REPÚBLICA DE COLOMBIA

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

EFECTO DE UN TRABAJO CON ÉNFASIS EN SOLUCIÓN DE PROBLEMAS RETADORES SOBRE LAS CREENCIAS ACERCA DE LAS MATEMÁTICAS DE ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA IED GUILLERMO LEÓN VALENCIA

Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en

Educación Matemática

Rubén Esteban Escobar Sánchez

Bogotá D.C.

2017

REPÚBLICA DE COLOMBIA

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

EFECTO DE UN TRABAJO CON ÉNFASIS EN SOLUCIÓN DE PROBLEMAS RETADORES SOBRE LAS CREENCIAS ACERCA DE LAS MATEMÁTICAS DE ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA IED GUILLERMO LEÓN VALENCIA

Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en Educación Matemática

Rubén Esteban Escobar Sánchez

Director de tesis: **Dra. Grace Judith Vesga Bravo**

Bogotá D.C.

2017

Dedicatoria

A mi madre, por su constante apoyo y aliento.

A mi hermano, quien siempre me impulsó a seguir.

A mi esposa, compañera y cómplice

Quién fue apoyo en muchas noches de arduo esfuerzo.

SÍNTESIS

Esta investigación tuvo como objetivo describir las creencias que tienen los estudiantes de grado séptimo de la IED Guillermo León Valencia J.T de educación básica secundaria sobre las matemáticas, y el impacto que tiene sobre las mismas un trabajo con énfasis en solución de problemas retadores. Este trabajo hace parte del proyecto de investigación *Aporte de los programas de formación a la construcción de creencias epistemológicas sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje de futuros docentes de matemáticas* liderado por el grupo de investigación Educación Matemática de la Universidad Antonio Nariño.

La metodología empleada para la investigación es de tipo mixta, ya que se hace uso de procesos cuantitativos como cualitativos, mediante los cuales se busca el acercamiento a las creencias sobre las matemáticas de los estudiantes y sus cambios luego de un trabajo en solución de problemas retadores, que se adaptaron o diseñaron especialmente para este trabajo.

Como parte de los resultados obtenidos, se logró ver que, aunque hubo cambios positivos por parte de la mayoría de los integrantes, más en hombres que en mujeres, en términos estadísticos no se consideran significativos, lo que permite proponer algunas recomendaciones para el trabajo continuo en el aula y para futuras investigaciones en este campo.

También se pudo observar que a través de las actividades propuestas sobre solución de problemas reto se logró mayor motivación hacia la matemática, despertando creatividad e imaginación.

ABSTACT

The objective of this research was to describe the beliefs held by a group of seventh-grade students of the IED Guillermo León Valencia JT of basic secondary education about mathematics, and the impact of an experience with emphasis on solving challenging problems. This work is part of the research project "Contribution of training programs to the construction of epistemological beliefs of future mathematics teachers about mathematics, its teaching and learning " led by the Mathematics Education research group of the Universidad Antonio Nariño.

The methodology used for the research is mixed, based on quantitative and qualitative processes which seek to examine students' beliefs about mathematics and the changes they undergo after an experience in solving challenging problems that were specially adapted or designed for this work.

As part of the results obtained, it was possible to see that, although there were positive changes by most of the students, more in boys than in girls, in statistical terms they are not considered significant. This allows the author to propose some recommendations for continued work in the classroom and for future research in this field.

It was also observed that through the proposed activities in problem solving, higher motivation towards mathematics was achieved, awakening creativity and imagination.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN 1
CAPÍTULO 1: ESTADO DEL ARTE 8
1.1 Creencias sobre las matemáticas 8
1.1.1 Beliefs and attitudes in mathematics teaching and learning 8
1.1.2 The statistical evidence in describing the student's beliefs about mathematics 12
1.1.3 Creencias y matemáticas 15
1.1.4 Causes Underlying Pre-Service Teachers' Negative Beliefs and Anxieties about Mathematics 17
1.1.5 Las creencias epistemológicas de alumnos y profesores de primero de secundaria 19
1.1.6 Creencias epistemológicas de profesores y alumnos sobre la matemática 22
1.2 Resolución de problemas 24
1.2.1 Learning through problem solving 24
1.2.2 Young Children's Emotional Acts While Engaged in Mathematical Problem Solving 25
1.2.3 Ideas y tendencias en la resolución de problemas, ... 26
1.2.4 Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria 27
1.3 Conclusiones del capítulo 1 30
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO Y REFERENCIAL 32
2.1 Creencias sobre las matemáticas 32
2.2 Teoría de la resolución de problemas 37
2.3 Conclusiones del Capítulo 2 41
CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA 43
3.1 Tipo de enfoque 43
3.2 Diseño de investigación cuantitativa 44
3.3 Población 44
3.4 Recolección de información 45

3.4.1 Cuestionario cerrado 45
3.4.2 Cuestionario abierto..46
3.4.3 Entrevistas semiestructuradas...46
3.5 Análisis de la información 47
3.6 Conclusiones del capítulo 3 48
CAPÍTULO 4. DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES 50
4.1 Actividad N° 1: “Números Capicúas”...51
4.2 Actividad N° 2: “Palillos”..52
4.3 Actividad N° 3: “Trabajemos con Triángulos”..53
4.4 Actividad N° 4: “Números Poligonales” 54
4.5 Actividad N° 5: “Sumas Consecutivas”..55
4.6 Actividad N° 6: “Listo para tu reto” 56
CAPÍTULO 5: RESULTADOS 58
5.1 Aplicación de las actividades 58
5.1.1 Actividad N° 1: “Números capicúas”...58
5.1.2 Actividad N° 2: “Palillos” 61
5.1.3 Actividad N° 3: “Trabajemos con triángulos”...65
5.1.4 Actividad N° 4: “Números poligonales” 68
5.1.5 Actividad N° 5: “Sumas consecutivas” 70
5.1.6 Actividad N° 6: “Listo para tu reto”...73
5.1.7 Percepción sobre las actividades 78
5.2 Creencias de los estudiantes sobre las matemáticas a partir del instrumento cerrado..79
5.3 Creencias y actitudes de los estudiantes sobre las matemáticas a partir del instrumento abierto y las entrevistas...85
5.4 Conclusiones del Capítulo 5 87
CONCLUSIONES 89
RECOMENDACIONES 92
Referencias..94
Anexos 100
Anexo 1. Solicitud de autorización a los directivos de la IED Guillermo León Valencia para aplicación de encuestas 100
Anexo 2. Actividad N° 1 102

Anexo 3. Actividad N° 2 105
Anexo 4. Actividad N° 3 109
Anexo 5. Actividad N° 4 113
Anexo 6. Actividad N° 5 117
Anexo 7. Actividad N° 6A..121
Anexo 8. Actividad N° 6B..123
Anexo 9. Actividad N° 6C 125
Anexo 10. Actividad N° 6D 127
Anexo 11. Actividad N° 6E...129
Anexo 12. Cuestionario de creencias en matemáticas para estudiantes de educación básica secundaria. 131
Anexo 13. Cuestionario de creencias en matemáticas para estudiantes de educación básica secundaria (Adaptación). 133
Anexo 14. Cuestionario creencias epistemológicas sobre la matemática, preguntas abiertas...136
Anexo 15. Matriz del cuestionario de creencias en matemáticas para estudiantes de educación básica secundaria. 138
Anexo 16. Matriz del cuestionario de creencias en matemáticas para estudiantes de educación básica secundaria (Adaptación). 140
Anexo 17. Entrevista semiestructurada 142
Anexo 18. Entrevista semiestructurada 144
Anexo 19. Entrevista semiestructurada 146
Anexo 20. Entrevista semiestructurada 148
Anexo 21. Entrevista semiestructurada 150
Anexo 22. Entrevista semiestructurada 152
Anexo 23. Entrevista semiestructurada 154
Anexo 24. Entrevista semiestructurada 156

Lista de tablas

Tabla 1. Prueba de normalidad 79
Tabla 2. Estadísticas de muestras relacionadas de la población completa 80
Tabla 3. Prueba de muestras relacionadas. 81
Tabla 4. Estadísticas de muestras relacionadas solo mujeres. 82
Tabla 5. Prueba de muestras relacionadas solo mujeres. 82
Tabla 6. Estadísticas de muestras relacionadas solo hombres. 83
Tabla 7. Prueba de muestras relacionadas solo hombres. 83

Lista de figuras

Figura 1. *Evidencia fotográfica Actividad N°1*, numeral 3. 59
Figura 2. *Evidencia fotográfica Actividad N°1*, numeral 3 y 6....................................60
Figura 3. *Evidencia fotográfica Actividad N°1*, numeral 7. 60
Figura 4. *Evidencia fotográfica Actividad N°2*, numeral 2. 62
Figura 5. *Evidencia fotográfica Actividad N°2,* numeral 3. 63
Figura 6. *Evidencia fotográfica Actividad N°2,* numeral 5. 64
Figura 7. *Evidencia fotográfica Actividad N°3*, numeral 1 65
Figura 8. *Evidencia fotográfica Actividad N°3*, numerales 1 y 3................................66
Figura 9. *Evidencia fotográfica Actividad N°4*, numeral 2 68
Figura 10. *Evidencia fotográfica Actividad N°4*, numeral 3. 69
Figura 11. *Evidencia fotográfica Actividad N°4*, numeral 3 69
Figura 12. *Evidencia fotográfica Actividad N°5*, numeral 1. 71
Figura 13. *Evidencia fotográfica Actividad N°5*, numeral 2. 71
Figura 14. *Evidencia fotográfica Actividad N°5*, numeral 2. 72
Figura 15. *Evidencia fotográfica Actividad N°5*, numeral 3. 72
Figura 16. *Evidencia fotográfica Actividad N°5*, numeral 3. 73
Figura 17. *Evidencia fotográfica Actividad N°6*, numeral 1. 74
Figura 18. *Evidencia fotográfica Actividad N°6*, numeral 1. 75
Figura 19. *Evidencia fotográfica Actividad N°6*, numeral 2. 76
Figura 20. *Evidencia fotográfica del trabajo en clase con las actividades*.................77
Figura 21. *Promedios por estudiante antes y después de la implementación* 84

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años ha crecido el interés de diferentes investigadores por indagar acerca de las creencias que tienen, tanto docentes en formación y en servicio como los estudiantes de educación básica y media, acerca de las matemáticas (Campos, 2008; Cross, 2016; Trygve, Barbro y Kirsti, 2005; Vesga & Falk, 2016). En algunos de estos estudios, se ha podido evidenciar que el aprendizaje de las matemáticas, por parte de estudiantes de educación básica y media, está fuertemente ligado con sus creencias y actitudes acerca de lo que ellos consideran que son las matemáticas, por lo cual señalan que en la escuela se debe trabajar al respecto (Chaves, Castillo y Gamboa, 2008; Lazim, Abu y Wong, 2004; Trygve, Barbro y Kirsti, 2005).

En el contexto escolar juegan un papel importante todos los actores que intervienen en el proceso de enseñanza aprendizaje, siendo el docente uno de los principales. Diferentes investigaciones han mostrado que existe relación entre las creencias de los docentes y su actuar en el aula (Cross, 2016; Vesga & Falk, 2016); así como entre las creencias de los docentes sobre las matemáticas y las creencias de sus propios estudiantes. El docente es el encargado de proponer actividades, diseñar materiales, hacer aportes y modificaciones al currículo y liderar diferentes dinámicas y didácticas que se desarrollan en clase; esto hace que pueda afectar de manera directa las creencias en los estudiantes, influenciado por las propias, y hacer que se favorezca o desmejore el aprendizaje de las matemáticas, así como el gusto e interés por las mismas (Chaves et al., 2008).

Al respecto Campos (2008) afirma que, a partir de las experiencias vividas por los estudiantes en el proceso de aprendizaje, éstos tienen reacciones, actitudes y comportamientos, que son catalogados como parte del factor afectivo de sus creencias e influyen en la forma cómo se enfrentan a diferentes situaciones de aprendizaje de las matemáticas.

De otra parte, la literatura muestra que la formación o modificación de las creencias sobre las matemáticas que tienen los estudiantes se puede lograr a partir de las experiencias dentro del aula de clase. En este sentido, se considera que a partir de la resolución de problemas se puede llevar a los estudiantes a la construcción de creencias positivas hacia las matemáticas (Callejo & Vila, 2003).

Los estudiantes al abordar los problemas involucran tres componentes importantes, como lo son el cognitivo, el afectivo y el contextual, lo que evidencia una estructura del sistema de creencias en ellos, ayudando a explicar algunos comportamientos que están presentes en el desarrollo de las diferentes actividades propuestas en matemáticas.

La investigación de McLeod (1988) confirma que es posible afectar las creencias que tienen sobre las matemáticas los estudiantes, con base en un trabajo basado en la solución de problemas. Señala que pudo evidenciar diferentes reacciones afectivas y emocionales que tienen los estudiantes al enfrentarse a un problema en la búsqueda de su solución, lo que repercute directamente sobre la percepción que tienen acerca de las matemáticas. Afirma también que al combinar diferentes experiencias a lo largo del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes cambian su autoconcepto frente al aprendizaje y esto se refleja incluso en su rendimiento académico.

En este sentido, identificar las creencias que tienen los estudiantes sobre las matemáticas, es importante para contrarrestar todas las influencias negativas que hayan podido recibir durante su proceso de enseñanza aprendizaje, así como para consolidar creencias las positivas y aumentar la motivación académica, teniendo en cuenta el contexto de clase y los sentimientos. Para esto, la literatura brinda algunos instrumentos que pueden ser usados buscando tener conocimiento acerca de creencias reportadas por los estudiantes (Walker, 2007; Vizcaíno, Manzano y Casas, 2015), y con base en dicha información poder trabajar hacia la construcción de creencias favorables sobre las matemáticas.

En este contexto, se motivó la presente investigación. A partir de la experiencia del autor de este trabajo, en el campo de la docencia con estudiantes de educación básica secundaria, se ha podido evidenciar que existen algunos factores que afectan el proceso de enseñanza aprendizaje en forma directa, por lo cual se tiene como interés indagar acerca de las creencias que tienen los estudiantes sobre las matemáticas para buscar una manera en la que se pueda llegar a afectarlas y/o consolidarlas hacia creencias más amplias o sofisticadas sobre las matemáticas.

Mediante la aplicación de un cuestionario cerrado, adaptado por Vizcaíno et al (2015), se llevó a cabo un diagnóstico sobre las creencias que tienen los estudiantes de grado séptimo de la IED Guillermo León Valencia, en las jornadas mañana y tarde. Se puede destacar que algunas de ellas son las siguientes:

- Reconocen la utilidad de las matemáticas para la vida.
- Reconocen que el resolver problemas les ayuda a razonar.
- Reconocen la necesidad de saber matemáticas.

- Ven las matemáticas como un idioma que no comprenden, a pesar del trabajo y esfuerzo que lleven a cabo.
- Consideran que algunas personas nacen con grandes habilidades para las matemáticas y otras no.

Esto muestra que existen creencias positivas y negativas sobre las matemáticas, lo que puede considerarse contradictorio y por tanto es un campo pertinente para realizar investigaciones. Con base en el recorrido descrito y lo inicialmente observado se determinó como **problema de investigación:** ¿Cuáles son las creencias que tienen los estudiantes de grado séptimo de educación básica secundaria de la IED Guillermo León Valencia J.T sobre las matemáticas, y cómo se transforman a través del trabajo en solución de problemas retadores?

Se define como **objeto de estudio** el proceso de aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de grado séptimo de la IED Guillermo León Valencia J.T a partir de sus creencias, lo que permite inferir como **objetivo general** describir las creencias que tienen los estudiantes de grado séptimo de la IED Guillermo León Valencia J.T de educación básica secundaria sobre las matemáticas, y el impacto que tiene sobre las mismas un trabajo con énfasis en solución de problemas retadores.

Como **objetivos específicos** se tienen:

- Adaptar un instrumento que permita determinar las creencias que tienen estudiantes de la IED Guillermo León Valencia J.T de educación básica secundaria sobre las matemáticas.

- Adaptar y construir problemas retadores orientados a desafiar las creencias que tienen los estudiantes de la IED Guillermo León Valencia J.T. de educación básica secundaria.
- Describir las creencias que tienen los estudiantes de la IED Guillermo León Valencia J.T de grado séptimo en educación básica secundaria sobre las matemáticas, antes y después de participar de un trabajo intensivo en solución de problemas retadores.

En concordancia con el objetivo, el **campo de acción** se define como las creencias que tienen los estudiantes de la IED Guillermo León Valencia J.T de grado séptimo en la jornada de la tarde.

Se propone como **hipótesis científica** que el diseño de actividades con énfasis en solución de problemas retadores ayudará a que los estudiantes de grado séptimo de educación básica secundaria de la IED Guillermo León Valencia J.T avancen en la construcción o transformación de creencias sofisticadas sobre las matemáticas.

Para complementar el objetivo y guiar el curso de la tesis fueron propuestas las siguientes **tareas de investigación**:

1. Elaborar el estado del arte sobre investigaciones acerca de las creencias que tienen estudiantes de educación básica media y secundaria sobre las matemáticas, así como del impacto que puede tener sobre las mismas un trabajo en solución de problemas no rutinarios.
2. Determinar los fundamentos teóricos acerca de las creencias en matemáticas y el trabajo en solución de problemas no rutinarios con estudiantes de educación básica media y secundaria.

3. Elaborar y adaptar actividades basadas en problemas no rutinarios para afectar las creencias en matemáticas en los estudiantes de grado séptimo de la IED Guillermo León Valencia.
4. Valorar el impacto de las actividades diseñadas.

Es importante señalar que se considera que la solución de problemas es una herramienta de valor sin igual para lograr en los estudiantes una verdadera motivación hacia las matemáticas, permitiendo esto afectar sus creencias de modo que favorezcan sus propios procesos acerca del conocimiento en matemáticas, ya que el trabajo en solución de problemas permite explorar, crear, conjeturar, entre otros aspectos del hacer matemáticas.

Sin embargo, se debe ser cuidadoso para evitar actividades que resulten demasiado complicadas para los estudiantes lo que podría generar un efecto contrario, alejarlos más de ella y desmotivarlos, y que se convenzan aún más, por ejemplo, de ideas como que algunas personas nacen buenas para las matemáticas y otras no.

Para lograr el objetivo planteado, se propone un diseño metodológico mixto que permita tener información tanto cuantitativa como cualitativa sobre las creencias de los estudiantes y de ese modo poder determinar si luego de la intervención realizada existen o no diferencias significativas, y de otra parte, poder profundizar de manera más descriptiva sobre la forma en que las actividades son percibidas por los estudiantes y si ayudan o no a la formación o transformación de creencias positivas sobre las matemáticas.

Estructura de la tesis

El documento está conformado por la introducción, cinco capítulos, conclusiones, recomendaciones y las referencias bibliográficas.

En el capítulo uno se presenta el estado del arte, investigaciones relacionadas con las creencias que tienen docentes y estudiantes sobre las matemáticas, instrumentos que permiten tener esta información; y sobre el efecto que tienen el trabajo en solución de problemas en las creencias de las personas. En el segundo, se presenta el marco teórico y referencial desde el cual se abordó el problema planteado. El tercer capítulo, presenta el enfoque y metodología utilizada, la descripción de la población sobre la cual se llevó a cabo la investigación y los instrumentos empleados para la recolección de información.

En el capítulo cuatro, se describen de forma detallada las actividades diseñadas, características y sugerencias para su desarrollo; se señalan los aspectos por los cuales se indagaba y su relación con el modelo de solución de problemas seleccionado. En el capítulo cinco, se describen los resultados obtenidos tanto a nivel cuantitativo como cualitativo, para ello se hace uso de diferentes métodos estadísticos y se describe en detalle el desempeño de los estudiantes en cada actividad; con esta información se hacen inferencias sobre los cambios observados en las creencias sobre las matemáticas de los estudiantes participantes.

En las conclusiones se hace un análisis del cumplimiento del objetivo general propuesto señalando los aportes prácticos de la investigación. En las recomendaciones se señalan algunas alternativas para profundizar en el campo de las creencias sobre las matemáticas de estudiantes de educación básica y media, también se proponen posibles rutas para futuras investigaciones. Al finalizar se presenta la bibliografía citada y se incluyen los anexos en los cuales se pueden observar las diferentes actividades e instrumentos utilizados para el desarrollo del estudio.

CAPÍTULO 1: ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se analiza y relaciona la literatura seleccionada, la cual sirve de referente para la investigación a nivel teórico como práctico. Al llevar a cabo una revisión de numerosos artículos y literatura acerca de las creencias que tienen sobre las matemáticas estudiantes de educación básica, media y secundaria, se pudieron encontrar diferentes estudios a nivel internacional.

Con esta mirada se busca ampliar la visión sobre el objeto de estudio abordado en esta tesis, aspectos metodológicos empleados, resultados obtenidos y recomendaciones para nuevos estudios como éste.

A continuación, se describen algunas investigaciones relacionadas con las creencias que, sobre las matemáticas, tienen estudiantes de diferentes niveles, instrumentos o técnicas que se pueden usar para conocerlas, y sobre la importancia de la resolución de problemas en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas y su relación con la construcción de creencias.

1.1 Creencias sobre las matemáticas

1.1.1 Beliefs and attitudes in mathematics teaching and learning [1]

En la investigación hecha por Kirsti Kislenko, Trygve Breiteig y Barbro Grevholm de la Universidad Noruega de Ciencia y Tecnología, se confirma que las creencias sobre las

[1] Kislenko, K., Breiteig, T., & Grevholm, B. (2005). Beliefs and attitudes in mathematics teaching and learning. In I. M. Stedøy (Ed.), Vurdering i matematikk – hvorfor og hvordan? Fra småskole til voksenopplæring. Konferanserapport Nordisk konferanse i matematikkdidaktikk (pp. 129–138). Trondheim: Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

.

matemáticas desempeñan un gran papel en la enseñanza, y que los resultados acerca del aprendizaje de los estudiantes se encuentran fuertemente ligados con dichas creencias y actitudes acerca de lo que ellos consideran son las matemáticas.

Los autores señalan que, durante los últimos 20 años, las investigaciones en educación matemática de muchos países han estado muy interesadas en el área de las creencias y actitudes; una muestra de ello son trabajos realizados en países como Finlandia, Estados Unidos de América, Alemania y Australia, entre otros. Estas investigaciones han estado buscando respuesta a interrogantes como ¿Qué piensan los estudiantes de las matemáticas y cómo se aprende matemáticas?, ¿Qué tanto la información de diferentes fuentes y herramientas metodológicas sirve para investigar las creencias de los profesores de las matemáticas? o ¿Qué método es el más adecuado para qué aspecto?

Los investigadores se interesaron por abordar las creencias, buscando dar respuesta a preguntas sobre lo que piensan estudiantes noruegos y estonios acerca de las matemáticas como asignatura de la escuela, partiendo del concepto de creencia en términos de actitud, disposición, opinión, percepción, filosofía y valor.

Estos investigadores rechazan propuestas hechas por otros autores que afirman que la creencia es solo una parte de la actitud, ya que consideran que se pueden encontrar tres aspectos dentro de una actitud. El primero, es cognitivo conformado por creencias y el conocimiento mismo; el segundo, es afectivo en el cual se encuentran las emociones, la motivación y los sentimientos; y el tercero es de comportamiento, ligado estrictamente a las acciones.

Señalan también que la relación entre las creencias y el conocimiento es ineludible, ya que el dominio afectivo y cognoscitivo son inseparables, lo que lleva a establecer esto como una conexión bastante compleja. Todo lo que el estudiante sabe, todo el conocimiento se ve reflejado en sus creencias, ya sea basándose en datos empíricos, la razón o la fe, por lo cual no se pueden evaluar o justificar, de hacerlo según Platón, el resultado será el conocimiento.

Se consideran las diferentes creencias dentro de un sistema en donde se encuentran conectadas, pero de forma dinámica, ya que pueden cambiar a partir de sus experiencias, lo que lleva a decir que se está reestructurando el sistema continuamente.

Tomando como base a Green (1971), estos autores consideran tres dimensiones del sistema de creencias. En primer lugar, la estructura del sistema es cuasi-lógica, algunas creencias son primarias (las matemáticas son útiles para la vida) y algunas son derivadas (es importante trabajar duro en la clase de matemáticas). En segundo lugar, en el sistema de creencias, algunas son centrales y otras periféricas. Las centrales se mantienen con mayor fuerza, mientras que las periféricas se pueden cambiar de manera sencilla. Afirman que un docente con poca experiencia tiene más creencias periféricas, y con los años de experiencia se van volviendo más centrales, y podrían llegar a ser un obstáculo difícil de superar. En tercer lugar, se afirma que las creencias no son independientes unas de otras, que ocurren como en racimos, y estos tienen una relación débil con otros o no están conectados. Esto podría explicar las contradicciones en las creencias que tienen a veces tanto docentes como estudiantes sobre las matemáticas.

Los autores señalan que, a modo general, se puede decir que existen cuatro conjuntos de creencias: creencias sobre la naturaleza de las matemáticas; creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; creencias sobre uno mismo en el contexto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; y, creencias sobre la naturaleza del conocimiento y el proceso de conocer.

En su investigación se interesaron por el segundo conjunto, creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, específicamente las creencias que tienen estudiantes. Utilizaron un cuestionario de 112 preguntas divididas en 13 grupos, analizando creencias acerca de: la matemática como tema de estudio; aprendizaje de matemáticas; habilidades matemáticas propias; experiencias propias (seguridad) durante la lección de matemáticas; enseñanza de las matemáticas; aprender un nuevo tema en matemáticas; ambiente en clase; ambiente en la escuela; diferencias entre niños y niñas; herramientas de enseñanza en la clase de matemáticas; evaluación propia de la importancia de las matemáticas; evaluación para la enseñanza de matemáticas; las matemáticas y el futuro.

Emplearon una escala Likert, en la cual se clasifican los enunciados de “muy de acuerdo” a “totalmente en desacuerdo” con cinco divisiones

Como conclusiones resaltan que para todos los estudiantes las matemáticas son importantes, consideran que deben saber algo sobre números y cálculos y cómo resolver problemas prácticos. Para un alto porcentaje, el 96%, son útiles para la vida y piensan que es importante obtener buenas calificaciones. De otra parte, más del 50% señalaron que las matemáticas son aburridas, pero más del 85% están seguros que las necesitan para la vida. También encontraron que la mayoría de los estudiantes se divierten durante las clases y consideran que hay un buen ambiente en la clase y la escuela.

Señalan los investigadores que es desafortunado que, a pesar de que los estudiantes afirman que las matemáticas son importantes, la escuela no haya podido organizar la enseñanza de modo que también la encuentren desafiante y fascinante. Plantean algunos interrogantes ¿cuál es la razón por la que tantos estudiantes encuentran aburridas las matemáticas? ¿Cómo influyen las creencias en el aprendizaje de los estudiantes en matemáticas? ¿Qué se puede cambiar en la escuela para cambiar esta concepción?, a razón de ver ¿cómo la escuela ha hecho poco por cambiar esta visión de las matemáticas?

Esta investigación es un referente importante para este trabajo, porque permite comparar creencias de los estudiantes y ver qué tanto el trabajo propuesto ayuda a dar respuesta a los interrogantes planteados.

1.1.2 The statistical evidence in describing the student's beliefs about mathematics[2]

En el artículo escrito por Lazim Abdullah, Abu Osman y Wong Abdullah, se describe un estudio estadístico acerca de las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas, una observación hecha a estudiantes de escuelas secundarias ubicadas dentro de un sector residencial de Malasia.

[2] Lazim, A., Abu, O., & Wong B Abdullah, W. S. (2004). The statistical evidence in describing the student's beliefs about mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching*, 1-17. Obtenido de http://www.cimt.org.uk/ijmtl/index.php/IJMTL/issue/archive

Basándose en la teoría existente acerca de las creencias en matemáticas, sostienen los autores que estas son principios personales que cada estudiante usa de manera inconsciente para enfrentarse a nuevas situaciones y experiencias, basándose en la información que ya posee. Estos elementos afectan en gran medida el proceso de aprendizaje y adquisición del conocimiento de las matemáticas, al igual que la manera en la que cada uno de ellos relaciona estas experiencias con su realidad.

La importancia que juegan dichas creencias radica en que, durante la vida escolar, el estudiante hace énfasis en sus experiencias y conocimientos hacia la búsqueda, o mejor aún, los orienta para alcanzar los objetivos propuestos, afectándolo en su comportamiento, su proceso cognitivo, viéndose reflejado en su parte afectiva y actitudinal.

Dentro del ambiente escolar las creencias de los estudiantes en matemáticas pueden promulgar la idea del fácil cumplimiento de los logros, como también la excelencia en el proceso de aprendizaje. Algo que preocupa a los docentes, acerca de las creencias de sus estudiantes, es la naturaleza que estos perciben de las matemáticas y aquellos factores relacionados con su proceso de aprendizaje.

Los autores afirman que el conocimiento mismo de las matemáticas junto con las creencias trabajan de manera conjunta en la formación de esquemas y modelos mentales que evolucionan, que cambian con el tiempo, llegando a considerarse de orden superior, los cuales se llevan a cabo dentro de la conciencia de cada uno de los individuos en los límites sociales, lo que sirve como contexto para formar o conformar otras categorías de creencias.

Para lograr los objetivos trazados en la investigación, los autores diseñaron un cuestionario sobre las creencias matemáticas tomando como referencia investigaciones previas. El cuestionario se compone de cuatro dimensiones para abarcar en ellas las cuatro facetas sobre las creencias de los estudiantes, las cuales son, la naturaleza de las matemáticas, el papel del docente, haciendo la diferencia en el papel del docente en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, y por último sobre la competencia que poseen en matemáticas. En cada factor se encuentran dos o más ítems, para un total de 19, y usaron una escala Likert de 1 (muy de acuerdo) a 5 (muy en desacuerdo).

Participaron doscientos quince estudiantes, entre hombres y mujeres, de tres escuelas de educación secundaria, ubicadas dentro del contexto urbano, los cuales obtuvieron una calificación básica en matemáticas en la prueba de estado Penilaian Menengah Rendah (PMR).

Como parte de los resultados señalan que los estudiantes que consideran importantes a los docentes son aquellos que también se encuentran convencidos que se debe mejorar la manera de aprender matemática. Otro elemento relevante como resultado de la investigación, es acerca de la importancia que dan los estudiantes a las matemáticas para la vida cotidiana, al igual que al papel del docente en el proceso de enseñanza aprendizaje, y su papel en lograr el interés de los estudiantes en las matemáticas. Acerca de cómo debe aprenderse matemática, los estudiantes son muy conscientes que se debe practicar bastante, lo cual es un elemento que les brinda muchas herramientas para el aprendizaje de las matemáticas.

El autor de la anterior investigación tiene el mismo interés que el autor de esta tesis, de buscar identificar las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas, y cómo pueden afectar éstas el proceso de enseñanza aprendizaje. Se ve que es posible usar instrumentos en escala Likert para tener información sobre las creencias que tienen los estudiantes acerca de las matemáticas.

1.1.3 Creencias y matemáticas[3]

Este artículo escrito por el doctor Edison de Faria, se centra en la importancia que han tenido las creencias en matemáticas, y más aún el interés que han suscitado desde los años 80 entre los investigadores en educación matemática, motivo por el cual se enfoca en el significado de las creencias al igual que en los sistemas de creencias, acerca de la naturaleza de las matemáticas.

Afirma que la relación existente entre las creencias y el aprendizaje es cíclica; esto lo hace a partir de observar que las experiencias de los estudiantes al aprender matemáticas. Ha observado que tienen reacciones emocionales, considerando éste como un aspecto afectivo de las creencias, mientras que las creencias influyen en el comportamiento del estudiante en las diferentes situaciones del aprendizaje. De igual manera analiza el impacto de las creencias de los docentes, ya que éstas determinan el curso del trabajo en clase, y el tipo de actividades a desarrollar.

Es por ello que considera importante estudiar las creencias en matemáticas, las cuales pueden ser confundidas por algunos sinónimos, que también son empleados en el

[3] Campos, E. d. (2008). Creencias y Matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 9-27.

ámbito educativo como lo son las concepciones, ideas, actitudes y valores, que se encuentran inmersos dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Faria afirma que las creencias pueden mostrar aspectos afectivos de la personalidad tanto del estudiante como del profesor y, debido a la relación entre éstas y la práctica dentro y fuera del aula de clase, ellas forman parte del conocimiento y la manera de trabajar para alcanzarlo.

El estudiante en su proceso de aprendizaje recibe constantes estímulos que se encuentran directamente asociados con las matemáticas, los cuales pueden generarle tensiones, lo que es posible traducir en reacciones, positivas o negativas, que forman parte del aspecto emocional en cada uno de ellos, y constituyen actitudes que influyen directamente en las creencias y su formación.

Actualmente las investigaciones sobre las creencias matemáticas apuntan hacia la comprensión del sistema de creencias en estudiantes como en docentes, acerca de su origen, y el poder comprender cómo ellas influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje, y sobre cómo las creencias negativas pueden ser susceptibles a cambios o modificaciones que favorezcan la práctica y construcción del conocimiento en matemáticas.

En el artículo, el autor asume una posición frente a las creencias, en la cual afirma que ellas hacen parte del conocimiento subjetivo, encontrándose muy ligadas al componente afectivo, a la evaluación y a los factores sociales, lo que conlleva a definirse como un sistema de creencias del individuo, en el cual se crea un conjunto estructurado de visiones, concepciones, valores e ideologías. Estos sistemas afectan los objetos sociales de la educación, la manera de transmitir el conocimiento, al igual que los materiales y herramientas utilizadas en el proceso de enseñanza aprendizaje.

El autor de la presente investigación comparte el interés en determinar qué aspectos pueden favorecer el cambio de creencias negativas hacia las matemáticas, haciendo una apuesta por el trabajo en solución de problemas retadores.

1.1.4 Causes Underlying Pre-Service Teachers' Negative Beliefs and Anxieties about Mathematics[4]

Los investigadores Liisa UUsimaki y Rod Nason indagaron por las causas de las creencias negativas y la ansiedad acerca de las matemáticas de un grupo de docentes de primaria en formación. El grupo de observación estuvo conformado por 17 mujeres y 1 hombre, los cuales hacían parte de una importante universidad metropolitana del este de Australia, y fueron seleccionados de un grupo de 45 quienes se consideraban ansiosos frente a las matemáticas y que participaron de manera voluntaria. Otros criterios para la selección fue que tuvieran acceso a internet y disponibilidad de tiempo para asistir a talleres.

Señalan los autores que comprender la ansiedad matemática no es fácil, existen múltiples causas y efectos que interactúan, y por tanto no se trata de un diagnóstico simple para dar un remedio simplista.

Para la recolección de información usaron una entrevista semiestructurada, dentro de la cual se plantearon cuatro preguntas ¿cuándo empezó a sentir disgusto por las

[4]Uusimaki, L., & Nason, R. (2004). Causes Underlying Pre-Service Teachers' Negative Beliefs And Anxieties About Mathematics. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.*, 369-376.

matemáticas?, ¿por qué empezó a sentir disgusto por las matemáticas?, ¿qué le causa ansiedad en matemática?, ¿qué conceptos matemáticos le causan ansiedad? Estas preguntas tenían como fin obtener información acerca de los orígenes de la ansiedad frente a las matemáticas y sus causas, dentro de las cuales también se buscó indagar por aspectos específicos de las matemáticas.

La información recogida después se analizó, para proponer el diseño de programas en los cuales se pueda ayudar a los docentes a abordar sus creencias negativas y ansiedades sobre las matemáticas.

A partir del análisis de la información recolectada, los autores pudieron concluir que el origen de la ansiedad en matemáticas se debe en la mayoría de los participantes, a sus experiencias vividas en la escuela primaria, pese a que la mayoría de literatura en la que se basaron los autores del artículo señalaba que la mayor influencia negativa en las creencias de los estudiantes era adquirida en la escuela secundaria.

En términos generales, a partir de la observación los autores concluyen que las experiencias negativas en los estudiantes se pueden atribuir a los docentes, en particular de educación primaria, esto por encima de los mismos contenidos matemáticos trabajados en dicha etapa escolar. Adicional a esto, encontraron que la mayor causa de ansiedad en matemáticas se debe a la manera en la cual eran comunicados los conocimientos matemáticos, ya sea desde las pruebas aplicadas, como en la manera que se llevaba la matemática a la práctica. Dentro de los conceptos matemáticos que mayor ansiedad causan en los estudiantes se encuentran el álgebra, el espacio y el sentido numérico, según los resultados obtenidos de la observación llevada a cabo.

Finalmente se concluye que los estudiantes deben encontrar aspectos en su entorno de aprendizaje favorables para las creencias acerca de las matemáticas, como los son el poder explorar y comunicarse libremente, el volver a aprender y explorar conceptos matemáticos básicos, usar las matemáticas para resolver situaciones de la vida cotidiana, y, por último, se sugiere un cambio en la formación del docente quien no debe tener únicamente conocimiento de los contenidos.

Esta investigación muestra la importancia que tiene el docente en la formación de las creencias sobre la matemática de sus estudiantes, al ser ellos quienes brindan las experiencias en matemáticas a sus estudiantes, las cuales pueden ser o no favorables, y en este último caso, generar a futuro dificultades o ansiedades frente a las mismas. Por ello se considera que es fundamental proponer un trabajo en actividades retadoras que muestre un panorama más amplio a los estudiantes que la simple repetición de algoritmos.

1.1.5 Las creencias epistemológicas de alumnos y profesores de primero de secundaria[5]

Los profesores Gómez y Silas (2012) llevaron a cabo una investigación en tres escuelas públicas de primer año de secundaria de la Secretaría de Educación de Jalisco, al sur de la Zona Metropolitana de Guadalajara (México), para caracterizar las creencias epistemológicas sobre el aprendizaje de las matemáticas, tanto en

[5] Gómez, L. F., & Silas, J. C. (9 de Octubre de 2012). Las creencias epistemológicas de alumnos y profesores de 1º de secundaria. *Educación y culturas digitales, 3*(5), 1-14. Obtenido de Revista Diálogos: http://www.revistadialogos.cucsh.udg.mx/sites/default/files/dse_a3_n5_jul-dic2012_silas.pdf

estudiantes como en sus profesores. Participaron en total más de novecientos estudiantes y diez docentes.

El instrumento que usaron fue el inventario de Creencias Epistemológicas sobre las Matemáticas, desarrollado por Walker (2007). Como parte de los resultados se destaca que los estudiantes consideran que el docente es el experto que les enseña y que es de él principalmente que aprenden matemáticas, que no es fácil hacerlo sin su ayuda. Los estudiantes creen, en mayor proporción las mujeres que los hombres, que el conocimiento matemático no cambia, hay respuestas exactas y es poco probable usar diferentes procedimientos para llevar a un mismo resultado.

Con relación a la estructura del conocimiento, los resultados mostraron una tendencia más sofisticada, señalando que es mucho más que datos y procedimientos para memorizar, que es importante entender cómo se relacionan. Frente a la velocidad en la adquisición del conocimiento matemático, los estudiantes tienen creencias simples, asumiendo que se aprende de golpe o no se logra por más esfuerzo que se haga. Los resultados mostrados por los estudiantes implican, señalan los autores, que asuman un papel pasivo frente a su aprendizaje, a recordar procedimientos memorísticos en lugar de buscar alternativas para resolver los problemas propuestos por sus profesores.

Sobre los resultados de las creencias de los docentes, el estudio mostró que, contrario a lo que esperaría, son parecidas a las de sus estudiantes. Los años de experiencia y el conocimiento que tienen, o deberían tener, sobre las matemáticas y teorías del aprendizaje, deberían implicar que tuvieran creencias más sofisticadas sobre las matemáticas, pero no fue así.

Estos resultados, dicen los autores, muestran que hay un desconocimiento bastante amplio, tanto en estudiantes como en profesores, acerca del verdadero significado de la matemática como área del conocimiento, por lo cual se hace necesario el trabajo tanto en la parte técnica como epistemológica de la enseñanza de las matemáticas con estudiantes y docentes.

Los autores insisten en la importancia de incidir favorablemente sobre las creencias epistemológicas, mediante intervenciones muy específicas. Recomiendan hacer un trabajo gradual, que vaya de lo simple a lo complejo, para mostrar al estudiante que el aprendizaje en matemáticas se desarrolla por medio de la participación en actividades y no está dado de forma innata.

Afirman que se debe buscar el aprendizaje o desarrollo de una habilidad específica, que sea fácil de identificar por el estudiante, para que pueda notar que el nivel de dominio en matemáticas no es algo fijo sino que, por el contrario, el aprendizaje está dado de forma gradual, a través de la exposición a la información, a la práctica continua y a la reflexión acerca del proceso, guiándolo a reconocer su propio proceso y mostrándole que no depende únicamente del profesor, sino más bien del esfuerzo que él mismo haga por comprender y relacionar los conceptos.

Gómez y Silas, al término de su investigación reconocen la importancia de enfocar desde la docencia, que las matemáticas son un conjunto de habilidades, conceptos y procedimientos que permiten al alumno resolver problemas, en lugar de que consideren que se trata de procedimientos que se deben realizar para obtener una calificación. Señalan además que es importante que los estudiantes vean que las matemáticas son importantes para resolver problemas de la vida cotidiana.

El caracterizar las creencias en matemáticas de los estudiantes es un punto en común con el propósito de esta tesis, por lo cual coincide ampliamente en lo expuesto por la anterior investigación, buscando los componentes que se deben modificar para lograr mejores resultados en los procesos de aprendizaje de las matemáticas.

1.1.6 Creencias epistemológicas de profesores y alumnos sobre la matemática[6]

En este artículo escrito por Idania Ramos, Annia Vizcaíno y Darlys Carmenates se busca caracterizar las creencias epistemológicas que poseen profesores y estudiantes sobre las matemáticas en la educación básica secundaria de una escuela en la provincia de Camagüey, Cuba. La investigación se llevó a cabo empleando un método descriptivo. La muestra seleccionada para la aplicación de los cuestionarios constó de estudiantes que cursaban séptimo, octavo y noveno grados de educación secundaria, acompañada por los profesores que trabajan directamente en el proceso de enseñanza para los mismos grados.

El método empleado en la investigación realizada fue el empírico, utilizando la técnica de evocación libre de palabras, en el que se presentan palabras a los encuestados siguiendo las categorías propuestas por Schommer (1994), generando estímulos para luego llevar a cabo una triangulación teniendo en cuenta el objeto de estudio del trabajo. Posterior a la recolección de la información, se organizaron los datos y se procesaron con el sistema SPSS.

[6] Ramos, I. O., Vizcaíno Escobar, A., & Carmenates Estrada, D. (1 de Noviembre de 2015). Creencias epistemológicas de profesores y alumnos sobre la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 166-184. Obtenido de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/42/42_Artigo8.pdf

Al finalizar la investigación se pudo observar que, en los docentes, las principales creencias epistemológicas se encuentran relacionadas con su formación y el quehacer profesional, mientras que en los estudiantes se encuentran enmarcadas dentro de su ambiente escolar con un matiz negativo. En cuanto al desarrollo de las creencias epistemológicas se pudo observar que, tanto en docentes como en estudiantes, éste se lleva a cabo de manera asincrónica y no paralelo, pudiendo presentarse asimetrías y contradicciones dentro de la dinámica misma de desarrollo.

Cabe destacar que al finalizar la investigación, los autores sugieren seguir en el análisis y estudio de las creencias epistemológicas desde una perspectiva integral, planteando dos importantes interrogantes: “¿basta con un enfoque cuantitativo de investigación para dar respuesta a nuestro objeto de estudio?, ¿se expresan en las creencias epistemológicas de los docentes las rupturas que existen entre el discurso pedagógico y su práctica?” (p. 182).

El autor de esta tesis comparte el objetivo de la anterior investigación, al buscar caracterizar las creencias en matemáticas de los estudiantes, y a partir de los resultados obtenidos identificar los componentes que deben modificarse para mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje. También se usó la técnica de evocación de palabras como parte de las formas de recolección de información sobre las creencias.

1.2 Resolución de problemas

1.2.1 Learning through problem solving[7]

Hanlie Murray, Alwyn Oliver y Piet Human en su artículo "Aprender mediante la resolución de problemas", parten de varios estudios con jóvenes acerca del trabajo en clase de matemáticas alrededor de la solución de problemas.

Con base en la observación realizada, resaltan la importancia de diversos factores que afectan el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, entre los cuales se incluyen el papel del docente, el contexto de la clase, la interacción de los estudiantes, el tipo de problema, la estructura matemática del problema y la respuesta obtenida de los estudiantes.

Estos investigadores consideran que el aprendizaje de los estudiantes se logra cuando se enfrentan a problemas para los cuales no tienen métodos rutinarios. También señalan que el docente no debe interferir en el trabajo de los estudiantes, mientras éstos intentan resolver el problema, mejor aún, debe motivarlos a comparar sus estrategias y métodos de solución entre sí, y a discutir el problema propuesto.

Como resultado de la investigación, los autores señalan que el trabajo centrado en la resolución de problemas promueve la construcción de patrones y relaciones entre conceptos, permaneciendo éstos en el estudiante a largo plazo. Pero advierten que para esto es necesario que los problemas estén bien diseñados, se presenten en una secuencia adecuada y como parte de un contexto de clase apropiado.

[7] Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (1998). Learning Through Problem Solving. *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psycology of Mathematics Education, 1*, 169-185.

La anterior investigación es de utilidad para el autor de la presente tesis, ya que es a través de un trabajo en solución de problemas no rutinarios que se busca ayudar o transformar las creencias de los estudiantes hacia creencias de tipo sofisticado.

1.2.2 Young Children's Emotional Acts While Engaged in Mathematical Problem Solving[8]

Paul Cobb, para su investigación acerca de "los actos emocionales de los niños pequeños mientras se dedican a la resolución de problemas matemáticos", se interesó en los temas afectivos y emocionales que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

El experimento se llevó a cabo en el salón de clases de una escuela pública de segundo grado durante todo el año escolar como parte de un proyecto de investigación. El grupo se encontraba conformado por 20 estudiantes. La metodología empleada fue constructivista, en la cual el investigador interactúa con un solo estudiante, trabajando de la mano con el docente titular del grupo.

La intención general del docente, al dirigir la clase, fue el generar discusiones en las cuales los estudiantes pudieran verbalizar los intentos de solución a los problemas propuestos, lo cual da lugar a la reconstrucción de las soluciones y a la aclaración de dudas o conflictos presentados en algún momento de la actividad.

El trabajo desarrollado permitió a los estudiantes ver que no saber qué hacer era lo rutinario, llevándolos a un proceso de resolución propia, lo cual es una característica

[8] Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (2011). Young Children's Emotional Acts While Engaged in Mathematical Problem Solving. En E. Yackel, K. Gravemeijer , & A. Sfard, *A Journey in Mathematics Education Research, Insights from the Work of Paul Cobb* (págs. 41-74). New York: Springer.

primordial del trabajo matemático, afectando sus creencias sobre la naturaleza del conocimiento propio de ésta. El grupo se caracterizó en términos generales por actos emocionales positivos al resolver problemas matemáticos desafiantes.

Luego de las diferentes intervenciones en el grupo, se pudo observar que las creencias de los estudiantes y las expectativas que se construyen dentro del contexto social, entorno a las matemáticas, están fuertemente relacionadas.

A partir de lo anterior, el autor afirma que las emociones se pueden ver reflejadas como la expresión de las creencias, lo cual para el observador es una fuente valiosa acerca de la comprensión sobre la naturaleza de las creencias en los estudiantes. Señala, además, que los actos emocionales de los estudiantes dependen de las creencias que posean, mientras que no es completamente cierto afirmar que las creencias dependen de los actos emocionales.

La investigación anterior es útil para el escritor de la presente tesis, al señalar la importancia de las emociones y actitudes para el trabajo dentro y fuera del aula con problemas retadores, y sobre cómo esto influye en las creencias de los estudiantes.

1.2.3 Ideas y tendencias en la resolución de problemas[9],

En este artículo escrito por Alan Schoenfeld para el simposio internacional de 1984, se expone una serie de problemas en los cuales se muestran diferentes maneras y estrategias útiles para abordarlos, buscando que los estudiantes a partir de sus

[9] Schoenfeld, A. (1985). Ideas y tendencias en la resolución de problemas. En M. d. Ciencia, *La enseñanza de la Matemática a Debate* (págs. 25-65). Madrid: Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.

conocimientos y experiencias puedan llegar a la solución de éstos, dada su experiencia como docente en matemáticas.

Por lo anterior, hace bastante énfasis en que los estudiantes deben comprender desde su experiencia en la vida cotidiana las situaciones propuestas, deben relacionar los conocimientos con situaciones reales, lo que significa comprender el origen de los conocimientos matemáticos, valiéndose del descubrimiento y la intuición. Todo esto se desarrolla con el ánimo de que los estudiantes puedan comprender que la matemática es una disciplina viva en la cual pueden descubrir cosas nuevas constantemente.

Lo anteriormente expuesto es de utilidad para el autor de esta tesis, ya que confirma lo encontrado en la literatura acerca de la solución de problemas y su afectación de forma positiva a las creencias en matemáticas de los estudiantes, a partir del uso de sus propias experiencias apoyadas en el conocimiento matemático que poseen para lograr la solución a situaciones propuestas.

1.2.4 Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria[10]

El artículo, escrito por María Luz Callejo y Antoni Vila, centra su atención en las creencias de los estudiantes en la resolución de problemas, y las consecuencias que ellas traen sobre la práctica. Los autores resaltan la importancia de tres componentes presentes en las creencias acerca de la resolución de problemas, el cognitivo, el afectivo y el contextual. Afirman que el componente cognitivo tiene mayor potencia que

[10] Callejo, M. L., & Vila, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 173-194.

el afectivo, permitiéndole a éste mantener un mayor grado de estabilidad al estar fuertemente ligado a las experiencias, lo que le permite evolucionar, estar en un constante proceso de construcción y transformación a lo largo de la vida.

Afirman que la estructura del sistema de creencias en los estudiantes ayuda a explicar algunos de los comportamientos presentes en el desarrollo de las actividades propuestas en matemáticas, evidenciando en algunas ocasiones la resistencia por cambiar aquellas creencias que no son adecuadas, a pesar de mostrar argumentos que respaldan el cambio para modificarlas o afectarlas de forma positiva. También los autores señalan que las creencias influyen en la forma de aprender, enseñar y aplicar la matemática, generando un círculo que en ocasiones se hace difícil de romper entre las creencias mismas y las prácticas.

En la investigación participaron 61 estudiantes de primer grado de educación secundaria obligatoria de un mismo centro educativo. En los resultados se observa una tendencia, al identificar un problema de matemáticas como algo de naturaleza aritmética, de tratar de hacer cálculos, y si tiene aspectos formales, por ejemplo, en el modo de enunciarlo, la aproximación de los estudiantes al problema es distinta. De hecho, observaron que la diferencia entre problema y ejercicio la ven los estudiantes en las características formales que se enuncian.

Los autores también informan que los estudiantes consideran un problema matemático, como ese enunciado que se debe saber descifrar o entender para luego ejecutar, y que su dificultad radica en lo que se espera que se haga para resolverlo de forma correcta. De manera más concreta, los autores señalan que los estudiantes consideran resolver un problema, como el averiguar cuáles son las operaciones adecuadas para encontrar el resultado solicitado, sin tener tropiezos o dificultades en el camino, y ello se logra mediante el método que explicó el profesor en clase.

Respecto al aprendizaje en matemáticas, la tendencia marcada en el grupo es la de fijarse en las claves dadas por el profesor, las cuales de cierta manera garantizan la obtención de un resultado correcto, lo que se logra a partir del uso y aplicación de las técnicas y conceptos matemáticos aprendidos, junto con la mecanización de los métodos, cosa que es deber del profesor enseñar.

En cuanto al origen y formación de creencias, consideran tres grandes categorías. La primera es aquella en la que intervienen los agentes del contexto, siendo éstos la naturaleza de las tareas, la evaluación y por último las actividades casuísticas, dados en ese orden de importancia. En una segunda categoría se encuentra todo aquello que incide ajeno a dicho contexto, y en la tercera se ubica todo lo que corresponde a los aspectos afectivos, y es en ésta que es importante centrar la atención.

Respecto a la naturaleza de las tareas, los autores distinguen dos aspectos de vital importancia, el primero asociado a las experiencias vividas en cursos anteriores, que por un lado puede ser la abundancia de tareas y trabajos que apuntan a unas creencias flexibles que permiten al estudiante emplear métodos más efectivos en la resolución de problemas, o por otro lado experiencias rutinarias que conllevan a creencias rígidas, las cuales orientan al estudiante a emplear métodos menos efectivos en la resolución de problemas. Un segundo aspecto apunta al tipo de trabajo en clase, ya que puede ser rutinario, práctico o de investigación.

En cuanto a los agentes externos, los autores identificaron dos aspectos importantes, uno de ellos es el papel de los padres y familiares frente a los mitos que rondan alrededor de las matemáticas, debido a la importancia que tiene ésta socialmente. Un segundo aspecto externo está dado por la presión familiar respecto a los resultados obtenidos en el proceso de evaluación, ya que se asocia la inteligencia con las matemáticas, aspecto que puede estar ligado también a la parte afectiva.

Encuentran en la categoría asociada a lo afectivo la personalidad del estudiante, ya que juega ésta un papel importante en la formación de las creencias, y también se encuentra ligada a los aspectos anteriormente mencionados.

Además, la experiencia les permitió plantear las siguientes interrogantes "¿Cómo podemos diagnosticar y evaluar las creencias de los estudiantes? ¿Cómo podemos crear ambientes y entornos de aprendizaje que ayuden a los estudiantes a abordar la actividad matemática con espíritu abierto, crítico y flexible? ¿Cómo podemos educar a las jóvenes generaciones iniciándoles en los elementos de una ciencia con la que pueden disfrutar y constatar sus potencialidades y capacidades para comprender, definir o demostrar?" dejándolas a disposición del lector para dar sus propias respuestas.

La anterior investigación reafirma la concepción del autor de esta tesis, al valerse de la resolución de problemas para afectar de forma positiva las creencias en matemáticas de los estudiantes, y así mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje.

1.3 Conclusiones del capítulo 1

Las investigaciones anteriores muestran que existe una relación bastante fuerte entre lo que son las creencias sobre las matemáticas, la resolución de problemas y los resultados que obtienen los estudiantes en las diversas actividades involucradas con dicha disciplina.

Las creencias sobre las matemáticas afectan de manera directa el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que un reflejo de éstas son las actitudes y comportamientos que puedan llegar a presentar los estudiantes durante las actividades que se lleven a cabo en relación con esta disciplina, lo que en la mayoría de casos deja ver una falta de motivación e interés a pesar de reconocer la importancia que tienen las matemáticas en la vida diaria.

A su vez, la resolución de problemas se plantea como una alternativa, que puede llegar a cambiar esta situación a partir del trabajo en situaciones novedosas y retadoras. Aspectos que son centrales y considerados en el desarrollo de este trabajo.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO Y REFERENCIAL

Este capítulo tiene como finalidad presentar las posturas teóricas tenidas en cuenta para el desarrollo de la investigación, las cuales hacen referencia a las creencias sobre las matemáticas y la resolución de problemas.

2.1 Creencias sobre las matemáticas

Según el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española una creencia es el "firme asentimiento y conformidad con algo, completo crédito que se presta a un hecho o noticia como seguro o cierto"[11].

Es importante destacar que, durante los últimos 30 años, los investigadores en el campo de las matemáticas, al igual que en la psicología, se han interesado en las creencias que tienen los estudiantes sobre las matemáticas y su efecto en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Green (1971), como resultado de sus investigaciones, habla de tres dimensiones del sistema de creencias, relacionadas con la forma como se cree, y no con el contenido de lo que se cree; estableciendo que existen diferencias entre creencias primarias y creencias derivadas. Las anteriores ideas son retomadas por Schommer (1990) para sus investigaciones.

En primera medida Green afirma que algunas creencias son primarias y a partir de éstas surgen otras a las que denominó derivadas. Un ejemplo de creencia primaria es aquella en la cual los estudiantes creen que las matemáticas les son útiles para la vida;

---

[11] Española, A. d. (14 de Noviembre de 2017). *Diccionario de la Lengua Española*. Obtenido de http://dle.rae.es/?id=BDmkp0F

de ella se derivan otras creencias tales como, que es necesario esforzarse en las clases y tareas de matemáticas.

Al respecto, Green (1971) afirma que las creencias primarias son más importantes y se mantienen más estables, mientras que las creencias derivadas o periféricas son mucho más susceptibles de ser modificadas de manera sencilla.

Afirman Trygve et al. (2005) que las creencias matemáticas desempeñan un gran papel en la enseñanza y el aprendizaje, y que los resultados acerca del aprendizaje en los estudiantes se encuentran fuertemente ligados con dichas creencias y actitudes acerca de lo que ellos consideran matemáticas, razón por la cual sólo con las experiencias y práctica las creencias se vuelven mucho más centrales.

Schommer (1990) afirma que las creencias se encuentran establecidas en sistemas, conformados por dimensiones que son más o menos independientes y pueden o no desarrollarse de manera sincrónica. Estas dimensiones van desde una visión superficial o ingenua, hasta una más compleja que se denomina sofisticada.

Las dimensiones identificadas por Schommer (1990) fueron:

• Dimensión de creencia acerca de la estructura del conocimiento, refleja un continuo que va desde la comprensión del conocimiento como simple y aislado (creencias ingenuas), hasta la comprensión del conocimiento como complejo y estructurado (creencias sofisticadas).

• Dimensión de creencia acerca de la estabilidad o certeza del conocimiento, en el cual parte de unas creencias ingenuas en lo que respecta al conocimiento cierto definido como absoluto, hasta considerar el conocimiento como tentativo, contextual y cambiante, que son creencias de tipo sofisticado. Se espera que los estudiantes pasen de un absolutismo a una comprensión relativista del conocimiento a medida que avanzan a través de la educación superior.

• Dimensión de creencia acerca de las determinantes del aprendizaje, en el cual parte de unas creencias ingenuas en lo que respecta a las habilidades innatas, las cuales se transforman en sofisticadas, pasando a ser un aprendizaje adquirido y controlado.

• Dimensión de creencia respecto a la velocidad para la adquisición del aprendizaje, en el cual parte de unas creencias ingenuas en lo que respecta al aprendizaje rápido, las cuales se transforman en sofisticadas, pasando a ser un aprendizaje lento y sistemático.

• Dimensión de creencia acerca de las fuentes del conocimiento, en el cual parte de unas creencias ingenuas en lo que respecta a la fuente del conocimiento, quien para este caso sería el docente o la figura de autoridad en situaciones específicas, las cuales se transforman en sofisticadas, pasando a una comprensión constructivista del proceso de aprendizaje como un evento interactivo con el aprendiz quien cambio su papel pasivo a uno activo.

Por otro lado Schoenfeld (1992) considera que cuando un alumno dispone de una buena cantidad de conocimientos y estrategias, y hace buen uso de ello, lo único que puede llevarlo al fracaso escolar es el sistema de creencias que posee, las cuales pueden llegar a limitar sus expectativas y recursos cognitivos, basándose en la definición de sistema de creencias establecida por Schommer (1990), afectando las metas y estrategias que usa para la comprensión y desarrollo de las diversas actividades en matemáticas.

En las investigaciones llevadas a cabo por McLeod (1988, 1992, 1994) se ha puesto de manifiesto que las cuestiones afectivas (creencias, actitudes y emociones), juegan un papel fundamental dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El investigador señala que algunas de ellas se encuentran fuertemente arraigadas en el estudiante, razón por la cual no pueden ser fácilmente desplazables o modificables mediante la instrucción. Considera cuatro componentes a tener en cuenta:

- Sobre las matemáticas, puesto que muchos estudiantes creen que las matemáticas son útiles, pero requieren mucha memorización y aplicación de reglas o fórmulas.
- Sobre uno mismo, ya que el auto concepto tiene una fuerte influencia en la visión de las matemáticas que uno tiene y en la reacción hacia ella.
- Sobre la enseñanza de las matemáticas, dado que los estudiantes llegan al aula con ciertas expectativas sobre cómo el profesor debe enseñarles las matemáticas, y es allí que, cuando las diferentes situaciones de aprendizaje no corresponden a estas creencias, se producen insatisfacciones, frustraciones, afectaciones negativas y desmotivación.
- Sobre el contexto social, viendo que la educación matemática se encuentra inmersa dentro de dicho contexto.

Por otra parte, Walker (2007), retomando diferentes trabajos, propone en su tesis doctoral estudiar las creencias epistemológicas sobre las matemáticas de los estudiantes como ingenuas o sofisticadas a través de seis dimensiones que son consideradas en el instrumento que diseña y valida. Dichas dimensiones son:

- Fuente del conocimiento, va desde la creencia que es facilitado totalmente por una autoridad, considerada ésta los docentes o expertos en la disciplina (ingenua); hasta lo derivado de la evidencia empírica y el razonamiento (sofisticada).
- Certeza o estabilidad del conocimiento, va desde que es invariable (ingenua) hasta que es continuamente cambiante (sofisticada).
- Estructura del conocimiento, comprende desde una visión fragmentada del conocimiento matemático (ingenua), hasta la integración de conceptos (sofisticada).
- Velocidad de adquisición del conocimiento, hace referencia al tiempo que toma a una persona para aprender o comprender. Va desde la creencia que se hace de manera rápida (ingenua) hasta que es el resultado de un proceso de construcción (sofisticada).
- Determinantes del aprendizaje, va desde lo provisto por la genética, el aprendizaje de la matemática depende de habilidades innatas (ingenuas); hasta aquellos que se obtiene con la experiencia y el paso del tiempo, se puede desarrollar (sofisticada).
- Aplicabilidad de la matemática al mundo real, va desde la creencia de la no aplicabilidad (ingenua) hacia la aplicabilidad del conocimiento matemático en la vida cotidiana (sofisticadas).

Con base en las descripciones anteriores, se consideran para este trabajo dos grandes dimensiones de creencias: sofisticadas e ingenuas. Las creencias sofisticadas están marcadas por un alto nivel de pensamiento crítico, creatividad y aplicación del conocimiento matemático; el individuo tiene un papel activo en todo su proceso de aprendizaje, el conocimiento matemático está en continua construcción. Por otra parte, para las ingenuas se tiene un nivel de aprendizaje bajo, el conocimiento matemático está dado y se hace énfasis en la memorización de hechos; el papel del individuo es pasivo, debe recibir el conocimiento de otras figuras.

2.2 Teoría de la resolución de problemas

Un gran e importante referente en la teoría de resolución de problemas es George Polya, quien trabajó bastante en este campo e hizo un gran aporte a partir de su propia experiencia e interés por profundizar en las matemáticas. Los trabajos e investigaciones llevadas a cabo por Polya (1965), muestran interés en cómo ayudar a los estudiantes a pensar por sí mismos, a resolver problemas. Para ello, Polya se interesaba no sólo en la solución de problemas sino también en la forma que se pueda llegar a la misma, buscando que los estudiantes comprendan los motivos y procesos que se deben tener en cuenta. Polya, propone cuatro pasos en la resolución de problemas[12].

El primer paso se denomina comprender el problema, se busca establecer elementos relacionados con ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la condición?, ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?, ¿Es insuficiente?, ¿Redundante?, ¿Contradictoria?

El segundo es concebir un plan, se busca dar respuesta a preguntas como: ¿Te has encontrado con un problema semejante?, ¿O has visto el mismo problema planteado

[12] Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas.* Ciudad de México: Trillas.

en forma ligeramente diferente?, ¿Conoces algún problema relacionado con éste?, ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? Como parte de las estrategias para pensar el plan Polya sugiere que se relacione con situaciones similares o de la vida cotidiana para dar respuesta a otros interrogantes como: ¿encuentras un problema ya resuelto similar al que estás trabajando?, ¿Puedes utilizarlo?, ¿Puedes utilizar su resultado?, ¿Puedes emplear su método?, ¿Te hace falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?, ¿Puedes enunciar al problema de otra forma?, ¿Puedes plantearlo en forma diferente nuevamente? De ser necesario, recurre a las definiciones.

Luego de lo anterior, si no es posible el problema propuesto, llevarlo a tratar de resolver primero algún problema similar, en donde dé respuesta a interrogantes como: ¿Puedes imaginarte un problema similar un tanto más sencillo?, ¿Un problema más general?, ¿Un problema más particular?, ¿Puedes resolver una parte del problema?

Polya dice que se les puede sugerir a los estudiantes que consideren sólo una parte de la condición descartando la otra parte, para luego dar respuesta a interrogantes como: ¿En qué medida la incógnita queda ahora determinada?, ¿En qué forma puede variar?, ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos?, ¿Puedes pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita?, ¿Puedes cambiar la incógnita?, ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que estén más cercanos entre sí?, ¿Has empleado todos los datos?, ¿Has empleado toda la condición?, ¿Has considerado todas las nociones necesarias relacionadas al problema?

El tercer paso es ejecutar el plan, comprobando cada uno de los pasos empleados, para luego dar respuesta a preguntas como: ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto?, ¿Puedes demostrarlo?

Finalmente, el cuarto es examinar la solución obtenida, verificarla, para evidenciar el razonamiento empleado y dar respuesta a preguntas como: ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente?, ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Schoenfeld (1985), considera el trabajo realizado por Polya y señala cuatro enfoques que a su parecer marcan el trabajo sobre la solución de problemas a nivel internacional. El primero de ellos hace referencia a los problemas presentados de forma escrita, los cuales sirven para mostrar las matemáticas de una forma muy sencilla pero que a su vez sirven para ubicarla dentro del mundo real. Un segundo enfoque hace referencia a la aplicación de las matemáticas al mundo real, en donde se muestra una faceta mucho más sofisticada de ella. En el tercer enfoque se hace énfasis en la relación del pensamiento matemático con los problemas un poco más complejos mediante una exploración mucho más detallada, a partir de los procesos cognitivos de la mente en el estudiante. Por último, propone determinar los tipos de habilidades necesarias para resolver problemas matemáticos más complejos, para así desarrollarlas mediante los procesos de enseñanza.

Por otra parte, Mason, Burton y Stacey (1988) proponen una manera de abordar cualquier problema de forma eficaz, para lograr mayor aprendizaje y gusto por el trabajo en matemáticas. Para ello proponen un modelo para la solución de problemas que tiene en cuenta la influencia del factor afectivo en el proceso de resolución de problemas, vinculando cinco aspectos importantes para lograrlo.

- “Atacar” los problemas concienzudamente, es decir que los estudiantes pueden por sí mismos pensar matemáticamente.
- Reflexionar a partir de las experiencias acumuladas, ya que el razonamiento matemático puede mejorarse por la práctica unida a la reflexión.
- Conectar las impresiones recibidas con la acción, donde el razonamiento matemático viene motivado por una situación en la que se mezclan contradicción, tensión y sorpresa.
- Estudiar cuidadosamente el proceso de resolución de los mismos problemas, donde el razonamiento matemático se mueve en una atmósfera cuyos ingredientes principales son pregunta, reto y reflexión.
- Observar cómo encaja lo aprendido con la experiencia, para lo cual el razonamiento de tipo matemático ayudará al estudiante a entenderse mejor a sí mismo y al mundo que lo rodea.

Para el desarrollo de este trabajo se tomó la propuesta de Mason, Burton y Stacey para la adaptación y aplicación de los problemas reto.

Por otro lado, el trabajo en clase de matemáticas con la solución de problemas no es sinónimo de efectividad en los procesos de enseñanza aprendizaje de los estudiantes, ya que en ocasiones esto puede generar desmotivación en ellos; por esta razón los problemas reto se ha considerado que animan a los estudiantes, pues los lleva a pensar de manera autónoma, explorando, indagando y argumentando el razonamiento empleado para su solución.

Los problemas denominados reto son aquellas actividades propuestas que hacen referencia al desafío por resolver una situación con cierto grado de dificultad, la cual se encuentra asociada a una experiencia positiva. Estos problemas buscan que el estudiante lleve a cabo procesos donde pueda razonar, investigar, conjeturar, comprobar y demostrar. Esto exige al estudiante integrar conceptos y conocimientos que posee de matemática básica, mostrando así un dominio y comprensión de éstos para llegar a construir conceptos propios de la matemática superior. Finalmente, es importante señalar que el trabajo con problemas reto permite a estudiantes y profesores contemplar sus propios logros y evaluar sus procesos (Colombia Aprende, 2010).

2.3 Conclusiones del Capítulo 2

Con base en diferentes investigaciones se evidencia que las creencias en matemáticas se encuentran ligadas de manera permanente e inconsciente al proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Por ende, están sujetas y afectan tanto de forma positiva o negativa este proceso, y de manera inmediata los resultados que obtienen los estudiantes al afrontar las diversas actividades, tareas y pruebas que se lleven a cabo.

Se consideran para este estudio dos grandes dimensiones de creencias, ingenuas y sofisticadas; enmarcadas en éstas se hace la selección de los instrumentos, aplicación y análisis de la información que se muestran en los capítulos siguientes.

Por otra parte, un segundo sustento en el marco teórico para llevar a cabo esta tesis es la resolución de problemas. Las diversas estrategias planteadas para lograr una mayor aceptación, y un mejor acercamiento de los estudiantes a las matemáticas apuntan como lo sugiere Mason, Burton y Stacey (1988) a generar mayor motivación, a partir de la resolución de problemas, aprovechando todas las bondades que brinda la experiencia en diferentes situaciones. Para esto se seleccionaron algunos problemas propuestos por Mason et al. (1988) y se adaptaron para los estudiantes participantes de esta investigación.

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA

Este capítulo tiene como fin describir la metodología utilizada en el desarrollo de esta investigación. Para ello se presenta el enfoque que se asume, la población que participó, los instrumentos diseñados para recolectar la información y la manera de analizarla.

3.1 Tipo de enfoque

La metodología de investigación empleada es de tipo mixta, como señalan Sampieri, Fernández y Baptista "*La meta de la investigación mixta no es reemplazar a la investigación cuantitativa ni a la investigación cualitativa, sino utilizar las fortalezas de ambos tipos de indagación, combinándolas y tratando de minimizar sus debilidades potenciales*" (p.532). Se hace uso de procesos cuantitativos como cualitativos, logrando una integración de ellos en la búsqueda de inferencias acerca de las creencias sobre las matemáticas que tienen los estudiantes participantes y sus cambios luego de un trabajo en solución de problemas retadores.

El enfoque cuantitativo, el cual va dirigido a identificar y describir las creencias que tienen sobre las matemáticas los estudiantes a partir de la aplicación del cuestionario adaptado y validado por Vizcaíno et al., (2015). Este cuestionario se aplicó antes y después de llevar a cabo las actividades diseñadas, para luego analizar la información y ver si se encuentran diferencias significativas a partir de las respuestas obtenidas. En este sentido, desde el enfoque cuantitativo se realiza lo que se denomina un pre experimento.

De otra parte, en la investigación se emplea el enfoque cualitativo, ya que éste "*se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto*" (Sampieri et al, 2014, p. 358).

3.2 Diseño de investigación cuantitativa

Teniendo en cuenta que se trabajó con un solo grupo y se aplicó un instrumento antes y después de la intervención, se tiene un diseño pre-experimental con preprueba y posprueba con un solo grupo. Las hipótesis planteadas fueron:

Hipótesis de investigación: El diseño y aplicación de actividades con énfasis en problemas reto modificará significativamente las creencias que tienen sobre las matemáticas los estudiantes de grado séptimo de la IED Guillermo León Valencia JT.

Hipótesis nula: El diseño y aplicación de actividades con énfasis en problemas reto no modificará significativamente las creencias que tienen sobre las matemáticas los estudiantes de grado séptimo de la IED Guillermo León Valencia JT.

3.3 Población

La investigación se llevó a cabo con estudiantes de grado séptimo de la IED Guillermo León Valencia, en la jornada de la tarde, colegio que pertenece a la Secretaría de Educación de Bogotá de la localidad 15 Antonio Nariño. Participaron un total de 28 estudiantes, de los cuales 10 eran mujeres y 18 hombres. La edad de los estudiantes estaba entre los 12 y 15 años, aproximadamente el 80% tenía 13 años.

El grupo con el cual se trabajó fue seleccionado de los cuatro cursos existentes entre las jornadas de la mañana y la tarde, a partir de las respuestas obtenidas, luego de aplicar el instrumento (ver Anexo 13), las cuales no arrojaron diferencias significativas, entre los diferentes cursos. Para llevar a cabo la investigación dentro de la institución se solicitó el consentimiento de parte del rector (ver Anexo 1).

3.4 Recolección de información

La recolección de información se llevó a cabo en cuatro momentos. El primero, fue la aplicación del cuestionario de Vizcaíno et al., (2015) con adaptaciones especiales para esta investigación y de un instrumento abierto. El segundo fue la implementación y desarrollo de las actividades diseñadas o adaptadas especialmente para este estudio. El tercero fue la aplicación nuevamente del instrumento cerrado y el abierto, idénticos a los iniciales. Finalmente, en el cuarto momento se realizaron entrevistas semiestructuradas a ocho de los participantes, para profundizar sobre el efecto que pudo tener el trabajo realizado sobre sus creencias acerca de las matemáticas. Durante el desarrollo de las diferentes actividades se tomaron evidencias fotográficas. A continuación se describen estos instrumentos, excepto el diseño de las actividades, que por su extensión e importancia se presenta de manera detallada en el siguiente capítulo.

3.4.1 Cuestionario cerrado

El cuestionario empleado para conocer las creencias que tienen los participantes sobre las matemáticas fue el adaptado por Vizcaíno et al., (2015) a partir del instrumento creado por Walker (2007) (ver Anexo 12). A este instrumento se le hicieron algunas adaptaciones de lenguaje al contexto propio de los estudiantes en Colombia (ver Anexo 13). Además, se incluyeron once ítems adicionales que permiten obtener una mirada mucho más amplia sobre las creencias acerca de las matemáticas, dado que el cuestionario inicial, compuesto de 18 ítems, está más orientado hacia la enseñanza y aprendizaje de las mismas (Anexos 15 y 16). El cuestionario que se aplicó finalmente estuvo conformado por un total de 29 ítems que permitían reportar las creencias entre ingenuas y sofisticas, como se describió en el capítulo anterior.

3.4.2 Cuestionario abierto

El cuestionario con preguntas abiertas (ver Anexo 14) se diseñó con el ánimo de indagar aún más acerca de la percepción que tienen los estudiantes sobre las matemáticas en forma tal que pudieran expresarla con sus palabras, a modo de evocación de palabras.

Se solicitó a los estudiantes escribir las 4 palabras (o frases cortas) que venían a su mente cuando pensaban, también se indagó por su gusto o no por las matemáticas, así como su rendimiento y participación en las clases.

3.4.3 Entrevistas semiestructuradas

Después de haber respondido en dos ocasiones tanto los instrumentos abiertos como los instrumentos cerrados, y haber aplicado la totalidad de las actividades, se seleccionaron ocho participantes para hacerles una entrevista semiestructurada (ver anexos 17 al 24). Los estudiantes fueron seleccionados teniendo en cuenta aquellos que mostraron mejor desempeño o apatía hacia las actividades, y aquellos que a través de los cuestionarios manifestaron algunos cambios en sus creencias sobre las matemáticas. La duración promedio fue de 5 minutos cada una.

El objetivo de las entrevistas era conocer la posición de los estudiantes frente al proceso de investigación, podría decirse que recoge de viva voz el tipo de emociones y actitudes que generó en ellos la aplicación de las actividades, para así percibir algunos elementos que permitieran acercarse a la hipótesis desde otra óptica.

La entrevista semiestructurada tenía a dos partes. En la primera, se indagaba a cada participante por las razones de los cambios identificados a través de los instrumentos abiertos y cerrados. En la segunda, se indagó por lo que más les había gustado o interesado de las actividades propuestas, y sobre la experiencia vivida a lo largo de las mismas.

En los anexos 19 a 26 se describen los momentos de cada una de las entrevistas realizadas, ya que a cada participante se le diseñó una diferente a partir de las respuestas obtenidas en los instrumentos, considerando los dos momentos señalados.

3.5 Análisis de la información

El trabajar una metodología de investigación mixta permitió el análisis de la información desde sus dos componentes. Para la parte cuantitativa se llevó a cabo el análisis de los datos recogidos en el cuestionario cerrado con ayuda del software SPSS (Statistical Package for the Social Sciences, versión 20). Para ver si hubo diferencias significativas entre la primera y la segunda aplicación se usó la prueba T-Student. Esta permite contrastar hipótesis a partir del uso de medias en poblaciones con distribución normal.

Para analizar las creencias que tenían los participantes sobre las matemáticas, en las categorías ingenuas o sofisticadas o tendencias hacia alguna de éstas, se adaptó la fórmula usada por Rodríguez (2017). De este modo se tiene una escala continua entre 0 y 1, entre más cercano sea el valor a 1 las creencias son de tipo sofisticadas mientras que el valor cercano a cero significa que son creencias ingenuas, de manera natural en el centro de la escala, entre 0,4 y 0,6 se considera que no están claramente definidas.

La fórmula utilizada fue:

$$C = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{\#A}(7 - x_i)}{\#I.6} + \frac{\sum_{i=1}^{\#F}(y_i - 1)}{\#S.6}}{2}$$

Donde,

I ≡ Cantidad de afirmaciones orientadas a creencias ingenuas (18 en total)

S ≡ Cantidad de afirmaciones orientadas a creencias sofisticadas (11 en total)

x_i ≡ Representa el nivel de acuerdo señalado por cada estudiante para las afirmaciones ingenuas (1, 2, 3, 4, 5, 6 o 7 acorde con la escala likert)

y_i ≡ Representa el nivel de acuerdo señalado por cada estudiante para las afirmaciones sofisticadas (1, 2, 3, 4, 5, 6 o 7 acorde con la escala Likert).

En lo correspondiente a la parte cualitativa, la información fue tomada de los trabajos de los estudiantes en las diferentes actividades y de las entrevistas semiestructuradas, para profundizar sobre el origen de las creencias reportadas y por los aspectos que pudieron provocar algunos cambios. Para cada actividad se hace una descripción sobre los resultados obtenidos y las dificultades presentadas por los estudiantes. De las entrevistas se hace la descripción de los aspectos más relevantes.

3.6 Conclusiones del capítulo 3

Se describe el enfoque a utilizar, el cual es mixto, se toman elementos del cuantitativo y del cualitativo. Para esto se usan como instrumentos de recolección de información, además de las actividades que se describen en el capítulo siguiente, un cuestionario cerrado, uno abierto y entrevistas semiestructuradas. Se señala, para cada enfoque, la manera en que se analiza la información.

CAPÍTULO 4. DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES

En este capítulo se describe la estructura general de las actividades diseñadas y se hace una presentación de cada una. Como se señaló en los capítulos anteriores, las actividades de aprendizaje estuvieron basadas en problemas no rutinarios a partir de la propuesta trabajada por Mason et al., (1988). Estos autores señalan que usando su metodología para resolver problemas se anima al estudiante no sólo a interesarse en la respuesta o solución del problema reto propuesto, sino mejor aún, a que se interese más por las herramientas y estrategias matemáticas que utilizó para llegar a ella.

Con base en esto, las actividades se diseñaron para que los estudiantes pudieran explorar, particularizar, generalizar, conjeturar, comprobar y crear, y para que reflexionaran sobre la efectividad y utilidad de los procesos empleados. Por ello, para cada actividad los estudiantes debían argumentar sus respuestas, en algunos casos solicitando ejemplos puntuales.

Cada actividad tenía una primera parte para realizar de forma individual, y una segunda, para trabajo grupal (generalmente en parejas). Al finalizar cada una, se realizaban procesos de socialización. Durante el desarrollo de toda la actividad se hacía acompañamiento por parte del docente, para orientar a los estudiantes y animarlos para que pudieran llegar a las soluciones por sus propios medios.

A continuación, se describen las seis actividades realizadas en relación con el objetivo, la estructura y sugerencias metodológicas. Las actividades completas como fueron presentadas a los estudiantes se encuentran en los anexos.

4.1 Actividad N° 1: “Números Capicúas”

Objetivo: Identificar los números capicúas y hacer conjeturas sobre sus propiedades.

Estructura (ver anexo 2): En esta actividad se proponen 3 preguntas para trabajar de manera individual, en donde se busca que los estudiantes propongan algunos números, esta fase es de “atacar el problema” y pueda evidenciarse que los identifican con claridad pudiendo “reflexionar sobre la experiencia”.

Para la parte de la actividad en parejas, se propone inicialmente comparar el trabajo realizado de forma individual, luego se hace una socialización para comprobar la comprensión de todo el grupo a los retos desarrollados hasta el momento, para así “estudiar el proceso de solución empleado cuidadosamente”.

Posteriormente, se trabaja más a fondo con los números capicúas proponiendo 4 preguntas más, para que puedan conjeturar acerca de algunas propiedades que cumplen dichos números, específicamente que los números capicúas que tienen un número par de cifras son divisibles por 11.

Finalmente, se busca que los estudiantes puedan proponer un nuevo conjunto de números con alguna propiedad que ellos decidan asignarle, para así aplicar lo trabajado durante el transcurso de la actividad, logrando “observar cómo encaja lo aprendido con la experiencia”.

Sugerencia metodológica: Para el correcto desarrollo de esta actividad, es posible que primero se recuerden los criterios de divisibilidad.

4.2 Actividad N° 2: “Palillos”

Objetivo: Explorar, conjeturar a partir de una secuencias de cuadrados para determinar una expresión general que permita construir cualquier figura de la secuencia.

Estructura (ver anexo 3): En esta actividad se proponen 5 preguntas para trabajar de manera individual, en donde se busca que los estudiantes trabajen con la secuencia de figuras (cuadrados) dada, esto es “atacar el problema”, y pueda evidenciarse que identifican algunas propiedades.

Para la parte de la actividad en parejas, se propone inicialmente comparar el trabajo realizado de forma individual, solicitando respondan dos preguntas a modo de conclusión y se logre unificar criterios, para luego llevar a cabo una socialización en la cual se evidencie la comprensión de todo el grupo, para así “estudiar el proceso de solución empleado cuidadosamente”.

Posterior a esto se trabaja más a fondo con secuencias de figuras (cuadrados) pero con un grado mayor de complejidad proponiendo 4 preguntas más, en las cuales se busca que los estudiantes exploren y conjeturen con otras figuras no dadas, para finalmente solicitar a los estudiantes encuentren una manera para determinar cualquier figura que cumpla las condiciones de la secuencia, logrando así “observar cómo encaja lo aprendido con la experiencia”.

Sugerencia metodológica: Para el correcto desarrollo de la actividad, es conveniente trabajar con material concreto, como lo son palos de paleta, para facilitar la construcción de las siguientes figuras de la secuencia.

4.3 Actividad N° 3: “Trabajemos con Triángulos”

Objetivo: Explorar y conjeturar sobre secuencias de triángulos encontrando propiedades y condiciones necesarias, entre ellas de superficie, para la construcción de cualquier figura de dicha secuencia.

Estructura (ver anexo 4): En esta actividad se proponen 3 preguntas para trabajar de manera individual, buscando que los estudiantes trabajen con la secuencia de figuras (triángulos) dada en donde van a “atacar el problema”, y pueda evidenciarse que identifican algunas propiedades de ella con claridad, como lo es la razón de entre sus áreas, y la cantidad de triángulos en la que se puede descomponer cada figura pudiendo “reflexionar sobre la experiencia”. También se busca que los estudiantes construyan figuras que hacen parte de la secuencia, lo cual permite comprobar que se comprende la situación planteada.

Para la actividad en parejas, se propone inicialmente comparar el trabajo realizado de forma individual, y que respondan dos preguntas, a modo de conclusión. Se hace también una socialización para evidenciar comprensión de todo el grupo de lo desarrollado hasta el momento, para así “estudiar el proceso de solución empleado cuidadosamente”.

Posterior a esto se trabaja más a fondo con la secuencia de figuras (triángulos) pero ahora con respecto a la cantidad de triángulos que componen cada una, proponiendo 4 preguntas para que exploren y conjeturen frente a la manera de obtener la cantidad de triángulos que puede haber en cualquier figura de la secuencia, sin la necesidad de llevar a cabo la construcción geométrica de la misma.

Finalmente, se solicita que expliquen una manera para determinar cualquier figura que cumpla las condiciones de la secuencia, a partir de las estrategias empleadas a lo largo de la actividad, logrando así “observar cómo encaja lo aprendido con la experiencia”.

Sugerencia metodológica: Para el correcto desarrollo de la actividad, es conveniente primero abordar los temas de razón entre dos números al igual que el de área de una figura dada, ya que son las herramientas necesarias para lograr el éxito en la solución de los retos propuestos.

4.4 Actividad N° 4: “Números Poligonales”

Objetivo: Identificar los números poligonales, conjeturando acerca de las propiedades que poseen los números triangulares y cuadrados.

Estructura (ver anexo 5): En esta actividad se proponen 6 preguntas para trabajar de manera grupal (parejas), de las cuales las primeras 3 buscan que los estudiantes exploren con números poligonales (triangulares) y pueda evidenciarse que los identifican, conocen algunas propiedades y los pueden representar geométricamente de modo que se vea cómo van a “atacar el problema”.

Continuando el trabajo con números poligonales (cuadrados) se proponen 3 preguntas a partir de completar unas tablas y cuadros mágicos, que le brindan algunas bases para determinar su criterio de construcción pudiendo “reflexionar sobre la experiencia”, para luego llevar a cabo una socialización que permita garantizar la comprensión de los conceptos y procesos trabajados para así “estudiar el proceso de solución empleado cuidadosamente”.

Para finalizar se solicita a los estudiantes que inventen un grupo de números que se asemejen a los trabajados logrando así "observar cómo encaja lo aprendido con la experiencia".

Sugerencia metodológica: Para el correcto desarrollo de la actividad, es conveniente trabajar primero con potencias de algunos números, y construcciones geométricas de triángulos y cuadrados, al igual que los conceptos de áreas de los mismos, ya que son estos las herramientas claves para lograr la solución de las situaciones propuestas. También es una actividad que se presta para el uso de material concreto para la construcción de números triangulares y cuadrados.

4.5 Actividad N° 5: "Sumas Consecutivas"

Objetivo: Explorar y conjeturar sobre números qué pueden ser expresados como suma de números enteros consecutivos.

Estructura (ver anexo 6): En esta actividad se proponen 5 preguntas para trabajar de manera individual, en donde se busca que los estudiantes exploren con los números que pueden expresarse inicialmente como suma de números naturales consecutivos, esto es fase de "atacar el problema".

Además se busca que al terminar esta parte de la actividad los estudiantes hayan descubierto alguna propiedad de aquellos números que se pueden expresar como suma de números naturales consecutivos, y algunos números para los que es posible, pudiendo así "reflexionar sobre la experiencia".

Para la parte de la actividad en parejas, se propone inicialmente comparar el trabajo realizado de forma individual determinando y unificando algunos criterios de aquellos números que pueden expresarse como la suma de números naturales consecutivos, para luego llevar a cabo una socialización en la cual se evidencie la comprensión de todo el grupo acerca los retos propuestos hasta el momento, para así “estudiar el proceso de solución empleado cuidadosamente”.

Posteriormente se trabaja más a fondo mostrando que existe una relación entre la manera de expresar un número como suma de números naturales consecutivos y los divisores del número dado, que permite incluso expresarlo también como suma de números enteros consecutivos. Se proponen nuevas situaciones entorno para que los estudiantes exploren, conjeturen y puedan empezar a generalizar. También se dan orientaciones que les permitan observar cuál es la razón por la cual algunos números naturales no pueden ser expresados de la manera descrita.

Finalmente se solicita que respondan a un reto propuesto en el cual deben expresar un número de cuatro cifras escogido al azar como sumas consecutivas de números enteros logrando así “observar cómo encaja lo aprendido con la experiencia”.

Sugerencia metodológica: Para lograr el correcto desarrollo de la actividad, sería conveniente trabajar primero la descomposición de números en factores primos, ya que ésta es la herramienta clave y necesaria para la solución de los retos propuestos, junto con el concepto de números consecutivos.

4.6 Actividad N° 6: “Listo para tu reto”

Objetivo: Proponer problemas retadores a partir de situaciones dadas, buscando se empleen estrategias utilizadas en las actividades iniciales.

Estructura (ver anexos 7 al 11): Esta actividad (en total son cinco actividades, todas llevan la misma estructura, únicamente se diferencian en la situación dada) fue diseñada para incentivar a los estudiantes a inventar matemáticas, que puedan apreciar que cualquier persona puede hacerlo. Se da una situación inicial, para que a partir de esta creen retos para sus compañeros. Los estudiantes intercambian los retos, los responden y luego cada uno tiene la oportunidad de revisar la solución de su compañero al reto propuesto. Esto les permite evidenciar si efectivamente el reto propuesto fue comprendido y solucionado por sus compañeros y tener la experiencia de ser ellos mismos quienes decidan al respecto, y no el profesor.

Para finalizar se lleva a cabo una socialización en la cual se pide a los estudiantes expresen sus emociones frente a ¿cómo se sintieron al crear un reto?, ¿fueron suficientes y claras las indicaciones propuestas para el reto creado?, ¿consideran que el crear ejercicios le aporta al proceso de enseñanza aprendizaje? entre otras, logrando así una reflexión frente al trabajo matemático y sus creencias acerca del mismo.

Sugerencia metodológica: Para el correcto desarrollo de la actividad, es oportuno dar las indicaciones precisas acerca de los momentos que la componen, para así brindarles el tiempo apropiado para cada uno de ellos. Además, es clave sugerirles la claridad en las preguntas o retos que propongan, para que al intercambiar con sus compañeros, no se presenten confusiones y puedan desarrollarse a cabalidad.

CAPÍTULO 5: RESULTADOS

En este capítulo se describen los resultados obtenidos en el marco del desarrollo de esta investigación. Teniendo en cuenta que se utilizó un enfoque mixto, los resultados se presentan en cuatro partes. La primera parte describe la manera cómo los estudiantes abordaron cada una de las actividades propuestas, es decir, se señala el porcentaje de estudiantes que participó en cada actividad, lo que se pudo avanzar en cada una, las fortalezas y dificultades evidenciadas, lo cual se ilustra con los trabajos de los estudiantes.

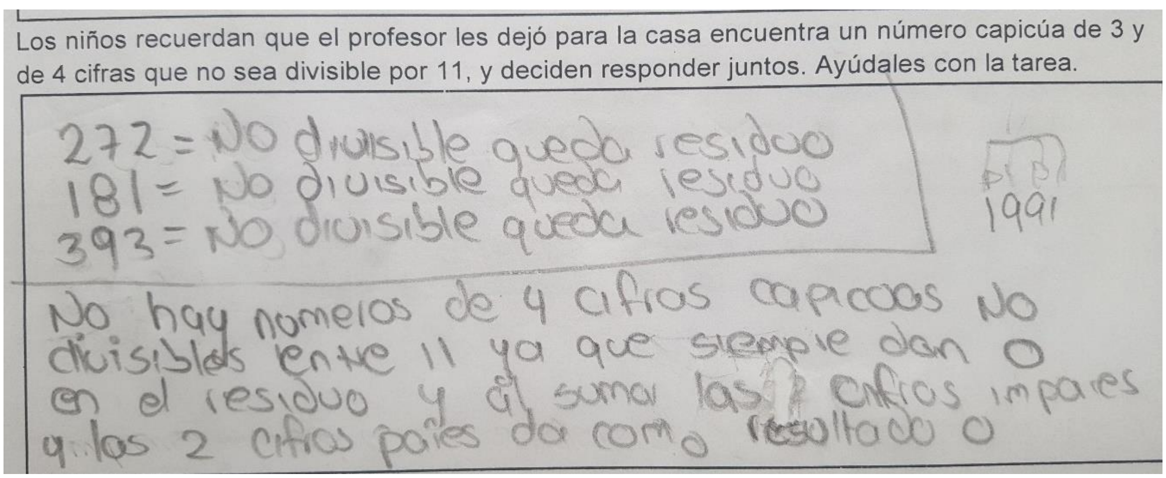
En la segunda, se muestran los resultados obtenidos en la aplicación del cuestionario cerrado, para determinar las creencias sobre las matemáticas reportadas por los estudiantes antes y después de la implementación y los cambios que pudieron darse. En la tercera parte, también se muestran los resultados antes y después de la aplicación de las actividades, pero en relación con el cuestionario abierto. Y finalmente, en la cuarta parte, se hace el análisis del impacto de las actividades sobre las creencias con base en las entrevistas semiestructuradas realizadas a algunos de los participantes.

5.1 Aplicación de las actividades

5.1.1 Actividad N° 1: "Números capicúas"

La primera parte de esta actividad (individual) fue desarrollada por 25 estudiantes, y la segunda por 26 (trabajo en parejas). Iniciando la actividad, se hizo la lectura grupal del enunciado de la actividad sobre la descripción de números capicúas. Los estudiantes de forma individual respondieron los numerales del 1 al 3. En esta parte de la actividad los estudiantes debían responder las preguntas planteadas entorno a una historia de dos compañeros en clase de matemáticas, mediante la cual se buscaba familiarizarlos con los números capicúas, que pudieran dar algunos ejemplos y ver cuáles eran divisibles por 11.

Gran parte de los estudiantes pudieron dar respuesta correcta a estos interrogantes, aunque en algunos casos se requirió el acompañamiento del docente, porque algunos estudiantes tuvieron dudas acerca de las condiciones para que un número sea capicúa o no, y sobre los criterios de divisibilidad por 11. En las figuras 1 y 2 se muestra el trabajo de algunos estudiantes.



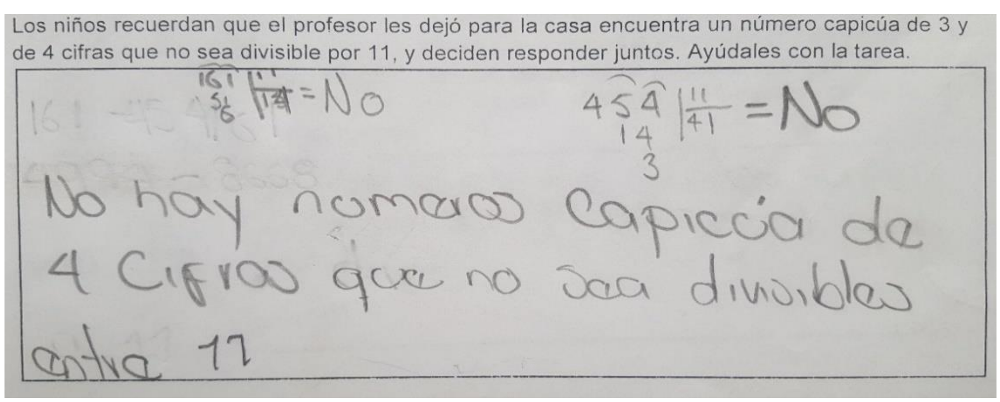
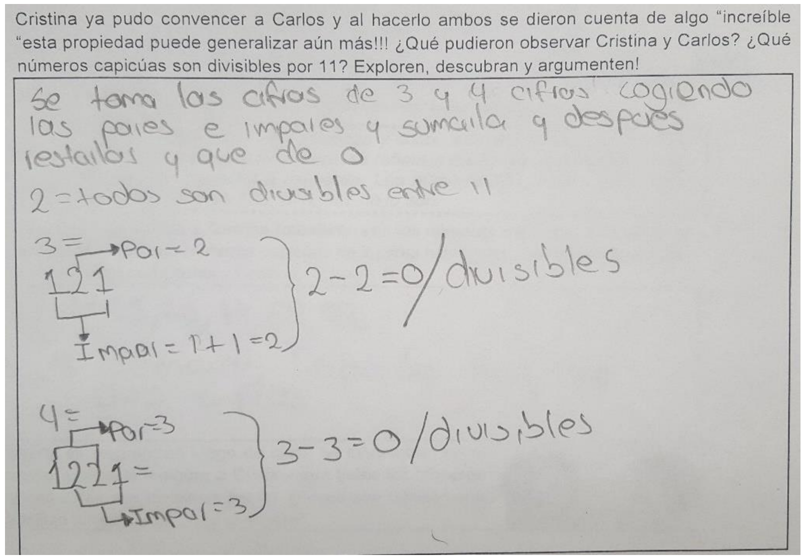


Figura 1*. Evidencia fotográfica Actividad N°1, numeral 3.*



Cristina ya pudo convencer a Carlos y al hacerlo ambos se dieron cuenta de algo "increíble "esta propiedad puede generalizar aún más!!! ¿Qué pudieron observar Cristina y Carlos? ¿Qué números capicúas son divisibles por 11? Exploren, descubran y argumenten!

se toma los cifras de 3 y 4 cifras cogiendo las pares e impares y sumarla y después restarlas y que de 0

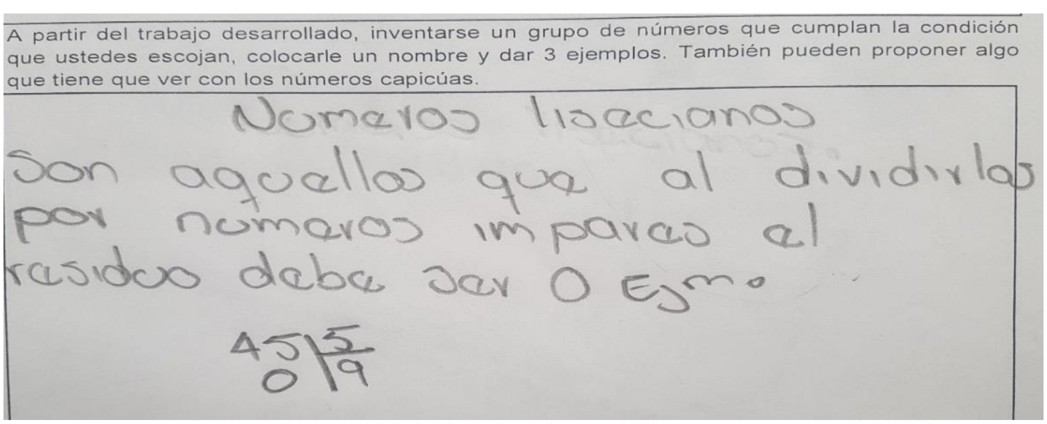
2 = todos son divisibles entre 11

3 = Par = 2
121
Impar = 1+1 = 2
2 − 2 = 0 / divisibles

4 = Par = 3
1221 =
Impar = 3
3 − 3 = 0 / divisibles

Figura 2. *Evidencia fotográfica Actividad N°1, numeral 3 y 6*.

En la parte grupal, se propusieron situaciones en las cuales los estudiantes podían explorar, conjeturar y argumentar sobre cuántos números capicúas de cuatro cifras hay en total y sobre si todos ellos son divisibles por 11. Finalmente, se pide a los estudiantes que inventen un grupo de números semejando las propiedades de los números capicúas, buscando ver la aplicación de los conceptos trabajados durante toda la actividad. Se puede observar en la siguiente figura una propuesta ingeniosa por parte de un estudiante.



A partir del trabajo desarrollado, inventarse un grupo de números que cumplan la condición que ustedes escojan, colocarle un nombre y dar 3 ejemplos. También pueden proponer algo que tiene que ver con los números capicúas.

Numeros lisecianos
son aquellos que al dividirlos por numeros impares el residuo debe ser 0 Ejmo

45 | 5
0 | 9

Figura 3. *Evidencia fotográfica Actividad N°1, numeral 7*.

En resumen, frente a esta actividad se evidenció que aproximadamente el 90% de los estudiantes lograron dar completo desarrollo de la actividad; en general los demás no lograron llegar al último punto. La mayoría de los estudiantes logró comprensión de la situación dada, se observó que las dificultades para algunos estuvieron en el uso del lenguaje.

Se evidencia que los estudiantes sienten curiosidad por este tipo de problemas que no son parecidos a los que resuelven normalmente en una clase de matemáticas. En esta actividad se pudo ver una participación entusiasta de los estudiantes por el tipo de problemas que los hacen pensar y cuyas soluciones no son tan obvias. En cuanto a la motivación, fue constante aproximadamente en el 80% de los estudiantes, el otro 20% estuvo intermitentemente motivado.

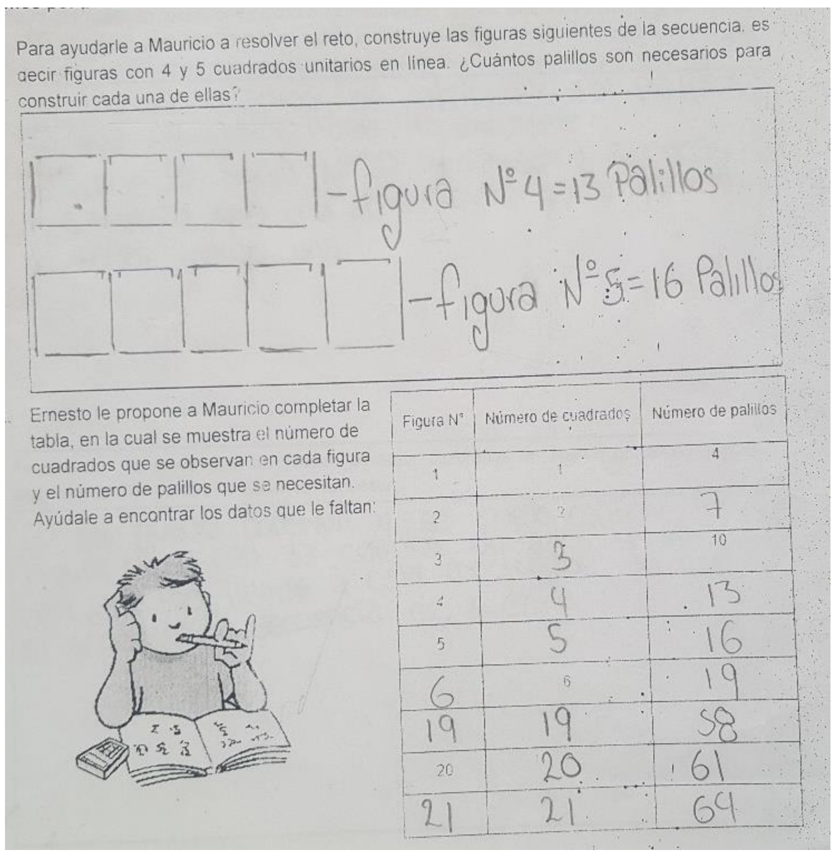
5.1.2 Actividad N° 2: “Palillos”

Esta actividad fue desarrollada por 27 estudiantes, los cuales trabajaron el primer momento de la actividad de manera individual, y luego en parejas. Iniciando la actividad, se hizo la lectura del reto general propuesto, en el cual se solicita averiguar cuántos palillos son necesarios para la construcción de 16 cuadrados en línea según la secuencia dada.

En esta parte de la actividad, los estudiantes debían responder las preguntas planteadas, entorno a una historia de dos vecinos quienes se proponían retos a partir de la secuencia inicial, mediante la cual se buscaba que exploraran y conjeturaran acerca de la manera más eficaz de saber la cantidad de palillos necesarios en la construcción de diferentes figuras de la secuencia.

En esta etapa de la actividad fue importante el acompañamiento permanente del docente, ya que en principio los estudiantes presentaron dudas acerca de cómo debían contar los palillos en las figuras de la secuencia; también se observó que los estudiantes mostraban cierta inseguridad al obtener los resultados, para lo cual solicitaban aprobación de parte del docente.

A partir del acompañamiento se logró que los estudiantes pudieran determinar dar respuesta a lo que se preguntaba, como se observa en la siguiente figura.


Para ayudarle a Mauricio a resolver el reto, construye las figuras siguientes de la secuencia, es decir figuras con 4 y 5 cuadrados unitarios en línea. ¿Cuántos palillos son necesarios para construir cada una de ellas?

-figura N°4 = 13 Palillos

-figura N°5 = 16 Palillos

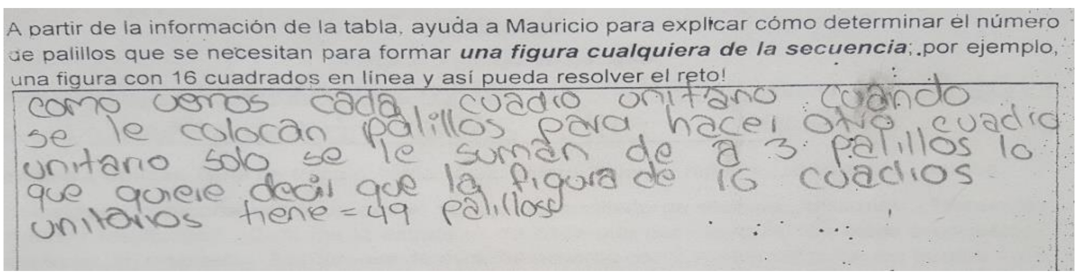
Ernesto le propone a Mauricio completar la tabla, en la cual se muestra el número de cuadrados que se observan en cada figura y el número de palillos que se necesitan. Ayúdale a encontrar los datos que le faltan:

Figura N°	Número de cuadrados	Número de palillos
1	1	4
2	2	7
3	3	10
4	4	13
5	5	16
6	6	19
19	19	58
20	20	61
21	21	64

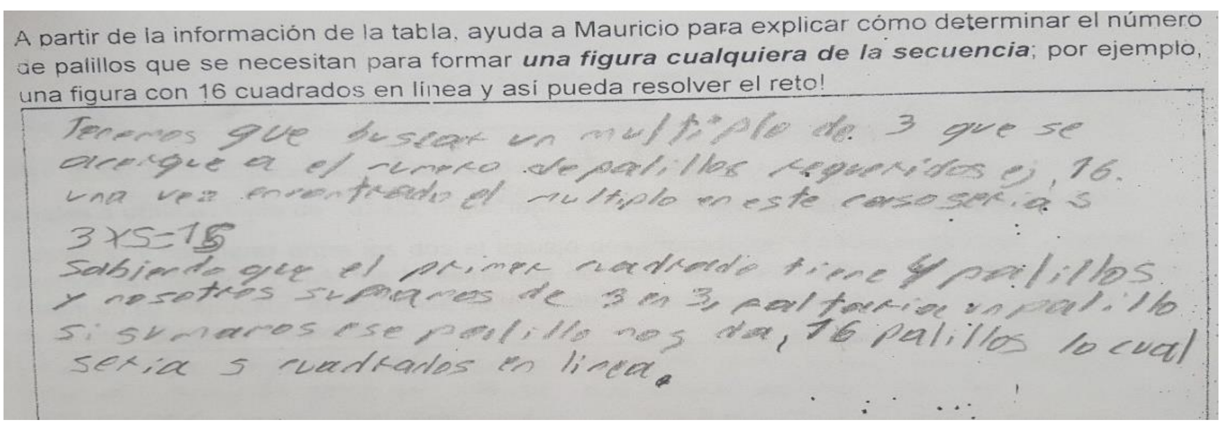
Figura 4. *Evidencia fotográfica Actividad N°2, numeral 2.*

En el segundo momento de la actividad, se hace trabajo en parejas. Primero se compara el trabajo hecho por cada uno, para luego socializar, esto con el ánimo de que todos los estudiantes comprendan y se puedan ver diferentes soluciones y formas de argumentar. Luego en los numerales del 3 al 6 se propone una situación nueva a partir de la secuencia inicial, en la que se debe trabajar con cuadrados unitarios formando un cuadrado mayor, frente a la cual los estudiantes exploran para conjeturar sobre la manera de saber la cantidad de cuadrados y palillos que conforman las figuras de la secuencia.

A partir del trabajo desarrollado se logró que los estudiantes determinaran la cantidad de cuadrados presentes de 2x2 como de 3x3 en las diferentes figuras de la secuencia a partir de una estrategia propuesta por ellos y que pudieran expresar de manera verbal con sus compañeros y escrita, como se muestra en las siguientes figuras.

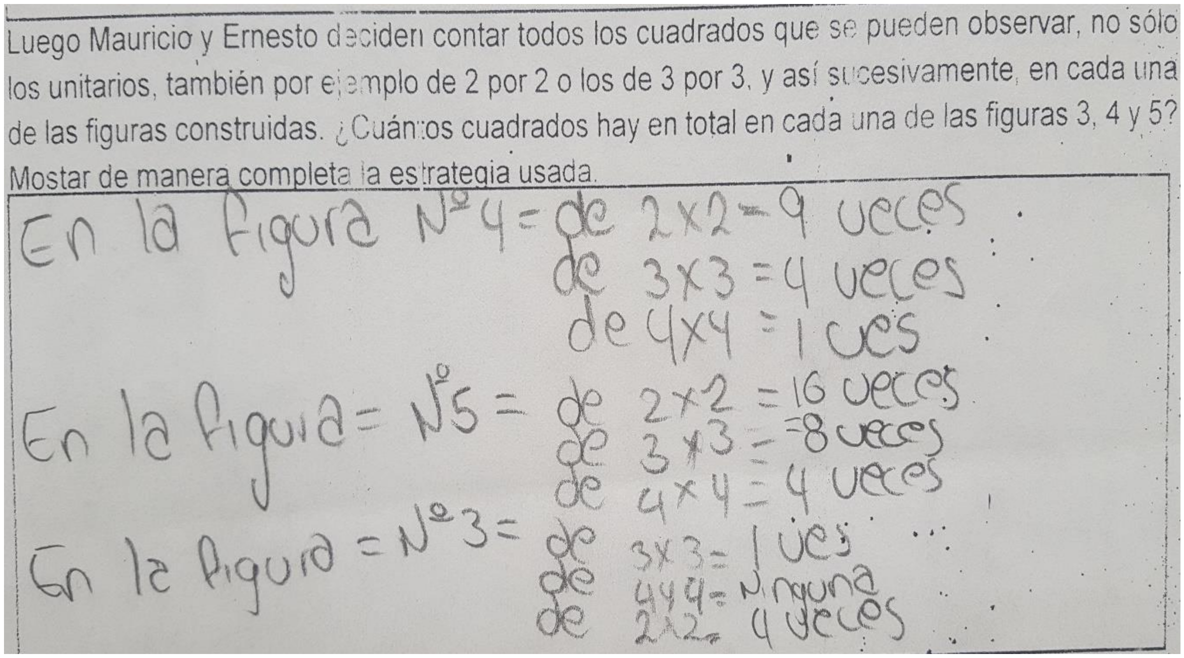

A partir de la información de la tabla, ayuda a Mauricio para explicar cómo determinar el número de palillos que se necesitan para formar ***una figura cualquiera de la secuencia***, por ejemplo, una figura con 16 cuadrados en línea y así pueda resolver el reto!

como vemos cada cuadro unitario cuando se le colocan palillos para hacer otro cuadro unitario solo se le suman de a 3 palillos lo que quiere decir que la figura de 16 cuadros unitarios tiene = 49 palillos


A partir de la información de la tabla, ayuda a Mauricio para explicar cómo determinar el número de palillos que se necesitan para formar ***una figura cualquiera de la secuencia***; por ejemplo, una figura con 16 cuadrados en línea y así pueda resolver el reto!

Tenemos que buscar un multiplo de 3 que se acerque a el numero de palillos requeridos ej, 16. una vez encontrado el multiplo en este caso seria 5 3x5=15 Sabiendo que el primer cuadrado tiene 4 palillos y nosotros sumamos de 3 en 3, nos faltaria un palillo si sumamos ese palillo nos da, 16 palillos lo cual seria 5 cuadrados en linea.

Figura 5. *Evidencia fotográfica Actividad N°2, numeral 3.*


Luego Mauricio y Ernesto deciden contar todos los cuadrados que se pueden observar, no sólo los unitarios, también por ejemplo de 2 por 2 o los de 3 por 3, y así sucesivamente, en cada una de las figuras construidas. ¿Cuántos cuadrados hay en total en cada una de las figuras 3, 4 y 5? Mostar de manera completa la estrategia usada.

En la figura N°4 = de 2x2 = 9 veces
de 3x3 = 4 veces
de 4x4 = 1 ves
En la figura = N°5 = de 2x2 = 16 veces
de 3x3 = 8 veces
de 4x4 = 4 veces
En la figura = N°3 = de 3x3 = 1 ves
de 4x4 = Ninguna
de 2x2 = 4 veces

Figura 6. *Evidencia fotográfica Actividad N°2, numeral 5.*

En resumen, en esta actividad, aproximadamente el 80% de los estudiantes resolvieron de manera completa, aunque algunos estudiantes no alcanzaron a realizar numerales donde se solicitaba encontrar la manera de saber la cantidad de cuadrados y palillos que se encuentran en cualquier figura de la secuencia dada.

Cerca de un 60% resolvió de manera correcta los retos propuestos; la dificultad para los demás estudiantes estuvo en encontrar relación entre el número de las figuras y la cantidad de cuadrados que tenían.

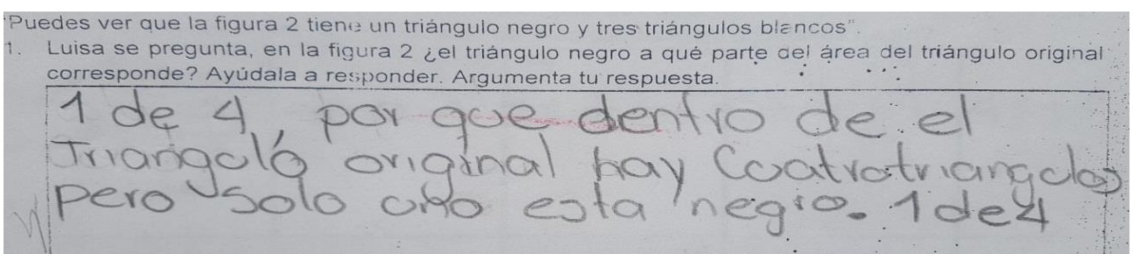
Se evidencia nuevamente que los estudiantes sienten curiosidad por este tipo de problemas que no son parecidos a los que resuelven normalmente en una clase de matemáticas. En esta actividad se pudo ver una participación entusiasta de los estudiantes por el tipo de problemas que los hacen pensar y cuyas soluciones no son tan obvias. En cuanto a la motivación, fue constante aproximadamente en el 80% de los estudiantes, el otro 20% estuvo intermitentemente motivado.

5.1.3 Actividad N° 3: “Trabajemos con triángulos”

Esta actividad fue desarrollada por 29 estudiantes. Iniciando la actividad, se hizo la lectura del reto propuesto en el cual los estudiantes debían responder las preguntas planteadas entorno a la historia de una niña llamada Luisa, para determinar la razón entre las áreas de triángulos dados.

Esta actividad resultó muy difícil para los estudiantes, por lo cual fue necesario el acompañamiento permanente del docente. Sentían inseguridad al obtener los resultados, y por tanto buscaron que fueran aprobados por el docente.

En las siguientes figuras se muestra el trabajo de algunos estudiantes, que pudieron argumentar sobre lo que se indagaba.


"Puedes ver que la figura 2 tiene un triángulo negro y tres triángulos blancos".
1. Luisa se pregunta, en la figura 2 ¿el triángulo negro a qué parte del área del triángulo original corresponde? Ayúdala a responder. Argumenta tu respuesta.

1 de 4, por que dentro de el Triangoló original hay Coatrotriangolos pero solo ono esta negro. 1de4

Figura 7. *Evidencia fotográfica Actividad N°3, numeral 1*

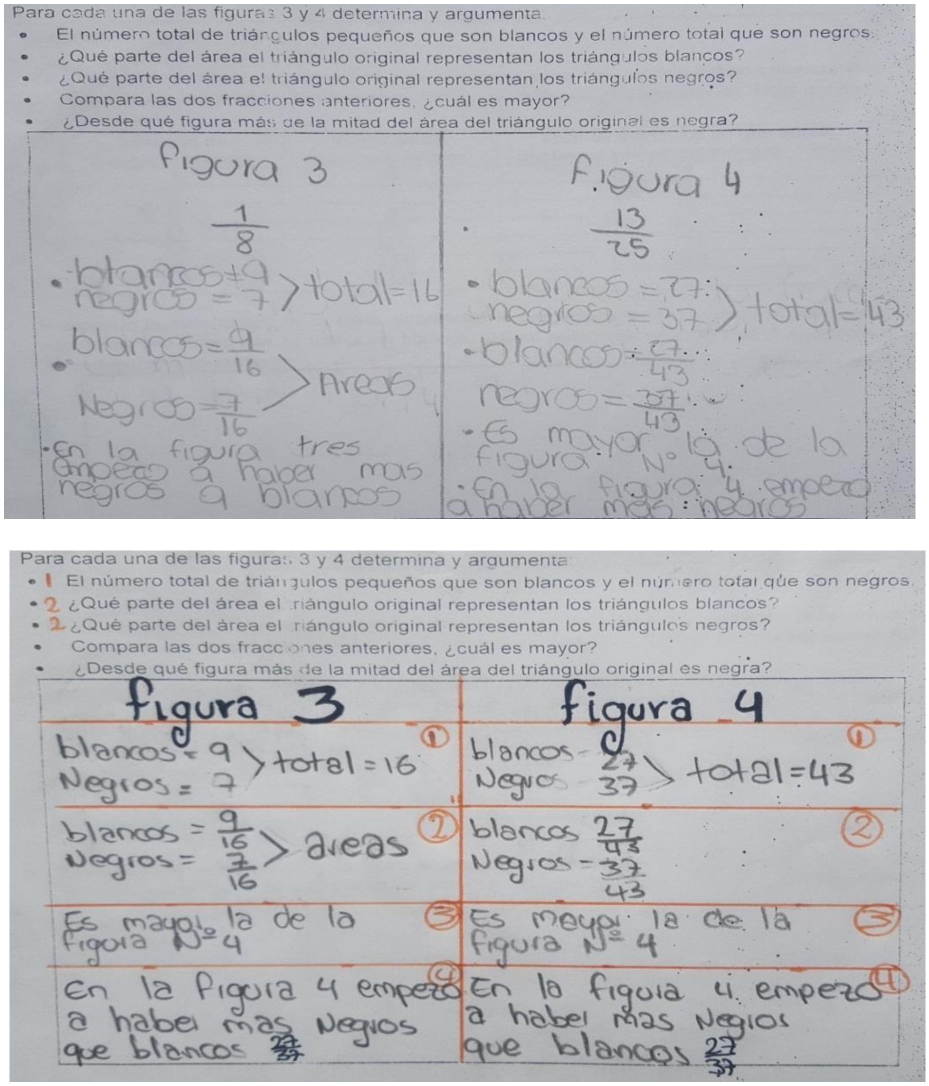
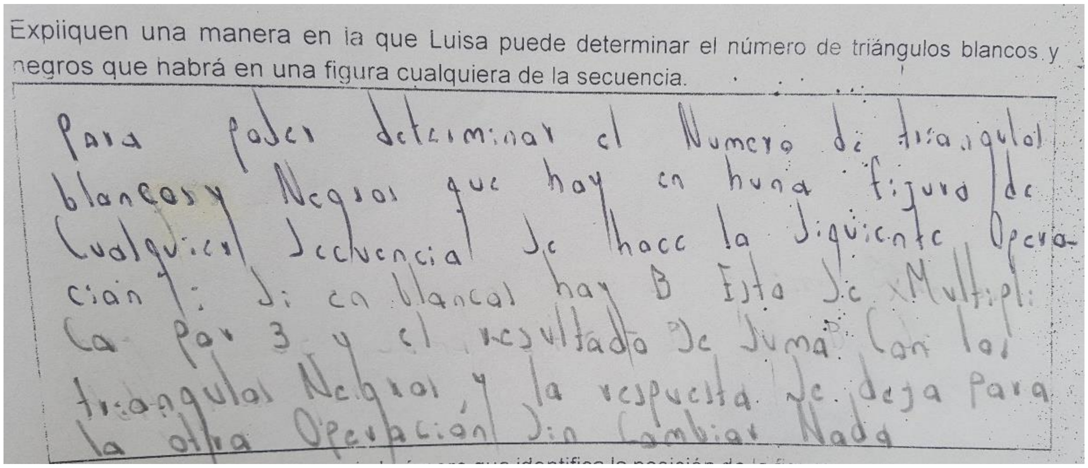


Figura *8. Evidencia fotográfica Actividad N°3, numerales 1 y 3.*

En el trabajo grupal, numerales del 3 al 6, se propone trabajar con cualquier figura de la secuencia, buscando determinar la cantidad de triángulos blancos y negros en ellas, para que puedan encontrar una forma general, sin necesidad de hacer las construcciones.

Para finalizar con la actividad, se propone un reto extra, en el cual los estudiantes deben encontrar una regla general para hallar el área que cubren los triángulos negros con relación al triángulo original. Esta parte fue desarrollada por menos estudiantes. En la siguiente figura se muestra una de las respuestas de los estudiantes.



Expliquen una manera en la que Luisa puede determinar el número de triángulos blancos y negros que habrá en una figura cualquiera de la secuencia.

Para poder determinar el Numero de triangulos blancos y Negros que hay en huna figura de Cualquier secuencia se hace la siguiente operación: si en blancos hay 8 esto se xMultiplica por 3 y el resultado se suma con los triangulos Negros y la respuesta se deja para la otra operación sin cambiar Nada

Figura 9. *Evidencia fotográfica Actividad N°3, numeral 5*.

A partir del trabajo desarrollado se logró que los estudiantes encontraran una relación entre el número de la figura y la cantidad de triángulos tanto negros como blancos, pero no fue posible que encontraran una manera de determinar la cantidad de triángulos de cualquier figura de la secuencia mediante una estrategia clara sin hacer la construcción.

Ningún estudiante logró desarrollar por completo la actividad, además de las dificultades de la misma, fue necesario participar en una actividad institucional. Cerca de un 80% de los estudiantes desarrollaron de manera correcta la actividad, evidenciando que les hace falta trabajar mucho más en construcciones geométricas y apropiarse con mayor claridad del concepto de área. Se puede decir que esta fue una de las actividades que les costó más trabajo a los estudiantes.

5.1.4 Actividad N° 4: “Números poligonales”

Esta actividad fue desarrollada por 29 estudiantes quienes trabajaron desde el primer momento de la actividad en parejas. Iniciando la actividad, se hizo la lectura de la parte conceptual acerca de los de números triangulares, junto con los enunciados en los numerales del 1 al 3, los cuales se desarrollaron dentro del aula de clases.

En esta parte de la actividad los estudiantes debían responder las preguntas planteadas, entorno a la historia de dos niños que se encontraban jugando canicas en el parque, mediante la cual se buscaba que llevaran a cabo algunas construcciones de números triangulares, luego exploraran y conjeturaran acerca de la relación de algunos números a partir de triángulos, al igual sobre la manera de obtener cualquier número triangular a partir de las dichas construcciones, relacionándolos con cuadrados mágicos y números rectangulares. En la siguiente figura se muestra el trabajo de uno de los estudiantes.

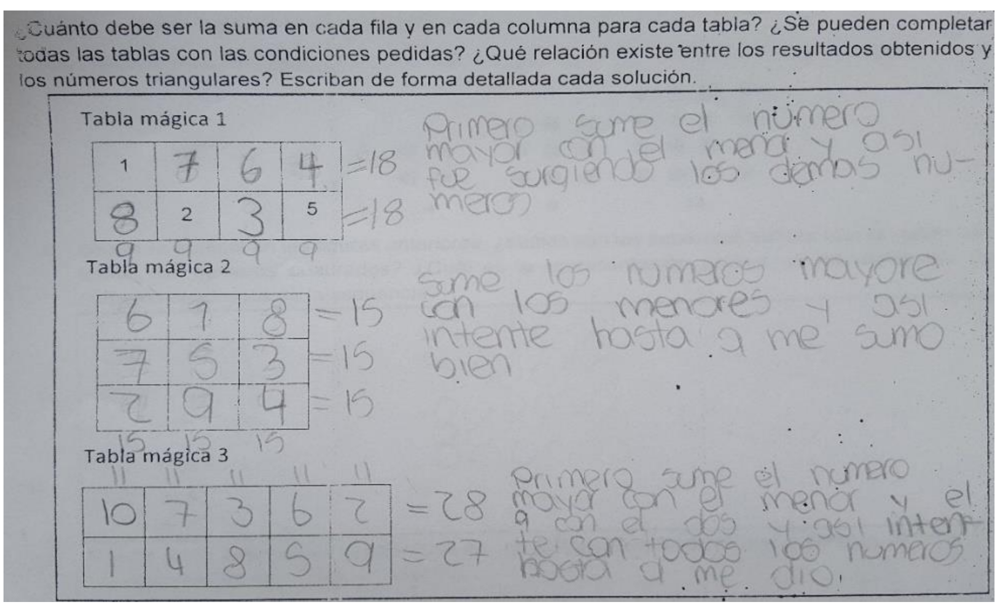
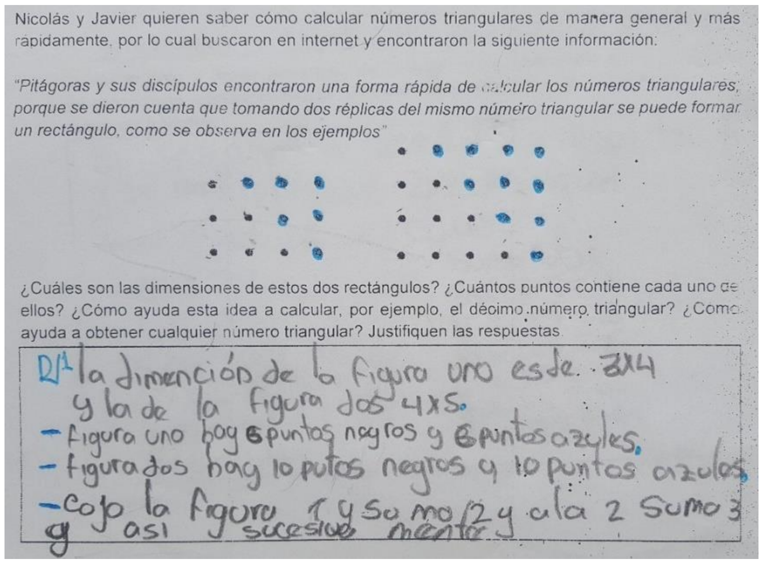


Figura *9. Evidencia fotográfica Actividad N°4, numeral 2*

A partir del trabajo desarrollado se logró que los estudiantes encontraran una relación entre los números triangulares con el concepto geométrico propuesto por Pitágoras y sus discípulos, y a su vez fue notoria la dificultad de relacionar los cuadrados mágicos con la construcción de dichos números, como se observa en las figuras 9 a 11.



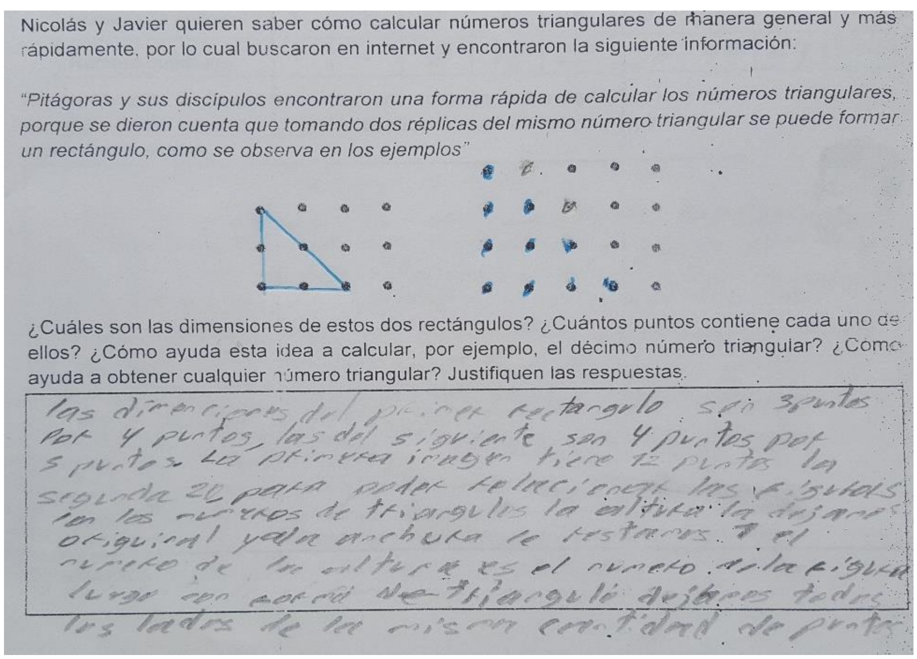
Nicolás y Javier quieren saber cómo calcular números triangulares de manera general y más rápidamente, por lo cual buscaron en internet y encontraron la siguiente información:

"Pitágoras y sus discípulos encontraron una forma rápida de calcular los números triangulares, porque se dieron cuenta que tomando dos réplicas del mismo número triangular se puede formar un rectángulo, como se observa en los ejemplos"

¿Cuáles son las dimensiones de estos dos rectángulos? ¿Cuántos puntos contiene cada uno de ellos? ¿Cómo ayuda esta idea a calcular, por ejemplo, el décimo número triangular? ¿Como ayuda a obtener cualquier número triangular? Justifiquen las respuestas

R/ la dimención de la figura uno es de 3x4 y la de la figura dos 4x5.
- figura uno hay 6 puntos negros y 6 puntos azules.
- figura dos hay 10 putos negros y 10 puntos azules
- cojo la figura 1 y sumo 2 y a la 2 sumo 3 y asi sucesivamente

Figura *10. Evidencia fotográfica Actividad N°4, numeral 3.*



Nicolás y Javier quieren saber cómo calcular números triangulares de manera general y más rápidamente, por lo cual buscaron en internet y encontraron la siguiente información:

"Pitágoras y sus discípulos encontraron una forma rápida de calcular los números triangulares, porque se dieron cuenta que tomando dos réplicas del mismo número triangular se puede formar un rectángulo, como se observa en los ejemplos"

¿Cuáles son las dimensiones de estos dos rectángulos? ¿Cuántos puntos contiene cada uno de ellos? ¿Cómo ayuda esta idea a calcular, por ejemplo, el décimo número triangular? ¿Como ayuda a obtener cualquier número triangular? Justifiquen las respuestas.

las dimenciones del primer rectangulo son 3 puntos por 4 puntos, las del siguiente son 4 puntos por 5 puntos. La primera imagen tiene 12 puntos la segunda 20 para poder relacionar las figuras con los numeros de triangulos la altura la dejamos original y a la anchura le restamos. Y el numero de la altura es el numero de la figura luego con forma de triangulo dejamos todos los lados de la misma cantidad de puntos

Figura *11. Evidencia fotográfica Actividad N°4, numeral 3*

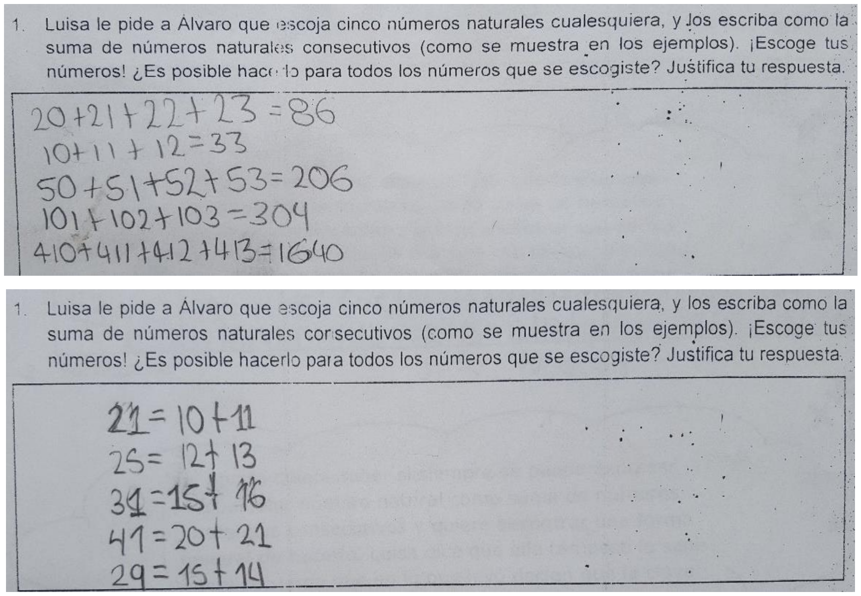
Para facilitar la lectura, lo que señala el estudiante es “…las dimensiones del primer rectángulo son 3 puntos por 4 puntos, las del siguiente son 4 puntos por 5 puntos. La primera imagen tiene 12 puntos, la segunda 20, para poder relacionar las figuras con los números de triángulos la altura la dejamos original, y a la anchura le restamos 1, el número de la altura es el número de la figura, luego con forma de triángulo dejamos todos los lados de la misma cantidad de puntos.”

Por dificultades con el tiempo, el resto de la actividad se dejó como trabajo independiente sobre los números cuadrados y un reto extra. El reto consistía en que los estudiantes definieran otro tipo de número y lo construyeran en una retícula. Desafortunadamente no hubo cumplimiento por parte de los estudiantes en la entrega completa de esta parte, argumentando algunas dificultades de comprensión. Para que no quedara ningún vacío frente a esta actividad, se realizó una socialización y explicación general de los ejercicios faltantes.

5.1.5 Actividad N° 5: “Sumas consecutivas”

Esta actividad fue desarrollada por 28 estudiantes, los cuales trabajaron el primer momento de la actividad de manera individual, y luego en parejas. Iniciando la actividad, se hizo la lectura de la situación dada acerca de las sumas de números naturales consecutivos, junto con los enunciados en los numerales del 1 y 2.

En esta parte de la actividad los estudiantes debían dar ejemplos puntuales de números que pudieran o no expresarse como sumas de números naturales consecutivos. Algunos partieron del número y buscaron la forma en que podían expresarlo como suma de números naturales consecutivos, y otros simplemente sumaron números naturales consecutivos para ver qué número resultaba. Los estudiantes pudieron, en general, dar los ejemplos como se muestra en la siguiente figura.


1. Luisa le pide a Álvaro que escoja cinco números naturales cualesquiera, y los escriba como la suma de números naturales consecutivos (como se muestra en los ejemplos). ¡Escoge tus números! ¿Es posible hacerlo para todos los números que se escogiste? Justifica tu respuesta.

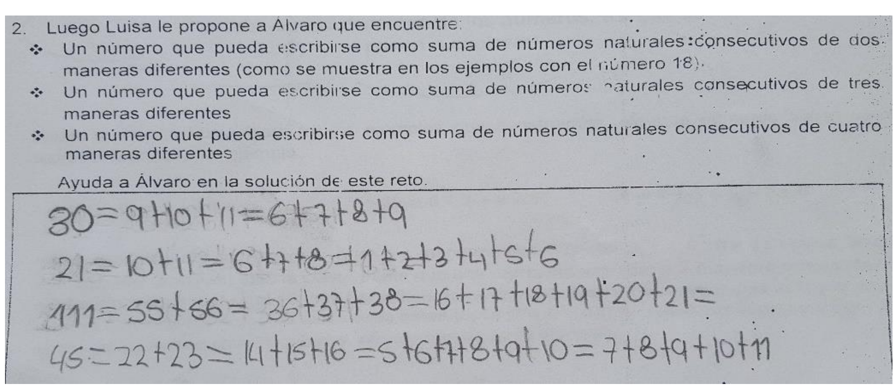
20+21+22+23=86
10+11+12=33
50+51+52+53=206
101+102+103=304
410+411+412+413=1640

1. Luisa le pide a Álvaro que escoja cinco números naturales cualesquiera, y los escriba como la suma de números naturales consecutivos (como se muestra en los ejemplos). ¡Escoge tus números! ¿Es posible hacerlo para todos los números que se escogiste? Justifica tu respuesta.

21= 10+11
25= 12+13
31=15+16
41=20+21
29=15+14

Figura *12. Evidencia fotográfica Actividad N°5, numeral 1.*

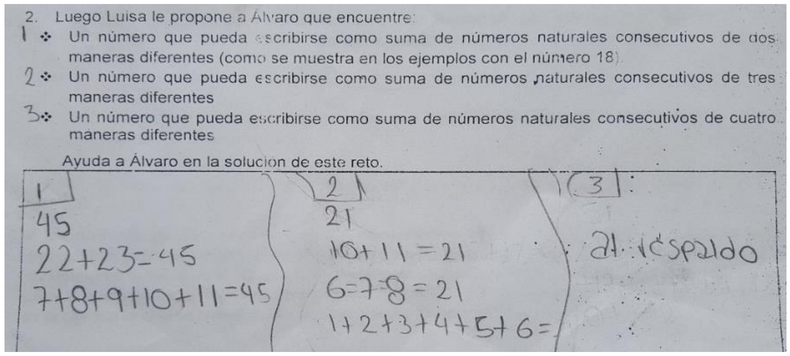
Con la siguiente actividad propuesta, es necesario que los estudiantes trabajen en la descomposición de un número para poder expresarlo como suma de números naturales consecutivos, de diferentes formas, y así observen que algunos pueden expresarse como suma de tres, cuatro o hasta cinco números naturales consecutivos. En las siguientes figuras se muestra el trabajo de algunos estudiantes.


2. Luego Luisa le propone a Álvaro que encuentre:
- Un número que pueda escribirse como suma de números naturales consecutivos de dos maneras diferentes (como se muestra en los ejemplos con el número 18).
- Un número que pueda escribirse como suma de números naturales consecutivos de tres maneras diferentes
- Un número que pueda escribirse como suma de números naturales consecutivos de cuatro maneras diferentes

Ayuda a Álvaro en la solución de este reto.

30=9+10+11=6+7+8+9
21=10+11=6+7+8=1+2+3+4+5+6
111=55+56= 36+37+38=16+17+18+19+20+21=
45=22+23=14+15+16=5+6+7+8+9+10=7+8+9+10+11

Figura *13. Evidencia fotográfica Actividad N°5, numeral 2.*


2. Luego Luisa le propone a Álvaro que encuentre:
1 ❖ Un número que pueda escribirse como suma de números naturales consecutivos de dos maneras diferentes (como se muestra en los ejemplos con el número 18).
2 ❖ Un número que pueda escribirse como suma de números naturales consecutivos de tres maneras diferentes
3 ❖ Un número que pueda escribirse como suma de números naturales consecutivos de cuatro maneras diferentes
Ayuda a Álvaro en la solucion de este reto.

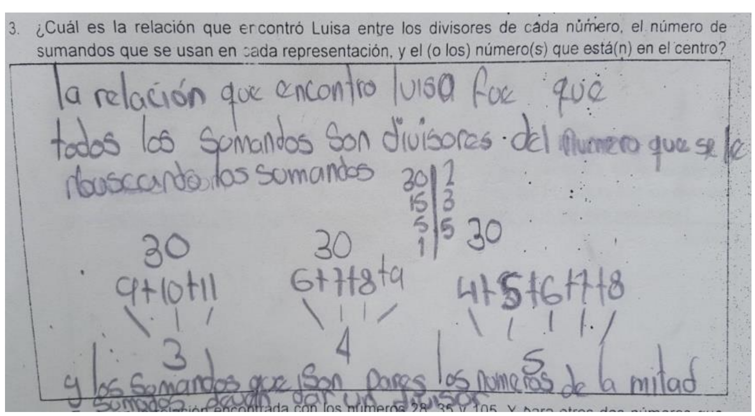
1
45
22+23=45
7+8+9+10+11=45

2
21
10+11=21
6+7+8=21
1+2+3+4+5+6=

3
21 desparado

Figura *14. Evidencia fotográfica Actividad N°5, numeral 2.*

En el segundo momento, se buscaba que los estudiantes encontraran una relación entre los divisores de un número y las formas de poder expresarlo o no como sumas de números naturales consecutivos, y ampliar incluso a sumas de números enteros consecutivos. Para finalizar la actividad se propone un reto extra, los estudiantes debían expresar el número 1450 como suma de números enteros consecutivos. Esta segunda parte no pudo ser completada por todos los estudiantes, además del reto que implicaba la actividad en sí misma, ya que nuevamente hubo razones institucionales. Por lo tanto, se terminó por parte del docente en otro espacio. En la siguiente figura se puede observar parte del trabajo de estudiantes que lograron ver parte de la relación buscada.


3. ¿Cuál es la relación que encontró Luisa entre los divisores de cada número, el número de sumandos que se usan en cada representación, y el (o los) número(s) que está(n) en el centro?

la relación que encontro luisa fue que todos los sumandos son divisores del numero que se le buscando los sumandos

30 | 2
15 | 3
5 | 5
1 |

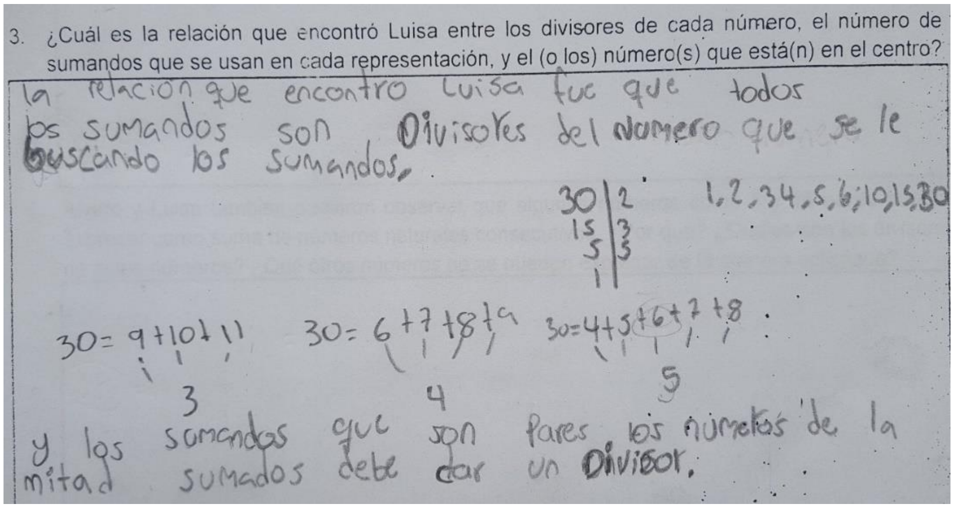
30
9+10+11
3

30
6+7+8+9
4

30
4+5+6+7+8
5

y los sumandos que son pares los numeros de la mitad sumados dan por un divisor

Figura 15. *Evidencia fotográfica Actividad N°5, numeral 3.*


3. ¿Cuál es la relación que encontró Luisa entre los divisores de cada número, el número de sumandos que se usan en cada representación, y el (o los) número(s) que está(n) en el centro?

la relación que encontro Luisa fue que todos los sumandos son Divisores del numero que se le buscando los sumandos.

30 | 2
15 | 3
5 | 5
1 |

1, 2, 3, 4, 5, 6; 10, 15, 30

30 = 9 + 10 + 11 → 3
30 = 6 + 7 + 8 + 9 → 4
30 = 4 + 5 + 6 + 7 + 8 → 5

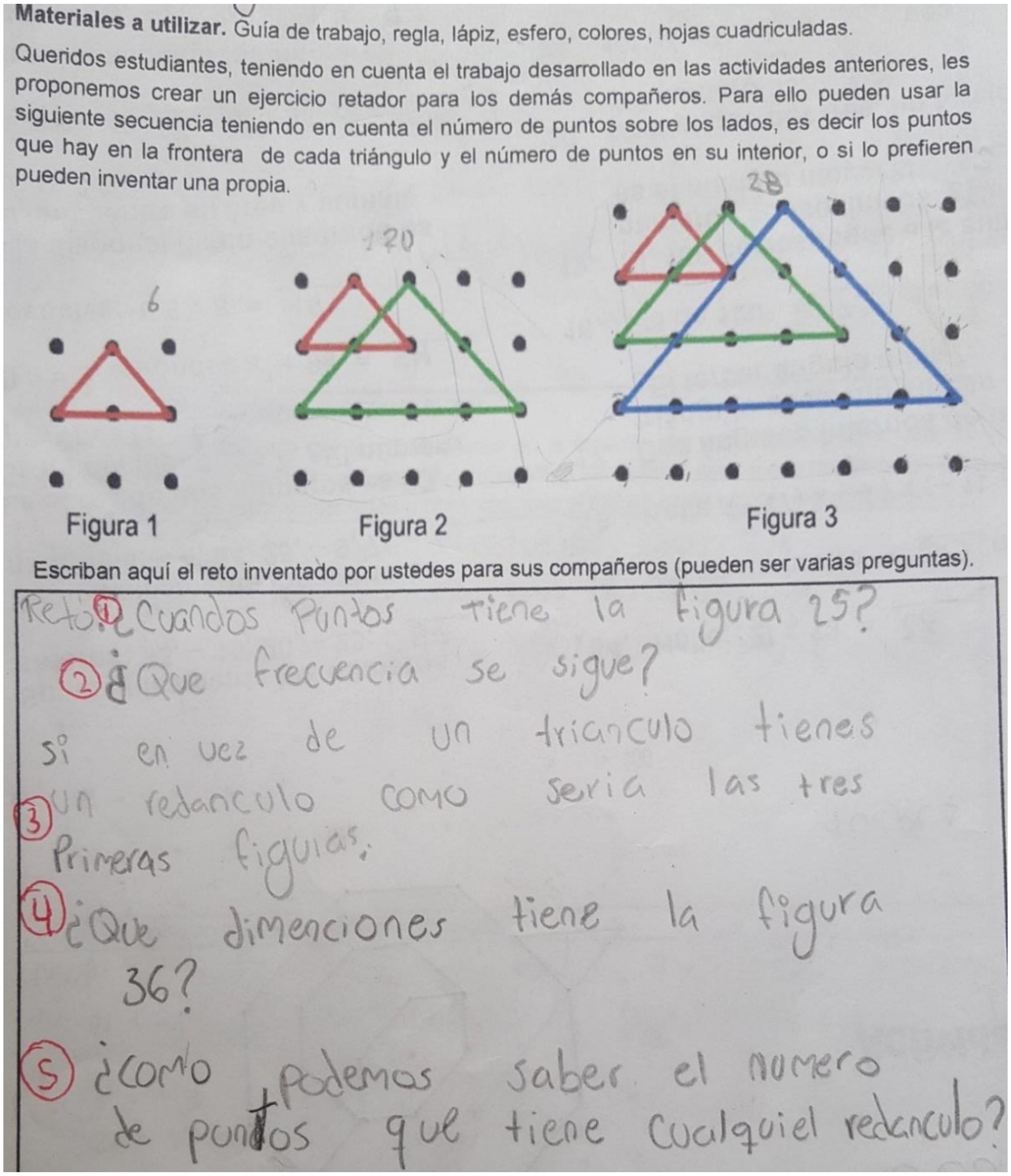
y los sumandos que son pares los numeros de la mitad sumados debe dar un Divisor.

Figura 16. Evidencia fotográfica Actividad N°5, numeral 3.

De toda la actividad, los estudiantes trabajaron aproximadamente un 60%, quedando pendientes los numerales donde se permitía involucrar números enteros (negativos) para expresar cualquier número, excepto las potencias de dos, como sumas de números enteros consecutivos, al igual que con el reto extra. Se evidencia nuevamente que los estudiantes sienten curiosidad por este tipo de problemas que no son parecidos a los que resuelven normalmente en una clase de matemáticas.

5.1.6 Actividad N° 6: “Listo para tu reto”

Esta actividad fue desarrollada por 26 estudiantes, los cuales trabajaron desde el primer momento de la actividad de manera grupal (en parejas). Iniciando la actividad, se hizo la lectura de la situación dada solicitando crearan un reto, para lo cual podían partir de las actividades trabajadas anteriormente. Se logró que los estudiantes crearan retos para sus compañeros desde diferentes situaciones planteadas, lo cual dejó ver creatividad e imaginación, como se observa en las siguientes figuras.



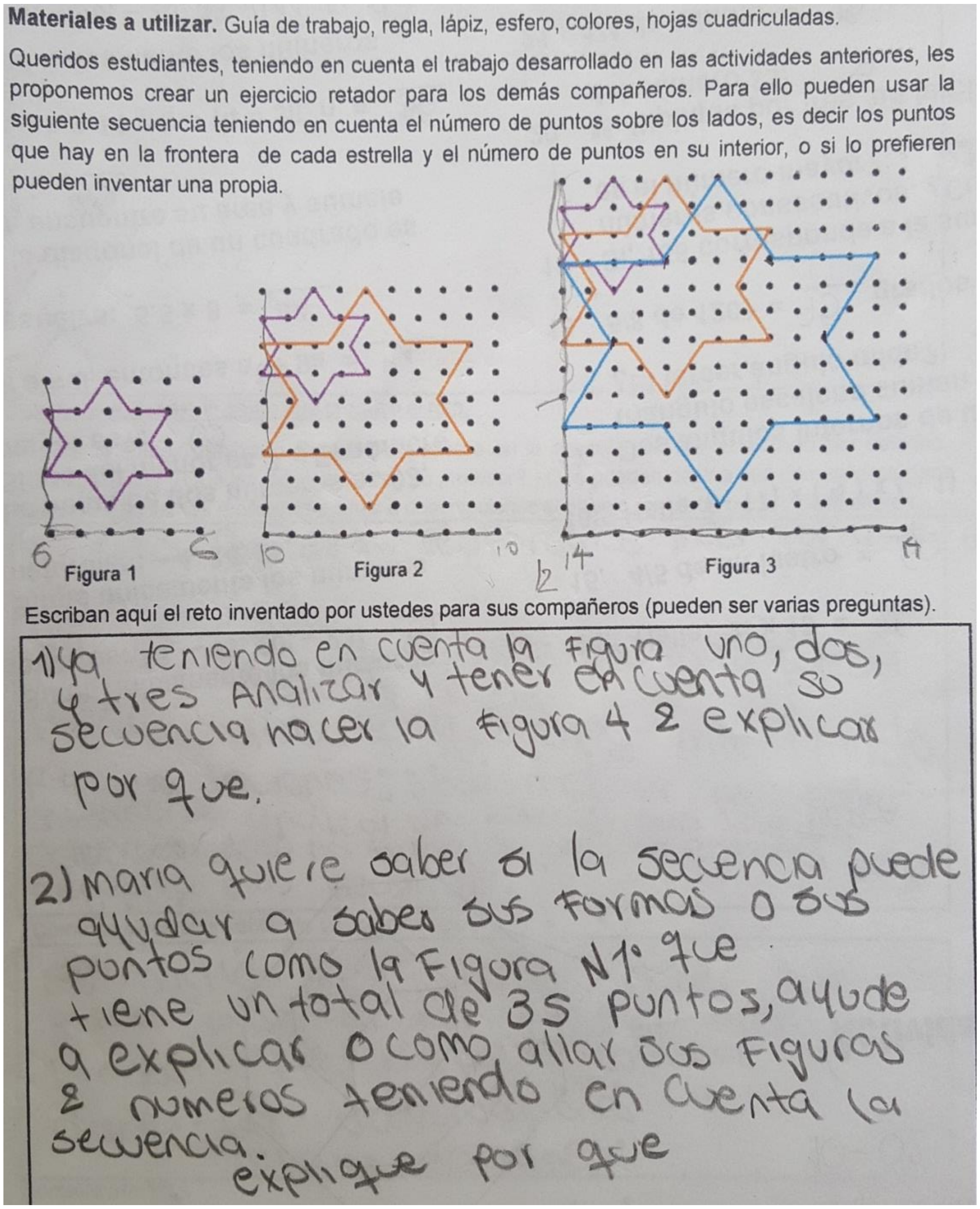
Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas.

Queridos estudiantes, teniendo en cuenta el trabajo desarrollado en las actividades anteriores, les proponemos crear un ejercicio retador para los demás compañeros. Para ello pueden usar la siguiente secuencia teniendo en cuenta el número de puntos sobre los lados, es decir los puntos que hay en la frontera de cada triángulo y el número de puntos en su interior, o si lo prefieren pueden inventar una propia.

Escriban aquí el reto inventado por ustedes para sus compañeros (pueden ser varias preguntas).

Reto: ① ¿Cuandos Puntos Tiene la figura 25?
② ¿Que frecuencia se sigue?
si en vez de un triangulo tienes
③ un redanculo como seria las tres Primeras figuras.
④ ¿Que dimenciones tiene la figura 36?
⑤ ¿como podemos saber el numero de puntos que tiene cualquiel redanculo?

Figura 17. *Evidencia fotográfica Actividad N°6, numeral 1.*



Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas.

Queridos estudiantes, teniendo en cuenta el trabajo desarrollado en las actividades anteriores, les proponemos crear un ejercicio retador para los demás compañeros. Para ello pueden usar la siguiente secuencia teniendo en cuenta el número de puntos sobre los lados, es decir los puntos que hay en la frontera de cada estrella y el número de puntos en su interior, o si lo prefieren pueden inventar una propia.

Escriban aquí el reto inventado por ustedes para sus compañeros (pueden ser varias preguntas).

1) ya teniendo en cuenta la figura uno, dos, y tres Analizar y tener en cuenta su secuencia hacer la figura 4 y explicar por que.

2) maria quiere saber si la secuencia puede ayudar a saber sus formas o sus puntos como la figura N1° que tiene un total de 35 puntos, ayude a explicar o como allar sus figuras y numeros teniendo en cuenta la secuencia. explique por que

Figura *18. Evidencia fotográfica Actividad N°6, numeral 1.*

Enseguida se dio la indicación de intercambiar los retos propuestos con otros compañeros para que los resuelvan. Para finalizar con la actividad, se pidió regresar los ejercicios a sus autores, para llevar a cabo la revisión de los procesos realizados por los compañeros en la búsqueda de la respuesta, y responder una pregunta acerca de los sentimientos o reacciones que les produjo crear un reto y luego evaluarlo.

A partir del trabajo desarrollado se logró que los estudiantes emplearan algunos recursos trabajados en las actividades anteriores para lograr la solución del reto propuesto, y de igual manera pudo evidenciarse que se sintieron muy cómodos con la creación del mismo, y les causó gusto al proponerle algo propio al resto de la clase.

En la figura 19 se muestra lo que respondieron sobre esto algunos de los estudiantes.

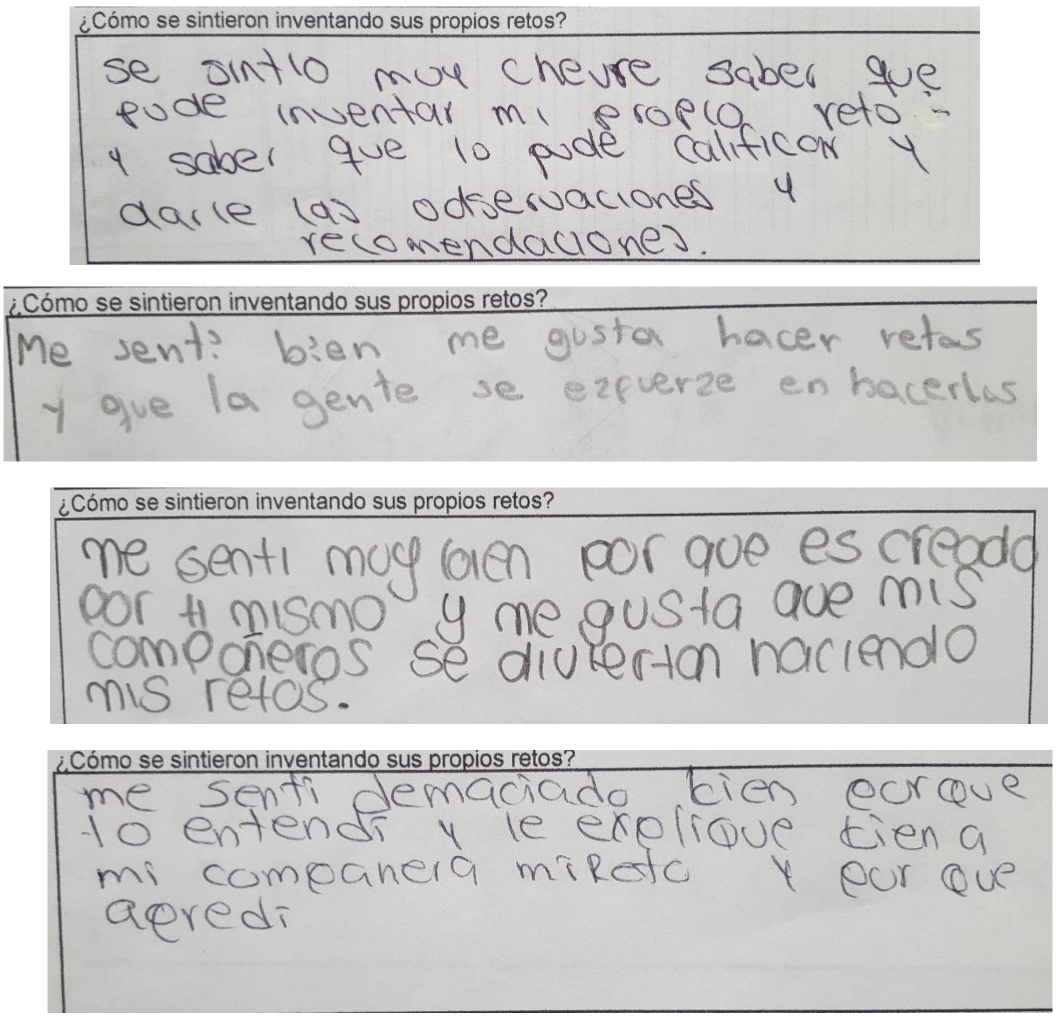


Figura *19. Evidencia fotográfica Actividad N°6, numeral 2.*

La totalidad de estudiantes logró dar solución a la actividad, la cual evidenció que aproximadamente un 80% de ellos la propuso de manera coherente.

En esta actividad se pudo ver una participación de los estudiantes por el tipo de metodología empleada, la cual era diferente a las anteriores. Se logró que los estudiantes pensaran a partir de sus experiencias en proponer un reto a sus compañeros, dejando ver las estrategias empleadas en la aplicación de las actividades anteriores, y el gusto por trabajar a partir de la creación de situaciones propias.

En cuanto a la motivación, fue constante aproximadamente en el 90% de los estudiantes, el otro 10% estuvo intermitentemente motivado.

A continuación, se muestra a los estudiantes en diferentes momentos trabajando las actividades.

Figura 20. *Evidencia fotográfica del trabajo en clase con las actividades.*

5.1.7 Percepción sobre las actividades

Luego de la aplicación de las actividades, se llevó a cabo una socialización acerca de ellas, donde se recogieron las impresiones de los estudiantes al respecto, lo cual arrojó en términos generales un concepto favorable de parte de los estudiantes, al recibir expresiones como:

“Muy buenas, porque nos sirven para entender la matemática de otra forma”

“Las actividades fueron entretenidas”

“Me parecieron buenas todas las actividades, porque ayudan a profundizar en matemáticas y a pensar”

“Me gustaron mucho porque aprendí sobre muchas cosas, aunque algunas no las terminé a tiempo”

“Muy divertidas, porque lo hacen pensar a uno en cómo hacerlas”

“Me parecieron chéveres, porque la mayoría de las actividades las entendí”

“Me parecieron muy divertidas y muy interesantes, pienso que aprendí mucho con cada una de ellas”

A partir de las expresiones de los estudiantes, las actividades que más gustaron en su orden fueron: Listo para tu reto, números capicúas, sumas consecutivas, palillos, trabajemos con triángulos y por último números poligonales.

Esto muestra, que, aunque algunas actividades pudieron resultar difíciles, si tuvieron buena acogida por parte de los estudiantes y que es necesario continuar con este tipo de metodología de trabajo en el aula, ya que se fomenta la creatividad, se reta de manera permanente a los estudiantes y se favorece el trabajo en grupo, entre otros aspectos.

5.2 Creencias de los estudiantes sobre las matemáticas a partir del instrumento cerrado

El instrumento denominado Cuestionario Creencias sobre las matemáticas, el cual se aplicó antes y después de llevar a cabo las actividades diseñadas, tuvo como objeto identificar si hubo efectivamente alguna afectación sobre las creencias de los estudiantes acerca de la matemática. Los datos obtenidos de la muestra se procesaron en el software SPSS, el cual arrojó los siguientes resultados.

En la Tabla 1 se presenta la prueba de normalidad a partir de la prueba t-Student para muestras relacionadas para las dos aplicaciones del cuestionario, tomando la totalidad de los estudiantes, es decir, tanto de hombres como mujeres.

Tabla 1. Prueba de normalidad

Prueba Kolmogorov-Smirnov de para una muestra			
		SOF_PRE	SOF_POS
N		24	24
Parámetros normales[a,b]	Media	,7158389	,7550505
	Desviación estándar	,13836442	,08402499
Máximas diferencias extremas	Absoluta	,139	,094
	Positivo	,102	,094
	Negativo	-,139	-,082
Estadístico de prueba		,139	,094
Sig. asintótica (bilateral)		,200[c,d]	,200[c,d]

a. La distribución de prueba es normal.

b. Se calcula a partir de datos.

c. Corrección de significación de Lilliefors.

d. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

La prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov se utiliza para determinar si los datos provienen de una muestra normalmente distribuida, que para este caso en la aplicación pre y pos muestran que el P-Valor es mayor que 0,05 lo que indica que la prueba es normal. También se puede observar que se cumple el supuesto de normalidad (estadísticos de 0,139 para la medición pre y de 0,094 para la medición pos).

Una vez corroborado el supuesto de normalidad se hace el análisis de medias, es decir, se compara el promedio de las creencias reportadas antes (SOF_PRE) y después (SOF_POS), como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 2. Estadísticas de muestras relacionadas de la población completa

Estadísticas de muestras relacionadas				
	Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
SOF_PRE	0,7158389	24	,13836442	0,02824352
SOF_POS	0,7550505	24	,08402499	0,01715153

Se observa que hubo un aumento hacia las creencias sofisticadas, si bien se observa que ni antes ni después de la implementación de las actividades hay creencias sólidamente formadas. Al determinar la prueba de muestras correlacionadas se tiene la siguiente información:

Tabla 3. Prueba de muestras relacionadas.

Prueba de muestras relacionadas										
		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	SOF_PRE - SOF_POS	-,039211	,12549753	,02561708	-,092204	,0137814	-1,531	23	,139

A partir de las pruebas de significancia *t=-1,531* y *p= 0,139,* éstas muestran que las creencias de los estudiantes tuvieron afectaciones mínimas entre las aplicaciones pre y pos a partir del resultado obtenido para el p-Valor, el cual es menor a 0,005. Lo que lleva a aceptar la hipótesis nula, es decir, aunque hubo avances, no hay diferencias significativas (estadísticamente hablando).

También se hizo el análisis por género, para ver si al considerar cada grupo de manera independiente se podían observar diferencias significativas. En las siguientes tablas se presenta la prueba t para muestras relacionadas tomando como muestra únicamente las mujeres.

Tabla 4. Estadísticas de muestras relacionadas solo mujeres.

Estadísticas de muestras relacionadas					
		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	SOF_PRE	,7164352	8	,07941532	,02807755
	SOF_POS	,7289036	8	,06790343	,02400749

Se puede observar que hubo un aumento, pero muy leve, inferior a 0,02, se puede considerar que las mujeres tienen una tendencia hacia creencias sofisticadas, pero no están completamente definidas.

Esto muestra que para las mujeres no hubo diferencias significativas, como se corrobora con la siguiente información.

Tabla 5. Prueba de muestras relacionadas solo mujeres.

Prueba de muestras relacionadas									
		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	SOF_PRE - SOF_POS	-,012468	,05617158	,0198596	-,0594290	,03449218	-,628	7	,550

A partir de las pruebas de significancia *t=-6,28* y *p= 0,550;* las cuales muestran que las creencias de las estudiantes, en general, se mantuvieron iguales.

En las tablas 6 y 7 se presenta la prueba t para muestras relacionadas para las dos aplicaciones del cuestionario, tomando como muestra únicamente los hombres.

Tabla 6. Estadísticas de muestras relacionadas solo hombres.

Estadísticas de muestras relacionadas					
		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	SOF_PRE	,7155408	16	,16251699	,04062925
	SOF_POS	,7681239	16	,09014970	,02253743

Se puede observar a partir de los resultados reflejados en la tabla 7, que la diferencia entre las medias pre y pos de las actividades es mejor, en comparación a las obtenidas de las mujeres, ya que se presenta diferencia mayor de 0,05, es decir, se logró afectar más las creencias de los hombres que las de las mujeres hacia creencias sofisticadas.

Tabla 7. Prueba de muestras relacionadas solo hombres.

Prueba de muestras relacionadas									
		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	SOF_PRE - SOF_POS	-,0525831	,14867692	,03716923	-,131807	,02664122	-1,415	15	,178

A partir de las pruebas de significancia *t=-1,415* y *p= 0,178* se observa que las creencias de los estudiantes tuvieron afectaciones mínimas.

Es claro que al tomar el análisis de todo el grupo de estudiantes no hay mayor afectación del trabajo con solución de problemas reto, pero al observar en detalle el análisis llevado a cabo por género, es claro que existe una leve modificación en las creencias de los hombres. En la siguiente gráfica se muestra el promedio para cada estudiante antes y después de la implementación.

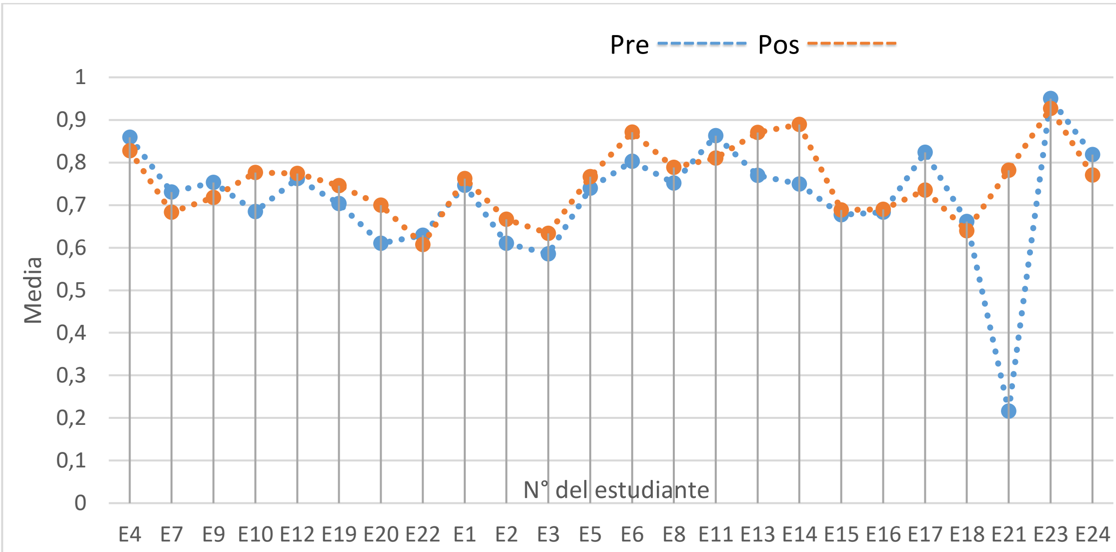


Figura *21. Promedios por estudiante antes y después de la implementación*

Los primeros ocho estudiantes son mujeres, los demás hombres. Se observa como ya se describió antes que, en general hubo aumentos leves, en mayor medida de los hombres, y un cambio importante del estudiante 21.

Lo anterior es muestra de situaciones que se encuentra ligadas a las creencias de los estudiantes, las cuales están mucho más allá de la aplicación de las actividades, como lo son lo afectivo, y qué tan arraigadas se encuentran, confirmando así lo difíciles de transformar; lo cual afirma Green (1971) diciendo que las creencias primarias son mucho más difíciles de transformar ya que se mantienen mucho más estables.

McLeod (1988, 1988, 1992, 1994) ratifica esto afirmando que las actitudes, además de jugar un papel importante dentro del proceso de enseñanza en el estudiante, son las creencias que se encuentran mucho más arraigadas en ellos; pese a esto, el trabajo con solución de problemas retadores favorece las creencias.

Es por lo anterior que se hace necesario un trabajo mucho más continuo, de mucho más tiempo efectivo en el aula que permita modificar verdaderamente las creencias en los estudiantes. Adicional a esto, es importante mencionar que para lograr una afectación mucho más significativa en las creencias es imperativo que toda la infraestructura que gira en torno al contexto escolar y los procesos de aprendizaje en el estudiante intervenga.

5.3 Creencias y actitudes de los estudiantes sobre las matemáticas a partir del instrumento abierto y las entrevistas

A partir de la aplicación del cuestionario abierto antes y después de aplicar las actividades diseñadas, es posible afirmar que no hubo cambios significativos en las respuestas dadas por los estudiantes, excepto en algunos casos particulares como lo son:

Estudiante N° 4, quien en la primera aplicación a la pregunta en donde se le pedía escribir ¿cuáles son las 4 palabras o frases cortas que vienen a tu mente cuando piensas en matemáticas? Respondió; "sumas, restas, multiplicación y divisiones". Para la segunda aplicación en la misma pregunta respondió: "me parece creatividad y mucha imaginación". Lo cual muestra un cambio sobre la percepción de las matemáticas a partir de la aplicación de las diferentes actividades, al llevarlos a pensar de forma diferente, algo que gusta mucho en los estudiantes.

De igual forma en la primera aplicación a la pregunta ¿te gusta la matemática?, señala que “me gusta la clase con el profe porque da una gran explicación y deja muy claro todo”. Para la segunda aplicación en la misma pregunta respondió: “me gusta porque son importantes para toda la vida, porque te ponen a imaginar cosas chéveres”. Lo cual muestra un cambio frente a la percepción que tiene acerca de las matemáticas, ya que al considerarla útil a partir de experiencias y ver de primera mano su aplicación, estaría evidenciando una afectación a las creencias que tenía.

Estudiante N° 2, en la primera aplicación a la pregunta en donde se le pedía escribir ¿cuáles son las 4 palabras o frases cortas que vienen a tu mente cuando piensas en matemáticas? Respondió; “que no esté difícil”. Para la segunda aplicación en la misma pregunta respondió: “ser inteligentes, con mucha disciplina aprenderemos a mejorar nuestro pensamiento”. A partir de lo cual se puede afirmar que hubo un cambio de actitud frente al trabajo en clase de matemáticas, ya que reconoce elementos importantes y necesarios para la obtención de buenos resultados, lo cual es sinónimo de una afectación a sus creencias.

Estudiante N° 12, en la primera aplicación a la pregunta ¿te gusta la matemática?, explica que “más o menos, porque se me hace fácil entenderla”. Para la segunda aplicación en la misma pregunta respondió: “sí, porque puedo aprender cosas nuevas”. A partir de la respuesta dada, se puede ver una afectación en cuanto a su actitud hacia las matemáticas, ya que al reconocer lo que ésta le puede aportar para su vida, estaría mostrando un cambio en sus creencias.

Estudiante N°14, quien en la primera aplicación a la pregunta ¿te gusta la matemática?, explica por qué, respondió. “sí, pero cuando la entiendo”. Para la segunda aplicación en la misma pregunta respondió: “sí, porque me ayuda a pensar y a ser creativo”. En este caso se puede ver, en definitiva, una afectación en las creencias del estudiante al pasar a considerar que las matemáticas le ayudan a ser creativo.

Estudiante N° 15, quien en la primera aplicación a la pregunta ¿te gusta la matemática?, explica por qué, respondió. “no, porque soy malo para calcular”. Para la segunda aplicación en la misma pregunta respondió: “sí, aunque se me dificulte un poco, porque las matemáticas ayudan para todo”. Para este caso, las respuestas dadas por el estudiante muestran una afectación de sus creencias en cuanto a su desempeño, dado que inicialmente reconoce no ser bueno para calcular, en un segundo momento cambia su parecer, al reconocer en mayor medida la importancia y utilidad de esta disciplina.

5.4 Conclusiones del Capítulo 5

Los instrumentos adaptados y diseñados para esta investigación fueron pertinentes para tener información sobre las creencias acerca de las matemáticas de los estudiantes de grado séptimo de la IED Guillermo León Valencia JT. El análisis detallado del desempeño en cada una de las actividades permitió ver su pertinencia y la motivación que se generó en los estudiantes.

De otra parte, si bien los análisis estadísticos muestran que no hubo diferencias significativas, sí se observó aumento hacia las creencias sofisticadas, esto corrobora lo que dice la literatura, en relación con la dificultad de modificar las creencias, para lo cual se requiere un trabajo permanente para mayores logros.

Sin embargo, las entrevistas permitieron ver a mayor profundidad, que para los estudiantes el trabajo propuesto resultó interesante, motivador y retador, y que, aunque a nivel estadístico no representan cambios significativos, esto se explica en parte porque las creencias iniciales estaban, para la mayoría, orientadas hacia creencias sofisticadas, las cuales se afianzaron en la mayoría de los casos.

CONCLUSIONES

El llevar a cabo este estudio permitió obtener cierta información sobre las creencias en matemáticas de los estudiantes de grado séptimo de la IED Guillermo León Valencia JT, desde el trabajo realizado con 29 estudiantes, en relación al impacto que pueden tener sobre ellas la solución de problemas retadores, apoyado en la afirmación hecha por Callejo (2003) en sus investigaciones.

La adaptación tomada para medir las creencias de los estudiantes en matemáticas fue acertada, a partir de lo propuesto por Vizcaíno et al., ya que este instrumento permitió determinar el nivel de las creencias presentes en ellos, y así dar una luz acerca del diseño y planeación de las diferentes actividades, teniendo en cuenta las diferentes categorías sugeridas por Schoenfeld (1985) desde sus investigaciones acerca de la manera en la cual se deben abordar los problemas matemáticos. Esto se llevó a cabo con el ánimo de llegar a afectar y modificar las creencias.

El adaptar problemas reto al contexto escolar de los estudiantes de grado séptimo de la IED Guillermo León Valencia JT, fue una herramienta muy importante en cuanto a las creencias de quienes los resolvieron, ya que en la mayoría de los casos se logró despertar el interés en ellas, y mostrar una faceta diferente del trabajo matemático dentro del aula de clase, siguiendo la propuesta de Mason, Burton y Stacey (1988).

Aunque a partir de los resultados estadísticos no se observaron diferencias significativas, sí se pudo observar el gusto de los estudiantes por el tipo de actividades propuestas y cambios de percepción frente a las matemáticas. En las entrevistas y el instrumento abierto varios señalaron frente a las actividades que eran “otra manera de aprender y hacer matemática”.

Es posible que una explicación a esto, que pudiera parecer una contradicción, es que las creencias iniciales estaban orientadas hacia creencias sofisticadas, que en la mayoría de los casos se afianzaron; y solamente un caso que estaba con creencias más ingenuas sí tuvo una variación importancia hacia creencias sofisticadas. Esto parece mostrar que es más difícil movilizar creencias que ya son inicialmente sofisticadas hacia su consolidación.

A partir del análisis de los resultados del cuestionario cerrado, se encontró que las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas en los hombres fueron más susceptibles al cambio en comparación con las mujeres, a pesar de que fueran mínimas dichas afectaciones, algo que permite plantear un nuevo interrogante acerca de las creencias para futuras investigaciones en este campo, pensando en que se pueda demostrar si realmente es más difícil lograr una modificación de las creencias en las mujeres que en los hombres.

Otra conclusión importante es que, para lograr una modificación en las creencias de los estudiantes en matemáticas, entran a jugar todos los factores que hacen parte del contexto escolar, ya que el solo trabajo dentro del aula de clase se queda corto para lograr esto, tal y como lo señala Campos (2008).

Por lo anteriormente descrito, se puede concluir que los objetivos propuestos se cumplieron pese a no evidenciarse mayor afectación en las creencias de los estudiantes a partir de la aplicación de los instrumentos cerrados, sí se logró en algunos de ellos un cambio acerca de la percepción del trabajo en clase mediante el uso de problemas reto, junto con la percepción de la matemática misma como disciplina; la pregunta de investigación no solo guio el camino de la observación sino que fue respondida con total coherencia con los objetivos propuestos de la misma.

RECOMENDACIONES

Esta investigación permitió conocer creencias de los estudiantes participantes acerca de las matemáticas y la forma en que se transformaron luego de un trabajo intensivo en solución de problemas; esto provee información importante para la investigación en este campo, especialmente en Colombia, donde poco se ha hecho al respecto.

En este sentido, se espera que este trabajo motive nuevos estudios que permitan tener una mayor y mejor comprensión sobre el sistema de creencias de estudiantes de educación básica y media, y que se puedan tener en cuenta para llevar a cabo mejoras o reformas en las planeaciones escolares, así como en las metodologías empleadas y las diferentes herramientas didácticas para alcanzar el desarrollo de competencias matemáticas en niños y jóvenes.

Se hace necesario promover el diseño de actividades, por parte de docentes en formación y en servicio, que involucren la solución de problemas reto, dado que éstos favorecen las creencias en matemáticas de los estudiantes. Para esto las facultades de educación y los diferentes programas de formación de maestros pueden implementar acciones específicas a lo largo de la formación de futuros docentes, así como propuestas para los docentes que ya están en servicio.

También es importante para ello que se promueva la participación de los docentes y futuros docentes en redes de trabajo y cooperación, en las cuales los docentes puedan intercambiar de manera permanente sus propuestas y socializar los logros que con las mismas alcanzan. Esta es una tarea de cada docente, de las instituciones educativas y las formadoras de futuros docentes.

Como parte de lo anterior, es recomendable que se brinde a los estudiantes la oportunidad de diseñar actividades con sus propias situaciones, a partir de sus propias experiencias. Esto les resulta altamente motivador y favorece la construcción de creencias sobre las matemáticas.

Es necesario también abordar las creencias que tienen los docentes y la relación entre éstas y las que construyen sus propios estudiantes. Este es un campo en el que hay mucho por indagar y del cual se pueden derivar nuevas tesis y proyectos de investigación.

Referencias

Abdullah, L., Osman, A., & Abdullah, W. (2004). The statistical evidence in describing the student's beliefs about mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-17.

Aguilar Nery, J. (2003). Aproximación a las creencias del profesoradosobre el papel de la educación formal, la escuela y el trabajo docente. *Región y sociedad*, 73-102.

Aiken, L. (1980). Attitude Measurement and Research. *New Directions for Testing and Measurement*, 1-24.

Kislenko, K., Breiteig, T., & Grevholm, B. (2005). Beliefs and attitudes in mathematics teaching and learning. In I. M. Stedøy (Ed.), Vurdering i matematikk – hvorfor og hvordan? Fra småskole til voksenopplæring. Konferanserapport Nordisk konferanse i matematikkdidaktikk (pp. 129–138). Trondheim: Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Callejo, M. L., & Vila, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 173-194.

Campos, E. d. (2008). Creencias y Matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 9-27.

Chandía Muñoz, E., Quiroga Merino, F., Ulloa Sánchez, R., & Cerda Etchepare, G. (2007). Creencias sobre la asignatura de matemática. *Revista chilena de educación*, 31-48.

Chaves Esquivel, E., Castillo Sánchez, M., & Gamboa Araya, R. (2008). Creencias de los estudiantes en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 29-44.

Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (2011). Young Children's Emotional Acts While Engaged in Mathematical Problem Solving. En E. Yackel, K. Gravemeijer , & A. Sfard, *A Journey in Mathematics Education Research, Insights from the Work of Paul Cobb* (págs. 41-74). New York: Springer.

Colombia Aprende. (2010). Obtenido de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/productos/1685/w3-article-288990.html

Cross, D. (2009). "Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers belief structures and their influence on instructional practices". *Journal of Mathematics, 12*(5), 325-346.

Española, A. d. (2017). *Diccionario de la Lengua Española*. Obtenido de http://dle.rae.es/?id=BDmkp0F

Gómez Chacón, I. M. (1998). Una metodología cualitativa para el estudio de las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas* , 431-450.

Gómez, L. F., & Silas, J. C. (2012). Las creencias epistemológicas de alumnos y profesores de 1º de secundaria. *Educación y culturas digitales, 3*(5), 1-14. Obtenido de Revista Diálogos:

http://www.revistadialogos.cucsh.udg.mx/sites/default/files/dse_a3_n5_jul-dic2012_silas.pdf

Green, T. (1971). *The activities of teaching.* New York: McGraw-Hill.

Kloosterman, P. (2002). Beliefs about Mathematics and Mathematics Learning in the Secondary. En G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner, *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (págs. 247-270). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lazim, A., Abu, O., & Wong B Abdullah, W. S. (2004). The statistical evidence in describing the student's beliefs about mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching*, 1-17. Obtenido de http://www.cimt.org.uk/ijmtl/index.php/IJMTL/issue/archive

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1988). *Pensar Matematicamente.* Madrid: Addison-Wesley Publishing Company.

McLeod, D. (1988). Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 134-141.

McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (págs. 575-598). Virginia: Douglas Grouws.

McLeod, D. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(6), 637-645.

McLeod, D., & Adams, V. (1989). *Affect and mathematical problem solving: A new perspective.* New York: Springer-Verlag.

Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (1998). Learning Through Problem Solving. *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psycology of Mathematics Education, 1*, 169-185.

Nuria Gil, I., Blanco Nieto, L., & Guerrero Barona, E. (2006). El papel de la afectividad en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de educación*, 551-569.

Pehkonen , E. (1994). Teachers' and pupils' beliefs in focus – consequence of constructivism. En M. Ahtee, & E. Pehkonen , *Constructivist Viewpoints for School Teaching and Learning In Mathematics and Science. Research Report 131.* (págs. 27-33). Helsinki: University of Helsinki, Department of Teacher Education.

Pehkonen , E., & Törner, G. (2004). Methodological Considerations on Investigating Teachers' Beliefs of Mathematics and Its Teaching. *Nordic Matematikk didaktikk, NOMAD*, 21-49.

Perry, W. G. (1970). *Forms of intellectual and ethical development in the college years. A scheme.* San Francisco: Jossey-Bass.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas.* Ciudad de México: Trillas.

Prichard , K., & McLaran Sawyer, R. (1994). *Handbook Of College Teaching: Theory and application.* Westport, Connecticut : Greenwood Press.

Ramos, I. O., Vizcaíno Escobar, A., & Carmenates Estrada, D. (2015). Creencias epistemológicas de profesores y alumnos sobre la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 166-184. Obtenido de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/42/42_Artigo8.pdf

Sampieri, R. H., Fernandez Collado, C., & Baptista Lucio, M. D. (2014). *Metodología de la Investigación.* México: McGraw-Hill.

Schoenfeld, A. (1985). Ideas y tendencias en la resolución de problemas. En M. d. Ciencia, *La enseñanza de la Matemática a Debate* (págs. 25-65). Madrid: Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.

Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sensemaking in mathematics.* New York: New York.

Schommer, M. (1990). Effects of beliefs about the nature of knowledge on comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 498-504.

Schommer, M. (1994). Sintetizando la investigación de creencias epistemológicas: Comprensiones tentativas y confusiones provocativas. *Revisión de Psicologia Educativa*, 293-319.

Thompson, A. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. En D. A. Grouws, *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (págs. 127-142). New York: Macmillan.

Tiempo, R. E. (6 de Diciembre de 2016). Los mejores países en ciencias, lectura y matemáticas según Pisa 2015. *El Tiempo*. Obtenido de http://www.eltiempo.com/vida/educacion/los-mejores-paises-en-las-pruebas-pisa-2016-42082

Uusimaki, L., & Nason, R. (2004). Causes Underlying Pre-Service Teachers' Negative Beliefs And Anxieties About Mathematics. *Proceedings of the 28th Conference* *of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.*, 369-376.

Vesga Bravo, G. J., & Falk de Losada, M. (2016). Creencias epistemológicas de docentes de matemáticas acerca de la matemática, su enseñanza y su relación con la práctica docente. *Papeles*, 11-25.

Vizcaíno Escobar, A. E., & Otero Ramos, I. (2012). Creencias epistemológicas y vivencias positivas en matemáticas. *Pensando psicología, 8(15)*, 119-127. Obtenido de https://revistas.ucc.edu.co/index.php/pe/article/view/74

Vizcaíno, A. (2015). Tesis presentada en opción de Grado Científico de Doctor en Ciencias Psicológicas. *Creencias Epistemológicas Sobre la Matemática y Rendimiento Académico*. Santa Clara, Villa Clara, Cuba: No publicada.

Vizcaíno, A. E., Manzano, M., & Casas, G. (2015). *Redalyc.org*. Obtenido de Revista Colombiana de Psicología: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=80441602005

Vizcaíno, A., Manzano, M., & Casas, G. (2015). Validez del Constructo de Confiabilidad del Cuestionario de Creencias Epistemológicas Sobre la Matemática en Alumnos de Secundaria Básica. *Revista Colombiana de Psicología, 2*(24), 301-316.

Walker, D. (2007). *ProQuest Dissertations & Theses (PQDT)*. Obtenido de The development and construct validation of the Epistemological Beliefs Survey for Mathematics: http://gradworks.umi.com/32/98/3298008.html

Anexos

Anexo 1. Solicitud de autorización a los directivos de la IED Guillermo León Valencia para aplicación de encuestas

Bogotá D. C., agosto de 2017

Rector

Javier Mauricio Ruíz Galindo

IED Guillermo León Valencia

Cordial saludo respetado rector.

Los grupos de investigación “Culturas Universitarias” y “Educación Matemática” de la Facultad de Educación de la Universidad Antonio Nariño están llevando a cabo una investigación enmarcada en la identificación, consolidación y/o transformación de las creencias epistemológicas que tienen los futuros docentes de matemáticas sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje. En el marco de este proyecto también nos interesa identificar las creencias de los estudiantes de educación básica secundaria y la forma en que éstas pueden transformarse, en lo cual está enmarcada la tesis de maestría del docente de su institución RUBEN ESCOBAR.

Por las razones anteriores solicitamos su autorización para que los estudiantes de los séptimo, octavo y noveno respondan un instrumento cerrado que tiene 29 afirmaciones sobre las cuales se indaga qué tan de acuerdo está cada estudiante, esta versión fue validada por investigadores cubanos y contamos con la autorización para su uso, el grupo de investigación ha hecho su respectiva adaptación, la anexamos para su conocimiento. También solicitamos que el docente Rubén Sánchez pueda acompañar durante un tiempo un curso de grado séptimo que será seleccionado sobre la base de los resultados obtenidos y con quienes trabajará alrededor de problemas retadores que hagan énfasis en el desarrollo de la creatividad y el trabajo en grupo y que se constituirán en su tesis de maestría.

La información recogida es de carácter confidencial y se usará estrictamente con fines investigativos y dado que los estudiantes de estos grados son en general menores de edad, si usted nos autoriza para incluirlos en la investigación solicitaremos la respectiva autorización a los padres o acudientes, por lo cual anexamos el formato.

Agradecemos la colaboración de su Institución con el desarrollo del proyecto.

Atentamente

GRACE JUDITH VESGA BRAVO

Líder grupo de investigación 2017108

gvesga@uan.edu.co

Cel: 3177546964

Anexo 2. Actividad N° 1

Números capicúas

Parte 1: Trabajo individual

Nombre: ____Fecha: _____________

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas.

La palabra capicúa viene del catalán *cap i cua, «cabeza y cola», en* matemáticas*, un número capicúa también conocido como número* palíndrome*, se refiere a cualquier* número *que se lee igual de izquierda a derecha que derecha a izquierda. Los números 161, 2992, 3003, 2882 son capicúas, mientras que los números 134, 378, 897 no lo son.*

1. En clase de matemáticas Carlos y Cristina trabajaron con los números capicúas, al terminar el profesor les pregunta ¿Cuántos números capicúas de 2 cifras hay?, y les pide escribirlos todos. Explora y responde junto con Carlos y Cristina.

2. Carlos y Cristina se encuentran luego de clase se encuentran en el patio del colegio, Carlos le asegura a Cristina que todos los números capicúas de dos cifras son divisibles por 11 ¿Crees que Carlos tiene la razón? Justifica tu respuesta. "Convéncenos".

3. Los niños recuerdan que el profesor les dejó para la casa encuentra un número capicúa de 3 y de 4 cifras que no sea divisible por 11, y deciden responder juntos. Ayúdales con la tarea.

<u>Números capicúas</u>

Parte 2: Trabajo en parejas

Nombre: ____ Fecha: ____________

Nombre: ____

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas

1. Comparar el trabajo elaborado de manera individual, explicando al compañero la estrategia utilizada para su solución.
2. Socialización general.
3. Cristina le pide a Carlos que le enseñe 5 números capicúas de cuatro cifras, empezando por el menor de todos ellos. "Ayúdenlo escribiéndolos a continuación".
4. Cristina y Carlos luego de explorar con números capicúas saben cuántos números capicúas de tres cifras hay. Explora al igual que ellos y escribe el resultado que obtuviste.
5. Ahora, Cristina y Carlos ahora quieren saber cuántos números capicúas de cuatro cifras hay en total ¿Ustedes cuántos creen que hay? Expliquen cómo obtuvieron el resultado.

Cristina nota que todos los números capicúas de cuatro cifras también son divisibles por 11, pero ahora Carlos no puede creer esto, ya que él está convencido que solamente son divisibles por 11 los números capicúas de dos cifras. ¿Ustedes están de acuerdo con Cristina o con Carlos? Muestren de manera completa sus argumentos.

6. ¡Cristina ya pudo convencer a Carlos y al hacerlo ambos se dieron cuenta de algo “increíble “esta propiedad puede generalizar aún más!!! ¿Qué pudieron observar Cristina y Carlos? ¿Qué números capicúas son divisibles por 11? ¡Exploren, descubran y argumenten!

7. A partir del trabajo desarrollado, inventarse un grupo de números que cumplan la condición que ustedes escojan, colocarle un nombre y dar 3 ejemplos. También pueden proponer algo que tiene que ver con los números capicúas.

Anexo 3. Actividad N° 2

Palillos…!!!

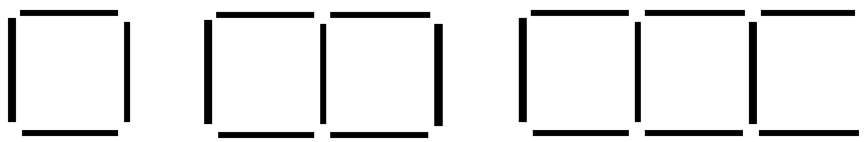
Parte 1: Trabajo individual

Nombre: ____Fecha: ___________

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas, palillos.

Reto: Ernesto le propone un reto a su vecino Mauricio, preguntándole ¿Cuántos palillos se necesitan para construir 16 cuadrados en línea como se muestra?

Figura 1 Figura 2 Figura 3



Vamos por partes…

1. Para ayudarle a Mauricio a resolver el reto, construye las figuras siguientes de la secuencia, es decir figuras con 4 y 5 cuadrados unitarios en línea. ¿Cuántos palillos son necesarios para construir cada una de ellas?

2. Ernesto le propone a Mauricio completar la tabla, en la cual se muestra el número de cuadrados que se observan en cada figura y el número de palillos que se necesitan. Ayúdale a encontrar los datos que le faltan:

Figura N°	Número de cuadrados	Número de palillos
1	1	4
2	2	
3		10
4		
5		
	6	
20		

3. A partir de la información de la tabla, ayuda a Mauricio para explicar cómo determinar el número de palillos que se necesitan para formar ***una figura cualquiera de la secuencia***; ¡por ejemplo, una figura con 16 cuadrados en línea y así pueda resolver el reto!

4. Ahora que Mauricio cuenta con mucha más información, decide retar a Ernesto y le dice: "*tu reto estaba muy fácil, pero seguro que no sabes cuántos palillos son necesarios para construir una figura como las anteriores, pero con 100 cuadrados en línea*". ¡Ayuda ahora a Ernesto!

5. Finalmente, ¿tú crees que se pueden construir cuadrados en línea (completos) usando exactamente 100 palillos? Justifica tu respuesta.

Palillos…!!!

Parte 2: Trabajo en parejas

Nombre: ____Fecha: ______________

Nombre: ____

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas, palillos.

1. Socializar y comparar entre los dos el trabajo desarrollado de manera individual. ¿Tienen los mismos resultados? ¿Cuál fue la estrategia de cada uno para resolver los retos propuestos? Unifiquen su respuesta. Asegúrense de estar de acuerdo con las respuestas de los puntos 4 y 5 de la parte del taller individual.

2. Socialización.

Reto: Mauricio le propone un nuevo reto a Ernesto: ***¿Cuántos palillos se necesitan para construir una figura con cuadrados unitarios formando un cuadrado mayor, como se muestra en la siguiente secuencia?***

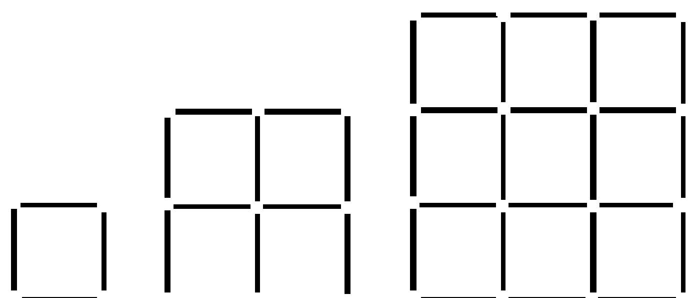


Figura 1   Figura 2   Figura 3

Vamos por partes…

3. Ernesto decide dibujar las dos figuras siguientes de la secuencia y ver si así puede descubrir un patrón para saber cuántos palillos necesita para construir una figura cualquiera de la secuencia. ¿Cómo fueron las figuras que dibujó Ernesto?

4. Ernesto usa la información de las primeras cinco figuras, observa cuántos cuadrados unitarios tiene cada una, cuántos palillos se usan para construir cada figura y establece otras relaciones, y luego dice:

“***Lo tengo, ya sé cuántos palillos necesito y cuántos cuadrados unitarios tiene cualquier figura obtenida, como las mostradas en la secuencia” !!¡Vamos Mauricio, dime cuál posición quieres que te describa y lo haré en un instante!!***

Mauricio no está muy convencido y le dice, si sabes tanto dime ¿cómo es la figura 25? Si tú fueras Ernesto, ¿cómo responderías para que Mauricio quede completamente convencido? ¡Escribe de manera completa tus argumentos!

5. Luego Mauricio y Ernesto deciden contar todos los cuadrados que se pueden observar, no sólo los unitarios, también por ejemplo de 2 por 2 o los de 3 por 3, y así sucesivamente, en cada una de las figuras construidas. ¿Cuántos cuadrados hay en total en cada una de las figuras 3, 4 y 5? Mostar de manera completa la estrategia usada.

6. Finalmente, en cualquier figura ***n*** de la secuencia ¿cuántos cuadrados en total se pueden observar? ¿cuántos unitarios? ¿cuántos de 2 por 2? ¿de 3 por 3? ¿y así sucesivamente?

Anexo 4. Actividad N° 3

Trabajemos con triángulos

Parte 1: Trabajo individual

Nombre: ____Fecha: _____________

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas.

Luisa observa la siguiente secuencia, en la cual se hallan los puntos medios de los lados de los triángulos blancos, y se unen como se muestra y se pintan de negro los triángulos así formados. El triángulo de la Figura 1 es equilátero. ¿Qué puede decir Luisa acerca de los triángulos que se van formando?

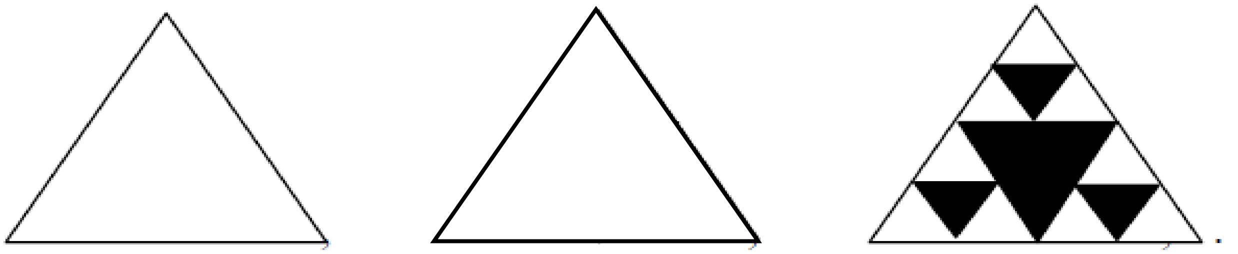


Figura 1 Figura 2 Figura 3

"Puedes ver que la figura 2 tiene un triángulo negro y tres triángulos blancos".

1. Luisa se pregunta, en la figura 2 ¿el triángulo negro a qué parte del área del triángulo original corresponde? Ayúdala a responder. Argumenta tu respuesta.

   En ese momento pasa el profesor observando que Luisa está interesada en la secuencia y le pregunta: En las figuras 2 y 3, ¿va aumentando el área cubierta por los triángulos negros? ¿Va aumentando el área correspondiente a los triángulos blancos? ¿Cuál es la razón entre el área de los triángulos blancos y el área de los triángulos negros en la Figura 2? ¿Cuál es la razón en la Figura 3? Para responder esta pregunta primero Luisa hace unos trazos con lápiz blanco como se muestra. Ayuda a Luisa a dar la respuesta correcta al profesor, explicando cómo se obtiene.

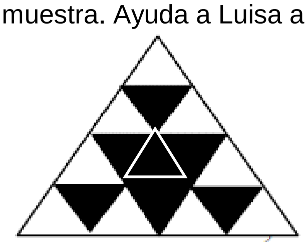
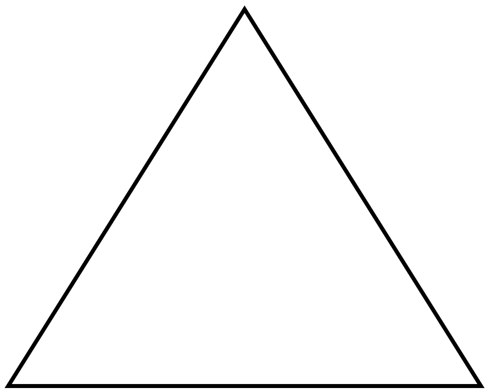


Figura 3

2. Luisa observó cuidadosamente las figuras 3 y 4 y también se dio cuenta que cada vez el área que queda cubierta por triángulos negros es mayor y la cubierta por los triángulos blancos es menor. Ella decidió nuevamente subdividir en triángulos pequeños congruentes (iguales) la figura 4, como lo había hecho con la figura 3 y comparó el número total de triángulos pequeños que había de cada

color y pudo darse cuenta, desde qué figura, más de la mitad del triángulo original estaba cubierto por triángulos negros. ¿Qué descubrió Luisa? ¡Vamos a ver!
Dibuja la figura 4 y subdivídela en triángulos pequeños como lo hizo Luisa:



3. Para cada una de las figuras 3 y 4 determina y argumenta:
   - El número total de triángulos pequeños que son blancos y el número total que son negros.
   - ¿Qué parte del área el triángulo original representa los triángulos blancos?
   - ¿Qué parte del área el triángulo original representa los triángulos negros?
   - Compara las dos fracciones anteriores, ¿cuál es mayor?
   - ¿Desde qué figura más de la mitad del área del triángulo original es negra?

Trabajemos con triángulos

Parte 2: Trabajo en parejas

Nombre: ____Fecha: ______________

Nombre: ____

1. Socializar y comparar entre los dos el trabajo desarrollado de manera individual. ¿Tienen los mismos resultados? ¿Cuál fue la estrategia de cada uno para resolver los retos propuestos? Asegúrense de estar de acuerdo con las respuestas de los puntos anteriores y escríbanlas.

2. Socialización general.

3. Ya en el salón de clase, el profesor le pide a Luisa, a partir del ejercicio hecho anteriormente, completar la siguiente tabla, donde *n* es el número de la figura. ¿Cuáles son los datos que debe colocar Luisa?

n	Cantidad de triángulos blancos	Cantidad de triángulos negros	Total de triángulos en que queda dividido el interior del triángulo original
1	1	0	1
2	3	1	4
3		4	
4	27		
5			121
6		121	
7			

4. Revisando la información de la tabla, el profesor le pregunta a Luisa si puede obtener en la secuencia una figura con 12 triángulos blancos. ¿Cuál es la respuesta de Luisa? Ayúdenla a convencer a su profesor.

5. Expliquen una manera en la que Luisa puede determinar el número de triángulos blancos y negros que habrá en una figura cualquiera de la secuencia.

6. Luisa pregunta al profesor si el número que identifica la posición de la figura en la secuencia puede ayudarle a saber de alguna forma la cantidad de triángulos en ella. ¿Cuál fue la respuesta que dio el profesor a Luisa? Explíquenla.

7. *“Un reto extra, ¿quién puede con él?”:* Finalmente el profesor pide a Luisa encontrar una regla para determinar qué parte del área del triángulo original está cubierta por los triángulos negros en cualquier figura de la secuencia. Ayúdenla a encontrar esa regla y a convencer al profesor de su respuesta.

Anexo 5. Actividad N° 4

Números poligonales

Parte 1: Trabajo en parejas

Nombre: ____Fecha: _____________

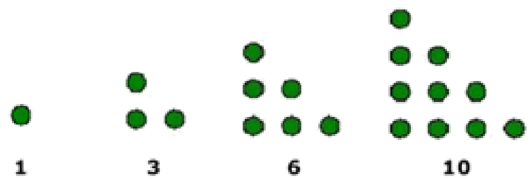
Nombre: ____

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas

Consideramos la sucesión de las sucesivas sumas de los números naturales a partir del 1, a saber,

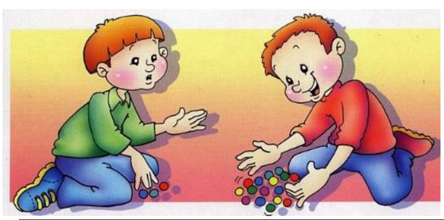
$$1,\ 1+2,\ 1+2+3,\ 1+2+3+4 \ldots.$$

Esta se llama la sucesión de los números triangulares ya que cualquiera de ellos, representado por puntos, puede ser dispuesto en la forma de un triángulo, como se muestra en la figura siguiente.



Los números triangulares fueron estudiados por Pitágoras quien consideraba un número sagrado al 10 cuando éste es escrito en forma triangular, este número es conocido como Tetraktys o trianón.

Los primeros cinco números triangulares, empezando desde del menor, son 1, 3, 6, 10, 15.



1. Javier y Nicolás jugando canicas en el parque, recuerdan un ejercicio con números triangulares que trabajaron en clase de matemáticas, y Javier propone a Nicolás construir el quinto, el sexto y el séptimo número triangular usando las canicas. ¿Cómo deberían ser las construcciones que hizo Nicolás?

2. Nicolás propone a Javier completar las siguientes tablas mágicas teniendo en cuenta se cumpla de manera simultánea que:
   - las sumas de los números en cada columna deben ser iguales
   - las sumas en cada una de las filas deben ser iguales.
   - En la tabla 1 debe usar todos los números del 1 al 8, en la dos del 1 al 9 y en la 3 del 1 al 10.

¿Cuánto debe ser la suma en cada fila y en cada columna para cada tabla? ¿Se pueden completar todas las tablas con las condiciones pedidas? ¿Qué relación existe entre los resultados obtenidos y los números triangulares? Escriban de forma detallada cada solución.

Tabla

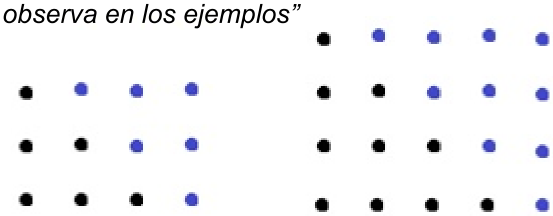
1			
	2		5

Tabla

Tabla

3. Nicolás y Javier quieren saber cómo calcular números triangulares de manera general y más rápidamente, por lo cual buscaron en internet y encontraron la siguiente información:

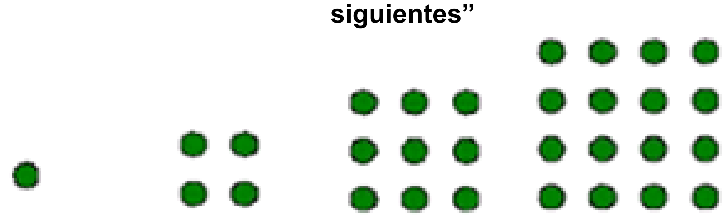
   "Pitágoras y sus discípulos encontraron una forma rápida de calcular los números triangulares, porque se dieron cuenta que tomando dos réplicas del mismo número triangular se puede formar un rectángulo, como se observa en los ejemplos"



   ¿Cuáles son las dimensiones de estos dos rectángulos? ¿Cuántos puntos contiene cada uno de ellos? ¿Cómo ayuda esta idea a calcular, por ejemplo, el décimo número triangular? ¿Cómo ayuda a obtener cualquier número triangular? Justifiquen las respuestas.

Nicolás y Javier, encontraron que también existen números cuadrados:

"De forma similar, los Pitagóricos definieron número cuadrado basándose en figuras como las siguientes"



1 4 9 16

4. Según se aprecia en las figuras anteriores, ¿cuáles son las sucesivas sumas que se hacen para formar los números cuadrados? ¿Cuál es la representación gráfica de los siguientes dos números cuadrados de la secuencia?

5. A partir de la información recolectada en los puntos anteriores, Javier y Nicolás se proponen completar la siguiente tabla, ayúdenlos:

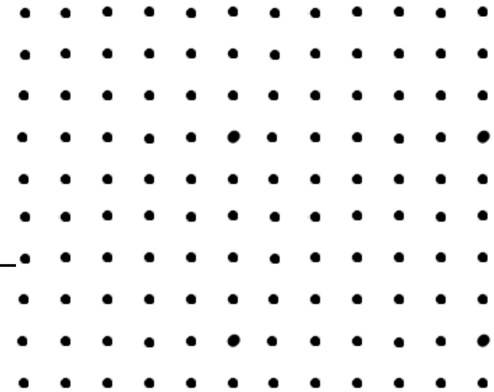
Número de la figura	1	2	3	4	5	6	7	8	*n*
Número cuadrado	1	4							

6. Nicolás le pide a Javier encontrar una relación entre cada suma y su correspondiente número cuadrado. Expliquen cual encontró y ayúdenlo a convencer a Nicolás.

7. Socialización

Reto extra: ¡creen su propio número!!

1. A partir del trabajo desarrollado, crear una clase de número poligonal, o tal vez algo como los números araña, los números estrella, o los números cascada, y hacer la representación gráfica de los primeros tres términos de tales números. Usen la siguiente retícula para facilitar su construcción. *¡¡Usen su imaginación!!*



2. Pedirle a otro grupo que halle los siguientes 3 términos de la sucesión para la clase de número que crearon.

3. Revisar el trabajo realizado por los compañeros y escribir su concepto. ¿Se pudo entender su idea? ¿El otro grupo pudo encontrar los siguientes números de la secuencia? ¿Cómo se puede dar una manera que sirva para obtener cualquier número propuesto de forma "general"?

Anexo 6. Actividad N° 5

<u>Sumas consecutivas</u>

Parte 1: Trabajo individual

Nombre: ____Fecha: ______________

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas.

Luisa charlando con Álvaro le comenta que leyó, que algunos números naturales se pueden expresar como suma de números naturales consecutivos, y lo reta a encontrar los números tienen esta propiedad

Observa los siguientes ejemplos:

$$9 = 2 + 3 + 4$$

$$11 = 5 + 6$$

$$18 = 3 + 4 + 5 + 6 = 5 + 6 + 7$$

Álvaro considera esto muy interesante y le pide que le explique. ¡Sigue los pasos!

1. Luisa le pide a Álvaro que escoja cinco números naturales cualesquiera, y los escriba como la suma de números naturales consecutivos (como se muestra en los ejemplos). ¡Escoge tus números! ¿Es posible hacerlo para todos los números que se escogiste? Justifica tu respuesta.

2. Luego Luisa le propone a Álvaro que encuentre:
   - Un número que pueda escribirse como suma de números naturales consecutivos de dos maneras diferentes (como se muestra en los ejemplos con el número 18).
   - Un número que pueda escribirse como suma de números naturales consecutivos de tres maneras diferentes
   - Un número que pueda escribirse como suma de números naturales consecutivos de cuatro maneras diferentes

Ayuda a Álvaro en la solución de este reto.

Parte 2: Trabajo en parejas

Nombre: ____Fecha: ____________

Nombre: ____

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas.

1. Comparar el trabajo desarrollado de manera individual, y unificar criterios sobre cuáles números pueden expresarse como sumas de números naturales consecutivos de dos, tres y cuatro formas diferentes como conclusión del grupo.

2. Socialización.

Álvaro quiere saber si siempre se puede expresar cualquier número natural como suma de números naturales consecutivos y quiere encontrar una forma general de hacerlo. ¡Luisa dice que ella tampoco lo sabe, pero recuerda que en lo que leyó decían que la clave estaba en los divisores de los números, así que se ponen a explorar!

Álvaro le dice a Luisa fíjate en los ejemplos que construimos, algunos números tienen varias representaciones, por ejemplo:

$30 = 9 + 10 + 11$; $30 = 6 + 7 + 8 + 9$; $30 = 4 + 5 + 6 + 7 + 8$

Y los divisores de 30 (mayores que 1 y menores que 30) son $2, 3, 5, 6, 10$ y 15. Luisa le grita emocionada ¡claro ahí está la clave! Fíjate que una representación tiene 3 números consecutivos y el número de la mitad es el 10, otra tiene 5 números consecutivos y en la mitad está el 6; y la otra es par y la suma de los números están en la mitad es 15 ($7 + 8 = 15$)!!! Álvaro no tiene muy claro cuál es la clave a la que se refiere Luisa, ella le muestra otros ejemplos:

$15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$; $15 = 4 + 5 + 6$

¡Los divisores de 15 son 3 y 5, y ese es justamente el número de sumandos que se usan! ¡Y fíjate en el número del centro en cada caso!!

$45 = 14 + 15 + 16$; $45 = 7 + 8 + 9 + 10 + 11$ $45 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$

3, 5 y 9 son algunos divisores de 45.

3. ¿Cuál es la relación que encontró Luisa entre los divisores de cada número, el número de sumandos que se usan en cada representación, y el (o los) número(s) que está(n) en el centro?

4. Exploren la relación encontrada con los números 28, 35 y 105. Y para otros dos números que ustedes elijan.
    - ¿Cuáles son los divisores de cada número?
    - ¿Cómo se puede determinar, a partir de los divisores de un número, una manera de escribirlo como suma de números consecutivos? ¿Se puede siempre?
    - ¿Cómo se determina si un número se puede expresar con un número par de sumandos o un número impar?

5. Álvaro se da cuenta que algunos números naturales también se pueden escribir como suma de números ENTEROS consecutivos y le dice a Luisa como 15 también es divisor de 45, quiere decir que se puede expresar 45 como suma de 15 números consecutivos y en este caso se requiere usar números enteros. ¿Cómo es la representación que hizo Álvaro? Presenten otro ejemplo.

6. Álvaro y Luisa también pudieron observar que algunos números como 8 y 16 no se pueden expresar como suma de números naturales consecutivos. ¿Por qué? ¿Cuáles son los divisores de estos números? ¿Qué otros números no se pueden expresar de la manera solicitada?

7. Luisa y Álvaro tienen claro cuáles números se pueden expresar como suma de números enteros consecutivos y cuáles no con base en el estudio de sus divisores.
   - ¿Qué descubrieron Luisa y Álvaro?
   - ¿Cuál es la diferencia entre los divisores de un número que sí se puede expresar como suma de números enteros consecutivos y los que no?
   - ¿Con su compañero tienen alguna idea sobre el número de maneras diferentes en que un número puede escribirse como suma de enteros consecutivos?

8. **Reto final:** Álvaro le dice a Luisa que han trabajado con números muy pequeños que la reta a que exprese el número 1410 como suma de números enteros consecutivos. *¡¡Ayuden a Luisa con esto!!*

Anexo 7. Actividad N° 6A

<u>¡Listo para tu reto!!</u>

Parte 1: Trabajo en parejas

Nombre: ____Fecha: ______________

Nombre: ____

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas.

Queridos estudiantes, teniendo en cuenta el trabajo desarrollado en las actividades anteriores, les proponemos crear un ejercicio retador para los demás compañeros. Para ello pueden usar la siguiente secuencia teniendo en cuenta el número de puntos sobre los lados, es decir los puntos que hay en la frontera de cada cuadrado y el número de puntos en su interior, o si lo prefieren pueden inventar una propia.

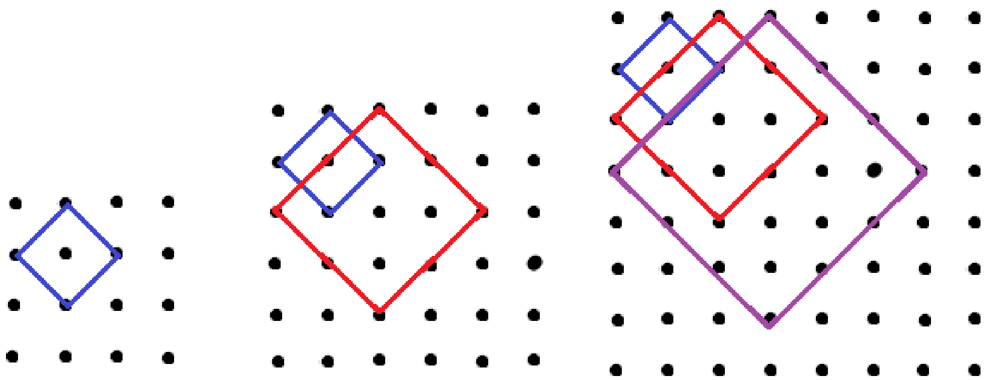


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Escriban aquí el reto inventado por ustedes para sus compañeros (pueden ser varias preguntas).

Intercambiar el ejercicio propuesto.

Solución al reto propuesto presentada por:

Nombres: ____

Regresar el trabajo al grupo que propuso el reto.

Revisar el trabajo realizado por los compañeros en la solución del reto propuesto por ustedes. ¿Qué piensan? ¿Qué les dirían si fueran su profesor? ¿Qué pueden decir a sus compañeros para mejorar? Escribir las recomendaciones u observaciones al trabajo realizado por los compañeros.

¿Cómo se sintieron inventando sus propios retos?

Socialización final

Anexo 8. Actividad N° 6B

¡Listo para tu reto!!

Parte 1: Trabajo en parejas

Nombre: ____Fecha: ____________

Nombre: ____

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas.

Queridos estudiantes, teniendo en cuenta el trabajo desarrollado en las actividades anteriores, les proponemos crear un ejercicio retador para los demás compañeros. Para ello pueden usar la siguiente secuencia teniendo en cuenta el número de puntos sobre los lados, es decir los puntos que hay en la frontera de cada estrella y el número de puntos en su interior, o si lo prefieren pueden inventar una propia.

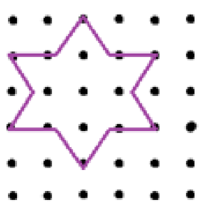


Figura 1

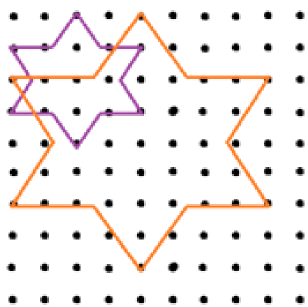


Figura 2

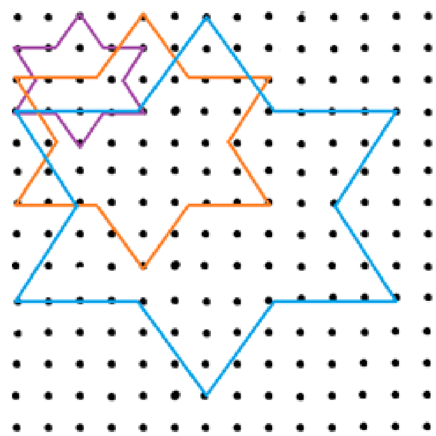


Figura 3

Escriban aquí el reto inventado por ustedes para sus compañeros (pueden ser varias preguntas).

Intercambiar el ejercicio propuesto.

Solución al reto propuesto presentada por:

Nombres: ____

Regresar el trabajo al grupo que propuso el reto.

Revisar el trabajo realizado por los compañeros en la solución del reto propuesto por ustedes. ¿Qué piensan? ¿Qué les dirían si fueran su profesor? ¿Qué pueden decir a sus compañeros para mejorar? Escribir las recomendaciones u observaciones al trabajo realizado por los compañeros.

¿Cómo se sintieron inventando sus propios retos?

Socialización final

Anexo 9. Actividad N° 6C

¡Listo para tu reto!!

Parte 1: Trabajo en parejas

Nombre: ____Fecha: ______________

Nombre: ____

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas.

Queridos estudiantes, teniendo en cuenta el trabajo desarrollado en las actividades anteriores, les proponemos crear un ejercicio retador para los demás compañeros. Para ello pueden usar la siguiente secuencia teniendo en cuenta el número de puntos sobre los lados, es decir los puntos que hay en la frontera de cada cuadrado y el número de puntos en su interior, o si lo prefieren pueden inventar una propia.

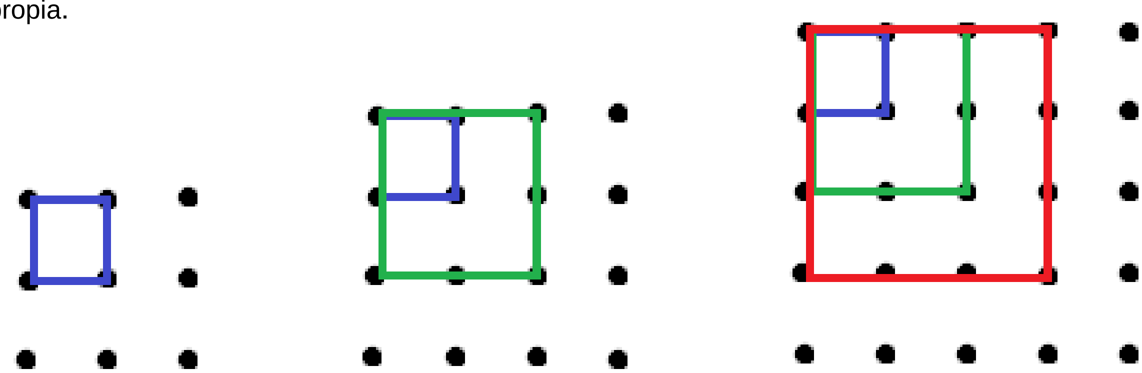


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Escriban aquí el reto inventado por ustedes para sus compañeros (pueden ser varias preguntas).

Intercambiar el ejercicio propuesto.

Solución al reto propuesto presentada por:

Nombres: ____

Regresar el trabajo al grupo que propuso el reto.

Revisar el trabajo realizado por los compañeros en la solución del reto propuesto por ustedes. ¿Qué piensan? ¿Qué les dirían si fueran su profesor? ¿Qué pueden decir a sus compañeros para mejorar? Escribir las recomendaciones u observaciones al trabajo realizado por los compañeros.

¿Cómo se sintieron inventando sus propios retos?

Socialización final

Anexo 10. Actividad N° 6D

¡Listo para tu reto!!

Parte 1: Trabajo en parejas

Nombre: ____Fecha: ____________

Nombre: ____

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas.

Queridos estudiantes, teniendo en cuenta el trabajo desarrollado en las actividades anteriores, les proponemos crear un ejercicio retador para los demás compañeros. Para ello pueden usar la siguiente secuencia teniendo en cuenta el número de puntos sobre los lados, es decir los puntos que hay en la frontera de cada triángulo y el número de puntos en su interior, o si lo prefieren pueden inventar una propia.

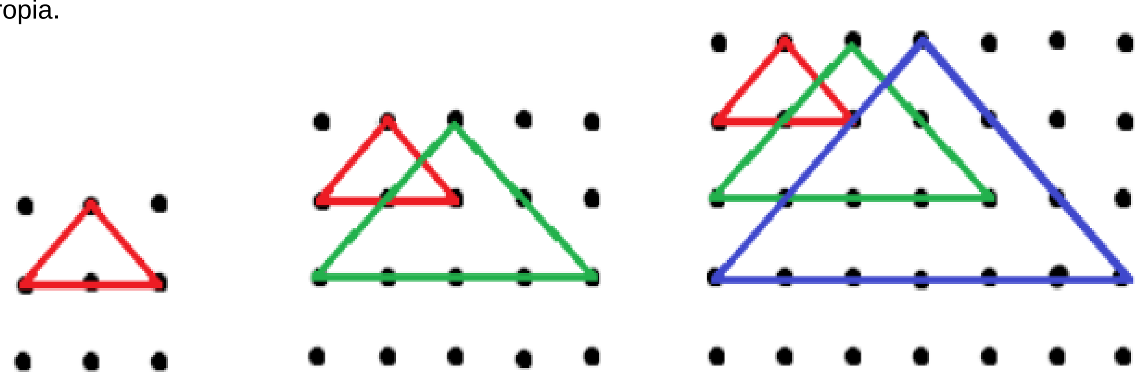


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Escriban aquí el reto inventado por ustedes para sus compañeros (pueden ser varias preguntas).

Intercambiar el ejercicio propuesto.

Solución al reto propuesto presentada por:

Nombres: ____

Regresar el trabajo al grupo que propuso el reto.

Revisar el trabajo realizado por los compañeros en la solución del reto propuesto por ustedes. ¿Qué piensan? ¿Qué les dirían si fueran su profesor? ¿Qué pueden decir a sus compañeros para mejorar? Escribir las recomendaciones u observaciones al trabajo realizado por los compañeros.

¿Cómo se sintieron inventando sus propios retos?

Socialización final

Anexo 11. Actividad N° 6E

¡Listo para tu reto!!

Parte 1: Trabajo en parejas

Nombre: ____Fecha: ______________

Nombre: ____

Materiales a utilizar. Guía de trabajo, regla, lápiz, esfero, colores, hojas cuadriculadas.

Queridos estudiantes, teniendo en cuenta el trabajo desarrollado en las actividades anteriores, les proponemos crear un ejercicio retador para los demás compañeros. Para ello pueden usar la siguiente, o si lo prefieren pueden inventar una propia.

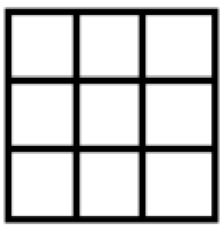


Figura 1

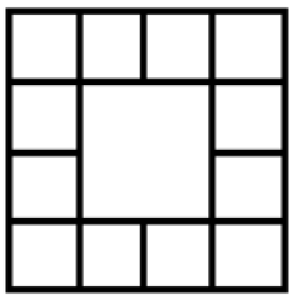


Figura 2

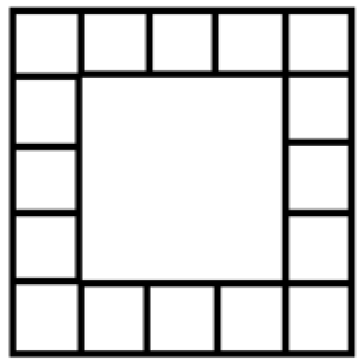


Figura 3

Escriban aquí el reto inventado por ustedes para sus compañeros (pueden ser varias preguntas).

Intercambiar el ejercicio propuesto.

Solución al reto propuesto presentada por:

Nombres: ____

Regresar el trabajo al grupo que propuso el reto.

Revisar el trabajo realizado por los compañeros en la solución del reto propuesto por ustedes. ¿Qué piensan? ¿Qué les dirían si fueran su profesor? ¿Qué pueden decir a sus compañeros para mejorar? Escribir las recomendaciones u observaciones al trabajo realizado por los compañeros.

¿Cómo se sintieron inventando sus propios retos?

Socialización final.

Anexo 12. Cuestionario de creencias en matemáticas para estudiantes de educación básica secundaria.

Instrumento definitivo traducido y adaptado Vizcaíno et al., (2015). Tomado del instrumento diseñado por Denna Walker (2007).

Estimado Estudiante:

Las siguientes preguntas no tienen respuestas correctas e incorrectas. Lo que interesa es conocer lo que usted piensa realmente sobre la Matemática. Para cada enunciado marque en la hoja de respuestas su grado de acuerdo o desacuerdo según la escala que se le ofrece.

<u>Datos Generales</u>

Edad: ______ Sexo: ______ Escuela: ___________________________________

Grupo: ___________

Totalmente en desacuerdo	**En desacuerdo**	**Medianamente en desacuerdo**	**Neutral**	**Medianamente de acuerdo**	**De acuerdo**	**Totalmente de acuerdo**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

N°	Enunciado	Respuesta
1	Algunas personas nacen con grandes habilidades para la matemática y otros no.	1 2 3 4 5 6 7
2	Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema.	1 2 3 4 5 6 7
3	Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar la habilidad matemática con la que nacimos.	1 2 3 4 5 6 7
4	Si no existieran respuestas al final del libro, yo no tendría ninguna idea si he trabajado el problema correctamente o no.	1 2 3 4 5 6 7
5	Si nos esforzamos lo suficiente, aunque no tengamos la capacidad natural, podremos aprender Matemática.	1 2 3 4 5 6 7

N°	Enunciado	Respuesta
6	Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas que no tienen solución.	1 2 3 4 5 6 7
7	A veces uno tiene que aceptar las respuestas de los profesores de Matemática incluso si no las entiendes.	1 2 3 4 5 6 7
8	La habilidad Matemática es en realidad algo con lo que se nace.	1 2 3 4 5 6 7
9	Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y tiendo a darme por vencido.	1 2 3 4 5 6 7
10	Prefiero a un maestro de Matemática que le muestre a los estudiantes vías diferente para analizar un mismo problema.	1 2 3 4 5 6 7
11	Casi todos sabemos a muy temprana edad si somos buenos en Matemática o no.	1 2 3 4 5 6 7
12	La matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo.	1 2 3 4 5 6 7
13	La Matemática es como un idioma extranjero para mí, e incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé.	1 2 3 4 5 6 7
14	Estudiar sistemáticamente es la clave del éxito para aprender Matemática.	1 2 3 4 5 6 7
15	Si los profesores de Matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta.	1 2 3 4 5 6 7
16	Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando.	1 2 3 4 5 6 7
17	Recibo más Matemática que la que es necesaria para mi grado.	1 2 3 4 5 6 7
18	La única razón por la que iría a una clase de Matemática se debe a que es obligatorio.	1 2 3 4 5 6 7

Anexo 13. Cuestionario de creencias en matemáticas para estudiantes de educación básica secundaria (Adaptación).

Adaptación realizada para esta investigación con base en el instrumento definitivo diseñado y adaptado por Vizcaíno et al., (2015).

Cuestionario creencias sobre la matemática

Estudiantes de educación básica secundaria y media

Nombre completo: ____

Estimado estudiante:

A continuación, te presentamos una serie de afirmaciones relacionadas con las matemáticas. Lee detenidamente y responde qué tan de acuerdo estás con cada una. No hay respuestas correctas o incorrectas. **Tus respuestas serán absolutamente confidenciales y únicamente serán empleadas para propósitos de una tesis.** Por favor contesta todos los enunciados. No te entretengas demasiado en cada pregunta; si en alguna tienes dudas, anota tu primera impresión. En cada afirmación marca de 1 a 7 (Usa el 4 el menor número de veces que sea posible) teniendo en cuenta que:

Totalmente en desacuerdo	**En desacuerdo**	**Medianamente en desacuerdo**	**Ni de acuerdo ni en desacuerdo**	**Medianamente de acuerdo**	**De acuerdo**	**Totalmente de acuerdo**
1	2	3	4	5	6	7

N°	Enunciado	Respuesta						
1	Saber matemáticas ayuda a aprender sobre diferentes temas.	1	2	3	4	5	6	7

N°	Enunciado	Respuesta						
2	La matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo.	1	2	3	4	5	6	7
3	Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando.	1	2	3	4	5	6	7
4	Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar el hecho de que nacimos buenos o malos para la matemática.	1	2	3	4	5	6	7
5	Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas de los que no se conoce la solución.	1	2	3	4	5	6	7
6	Algunas personas nacen con grandes habilidades para las matemáticas y otros no.	1	2	3	4	5	6	7
7	La única razón por la que iría a una clase de matemática se debe a que es obligatorio.	1	2	3	4	5	6	7
8	Las matemáticas son esencialmente repetición de fórmulas.	1	2	3	4	5	6	7
9	Las matemáticas son útiles para mí en mi vida.	1	2	3	4	5	6	7
10	Me gusta hacer y pensar en matemáticas, incluso fuera del colegio.	1	2	3	4	5	6	7
11	Definitivamente no me gustan las matemáticas.	1	2	3	4	5	6	7
12	Resolver problemas matemáticos me ayuda a razonar.	1	2	3	4	5	6	7
13	La habilidad para las matemáticas se tiene o no desde que se nace.	1	2	3	4	5	6	7
14	Si los profesores de matemáticas utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta.	1	2	3	4	5	6	7
15	Si nos esforzamos lo suficiente, aunque no hayamos nacido con la habilidad, podremos aprender matemáticas.	1	2	3	4	5	6	7
16	A veces es necesario aceptar las respuestas de los profesores de matemáticas, aunque no se entienda.	1	2	3	4	5	6	7
17	Casi todos sabemos desde muy pequeños si somos buenos en matemáticas o no.	1	2	3	4	5	6	7
18	Considero que las matemáticas son aburridas.	1	2	3	4	5	6	7
19	Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema.	1	2	3	4	5	6	7
20	Estudiar constantemente es la clave del éxito para aprender matemáticas.	1	2	3	4	5	6	7
21	La matemática es como un idioma que no entiendo, incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé.	1	2	3	4	5	6	7
22	Me enseñan más matemática de la que en realidad necesito para graduarme.	1	2	3	4	5	6	7

N°	Enunciado	Respuesta						
23	Las matemáticas son interesantes y me ponen a pensar.	1	2	3	4	5	6	7
24	Las matemáticas me permiten ser creativo.	1	2	3	4	5	6	7
25	No necesito saber matemáticas.	1	2	3	4	5	6	7
26	Prefiero a un profesor de matemáticas que le muestre a los estudiantes diferentes maneras para analizar un mismo problema.	1	2	3	4	5	6	7
27	Saber las respuestas de un problema (ejercicio) me ayudan a saber si lo he resuelto correctamente o no.	1	2	3	4	5	6	7
28	Saber matemáticas ayuda a tomar decisiones importantes.	1	2	3	4	5	6	7
29	Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y generalmente me doy por vencido.	1	2	3	4	5	6	7

Anexo 14. Cuestionario creencias epistemológicas sobre la matemática, preguntas abiertas

Cuestionario creencias epistemológicas sobre la matemática

Estudiantes de educación básica secundaria

<u>Datos generales</u>

Nombre completo: ________________________________ Edad: __________

Colegio: ______________________________________ Curso: __________

1. Escribe ¿cuáles son las 4 palabras (o frases cortas) que vienen a tu mente cuando piensas en matemáticas?:

____

____

____

____

____

____

2. ¿Te gusta la matemática?, explica por qué:

____

____

____

____

____

____

3. ¿En la clase de matemáticas, habitualmente cuáles son las calificaciones que obtienes?, explica por qué:

____

____

____

____

____

____

4. ¿Qué tanto participas en la clase de matemáticas?, explica por qué:

____

____

____

____

____

____

Anexo 15. Matriz del cuestionario de creencias en matemáticas para estudiantes de educación básica secundaria.

Esta matriz es la versión definitiva del cuestionario de Creencias epistemológicas sobre la Matemática para estudiantes de Secundaria Básica, tomada de Vizcaíno (2015).

DIMENSIONES	ÍTEMS ACTUALES
Habilidad para aprender la matemática	1. Algunas personas nacen con grandes habilidades para la matemática y otros no.
	11. Casi todos sabemos a muy temprana edad si somos buenos en Matemática o no.
	8. La habilidad Matemática es en realidad algo con lo que se nace.
	3. Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar la habilidad matemática con la que nacimos.
	15. Si los profesores de Matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta.
Estructura y fuente de la cual proviene el conocimiento matemático	7. A veces uno tiene que aceptar las respuestas de los profesores de Matemática incluso si no las entiendes problema.
	2. Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema.
	4. Si no existieran respuestas al final del libro, yo no tendría ninguna idea si he trabajado el problema correctamente o no.
	12. La Matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo.
	17. Recibo más matemática que la que es necesaria para mi grado.
	6. Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas que no tienen solución.
Estabilidad (Certeza) del conocimiento matemático y Habilidad para aprenderlo	10. Prefiero a un maestro de Matemática que le muestre a los estudiantes vías diferentes para analizar un mismo problema.
	14. Estudiar sistemáticamente es la clave del éxito para aprender Matemática.
	5. Si nos esforzamos lo suficiente, aunque no tengamos la capacidad natural, podremos aprender Matemática.
	16. Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando.

DIMENSIONES	ÍTEMS ACTUALES
Velocidad de adquisición y Aplicabilidad de la Matemática	9. Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y tiendo a darme por vencido.
	18. La única razón por la que iría a una clase de Matemática se debe a que es obligatorio.
	13. La Matemática es como un idioma extranjero para mí, e incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé.

Anexo 16. Matriz del cuestionario de creencias en matemáticas para estudiantes de educación básica secundaria (Adaptación).

Adaptación de lenguaje hecha por Rubén Escobar para el contexto de los estudiantes en Colombia, tomada de Vizcaíno (2015).

DIMENSIONES	ÍTEMS ACTUALES
Habilidad para aprender la matemática	6. Algunas personas nacen con grandes habilidades para las matemáticas y otros no.
	17. Casi todos sabemos desde muy pequeños si somos buenos en matemáticas o no.
	13. La habilidad para las matemáticas se tiene o no desde que se nace.
	4. Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar el hecho de que nacimos buenos o malos para la matemática.
	14. Si los profesores de matemáticas utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta.
Estructura y fuente de la cual proviene el conocimiento matemático	16. A veces es necesario aceptar las respuestas de los profesores de matemáticas, aunque no se entienda.
	19. Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema.
	27. Saber las respuestas de un problema (ejercicio) me ayudan a saber si lo he resuelto correctamente o no.
	2. La matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo.
	22. Me enseñan más matemática de la que en realidad necesito para graduarme.
	5. Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas de los que no se conoce la solución.
Estabilidad (Certeza) del conocimiento matemático y Habilidad para aprenderlo	26. Prefiero a un profesor de matemáticas que le muestre a los estudiantes diferentes maneras para analizar un mismo problema.
	20. Estudiar constantemente es la clave del éxito para aprender matemáticas.
	15. Si nos esforzamos lo suficiente, aunque no hayamos nacido con la habilidad, podremos aprender matemáticas.
	3. Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando.

DIMENSIONES	ÍTEMS ACTUALES
Velocidad de adquisición y Aplicabilidad de la Matemática	29. Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y generalmente me doy por vencido.
	7. La única razón por la que iría a una clase de matemática se debe a que es obligatorio.
	21. La matemática es como un idioma que no entiendo, incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé.
Creencias sobre la matemática	23. Las matemáticas son interesantes y me ponen a pensar.
	18. Considero que las matemáticas son aburridas.
	24. Las matemáticas me permiten ser creativo.
	12. Resolver problemas matemáticos me ayuda a razonar.
	8. Las matemáticas son esencialmente repetición de fórmulas.
	10. Me gusta hacer y pensar en matemáticas, incluso fuera del colegio.
	11. Definitivamente no me gustan las matemáticas.
	1. Saber matemáticas ayuda a aprender sobre diferentes temas.
	9. Las matemáticas son útiles para mí en mi vida.
	28. Saber matemáticas ayuda a tomar decisiones importantes.
	25. No necesito saber matemáticas.

Anexo 17. Entrevista semiestructurada

Entrevista semiestructurada

Fecha: noviembre 15 de 2017

Estudiante No 1

Gracias por presentar esta entrevista.

La idea es profundizar sobre algunas de las creencias que tú has señalado a través de los diferentes instrumentos, y sobre la percepción que tienes de las actividades realizadas. Tus respuestas serán totalmente confidenciales y usadas solamente con propósitos investigativos, por lo cual te pido se seas completamente sincero.

I. Sobre los cuestionarios.

1. Primero cuéntame cómo han sido tus experiencias frente al aprendizaje de las matemáticas y los profesores que has tenido.
2. En el instrumento cerrado tú señalaste estar completamente de acuerdo con que algunas personas nacen con grandes habilidades para las matemáticas y otras no, y al mismo tiempo estás completamente de acuerdo que si nos esforzamos lo suficiente, aunque no hayamos nacido con la habilidad, podemos aprender matemática, explícame esto.
3. Tu señalaste que te gusta pensar y hacer matemáticas incluso fuera de la escuela, cuéntame ¿qué tipos de cosas hacer por fuera de la clase?
4. De otra parte, aunque señalaste que las matemáticas son interesantes y te ponen a pensar dices que las palabras que vienen a tu mente cuando piensas

en matemáticas son “ojalá no hagan taller” y “ojalá no este difícil”, explícame un poco esto.

II. Sobre las actividades.

Teniendo en cuenta las diferentes actividades que se trabajaron en el curso:

a. Números capicúas
b. Palillos.
c. Trabajemos con triángulos.
d. Números poligonales.
e. Sumas consecutivas.
f. Listo para tu reto.

5. ¿Cuál de ellas te pareció más interesante y por qué?
6. ¿Te gustaría compartir algo acerca de las actividades trabajadas, con relación a tu experiencia en matemáticas?

Anexo 18. Entrevista semiestructurada

Entrevista semiestructurada

Fecha: noviembre 15 de 2017

Estudiante No 2

Gracias por presentar esta entrevista.

La idea es profundizar sobre algunas de las creencias que tú has señalado a través de los diferentes instrumentos, y sobre la percepción que tienes de las actividades realizadas. Tus respuestas serán totalmente confidenciales y usadas solamente con propósitos investigativos, por lo cual te pido se seas completamente sincero.

I. Sobre los cuestionarios

1. Primero cuéntame cómo han sido tus experiencias frente al aprendizaje de las matemáticas y los profesores que has tenido.
2. En el instrumento cerrado
3. tú señalaste estar de acuerdo con que “Casi todos sabemos desde muy pequeños si somos buenos en matemáticas o no”, y luego afirmas estar en desacuerdo, explícame esto.
4. En el instrumento cerrado tu señalaste estar de acuerdo con que “la matemática es como un idioma que no entiendo, incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé.”, y luego afirmas estar en desacuerdo, explícame esto.

II. Sobre las actividades

Teniendo en cuenta las diferentes actividades que se trabajaron en el curso:

a. Números capicúas

b. Palillos.

c. Trabajemos con triángulos.

d. Números poligonales.

e. Sumas consecutivas.

f. Listo para tu reto.

5. ¿Cuál de ellas te pareció más interesante y por qué?

6. ¿Te gustaría compartir algo acerca de las actividades trabajadas, con relación a tu experiencia en matemáticas?

Anexo 19. Entrevista semiestructurada

Entrevista semiestructurada

Fecha: noviembre 15 de 2017

Estudiante No 4

Gracias por presentar esta entrevista.

La idea es profundizar sobre algunas de las creencias que tú has señalado a través de los diferentes instrumentos, y sobre la percepción que tienes de las actividades realizadas. Tus respuestas serán totalmente confidenciales y usadas solamente con propósitos investigativos, por lo cual te pido se seas completamente sincero.

I. Sobre los cuestionarios

1. Primero cuéntame cómo han sido tus experiencias frente al aprendizaje de las matemáticas y los profesores que has tenido.

1. En el instrumento cerrado tú señalaste estar totalmente en desacuerdo con que “me enseñan más matemática de la que en realidad necesito para graduarme”, y luego afirmas estar totalmente de acuerdo con esta afirmación. Explícame esto.

2. Tú señalaste que palabras como sumas, restas, multiplicación y división llegan a tu mente cuando piensas en matemáticas, luego dices que vienen a tu mente palabras como creatividad e imaginación. ¿Qué te hizo cambiar la forma de pensar acerca de las matemáticas?

II. Sobre las actividades

Teniendo en cuenta las diferentes actividades que se trabajaron en el curso:

a. Números capicúas
b. Palillos.
c. Trabajemos con triángulos.
d. Números poligonales.
e. Sumas consecutivas.
f. Listo para tu reto.

3. ¿Cuál de ellas te pareció más interesante y por qué?
4. ¿Te gustaría compartir algo acerca de las actividades trabajadas, con relación a tu experiencia en matemáticas?

Anexo 20. Entrevista semiestructurada

Entrevista semiestructurada

Fecha: noviembre 15 de 2017

Estudiante No 7

Gracias por presentar esta entrevista.

La idea es profundizar sobre algunas de las creencias que tú has señalado a través de los diferentes instrumentos, y sobre la percepción que tienes de las actividades realizadas. Tus respuestas serán totalmente confidenciales y usadas solamente con propósitos investigativos, por lo cual te pido se seas completamente sincero.

I. Sobre los cuestionarios

1. Primero cuéntame cómo han sido tus experiencias frente al aprendizaje de las matemáticas y los profesores que has tenido.
2. En el instrumento cerrado tú señalaste estar totalmente en desacuerdo con que "es una pérdida de tiempo trabajar con problemas de los que no se conoce la solución", y luego afirmas estar totalmente en de acuerdo, explícame esto.
3. Tu señalaste que te "las matemáticas me permiten ser creativa", cuéntame ¿en qué situaciones podrías ser creativa?

II. Sobre las actividades

Teniendo en cuenta las diferentes actividades que se trabajaron en el curso:

a. Números capicúas
b. Palillos.
c. Trabajemos con triángulos.

d. Números poligonales.
e. Sumas consecutivas.
f. Listo para tu reto.

4. ¿Cuál de ellas te pareció más interesante y por qué?
5. ¿Te gustaría compartir algo acerca de las actividades trabajadas, con relación a tu experiencia en matemáticas?

Anexo 21. Entrevista semiestructurada

Entrevista semiestructurada

Fecha: noviembre 15 de 2017

Estudiante No 12

Gracias por presentar esta entrevista.

La idea es profundizar sobre algunas de las creencias que tú has señalado a través de los diferentes instrumentos, y sobre la percepción que tienes de las actividades realizadas. Tus respuestas serán totalmente confidenciales y usadas solamente con propósitos investigativos, por lo cual te pido se seas completamente sincero.

I. Sobre los cuestionarios

1. Primero cuéntame cómo han sido tus experiencias frente al aprendizaje de las matemáticas y los profesores que has tenido.
2. En el instrumento cerrado tú señalaste estar totalmente en desacuerdo con que "es una pérdida de tiempo trabajar con problemas de los que no se conoce la solución", y luego afirmas estar de acuerdo con esta afirmación, explícame esto.
3. En el instrumento cerrado señalaste estar totalmente en desacuerdo con que "las matemáticas son interesantes y me ponen a pensar", y luego afirmas estar totalmente de acuerdo con esta afirmación. Explícame esto.
4. En el instrumento cerrado señalaste estar totalmente en acuerdo con que "Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y generalmente me doy por vencido", y luego afirmas estar medianamente en acuerdo con esta afirmación. Explícame esto.

II. Sobre las actividades

Teniendo en cuenta las diferentes actividades que se trabajaron en el curso:

a. Números capicúas
b. Palillos.
c. Trabajemos con triángulos.
d. Números poligonales.
e. Sumas consecutivas.
f. Listo para tu reto.

5. ¿Cuál de ellas te pareció más interesante y por qué?
6. ¿Te gustaría compartir algo acerca de las actividades trabajadas, con relación a tu experiencia en matemáticas?

Anexo 22. Entrevista semiestructurada

Entrevista semiestructurada

Fecha: noviembre 25 de 2017

Estudiante No 18

Gracias por presentar esta entrevista.

La idea es profundizar sobre algunas de las creencias que tú has señalado a través de los diferentes instrumentos, y sobre la percepción que tienes de las actividades realizadas. Tus respuestas serán totalmente confidenciales y usadas solamente con propósitos investigativos, por lo cual te pido se seas completamente sincero.

I. Sobre los cuestionarios

1. Primero cuéntame cómo han sido tus experiencias frente al aprendizaje de las matemáticas y los profesores que has tenido.
2. En el instrumento cerrado señalaste estar de acuerdo con que “la habilidad para las matemáticas se tiene o no desde que se nace”, y luego afirmas estar totalmente en desacuerdo con esta afirmación. Explícame esto.
3. En el instrumento cerrado señalaste estar de acuerdo con que “me enseñan más matemática de la que en realidad necesito para graduarme”, y luego afirmas estar medianamente de acuerdo con esta afirmación. Explícame esto.
4. De otra parte, aunque señalaste que “participas bastante en clase porque te gusta y las disfrutas” luego dices, “no participar mucho porque te pones a jugar y molestar”, ¿qué te causa el cambio de actitud?, explícame un poco esto.

II. Sobre las actividades

Teniendo en cuenta las diferentes actividades que se trabajaron en el curso:

a. Números capicúas
b. Palillos.
c. Trabajemos con triángulos.
d. Números poligonales.
e. Sumas consecutivas.
f. Listo para tu reto.

5. ¿Cuál de ellas te pareció más interesante y por qué?
6. ¿Te gustaría compartir algo acerca de las actividades trabajadas, con relación a tu experiencia en matemáticas?

Anexo 23. Entrevista semiestructurada

Entrevista semiestructurada

Fecha: noviembre 15 de 2016

Estudiante No 21

Gracias por presentar esta entrevista.

La idea es profundizar sobre algunas de las creencias que tú has señalado a través de los diferentes instrumentos, y sobre la percepción que tienes de las actividades realizadas. Tus respuestas serán totalmente confidenciales y usadas solamente con propósitos investigativos, por lo cual te pido se seas completamente sincero.

I. Sobre los cuestionarios

1. Primero cuéntame cómo han sido tus experiencias frente al aprendizaje de las matemáticas y los profesores que has tenido.
2. En el instrumento cerrado tú señalaste estar totalmente de acuerdo con "podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar el hecho de que nacimos buenos o malos para la matemática", y luego afirmas estar en desacuerdo, explícame esto.
3. En el instrumento cerrado tú señalaste estar totalmente de acuerdo con que "la única razón por la que iría a una clase de matemática se debe a que es obligatorio", y luego afirmas estar totalmente en desacuerdo, explícame esto.
4. En el instrumento cerrado tú señalaste estar totalmente de acuerdo con que "Las matemáticas son útiles para mí en mi vida", y luego afirmas estar totalmente en desacuerdo, explícame esto.

II. Sobre las actividades

Teniendo en cuenta las diferentes actividades que se trabajaron en el curso:

a. Números capicúas

b. Palillos.

c. Trabajemos con triángulos.

d. Números poligonales.

e. Sumas consecutivas.

f. Listo para tu reto.

5. ¿Cuál de ellas te pareció más interesante y por qué?

6. ¿Te gustaría compartir algo acerca de las actividades trabajadas, con relación a tu experiencia en matemáticas?

Anexo 24. Entrevista semiestructurada

Entrevista semiestructurada

Fecha: noviembre 15 de 2017

Estudiante No 23

Gracias por presentar esta entrevista.

La idea es profundizar sobre algunas de las creencias que tú has señalado a través de los diferentes instrumentos, y sobre la percepción que tienes de las actividades realizadas. Tus respuestas serán totalmente confidenciales y usadas solamente con propósitos investigativos, por lo cual te pido se seas completamente sincero.

I. Sobre los cuestionarios

1. Primero cuéntame cómo han sido tus experiencias frente al aprendizaje de las matemáticas y los profesores que has tenido.
3. En el instrumento cerrado tú señalaste estar totalmente en desacuerdo con que “las matemáticas son esencialmente repetición de fórmulas”, y luego afirmas estar totalmente de acuerdo, explícame esto.
4. Tu señalaste que te gusta pensar y hacer matemáticas incluso fuera de la escuela, cuéntame ¿qué tipos de cosas hacer por fuera de la clase?

II. Sobre las actividades

Teniendo en cuenta las diferentes actividades que se trabajaron en el curso:

a. Números capicúas
b. Palillos.
c. Trabajemos con triángulos.

d. Números poligonales.

e. Sumas consecutivas.

f. Listo para tu reto.

5. ¿Cuál de ellas te pareció más interesante y por qué?

6. ¿Te gustaría compartir algo acerca de las actividades trabajadas, con relación a tu experiencia en matemáticas?