro que los estudiantes abandonen el interés por resolver el problema, esto representoun reto profesional al autor de la investigación. Sin embargo esta tarea ardua simbolizoun avance significativo a nivel profesional al autor de la investigación.En cuanto a los estudiantes se reflejó un avance en su proceso de aprendizaje, mejorando el agrado por la asignatura y el deseo por aprender, motivando su desarrollo cognitivo, brindándoles experiencias donde se involucró el pensamiento matemático, gracias a que se generaron espacios que fortalecieron la autonomía y de los estudiantes y por ende el aumento en la confianza de sus conocimientos, sus aptitudes y aún sus actitudes, hacia la matemática.

[87] Programa y boletín de problemas de introducción a la matemática discreta, recuperable el 5 de 04 de 2015, de la URL: http://ma1.eii.us.es/Material/IMD_ii_Bol.pdf, p. 7

CAPITULO 4. ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LA PROPUESTA

En este capítulo se desarrolla un análisis de las actividades propuestas para favorecer un aprendizaje robusto de los criterios de divisibilidad, mcm y mcd, donde se muestran evidencias del trabajo realizado. A continuación se describen cada una de las actividades donde se precisa, un breve análisis de su aplicación y motivación por el aprendizaje, logros y dificultades.

4.1. Valoración de los resultados obtenidosen la práctica escolar de la investigación

4.1.1. Actividad 1. La criba de Eratóstenes

Desarrollo de la actividad: En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual. Los estudiantes mostraron interés y agrado al trabajar en la actividad propuesta, no mostraron dificultad en la comprensión del problema, constatándose al resolver las preguntas propuestas, cada estudiante planteó soluciones individuales a cada pregunta, por otro lado, cada uno formulo definiciones de número primo y compuesto muy cercanas a la definición formal.

En un segundo momento se trabajó de forma grupal para comparar y constatar las respuestas sugeridas por cada uno de ellos, en este momento cada grupo comprobaba si sus respuestas coincidían entre ellos. En este punto los estudiantes que habían cometido errores, cómo colorearnúmeros que no se debía y otros que no habían coloreado números que se tenía que colorear corregían estos errores, sustentando entre ellosél porque el número se debía colorear o porque no debía estar coloreado, un ejemplo de esto son algunos comentarios de los estudiantes cómo, "*el número 91 se tiene que pintar por qué es múltiplo de 7*[88]", otro comentario "*el número 97 no se pinta porque no está en ninguna tabla de multiplicar*[89]".

En el desarrollo de las preguntas se establecen las siguientes conclusiones:

La pregunta 1 no genero mayor dificultad a los estudiantes para dar solución a la misma, sin embargo los estudiantes notaron lo importante que es comprender un problema antes de enfrentarse al mismo o intentar plantear alguna solución, encontrando algunos comentarios como *"profe ahora sí*[90]*"*, *"ya entendí*[91]*", "está más fácil que la tabla del uno*[92]*".*

La pregunta dos tuvo un poco de dificultad para algunos de los estudiantes ya que no comprendían como abordar las características, en este punto el docente tuvo que guiar a estos estudiantes en cuanto a la comprensión de características y cuál era la intención de la pregunta, una vez superado este pequeño tropiezo por parte de estos estudiantes lograron llegar a la solución de la pregunta.

La pregunta tres al igual que la primera no presento mayor dificultad a los estudiantes pues echa la criba ellos ya habían comprendido, y les fue muy agradable y motivante responder esta pregunta, sin embargo un alto número de estudiantes lograron responder la pregunta solo analizando la misma. En cuanto a la pregunta cuatro y cinco la totalidad de los estudiantes respondieron correctamente.

---

[88] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.
[89]Ibídem.
[90]Ibídem.
[91]Ibídem.
[92]Ibídem.

Una vez realizada la actividad casi en su totalidad lograron construir una definición para aquellos números que están sin colorear y aquellos que están coloreados, cuyas definiciones están muy cerca de la definición formal, un punto importante a esta altura de la actividad fue que los estudiantes lograron sustentar porque el número uno se encuentra en criba pero no es primo, una muestra del trabajo realizado se visualiza en la Figura 4 y verCD anexo 1.

Figura 4. Criba de Eratostenes.

Motivación por el aprendizaje:

Los estudiantes quedaron motivados en el desarrollo de la actividad, para ellos es una nueva forma de aprender matemáticas, por medio de un problema aplicar conocimientos ya adquiridos y reforzar otros, en la totalidad de los estudiantes se nota el agrado por participar y resolver las preguntas planteadas, transformando el entorno tradicional de enseñanza por un ambiente más agradable y dinámico, donde el docente se convierte en un observador.

Logros:

Los estudiantes a través de la manipulación logran asimilar mucho mejor los conocimientos, a su vez el trabajo en equipo y la socialización de las respuestas permitió el despeje de dudas sin la intervención del docente, se logra constatar que este tipo de actividades mejora la creatividad de los estudiantes en la solución de problemas.

Dificultades:

En el desarrollo de la actividad a pesar de la motivación por resolver los problemas y los logros obtenidos, se precisan las siguientes insuficiencias:

- Insuficiencias en la redacción correcta de las ideas planteadas.
- Algunos estudiantes presentan dificultad en la interpretación del enunciado lo que impide el desarrollo exitoso de la actividad.

4.1.2. Actividad 2. Curiosidad de la tabla del nueve

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual. Los estudiantes mostraron interés y agrado al trabajar en la actividad propuesta, está se inicia realizando hincapié en las 4 etapas de resolución de problemas.

La primera parte de la actividad los estudiantes realizan individualmente diversas operaciones con las manos ejemplificando la forma como se multiplica la tabla del nueve, se les solicita que plasmen con las manos la operación en las hojas del portafolio (ver figuras en el CD anexo 2)

Para el desarrollo de la solución de la primera, segunda y tercera pregunta se plantea dos momentos diferentes, inicialmente en el primer momento los estudiantes no presentaron mayores dificultades, por otro lado se observa la gran motivación que presentan los alumnos en la solución de las preguntas planteadas, para el segundo momento los estudiantes culminan la actividad presentando la investigación que se solicita en la solución de la actividad del primer momento.

El desarrollo de la cuarta pregunta inicia con la intervención del docente, donde se hace hincapié en las etapas sobre resolución de problemas, se presentan algunas dificultades por parte de algunos estudiantes en las divisiones planteadas, sin embargo se mantiene la constante de los estudiantes del interés por desarrollar la actividad, una muestra del trabajo realizado se visualiza en la Figura 5 y si se quiere profundizar sobre el trabajo realizado por los estudiantes ver anexo 1, ver CD anexo 2.

Figura 5. Grupo de estudiantes resolviendo la actividad 2.

Una vez que los estudiantes culminan la fase de divisiones proceden a resolver el enciso a sin mayores dificultades, en este momento se encuentran comentarios por parte de los estudiantes muy apropiados como *"profe el resto de las divisiones dan ordenados 1, 2, 3, 4 y así sucesivamente*[93]*"*, la gran mayoría llega a la respuesta correcta sobre este enciso.

[93] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.

Para la solución del enciso b la mayoría de los estudiantes concluyen correctamente, cabe la pena mencionar que algunos estudiantes mencionan *"profe si tomo 12345679012345679 y lo multiplico por 18 la respuesta es 222222222222 ya que 9 x 2 es 18*[94]*", "otros mencionan profe cuando hay 9 unos, 18 unos, la división es exacta es decir cuando la cantidad de unos es un múltiplo de nueve*[95]*"*.

En el desarrollo del enciso c ellos concluyen que no da el mismo resultado. Para visualizar mejor el trabajo de los estudiantes ver anexo 2.

Motivación por el aprendizaje:

Los estudiantes se notan muy interesados al ver las curiosidades de la tabla del nueve, al empezar a resolver la cuarta pregunta se nota en sus rostros lasorpresa al contrastar las respuestas entre ellos, al final de la novena división ven la importancia de siempre comprobar sus resultados, la gran mayoría logra solucionar la pregunta 4 con sus tres encisos, en la totalidad de los estudiantes se nota el agrado por participar y resolver las preguntas planteadas, transformando el entorno tradicional de enseñanza por un ambiente más agradable y dinámico, donde el docente se convierte en un observador.

Logros:

Los estudiantes se motivan al ver las curiosidades de la tabla del 9 y resuelven la actividad con gran interés, en cuanto a la parte cognitiva la gran mayoría llego a la respuesta de cada pregunta planteada, se encuentran diversas conclusiones suministrada por los estudiantes. Los estudiantes a través de la manipulación logran

[94] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.
[95]Ibídem.

asimilar mucho mejor los conocimientos, a su vez el trabajo en equipo y la socialización de las respuestas permitió el despeje de dudas sin la intervención del docente, se logra constatar que este tipo de actividades mejora la creatividad de los estudiantes en la solución de problemas.

Dificultades:

En el desarrollo de la actividad a pesar de la motivación por resolver los problemas y los logros obtenidos, se precisan las siguientes insuficiencias:

- Insuficiencias en la redacción correcta de las ideas planteadas.
- Algunos estudiantes presentan dificultad en la interpretación del enunciado lo que impide el desarrollo exitoso de la actividad.
- El mal desarrollo del algoritmo de la división por parte de algunos estudiantes.

4.1.3. Actividad 3. Las regletas de Cuisenaire

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual. Los estudiantes mostraron interés y agrado al trabajar en la actividad propuesta, está se inicia realizando hincapié en las 4 etapas de resolución de problemas. Se puede visualizar las regletas construidas por los estudiantes en la Figura 6, si se desea profundizar sobre la construcción de las regletas por parte de los estudiantes ver anexo 2.

Figura 6. Regletas construidas por un estudiante.

A continuación se desarrolla la actividad en dos momentos diferentes, el primer momento se realizó de forma individual, donde cada estudiante interactúa con las regletas con ejercicios previos descritos por el docente, en este momento los estudiantes hallan el mínimo común múltiplo con las regletas, se demuestra gran participación por parte de los estudiantes, una vez finalizado este proceso se halla el máximo común divisor, al igual que en el caso anterior los estudiantes desarrollan los problemas con gran interés y de forma acertada, a continuación se muestra una imagen del trabajo realizado por los estudiantes, si se desea profundizar sobre la actividad realizada observar figura 7 y ver el anexo 2, o visualizar el CD anexo 3.

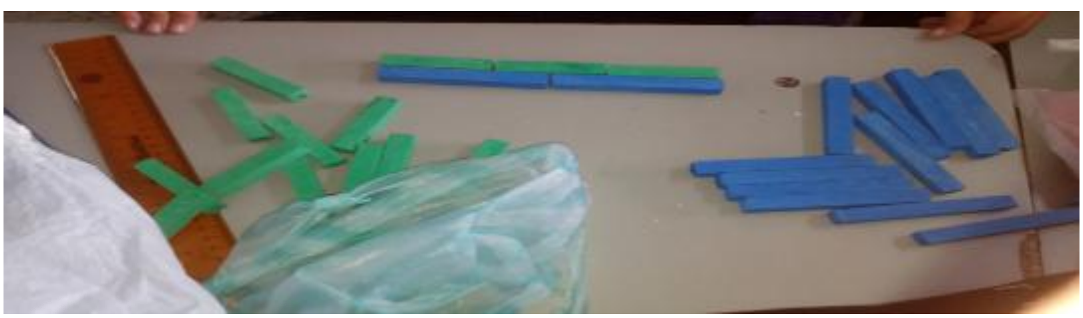


Figura 7. Estudiante manipulando las regletas.

Se inicia un segundo momento donde se reúnen por equipos de trabajo, y se les plantean dos problemas retadores, para que sean desarrollados a partir de la manipulación de las regletas, a su vez se enfatiza que tengan presente las cuatro etapas de resolución de problemas, poco a poco se nota la interiorización del proceso antes de enfrentar un problema, para profundizar sobre la actividad realizada observar el anexo 2, o visualizar el CD anexo 3.

Motivación por el aprendizaje:

Los estudiantes se motivan y demuestran gran interés al operar con las regletas, les parece muy agradable poder manipular el hallazgo de conceptos como el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor, la gran mayoría logra solucionar las pregunta planteadas, en la totalidad de los estudiantes se nota el agrado por participar, transformando el entorno tradicional de enseñanza por un ambiente más agradable y dinámico, donde el docente se convierte en un observador.

Logros:

Los estudiantes se motivan y resuelven la actividad con gran interés, en cuanto a la parte cognitiva la gran mayoría llego a la respuesta de cada pregunta planteada, se encuentran diversas conclusiones suministrada por los estudiantes. Los estudiantes a través de la manipulación logran asimilar mucho mejor los conocimientos, a su vez el trabajo en equipo y la socialización de las respuestas permitió el despeje de dudas sin la intervención del docente, se logra constatar que este tipo de actividades mejora la creatividad de los estudiantes en la solución de problemas.

Dificultades:

En el desarrollo de la actividad a pesar de la motivación por resolver los problemas y los logros obtenidos, se precisan las siguientes insuficiencias:

- Insuficiencias en la redacción correcta de las ideas planteadas.

- Algunos estudiantes presentan dificultad en la interpretación del enunciado lo que impide el desarrollo exitoso de la actividad.
- El trabajo con las regletas se vuelve un poco engorroso, además ejercicios con números grandes, es de difícil desarrollo.
- Si el ejercicio no es claro para los estudiantes se pierde la atención de los estudiantes y se genera problemas con vivenciales.

4.1.4. Actividad 4. Primos relativos

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual. Los estudiantes mostraron interés y agrado al trabajar en la actividad propuesta, está se inicia realizando hincapié en las 4 etapas de resolución de problemas.

Como primer paso se muestra a los estudiantes la escena de la película duro de matar 3, en esta escena los protagonistas tienen que desactivar una bomba a partir de un problema, se encuentran dos garrafas de agua una con una capacidad de 5 litros y la otra con una capacidad de tres litros, el problema es dejar en una de ella exactamente 4 litros, una vez lo realicen deben colocar la botella con 4 litros exactamente sobre una balanza y la bomba se desactivara, si la botella pesa más o menos la bomba explotará, ver video anexo 3.

Una vez mostrada la escena de la película, iniciamos el momento número dos, donde los estudiantes se reúnen por equipos de trabajo, se les indica que vamos a recrear esta situación, iniciamos con una botella de 2 litros y otra de 3 litros, con el objetivo que en una de ellas deben traer exactamente 1 litros de agua, cómo las botellas de los estudiantes se encuentran pintadas y cubiertas no es posible ver en donde se encuentra el agua de cada una de las botellas con la intensión que los estudiantes no intenten llenar hasta la mitad la botella de 2 litros, para profundizar sobre la actividad realizada observar el anexo 3, o visualizar el CD anexo 4. A continuación se muestra una imagen del trabajo desarrollado por los estudiantes en la figura 8.

Figura 8. Estudiantes llenando las botellas de agua.

Una vez ellos encuentren la solución se acercan donde el docente, éste tiene una balanza donde colocan la botella con el peso solicitado, si es correcto el docente le dice han desactivado la bomba, de lo contrario menciona hemos explotado han fallado, una vez la totalidad de los grupos han pasado donde el profesor este les pregunta que si solo existe una posible solución o pueden encontrar otra y cuantas soluciones permite el problema. Ahora los estudiantes culminan la guía con las actividades propuestas.

Motivación por el aprendizaje:

Los estudiantes se motivan y demuestran gran interés al observar la escena y tener que recrearla con sus compañeros de clase, la actividad es muy agradable para los estudiantes y presenta un gran impacto para ellos, logran observar la importancia de probar los resultados que ellos plantean a los problemas, ya que los primeros 2 grupos al pasar y no hacer la comprobación corrían el riesgo de explotar y fallar en el intento de solucionar el problema, en este punto de la actividad han asimilado las cuatro etapas sobre la resolución de problemas,en la totalidad de los estudiantes se nota el agrado por participar, transformando el entorno tradicional de enseñanza por un ambiente más agradable y dinámico, donde el docente se convierte en un observador.

Logros:

Los estudiantes se motivan y resuelven la actividad con gran interés, en cuanto a la parte cognitiva la gran mayoría llego a la respuesta de cada pregunta planteada, se encuentran diversas conclusiones suministrada por los estudiantes. Los estudiantes a través de la manipulación logran asimilar mucho mejor los conocimientos, a su vez el trabajo en equipo y la socialización de las respuestas permitió el despeje de dudas sin la intervención del docente, se logra constatar que este tipo de actividades mejora la creatividad de los estudiantes en la solución de problemas.

Dificultades:

En el desarrollo de la actividad a pesar de la motivación por resolver los problemas y los logros obtenidos, se precisan las siguientes insuficiencias:

- La falta de agua en la institución.
- Algunos estudiantes no trajeron las botellas completas.

4.1.5. Actividad 5. Lógico matemático

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual, y en un segundo momento de forma grupal. Los estudiantes mostraron interés y agrado al trabajar en la actividad propuesta, está se inicia realizando hincapié en las 4 etapas de resolución de problemas.

La actividad consta de 10 problemas mentales, los cuales han sido distribuidos así: los primeros son problemas que buscan en el estudiante generar unamotivación por el desarrollo de la actividad, luego unos problemas intermedios y por último unos problemas de mayor dificultad en la resolución del mismo, los estudiantes por equipos de trabajo, buscando que entre ellos lleguen a la respuesta por diferentes rutas y compruebe los resultados.

El problema 1 genera dificultades a algunos estudiantes ya que desconocen el número de jugadores de un equipo de baloncesto, sin embargo en el equipo de trabajo se logra solucionar las inquietudes, una vez resuelto el problema comparan la respuesta asignada por cada uno de ellos, entre ellos corrigen los errores presentados, se puede observar el trabajo de los estudiantes en la siguiente figura9.

Figura 9. Estudiantes discutiendo sobre los problemas.

El problema 2 al comienzo genero dificultades en el desarrollo, ya que los estudiantes no comprendían lo que tenían que tenían que hacer, los estudiantes en el equipo de trabajo diseñan una estrategia para comprender el problema y es una comparación de canicas con los colores, empiezan a distribuir una cierta cantidad entre dos y observar si esta misma se puede entre tres, prosiguen hasta que logran establecer que es un mismo número divisible entre todos los mencionados, llegando a la respuesta esperada, se puede observar el video de como los estudiantes realizan la comparación de la pregunta en el CD anexo 5.

El problema 3 este problema se caracterizó por la forma como cada estudiante abordo el problema, unos grupos decidieron realizar una comparación entre fechas para saber cuándo volvían a coincidir los dos barcos en la fecha de salida, mientras que otros estudiantes lo resolvieron utilizando el algoritmo matemático (M.C.M) para llegar a la solución, sin embargo, 1 grupo conformado por 5 estudiantes no lograron llegar a la respuesta, el docente tuvo que intervenir y orientar como resolver el problema, después de un seguimiento y orientación continua se estableció la respuesta.

El problema 4 fue de agrado para los estudiantes, la mayoría lo resolvió utilizando un método similar a la Criba de Eratóstenes, es su totalidad lograron resolver el problema, en este punto cabe la pena aclarar, que los estudiantes en el equipo de trabajo antes de solucionar el problema discutían las ideas personales o estrategia de cómo abordar el problema, y entre ellos escogían el método que consideraban el más apropiado, si algún estudiante del equipo de trabajo no comprendía el método a utilizar lo explicaban hasta que todos estuviesen de acuerdo.

El problema 5 al igual que el problema anterior este problema fue muy agradable para los estudiantes, aunque al comienzo a varios grupos le costó un poco el comprenderlo, todos estaban muy interesados en la solución, cada grupo mencionaba cual era el menor entero positivo luego realizaron una comparación con el problema y así la mayoría llego a la respuesta esperado por el docente.

En este punto termina el día con el grupo de trabajo y la actividad queda aplazada para la siguiente clase de matemáticas, se realiza un cuestionamiento de cómo le pareció la actividad, con respuestas positivas por parte de los estudiantes se reinicia en la siguiente clase.

La actividad reinicia con los mimos equipos de trabado de la clase anterior, el problema ocasiona diversas dificultades a los equipos de trabajo, varios equipos de trabajo inician desarrollando el método del tanteo realizando divisiones consecutivas que cumplan con los criterios establecidos, es necesario intervención por parte del docente en la mayoría de los equipos de trabajo, se orienta y brindan algunas pistas que encaminen a los estudiantes a resolver el problema, a pesar de la dificultad que encuentran los estudiantes al problema de la actividad, persisten en hallar la respuesta.

El desarrollo de la pregunta 7 generó a tres equipos de trabajo de los estudiantes un poco de dificultades, ya que estos presentan falencias en la interpretación del enunciado de un problema, sin embargo un grupo de trabajo fue capaz de salir adelante en la solución, los otros dos grupos fue necesario la intervención por parte del docente, orientándolos y brindando pistas de como imaginarse el método a emplear en la solución, en conclusión está pregunta fue desarrollada aceptablemente por la totalidad de los estudiantes.

La pregunta 8 fue abordada por los estudiantes de la siguiente manera, ellos iniciaron realizando una comparación con el problema 5 de la presente actividad, una vez comparaban procedían a realizar una tabla con los números del 1 al 35 encerrando los números que eran divisibles por los cuadrado perfectos, al igual que en los problemas anteriores los estudiantes presentaron algunas dificultades al comienzo de la actividad, sin embargo se plasma el mejoramiento en la resolución de problemas, ya que ellos buscan alternativas en la solución del problema.

La pregunta 9 los estudiantes responden a esta pregunta

La pregunta 10 le origino a la gran mayoría dificultades, sin embargo los estudiantes lograron sacar adelante la solución del problema.

Motivación por el aprendizaje:

Al inicio de la actividad los estudiantes se encuentran perturbados por la dificultad de los problemas, sin embargo muestran gran interés al plantear soluciones a los diferentes problemas, nuevamente se encuentran respuestas acertadas por parte de los estudiantes y se nota el agrado por participar, transformando el entorno tradicional de enseñanza por un ambiente más agradable y dinámico, donde el docente se convierte en un observador.

Logros:

Los estudiantes se motivan y resuelven la actividad con gran interés, en cuanto a la parte cognitiva la gran mayoría llego a la respuesta de cada pregunta planteada, se encuentran diversas conclusiones suministrada por los estudiantes. Se pudo observar el gran avance de los estudiantes en la resolución de problemas, se observó que al encontrar un problema con mayor dificultad al solucionarlo por parte del equipo de trabajo, transforman el problema o utilizan un ejemplo con un problema más sencillo para trazar un plan para el desarrollar la actividad. Los estudiantes a través de la manipulación logran asimilar mucho mejor los conocimientos, a su vez el trabajo en equipo y la socialización de las respuestas permitió el despeje de dudas sin la intervención del docente, se logra constatar que este tipo de actividades mejora la creatividad de los estudiantes en la solución de problemas.

Dificultades:

En el desarrollo de la actividad a pesar de la motivación por resolver los problemas y los logros obtenidos, se precisan las siguientes insuficiencias:

- Lectura e interpretación por parte de algunos estudiantes.
- Algunos estudiantes se distraen con gran facilidad en clase.

4.1.6. Actividad 6. Problemas Retadores

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual, y en un segundo momento de forma grupal. Los estudiantes mostraron interés y agrado al trabajar en la actividad propuesta, está se inicia realizando hincapié en las 4 etapas de resolución de problemas.

El problema 1 causa dificultad al comienzo de la actividad, los estudiantes optan por multiplicar 84 por uno, 84 por dos y así sucesivamente, y hallar los múltiplos de 60, para esto se reparten la actividad en los equipos de trabajo, de la siguiente manera, unos van hallar los múltiplos de 60 mientras otros van a hallar los números que son solicitados, lo importante que se observa es que ellos no deciden realizar las 60 multiplicaciones sino no las diez primeras y encontrar los múltiplos de 60 en estos diez primeros números, cuando los equipos comparan encuentran inmediatamente que los múltiplos de 60 terminan en cero lo cual facilita el proceso, ellos observan que cada 10 multiplicaciones aparecen dos múltiplos de 60 lo cual les da un total de 12 múltiplos, al indagar porque habían elegido ese método se encuentran respuestas como "*profe tomamos el ejemplo de la actividad 4", "profe es una curiosidad", "los 10 primeros múltiplos de 84, su última cifra se repite cada ciertos números por eso va aparecer dos veces el cero",* a continuación se puede observar una figura 10.

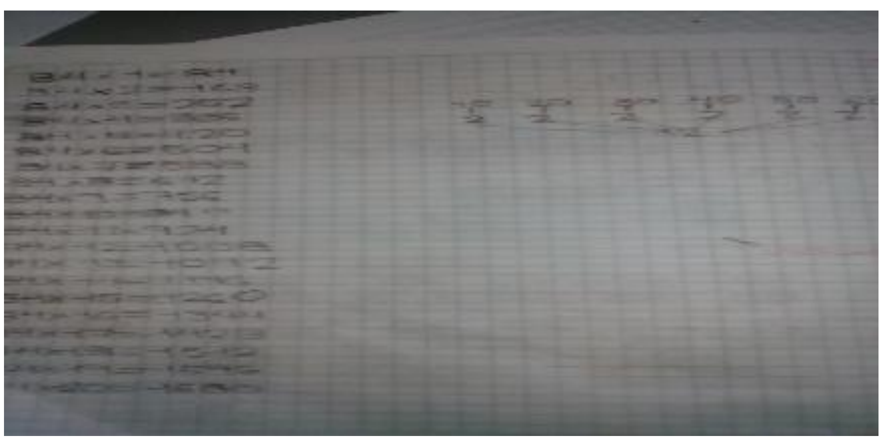


Figura 10. Solución a la pregunta del problema por parte de un estudiante.

Para el desarrollo del problema 2 los estudiantes en equipos de trabajo inician discutiendo los criterios de divisibilidad, recuerdan entre ellos cada uno de los criterios hasta llegar al cuatro, unos equipos de trabajo mencionan *"profe nos puso el* *más difícil[96]", "profe si es tramposo porque no puso por cinco[97]"*, una vez los equipos de trabajo establecen el criterio de divisibilidad del 4, ellos establecen el dígito faltante en el número del problema, la mayoría de los equipos de trabajo le causo dificultad el desconocimiento de los criterios, sin embargo, fue positivo el ver el interés al investigar los criterios para resolver el problema, en cuanto a la primera respuesta los estudiantes bromean entre ellos como le ayudarían al compañero a solucionar la pregunta en el concurso, es muy positivo escuchar en ellos la importancia de aprender y recordar conceptos como estos que en realidad son muy sencillos; por otro lado responden correctamente la pregunta número 2 y 3. Sin embargo en dos grupos persisten las dificultades en la interpretación, fue necesaria la intervención por parte del docente orientando a los estudiantes para llegar a la solución del problema, para observar el trabajo realizado por los estudiantes ver anexo 5 o ver CD anexo 6.

El problema 3 fue abordado por los estudiantes de la siguiente manera, inicialmente ellos debaten en el equipo de trabajo los números que son divisibles por tres *"si se suman los números el número está en la tabla del tres", "sume y mire si está en la tabla del tres[98]",* una vez establecieron este aspecto continuaron a desarrollar el problema, inicialmente establecen cuál es el primer número y cuál es el último número introducido en la caja, algunos inician tratando a escribir todos los números para señalar los números que sean divisores de 3 ni de 5, observan que es un método ortodoxo y poco provechoso, genialmente cambian su plan de solución por

[96] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.
[97] Ibídem.
[98] Ibídem.

uno más práctico, En el primer momento los estudiantes leen el problema individualmente, cada uno plantea algunas opciones de soluciones al problema.En un segundo momento los estudiantes se reúnen por equipos de trabajo, en este momento entre ellos comienzan a mencionar las opciones de solución que cada uno diseño para enfrentar el problema, se puede observar como los estudiantes han mejorado en la solución de problemas y plantean novedosas soluciones al problema, en un equipo de trabajo un estudiante que explica cómo solucionar el problema, explica a sus compañeros sus ideas de solución, lo explica tomando un ejemplo más sencillo, toma 10 colores y dice *"el primer color tiene el número 100, qué número tendrá el último color[99]"* a cuya respuesta general del equipo de trabajo es 110, a continuación extraen los números que no son divisibles entre 3 ni entre 5, ahora ellos mismos plantean el problema con 200 colores y dicen no sacamos todos los que terminen en cero y cinco, y ahora no sacamos los múltiplos de tres, así los estudiantes llegan a la respuesta. Los otros equipos de trabajo plantean soluciones diferentes y novedosas, sin embargo, 2 equipos presentan dificultades en la solución del problema, aun así se logra observar una pequeña mejoría en los equipos de trabajo con falencias en la solución de los problemas retadores.

Problema cuatro se desarrolló de la siguiente manera, en el primer momento los estudiantes leen el problema individualmente, cada uno plantea algunas opciones de soluciones al problema. En un segundo momento los estudiantes se organizan por equipos de trabajo, esta actividad en particular le causa muchas dificultades a la totalidad de los estudiantes, es necesaria la intervencióndel docente para orientar la

[99] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.

solución del problema, a pesar de las múltiples orientaciones y pistas suministradas por el docente es necesario desarrollar el problema, a pesar de desarrollar el problema algunos estudiantes se muestran atónicos con la solución y se refleja en sus rostros el poco entendimiento de la solución.

Este problema le causo muchos problemas a los estudiantes se necesitó la intervención orientación y explicación por parte del docente, aun así se refleja los rostros de incertidumbre por parte de los estudiantes, se explica el proceso para solucionar esta actividad, a continuación se observa el trabajo desarrollado por los estudiantes en la figura 11.

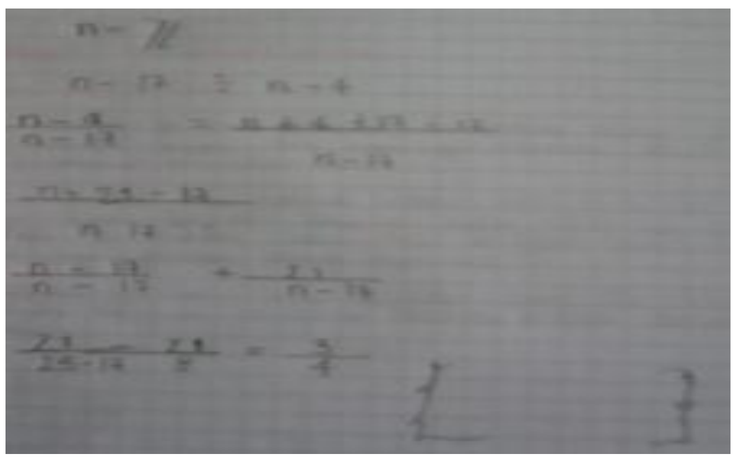


Figura 11. Solución a la pregunta del problema por parte de un estudiante.

El problema quinto es desarrollado por los estudiantes así en un primer momento los estudiantes leen el problema individualmente, cada uno plantea algunas opciones de soluciones al problema. En un segundo momento los estudiantes se reúnen en equipos de trabajo, antes de iniciar el desarrollo de la actividad los estudiantes mencionan *"profe más facilito el anterior estaba muy difícil*[100]*"*, los estudiantes al inicio de la actividad, no vislumbran alguna solución posible, el docente interviene

[100] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.

realizando un comentario motivador, ya que se persibe que están un poco aturdidos por el problema anterior, poco a poco los estudiantes van encontrando la solución al empezar a comprender el problema, a continuación se describe como los estudiantes plantean el proceso de solución:

Inician observando el último dígito antes de los puntos suspensivos, mencionando diferentes ideas de cómo solucionar el problema, otros equipos de trabajo inician contando los dígitos que se observan, poco a poco los diferentes equipos logran observan la secuencia de repetición de la serie de dígitos, entre ellos mencionan "*cada 7 números inician nuevamente*[101]", una vez observan esto, los estudiantes inician a descubrir valores más cercanos, como hallar las cifras del número con 49 dígitos, posteriormente con 56 dígitos, fácilmente observan que el número se está ampliando con cierta cantidad de dígitos los cuales son múltiplos de siete, ellos dividen 2005 entre 7, entonces dicen sobran 3, "*entre ellos dicen para que la división sea exacta el último número debe ser 2 o 9*[102]" , si es dos entonces el número es 2002, entonces el número reinicia 182 para que sea 2005. Así logran responder a las preguntas de las actividades, a continuación se muestran las siguientes imágenes para observar el desarrollo del trabajo:

Otro equipo de trabajo aborda el problema con gran incertidumbre y un poco de desgano por la dificultad del problema anterior, es necesario la intervención por parte del docente para elevar la motivación de los estudiantes, se menciona que a pesar de no haber podido resolver el problema anterior no implica que no puedan resolver los siguientes problemas, después de que los estudiantes comienzan a desarrollar el

[101] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.
[102] Ibídem.

problema se ven nuevamente entusiasmados, la mayoría logra responder el problema correctamente, sin embargo a dos gruposes necesaria la intervención por parte del docente para orientar la solución del problema. Si se desea visualizar sobre el trabajo realizado por los estudiantes ver CD anexo 6.

Motivación por el aprendizaje:

Al inicio de la actividad los estudiantes se encuentran perturbados por la dificultad de los problemas, sin embargo muestran gran interés al plantear soluciones a los diferentes problemas, al enfrentar problemas cuya dificultad es mayor se notan un poco nerviosos y ansiosos al momento de leer la actividad, sin embargo, se notan muy interesados en el desarrollo del trabajo, al encontrar soluciones similares entre ellos llaman ansiosamente al docente para comprobar cuál de ellos tiene la razón, el docente para mantener el interés elevado es cuidadoso en mencionar pequeños errores de algunos estudiantes en los equipos de trabajo, sin embargo la gran mayoría realiza procesos correctos evidenciando que un problema puede ser solucionado de formas diferentes nuevamente se encuentran respuestas acertadas por parte de los estudiantes y se nota el agrado por participar, transformando el entorno tradicional de enseñanza por un ambiente más agradable y dinámico, donde el docente se convierte en un observador.

Logros:

Los estudiantes se motivan y resuelven la actividad con gran interés, en cuanto a la parte cognitiva la gran mayoría llego a la respuesta de cada pregunta planteada, se encuentran diversas conclusiones suministrada por los estudiantes. Se pudo observar el gran avance de los estudiantes en la resolución de problemas, se observó que al encontrar un problema con mayor dificultad al solucionarlo por parte del equipo de trabajo, transforman el problema o utilizan un ejemplo con un problema más sencillo para trazar un plan para el desarrollar la actividad. Los estudiantes a través de la manipulación logran asimilar mucho mejor los conocimientos, a su vez el trabajo en equipo y la socialización de las respuestas permitió el despeje de dudas sin la intervención del docente, se logra constatar que este tipo de actividades mejora la creatividad de los estudiantes en la solución de problemas.

Dificultades:

En el desarrollo de la actividad a pesar de la motivación por resolver los problemas y los logros obtenidos, se precisan las siguientes insuficiencias:

- Lectura e interpretación por parte de algunos estudiantes.
- El problema 6.4 resulto demasiado complejo para los estudiantes, ningún grupo logro plantear un método para solucionar el problema.
- Algunos estudiantes se distraen con gran facilidad en clase.

4.1.7. Actividad 7. Retos en la vida cotidiana

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, Esta actividades son planteadas como problemas cotidianos, donde los estudiantes asimilan el problema como situaciones que les suceden o pueden sucederles en cualquier lugar de su entorno social.

El primer problema inicia con varias dificultades entre los estudiantes, es necesaria la intervención por parte del docente, las falencias de los estudiantes radican en el desconocimiento del porcentaje, su algoritmo y solución, el docente se obligado a orientar sobre conceptos de porcentaje y mostrar el algoritmo de solución, planteando algunos ejemplos donde los estudiantes encuentran el porcentaje de algunos cifras, termina la clase y la actividad queda postergada para la siguiente clase.

Al inicio de la clase el docente nuevamente entrega la actividad y los estudiantes prosiguen con el desarrollo de la actividad, una vez hecha la intervención por parte del docente los estudiantes en el equipo de trabajo inician con apuntes como *"mira si hay cupo para 100 personas el 30 por ciento es treinta entonces están sentadas 70*[103]*"* , "*entonces 30 personas más el treinta por ciento es 60*[104]*"* ellos analizan en este punto que los resultados no son los mismos, al realizar el mismo procedimiento con un cupo de 75 personas logran observar que los resultados coinciden a lo cual ellos dicen "*esa es la respuesta"*, en este punto el docente observa que nuevamente los estudiantes toman un ejemplo más sencillo para comprender el problema, y luego trazan un plan para su solución, la totalidad de los equipos de trabajo inician por el teatro con un cupo de 100 personas, el docente les preguntan qué porque inician por ese dato a lo cual ellos responden *"profe es el más fácil de hallar*[105]*", "profe es más fácil por aquí y si no nos da, es la otra y solo nos queda comprobar*[106]*"* una vez más se evidencia que los estudiantes han asimilado perfectamente las etapas de resolución de problemas. A continuación se evidencia el trabajo por parte de los estudiantes en la figura 12.

[103] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.
[104]Ibídem.
[105]Ibídem.
[106]Ibídem.

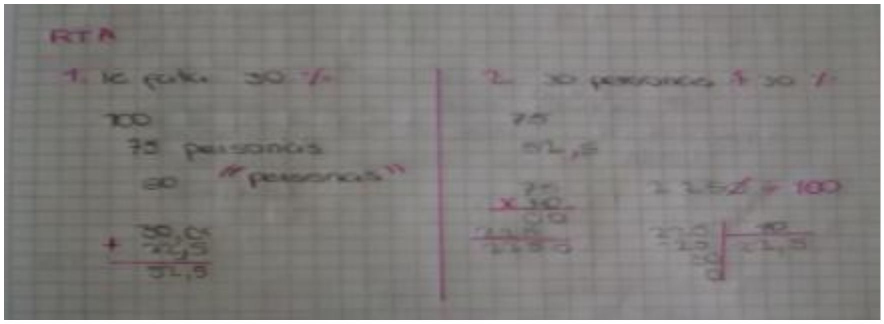


Figura 12. Solución del problema por parte de los estudiantes.

El problema número 2 es de gran agrado para los estudiantes, se resuelve en dos momentos diferentes, en un primer momento los estudiantes leen el problema de forma individual, en un segundo momento los estudiantes comparten sus ideas en los equipos de trabajo, en este punto ellos empiezan a realizar la actividad contando con su mano de acuerdo a las indicaciones de la actividad, ellos mencionan ideas como *"mira en el dedo índice siempre da un número que está en la tabla del ocho[107]", "si si en el dedo índice siempre da un múltiplo de ocho[108]"* una vez establecen esto, remiten a la actividad y a las preguntas propuestas, para responder las tres primeras les es de gran agrado y comprenden fácilmente llegando a las respuestas correctas, se puede observar el trabajo realizado por los estudiantes al resolver esta pregunta de la actividad observando el CD anexo 7.

Se puede observar que los estudiantes están planteando las cuatro etapas en la resolución de problemas, así ellos están mejorando y llegando hacer buenos resolutores de problemas, afianzando sus conocimientos y mejorando su agrado por aprender matemáticas, en la figura 13 se nota como una estudiante se queda analizando el problema para darle solución:

[107] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.
[108] Ibídem.

Figura 13 Estudiante leyendo la actividad para comprender el problema.

El problema 3 es abordado por los estudiantes, en dos momento diferentes, el primero es echo a partir de una lectura individual, en un segundo momento los estudiantes comparten sus ideas del problema con sus compañeros en los equipos de trabajo, a su vez ellos plantean los mecanismos para solucionar el problema de formas ingeniosas un equipo de trabajo plantean la siguiente solución (comienzan a escribir números de acuerdo con las condiciones del problema, como Andrés lleva tres cajas y Julián lleva dos sumemos y el resultado de Andrés debe ser el doble de Julián) en este proceso se puede observar que los estudiantes resuelven el problema de una forma ingeniosa, otro equipo de trabajo utiliza un método similar, pero lo resuelven dividiendo el trabajo, para agilizar su solución, ellos dicen "*el primer número es A el segundo es B y así sucesivamente, ustedes sumen A,B y nosotros C,D y E*[109]" así sucesivamente se reparten el trabajo hasta que llegan a la respuesta deseada.

Este problema les resulta de gran agrado para desarrollar la totalidad de los estudiantes logran llegar a la respuesta correcta, el docente no tiene necesidad de

[109] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.

intervenir en ningún equipo de trabajo, sin embargo recorrió todo el salón y pregunto a cada grupo como habían planteado solucionar el problema, en este punto se reconoce que aunque todos diseñaron métodos diferentes el sistema era el mismo, a continuación se muestra una imagen donde se puede observar el trabajo desarrollado por los estudiantes, en la figura 14.

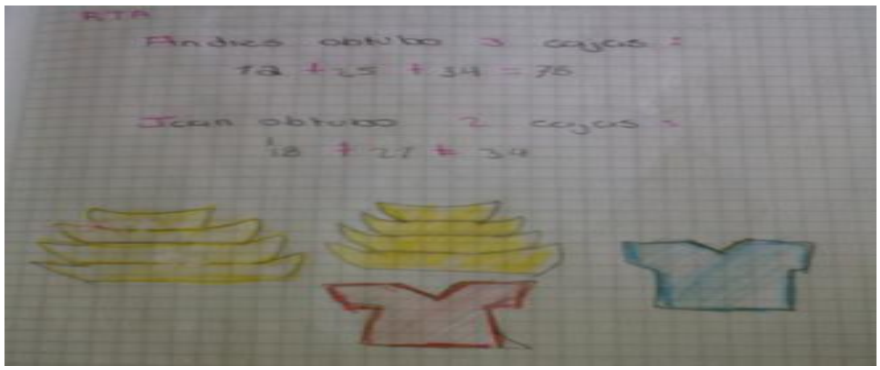


Figura 14. Solución propuesta por un estudiante.

El problema 4 es abordado por los estudiantes, en dos momento diferentes, el primer momento es echo a partir de una lectura individual, en un segundo momento los estudiantes comparten sus ideas del problema con sus compañeros en los equipos de trabajo, este problema les resulta muy difícil a los estudiantes, es necesaria la intervención por parte del docente, desafortunadamente el problema no lo puede resolver ningún equipo de trabajo, a pesar de la intervención del docente y orientaciones brindadas por él mismo, los estudiantes no comprenden la solución del problema. Se nota la desilusión de los estudiantes ante el problema una vez más el problema resulto demasiado difícil para los estudiantes como el problema anterior de la actividad ya analizada.

El problema 5 es abordado por los estudiantes, en dos momento diferentes, el primero es echo a partir de una lectura individual, en un segundo momento los estudiantes comparten sus ideas del problema con sus compañeros en los equipos de trabajo, los estudiantes inician algo desilusionados por la dificultad del ejercicio anterior y dicen *"profe el anterior estaba fuera de este planeta*[110]*",* el docente inicia la actividad con una pequeña orientación a la solución de la actividad para mantener el interés de los estudiantes en la solución del problema, y evitar que los estudiantes pierdan motivación en la solución de los problemas correspondientes a esta actividad, a continuación los equipos de trabajo inician con una lluvia de ideas, algunos estudiantes mencionan *"miren son 4000 postres de dos sabores en total y se han comido algunos de ambos sabores cuantos quedan*[111]*"*, los estudiantes platean el problema, con un ejemplo más sencillo, ellos toman esferos negros y rojos, como son cinco por equipos asimilan el problema a diez en total, cada estudiante coloca dos esferos en los escritorios y los reunene todos completando un total de 10 esferos, ahora un estudiante saca dos rojos y tres negros, uno de ellos dice *"miren los esferos que quedan rojos equivale a* $\frac{5600}{99}$ *y los tres esferos negros que quedan equivalen a* $\frac{2100}{37}$ *cuantos esferos eran en total 10, entonces sacamos 5 porque eran 10*[112]*"* ahora los estudiantes realizaron el siguiente proceso para solucionar el problema como se ve en la siguiente figura 15:

[110] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.
[111] Ibídem.
[112] Ibídem.

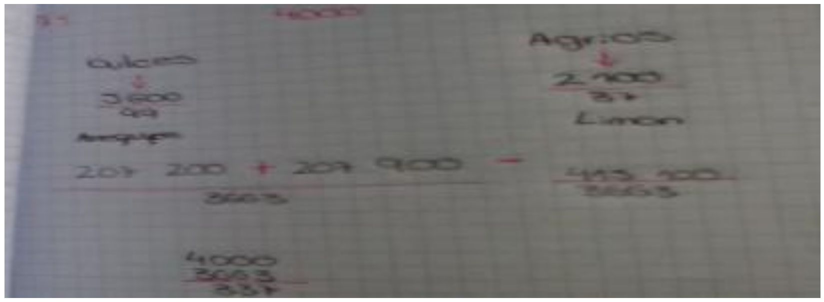


Figura 15. Propuesta de solución de un estudiante.

Los estudiantes lograron solucionar el problema, utilizaron diferentes métodos para solucionar el problema sin embargo al final el proceso fue muy similar, los estudiantes utilizan con gran agilidad la utilización de un ejemplo más sencillo para comprender el problema, para profundizar la visualización del trabajo realizado se puede observar, anexo 6 y ver CD anexo 7.

Motivación por el aprendizaje:

Al inicio de la actividad los estudiantes se encuentran perturbados por la dificultad de los problemas, sin embargo muestran gran interés al plantear soluciones a los diferentes problemas, al enfrentar problemas cuya dificultad es mayor se notan un poco nerviosos y ansiosos al momento de leer la actividad, sin embargo, se notan muy interesados en el desarrollo del trabajo, al encontrar soluciones similares entre ellos llaman ansiosamente al docente para comprobar cuál de ellos tiene la razón, el docente para mantener el interés elevado es cuidadoso en mencionar pequeños errores de algunos estudiantes en los equipos de trabajo, sin embargo la gran mayoría realiza procesos correctos evidenciando que un problema puede ser solucionado de formas diferentes nuevamente se encuentran respuestas acertadas por parte de los estudiantes y se nota el agrado por participar, transformando el entorno tradicional de enseñanza por un ambiente más agradable y dinámico, donde el docente se convierte en un observador.

Logros:

Los estudiantes se motivan y resuelven la actividad con gran interés, en cuanto a la parte cognitiva la gran mayoría llego a la respuesta de cada pregunta planteada, se encuentran diversas conclusiones suministrada por los estudiantes. Se pudo observar el gran avance de los estudiantes en la resolución de problemas, se observó que al encontrar un problema con mayor dificultad al solucionarlo por parte del equipo de trabajo, transforman el problema o utilizan un ejemplo con un problema más sencillo para trazar un plan para el desarrollar la actividad. Los estudiantes a través de la manipulación logran asimilar mucho mejor los conocimientos, a su vez el trabajo en equipo y la socialización de las respuestas permitió el despeje de dudas sin la intervención del docente, se logra constatar que este tipo de actividades mejora la creatividad de los estudiantes en la solución de problemas.

Dificultades:

En el desarrollo de la actividad a pesar de la motivación por resolver los problemas y los logros obtenidos, se precisan las siguientes insuficiencias:

- Lectura e interpretación por parte de algunos estudiantes.
- El problema 7.4 resulto demasiado complejo para los estudiantes, ningún grupo logro plantear un método para solucionar el problema.
- Algunos estudiantes se distraen con gran facilidad en clase.

4.1.8. Actividad 8. Cripto aritmética

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, se plantea como algo nuevo para los estudiantes lo cual es muy acertado ya que despierta el interés en los estudiantes.

El problema uno de la actividad se desarrolla en equipos de trabajo, en un primer momentos se solicita a los estudiantes de leer el problema individualmente, a continuación en el equipo de trabajo se planteen las estrategias que cada uno plantee para afrontar el problema, es necesaria la intervención del docente para orientar cual es el objetivo de la criptoaritmética, se les menciona que deben hallar el valor de la incógnita o incógnitas que cumpla con las condiciones establecidas en la actividad.

Los estudiantes inician planteando una división cualquiera donde se cumpla con las condiciones de la actividad, algunos grupos plantean la división 37 dividido 7, otros 26 dividido 6, en este punto se puede observar que lo primero que hace la mayoría de los estudiantes es dar ejemplos más sencillos para comprender el problema, una vez hacen esto entre ellos discuten que deben hacer, en este punto encuentro comentarios como *"mira 5 por 7 es igual a 35 más 2 es 37, ya sé cómo hacerlo[113]"* se puede analizar que los estudiantes están implementando las cuatro etapas sobre resolución de problemas, a continuación se muestran algunas imágenes del trabajo de los estudiantes, en la figura 16.

[113] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.

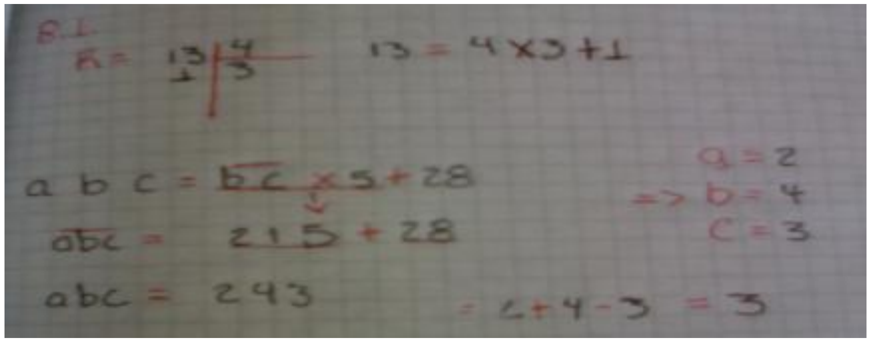


Figura 16. Desarrollo al problema por parte de un estudiante.

Si se desea profundizar en el trabajo desarrollado por los estudiantes observar anexo 7 y ver CD anexo 8.

Esta actividad se concluye finalmente con el desarrollo correcto de todos los equipos de trabajo, se muestra un gran avance de los dos equipos que presentaban dificultades en el desarrollo de las actividades anteriores, sin embargo fue necesaria nuevamente la intervención por parte del docente para aclarar algunas dudas que presentaban los estudiantes.

El interés y agrado por el desarrollo de las actividades por parte de los estudiantes es elevado, se encuentran comentarios al finalizar la clase como "*profe ya se acabó la clase agggg*[114]*", "profe podemos desarrollarla en la casa y mañana nos trae otra*[115]*",* nuevamente se concluye que los estudiantes les agrada este tipo de actividades, sin embargo es muy necesario tener presente la dificultad de la actividad, ya que si les resulta muy difícil los estudiantes abandonan la actividad y pierden interés en las próximas actividades, y si les resulta muy fácil igualmente pierden interés en el desarrollo de las actividades próximas.

[114] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.
[115] Ibídem.

El problema dos de la actividad se desarrolla en equipos de trabajo, en un primer momentos se solicita a los estudiantes de leer el problema individualmente, a continuación en el equipo de trabajo se planteen las estrategias que cada uno planteo para afrontar el problema.

En el primer momento los estudiantes leen el problema individualmente, cada uno plantea algunas opciones de soluciones al problema. En un segundo momento los estudiantes se reúnen en equipos de trabajo, en este punto los estudiantes comienzan a menciona cosas "*toca decir un número que sea igual y sumado de 1, 11, 21, 31*[116]" así los estudiantes dan comienzo a la actividad, una vez comprendido el problema los estudiantes comienzan a trazar estrategias de solución a la actividad, se puede observar el trabajo realizado por los estudiante en el anexo 7.

El problema tres de la actividad se desarrolla en equipos de trabajo, en un primer momentos se solicita a los estudiantes de leer el problema individualmente, a continuación en el equipo de trabajo se planteen las estrategias que cada uno diseño para afrontar el problema.

Los equipos de trabajo comienzan buscando los valores que desconocen pero que pueden descubrirse de manera sencilla, logran hallar algunos, sin embargo fue necesaria la intervención del docente en algunos equipos de trabajo, cuya inquietud era saber si la rayas equivalen a cero, una vez aclarada esta inquietud los estudiantes hallaban los primeros valores, a continuaciónse escribirá el proceso seguido por un equipo de trabajo, *"miren debemos colocar 10 ya que tiene que dar*

[116] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.

cero[117]", luego se concentraron en el siguiente valor, este valor para ellos era desconocido después de una par de minutos observaban que aunque no podían hallar ese valor si podían hallar el siguiente, uno de los estudiantes grita "*es cuatro"* un par de estudiantes del equipo no comprenden y el estudiante que logra observar el valor de la incógnita les explica, automáticamente uno de los estudiantes dice emocionado ya se otro, "*este también vale 4 porque 4 menos 0 es cuatro*[118]*"* entonces los estudiantes diceneste valor es 245, los alumnos prosiguen tratando en hallar otro número pero les es imposible, en este momento los estudiantes, llaman al docente para solicitar alguna pista para continuar, el docente les solicita que le expliquen cómo han hallado los valores que han encontrado, una vez los escucha les menciona que no les va a brindar ninguna pista u orientación porque no quiere interferir con su plan de desarrollo, pero que no olviden recordar cómo han resuelto algunos problemas anteriores, y losanima y motiva y les dice que ellos pueden lograr solucionar el problema, con esto el docente espera que por sí solos lo estudiantes logren resolver la actividad, el docente continua dando una ronda por el salón observando los demás equipos de trabajo, un par de minutos después los estudiantes emocionados llaman al docente y le dicen *"profe ya pudimos, mire dividimos 245 entre 7 porque aquí es cero, y nos dio 35 ese número va aquí, el último número como es cinco entonces el de arriba también vale 5, mire profe este tiene que valer 2 porque da 70, porque termina en cero, y 35 por otro número que termine en cero no da de dos cifras, este tiene que ser 9 porque 9 menos 7 da 2 solo nos faltan estos dos, profe pero no nos da si aquí es 10, porque este tiene que ser*

[117] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo
[118]Ibídem.

nueve, pero mire profe como este es 105 y me tiene que sobrar 9 este tiene que ser 114[119]*"* el docente analiza la respuesta del equipo de trabajo y acepta la respuesta, los estudiantes emocionados dicen *"profe le ganamos"* a lo que el docente les dice que está muy contento que sus estudiantes logren resolver el problema, y los felicita.

El docente revisa los otros equipos de trabajo y observa que todos llegan a la solución final, sin embargo a algunos equipos de trabajo es necesario dar una mayor cantidad de orientaciones para finalizar la actividad.

El problema cuatro de la actividad se desarrolla en equipos de trabajo, en un primer momentos se solicita a los estudiantes de leer el problema individualmente, a continuación en el equipo de trabajo se planteen las estrategias que cada uno diseño para afrontar el problema.

Los estudiantes inician motivados por el problema anterior, los equipos de trabajo buscan rápidamente el plan de trabajo para dar solución al problema, a continuación se describe la solución que planteoun equipo de trabajo, *"miren tenemos que pensar en tres números cada uno de tres cifras, y los números son diferentes*[120]*"* a continuación los estudiantes llaman al docente y le dicen *"profe mire tenemos que pensar solo en la última cifra y los tres números sumados tienen que dar 4 pero como son tres números la suma tiene que ser 14 ya que como todos los números son iguales tiene que llevar 1 y no sirve llevar 2, por eso tiene que ser 14, entonces es 333+444+777, pero no entendemos que es el máximo que multiplicado de él*

[119] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.
[120]Ibídem.

valor[121]*"* , a esta pregunta el docente interviene y menciona un ejemplo que piensen en los números que sumados den 8, los estudiantes responden, nuevamente el docente dice, con esos resultados con que par de números nos da la multiplicación mayor, *(*los estudiantes responden ya entendí), el docente se aleja del equipo de trabajo y prosigue observando los demás equipos de trabajo, el docente observa que los demás equipos de trabajo están realizando procesos similares, algunos de los equipos presentan la misma dificultad de los equipos anteriores, el docente aclara las inquietudes de los estudiantes.

Finalmente los estudiantes logran llegar a la respuesta correcta, es importante mencionar que los equipos de trabajo antes de solucionar el problema, dedican cierto tiempo para comprender el problema, varios de los estudiantes que presentaban dificultades en la lectura y comprensión del problema ha comenzado a superar sus falencias en este aspecto.

El problema quinto de la actividad se desarrolla en equipos de trabajo, en un primer momentos se solicita a los estudiantes de leer el problema individualmente, a continuación en el equipo de trabajo se planteen las estrategias que cada uno diseño para afrontar el problema.

A continuación se describe la solución de un grupo de estudiantes, *"profe, ya entendimos, mire es así, miramos solo la última cifra, y n + a tiene que ser 17 porque necesitamos que llevar 1, por eso no sirve ni 7 ni 27, ahora los números que sumados dan 17 son 9 y 8 no hay más, pero como a tiene que ser mayor que n ,*

[121] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.

entonces a vale 9, y listo profe ya está[122]" , nuevamente los estudiantes ágilmente solucionan el problema, el docente les dice que es correcto y prosigue a revisar los demás equipo de trabajo, y se logra constatar que los demás equipos de trabajo han logrado solucionar el problema de forma similar, aunque algunos estudiantes en sus equipos de trabajo no comprendían el problema, sus compañeros le explican y ellos rápidamente comprenden el problema.

El problema sexto de la actividad se desarrolla en equipos de trabajo, en un primer momentos se solicita a los estudiantes de leer el problema individualmente, a continuación en el equipo de trabajo se planteen las estrategias que cada uno diseño para afrontar el problema.

Este problema les causa mucha dificultad a los estudiantes, es necesaria la intervención por parte del docente, se logra constatar que no presentan dificultad en reconocer los números primos, la dificultad radica en la ecuación planteada, el docente guía y orienta y poco a poco los equipos de trabajo van comprendiendo el problema y comienzan a establecer planes de trabajo, sin embargo es necesaria la guía continua de docente para lograr resolver el problema.

El problema séptimo de la actividad se desarrolla en equipos de trabajo, en un primer momentos se solicita a los estudiantes de leer el problema individualmente, a continuación en el equipo de trabajo se planteen las estrategias que cada uno diseño para afrontar el problema.

[122] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.

A continuación se describe la solución de un grupo de estudiantes, *"profe mire buscamos dos números primos que sumados den 34, ahora buscamos solo uno ya que el primero es 29 el otro es 5, por tanto el otro número debe ser 2 para que sumados dan 31, y listo profe*[123]*"* se logra observar que los estudiantes reconocen los números primos, con esto pueden resolver el problema.

Motivación por el aprendizaje:

Los estudiantes se observan muy motivados con la solución de estas actividades, logran resolver los problemas planteados, nuevamente se observa que los estudiantes utilizan en método de asignar un ejemplo más sencillo para comprender el problema inicial, los alumnos quedaron motivados en el desarrollo de la actividad, ya que para ellos es una nueva forma de aprender matemáticas, por medio de un problema aplicar conocimientos ya adquiridos y reforzar otros, en la totalidad de los estudiantes se nota el agrado por participar y resolver las preguntas planteadas, transformando el entorno tradicional de enseñanza por un ambiente más agradable y dinámico, donde el docente se convierte en un observador.

Logros

Los estudiantes a través de la manipulación logran asimilar mucho mejor los conocimientos, a su vez el trabajo en equipo y la socialización de las respuestas permitió el despeje de dudas sin la intervención del docente, se logra constatar que este tipo de actividades mejora la creatividad de los estudiantes en la solución de problemas.

[123] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.

Los estudiantes utilizan métodos creativos lo cual es muy acertado, plantean planes de desarrollo innovadores, poco a poco comprenden mejor los problemas sin la intervención del docente.

Dificultades:

En el desarrollo de la actividad a pesar de la motivación por resolver los problemas y los logros obtenidos, se precisan las siguientes insuficiencias:

El problema 6 resulto muy difícil para los estudiantes, lo cual impidió que lograran resolver la actividad correctamente.

A pesar de que los estudiantes han mejorado en la comprensión de problemas, este aspecto sigue siendo una piedra en el zapato para un pequeño grupo de estudiantes.

4.1.9. Actividades Ecuaciones Diófanticas

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, se plantea como algo nuevo para los estudiantes lo cual es muy acertado ya que despierta el interés en los estudiantes.

La actividad inicia con la lectura establecida, los estudiantes la realizan de forma individual, una vez realizan la lectura se reúnen por equipos de trabajo y leen las preguntas para ser desarrolladas, para responder las preguntas los estudiantes le preguntan al docente, (profe un canapés es como un postre cierto), a esta pregunta el docente responde positivamente, *“entonces la pregunta uno hay varias opciones, 84 invitados porque cada uno se come uno, 42 invitados porque cada uno se come*

2[124]" de esta manera los estudiantes le dan solución a la primera pregunta, la totalidad de los equipos de trabajo comprenden la pregunta y le dan solución a la misma.

Para la segunda pregunta un estudiante reponde*"profe no se puede porque usted no puede invitar a menos 21 invitados y tampoco le puede dar como respuesta me comí menos 4 postre*[125]*s*", la mayoría de los equipos de trabajo responden la pregunta de manera similar, sin embargo a un equipo de trabajo es necesaria la intervención del docente para solucionar esta pregunta.

Para tercera pregunta responden de manera similar a la pregunta anterior, ningún equipo de trabajo solicita la intervención del docente, todos comprenden porque no es posible soluciones negativas o soluciones con fraccionarios.

Para la cuarta pregunta todos responden que el problema posee varias soluciones ya que se pueden invitar cierta cantidad de invitados y por ende se puede obtener cierta cantidad de canapés para cada invitado.

Para la última pregunta los estudiantes responden correctamente, dos equipos de trabajo no comprenden la pregunta y es necesaria la intervención por parte del docente para orientar el trabajo y ellos puedan solucionar el problema.

Es claro que los estudiantes comprenden las preguntas de la lectura y logran asimilar porque en este ejemplo no se podían aceptar soluciones negativas o con fraccionarios.

---

[124] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.
[125] Ibídem.

Una vez responden estas preguntas continúan con la lectura establecida, finalizan la lectura y llegan al problema uno.

El problema uno de la actividad se desarrolla en equipos de trabajo, en un primer momentos se solicita a los estudiantes de leer el problema individualmente, a continuación en el equipo de trabajo se planteen las estrategias que cada uno diseño para afrontar el problema.

Los estudiantes inician la actividad suministrando valores a cada variable, a continuación se describe el proceso desarrollado por un grupo de estudiantes, *"profe x vale 3 porque da 36, y la y vale 14 porque da 140, eso es igual 176*[126]*"*después los estudiantes establecen cuál es mcd obteniendo como respuesta 2, llegan a la respuesta aplicando el algoritmo de factores primos. Algunos estudiantes le preguntan al docente *"profe pero no tiene que ser 1"* el docente los orienta y les establece que el mcd. Equivale a uno después de simplificar la ecuación. Algunos equipos de trabajo presentan dificultades y es necesaria la intervención por parte del docente para responder a las preguntas suministradas por los estudiantes, una vez son resueltas las preguntas los estudiantes continúan a responder la siguiente pregunta, una vez más algunos equipos de trabajo solicitan la ayuda del docente, ya que no logran comprender el problema de cómo llegar a la ecuación que establece la guía, el docente orienta y explica a los estudiantes como se establece dicha ecuación, para responder a las preguntas no se generan mayores dificultades y todos los grupos logran responder las preguntas.

[126] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.

Inicialmente la actividad se ve muy truncada ya que los estudiantes no están acostumbrados a trabajar a partir de una ecuación, sin embargo el docenteaclara las dudas por parte de los estudiantes y los orienta sobre cómo trabajar con ecuaciones, hecho esto los estudiantes proceden a responder las preguntas, en este punto se resalta lo acertado de la lectura inicial ya que ubica muy bien a los estudiantes sobre como razonar frente a una ecuación diofántica.

El problema dos de la actividad se desarrolla en equipos de trabajo, en un primer momentos se solicita a los estudiantes de leer el problema individualmente, a continuación en el equipo de trabajo se planteen las estrategias que cada uno diseño para afrontar el problema.

La segunda actividad inicia con gran interés por parte de los estudiantes, se ubican por parejas y proceden a desarrollar la actividad, una vez comienzan el desarrollo de la actividad los estudiantes plantean diferentes dificultades, no comprenden como hallar la fecha de cumpleaños del día y mes, es necesaria la intervención por parte del docente a nivel general, una vez realizada algunos estudiantes logran comprender el problema y platear una solución, sin embargo un grado alto de estudiantes no logran comprender el problema y por ende solucionar el problema.

El problema tres de la actividad se desarrolla en equipos de trabajo, en un primer momentos se solicita a los estudiantes de leer el problema individualmente, a continuación en el equipo de trabajo se planteen las estrategias que cada uno diseño para afrontar el problema.

Este problema es del agrado de los estudiantes, ellos inician la solución planteando contraejemplos de su vida cotidiana, se escuchan comentarios por parte de los estudiantes como, "*miren si vamos a la cafetería y compramos algo para todos y nos cobran 7800, y damos los 800 pesos en suelto nos devuelven 3000 y no 2200*[127]*"*, cada estudiante plantea estrategias de solución, los equipos de trabajo logran resolver el problema de diferentes maneras e innovadoras, comparan la solución con el problema 1 de la presente actividad. El docente logra observar en los estudiantes lo importante que resulto la actividad número uno, ellos comparan constantemente la actividad para comprender los problemas.

El problema cuatro de la actividad se desarrolla en equipos de trabajo, en un primer momentos se solicita a los estudiantes de leer el problema individualmente, a continuación en el equipo de trabajo se planteen las estrategias que cada uno diseño para afrontar el problema.

Los estudiantes inician la actividad con una comparación con el problema número uno, a su vez entre ellos se originan discusiones referente a lo que cada uno comprende, así mencionan el plan o estrategia de solución del problema, sin embargo existe un grupo de estudiantes que solicita la ayuda del docente, ya que no logran comprenden el problema o en algunos casos lo comprenden pero no logran generar una estrategia de solución, el docente realiza una orientación respecto al problema, se realiza de forma individual a cada equipo de trabajo, una vez se realiza la intervención por parte del docente los estudiantes logran solucionar el problema.

Motivación por el aprendizaje:

[127] Comentario realizado en clase por un estudiante en el equipo de trabajo.

Los estudiantes se observan muy motivados con la solución de estas actividades, logran resolver los problemas planteados, nuevamente se observa que los estudiantes utilizan en método de asignar un ejemplo más sencillo para comprender el problema inicial, los alumnos quedaron motivados en el desarrollo de la actividad, ya que para ellos es una nueva forma de aprender matemáticas, por medio de un problema aplicar conocimientos ya adquiridos y reforzar otros, en la totalidad de los estudiantes se nota el agrado por participar y resolver las preguntas planteadas, transformando el entorno tradicional de enseñanza por un ambiente más agradable y dinámico, donde el docente se convierte en un observador.

Logros:

Los estudiantes a través de la manipulación logran asimilar mucho mejor los conocimientos, a su vez el trabajo en equipo y la socialización de las respuestas permitió el despeje de dudas sin la intervención del docente, se logra constatar que este tipo de actividades mejora la creatividad de los estudiantes en la solución de problemas.

Los estudiantes utilizan métodos creativos lo cual es muy acertado, plantean planes de desarrollo innovadores, poco a poco comprenden mejor los problemas sin la intervención del docente.

Dificultades:

En el desarrollo de la actividad a pesar de la motivación por resolver los problemas y los logros obtenidos, se precisan las siguientes insuficiencias:

El problema 2 resulto muy difícil para los estudiantes, lo cual impidió que lograran resolver la actividad correctamente.

A pesar de que los estudiantes han mejorado en la comprensión de problemas, este aspecto sigue siendo una piedra en el zapato para un pequeño grupo de estudiantes.

4.2. Valoración de los resultados obtenidos en la práctica escolar de la investigación a través de la encuesta de satisfacción

De acuerdo a los resultados presentados en la encuesta de satisfacción, se logra constatar que este tipo de actividades es del agrado de los estudiantes, así mismo los estudiantes mejoraron académicamente durante el primero y segundo periodo del año escolar en curso, por otro lado los alumnos muestran una mejoría en el gusto por aprender matemáticas, a continuación se describe las respuestas obtenidas después de la aplicación de la encuesta:

En la primera respuesta por parte del grupo 1 deja que el 89 % de los estudiantes están totalmente de acuerdo que la actividad desarrollada en clase motiva el estudio de la matemática, el 4% está de acuerdo con esto, y el 4% no está ni de acuerdo ni en desacuerdo con que este tipo de actividades ´motivan el estudio de la matemática.

En la primera respuesta dada por el grupo 2 se evidencia que el 91 % de los estudiantes están totalmente de acuerdo que la actividad desarrollada en clase motiva el estudio de la matemática, mientras que el 9% solo está de acuerdo.

En la segunda respuesta suministrada por el grupo 1 deja que el 91 % de los estudiantes están totalmente de acuerdo que este tipo de actividades al ser realizadas con mayor frecuencia mejora su rendimiento académico en matemáticas, así mismo el 2% están de acuerdo con esto, sin embargo el 7% de los estudiantes no están ni en acuerdo ni en desacuerdo.

En la segunda respuesta dada por el grupo 2 se evidencia que el 100 % de los estudiantes están totalmente de acuerdo que este tipo de actividades si se realiza con mayor frecuencia mejorará su rendimiento en matemáticas.

En la tercera respuesta suministrada por el grupo 1 deja que el 96 % de los estudiantes están totalmente de acuerdo que estas actividades si constituyeron un reto para ellos, así mismo el 4% están de acuerdo con esta afirmación.

En la tercera respuesta dada por el grupo 2 se evidencia que el 100 % de los estudiantes están totalmente de acuerdo que estas actividades si constituyeron un reto para ellos.

En la cuarta respuesta suministrada por el grupo 1 se analiza que el 89% de los estudiantes estuvieron motivados en el desarrollo de las actividades mientras que el 11% están totalmente de acuerdo.

En la cuarta respuesta dada por el grupo 2 se evidencia que el 89% de los estudiantes estuvieron motivados en el desarrollo de las actividades mientras que el 27% están totalmente de acuerdo, sin embargo el 6% no están ni en acuerdo ni en desacuerdo.

En la quinta respuesta suministrada por el grupo 1 se analiza que el 87% de los estudiantes están totalmente de acuerdo y consideran que era necesario tener ciertos conceptos adquiridos de memoria para dar solución a estas actividades, mientras que el 17% están de acuerdo.

En la quinta respuesta dada por el grupo 2 evidencia que el 65% de los estudiantes están totalmente de acuerdo y consideran que era necesario tener ciertos conceptos adquiridos de memoria para dar solución a estas actividades, mientras que el 35% están de acuerdo.

Conclusiones del capítulo 4

Se utilizan técnicas de nivel empírico como la observación de grupo en el desarrollo de actividades, en el avance de los diferentes tipos de pensamiento y a su vez en el análisis de los comentarios de los estudiantes se logró constatarresultados satisfactorios.También se realizó una valoración tanto cualitativa como cuantitativa de cada una de las actividades que desarrollaron los alumnos de forma individual y por los equipos de trabajo.

Las actividades impactaron positivamente a los estudiantes los cuales se notaron durante todos los procesos de aplicación entusiasmados y dispuestos aprender. Durante el desarrollo de las actividades varios estudiantes planteaban soluciones innovadoras que sorprendían al docente, así mismo los estudiantes que presentaban dificultades en la solución de los problemas se encontraban motivados por desarrollar el problema y así superar la dificultad presentada al momento del desarrollo de la actividad.

Para analizar el impacto de las actividades en los estudiantes se tiene presente los diferentes resultados de las encuestas realizadas entre los estudiantes, cuyos resultados confirman el éxito de las actividades en cada equipo de trabajo y a si mismo de forma individual, se logra constatar que este tipo de actividades es muy importante para lograr la motivación hacia el estudio de la matemática y el desarrollo de competencias de todo tipo.

CONCLUSIONES

El proceso de investigación sobre las actividades conformadas por problemas no rutinarios que motiven el estudio de los contenidos matemáticos de mcm, mcd y criterios de divisibilidad en los estudiantes de grado séptimo, en la institución educativa distrital colegio Rodrigo Lara Bonilla, permitió dar respuesta a las tareas de investigación propuestas. Los resultados obtenidos permiten destacar algunos elementos que resultan determinantes en el logro de los objetivos de éste trabajo, ellos son:

- Dados los diferentes planteamientos vistos en el estado del arte, en donde se precisan varias investigaciones sobre el mínimo común múltiplo, máximo común divisor y criterios de divisibilidad, se requiere presentar actividades conformadas por problemas no rutinarios, donde se hace necesario que los primeros estimulen la motivación de los estudiantes por aprender, así mismo los problemas no rutinarios deben presentar un grado de complejidad que vaya variando de un nivel básico que ejerce confianza, a un nivel algo más complejo que estimule y confronte al estudiante, donde segenere cierto nivel de tensión no al punto de rendirse sino que encamine sus esfuerzos en la consecución de respuestas claras y satisfactorias a los retos planteados, haciendo uso de su imaginación y pensamiento creativo.

- En la investigación se asume como marco teórico la resolución de problemas de Polya (1965), el enfoque motivacional de Keller (1987) y la comunidad práctica de Wenger (1998), los cuales constituyen el sustento de las actividades conformadas por los problemas no rutinarios que se proponen en esta tesis, con el objetivo de favorecer la motivación hacia la matemática en los estudiantes de grado séptimo y así mejorar su aprendizaje en los contenidos de MC.M. , M.C.D. y Criterios de divisibilidad.
- La selección consciente y afinada de las actividades que se aplican a los estudiantes, esbozan y generan en ellos diferentes saberes,los que trasmiten y comparten con sus compañeros, donde se refleja la necesidad de la correcta selección de los problemas no rutinarios, pues si la dificultad es muy elevada los estudiantes pierden el interésrápidamente por solucionar la actividad.
- La realización de estas actividades en el colegio educativo distrital Rodrigo Lara Bonilla permitió motivar y desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes, además desarrolló en los estudiantes habilidades y competencias, para la solución de problemas lo que generó estimular su auto-concepto y auto-confianza, así como la determinación de que las matemáticas son divertidas, dignas de estudiar y profundizar en ellas, efectos que se pueden sustentar con los resultados de los estudiantes en el área de matemáticas durante el primer y segundo periodo académico, tiempo de duración de la aplicación de las actividades.

RECOMENDACIONES

La implementación de la presente investigación y con ello de las actividades propuestas en los estudiantes de grado séptimo en la institución educativa distrital colegio Rodrigo Lara Bonilla requiere considerar y poner en práctica las recomendaciones siguientes, para optimizar el proceso investigativo y los resultados obtenidos:

- Realizar una revisión minuciosa a la profundidad y dificultad de cada una de las actividades a realizar con los estudiantes, ya que tres problemas propuestos en la presente investigación resultaron fuera del alcance de los estudiantes, generando desmotivación en ellos, lo que conlleva a resaltar la importancia de que cada uno de los problemas no rutinarios que se propongan a los estudiantes debe ser escogido cuidadosamente.
- Continuar implementado el enfoque teórico sobre la resolución de problemas a partir de problemas no rutinarios, basándolo en la búsqueda de lograr la motivación hacia el estudio de la matemática, de tal forma que los estudiantes de grado séptimo mejoren en su rendimiento académico en el área de matemáticas.
- Lograr implementar este enfoqué teórico en el ciclo III de la institución, y comparar los resultados académicos para observar el gran adelanto que presentan los estudiantes con este tipo de actividades, el agrado que le toman a la matemática y por ende mejoramiento académicamente de los estudiantes, ya que se crea un ambiente adecuado para el aprendizaje de la matemática.

BIBLIOGRAFÍA

- Aboriginal Affairs and Northern Development Canada. (2012). *First Nation Student Success Program.* Quebec: Public Works and Government Services of Canada.
- *Alan H. Schoenfeld (New York, 1992), (aprendiendo a pensar matemáticamente: resolución de problemas, la metacognición y sentido de decisiones en matemáticas) puede recuperase en http://www.emath101.com/uploads/1/6/8/3/16838466/schoenfeld_maththinking_-_problem_solving.pdf.*
- Asami, y. (2010). *A study of problem solving oriented lesson structure in mathematics in japan*. Recuperado el 20 de 09 de 2014, de http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/17b/CERME7_WG17B_Asami_Johansson.pdf.
- Ashbacher, c., &widmer, l. (2006). Journal of recreational mathematics, vol 35.
- Asocolme. Recuperado el 1 de 12 de 2013, de http://funes.uniandes.edu.co/777/1/laensenanza.pdf.
- Averbach, B And Chein, O . (2000),Problem Solving Through Recreational Mathematics (2000), Publicher Dover Pubns, p. 101.
- Barbeau, e., y otros. (2006). *Matemáticas retadoras dentro y fuera del aula*. Obtenido de estudio icmi 16: http://www.amt.edu.au/icmis16ddspanish.html.
- Bazán, j., y Aparicio, a. (2006). Las actitudes hacia la matemática-estadística dentro de un modelo de aprendizaje. *Revista semestral del departamento de educación, vol.15*, 1-12.

- Bjork, c., y Tsuneyoshi, r. (2005). *Reforma de la Educación en Japón: Visiones opuestas para el futuro.* Recuperado el 02 de 09 de 2013, de la Biblioteca de Investigación Documento ID: 1237685541.
- Bjork, C., &Tsuneyoshi, R. (2005). Reforma de la Educación en Japón: Visiones opuestas para el futuro. Recuperado el 02 de 09 de 2013, de la Biblioteca de Investigación Documento ID: 1237685541.
- Bodí, P., Valls, J. y Linares, S. (s.f) El análisis del desarrollo del esquema de divisibilidad en los números naturales. "La construcción de un instrumento". Recuperable el 11 de febrero de 2015 de la URL: http://www.researchgate.net/publication/47722538_El_anlisis_del_desarrollo_del_esquema_de_divisibilidad_en_N._La_construccin_de_un_instrumento.
- Bozhovich, l., y Blagonadiezhina, N. (1977). *Estudio de las motivaciones de la conducta de niños y adolescente.* La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Bransford, J., Sherwood, R., Vye, N., y Rieser, J. (1986). *Teaching thinking and problem solving: Research foundations.*Recuperado el 6 de 12 de 2014, de http://psycnet.apa.org/?fa=main.doiLanding&doi=10.1037/0003-066X.41.10.1078.
- Camargo, L. (2010). *Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria.* Tesis para optar al Grado de Doctora en Matemáticas. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia.

- Carmona, L. M. (2012). *Divisibilidad.* Obtenido de http://www.dma.fi.upm.es/java/matematicadiscreta/aritmeticamodular/divisibilidad.html.
- Castiblanco, A. (2002). Proyecto "Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia" y sus avances. Recuperado el 22 de 09 de 2013, de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-92732_archivo.pdf
- Cfr: [a problem is] a situation, quantitative or otherwise, that confronts an individual or group of individuals, that requires resolution, and for which the individual sees no ap-parent or obvious means or path to obtaining a solution (sic).
- Chacón, Farías, González y Poco (2009) que retoma una propuesta por González (1998).
- Chi, Bassok, Matthew, Reimann y Glaser (2010), Self-Explanations: How Students Study and Use Examples in Learning to Solve Problems, recuperable el 1 de 12 de 2014, de la URL: http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1207/s15516709cog1302_1/abstract?em_x=22
- David Friebele **(**15 de mayo 2010) en su artículo *"Investigación-Acción" se puede recuperar en http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED511032.pdf*
- Dolores M., Manuela J., Vargas I. y Alva M. (1990). Revista sobre la enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. N 7°, ISSN 1130-488X,

Recuperable el 3 de 12 de 2014 de la URL: http://revistasuma.es/IMG/pdf/7/013-018.pdf, p. 13-18.

- Domingo, M., & Alcina, Á. (Noviembre 2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. *Revista SUMA* 56, 23-31.
- Friebele, D. (2010), Achievement in Problem Solving Capstone B: Action Research, recuperable el 12 de 11 de 2014, de la URL: http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED511032.pdf
- *Gade, S. (2012). The solving of problems and the problem of meaning The case with grade eight adolescent students. Problem Solving in Mathematics Education, Proceedings from the 13th ProMath conference, in Umeå, Sweden.,*p. 5-15.
- García, J. motivación y auto aprendizaje elementos claves en el aprendizaje y estudio de los alumno recuperable el 14 de 06 de 2014 de la URL: http://www.uclm.es/ab/educacion/ensayos/pdf/revista17/17_11.pdf, ,(pag 6)
- *Garcia, M. (2012). Normas Para La Redacción y Presentación de las Tesis De Post Grado. Programas de Maestría y Doctorado en Educación Matemática de la UAN.*
- Godino, J. (sf), *Perspectiva de la Didáctica De Las Matemáticas Como Disciplina Tecnocientífica, recuperable el 19 de 09 de 2014 de la URL:http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf.*
- Godino, J., Bencomo, D., Font, V., y Wilhelmi, M. (Septiembre 2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las

matemáticas. Ponencia invitada X Simposio de la SEIEM, (págs. 7-9). Huesca (España).

- *González, D., (1995): Teoría de la Motivación y Práctica Profesional. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.*
- *González, L. (2004). La motivación hacia el estudio. Fundamentos y metodología para su evaluación en secundaria básica. Tesis presentada en opción al grado científico de doctor en ciencias pedagógicas. Universidad de Pinar del Río "Hermanos Saíz Montes de Oca".* La Habana.
- *Guzmán, A. (2013). El desarrollo de competencias ciudadanas en el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática. Un estudio en el colegio distrital Alfonso Reyes Echandía. Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en Educación Matemática. Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia.*
- Hartkopf, A., y Matt, A. (2013). Surfer in Math Art, Education and Science Communication. Recuperado el 15 de 11 de 2014, de http://imaginary.org/sites/default/files/bridges2013-surfer-in-math-art-education-and-science-communication.pdf
- Howson, A., Kahane, J., y Pollak, H. (1989). *ICMI Study Núm.4, La Popularización de las Matemáticas.*
- John Sweller, (artículo publicado por primera vez en línea 11 de febrero de 2010), en su artículo *"Cognitive Load DuringProblemSolving: EffectsonLearning" se puede recuperar en http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1207/s15516709cog1202_4/pdf.*

- José Bernardo, (2004), Técnicas para motivar a los alumnos, 6ª edicción.
- Keller, J.M. & Keller, B.H. (1989). "Motivational delivery checklist." Florida State University.
- Keller, J.M. (1987a, Oct.). Strategies for stimulating the motivation to learn. "Performance and Instruction," 26(8), 1-7. (EJ 362 632)
- Krulik, S., y Rudnik, J. (1980). *Problem solving: a handbook for teachers.*Boston: Allyn an Bacon, p. 4.
- Labarrere, A. (1988). *Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación, p. 6.
- Lepmann, L. y Afanasjev, J. (s.f). Conceptions of Mathematics in Different Ability and Achievement Groups among 7th Grade Students. University of Tartu, Estonia. Recuperable 25 de marzo de 2014. http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED495675.pdf
- Lesh, R., y Zawojewski, J. (2007). *Problem solving and modeling. In F. K. Lester, Jr. (Ed.). The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. National Council of Teachers of Mathematics.* Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- María M, (2004), tesis Una concepción pedagógica de la estimulación motivacional en el proceso de la enseñanza – aprendizaje, p. 3
- Martínez, N. (2001). Planificación de estrategias para la enseñanza de la matemática. Recuperable el 19 de enero de 2015 de la URL: http://www.monografias.com/trabajos30/estrategias-matematica/estrategias-matematica.shtml

- Matemática Recreativa, .. (18 de septiembre de 2013). *Wikipedia, La enciclopedia libre.* Recuperado el 10 de 12 de 2014, de http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Matem%C3%A1tica_recreativa&oldid=69679751.
- Michelene TH Chi, Miriam Bassok, Matthew W. Lewis, Peter Reimann y Robert Glaser (11 FEB 2010).
- Moreno, M. (2004). Una concepción pedagógica de la estimulación motivacional en el proceso de enseñanza aprendizaje, Tesis en opción al grado de doctor en ciencias pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona" Facultad de Ciencias de la Educación. Habana, Cuba.
- Múnera, J. (2011). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. Educación y Pedagogía, vol. 23, núm. 59, p. 179-193.
- Muños, J., y Mato, M. (2008). Análisis de las Actitudes Respecto a las Matemáticas en Alumnos de ESO. *Revista de Investigación Educativa*, Vol 26, 209-226.
- National Institute on Student Achievement Curriculum and Assessment, A. (1999). *The Educational System in Germany: Case Study Findings*. Recuperado el 20 de 12 de 2014, de http://www2.ed.gov/PDFDocs/GermanCaseStudy.pdf
- Núñez, J., González J., Álvarez, L., González, P., González, S., Roces, C., Castejón, L., Solano, P., Bernardo, A., García, D., Da Silva, E., Rosário, P.,

&Do Socorro, L (2005). las actitudes hacia las matemáticas: perspectiva evolutiva. Ministerio de Ciencia y Tecnología (MCYT).

- Pino, J. (2007). *Investigación, evaluación y estimulación de la motivación hacia el aprendizaje y su estimulación: propuesta desde el enfoque histórico – cultural.* Órgano Editor Educación Cubana. Ministerio de Educación.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas.* Ciudad de México: Trillas. *Resolución de problemas*. (1 de noviembre de 2014). Obtenido de http://www2minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial
- Polya, G. Preface, HowtoSolveIt (1957), secondedition, recuperable 2 de 08 de 2014, de la URL: https://notendur.hi.is/hei2/teaching/Polya_HowToSolveIt.pdf, p. 6
- Proceedings of cerme 6, (2009). *(Schoenfeld, 1992; Goos et al., 2000),* Recuperable el 16 de 12 de 2014 de la URL: http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg13-08-xenofontos.pdf, p. 2523 – 2531.
- Proceedings of cerme 6, (2009). Working Group 13. Recuperable el 16 de 12 de 2014 de la URL: http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg13-08-xenofontos.pdf, p. 2523 – 2531.
- Resolución de problemas, (sf), recopilación, recuperable el 15 de 12 de 2014, de la URL: http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/wp-descargas/educacionprimaria/didactica_mat/04_resolucion_de_problemas.pdf
- Revista CERME, (actas del 2009), *(International comparative research on mathematical problem solving: suggestions for new research directions)*

recuperable: http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg13-08-xenofontos.pdf

- Rincón, J. H. (2010). Diseño e implementación de una feria de matemáticas para secundaria en la I.E.D. Antonio Baraya. Tesis para optar al Grado de Maestría en Educación Matemática, Universidad Antonio Nariño.
- Riverón, O., & Otros. (s.f.). *Influencia de los problemas matemáticos en el desarrollo del pensamiento lógico. OEI Revista Iberoamericana de Educación.* Recuperado el 15 de 12 de 2014, de http://www.rieoei.org/deloslectores/Riveron.PDF
- Santos, M. (2008). *La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica.* Recuperado el 30 de 12 de 2014, de http://funes.uniandes.edu.co/1193/1/Santos2008La_SEIEM_159.pdf
- Santos, M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. Recuperado el 30 de 11 de 2013, de http://funes.uniandes.edu.co/1193/1/Santos2008La_SEIEM_159.pdf
- Schoenfeld, A (1992), Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics, recuperable 12 de 12 de 2015, de la URL: http://gse.berkeley.edu/sites/default/files/users/alan-h.-schoenfeld/Schoenfeld_1992%20Learning%20to%20Think%20Mathematically.pdf

- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving.*San Diego, CA, USA: Academic Press.
- Slavin, R. y Lake, C. (February de 2007). *Effective Programs in Elementary Mathematics: A Best-Evidence Synthesis .*(T. B. Encyclopedia, Ed.) Recuperado el 5 de 2 de 2015
- Slavin, R. y Lake, C. (February de 2007). Effective Programs in Elementary Mathematics: A Best-Evidence Synthesis. (T. B. Encyclopedia, Ed.) Recuperado el 10 de 10 de 2013
- Sriraman, B. y L. Inglés (2010)**,** Theories of MathematicsEducation, recuperable 19 de 10 de 2014, de la URL: ttp://www.math.umt.edu/tmme/tme/MTL_Jankvist.pdf
- Sriraman, B., y English, L. (2010). *Theories of Mathematics Education.*New York: Springer.
- Sullivan, P. (2011). *Teaching Mathematics: Using research-informed strategies. Australian Council for Educational Research.* Recuperado el 10 de 2 de 2015, de http://research.acer. edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1022&context=aer, p.7
- Sweller, J. (1988), *Cognitive Load During Problem Solving: Effects on Learning, recuperable el 21 de 11 de 2014, de la URL: http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1207/s15516709cog1202_4/epdf, p.257-258.*

- Tamayo, C., & Ramírez, A. (2009). La enseñanza de los racionales y sus propiedades a través de juegos como el dominó y el bingo, 10 Encuentro Colombiano de, Matemática Educativa,
- Tobia, V. Numerical Magnitude Representation in Children With Mathematical Difficulties With or Without Reading Difficulties, recuperable 25 de 09 de 2014, de la URL: http://ldx.sagepub.com/content/early/2014/04/15/0022219414529335.abstract
- Vigotsky, L. S. (1988). *El desarrollo de los procesos psíquicos superiores. En Selección de lecturas de psicología de las edades I. Tomo 3. Interacción entre enseñanza y desarrollo. Departamento de psicología infantil y de la educación. Fac. de Psicología.* UH. La Habana.
- Volet, S. (2001). *Motivation in learning contexts: Theoretical advances and methodological implications . Series, Advances in Learning and Instruction.* London/New-York: Elsevier.
- Watt, H., Eccles, J., y Durik, A. (2006). The leaky mathematics pipeline for girls A motivational analysis of high school enrolments in Australia and the USA. *Equal Opportunities International. Vol. 25 No. 8, pp. 642-659*. Recuperado el 7 de 01 de 2015, de http://www.rcgd.isr.umich.edu/garp/articles/watt06.pdf
- Wenger, E., Mcdermott, R., y Snyder, W. (2002). *Cultivating Communities Of Practice.* Recuperado el 15 de 11 de 2014, de http://www.cihm.leeds.ac.uk/new/wp-content/uploads/2011/08/Cultivating-Communities-of-Practice-Etienne-Wenger-for-COP-NW3-P2.pdf

- Western and Northern Canadian Protocol for Collaboration in Education, P. (2006). Rethinking Classroom Assessment with Purpose in Mind. Recuperable el 25 de 09 de 2013, de http://www.wncp.ca/media/40539/rethink.pdf

ANEXOS

Anexo 1. Actividad 2. Curiosidad de la tabla del nueve

A continuación se evidencia el desarrollo de la actividad número por parte de los estudiantes, en la actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno.

Figura 1a. Manos plasmadas por un estudiante.

Figura 1b. Manos plasmadas por un estudiante

Figura 1c. Manos plasmadas por un estudiante.

Figura 1d. Manos plasmadas por un estudiante.

Figura 1e. Estudiante solucionando la actividad 2.

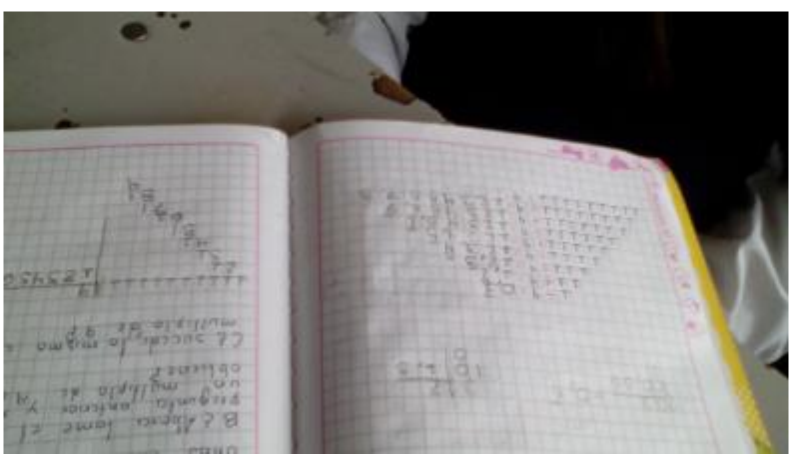


Figura 1f. Parte de la solución de la actividad 2 de un estudiante.

Anexo 2. Actividad 3. Las regletas de Cuisenaire

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual.

Figura 2a. Regletas construidas por un estudiante.

Figura 2b. Regletas construidas por un estudiante.

Figura 2c. Regletas construidas por un estudiante.

Figura 2d. Estudiante manipulando las regletas.

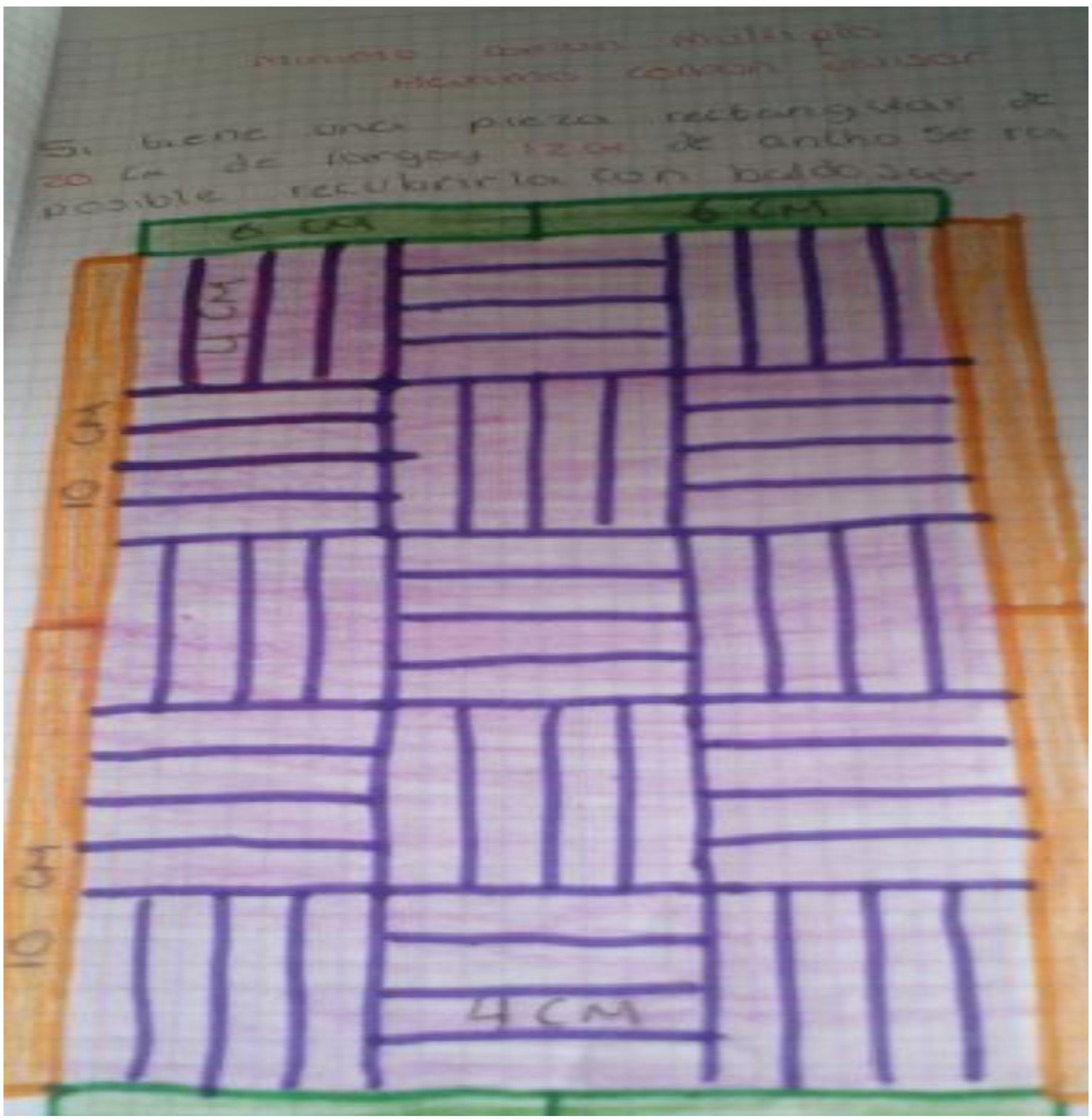


Figura 2e. Solución del último punto por parte de un estudiante.

Anexo 3. Actividad 4. Primos relativos

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual.

Figura 3a. Estudiante evidenciando el trabajo con las botellas.

Figura 3b. Equipo de trabajo en la solución de la actividad.

Anexo 4. Actividad 5. Problemas lógicos

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual.

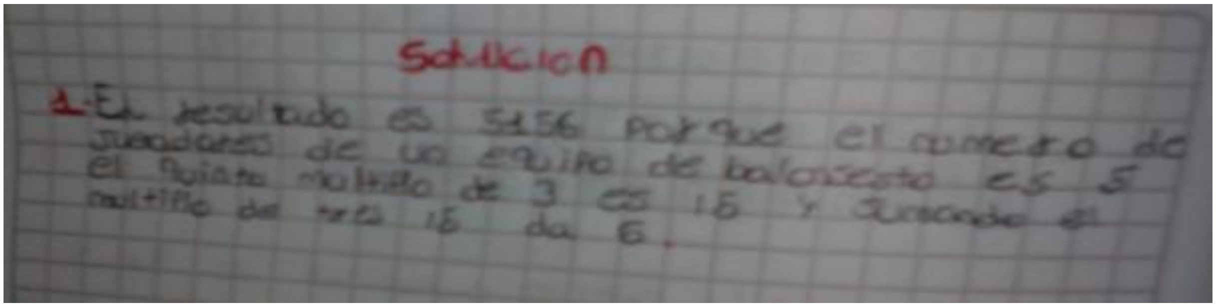


Figura 4a. Solución de un estudiante a la pregunta.

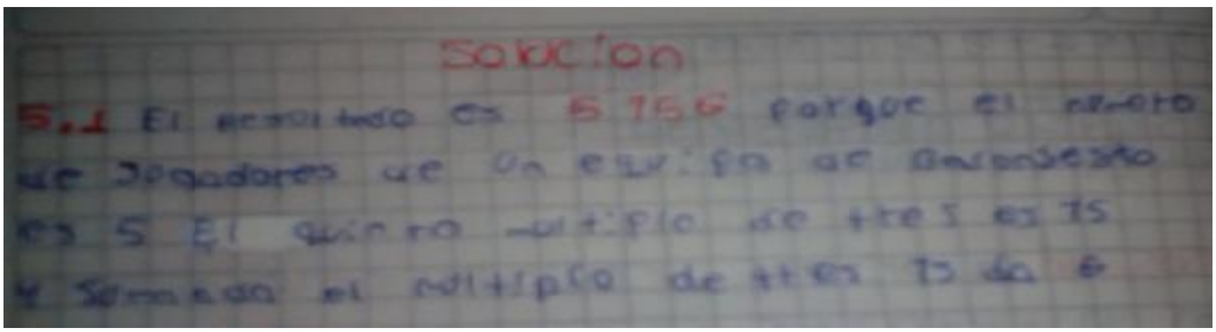


Figura 4b. Solución de un estudiante a la pregunta.

Figura 4c. Conteo de las estudiantes con los colores para solucionar la pregunta.

Anexo 5. Actividad 6. Problemas no rutinarios

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual.

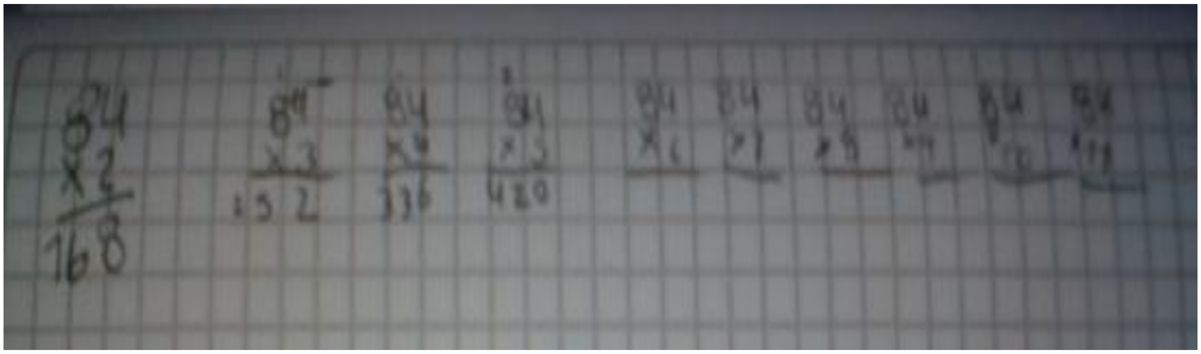


Figura 5a. Imagen sobre solución a pregunta de la actividad.

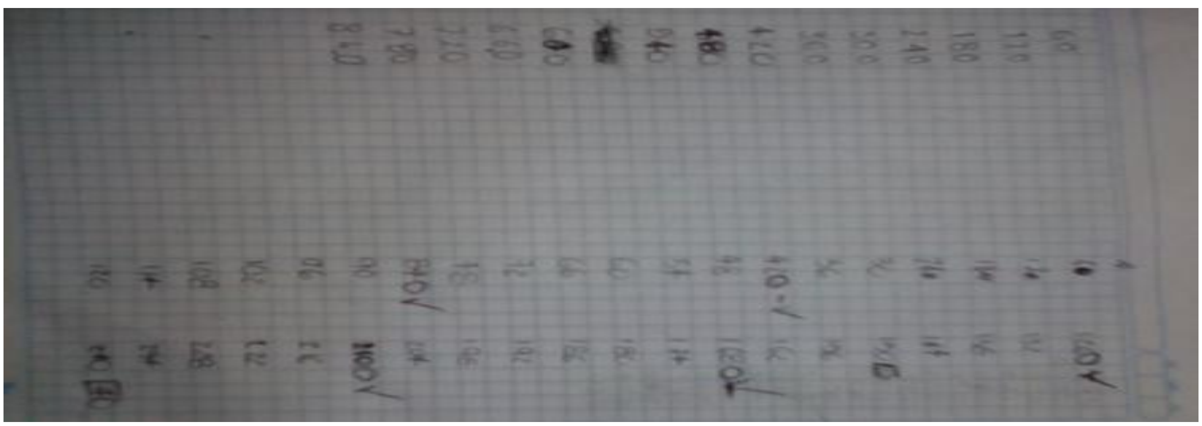


Figura 5b. Imagen sobre solución a pregunta de la actividad.

Figura 5c.Estudiantes reunidos en equipos.

Anexo 6. Actividad 7. Retos en la vida cotidiana

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual.

Figura 6a. Estudiantes desarrollando la actividad.

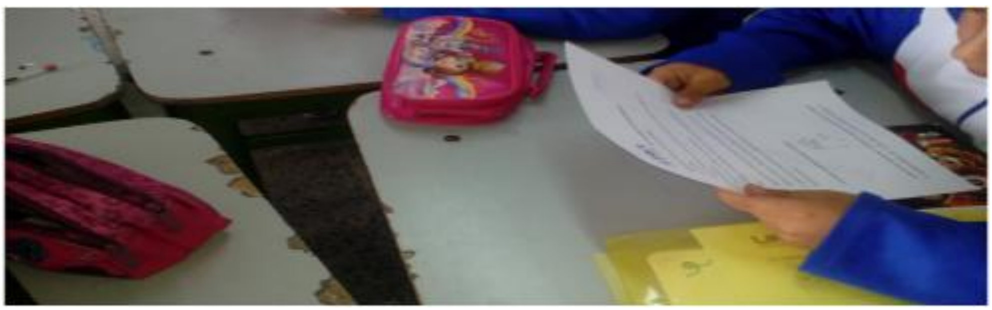


Figura 6b.Estudiantes desarrollando la actividad.

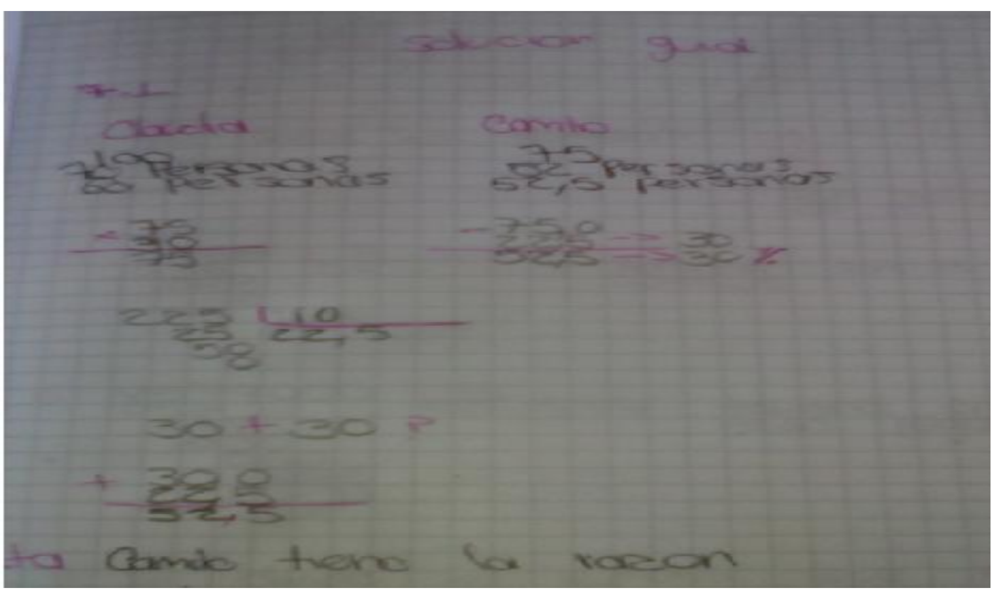


Figura 6c. Solución del problema por parte de un estudiante.

Figura 6d. Propuesta de solución de un estudiante.

Anexo 7. Actividad 8. Cripto aritmética

En esta actividad participaron 2 grupos de 45 estudiantes cada uno, en un primer momento se desarrolló de forma individual.

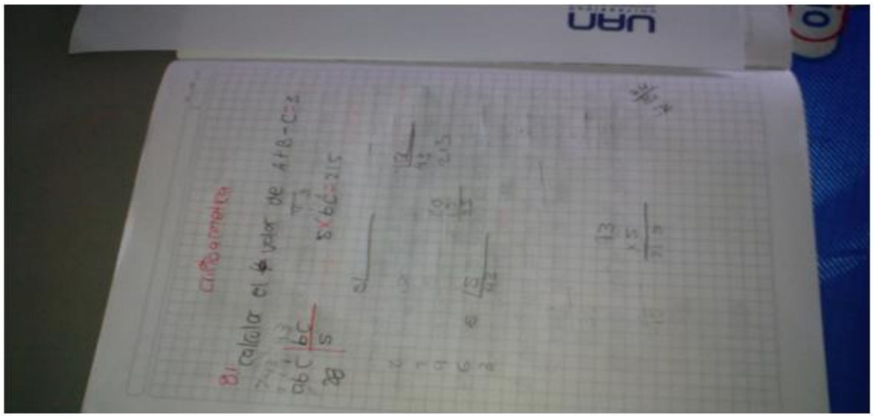


Figura 7a. Solución de un estudiante al problema planteado.

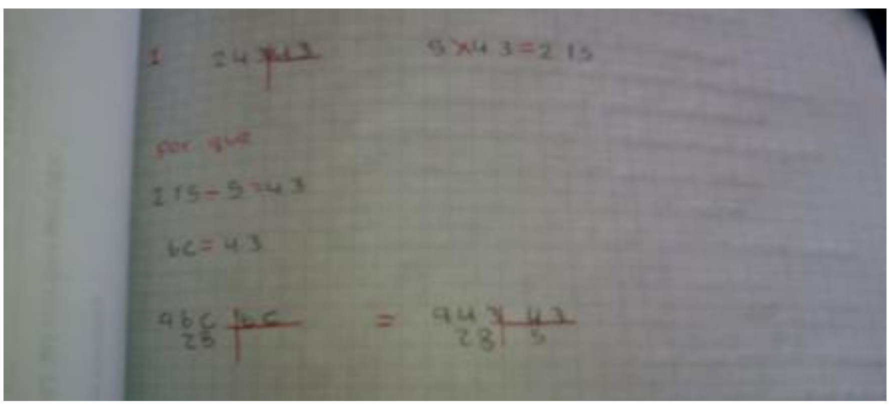


Figura 7b. Solución de un estudiante al problema planteado.

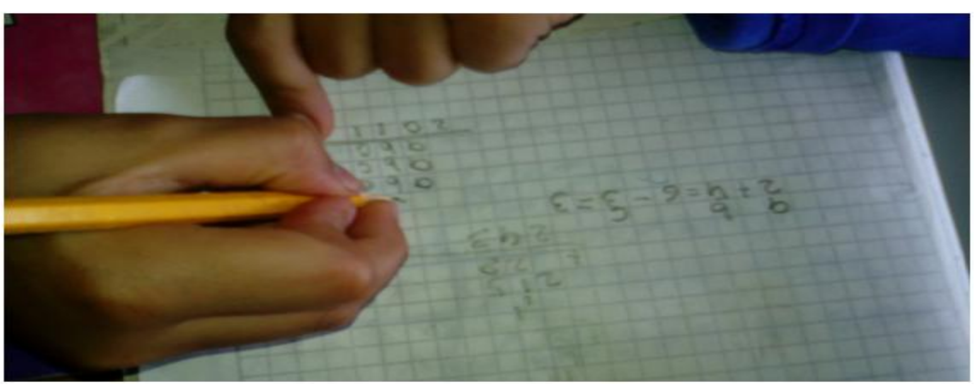


Figura 7c.Estudiante solucionando el problema planteado.

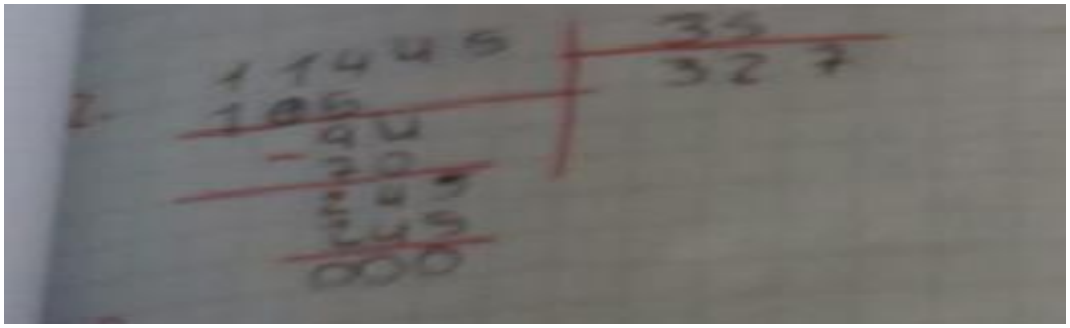


Figura 7d.Estudiante solucionando el problema planteado.

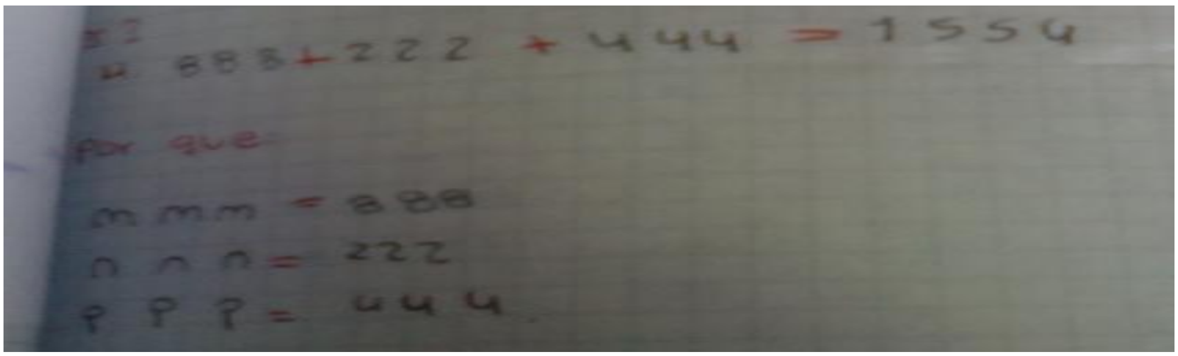


Figura 7e.Estudiante solucionando el problema planteado.

Anexo 8. Encuesta de satisfacción a estudiantes

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

MAESTRIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ENCUESTA FINAL A ESTUDIANTES

Apreciado estudiante, una vez terminada la actividad de la feria matemática y a partir de su experiencia como participante, responda las siguientes preguntas de 1 a 5, siendo cinco (5) la mayor calificación y uno (1) la menor calificación.

a. ¿Considera usted que la actividad desarrollada motiva el estudio de la matemática?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

b. ¿Cree usted que su desempeño en el área de las matemáticas mejoraría si estas actividades se repitieran con frecuencia?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

c. ¿Las actividades propuestas constituyeron un reto para usted?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

d. ¿Se sintió usted motivado a desarrollar las actividades de forma natural y autónoma?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

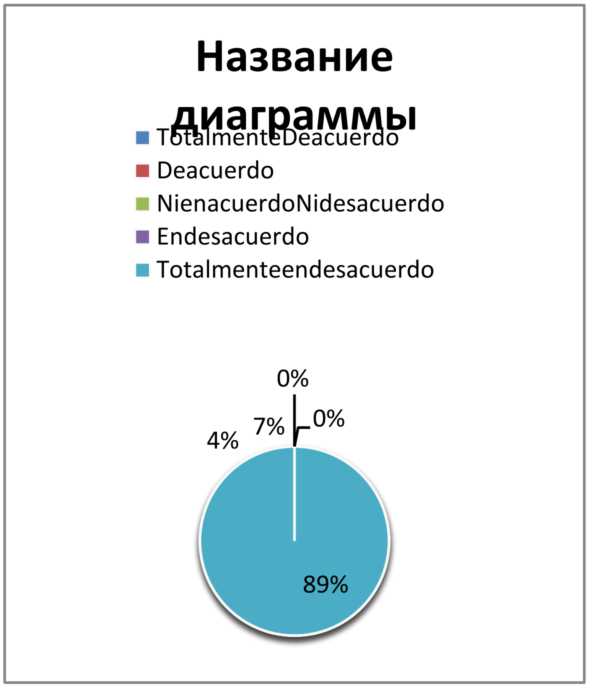
e. ¿Era necesario conocer muchos conceptos de memoria para resolver la actividad?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

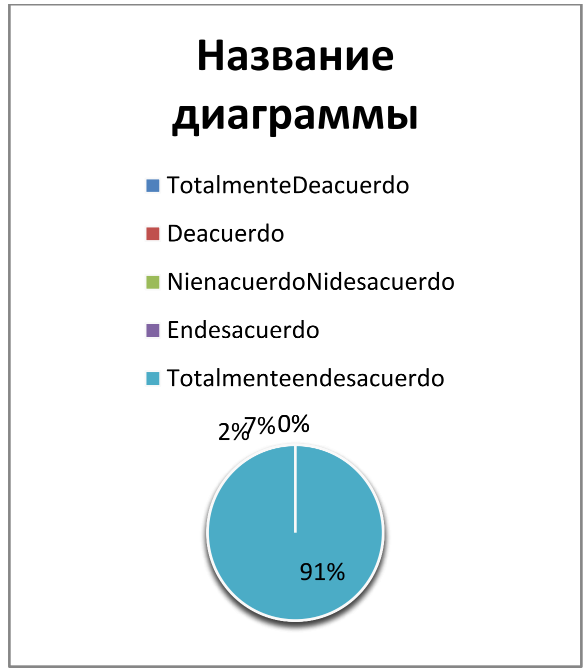
Anexo 9. Resultados de la encuesta de satisfacción a estudiantes

Anexo 10. Graficas de los resultados de la encuesta de satisfacción a estudiantes

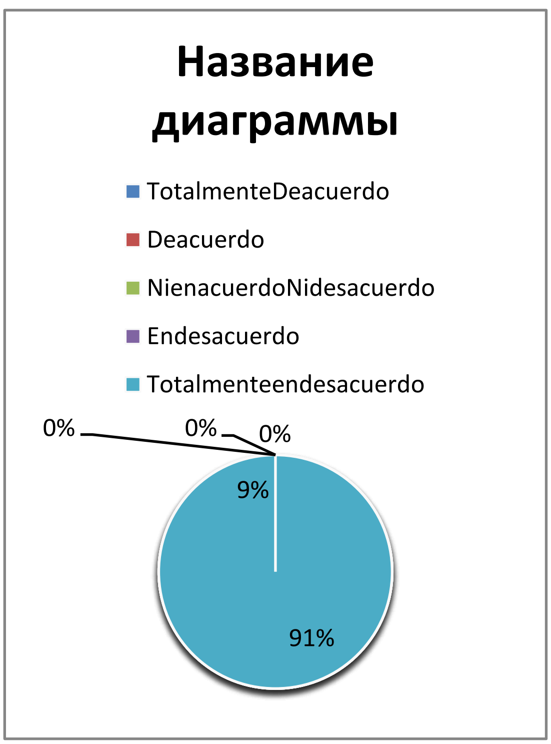
Análisis pregunta 1, del grupo 1



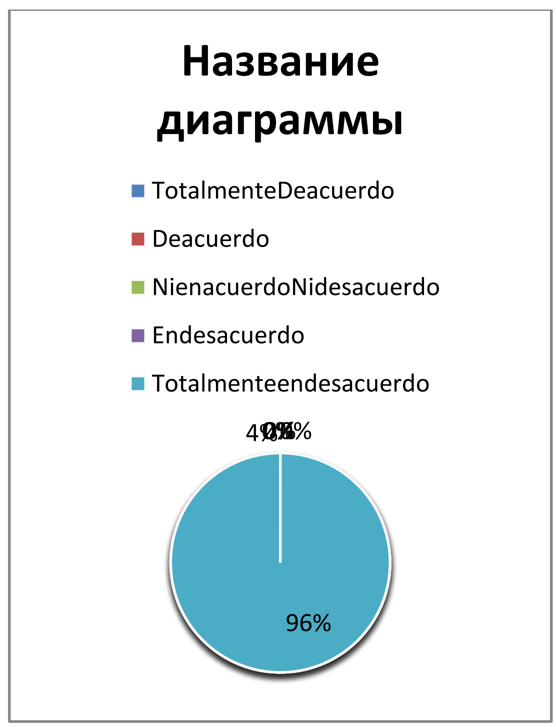
Análisis pregunta 1, del grupo 2



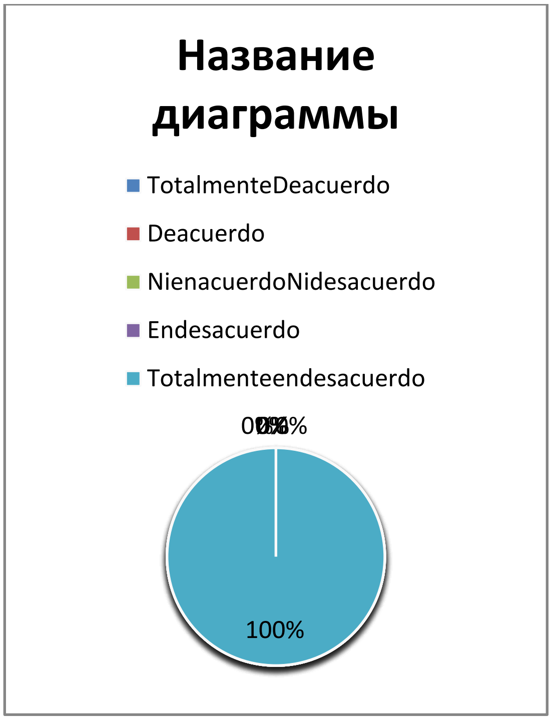
Análisis pregunta 2, del grupo 1



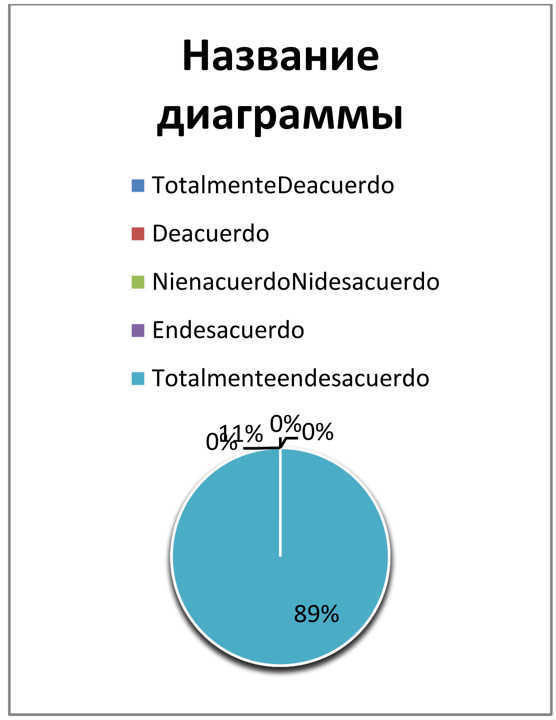
Análisis pregunta 2, del grupo 2



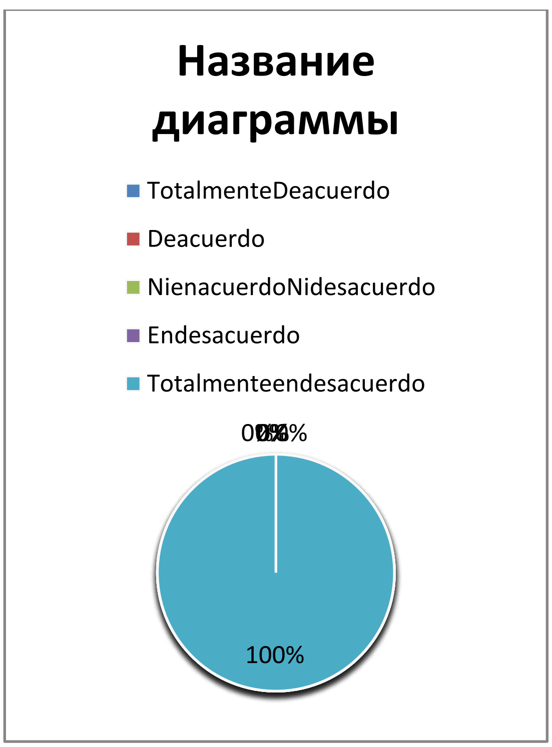
Análisis pregunta 3, del grupo1



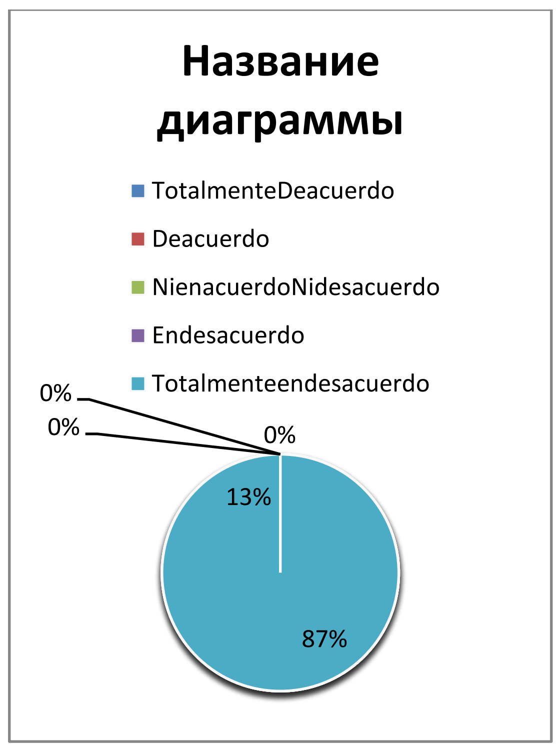
Análisis pregunta 4, del grupo 1



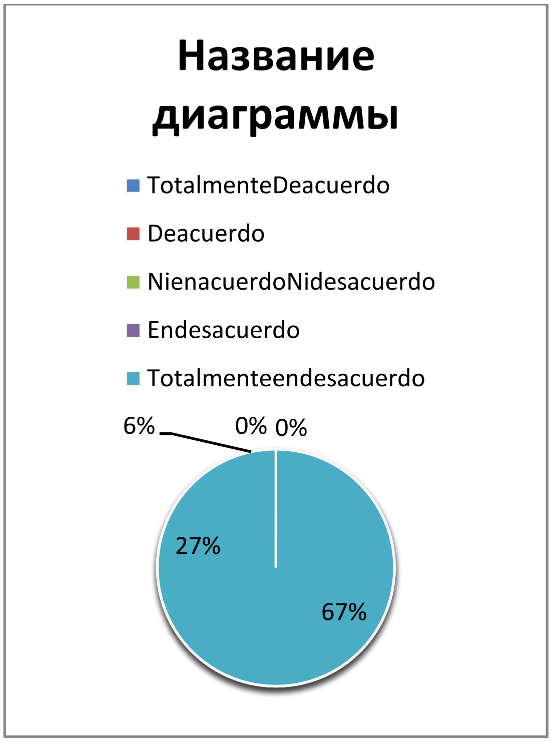
Análisis pregunta 3, grupo 2



Análisis pregunta 4, grupo 2



Análisis pregunta 5, grupo 1



Análisis pregunta 5, grupo 2