



Programa de Maestría en Educación Matemática

ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA  
LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS INTERVALOS DE CONFIANZA EN  
ESTUDIANTES DE CIENCIAS ECONÓMICAS.

Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en

Educación Matemática

Marleny Camargo Forero

Bogotá D.C.

2023

REPÚBLICA DE COLOMBIA  
UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

**ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS INTERVALOS DE CONFIANZA  
EN ESTUDIANTES DE CIENCIAS ECONÓMICAS.**

Tesis presentada como requisito para optar al título de Magister en

Educación Matemática

**Marleny Camargo Forero**

Director de tesis:

**Dr. Nicolás Bolívar Díaz**

Asesora:

**Msc. Constanza Quintero Guzmán**

Bogotá D.C.

**2023**

**Nota de aceptación:**

---

---

---

---

---

Firma del presidente del Jurado

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado

Bogotá D.C. Junio- 06 de 2023

<b>Tabla de contenido</b>	<b>Pág.</b>
<b>Agradecimientos</b> .....	xiii
<b>Dedicatoria</b> .....	xiv
<b>Resumen</b> .....	xv
<b>Abstract</b> .....	xvii
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	1
<b>CAPÍTULO 1. ESTADO DEL ARTE</b> .....	9
<b>1.1. Investigaciones sobre la Comprensión del intervalo de confianza</b> .....	9
<b>1.1.1 Comprensión del intervalo de confianza: un estudio comparado con estudiantes universitarios y preuniversitarios (2020)</b> .....	9
<b>1.1.2 Students' Difficulties in Understanding of Confidence Intervals</b> .....	11
<b>1.1.3 Attitudes toward Using and Teaching Confidence Intervals: A Latent Profile Analysis on Elementary Statistics Instructors</b> .....	12
<b>1.1.4 Students' Understanding Of Confidence Intervals</b> .....	13
<b>1.1.5 The interpretation of Scholars' interpretations of confidence intervals: criticism, replication, and extension of Hoekstra et al.(2014)</b> .....	14
<b>1.1.6 Statistical tests, P values, confidence intervals, and power: a guide to misinterpretations. European journal of epidemiology</b> .....	15

<b>1.2 Investigaciones recientes sobre el uso de la teoría de resolución de problemas en la enseñanza de la estadística .....</b>	<b>16</b>
<b>1.2.1. The role of problem-solving in teaching statistics. In Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education .....</b>	<b>17</b>
<b>1.2.2 Comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de Bachillerato. ....</b>	<b>18</b>
<b>1.2.3 Perspectivas de la educación estadística como área de investigación ....</b>	<b>21</b>
<b>1.3 Uso de las Tics en el proceso de aprendizaje .....</b>	<b>22</b>
<b>1.3.1 A conceptual pathway to confidence intervals .....</b>	<b>22</b>
<b>1.3.2 Uso de un recurso tecnológico para mejora de la comprensión del intervalo de confianza en la inferencia frecuentista. ....</b>	<b>24</b>
<b>1.3.3 Diseño y Evaluación de una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje para Intervalos de Confianza basada en Simulación y Datos Reales .....</b>	<b>26</b>
<b>1.3.4 Propuestas para la mejora de la interpretación del intervalo de confianza en estudiantes preuniversitarios y universitarios .....</b>	<b>27</b>
<b>1.3.5 Teaching Confidence Intervals Using Simulation .....</b>	<b>28</b>
<b>Conclusiones capítulo 1 .....</b>	<b>28</b>
<b>CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>30</b>
<b>2.1. Sobre la estadística .....</b>	<b>30</b>
<b>2.1.1 Epistemología de la estadística .....</b>	<b>30</b>
<b>2.1.2 Cultura Estadística.....</b>	<b>33</b>

<b>2.1.3. Pensamiento aleatorio y sistemas de datos .....</b>	<b>34</b>
<b>2.1.4 Razonamiento probabilístico .....</b>	<b>37</b>
<b>2.1.5 Estrategias didácticas para desarrollar competencias estadísticas .....</b>	<b>40</b>
<b>2.1.6 Intervalos de confianza.....</b>	<b>43</b>
<b>2.2. Resolución de problemas.....</b>	<b>49</b>
<b>2.2.1 Teoría de resolución de problemas.....</b>	<b>49</b>
<b>2.2.2. Aprendizaje Basado en Resolución de problemas .....</b>	<b>53</b>
<b>2.2.3 Metodología del ABP .....</b>	<b>59</b>
<b>2.2.4. El ABP y la Estadística .....</b>	<b>63</b>
<b>2.3 Recursos tecnológicos de la Información y la Comunicación (TIC) .....</b>	<b>66</b>
<b>2.3.1 Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en el aprendizaje de las matemáticas .....</b>	<b>66</b>
<b>2.3.2 Visualización dinámica (simuladores).....</b>	<b>69</b>
<b>Conclusiones del capítulo 2.....</b>	<b>71</b>
<b>CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>73</b>
<b>3.1. Tipo, enfoque y diseño de investigación .....</b>	<b>73</b>
<b>3.2 Alcance del estudio .....</b>	<b>75</b>
<b>3.3 Población y muestra .....</b>	<b>76</b>
<b>3.4 Métodos empíricos, técnicas e instrumentos utilizados .....</b>	<b>76</b>
<b>3.4.1 Entrevista a Experto.....</b>	<b>76</b>

3.4.2 Encuesta a Docentes .....	76
3.4.3 Observación participante .....	76
3.5 Fases de la investigación .....	77
3.5.1 Fase Exploratoria .....	77
3.5.2 Fase Diseño .....	78
3.5.3 Fase Trabajo de Campo.....	80
3.5.4 Fase Análisis y Presentación de resultados.....	80
3.6 Aporte práctico.....	81
<b>CAPÍTULO 4. APORTES DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>83</b>
4.1 Entrevista a Expertos .....	83
4.2 Encuesta a Docentes .....	84
4.3 Sistema de actividades.....	87
4.3.1 Actividad 1. El Agua es vida, ¿La estamos cuidando?.....	87
4.3.2 Actividad 2. Viendo, viendo, más aprendo .....	90
4.3.3 Actividad 3. Una diversidad de colores y sabores, ¿el color amarillo es más económico?.....	93
4.3.4 Actividad 4. Y si duplicamos el tamaño de la muestra. ....	95
4.3.5 Actividad 5. Una visión a la economía mundial.....	97
<b>CAPÍTULO 5. ANÁLISIS Y VALORACIÓN DE RESULTADOS .....</b>	<b>102</b>
5.1 Aporte de entrevista a expertos.....	102

<b>5.2 Aportes de encuesta a docentes .....</b>	<b>105</b>
<b>5.3. Resultados del sistema de actividades.....</b>	<b>111</b>
<b>5.3.1 Resultados de la Actividad 1.....</b>	<b>111</b>
<b>5.3.1.1 Motivar al estudiante a que tenga mayor experiencia con la variabilidad entre muestras. (repetir muestras).....</b>	<b>111</b>
<b>5.3.1.2 Interpretar el concepto de nivel de confianza mediante gráficas de intervalos de confianza asociados a un experimento aleatorio.....</b>	<b>115</b>
<b>5.3.2 Resultados de la Actividad 2.....</b>	<b>122</b>
<b>5.3.2.1 Interpretación del concepto de nivel de confianza usando el simulador. ....</b>	<b>122</b>
<b>5.3.2.2 Comprensión de la relación entre el tamaño de la muestra y el margen de error. ....</b>	<b>124</b>
<b>5.3.2.3 Relación entre el nivel de confianza y la amplitud del intervalo.....</b>	<b>124</b>
<b>5.3.3. Resultados Actividad 3.....</b>	<b>127</b>
<b>5.3.3.1 Construcción de tablas de frecuencia asociadas a experimentos aleatorios con variable cualitativa y experimentar con la variabilidad entre muestras. (repetir muestras).....</b>	<b>127</b>
<b>5.3.3.2 Interpretación del concepto de nivel de confianza mediante gráficas de intervalos de confianza asociados a un experimento aleatorio.....</b>	<b>129</b>
<b>5.3.3.3 Reconocimiento de las características de la distribución t-student. ...</b>	<b>132</b>
<b>5.3.4 Resultados actividad 4 .....</b>	<b>135</b>



<b>5.3.4.1. Reconceptualizar el concepto de variable cualitativa y su diferencia respecto a variable cuantitativa.....</b>	<b>135</b>
<b>5.3.4.2 Interpretación del concepto de nivel de confianza usando el simulador. ....</b>	<b>136</b>
<b>5.3.4.3 Comprensión de la relación entre el tamaño de la muestra y el margen de error. ....</b>	<b>137</b>
<b>5.3.4.4 Relacionar el nivel de confianza y ancho del intervalo.....</b>	<b>138</b>
<b>5.3.4.5 Análisis conceptual de la relación entre variables.....</b>	<b>140</b>
<b>5.3.5 Resultados actividad 5 .....</b>	<b>143</b>
<b>5.3.5.1 Interpretación de datos de variable cuantitativa a partir de una gráfica y realización de estadísticas descriptivas de datos sin agrupar.....</b>	<b>144</b>
<b>5.3.5.2 Uso del modelo matemático de intervalo de confianza para diferencia de medias.....</b>	<b>145</b>
<b>Conclusiones capítulo 5 .....</b>	<b>148</b>
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>150</b>
<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>152</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>154</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>165</b>

## **Lista de tablas**

Tabla 1. Intervalos de confianza

Tabla 2. Acercamiento conceptual a la probabilidad

Tabla 3. Pensamiento probabilístico

Tabla 4. Tabla de frecuencia absoluta

Tabla 5. Tabla de frecuencia acumulada

Tabla 6. Tabla de frecuencia relativa acumulada



## Lista de Figuras

- Figura 1. Categorías del marco teórico
- Figura 2. Ventajas del ABP
- Figura 3. 10 pasos para la implementación del ABP
- Figura 4. Evaluación en ABP
- Figura 5. Estadística e intervalos de confianza
- Figura 6. Ejemplo de intervalo de confianza
- Figura 7. Inferencia estadística e intervalos de confianza
- Cronograma de actividades
- Gráfico datos generales de la encuesta
- Gráfico respuesta de la encuesta
- Gráfico Análisis de la encuesta

## Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer a Dios por darme vida y culminar con éxito una meta más profesionalmente y un sueño hecho realidad. A mi familia, en especial a mi esposo Isidro, a mis hijos Andrés y David que han sido motor, apoyo, amor, por su constante preocupación, palabras de ánimo y sobre todo comprensión en estos años de ausencia familiar.

A los estudiantes que han compartido conmigo este espacio hermoso de enseñanza-aprendizaje, por permitirme aprender de ellos y maravillarme por cada aporte, esto me motiva a seguir mejorando en mi práctica docente para poder formar profesionales más críticos y consientes de ser el futuro de nuestro país.

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a la Universidad Antonio Nariño (UAN) por brindarme la oportunidad de avanzar como profesional, por el apoyo recibido como beneficiaria por formar parte de la distinguida familia UAN. A la Dra. Constanza y al Dr. Nicolás, cuya dedicación constante ha sido fundamental para sacar adelante este proyecto y por compartir su vasto conocimiento del fascinante mundo de la estadística. También deseo expresar mi gratitud a la Dra. Mary Falk de Losada, cuyos encuentros han sido verdaderamente maravillosos y enriquecedores en el campo de la historia y filosofía de las matemáticas. Por último, quiero agradecer a la Dra. Diana por su apoyo incondicional y comprensión en todo momento.

Al Dr. Osvaldo, por su dedicación al programa y apoyo a los estudiantes, Al Dr Gerardo, Dr. Rafael, por su amabilidad y ser ejemplos de docentes apasionados por este hermoso campo del conocimiento la "Matemática".

## **Dedicatoria**

A los docentes que por una razón u otra aplazan sus estudios de postgrado, quiero transmitirles un mensaje lleno de esperanza y motivación: nunca es tarde para cumplir metas que se convierten en sueños hechos realidad. A menudo, la vida nos presenta diferentes responsabilidades y compromisos que nos impiden embarcarnos en una nueva etapa académica. Sin embargo, quiero decirles que el tiempo no es un factor limitante cuando se trata de perseguir nuestros sueños.

## Resumen

Una de las competencias más relevantes para el análisis de datos en la estadística inferencial es la concerniente a la interpretación y aplicación de los intervalos de confianza, ya que son de gran utilidad para estimar parámetros desconocidos. La presente investigación aborda la problemática observada en los estudiantes de ciencias económicas de la Universidad Antonio Nariño (UAN) en cuanto a la errónea comprensión del concepto y falta de interpretación de este objeto estadístico.

El objetivo de la investigación es diseñar una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas para la enseñanza y aprendizaje de los intervalos de confianza en estudiantes de ciencias económicas. La investigación es de tipo cualitativo, dado que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Estadística es un proceso holístico, en el que intervienen las necesidades, ritmos de aprendizaje y métodos de enseñanza. El grupo de estudiantes participantes en el estudio corresponde a 15 estudiantes de estadística II de la UAN, sede Tunja.

El aporte práctico es un sistema de 5 actividades en el contexto de resolución de problemas, donde se aborda el tema de intervalo de confianza para media poblacional, intervalo de confianza para proporción e intervalo de confianza para diferencia de medias poblacionales; para el planteamiento y elaboración se tuvieron en cuenta los hallazgos en el estado del arte, los aportes de la teoría de resolución de problemas, los aportes del experto entrevistado y encuestas a docentes.

Los resultados son alentadores ya que el hecho de obtener muchas muestras de la población, graficar manualmente los intervalos de confianza, usar recursos tecnológicos para la visualización dinámica de este objeto estadístico, trabajar en equipo, permitió que los estudiantes mejoraran notablemente la comprensión del concepto y valoraran su pertinencia en la estimación de parámetros poblacionales.

Palabras claves: Intervalo de confianza, Estimación, Resolución de problemas, Visualización Dinámica.



## **Abstract**

One of the most relevant skills for data analysis in inferential statistics is related to the interpretation and application of confidence intervals, since they are useful for estimating unknown parameters. This research addresses the problems observed in economics students of the Antonio Nariño University (UAN) regarding the erroneous understanding of the concept and lack of interpretation of this statistical object.

The objective of this research is to design a problem solving based didactic strategy for teaching and learning confidence intervals in economics students. This is a qualitative research, given that the teaching-learning process of Statistics is a holistic process, in which needs, learning rhythms and teaching methods are involved. The group of students participating in the study corresponds to 15 Statistics II students at the Tunja campus.

The practical contribution consists on a system of five activities in the context of problem solving, including confidence interval for a population mean, confidence interval for a population proportion and confidence interval for the difference in means. For the elaboration of the system, the findings in the state of the art, the contributions from the theory of problem solving, the interviewed expert and the teachers' survey were taken into account.

The results are encouraging since the experimentation with many samples of the population, manually graphing the confidence intervals, using technological resources for the dynamic visualization of this statistical object, and working in group allowed

the students to significantly improve their understanding of the concept and its relevance in the estimation of population parameters.

Keywords: Confidence interval, Estimation, Problem solving, Technological resources, Dynamic Visualization.

## INTRODUCCIÓN

Recientemente, el aumento en los volúmenes de datos que se recogen para su posterior análisis ha ido progresando a escalas cada vez mayores, con lo cual el desarrollo de competencias necesarias para el análisis de la información toma mayor relevancia.

Una de las competencias más relevantes para el análisis de datos es la concerniente a la correcta interpretación y aplicación de los intervalos de confianza, los cuales son de gran utilidad en la inferencia estadística para profesionales como contadores, administradores y, en general, carreras en ciencias económicas, donde se han convertido en una herramienta importante para la toma de decisiones.

Algunos autores como Batanero (2016)<sup>1</sup> manifiestan que “La inferencia estadística es ampliamente utilizada en ciencias, negocios y muchas otras ramas de las actividades humanas”. Batanero (2005)<sup>2</sup> ha llamado la atención sobre su importancia en la enseñanza, refiriéndose a que la estadística ha jugado un papel primordial en el desarrollo de la sociedad moderna, al proporcionar herramientas metodológicas generales para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, mejorar las predicciones y la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre.

El proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística a nivel universitario, al igual que el uso de la tecnología como apoyo a este proceso, ocupa a investigadores de todo el mundo. Varios son los eventos donde estos temas son trabajados y analizados. Entre los más importantes tenemos el International Congress on

---

<sup>1</sup> Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Estadística y probabilidad en la escuela secundaria*. Saltador.

<sup>2</sup> Batanero, Carmen & Godino, Juan. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. *Universidad de Extremadura*.

Mathematical Education (ICME), en el Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), la Conferencia Iberoamericana de Educación Matemática (CIAEM).

En el ICME 13 se encuentran varios grupos de trabajo que abordan esta temática y que confirman la pertinencia y actualidad de esta investigación: TSG 14, La enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad; TSG 15, La enseñanza y el aprendizaje de la estadística; TSG 19, La resolución de problemas en la educación matemática; TSG 43, Uso de la tecnología en la educación matemática superior. El ICME 14 de igual manera tiene estos mismos grupos de trabajo.

En la Conferencia Iberoamericana de Educación Matemática (CIAEM) del 2019 se encuentran artículos como "GeoGebra como recurso para favorecer la interpretación matemática", de Agustín Carrillo de Albornoz Torres y "Una experiencia en aula desde la experimentación y la simulación para la enseñanza de la probabilidad frecuentista y clásica", de Michelle Alejandra Penagos Vargas, que dejan ver la importancia del uso de recursos tecnológicos para la simulación, favoreciendo el proceso de aprendizaje en conceptos complejos. También encontramos el trabajo de Soledad Estrella titulado "Desarrollando el pensamiento estadístico y probabilístico en el aula escolar de matemática en situaciones de incertidumbre", donde se vislumbra la importancia de trabajar estos conceptos estadísticos de difícil comprensión.

Por otro lado, la experiencia en el aula, la revisión de literatura, las entrevistas y encuestas, evidenciaron que en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los Intervalos de confianza, en los estudiantes de ciencias económicas de la Universidad

Antonio Nariño, sede Tunja en el departamento de Boyacá, presentan diferentes dificultades para la comprensión del concepto evidenciado en concepciones confusas; por ello, esta investigación surge de la necesidad de encontrar estrategias innovadoras en el aula que permitan conceptualizar, apropiar, desarrollar y aplicar correctamente los conceptos relacionados con los intervalos de confianza.

Lo anterior conduce a la intención de identificar a lo largo del ejercicio investigativo, la siguiente **pregunta de investigación**: ¿cómo contribuir al proceso de enseñanza y aprendizaje en Intervalos de confianza en el contexto de resolución de problemas en estudiantes de Ciencias Económicas de la Universidad Antonio Nariño sede Tunja?

Esta investigación se sustentó en un sistema de actividades fundamentadas en el aprendizaje basado en problemas (ABP) para fortalecer el proceso de aprendizaje y enseñanza de los intervalos de confianza en estudiantes de ciencias económicas de la sede Tunja, destacando su utilidad con una aprehensión correcta y adecuado uso en diversas aplicaciones en su área de formación profesional.

Al respecto, autores como Roldán López de Hierro, A. F. (2019)<sup>3</sup> en su artículo titulado "Un análisis exploratorio de la comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de bachillerato" examinaron las respuestas aportadas por el alumnado a un cuestionario con seis ítems de respuesta múltiple y una pregunta abierta, hallando como resultado la existencia de conflictos semióticos latentes y la falta de comprensión conceptual de este tema.

---

<sup>3</sup> Roldán López de Hierro, A. F. (2019). Un análisis exploratorio de la comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de bachillerato. Tesis de Máster. *Universidad de Granada*.

Así mismo, García-Pérez, M. A., & Alcalá-Quintana, R. (2016)<sup>4</sup> en su artículo "The interpretation of Scholars' interpretations of confidence intervals: criticism, replication, and extension of Hoekstra et al.(2014)" deja ver con claridad el camino que se ha llevado en la investigación de estas malas interpretaciones del concepto de intervalo.

Otros autores como Greenland, S., Senn, S. J. et. al. en (2016)<sup>5</sup> en su artículo "Statistical tests, P values, confidence intervals, and power: a guide to misinterpretations", hacen referencia a la mala interpretación y el abuso de las pruebas estadísticas. El problema clave es que no existen interpretaciones de estos conceptos que sean a la vez simples, intuitivos, correctos e infalibles. Su uso y la interpretación correctos de estas estadísticas requieren una atención al detalle que parece poner a prueba la paciencia de los científicos y demás estudiosos del tema.

Con base en lo anterior, es posible afirmar que el estudio de estos conceptos ha llevado a una serie de definiciones e interpretaciones de atajos que son simplemente erróneas, con frecuentes consecuencias negativas para el aprendizaje; sin embargo, estas malas interpretaciones dominan gran parte de la literatura científica. Los autores en este artículo proporcionan un recurso para instructores, investigadores y consumidores de estadística, cuyo conocimiento de la teoría y la técnica estadísticas puede ser limitado pero que desean evitar y detectar malas interpretaciones.

Por lo anterior, la presente investigación tiene la intención de generar aportes que coadyuven en la solución de esta problemática y se plantea la siguiente pregunta

---

<sup>4</sup> García-Pérez, M. A., & Alcalá-Quintana, R. (2016). The Interpretation of Scholars' Interpretations of Confidence Intervals: Criticism, Replication, and Extension of Hoekstra et al. (2014). *Frontiers in Psychology*, 7, 1042. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01042>

<sup>5</sup> Greenland, S., Senn, SJ, Rothman, KJ, Carlin, JB, Poole, C., Goodman, SN y Altman, DG (2016). Pruebas estadísticas, valores de P, intervalos de confianza y potencia: una guía para las malas interpretaciones. *Revista europea de epidemiología*, 31 (4), 337–350. <https://doi.org/10.1007/s10654-016-0149-3>

¿Cómo contribuir al proceso de enseñanza y aprendizaje en Intervalos de confianza en el contexto de resolución de problemas en estudiantes de Ciencias Económicas de la UAN? En este mismo sentido otras preguntas que orientan este trabajo investigativo son:

¿Qué tipos de recursos tecnológicos ayudan a optimizar el proceso enseñanza aprendizaje de intervalo de confianza en estudiantes iniciales de ciencias económicas? ¿Qué utilidad tiene un simulador dinámico de intervalos de confianza como material didáctico para favorecer la construcción del concepto?

En la teoría de resolución de problemas es responsabilidad del maestro despertar el interés para resolver un problema matemático, es por eso que él debe presentar un reto al estudiante, alcanzable de acuerdo a sus condiciones<sup>6</sup>. El profesor debe estimular en el alumno el deseo por querer resolverlo, debe propiciar un diálogo, generando preguntas que lleven a los estudiantes a comprender el problema, es decir, a ver claramente lo que se pide. Debe propiciar un ambiente de confianza, en el cual se propongan diferentes caminos para llegar a la respuesta correcta, permitir el ensayo y error, ya que a través de ello se trabajan las habilidades cognitivas necesarias para desarrollar el pensamiento lógico.

Por otro lado, Schön<sup>7</sup> expresa que la práctica reflexiva permite razonar sobre problemas singulares, inciertos y complejos. Concluye que los principales rasgos de la práctica reflexiva están en el aprender haciendo, en la teorización antes que en la enseñanza y en el diálogo entre el tutor y el estudiante sobre la mutua reflexión en la

---

<sup>6</sup> García, G. (2019). *George Polya - Como Plantear y Resolver Problemas*.  
[https://www.academia.edu/41417550/George\\_Polya\\_Como\\_Plantear\\_y\\_Resolver\\_Problemas](https://www.academia.edu/41417550/George_Polya_Como_Plantear_y_Resolver_Problemas)

<sup>7</sup> Schön, D.A. (1987). *El profesional reflexivo. ¿Cómo piensan los profesionales cuando actúan?* Barcelona: Paidós.

acción. El ABP posibilita la construcción del conocimiento mediante procesos de diálogo y discusión que ayudan a los estudiantes a desarrollar habilidades transversales de comunicación y expresión oral, al mismo tiempo que también desarrollan el pensamiento crítico y la argumentación lógica, para la exploración de sus valores y de sus propios puntos de vista. Estas capacidades les deben permitir afrontar una práctica profesional más reflexiva y crítica.

De esta manera, se hizo necesario encontrar una estrategia que, por un lado, generara mayor interés y motivación en los estudiantes por aprender y comprender conceptos que hasta el momento eran muy abstractos, y por otro, se relacionaran con la comprensión de las temáticas trabajadas en el área de estadística inferencial y principalmente con el concepto de intervalo de confianza; por esta razón se hizo necesario buscar diferentes materiales didácticos con el uso de las Tic, los cuales ayudarán a desarrollar significativamente el trabajo del docente.

Respecto a lo anterior, para Chancusig y Et, al. (2017)<sup>8</sup> afirman que:

La educación cuenta hoy con nuevas formas de enseñar y aprender, tornándose prioritaria la incorporación e incremento de los nuevos recursos didácticos interactivos para innovar la enseñanza en los estudiantes, a fin de fortalecer su motivación y desempeños críticos y reflexivos en todas las asignaturas, en particular en la asignatura de matemáticas (p.21).

---

<sup>8</sup> Chancusig Chisag, J. C., Flores Lagla, G. A., Venegas Alvarez, G. S., Cadena Moreano, J. A., Guaypatin Pico, O. A., & Izurieta Chicaiza, E. M. (2017). Utilización de recursos didácticos interactivos a través de las TIC'S en el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de matemática. *Revista Boletín Redipe*, 6(4), 112–134. Recuperado a partir de <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/229>



En esta misma dirección y puntualizando en qué tipo de materiales didácticos permitieran abordar la problemática de la concepción del tema de intervalo de confianza autores como Liu y Thompson, (2007)<sup>9</sup>, hacen un llamado para desarrollar concepciones estocásticas de inferencia estadística desde temprana edad, para el desarrollo de ideas intuitivas correctas sobre muestra, variabilidad muestral, distribuciones muestrales y efecto del tamaño de las muestras, para lo cual recomiendan que este acercamiento requiere uso tecnológico que ofrezca visualización dinámica de dichos temas.

Por otro lado, Álvarez-Arroyo y otros autores también mencionan la importancia del uso de un recurso tecnológico que enriquezca el panorama educativo del intervalo de confianza desde una perspectiva frecuentista y tener conceptos inferenciales más claros.

La investigación se dirige entonces a trabajar como **objeto de estudio** el proceso de enseñanza y aprendizaje de los intervalos de confianza y **campo de estudio** el proceso de enseñanza y aprendizaje de los intervalos de confianza en estudiantes de ciencias económicas, planteando como **objetivo general** diseñar una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas para la enseñanza y aprendizaje de los intervalos de confianza en estudiantes de ciencias económicas. Así mismo como **objetivos específicos** se tienen:

- Caracterizar la población de estudiantes de ciencias económicas, frente a su proceso de aprendizaje en intervalos de confianza.

---

<sup>9</sup> Liu, Y., & Thompson, P. (2007). Teachers' understandings of probability. *Cognition and Instruction*, 25(2-3), 113–160. <https://doi.org/10.1080/07370000701301117>

- Determinar elementos constitutivos del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) que permitan fortalecer la enseñanza y aprendizaje de intervalos de confianza.
- Examinar herramientas tecnológicas que favorezcan la visualización dinámica de Intervalo de confianza.
- Diseñar actividades didácticas basadas en la teoría del ABP.

Por lo tanto, esta investigación está enmarcada en las siguientes líneas de investigación del programa:

- Uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Enseñanza y aprendizaje de la matemática a través de la resolución de problemas.
- La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y sus aplicaciones a nivel universitario.

La tesis consta de introducción, cuatro capítulo, conclusiones, recomendaciones, Bibliografía y anexos

## **CAPÍTULO 1. ESTADO DEL ARTE**

A continuación, se presenta la revisión de la literatura para establecer el Estado del Arte de la investigación. Se mostrarán trabajos relacionados con la comprensión del intervalo de confianza, investigaciones recientes sobre el uso de la teoría de resolución de problemas en la enseñanza de la estadística y, por último, investigaciones sobre el uso de las tecnologías de la información y comunicaciones (tics) en el proceso de aprendizaje, teniendo como fin último establecer la tendencia en el área central de esta investigación.

### **1.1. Investigaciones sobre la Comprensión del intervalo de confianza**

#### **1.1.1 Comprensión del intervalo de confianza: un estudio comparado con estudiantes universitarios y preuniversitarios (2020)<sup>10</sup>**

El trabajo compara la comprensión, por parte de diferentes tipos de estudiantes, de las propiedades esenciales del intervalo de confianza, incluyendo el propósito de la estimación y el efecto de cambiar la media, las cuales no han sido consideradas en investigaciones previas.

El estudio analiza las respuestas de 58 estudiantes de secundaria, 57 estudiantes de primer año de psicología y 37 estudiantes de primer año de ingeniería a un cuestionario de opción múltiple.

Los resultados muestran errores relacionados con la interpretación de la definición del intervalo o los factores que afectan su amplitud, así como nuevos errores

---

<sup>10</sup> de Hierro, A. F. R. L., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2020). Comprensión del intervalo de confianza: un estudio comparado con estudiantes universitarios y preuniversitarios. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 9(19), 52-73.

asociados a la relación entre la media muestral y el intervalo y el propósito de la estimación del intervalo.

El documento proporciona información sobre los errores que aparecen con similar frecuencia en los tres grupos y aquellos que tienen mayor impacto en uno de ellos para mejorar la enseñanza de la asignatura.

Los resultados del trabajo muestran que los estudiantes de diferentes orígenes académicos tienen dificultades para comprender las propiedades esenciales del intervalo de confianza, incluyendo el propósito de estimación y el efecto de cambiar la media. De igual manera identifica errores relacionados con la interpretación de la definición del intervalo o los factores que afectan su amplitud, así como nuevos errores asociados a la relación entre la media muestral, el intervalo y el propósito de estimación del intervalo.

La conclusión del trabajo es que el tema de los intervalos de confianza presenta grandes dificultades para los estudiantes de la muestra, especialmente para los estudiantes de secundaria que carecen de herramientas matemáticas para mejorar su comprensión. No obstante, es de destacar que prácticamente todos los estudiantes, a pesar de su diferente preparación matemática, cometen los mismos errores de interpretación, lo que puede indicar que estos errores no derivan de conocimientos matemáticos previos o habilidades actuales, sino de la enseñanza recibida. El trabajo sugiere que el avance en la formación de los docentes en este tema podría mejorar los resultados en el campo de la inferencia y ayudar a producir profesionales estadísticamente bien capacitados.

Los autores plantean que la planificación y diseño de tareas es una pieza clave que todo docente debe tomar en cuenta con objeto de garantizar un proceso de enseñanza y aprendizaje significativo. El conocimiento de los errores y dificultades existentes en torno a un objeto matemático facilita esta labor al profesorado, cuyo análisis contribuirá a realizar propuestas de enseñanza que mejoren dicho proceso.

### **1.1.2 Students' Difficulties in Understanding of Confidence Intervals<sup>11</sup>**

El estudio analiza las dificultades que tienen los estudiantes para comprender los intervalos de confianza en la estadística. Los resultados muestran que estas dificultades no son específicas de un sistema educativo en particular y que se necesita más investigación para desarrollar herramientas pedagógicas que ayuden a los estudiantes a superar estas dificultades.

El estudio encontró que los estudiantes tienen dificultades para entender los intervalos de confianza en la estadística. Si bien más de la mitad de los alumnos contestaron correctamente todas las preguntas de opción múltiple, todavía había algunos conceptos erróneos. Específicamente, los estudiantes tuvieron dificultades para entender la definición de intervalos de confianza, con 24% de los estudiantes que no entendieron la inclusión del parámetro poblacional en el intervalo y 6% no entendieron su inconsistencia considerando la muestra. El estudio también encontró que los estudiantes tenían dificultades para entender la relación entre el ancho del intervalo y el nivel de confianza, el tamaño de la muestra y la variabilidad poblacional.

---

<sup>11</sup>Henriques, A. (2016). *Students' Difficulties in Understanding of Confidence Intervals*. In: Ben-Zvi, D., Makar, K. (eds) *The Teaching and Learning of Statistics*. Springer, Cham. [https://doi-org.ezproxy.uan.edu.co/10.1007/978-3-319-23470-0\\_18](https://doi-org.ezproxy.uan.edu.co/10.1007/978-3-319-23470-0_18)

En general, el estudio destaca la necesidad de continuar investigando para desarrollar herramientas pedagógicas que ayuden a los estudiantes a superar estas dificultades.

### **1.1.3 Attitudes toward Using and Teaching Confidence Intervals: A Latent Profile Analysis on Elementary Statistics Instructors<sup>12</sup>**

Este artículo explora las actitudes de los instructores universitarios de estadística hacia la enseñanza de los intervalos de confianza (IC) en los cursos elementales de estadística y el uso de IC en la estadística inferencial. El estudio identifica tres perfiles de instructores en función de sus actitudes hacia los IC y características comunes de los instructores que se ajustan a cada perfil.

El trabajo identifica tres perfiles de instructores universitarios de estadística en función de sus actitudes hacia la enseñanza de intervalos de confianza (IC) en cursos de estadística primaria y el uso de IC en estadística inferencial. El estudio también caracteriza a los instructores de cada perfil en términos de seis características docentes. Las seis variables son predictoras de moderados a fuertes de la agrupación de la muestra en tres perfiles.

Los tres perfiles identificados en el artículo son: 1. Confiados y Positivos: Los instructores en este perfil tienen una actitud positiva hacia la enseñanza de los IC y su uso en estadísticas inferenciales. Confían en su capacidad para enseñar los IC de manera efectiva. 2. Tentativo y cauteloso: Los instructores en este perfil tienen una actitud más tentativa hacia la enseñanza de los IC y su uso en estadísticas

---

<sup>12</sup> Kim, H. W., Kim, W. J., Wilson, A. T., & Ko, H. K. (2019). *Attitudes toward using and teaching confidence intervals: A latent profile analysis on elementary statistics instructors*. *International Journal on Social and Education Sciences*, 1(2), 43–56. <https://doi.org/10.46328/ijonses.19>

inferenciales. Son cautelosos sobre su capacidad para enseñar a los IC de manera efectiva. 3. Resistentes y Negativos: Los instructores en este perfil tienen una actitud negativa hacia la enseñanza de los IC y su uso en estadísticas inferenciales. Son resistentes a la idea de enseñar a los IC y no ven el valor de utilizarlos en estadísticas inferenciales.

#### **1.1.4 Students' Understanding Of Confidence Intervals <sup>13</sup>**

El artículo investiga la comprensión de los intervalos de confianza por parte de los estudiantes. El estudio codificó las respuestas de los estudiantes según su nivel de comprensión. Los resultados del trabajo muestran que hubo una diferencia en la proporción de estudiantes que recibieron ciertas puntuaciones para su comprensión de los intervalos de confianza en el tercer ciclo de la intervención en comparación con semestres previos. Sin embargo, las diferencias entre los puntajes de los semestres para la parte (a) no fueron significativas. Para la parte (b), las diferencias entre los puntajes de los semestres fueron significativas, siendo el tercer ciclo de la intervención el mayor rango medio.

El trabajo concluye que la intervención tuvo un efecto positivo en la comprensión de los intervalos de confianza por parte de los estudiantes. Sin embargo, el estudio también encontró que algunos estudiantes aún lucharon con el concepto, particularmente en la comprensión de la interpretación de los intervalos de confianza. Los autores sugieren que se necesita más investigación para explorar estrategias de

---

<sup>13</sup>Reaburn, R. (2014). *Students' understanding of confidence intervals*. In Sustainability in Statistics Education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-9). International Statistical Institute.

enseñanza efectivas para mejorar la comprensión de los intervalos de confianza de los estudiantes.

### **1.1.5 The interpretation of Scholars' interpretations of confidence intervals: criticism, replication, and extension of Hoekstra et al.(2014)<sup>14</sup>**

Los autores García y Alcalá hacen alusión a que Hoekstra<sup>15</sup> y otros autores examinaron la interpretación de los intervalos de confianza (IC) por parte de estudiantes de primer año, estudiantes de maestría e investigadores con seis ítems que expresan malas interpretaciones de los IC.

Este trabajo lo realizaron solicitando a los encuestados que respondieran a todos los ítems, calcularon el número de ítems respaldados y concluyeron que la mala interpretación de los IC es sólida en todos los grupos, sin embargo, de manera que los autores mencionan que este diseño puede haber producido este resultado de forma artificial por las razones que describen en el artículo.

Además, este artículo analiza primero las dos interpretaciones de los IC y, por lo tanto, por qué no se puede inferir una mala interpretación de la aprobación de algunos de los elementos. Luego, un nuevo análisis de los datos de Hoekstra et al. revela algunas diferencias desconcertantes entre los estudiantes de primer año y los de maestría que exigen una mayor investigación. Para ese propósito, García y su grupo diseñan un estudio de replicación con un cuestionario donde incluyen dos ítems adicionales que expresan interpretaciones correctas de los IC (para comparar

---

<sup>14</sup> García-Pérez, M. A., & Alcalá-Quintana, R. (2016). *The interpretation of Scholars' interpretations of confidence intervals: criticism, replication, and extension of Hoekstra et al.(2014)*. *Frontiers in psychology*, 7, 1042.

<sup>15</sup>Hoekstra, R., Morey, R. D., Rouder, J. N., & Wagenmakers, E.-J. (2014). *Robust misinterpretation of confidence intervals*. *Psychonomic Bulletin & Review*, 21(5), 1157–1164.  
<https://doi.org/10.3758/s13423-013-0572-3>



el respaldo de interpretaciones correctas vs. tenía la opción (para distinguir el endoso deliberado del desinformado causado por el formato de respuesta forzada).

Los resultados mostraron que los estudiantes de primer año, aprobaron ítems correctos y nominalmente incorrectos de manera idéntica, revelando que los dos tipos de ítems no son diferencialmente atractivos superficialmente; por el contrario, los estudiantes de maestría eran claramente más propensos a respaldar los ítems correctos cuando se eliminaban sus respuestas desinformadas, aunque admitían la ignorancia con más frecuencia de lo que se esperaba. Se discuten las implicaciones para las prácticas docentes.

#### **1.1.6 Statistical tests, P values, confidence intervals, and power: a guide to misinterpretations. European journal of epidemiology<sup>16</sup>**

Greenland, Senn, Rothman, Carlin, Poole, Goodman y Altman, (2016), encontraron que el abuso de las pruebas estadísticas y la mala interpretación de los intervalos de confianza y el poder estadístico han sido criticados durante décadas, el problema clave es que no existen interpretaciones de estos conceptos que sean a la vez simples, correctos, intuitivos e infalibles. Su uso y la interpretación correctos de estas estadísticas requieren una atención al detalle por parte de los científicos y demás estudiosos del tema.

De manera que la demanda cognitiva sobre éste ha llevado a una serie de definiciones e interpretaciones de atajos que son simplemente erróneas, y, sin embargo, estas malas interpretaciones dominan gran parte de la literatura científica.

---

<sup>16</sup> Greenland, S., Senn, S. J., Rothman, K. J., Carlin, J. B., Poole, C., Goodman, S. N., & Altman, D. G. (2016). *Statistical tests, P values, confidence intervals, and power: a guide to misinterpretations*. *European Journal of Epidemiology*, 31(4), 337–350. <https://doi.org/10.1007/s10654-016-0149-3>

Los autores en este artículo proporcionan definiciones y una discusión de las estadísticas básicas que son más generales y críticas que las que normalmente se encuentran en las exposiciones introductorias tradicionales.

El objetivo fue proporcionar un recurso para instructores, investigadores y consumidores de estadística cuyo conocimiento de la teoría y la técnica estadísticas puede ser limitado pero que desean evitar y detectar malas interpretaciones.

## **1.2 Investigaciones recientes sobre el uso de la teoría de resolución de problemas en la enseñanza de la estadística**

La teoría de resolución de problemas es ampliamente utilizada en la enseñanza de la estadística, ya que proporciona un marco sólido para ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades de pensamiento crítico y resolver problemas de manera efectiva. En particular, los investigadores Batanero y Godino han realizado contribuciones significativas en este campo. A continuación, se presentan algunas investigaciones recientes relacionadas con el uso de la teoría de resolución de problemas en la enseñanza de la estadística, realizadas por estos investigadores y otros más que también se encuentran en estudios recientes sobre el uso de la teoría de resolución de problemas en la enseñanza de la estadística:

### **1.2.1. The role of problem-solving in teaching statistics. In Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education<sup>17</sup>**

El trabajo destaca la necesidad de aumentar el contenido estadístico en los planes de estudio escolares para mejorar la alfabetización estadística en jóvenes estudiantes de todo el mundo. También concientiza sobre los retos relacionados en la formación y el apoyo a los profesores de matemáticas que imparten estadística. Entre los aportes más importantes del citado trabajo se tienen:

- Destacar la necesidad de incrementar el contenido estadístico en los planes de estudio escolares
- Sensibilizar sobre los retos en la formación y apoyo a los profesores de matemáticas que enseñan estadística
- Contribuir a mejorar la alfabetización estadística en jóvenes estudiantes de todo el mundo

El trabajo concluye que existe la necesidad de un enfoque más integral para la enseñanza de la estadística en las escuelas, a partir de una edad temprana.

También enfatiza la importancia de brindar una adecuada formación y apoyo a los profesores de matemáticas que imparten estadística. Los autores sugieren que esto se puede lograr a través del desarrollo de planes de estudio adecuados, recursos didácticos y programas de desarrollo profesional para maestros. Adicionalmente, el artículo destaca la necesidad de continuar investigando en esta área para

---

<sup>17</sup> Batanero, C, Burrill, G., & Reading, C. (Eds.). (2011). *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education*. Springer Netherlands.

comprender mejor los desafíos y oportunidades en la enseñanza de la estadística a los jóvenes estudiantes.

De igual forma, Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007)<sup>18</sup> elaboran un modelo llamado Enfoque Onto semiótico, el cual, desde diversas disciplinas como la antropología, la semiótica y la ecología, y asume elementos complementarios de diferentes modelos teóricos utilizados en la educación matemática para desarrollar un enfoque unificado de los fenómenos didácticos que toma en cuenta sus dimensiones epistemológicas, cognitivas, socioculturales e instruccionales. El artículo también aborda cuestiones filosóficas relacionadas con la naturaleza de los objetos matemáticos, el papel de la actividad humana y los procesos socioculturales en el desarrollo de las ideas matemáticas, y si las matemáticas son descubiertas o inventadas.

### **1.2.2 Comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de Bachillerato<sup>19</sup>**

Antonio Francisco Roldán López de Hierro de la Universidad de Granada, Carmen Batanero, Universidad de Granada; Rocío Álvarez-Arroyo, Universidad de Granada realizan un estudio exploratorio en España con el objetivo de evaluar la comprensión de estudiantes de Bachillerato sobre los intervalos de confianza, con apoyo en el enfoque ontosemiótico y en las características del intervalo de confianza en estadística frecuencial realizado a una población de 58 estudiantes de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II de segundo curso en dos institutos.

---

<sup>18</sup> Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). *The onto-semiotic approach to research in mathematics education*. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 39(1–2), 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>

<sup>19</sup> Roldán López de Hierro, A. F., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2020). *Comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de Bachillerato*. *Avances de Investigación En Educación Matemática*, 18, 103–117. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.284>

Para hacer posible dicho estudio se construyó un cuestionario basado en 6 ítems de opción múltiple y un problema abierto, cuestionario que fue aplicado para obtener información a fin de cumplir con el objetivo propuesto del estudio. Para ello cada ítem evaluaba un aspecto diferente de la siguiente manera:

- Item 1: Evalúa el conocimiento de la definición de intervalo de confianza
- Item 2: Evalúa la comprensión que poseen los estudiantes acerca de la relación entre el ancho del intervalo de confianza y el tamaño de la muestra.
- Item 3: Evalúa la comprensión de la relación entre el nivel de confianza y el ancho del intervalo
- Item 4: Analiza la relación entre la anchura del intervalo y el valor de la varianza de la población
- Item 5: Evalúa la comprensión acerca del hecho de que el ancho del intervalo no varía cuando se traslada la media puesto que el intervalo está centrado en ella
- Item 6: Evalúa la comprensión del estudiante sobre si comprende que el intervalo de confianza sirve para estimar un valor desconocido de un parámetro.

El problema abierto aplicado se tomó de la prueba de acceso a la universidad en Andalucía en el año 2018, donde el estudiante de bachillerato podía resolver la cuestión planteada aplicando la fórmula del intervalo de confianza para la media con varianza conocida o bien deducirla.

El estudio obtuvo como resultado que los principales errores de comprensión deducidos de la elección de los distractores por parte de los estudiantes suponen

que estos han adquirido un significado personal del concepto o propiedad analizada que no coincide con su significado.

La conclusión de este estudio va en dos direcciones. Por un lado, que los intervalos de confianza son ampliamente resueltos por la tecnología, es decir que cualquier programa estadístico puede brindar información que está al alcance de todos mediante un software libre, determinando así con exactitud los intervalos de confianza; sin embargo para los autores es importante concertar más horas a la interpretación y comprensión del intervalo de confianza en la materia de estadística, pues será una noción de enorme alcance en los **procesos de solución de problemas**.

El trabajo tiene como objetivo evaluar la comprensión de los estudiantes de secundaria sobre el concepto de intervalos de confianza, que es un procedimiento básico en la inferencia estadística. El artículo también menciona que este tema se incluye en el curso de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II para estudiantes de secundaria y se propone frecuentemente en los exámenes de ingreso a la universidad. El artículo tiene como objetivo analizar las respuestas de 58 estudiantes de segundo año de secundaria a un cuestionario que consta de seis ítems de opción múltiple y un problema abierto tomado de exámenes previos de ingreso a la universidad. El trabajo reconoce las limitaciones de este estudio exploratorio y planea continuar con nuevas muestras de estudiantes y tareas complementarias.

- El trabajo analiza la comprensión de los intervalos de confianza entre estudiantes de secundaria.

- El trabajo muestra que existe una mala comprensión del tema entre los estudiantes, con pocas respuestas correctas en los ítems de opción múltiple que evalúan la comprensión conceptual y solo el 40% de los estudiantes logran una resolución completa y correcta del problema.

Finalmente, además de lo descrito anteriormente los autores encontraron en su investigación que:

- Los principales errores en la comprensión del concepto de intervalos de confianza se debieron a que los estudiantes adquirieron un significado personal del concepto que no coincidía con el significado institucional en la estadística frecuentista.

### **1.2.3 Perspectivas de la educación estadística como área de investigación<sup>20</sup>**

Evidentemente, no se podía dejar de citar a Batanero y Godino (2005) que en su estudio hacen referencia al aumento notable de la investigación, publicaciones, y materiales curriculares relacionados con la educación estadística. El trabajo respecto a este tema no sólo se lleva a cabo dentro del área de didáctica de la matemática, sino que, por el contrario, han sido los mismos estadísticos, así como algunos campos dentro de la psicología los que lo iniciaron y han contribuido en mayor medida a su estado actual.

Justamente, en su trabajo intentaron resumir los avances recientes en educación estadística en estas tres áreas y describir las principales fuentes de información sobre el tema. La estadística ha jugado un papel primordial en el desarrollo de la sociedad moderna, al proporcionar herramientas metodológicas generales para

---

<sup>20</sup> Batanero, C., & Godino, J. (2005). *Perspectivas de la educación estadística como área de investigación*. Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas, 203-226.

analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar en forma óptima estudios y experimentos, mejorar las predicciones y toma de decisiones en situaciones de incertidumbre.

En las últimas décadas, su enseñanza se ha incorporado, crecientemente, a la escuela, institutos y carreras universitarias, no sólo por su carácter instrumental, sino por el valor que el desarrollo del razonamiento estadístico tiene en una sociedad caracterizada por la disponibilidad de información y la necesidad de toma de decisiones en ambiente de incertidumbre.

### **1.3 Uso de las Tics en el proceso de aprendizaje**

Las TIC pueden ser una herramienta muy valiosa para el aprendizaje de las matemáticas. Al aprovechar las herramientas tecnológicas y recursos disponibles, los estudiantes pueden mejorar su comprensión y habilidades matemáticas de una manera más interactiva y efectiva. A continuación, se presentan los aportes de algunos autores, respecto al apoyo que pueden ofrecer las tics en la estadística y específicamente en el tema de intervalos de confianza.

#### **1.3.1 A conceptual pathway to confidence intervals<sup>21</sup>**

Pfannkuch y Parsonage (2012) señalan que encontrar formas para que la mayoría de los estudiantes comprendan mejor la inferencia estadística convencional basada en la teoría normal parece ser un área de problemas insoluble para los investigadores. En este artículo se propone una ruta conceptual para desarrollar ideas de intervalos de confianza para la situación de una muestra solo desde un sentido intuitivo hasta el

---

<sup>21</sup> Pfannkuch, M., Wild, C. J., & Parsonage, R. (2012). *A conceptual pathway to confidence intervals*. *ZDM*, 44(7).



bootstrapping para estudiantes desde aproximadamente 14 años hasta el primer año de universidad.

Para estos autores el desarrollo conceptual debe comenzar temprano; que la instrucción de probabilidad y estadística debe cambiar para que ambas orienten a los estudiantes hacia concepciones estocásticas interconectadas; y que el uso de imágenes visuales tiene el potencial de estimular a los estudiantes hacia esa perspectiva. Analizan esta ruta conceptual con base en un marco teórico para una concepción estocástica de la inferencia estadística basada en imágenes y algunas evidencias de investigación. En su análisis sugieren que la vía tiene el potencial de que los estudiantes se familiaricen con los conceptos que sustentan la inferencia, vean las estadísticas de manera probabilística e integren conceptos en una comprensión coherente de la inferencia.

Como conclusiones importantes revisadas en este artículo que se constituyen en un aporte significativo para esta investigación tenemos:

Los intervalos de confianza se constituyen en uno de los métodos de inferencia más enseñados en los cursos de Estadística, las propiedades estadísticas son aquellas que se deducen cuando se considera el intervalo como un estimador del parámetro de los datos, es decir, respecto a la información que nos proporciona del conjunto de datos muestreado, sin embargo, varias investigaciones han mostrado que los estudiantes logran una comprensión incompleta, o incluso nula, de la verdadera naturaleza del método y sus componentes, creyendo que el establecimiento de inferencias se limita a la simple aplicación de un algoritmo.

La idea es permitir al estudiante desarrollar mayor experiencia con la variabilidad (repetiendo muestras), generando variadas muestras (concebir un proceso de muestreo aleatorio), comprender que el proceso de repetición produce una serie de resultados donde se ve reflejado la variabilidad y analizando directamente la distribución del estimador. Para realizar esto se han propuesto las simulaciones computacionales como una buena alternativa.

Pfankuch y Wild (2012) establecen que los estudiantes deben desarrollar, lo que ellos llaman, imágenes mentales que les van a permitir comprender más adelante el concepto formal de intervalo de confianza y que ese desarrollo conceptual debe comenzar a temprana edad y que el uso de imágenes visuales puede estimular a los estudiantes hacia tal perspectiva.

### **1.3.2 Uso de un recurso tecnológico para mejora de la comprensión del intervalo de confianza en la inferencia frecuentista.<sup>22</sup>**

El trabajo presenta el análisis de un recurso tecnológico que puede enriquecer el panorama educativo del intervalo de confianza desde una perspectiva frecuentista, estos recursos ofrecen de forma muy visual, una simulación dinámica de los intervalos generados de forma continua con muestras repetidas tomadas de una población.

Para los autores esto puede ser un aporte importante en la enseñanza del intervalo de confianza, ayudando a los estudiantes a comprender mejor su significado y reflexionar sobre las relaciones entre los diferentes parámetros que lo componen.

---

<sup>22</sup> Álvarez-Arroyo, R., & Garzón-Guerrero, J. A. (2021). *Uso de un recurso tecnológico para mejora de la comprensión del intervalo de confianza en la inferencia frecuentista*. *Indagatio Didactica*, 13(1), 21-30.

El concepto de intervalo de confianza surge como respuesta al problema inferencial, es decir, poder obtener información de una población a partir de un caso particular de ésta. Al igual que otras herramientas inferenciales este concepto es muy importante ya que es común imposible recoger información de una población en su totalidad, pero si podemos obtener información de una parte de ella.

Los autores recalcan que a pesar de la importancia de estos conceptos y su presencia en el contexto educativo son varios los estudios científicos que evidencian una falta de comprensión de este objeto matemático.

El recurso tecnológico que los autores presentan se encuentra en la web Seeing Theory, este recurso simula una generación continua y dinámica de sucesivos intervalos de confianza en base a unos valores de las variables elegidos por el usuario, como son distribución de la población, tamaño muestral y nivel de confianza.

Los resultados del análisis muestran que este recurso es perfectamente útil como apoyo a la enseñanza y aprendizaje de este complejo objeto matemático. Entre los beneficios se tienen:

- Appreciar visualmente que no todos los intervalos de confianza contienen el verdadero parámetro de la población.
- Observar que los límites de los intervalos son aleatorios, y no constantes.
- Appreciar el efecto que tiene el cambio del tamaño muestral o del nivel de confianza sobre la amplitud del intervalo.

Comprender gráficamente que el nivel de confianza representa la proporción de intervalos, generados a partir de muchas muestras aleatorias independientes de igual tamaño, que contienen el parámetro poblacional.

### **1.3.3 Diseño y Evaluación de una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje para Intervalos de Confianza basada en Simulación y Datos Reales<sup>23</sup>**

En este trabajo se discute el diseño de una trayectoria hipotética de aprendizaje para introducir intervalos de confianza en un curso universitario básico. La trayectoria consta de cuatro actividades y se evaluó con un grupo de 11 estudiantes, mostrando que los estudiantes pueden razonar adecuadamente con conceptos complejos subyacentes a la inferencia estadística utilizando contextos del mundo real y herramientas computacionales dinámicas.

- Diseñar una trayectoria hipotética de aprendizaje para introducir intervalos de confianza en un curso universitario básico.
- Evaluar la efectividad de la trayectoria de aprendizaje con un grupo de 11 alumnos.
- Proporcionar evidencia de que los estudiantes pueden razonar adecuadamente con conceptos complejos subyacentes a la inferencia estadística utilizando contextos del mundo real y herramientas computacionales dinámicas.
- Identificar algunos conceptos desafiantes para los estudiantes, como la distinción entre población, muestra y distribución muestral, propiedades de las distribuciones de muestreo e intervalos de confianza.

---

<sup>23</sup> Inzunza, S. e Islas, E. (2019). *Diseño y evaluación de una trayectoria hipotética de aprendizaje para intervalos de confianza basada en simulación y datos reales*. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 33 (63), 1–26.

### **1.3.4 Propuestas para la mejora de la interpretación del intervalo de confianza en estudiantes preuniversitarios y universitarios <sup>24</sup>**

Los autores reconocen que frente a planificación y diseño de tareas es una pieza clave que todo docente debe tomar en cuenta con objeto de garantizar un proceso de enseñanza y aprendizaje significativo. El conocimiento de los errores y dificultades existentes en torno a un objeto matemático facilita esta labor al profesorado, cuyo análisis contribuirá a realizar propuestas de enseñanza que mejoren dicho proceso.

El artículo propone estrategias de enseñanza para abordar los errores y dificultades relacionados con los intervalos de confianza que enfrentan los estudiantes de secundaria y universitarios, utilizando representaciones gráficas y TIC para mejorar la comprensión.

El objetivo es asegurar la enseñanza y el aprendizaje significativos de la inferencia estadística. Los aportes de este trabajo son:

- Identificar los errores y dificultades relacionados con los intervalos de confianza que enfrentan los estudiantes de secundaria y universitarios.
- Proponer estrategias de enseñanza que se centren en resolver estos errores y dificultades utilizando representaciones gráficas y TIC.
- Destacar la importancia de una interpretación adecuada de los intervalos de confianza para comprender la información que proporcionan.

---

<sup>24</sup> Álvarez-Arroyo, R., Roldán, A. F., & López-Martín, M. D. M. (2021). *Propuestas para la mejora de la interpretación del intervalo de confianza en estudiantes preuniversitarios y universitarios*. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 106, 97-106.

- Brindar orientación a los maestros para planificar y diseñar tareas docentes efectivas que garanticen una enseñanza y un aprendizaje significativos de la inferencia estadística.

### 1.3.5 Teaching Confidence Intervals Using Simulation<sup>25</sup>

El artículo describe el desarrollo de una herramienta de simulación que ayuda a los estudiantes a comprender cómo interpretar los intervalos de confianza. La herramienta fomenta la experimentación con múltiples intervalos de confianza derivados de una misma población, lo que ayuda a los estudiantes a abandonar sus conceptos erróneos y lograr la comprensión.

Los estudiantes que evaluaron este programa obtuvieron mejores resultados que el grupo control, cuando se les pidió que dieran una interpretación práctica de lo que significa un intervalo de confianza en un entorno específico.

La contribución de este trabajo es el desarrollo de una herramienta de simulación que ayude a los estudiantes a comprender cómo interpretar los intervalos de confianza. Previo a la instrucción descrita en este artículo, ninguno de los treinta estudiantes pudo ofrecer una interpretación correcta.

### Conclusiones capítulo 1

Los intervalos de confianza son uno de los temas más enseñados en los cursos de estadística, con los cuales es posible identificar propiedades estadísticas, que son aquellas que se deducen cuando se considera el intervalo como un estimador del parámetro de los datos, es decir, respecto a la información que proporciona el

---

<sup>25</sup> Hagtvedt, R., Jones, G. T., & Jones, K. (2008). *Teaching confidence intervals using simulation*. *Teaching Statistics*, 30(2), 53–56. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9639.2008.00308.x>

conjunto de datos muestreado, sin embargo, varias investigaciones han mostrado que los estudiantes logran una comprensión incompleta, o incluso nula, de la verdadera naturaleza del método y sus componentes, creyendo que el establecimiento de inferencias se limita a la simple aplicación de un algoritmo.

relacionados se sustenta en permitir al estudiante desarrollar mayor experiencia con la variabilidad (repetiendo muestras), generando variadas muestras (concebir un proceso de muestreo aleatorio), comprender que el proceso de repetición produce una serie de resultados donde se ve reflejado la variabilidad y analizando directamente la distribución del estimador. Para realizar esto se han propuesto las simulaciones computacionales como una buena alternativa.

Para Pfankuch y otros autores, es de utilidad que los estudiantes desarrollen, lo que ellos llaman, imágenes mentales que les van a permitir comprender más adelante el concepto formal de intervalo de confianza y que ese desarrollo conceptual debe comenzar a temprana edad y que el uso de imágenes visuales puede estimular a los estudiantes hacia tal perspectiva.

Para realizar esto se han propuesto las simulaciones computacionales como una buena alternativa. Se deben trabajar interpretaciones de un intervalo de confianza de forma empírica. Esto hace referencia a la interpretación frecuencial del nivel de confianza asociado al intervalo.

## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

Una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas para la enseñanza y aprendizaje de los intervalos de confianza en estudiantes de ciencias económicas se fundamenta en varias teorías y conceptos relacionados con la educación, la estadística y la educación estadística.

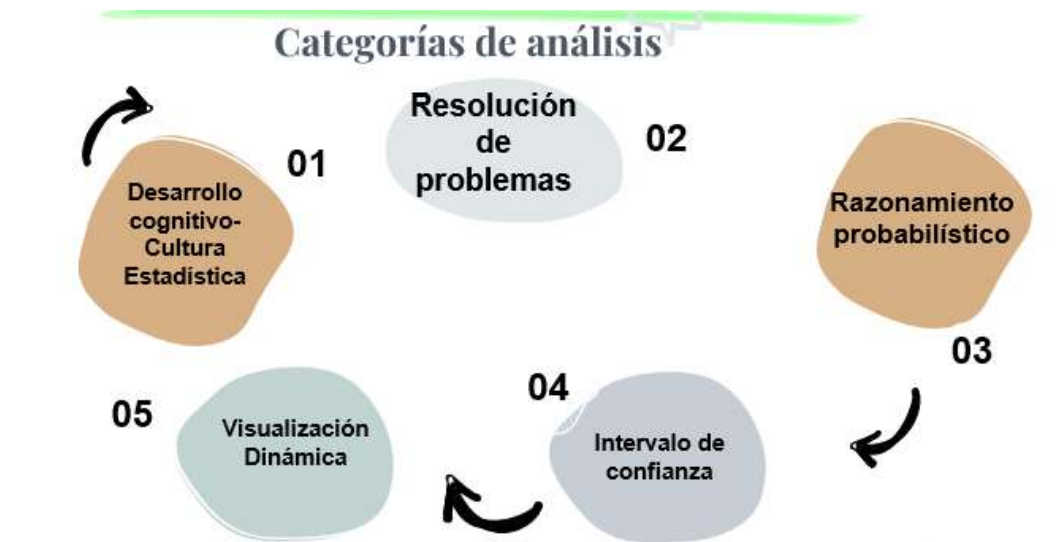


Figura 1. Categorías del marco teórico

Elaboración propia (2022)

### 2.1. Sobre la estadística

#### 2.1.1 Epistemología de la estadística

La epistemología de la estadística es el estudio de los fundamentos teóricos y filosóficos que sustentan la disciplina estadística y que permiten justificar la validez y utilidad de los métodos estadísticos. Algunos autores plantean que el origen de la estadística es muy antiguo, siendo anterior al año 3.000 a.C aproximadamente y se remonta a las primeras civilizaciones.



Para los aritméticos políticos como William Petty<sup>26</sup>, quien descubrió que la aritmética política en los siglos XVII y XVIII, la construcción de tablas de mortalidad del Reino Unido dio origen a la demografía moderna, de manera que la estadística era el arte de gobernar, con la función de servir como guía expiatoria al gobierno en cuanto a la economía, demografía y administración de un estado.

Es así como hoy día la estadística es una disciplina que se ocupa de la recopilación, análisis, interpretación y presentación de datos numéricos, y por lo tanto es fundamental para la toma de decisiones y la comprensión de fenómenos complejos en diferentes campos, como la ciencia, la economía, la política, la medicina y la ingeniería.

La epistemología de la estadística se ocupa de cuestiones fundamentales, como la naturaleza del conocimiento estadístico, la justificación de los métodos estadísticos, la interpretación de los resultados, la relación entre la estadística y la realidad empírica, y la relación entre la estadística y otras disciplinas, como la matemática, la filosofía y la lógica.

Por lo tanto, Batanero y Godino (2001)<sup>27</sup> dicen que se acostumbra a llamar coloquialmente "estadísticas" a ciertas colecciones de datos, presentados usualmente en forma de tablas y gráficos. Así, es frecuente hablar de estadísticas de empleo, de emigración, de producción, de morbilidad, etc. Una definición de la estadística es la siguiente:

---

<sup>26</sup> Petty, W. (n.d.). *A Treatise of Taxes & Contributions*. Printed for C. Wilkinson and T. Burrell, at their shops in Fleetstreet. 1662.

<sup>27</sup> (N.d.-b). Ugr.Es. Retrieved May 19, 2023, from <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Apuntes.pdf>

"La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final." (Cabriá, 1994).<sup>28</sup>

Su objetivo es ayudar a comprender y describir los fenómenos que se observan en el mundo mediante la aplicación de métodos cuantitativos.

Es decir, que la estadística aborda cuestiones metodológicas importantes, como el diseño de experimentos y la selección de muestras, la inferencia estadística, la estimación y la predicción, y la evaluación de la calidad de los datos y los modelos estadísticos.

En consecuencia, la estadística es fundamental para comprender la naturaleza y tiene un gran alcance como disciplina, para evaluar críticamente su papel en la investigación científica y la toma de decisiones.

Murray (1991)<sup>29</sup> dice que la estadística estudia los métodos científicos para recoger, organizar, resumir y analizar datos, así como para sacar conclusiones válidas y tomar decisiones razonables basadas en tal análisis. Por su lado, Kendal (1954)<sup>30</sup> afirma que la estadística es la ciencia que trata de la recolección, clasificación y presentación de los hechos sujetos a una apreciación numérica.

---

<sup>28</sup>Gutiérrez Cabria, S. (1994). *Filosofía de la estadística*

<sup>29</sup>Murray, K. B. (1991). A test of services marketing theory: Consumer information acquisition activities. *Journal of Marketing*, 55(1), 10. <https://doi.org/10.2307/1252200>

<sup>30</sup>Misceláneos, A. (2013, July 29). *Métodos cuantitativos y estadísticos*. Portal de arquitectura Arqhys.com; Manuel V. <https://www.arqhys.com/general/metodos-cuantitativos-y-estadisticos.html>

### 2.1.2 Cultura Estadística

La cultura estadística es un conjunto de habilidades y conocimientos esenciales para comprender, evaluar y utilizar información estadística de manera efectiva y responsable en la toma de decisiones.

La palabra “cultura” ha tenido una presencia común y usual en los medios actuales de difusión de información. Según Keesing (1993)<sup>31</sup>, se encuentra ante la perspectiva de un sistema de conocimientos transmitido a lo largo de generaciones. Implica la capacidad de comprender y evaluar la calidad de la información, así como la capacidad de interpretar y comunicar los resultados de manera clara y efectiva. También incluye la capacidad de aplicar los métodos y técnicas estadísticas adecuados para analizar datos y extraer conclusiones significativas.

Según Tylor (1871)<sup>32</sup>, la cultura o civilización, en sentido etnográfico amplio, es ese todo complejo que incluye el conocimiento, las creencias, el arte, la moral, el derecho, las costumbres y cualesquiera otros hábitos y capacidades adquiridos por el hombre en cuanto miembro de una sociedad.

La cultura estadística es esencial en muchos campos, como la investigación científica, el análisis de negocios, la política pública y la toma de decisiones en la vida cotidiana. Además, es importante para fomentar una ciudadanía crítica e informada, capaz de evaluar las afirmaciones basadas en datos y tomar decisiones informadas en diferentes situaciones.

---

<sup>31</sup> Keesing, R. (1993). *Teorías de la cultura*. Lecturas de Antropología Social y Cultural. Madrid, UNED.

<sup>32</sup> Tylor, E. (1871). *Primitive Culture: Researches into the Development of Mythology, Philosophy, Religion, Language, Art and Custom*. Publicado en español como Tylor, E. B. *Cultura primitiva: Los orígenes de la cultura*. Ayuso.

Según Batanero (2014)<sup>33</sup> se ha venido forjando el término “statistics literacy” para reconocer el papel del conocimiento estadístico en la formación elemental. Cultura estadística hace referencia a que todo ciudadano debe poseer conocimientos estadísticos y eso lo hace un ciudadano educado para comprender el mundo en el que vive, mundo donde el estudiante tenga la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística.

La cultura estadística, o como es llamada por Batanero “alfabetización estadística”, según Gal (2002),<sup>34</sup> incluye dos competencias relacionadas:

Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y la capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante (pp. 2-3).

La sociedad se basa en la toma de decisiones a partir de la información, y es necesario que los ciudadanos comprendan las estadísticas básicas para tomar decisiones.

### **2.1.3. Pensamiento aleatorio y sistemas de datos**

El pensamiento aleatorio se caracteriza por generar ideas, conceptos o soluciones de forma espontánea y sin seguir un patrón lógico o estructurado. Por otro lado, los sistemas de datos son herramientas diseñadas para recopilar, almacenar y procesar

---

<sup>33</sup> Batanero, C. Gea, M. M., Arteaga, P., & Contreras, J. M. (2014). La estadística en la educación obligatoria: Análisis del currículo español. *Revista Digital Matemática Educación e Internet*, 14(2). <https://doi.org/10.18845/rdmei.v14i2.1663>

<sup>34</sup> Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1–25.

información de forma organizada y estructurada y ha estado presente a lo largo de este siglo en la ciencia, en la cultura y en la forma de pensar cotidiana.

En principio, podría parecer que estas dos ideas son contrapuestas, ya que el pensamiento aleatorio es poco estructurado y los sistemas de datos son altamente estructurados. Sin embargo, ambos conceptos pueden trabajar juntos de manera efectiva en determinadas situaciones.

Por ejemplo, al enfrentarse a un problema complejo, se puede utilizar el pensamiento aleatorio para generar una gran cantidad de ideas, algunas de las cuales pueden parecer poco prácticas o irrelevantes en un principio. Posteriormente, los sistemas de datos pueden ser utilizados para filtrar y clasificar estas ideas, para identificar aquellas que son más viables y relevantes para el problema en cuestión.

La estadística ha favorecido en los procesos de incertidumbre de la ciencia como en biología, psicología, antropología, entre otras. Este tipo de pensamiento, de acuerdo con los Lineamientos Curriculares (1998)<sup>35</sup> el cual es llamado probabilístico o estocástico, ayuda a la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad.

También ayuda a la búsqueda de soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, con la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos.

---

<sup>35</sup>*Lineamientos curriculares*. (n.d.). Gov.co. Retrieved May 19, 2023, from <https://www.mineduacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/Direccion-de-Calidad/Referentes-de-Calidad/339975:Lineamientos-curriculares>.

El desarrollo del pensamiento aleatorio basado en los Lineamientos Curriculares (1998), permite interpretar, analizar y utilizar los resultados que se publiquen como producto de los distintos programas de análisis de datos.

Por tanto, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos no son conceptos opuestos, sino que pueden ser utilizados en conjunto para generar soluciones creativas y efectivas a problemas complejos. Por esto este trabajo de investigación tiene en cuenta los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006),<sup>36</sup> las cuales son:

- Representa datos usando tablas y gráficas (pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
- Compara diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
- Interpreta la información presentada en tablas y gráficas (pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
- Conjetura y prueba de predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
- Describe la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y lo compara con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos.
- Usa e interpreta la media (o promedio) y la mediana y compara lo que indican.

---

<sup>36</sup>Lenguaje, E., & Ciudadanas, C. y. (n.d.). *Estándares Básicos de Competencias*. Gov.Co. Retrieved May 19, 2023, from [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)

- Resuelve y formula problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.

### 2.1.4 Razonamiento probabilístico

Este razonamiento tiene su sustento en la probabilidad, según Benet (1998)<sup>37</sup>, citado por Batanero (2006) “ la probabilidad es parte de la matemática y base de otras disciplinas. La probabilidad es esencial para preparar a los estudiantes, puesto que el azar y los fenómenos aleatorios impregnan nuestra vida y nuestro entorno” (p.2). En la tabla No 2, se encuentran algunos elementos teóricos que permiten un acercamiento conceptual:

**Tabla 2. Acercamiento conceptual a la probabilidad**

Significado De la probabilidad	Problemas analizados	Procedimientos De asignación	Lenguaje	Definiciones y Propiedades	Algunos Conceptos relacionados
Intuitivo	- Sorteos  - Adivinación	- Manipulación de generadores de azar: dados, cartas...	- Lenguaje ordinario	-Opinión Impredecible, creencia	- Suerte  - Destino
Clásica	Cálculo de esperanzas o riesgos en juegos de azar	- Combinatoria  - Proporciones  - Análisis a priori de la estructura del experimento	- Triángulo  Aritmético  - Listados de Sucesos  - Fórmulas	- Cociente de casos favorables y posibles  - Equiprobabilidad de sucesos simples	- Esperanza  - Equitatividad  Independencia

<sup>37</sup> Benet-Martínez, V., & John, O. P. (1998). Los Cinco Grandes across cultures and ethnic groups: Multitrait-multimethod analyses of the Big Five in Spanish and English. *Journal of Personality and Social Psychology*, 75(3), 729–750. <https://doi.org/10.1037/0022-3514.75.3.729>

			combinatorias		
Frecuencial	Estimación de parámetros en poblaciones	Registros de datos estadísticos a posteriori - Ajuste de curvas matemáticas - Análisis matemático - Simulación	- Tablas y Gráficos Estadísticos - Curvas de Densidad - Tablas de Números Aleatorios	- Límite de las frecuencias relativas - Carácter objetivo basado en la evidencia empírica	- Frecuencia Relativa - Universo - Variable Aleatoria - Distribución de probabilidad
Subjetiva	- Mejora del conocimiento sobre sucesos Inciertos y no repetibles.	- Teorema de Bayes - Asignación subjetiva de probabilidades	- Expresión de la probabilidad Condicional	- Carácter Subjetivo - Revisable con la experiencia	- Probabilidad Condicional - Distribuciones a priori y a Posteriori
Axiomática	Cuantificar la incertidumbre de resultados en experimentos aleatorios abstractos	- Teoría de conjuntos Álgebra de conjuntos - Teoría de la medida	- Símbolos Conjuntistas	- Función medible	- Espacio Muestral - Espacio de Probabilidad - Conjuntos de Borel

Fuente: Batanero (2006, p.3)



Según Sotaquira R. (2014), la multiplicidad de significados se debe a que desde el razonamiento de la probabilidad se resuelven diferentes problemas, por lo que el espectro conceptual se amplía.

	<i>Basado en información objetivista laplaciana</i>	<i>Basado en información objetivista empírica</i>	<i>Basado en información subjetivista interpretativa</i>
<i>Características</i>	Evoca un conjunto de referencia a modo de espacio muestral, pero no necesariamente un conjunto de eventos elementales; y ocupa la definición laplaciana de la probabilidad, esto es, “sólo una razón cuyo numerador es el número de casos favorables y cuyo denominador es el número de todos los casos posibles” (Laplace, 1814, p. 7).	Toma en cuenta los datos cuantitativos basados en la experiencia propia o de otros, y comunicable por medio de frecuencias de eventos. Ocupa la experimentación como fuente de validación, sin considerar necesariamente la estabilización de las frecuencias relativas para un gran número de ensayos.	Recurre a las creencias personales frente a la incertidumbre, y su base es más intuitiva que racional. Recurre a información cualitativa de diversas fuentes, con el propósito de facilitar y agilizar la toma de decisiones.

**Tabla 3. Pensamiento probabilístico**

**Fuente: Vergara, Estrella y Vidal ( 2020, p.15)**

En la tabla No 3, se encuentran otras características. Los autores indican que “estudios epistemológicos e históricos de la probabilidad han categorizado su tratamiento a través de los enfoques intuitivo, frecuentista, clásico, lógico, tendencial, subjetivo y axiomático” (Vergara, Estrella y Vidal, 2020, p.13)<sup>38</sup>, así mismo se debe

<sup>38</sup> Vergara, A., Estrella, S., & Vidal, P. (2020). Relaciones entre pensamiento proporcional y pensamiento probabilístico. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 7–36.

tener en cuenta el tipo de información que utiliza la persona para hacer uso de su razonamiento probabilístico, dado que desde su investigación estos autores encuentran que “los procesos de toma de decisiones en escenarios de incertidumbre activan el pensamiento probabilístico siempre que se establezca algún fundamento” (p. 32).

### **2.1.5 Estrategias didácticas para desarrollar competencias estadísticas**

Para desarrollar competencias estadísticas en los estudiantes, es importante utilizar estrategias didácticas variadas que les permitan aplicar los conocimientos adquiridos en situaciones reales. Que en palabras de Flores y Ávila (2017)<sup>39</sup> están definidas como los procedimientos y recursos que utiliza el docente para promover el aprendizaje, facilitando intencionalmente un procesamiento del contenido nuevo, de manera más profunda y consciente que atienda las necesidades de los estudiantes.

Existen diversas estrategias didácticas que pueden ayudar a desarrollar las competencias estadísticas en los estudiantes. Como, por ejemplo:

**Análisis de datos:** Una estrategia efectiva para desarrollar la competencia estadística es el análisis de datos. Los estudiantes pueden trabajar con diferentes tipos de datos (numéricos, categóricos, cualitativos, etc.) y aprender a analizarlos, interpretarlos y representarlos gráficamente.

**Resolución de problemas:** La resolución de problemas es una estrategia clave para el desarrollo de la competencia estadística. Los estudiantes pueden trabajar en situaciones problemáticas que les permitan aplicar los conocimientos adquiridos.

---

<sup>39</sup> Flores, J., Ávila, J., Rojas, J., Sáenz, F., Acosta, R., & Díaz, C. (2017). *Estrategias didácticas para el aprendizaje significativo en contextos universitarios*.

Uso de tecnología: La tecnología es una herramienta muy útil para el desarrollo de la competencia estadística. Los estudiantes pueden utilizar programas como Excel o SPSS para analizar y representar datos de forma gráfica.

Trabajo en equipo: El trabajo en equipo es una estrategia didáctica que fomenta el aprendizaje colaborativo. Los estudiantes pueden trabajar en grupos para analizar datos y resolver problemas, lo que les permite compartir ideas y conocimientos.

Investigación: La investigación es una estrategia que permite a los estudiantes adquirir conocimientos sobre diferentes temas relacionados con la estadística. Pueden realizar investigaciones sobre diferentes temas, como la probabilidad, la distribución normal, el muestreo, entre otros.

Juegos didácticos: Los juegos didácticos son una estrategia lúdica que permite a los estudiantes aprender de forma divertida. Pueden utilizarse juegos de mesa o en línea para enseñar conceptos estadísticos como la probabilidad, la media, la mediana, entre otros.

Arroyo (2021),<sup>40</sup> plantea que la planificación y diseño de tareas es una pieza clave que todo docente debe tomar en cuenta con objeto de garantizar un proceso de enseñanza y aprendizaje significativo. El conocimiento de los errores y dificultades existentes en torno a un objeto matemático facilita esta labor al profesorado, cuyo análisis contribuirá a realizar propuestas de enseñanza que mejoren dicho proceso.

---

<sup>40</sup>Álvarez-Arroyo, R., & Garzón-Guerrero, J. A. (2021). *Uso de un recurso tecnológico para mejora de la comprensión del intervalo de confianza en la inferencia frecuentista*. En *Indagatio Didactica*.

Así mismo, Roldan (2020),<sup>41</sup> encuentra en su investigación, que, a pesar de implementar una serie de actividades con el objetivo de mejorar el aprendizaje de los IC, los resultados muestran una pobre comprensión del tema, con pocas respuestas correctas en los ítems de opción múltiple, que evalúan la comprensión conceptual, y con sólo un 40% de estudiantes que logran una resolución completa y correcta del problema.

En la década de los 60's se dio en las universidades de Estados Unidos y Canadá el desarrollo del aprendizaje basado en la resolución de problemas. Definiéndose como una metodología sustentada en la corriente filosófica del constructivismo.

El filósofo de la educación John Dewey subrayó la importancia de aprender mediante la experiencia del mundo real. Los estudiantes encuentran un problema que estimula su pensamiento, se informan para plantear soluciones tentativas al problema y su aplicación los ayuda a comprobar su conocimiento. Por otro lado, el ABP recoge la teoría sociocultural de Vigotsky,<sup>42</sup> quien subrayó la importancia de la participación del estudiante en comunidades de aprendizaje cognitivo, donde el estudiante intercambia y compara ideas con la de los otros, interactuando activamente para resolver problemas y el profesor dirige sus esfuerzos (Eggen & Kauchak, 2015).<sup>43</sup>

El aprendizaje basado en la resolución de problemas también está relacionado con la teoría del aprendizaje cognitivo de Piaget, quien sostiene que los estudiantes deben ser capaces de construir su propio conocimiento a través de la exploración y la

---

<sup>41</sup> Roldán Flores, A. I., Velásquez, F., Palomeque De la Cruz, S., Vargas Callisaya, L., & Pacheco, L. F. (2020). Evaluación del empleo del ciclo de indagación en escuelas rurales de Bolivia. *Praxis Educación y Pedagogía*, 3. [https://doi.org/10.25100/praxis\\_educacion.v0i3.7888](https://doi.org/10.25100/praxis_educacion.v0i3.7888)

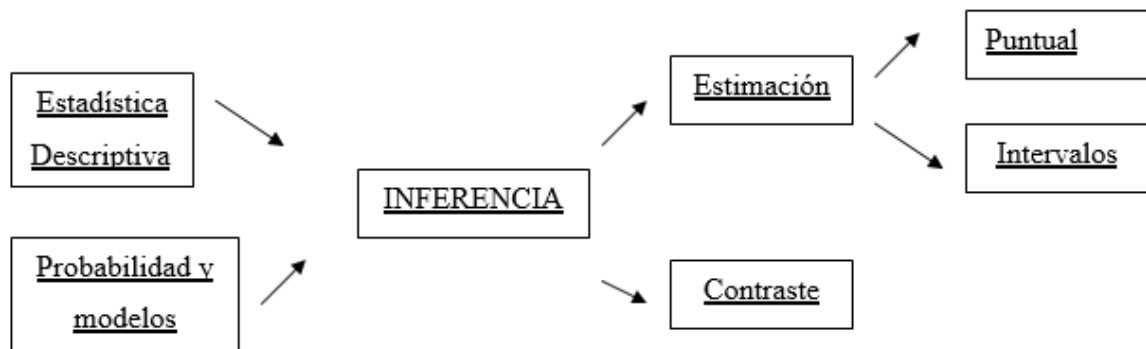
<sup>42</sup> Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society*. Cambridge, M. A. Harvard University Press.

<sup>43</sup> Eggen, P., & Kauchak, D. (2015). *Estrategias docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento*. Fondo de Cultura Económica.

resolución de problemas. Uno de los aspectos más importantes de la teoría de Piaget es la Capacidad operativa y figurativa de la inteligencia. La inteligencia operativa se encarga de darle una forma o contexto a los aspectos dinámicos de la realidad, es decir, aquellos que se transforman. La inteligencia figurativa representa los aspectos estáticos de la realidad, aquellos que intervienen entre las transformaciones.

### 2.1.6 Intervalos de confianza

En primer lugar, para hablar de intervalos de confianza, se debe decir que hay que hablar de estadística inferencial y de la teoría de la probabilidad, de la cual ya se habló:



**Ilustración 1. Estadística e intervalos de confianza**

**Fuente: Botella, Alacreu y Martínez (s.f, p.45)**

Por lo que, para los autores en cualquier investigación, la que sea, es casi imposible estudiar a todos y cada uno de los individuos de la población ya sea por los costos que esto supone o por la imposibilidad de acceder a estos, por lo que existen dos formas de estimar parámetros: la **estimación puntual** y la **estimación por intervalo de confianza**, “en la primera se busca, con base en los datos muestrales, un único valor estimado para el parámetro. Para la segunda, se determina un intervalo dentro

del cual se encuentra el valor del parámetro, con una probabilidad determinada” (Botella, Alacreu y Martínez, s.f, p.46).<sup>44</sup> En razón a esto:

La estimación por intervalos de confianza consiste en determinar un posible rango de valores o intervalo (a; b), en el que, con una determinada probabilidad, sus límites contendrán el valor del parámetro poblacional que andamos buscando. Para cada muestra obtendremos un intervalo distinto que, para el X % de ellas, contendrá el verdadero valor del parámetro. A este intervalo se le denomina intervalo de confianza. (p.47).

Asimismo, para Roldán, Batanero y Álvarez (2020) “el intervalo de confianza es un procedimiento básico en inferencia estadística y su estudio se incluye en las Matemáticas” (p.103) “cuyo uso se promueve actualmente debido a las críticas realizadas al contraste de hipótesis” (p.103). Es importante indicar que, la estimación por intervalos se diferencia por la concepción de probabilidad que se aplica, así como “aplican, los conceptos, propiedades y lenguaje que utilizan, y el procedimiento de cálculo del intervalo” (p.104).

Por su parte De la Fuente y Díaz (2004) citados en Roldán, Batanero y Álvarez (2020)<sup>45</sup> basan sus argumentos en que:

Como los contrastes de hipótesis, la estimación por intervalos surge del problema de justificación del método inductivo en las ciencias empíricas, que basan sus teorías en la generalización de observaciones de datos muestrales de las poblaciones de

---

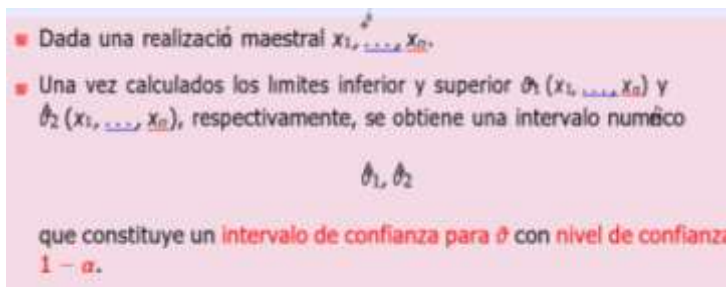
<sup>44</sup> Botella, P., Alacreu, M., & Martínez, M. (n.d.). *Sin fecha*). *Inferencia, estimación y contraste de hipótesis*.

<sup>45</sup> Roldán López de Hierro, A. F. ., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2020). Comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de Bachillerato. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (18), 103–117. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.284>

interés. Al no poder aplicar el método deductivo, se recurre a la inferencia estadística para validar sus conclusiones, dando estimaciones que consideren la medida de la variabilidad del muestreo. (p.104).

De forma similar, para Lombardía (2010)<sup>46</sup> “la estimación por intervalos de confianza consiste en determinar un posible rango de valores o intervalo, en los que pueda precisarse con una determinada probabilidad que el valor de un parámetro se encuentra dentro de esos límites” (p.3).

El concepto de “confianza” en el intervalo es muy importante. “Supongamos que queremos con una confianza del 95% que el verdadero valor del parámetro  $\theta$  esté en un intervalo. Si en vez de considerar todas las muestras posibles consideramos 100 muestras, entonces habría más o menos 95 intervalos que contienen el valor del parámetro”. (Lombardía, 2010, p.6).



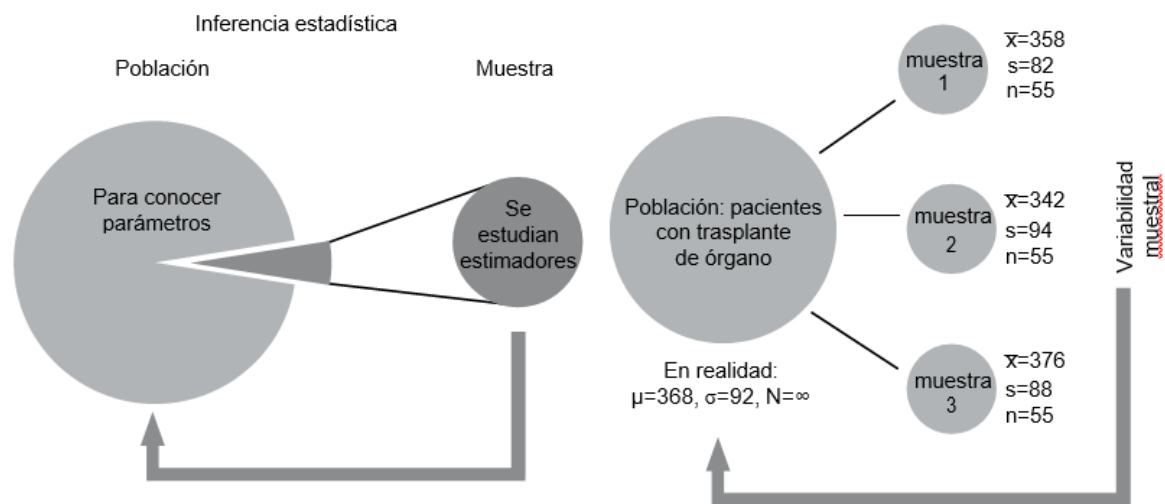
**Figura 5. Ejemplo de intervalo de confianza**

**Fuente: Lombardía (2010, p.4)**

<sup>46</sup>Lombardía, M. (2010). *Estimación por intervalos de confianza*. [http://eio.usc.es/eipc1/base/BASEMASTER/FORMULARIOS-HP/MATERIALESMATER/Mat\\_41855\\_T3IC.pdf](http://eio.usc.es/eipc1/base/BASEMASTER/FORMULARIOS-HP/MATERIALESMATER/Mat_41855_T3IC.pdf)

Como se observa, en la ilustración No 5, según su autora “si se toman infinitas muestras  $\{x_1, . . . , x_n\}$  y construimos los correspondientes intervalos de confianza, el 100  $(1 - \alpha)$  % de ellos contendrían el verdadero valor del parámetro, mientras que 100 $\alpha$ % no” (Lombardia, 2010, p.4). Claramente, como por lo general sólo se va a disponer de una muestra, hay que confiar (por ejemplo con un 95% de confianza) que la muestra que se tiene pertenece al grupo de las muestras buenas (las que nos dan una estimación del intervalo que contiene el verdadero valor del parámetro). Desde el punto de vista, Menchaca (2012) <sup>47</sup> para construir un IC a partir de un estimador se requiere:

Determinar el nivel de confianza que se desea alcanzar, usualmente del 95 o 99% y  
 2) Una estimación del error estándar, que representa la variabilidad muestral. En muestras grandes se obtiene escasa variabilidad muestral, lo que condiciona un error estándar pequeño e IC estrechos; en muestras pequeñas la variabilidad muestral es mayor, con error estándar grande e IC muy amplios. (p.148).



<sup>47</sup> Menchaca, R. (2012). Intervalos de confianza: una aproximación intuitiva para el no-estadístico. Ensayos y opiniones Acta Médica Grupo Ángeles. Volumen, 10.



## **Ilustración 6. Inferencia estadística e intervalos de confianza**

**Fuente: Menchaca (2012, p. 149)**

Del mismo modo, para el autor los intervalos de confianza “también pueden emplearse cuando se estudian proporciones. Las proporciones, al igual que las razones y las tasas son el producto del análisis de variables cualitativas o categóricas” (Menchaca (2012, p. 150).

Evidentemente, es necesario entender que intervalo de confianza está determinado por dos valores dentro de los cuales se afirma que está el verdadero parámetro con cierta probabilidad. Son unos límites o margen de variabilidad que se da al valor estimado, para poder afirmar, bajo un criterio de probabilidad, que el verdadero valor no los rebasará “es una expresión del tipo  $[\theta_1, \theta_2]$  ó  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ , donde  $\theta$  es el parámetro por estimar. Este intervalo contiene al parámetro estimado con una determinada certeza o nivel de confianza” (Roldán , Batanero y Álvarez, 2020, p.16). Estos autores indican que, en la estimación por intervalos se usan los siguientes conceptos:

Variabilidad del parámetro: Si no se conoce, puede obtenerse una aproximación en los datos o en un estudio piloto. También hay métodos para calcular el tamaño de la muestra que prescindan de este aspecto. Habitualmente se usa como medida de esta variabilidad la desviación típica poblacional y se denota  $\sigma$ .

Error de la estimación: Es una medida de su precisión que se corresponde con la amplitud del intervalo de confianza. Cuanta más precisión se desee en la estimación de un parámetro, más estrecho deberá ser el intervalo de confianza y, por tanto,

menor el error, y más sujetos deberán incluirse en la muestra estudiada. Llamaremos a esta precisión  $E$ , según la fórmula  $E = \theta_2 - \theta_1$ .

Nivel de confianza: Habitualmente suele expresarse como un porcentaje. Los más usados como nivel de confianza son 95% o un 99%, que corresponden con valores  $\alpha$  de 0,05 y 0,01, respectivamente. Un intervalo de un 95% de confianza significa que se ha hecho el experimento 100 veces con muestras del mismo tamaño para cada una de esas se ha calculado su intervalo de confianza y el 95 de ellos contienen el valor del parámetro poblacional.

Valor  $\alpha$ : También llamado nivel de significación. Es la probabilidad (en tanto por uno) de fallar en nuestra estimación, esto es, la diferencia entre la certeza (1) y el nivel de confianza ( $1-\alpha$ ). Por ejemplo, en una estimación con un nivel de confianza del 95%, el valor  $\alpha$  es  $(100-95) / 100 = 0,05$ .

Valor crítico: Se representa por  $Z_{\alpha/2}$ . Es el valor de la abscisa en una determinada distribución que deja a su derecha un área igual a  $\alpha/2$ , siendo  $1-\alpha$  el nivel de confianza. Normalmente los valores críticos están tabulados o pueden calcularse en función de la distribución de la población. Por ejemplo, para una distribución normal, de media 0 y desviación típica 1, el valor crítico para  $\alpha = 0,05$  se calcularía del siguiente modo: se busca en la tabla de la distribución ese valor (o el más aproximado), bajo la columna "Área"; se observa que se corresponde con -0,64. Entonces  $Z_{\alpha/2} = 0,64$ . Si la media o desviación típica de la distribución normal no

coinciden con las de la tabla, se puede realizar el cambio de variable  $t=(X-\mu)/\sigma$  para su cálculo. (Roldán, Batanero y Álvarez, 2020, pp. 21-22)<sup>48</sup>.

Finalmente, es necesario decir que las investigaciones sobre los intervalos de confianza han permitido identificar variedad de dificultades y concepciones presentes en las personas cuando se enfrentan a situaciones que requieren de su construcción e interpretación, desde nuestra perspectiva, debidas en primer lugar a su construcción, y que necesitan ser integrados de manera adecuada.

## **2.2. Resolución de problemas**

En este acápite se hace un recorrido por los principales aportes de la teoría de resolución de problemas y su relación con la estadística.

### **2.2.1 Teoría de resolución de problemas**

A continuación se versa sobre la resolución de problemas, iniciando con Andrade y Narváez (2017)<sup>49</sup> y Echenique (2006)<sup>50</sup> quienes definen la resolución de problemas como "la aplicación de propósitos por medio de los cuales los estudiantes aprenden a desarrollar el pensamiento matemático, poniendo en manifiesto la habilidad de las personas y el grado de desarrollo de las destrezas, siendo habitual la utilización de situaciones problemas, plasmando estas situaciones en las actividades, en las tareas, en los talleres, los ejemplos en clases y en los exámenes se organiza en

---

<sup>48</sup> Roldán López de Hierro, A. F., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2020). Comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de Bachillerato. *Avances de Investigación En Educación Matemática*, 18, 103–117. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.284>.

<sup>49</sup> Andrade Payares, E. A., & Narváez Cruz, L. M. (2017). Competencias de resolución de problemas matemáticos mediadas por estrategias de comprensión lectora en estudiantes de educación básica. *Assensus*, 2(3), 9–28. <https://doi.org/10.21897/assensus.1327>

<sup>50</sup> Echenique Urdiain, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. GOBIERNO DE NAVARRA. Departamento de Educación. (Obra original publicada en 2006).

unos contenidos específicos y unas actividades presentados a los estudiantes durante el año académico en curso” (Blanco et al., 2016).<sup>51</sup>

Según Pólya (1945) <sup>52</sup> en su publicación “How to solve it”, hay que considerar que cualquier persona, ayudada preferentemente por un tutor, puede lograr resolver un problema avanzando desde la lectura del enunciado hasta la solución, sin ningún problema; pero, para obtener estos resultados, es necesario seguir las cuatro fases que propone en su estudio: comprender el problema, concepción de un plan, ejecución de este y por último, examinar lo obtenido.

Comprender el problema: para resolver un problema es necesario primero entenderlo, “los estudiantes deben entender claramente lo que se les pide antes de proponer alguna operación para encontrar la solución, dando respuestas a interrogantes como: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?”

Concepción de un plan: Luego de entender que pide el ejercicio es necesario determinar un procedimiento, para ello los estudiantes deben utilizar sus conocimientos, imaginación y creatividad para elaborar una estrategia que le permita encontrar la o las operaciones necesarias para resolver el problema. Donde sea necesario, el docente les facilite conocer ejemplos que se pueden utilizar, tales como el ensayo, mostrar ejercicios y con una resolución similar, hacer ilustraciones o

---

<sup>51</sup> Ayllón, M.F., Gómez, I.A., & Ballesta-Claver, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y Representaciones*, 4, 169-218.

<sup>52</sup> Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton : Princeton University Press.

diagrama y por ultimo elaborar una lista de posibles ejercicios, método y pasos que podrían ayudar (Meneses & Peñaloza, 2017)<sup>53</sup>.

- Ejecución del plan: “En este paso el estudiante debe implementar las estrategias que escogió para solucionar el problema [...] debe conceder un tiempo razonable para ejecutar el plan; si no se alcanza el éxito, se debe dejar el problema y retomarlo más adelante” (Meneses & Peñaloza, 2017, pág. 15)

-Examinar la solución obtenida: “estudiante tiene la posibilidad de revisar su trabajo y asegurarse de no haber cometido algún error; donde la respuesta fue acertada, concluiría el ciclo, pero si los resultados no son los correctos, se puede retomar el problema desde otra perspectiva” (Meneses & Peñaloza, 2017, pág. 15).

El modelo de Schönfeld (1985)<sup>54</sup> busca una estrategia directa enfocada en los problemas, utilizando las herramientas heurísticas, como eje que puede ayudar a los estudiantes a aplicarlos y mejorar el desempeño en la solución de problemas matemáticos. El modelo consiste en cinco estrategias directivas, para una exploración, verificación, diseño, realización y análisis mediante heurísticas, donde “La persona que piensa matemáticamente tiene una forma de ver el mundo, de representarlo, de analizarlo. Solo dentro del contexto general, las piezas (la base de conocimientos, las estrategias, el control, las creencias y las prácticas) encajan de manera coherente”(Schoenfeld, 1992, pág. 363). Schoenfeld agrega tres componentes a partir de los recursos que manejen los estudiantes, tales como los

---

<sup>53</sup> Meneses Espinal, M. L., & Peñaloza Gelves, D. Y. (2017). *Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas en estudiantes de los grados tercero y cuarto del Colegio Municipal Aeropuerto*.

<sup>54</sup> Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1–38.  
<https://doi.org/10.1177/002205741619600202>

conocimientos previos del tema o la competencia evaluada y las herramientas con la que cuenta el estudiante.

En el apartado de la heurística es necesario conocer los recursos que tiene un estudiante, saber cómo usar las herramientas y utilizar junto a las habilidades individuales de cada uno, para finalizar con el control ejercido para su trabajo, haciendo una observación de mediante el entendimiento, el análisis, monitorear y revisar los paso y la elección de la herramienta para la realización del problema, teniendo la libertad realizar cambios en caso de errores.

Por último, Mayer (2002)<sup>55</sup> ,referenciado por Andrade y Narvárez (2017), propone un modelo de solución de problemas distinto al de Schoefeld, en el que distingue cuatro componentes: traducción del problema, integración del problema, planificación de la solución y supervisión, y ejecución de la solución parecidos a los de Pólya.

Teniendo en cuenta todas las definiciones, la resolución de un problema matemático busca que se desarrollen habilidades para la preparación del estudiantado en la vida real, utilizando recursos como las operaciones de suma, resta, la división y la multiplicación entre muchas otras; esto quiere decir, que los ejercicios donde se debe aplicar el resolver problemas, están basados en situaciones que se deben manejar en su contexto (Blanco, 2016).

---

<sup>55</sup> Limón, M., Mason, L., Sinatra, G. M., Winne, P., Montero, I., De Dios, M. J., Alexander, P. A., De Corte, E., & Mayer, R. E. (2017). En homenaje a las contribuciones de Paul R. Pintrich a la investigación sobre Psicología y Educación. *Revista Electronica de Investigacion Psicoeducativa [Electronic Journal of Research in Educational Psychology]*, 2(3). <https://doi.org/10.25115/ejrep.3.127>

### **2.2.2. Aprendizaje Basado en Resolución de problemas**

El aprendizaje basado en resolución de problemas, como metodología, ha situado al estudiante en el centro del proceso para que tenga la capacidad de resolver problemas de su vida diaria de forma autónoma. Es de los modelos pedagógicos que mayor fuerza ha venido tomando en las Instituciones de Educación Superior, esto porque se busca transformar el currículo, en donde se dinamicen las acciones académicas y se dejen de lado procesos memorísticos y tradicionalistas.

Evidentemente al hablar de procesos de aprendizaje matemático, en diferentes niveles y grados del aprendizaje, existen imaginarios, que se abordan más adelante, que hacen referencia a que sólo de forma memorística o didácticas tradicionalistas, es posible abordarlos, imaginarios que se buscan desmitificar desde las teorías que serán abordadas en estas líneas. En su investigación, la Universidad de Monterrey (s.f)<sup>56</sup> señala que:

“La educación tradicional desde los primeros años de estudios hasta el nivel de posgrado ha formado estudiantes que comúnmente se encuentran poco motivados y hasta aburridos con su forma de aprender, se les obliga a memorizar una gran cantidad de información, mucha de la cual se vuelve irrelevante en el mundo exterior a la escuela o bien en muy corto tiempo, se presenta en los alumnos el olvido de mucho de lo aprendido y gran parte de lo que logran recordar no puede ser aplicado a los problemas y tareas que se les presentan en el momento de afrontar la realidad. Como consecuencia de una educación pasiva y centrada en la memoria, muchos alumnos presentan incluso dificultad para razonar de manera eficaz y al egresar de la

---

<sup>56</sup> *Las estrategias y técnicas didácticas en el rediseño. Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, Vicerrectoría Académica. (n.d.). 1–37.*

escuela, en muchos casos, presentan dificultades para asumir las responsabilidades correspondientes a la especialidad de sus estudios y al puesto que ocupan, de igual forma se puede observar en ellos la dificultad para realizar tareas trabajando de manera colaborativa.” (p.3).

Dicho esto, se pueden inferir varios elementos, entre estos que una de las mayores consecuencias del aprendizaje memorístico son las dificultades que se presentan posteriormente para el razonamiento, desenvolvimiento y relacionamiento en otros espacios de la vida laboral o académica futura.

Ahora bien, es importante reconocer entonces qué aspectos son propios del ABP que: “supuso una ruptura radical con la enseñanza tradicional, incorpora herramientas metodológicas capaces de facilitar la consecución de los objetivos propuestos para la formación” (González, et al, 2010, p.17)<sup>57</sup>. Claramente, uno de los elementos que se encuentran es la firme intención de saltar la enseñanza tradicionalista, y centrar los esfuerzos en facilitar un proceso que le permita al estudiante un criterio de la educación desde situaciones de su vida diaria y real y es allí dónde tiene sus orígenes:

El ABP tiene sus orígenes en la Universidad de MacMaster, en Canadá, en la década de los sesenta, y una década más tarde aparece en Europa, en la Universidad de Maastricht. El objetivo era el de mejorar la calidad de la educación médica, cambiando la orientación de un currículo basado en una colección de temas y exposiciones por parte del profesor por otro más integrado que estuviera organizado

---

<sup>57</sup> González-Valencia, G., & González, G. (2009). La transición entre teoría y campo de investigación en la didáctica de las ciencias sociales. In R. En Ávila, P. Rivero, & P. Domínguez (Eds.), *Metodología de investigación en Didáctica*.



según los problemas de la vida real, que, en definitiva, es donde confluyen las diferentes áreas del conocimiento que se ponen en juego. (Universidad de Monterrey, s.f, p.7 )<sup>58</sup>.

Para plantear problemas matemáticos, según Pólya (1945), se debe despertar el interés por resolver un problema matemático. El problema debe presentar un reto al estudiante, alcanzable de acuerdo a sus condiciones. El profesor debe estimular en el alumno el deseo por querer resolverlo, debe propiciar un diálogo, generando preguntas que lleven a los estudiantes a comprender el problema, es decir, a ver claramente lo que se pide. Debe propiciar un ambiente de confianza en el cual se propongan diferentes caminos para llegar a la respuesta correcta. Permitir el ensayo y error, ya que a través de ello se trabajan las habilidades cognitivas necesarias para desarrollar el pensamiento lógico.

El método de Pólya ayuda al desarrollo de dichas habilidades en cada una de sus cuatro fases, esto porque lleva a los aprendices a analizar los datos con los que cuentan, relacionar el problema con sus conocimientos previos, el ensayo y error en la resolución; evaluar y sintetizar en la revisión final. Pólya propone un método que consta de cuatro pasos fundamentales:

Fase I. Comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide.

Fase II. Configurar un plan, captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos, a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan.

Fase III. Ejecutar el plan y resolver el problema.

---

<sup>58</sup> *Las estrategias y técnicas didácticas en el rediseño. Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, Vicerrectoría Académica.* (n.d.). 1–37.

Fase IV. Volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.

Cabe anotar que, la resolución de problemas y las herramientas tecnológicas son estrategias importantes si se desea conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas, siendo un proceso que conduce al aprendizaje de éstas y una fuente de motivación para los estudiantes ya que permite contextualizar y personalizar los conocimientos (Godino, Batanero y Font, 2003).<sup>59</sup>

De esta manera, el ABP se ha configurado como un modelo que permite tres elementos básicos para los docentes la gestión del conocimiento, la práctica reflexiva y la adaptación a los cambios. Los cuales la Universidad de Monterrey (s.f)<sup>60</sup> describe de la siguiente manera:

“Con la gestión del conocimiento se busca que el estudiante adquiriera las estrategias y las técnicas que le permitan aprender por sí mismo; esto implica la toma de conciencia de la asimilación, la reflexión y la interiorización del conocimiento para que, finalmente, pueda valorar y profundizar a partir de una opción personal. Este proceso permite responsabilizarse de los hechos, desarrollar una actitud crítica y poner en práctica la capacidad de tomar decisiones durante el proceso de aprender a aprender.

- La práctica reflexiva permite razonar sobre problemas singulares, inciertos y complejos. Schön concluye que los principales rasgos de la práctica reflexiva están en el aprender haciendo, en la teorización antes que en la enseñanza y en el diálogo

---

59 Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*.

60 *Las estrategias y técnicas didácticas en el rediseño. Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, Vicerrectoría Académica.* (n.d.). 1–37.

entre el tutor y el estudiante sobre la mutua reflexión en la acción. El ABP posibilita la construcción del conocimiento mediante procesos de diálogo y discusión que ayudan a los estudiantes a desarrollar habilidades transversales de comunicación y expresión oral, al mismo tiempo que también desarrollan el pensamiento crítico y la argumentación lógica, para la exploración de sus valores y de sus propios puntos de vista. Estas capacidades les deben permitir afrontar una práctica profesional más reflexiva y crítica.

- La adaptación a los cambios viene dada por las habilidades adquiridas al afrontar las situaciones/problemas desde la perspectiva de la complejidad de los mismos. Ya no se trata de aprender muchas cosas, sino que se busca desarrollar la capacidad de aplicar y de aprehender lo que cada uno necesita para resolver problemas y situaciones de la vida real. Este conocimiento les debe permitir a los estudiantes afrontar situaciones nuevas". (p.15).

No obstante, las prácticas de los docentes no han facilitado mucho este trabajo, y esto no como crítica, sino como una realidad latente que con urgencia se debe repensar y rehacer de manera permanente muy de la mano, además, de las demandas sociales que van en una dinámica de cambio muy acelerada, por lo que "la metodología de aprendizaje basado en solución de problemas resulta importante porque se parte de un problema del entorno y avanza hasta llegar a conclusiones valederas que permiten al estudiante desarrollar el pensamiento crítico-reflexivo"

(Guarnizo, 2022, p. 291).<sup>61</sup>

---

<sup>61</sup> Guarnizo, L. (2022). Aprendizaje basado en Resolución de Problemas para el pensamiento crítico-reflexivo. *Revista Conrado*, 288–291.

En ese sentido, parafraseando a Castro y Mendoza (2022)<sup>62</sup>, señalan que para el ABP hay dos actores principales, el docente y el estudiante. El primero, como ya se mencionó, asume un papel más mediador que “pasa a convertirse en consultor de los estudiantes permitiendo además, que cada estudiante personalice su aprendizaje. Convirtiéndose así en sujeto pasivo en cuanto a la transferencia de conocimientos, pero que actúa activamente como moderador y motivador en los debates grupales” (p. 783). Mientras que, las mismas autoras indican que “a diferencia del estudiante, quien se convierte en sujeto activo que aprende por medios propios y sugeridos, dejando atrás su pasividad en el proceso de enseñanza, tomando responsabilidades del cual dependerá su aprendizaje” (pp. 783-784). Adicionalmente, Castro y Mendoza (2022) argumentan que entre las ventajas más sobresalientes del ABP se encuentran:

“Aprendizaje significativo, desarrollo del pensamiento y las habilidades, retención de información, comprensión, integración en un modelo de trabajo; haciendo énfasis en la motivación que los alumnos sienten al momento participar en sus clases, pues los contenidos aplicados a situaciones problemáticas fomentaran que lo aprendido se comprenda y no solo se memorice.” (p. 785). Específicamente como se observa en la figura 2, las ventajas del ABP son:

---

<sup>62</sup> Castro, K., & Mendoza, K. (2022). Theoretical Foundations of Problem-Based Learning as a Methodological Strategy in the Subject of Mathematics. *Polo Del Conocimiento (Edición Núm)*, 7, 778–791.

## Seis ventajas del aprendizaje basado en la resolución de problemas

El aprendizaje basado en la resolución de problemas o *Problem-Based Learning (PBL)* es una metodología que sitúa al alumno en el centro del aprendizaje para que sea capaz de resolver de forma autónoma ciertos problemas o retos. Te explicamos sus ventajas.



Figura 2. Ventajas del ABP

Fuente: (Aulaplaneta, 2015)

### 2.2.3 Metodología del ABP

Por otro lado, la metodología de implementación del ABP, véase ilustración , supone 10 pasos según Aulaplaneta (2015)<sup>63</sup>.

1. **Planificación.** Define los objetivos de aprendizaje y las competencias que quieres que los alumnos desarrollen y elige un problema de la vida real que pueda servirte para vehicular el aprendizaje. Puedes encontrar inspiración en las noticias, el entorno cercano o en tus propios alumnos: ¿Qué cosas les interesan? ¿Qué despierta su curiosidad? Una vez seleccionado el problema, decide cuánto tiempo

<sup>63</sup> *Ventajas del aprendizaje basado en la resolución de problemas ..* (s. f.). Recuperado 19 de mayo de 2023, de <https://www.aulaplaneta.com/2015/08/25/recursos-tic/ventajas-del-aprendizaje-basado-en-la-resolucion-de-problemas/>

van a tener los alumnos para resolverlo y cómo vas a evaluarlos. Te recomendamos que elabores una rúbrica donde figuren los objetivos cognitivos y competenciales y los criterios de evaluación.

**2. Organización de los grupos.** Divide a tus alumnos en equipos de cinco a ocho personas, y pide a cada grupo que seleccione a dos miembros para desarrollar los roles de moderador y escriba o secretario. El moderador deberá guiar y estructurar la conversación en el grupo, centrar el debate en los aspectos que hay que resolver y hacer que todos los miembros del equipo participen. Por su parte, el escriba o secretario deberá ir anotando todo lo que se vaya diciendo.

**3. Presentación del problema y aclaración de términos.** Plantea el problema o caso a tus alumnos y dales tiempo para que lo lean y revisen con atención. Anímalos a preguntar y aclarar sus dudas sobre términos o nociones que no entiendan. Después, indícales el tiempo que tendrán para resolverlo y los criterios que vas a utilizar para evaluarlos. Puedes hacerlo a través de la rúbrica que has creado previamente.

**4. Definición del problema.** Es hora de que los equipos se pongan a trabajar y tú adquieras el rol de tutor o guía. Para empezar, deberán analizar el caso propuesto y dialogar para identificar cuál es el problema o problemas que deben resolver. Deben expresarlo en una sola pregunta o declaración. Por ejemplo: ¿Por qué es importante el agua para la vida? ¿Cómo se puede prevenir la gripe? ¿Por qué es importante dar a conocer la obra de Cervantes?

**5. Lluvia de ideas.** Para terminar de estructurar el problema, los grupos deben llevar a cabo una lluvia de ideas donde cada alumno exponga sus conocimientos sobre el

caso, las circunstancias que lo rodean, a qué personas o cosas afecta, o qué implicaciones tiene. Es importante que durante el *brainstorming* no haya debate: hay que anotar y respetar todas las ideas para poder evaluar más tarde qué puede ser útil y qué no.

**6. Planteamiento de respuestas e hipótesis.** Una vez estructurado el problema, los alumnos deben sacar a colación sus conocimientos previos, adquiridos en clase o por otros medios, relacionar ideas, y plantear posibles respuestas al problema. Cada alumno debe aportar su opinión, y entre todos, deben debatir y evaluar la validez de los conocimientos y las hipótesis. Tu papel como docente es ejercer de guía y cuestionar las propuestas para que los propios alumnos puedan ir descartando hipótesis fallidas y generando respuestas adecuadas.

**7. Formulación de los objetivos de aprendizaje.** Durante el diálogo en grupo irán aflorando conceptos y dilemas que los alumnos son incapaces de resolver. Es en este momento cuando deben formular los objetivos de aprendizaje. Es decir, lo que no saben pero necesitan aprender para resolver el problema. También es el momento tanto de definir las estrategias que van a utilizar para alcanzar estos objetivos de aprendizaje durante la siguiente fase como de organizar la investigación. ¿Van a trabajar de manera individual? ¿Por parejas? ¿Qué información buscará cada uno? Escúchales y mantén tu rol de guía. Si ves que han errado en alguno de los objetivos, intenta reconducirlos para que encaren con éxito la fase siguiente, y anímales a ser creativos en las estrategias que utilizarán para obtener la información.

**8. Investigación.** Es el momento de que los alumnos encaren la búsqueda de información para resolver los dilemas que han ido surgiendo, alcanzar los objetivos

de aprendizaje fijados y profundizar en las raíces y posibles soluciones del problema. Para obtener los datos y conocimientos que necesitan pueden consultar libros, revistas, diarios y páginas de Internet, pero también entrevistar a expertos, realizar experimentos, hacer estudios de campo, maquetas y representaciones etc. Cuanto más variadas sean las estrategias que utilicen, más habilidades desarrollarán y más compleja y rica será su visión del problema.

**9. Síntesis y presentación.** Una vez concluida la investigación, los alumnos deben poner en común la información recopilada, sintetizarla y, habiendo cubierto los objetivos de aprendizaje, desarrollar una respuesta al problema en el formato que consideren más adecuado. Puede ser un informe, una presentación, una maqueta, un invento, un vídeo... El diálogo y la colaboración son cruciales en esta fase. Después, presentarán la solución ante el resto de compañeros de clase.

**10. Evaluación y autoevaluación.** Evalúa el trabajo de los alumnos mediante la rúbrica compartida con ellos al principio, y anímales a autoevaluarse y evaluar a sus compañeros con los mismos criterios. Les ayudará a desarrollar su espíritu de autocrítica y reflexionar sobre sus fallos o errores".(párr. 2-12)



## Cómo aplicar en diez pasos el aprendizaje basado en la resolución de problemas

El aprendizaje basado en la resolución de problemas o Problem-Based Learning (PBL) es una metodología que convierte a los alumnos en protagonistas de su propio aprendizaje y les dota de responsabilidad y autonomía para resolver determinados retos. Te mostramos cómo aplicarla en diez pasos.



Figura 3. 10 pasos para la implementación del ABP

Fuente: (Aulaplaneta, 2015)

### 2.2.4. El ABP y la Estadística

Esta propuesta investigativa pretende encontrar los elementos necesarios para acercar a estudiantes de educación superior al proceso de enseñanza y aprendizaje de una manera más dinámica y sentida. Como ya se ha mencionado, el ABP tiene algunas características que le permiten al estudiante ponerse en el centro del proceso y tomar un papel más activo desde las realidades de su contexto. En esa apuesta aparecen Morales y Landa (2004) citados en Flores, Rincón y Zuñiga<sup>64</sup>,

<sup>64</sup> Flores, L., Rincón, E., & Zúñiga, L. (2014). *El ABP en la enseñanza de las matemáticas como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento crítico en el nivel medio básico y modalidad telesecundaria*. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. Capítulo 5. Uso de los recursos tecnológicos en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. 2125–2132.

(2014):La base teórica para esta técnica que proporciona la psicología cognitiva establece tres principios relacionados con el aprendizaje y los procesos cognitivos: el aprendizaje es un proceso constructivo y no receptivo, la metacognición afecta el aprendizaje y los factores sociales y contextuales ejercen influencia en el aprendizaje (pp.2126-2127).

Así pues, tanto en las matemáticas como en la estadística, las competencias disciplinares básicas “buscan propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos” (Islas, Colín y Morales, 2017, p.1648). En consecuencia, mencionan que cada tipo de problema matemático corresponde a diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, “los Estudiantes deben poder razonar matemáticamente, y no simplemente responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos” (Islas, Colín y Morales, 2017, p.1648).<sup>65</sup>

Lo que lleva a comprender que en el ABP no es posible responder problemas matemáticos de manera inmediata o solo memorística, sino que supone otras habilidades de pensamiento y a su vez más tiempo para analizar e interpretarlos. Así mismo, los docentes también requieren mayor tiempo en la preparación de los contenidos de los problemas y para dar tutorías para despejar dudas e inquietudes.

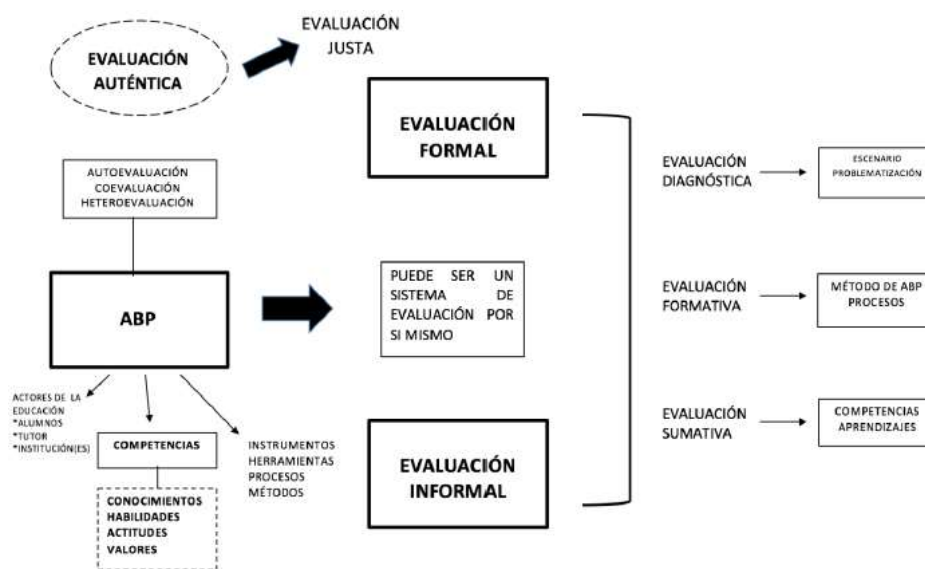
Rodríguez (2018) en su investigación señala que algunos de los elementos del ABP en la evaluación incluyen tres tipos de evaluaciones distintas (heteroevaluación,

---

<sup>65</sup> Islas, C., Colín, M., & Morales, F. (2016). ¿Evaluación en matemáticas con ABP? Debates en Evaluación y Currículum/ Congreso Internacional de Educación Evaluación 2016 /. Año, 2, 1644–1653.

coevaluación y autoevaluación) que consigan evaluar los tres aspectos ya mencionados (alumnado, profesorado y propuesta). Estas evaluaciones no están solamente en manos del profesor, sino que en ellas se implican todos los actores que participan en el proceso. (Rodríguez, 2018, p.17).<sup>66</sup>

**Figura 4. Evaluación en ABP**



**Fuente: (Rodríguez, 2018, p.13)**

Como se puede observar en la figura, el objetivo de la evaluación en el ABP supone una evaluación auténtica, involucrando a los principales actores de la educación (alumnos, profesores, instituciones) que participan de manera activa y dinámica en la construcción del aprendizaje. Todo sistema de evaluación debe involucrar una dirección integral, es decir: una heteroevaluación (alumno-tutor o tutor-alumno), una coevaluación (alumno-alumno) y una autoevaluación (propio alumno).

<sup>66</sup> Rodríguez, M. (2018). *ABP, a proposal for maths lessons*. 1–88.

## **2.3 Recursos tecnológicos de la Información y la Comunicación (TIC)**

### **2.3.1 Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en el aprendizaje de las matemáticas**

Las TIC pueden ser una herramienta muy valiosa para el aprendizaje de las matemáticas. Al aprovechar las herramientas y recursos disponibles, los estudiantes pueden mejorar su comprensión y habilidades matemáticas de una manera más interactiva y efectiva.

Indudablemente, el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas requieren de didácticas innovadoras, las cuales se encuentran en las TIC<sup>67</sup>. Sin embargo, una postura muy importante al respecto la tiene Real (s.f) quien señala que:

“Las TIC no son el objetivo, sino un medio. En muchas ocasiones se puede llegar al error de acabar enseñándole a un alumno o alumna el manejo de determinadas aplicaciones en lugar de el o los contenidos matemáticos que nos habíamos propuesto inicialmente.”(p.4).

Sin duda, lo expuesto es necesario contextualizarlo en algunos escenarios en donde la herramienta TIC se convierte en el objetivo y no el contenido, o, por el contrario, se hace uso de la tecnología, pero la didáctica refleja procesos mecánicos, memorísticos muy propios de la educación tradicional, que distan del uso adecuado de las TIC. Además, el uso de TIC conlleva a que los docentes tengan una serie de conocimientos y habilidades frente a los recursos a utilizar, no solamente en el uso

---

<sup>67</sup> *Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.* (n.d.). 1–13.

de la herramienta que corresponda a cada momento, sino más importante aún, en la metodología que va a utilizar y que será la que haga que el proceso alcance el o los objetivos que se haya planteado inicialmente. Las TIC están presentes en nuestra sociedad y en un plazo breve estarán en las aulas de nuestros centros. Por este motivo debemos estar preparados para recibirlas y utilizarlas de forma adecuada, y esto se consigue a través de la formación, no solamente conociendo el funcionamiento de los distintos programas informáticos, sino conociendo metodologías adecuadas para poder utilizarlas en el aula. (Real, s.f, pp 5-6).

De otra parte, para Riveros, Arrieta y Bejas (2011)<sup>68</sup> en donde citan a Abraira Fernández (1999) en lo que se refiere a la importancia en el uso de las TIC en la enseñanza de la matemáticas, indican que el National Council of Teachers of Mathematic (NCTM), Asociación de Profesores de Matemática de los EE.UU, en los documentos llamados Principios y Estándares para la Educación Matemática, escritos que representan un recurso y guía para quienes toman decisiones en esta área de enseñanza, con respecto a las TIC consideran:

En todo momento todos los estudiantes deben disponer de calculadoras adecuadas.

- En todas las aulas debiera existir un computador con fines ilustrativos.
- Todos los estudiantes debieran tener acceso a un computador para trabajar individualmente y en grupo.

---

<sup>68</sup> Riveros, V., Arrieta, X., & Bejas, M. (2011). Las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el quehacer educativo del aula de clase. *Omnia*, 17(1), 34–51.  
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73718406003>

- Los estudiantes deberían aprender el manejo del computador como herramienta para procesar información y realizar cálculos en la investigación y resolución de problemas (p.44).

Por consiguiente, los autores señalan que:

Para el trabajo en clase, existe la posibilidad de incorporar herramientas que, con un gran desarrollo en los últimos años, están modificando la forma de hacer matemáticas. Estas herramientas, que se podrían denominar genéricamente con el nombre de asistentes matemáticos, no están diseñadas con fines docentes, sino con el fin primordial de ayudar a resolver los problemas matemáticos que aparecen en cualquier trabajo científico o tecnológico. (Riveros, Arrieta y Bejas 2011, p.46).

Algunas de las herramientas que nos otorgan las TIC pueden ser útiles en este campo y son las siguientes:

Programas de enseñanza en línea: Las plataformas en línea ofrecen una gran cantidad de recursos educativos, incluyendo programas de enseñanza de matemáticas que pueden ayudar a los estudiantes a mejorar sus habilidades en el tema.

Aplicaciones móviles: Las aplicaciones móviles pueden ser muy útiles para practicar las matemáticas en cualquier momento y lugar. Estas aplicaciones pueden incluir juegos, ejercicios interactivos y herramientas de resolución de problemas.

Software de simulación: El software de simulación puede ser utilizado para modelar situaciones matemáticas complejas y ayudar a los estudiantes a comprender mejor los conceptos detrás de ellas.

Herramientas de visualización: Las herramientas de visualización, como los gráficos y los diagramas, pueden ser utilizadas para ayudar a los estudiantes a visualizar conceptos matemáticos abstractos de una manera más clara y comprensible.

Comunicación en línea: Las TIC también pueden ser utilizadas para facilitar la comunicación y la colaboración entre los estudiantes y los profesores. Las herramientas de videoconferencia y las plataformas de aprendizaje en línea pueden ayudar a los estudiantes a conectarse con otros estudiantes y profesores para discutir y resolver problemas matemáticos.

### **2.3.2 Visualización dinámica (simuladores)**

Para Martínez, Navas y Gulín (2016), la visualización dinámica es “un concepto la proyección de una porción de la información visual en diferentes pequeños intervalos de tiempo, en cada uno de los cuales se muestra una porción diferente, consiguiendo así proyectar toda la información”. (citando a Cruz, 2012, p.88).

De otro lado, para Borba y Villarreal (2005)<sup>69</sup> la visualización como proceso representa una oportunidad para la producción de conocimiento matemático a partir del análisis de representaciones visuales. La visualización se encuentra estrechamente relacionada con la reorganización del conocimiento matemático; sin embargo, no se cuenta con mucha información al respecto (Villa, Vélez, Rojas y Borba, 2003, citados en Borba y Villareal, 2005).

---

<sup>69</sup> Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation* (Vol. 39). Springer Science y Business Media.

De este modo, después de su investigación, para los autores la visualización es “un proceso cognitivo que permite la reorganización del conocimiento matemático de los sujetos que se involucran en experiencias de simulación” (Díaz y Prieto, 2016, p.19).

Una aproximación a la visualización desde este marco teórico lleva a considerar las prácticas como “*prácticas visuales* si ponen en juego la visualización” (Blanco, Diego y González, 2019, p.47),<sup>70</sup> siempre teniendo en cuenta que se producen constantes conversiones entre componentes visuales y analíticos en la resolución de estas. En ese orden de ideas, plantean que:

El componente visual puede jugar un papel clave en la comprensión de la naturaleza de la tarea y en el momento de hacer conjeturas, mientras que el componente analítico cobrará protagonismo en el momento de la generalización y la justificación de las soluciones a través de los argumentos (GODINO et al., 2013)<sup>71</sup>. En (Godino et al., 2012)<sup>72</sup> puede verse una delimitación de los objetos primarios para el caso concreto de la visualización. (Blanco, Diego y González, 2019, p.47).

Desde otra perspectiva, Sotaquira (2014<sup>73</sup>) indica que “la función primordial de visualizar los resultados de una simulación consistiría en facilitar al usuario

---

<sup>70</sup> Blanco, T. F., González-Roel, V., & Diego-Mantecón, J. M. (2019). Mathematics and Art in Primary Education Textbooks. In T. En, M. Jankvist, & M. Van Den Heuvel-Panhuizen Y (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 4737–4738).

<sup>71</sup> Godino, Juan Díaz, Batanero, C., Rivas, H., & Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas<br>Suitability components and indicators of teachers' education programs in mathematics education. *Revemat Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 8(1). <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p46>

<sup>72</sup> Godino, Juan D., Castro, W. F., Aké, L. P., & Wilhelmi, M. R. (2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Bolema Boletim de Educação Matemática*, 26(42b), 483–512. <https://doi.org/10.1590/s0103-636x2012000200005>

<sup>73</sup> Sotaquira-Gutierrez, R. (2014). A new dynamic visualization technique for system dynamics simulations. *Dyna*, 81(188), 229–236. <https://doi.org/10.15446/dyna.v81n188.41843>



comprender los patrones de comportamiento de las variables allí representadas como productos emergentes de las relaciones causales” (p.230).

## **Conclusiones del capítulo 2**

Como principales aspectos para destacar del marco teórico encontramos:

Los intervalos de confianza se constituyen en una herramienta estadística que proporciona una estimación de un parámetro de la población con cierta precisión. Además, permiten establecer límites dentro de los cuales se espera que se encuentre el valor real del parámetro de la población con cierto nivel de confianza. Su uso adecuado y buena interpretación son fundamentales para la toma de decisiones basadas en datos.

Así mismo, la educación estadística desempeña un papel fundamental en el desarrollo de habilidades y competencias estadísticas en los estudiantes. Ayuda a identificar estrategias útiles para entender y analizar los datos, tomar decisiones y evaluar la incertidumbre asociada a los resultados. Promover una educación estadística sólida es crucial para formar individuos con capacidad crítica y pensamiento analítico.

De igual forma, la resolución de problemas es una teoría de la educación matemática que busca desarrollar habilidades de pensamiento crítico y resolución de situaciones complejas. En el contexto estadístico, implica la capacidad de identificar, plantear y resolver problemas que involucren la recolección, organización, análisis e interpretación de datos. Este enfoque fomenta la aplicación práctica de los conceptos estadísticos y promueve el aprendizaje significativo.

Por otro lado, el aprendizaje basado en problemas es un enfoque educativo que se centra en la resolución de problemas reales o simulados como medio principal de adquisición de conocimientos. En el contexto estadístico, este enfoque implica que los estudiantes se enfrenten a situaciones problema relacionadas con el análisis de datos y utilicen sus habilidades estadísticas para abordarlas. El aprendizaje basado en problemas fomenta el trabajo colaborativo, el pensamiento crítico y la aplicación de los conceptos teóricos en situaciones concretas.

En resumen, la comprensión y aplicación de los intervalos de confianza, la promoción de la educación estadística, la adopción de enfoques de resolución de problemas, el uso del aprendizaje basado en problemas y el uso de herramientas tic son elementos clave para fortalecer las habilidades estadísticas de los estudiantes, fomentar el pensamiento crítico y mejorar la toma de decisiones basada en datos. Estas categorías se complementan entre sí y ofrecen un marco teórico sólido para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la estadística en diversos contextos educativos, en especial el tema de los intervalos de confianza en los estudiantes del programa de administración de empresas de la Universidad Antonio Nariño, sede Tunja.

## **CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

Este capítulo presenta de manera clara y detallada el tipo de investigación que se desarrolla, el alcance del estudio, los métodos utilizados, los instrumentos, los recursos y las fases de la investigación. La metodología desarrollada en esta investigación está definida de la siguiente manera:

### **3.1. Tipo, enfoque y diseño de investigación**

La investigación se desarrolla desde un enfoque CUALITATIVO, dado que, el proceso de enseñanza aprendizaje de la Estadística, es un proceso holístico, en el que intervienen, las necesidades, ritmos de aprendizaje, métodos de enseñanza y otros aspectos de docentes y estudiantes, los cuales necesitan ser analizados desde lo cualitativo, Hernández, Fernández y Baptista<sup>74</sup> respecto de este enfoque plantean:

La investigación cualitativa busca la comprensión e interpretación de la realidad humana y social, con un interés práctico, es decir con el propósito de ubicar y orientar la acción humana y su realidad subjetiva. Por esto en los estudios cualitativos se pretende llegar a comprender la singularidad de las personas y las comunidades, dentro de su propio marco de referencia y en su contexto histórico-cultural. Se busca examinar la realidad tal como otros la experimentan, a partir de la interpretación de sus propios significados, sentimientos, creencias y valores.

Para tales fines, esta investigación se efectúa en el campo de educación superior, por medio de la observación participante para diseñar e implementar un sistema de actividades involucrando la teoría de resolución de problemas y el uso de la

---

<sup>74</sup> Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Vol. 3). Sexta edición. México: McGraw-Hill. p.12

tecnología como simuladores y paquetes estadísticos que fortalezca el proceso de enseñanza y aprendizaje sobre intervalos de confianza en estudiantes de ciencias económicas de la Universidad Antonio Nariño sede Tunja.

De igual manera se aporta para la práctica docente un conjunto de actividades pensadas, estructuradas y sistematizadas que pretenden involucrar al estudiante en un papel activo llevándolo a un aprendizaje significativo de los conceptos relacionados a intervalos de confianza y superando inadecuadas interpretaciones. Para las actividades se tiene en cuenta la teoría de la resolución de problemas y el uso de simuladores como proceso dinámico y motivador.

Para Leonor Camargo<sup>75</sup>, las estrategias de diseño son aquellas en las que los investigadores se preguntan ¿Qué pasaría si...? En la actual investigación se pregunta qué pasaría con el proceso de enseñanza-aprendizaje de los intervalos de confianza si se implementan una serie de actividades pensadas y estructuradas teniendo en cuenta la solución de problemas y el uso de recursos tecnológicos como los simuladores. Se pretende hacer un análisis profundo en el ámbito educativo sobre la manera como fortalece la implementación de estas actividades el proceso de enseñanza y aprendizaje de los intervalos de confianza.

En cuanto al diseño investigación-acción Camargo menciona "La investigación acción busca por un lado un conocimiento práctico, sistemático, local y público de la práctica que se realiza, lo que propicia el avance sobre el conocimiento para la

---

<sup>75</sup> Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática. Recursos para la captura de información y el análisis*. Editorial universidad de Antioquia.

acción acerca de la práctica y por otro un mejoramiento del grupo social desde el punto de vista de quienes la ponen en marcha o se benefician”.

Sobre el mismo concepto de diseño investigación acción Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio (2014) expresan que *“Su precepto básico es que debe conducir a cambiar y por tanto este cambio debe incorporarse en el propio proceso de investigación. Se indaga al mismo tiempo que se interviene”*. Por lo que se infiere que este diseño permite transformar, mejorar y enriquecer el quehacer docente en el aula. Sandín (2003), citado por Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio (2014), señala que la investigación-acción pretende, esencialmente, propiciar el cambio social, transformar la realidad (social, educativa, económica, administrativa, etc.) y que las personas tomen conciencia de su papel en ese proceso de transformación”.

### **3.2 Alcance del estudio**

El alcance de esta investigación, y direccionado al objetivo principal, consiste en presentar una estrategia didáctica que favorezca la enseñanza y aprendizaje de intervalos de confianza basada en la resolución de problemas y apoyada en las nuevas tecnologías en la etapa inicial en estudiantes de ciencias económicas.

Se desarrolla un sistema de actividades pensadas y estructuradas teniendo en cuenta la teoría de resolución de problemas, ejecutadas en diferentes secciones donde se pretende un aprendizaje significativo mediante el uso apropiado de las tics y el trabajo colaborativo.

### **3.3 Población y muestra**

La población con la cual se trabaja son los estudiantes que cursan Estadística Inferencial en la Universidad Antonio Nariño en la sede Tunja y la muestra son 15 estudiantes de las carreras de administración de empresas, contaduría y comercio Internacional.

### **3.4 Métodos empíricos, técnicas e instrumentos utilizados**

Las técnicas utilizadas en la presente investigación y asociadas al diseño investigación acción son:

#### **3.4.1 Entrevista a Experto**

Entrevista a expertos para conocer su experiencia del proceso enseñanza y aprendizaje de los intervalos de confianza en los estudiantes de ciencias económicas y la opinión que se tiene del uso de la teoría de resolución de problemas y el uso de TIC's en este proceso.

#### **3.4.2 Encuesta a Docentes**

Encuesta a docentes que han impartido la asignatura, con el fin de obtener información del proceso de enseñanza-aprendizaje de los intervalos de confianza, sus dificultades y apreciaciones respecto a los resultados de aprendizaje. Esta encuesta será validada utilizando el método **Delphi** como técnica de comunicación estructurada, en la cual se pretende recoger información de la convergencia de docentes expertos sobre el proceso de enseñanza de intervalos de confianza.

#### **3.4.3 Observación participante**

Observación de clases para obtener información sobre el proceso de enseñanza-

aprendizaje de los intervalos de confianza por los estudiantes de ciencias económicas que cursan Estadística II (inferencial).

### **3.5 Fases de la investigación**

En concordancia con la investigación, que es de tipo cualitativo, el desarrollo se da en cuatro fases: Exploratoria, Diseño, Trabajo de campo y Análisis y valoración de resultados. En cada una de ellas se presentan actividades específicas que permiten alcanzar los objetivos propuestos en la investigación.

Salgado <sup>76</sup>, citado por Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio (2014), menciona las tres fases esenciales de los diseños de investigación-acción: observar (construir un bosquejo del problema y recolectar datos), pensar (analizar e interpretar) y actuar (resolver problemáticas e implementar mejoras), las cuales se dan de manera cíclica, una y otra vez, hasta que todo es resuelto, el cambio se logra o la mejora se introduce satisfactoriamente”.

#### **3.5.1 Fase Exploratoria**

En esta fase, se realiza una búsqueda exhaustiva del estado del arte, se plantea el problema de investigación, objetivos y aportes. Se busca la pertinencia y actualidad del tema en congresos y reuniones como el ICME, CERME y revistas indexadas en bases de datos científicas.

De igual manera se comienza a trabajar un marco teórico inicial, se elabora una actividad exploratoria con la muestra en estudio. Se determina qué tipo de investigación se va a realizar.

---

<sup>76</sup> Salgado Lévano, A. C. (2007). Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos. *Liberabit Revista Peruana de Psicología*, 13, 71–78.  
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=68601309>

### **3.5.2 Fase Diseño**

En esta fase se concreta el marco teórico de la tesis, basado en: Fundamentos de la teoría de resolución de problemas, fundamentos de la teoría de Comunidad de Práctica de Wenger, problemas no rutinarios, fundamentos de la simulación-visualización para tema intervalos de confianza, fundamentos del proceso enseñanza-aprendizaje de intervalos de confianza.

Se elaboran las actividades que permite ir visualizando el pilotaje y llevar a cabo un análisis de la situación e ir modificando y estructurando la actividad definitiva.

Para las actividades en las cuales se busca el apoyo de las tic's se evalúan los aportes que pueden dar diversos programas de simulación y se decide trabajar con los siguientes simuladores:

➤ **Interpreting Confidence Intervals an interactive visualization**

**Created by Kristoffer Magnusson**

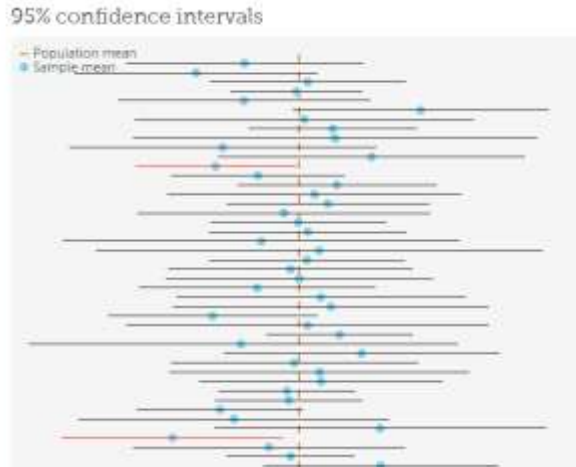
Simulador: <https://rpsychologist.com/d3/ci/>

License

Most content on this blog is licensed under a CC-BY or CC0 license, the specific license for each page will appear here.

© 2023 Kristoffer Magnusson.



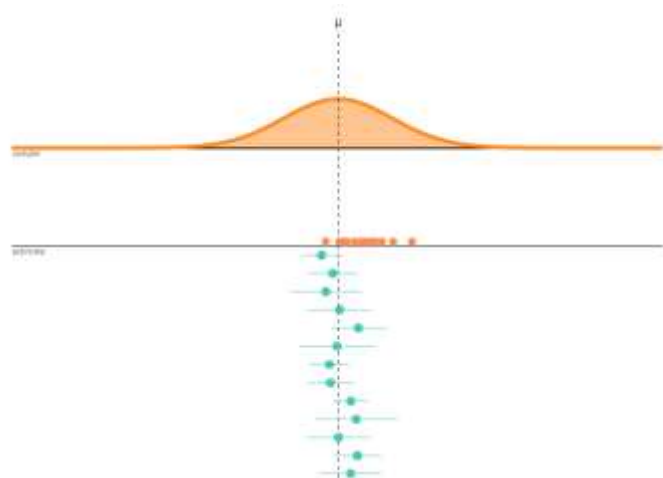
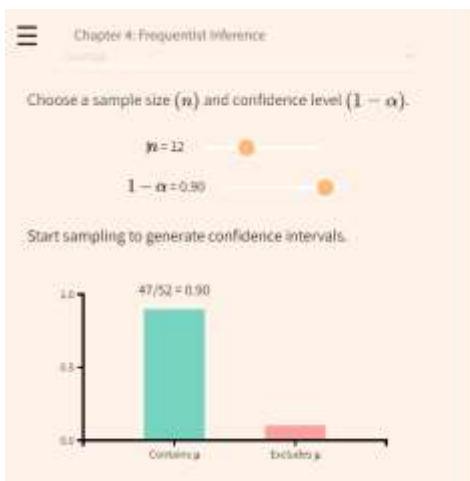


### ➤ Confidence Interval

Simulador: <https://seeing-theory.brown.edu/frequentist-inference/index.html#section2>

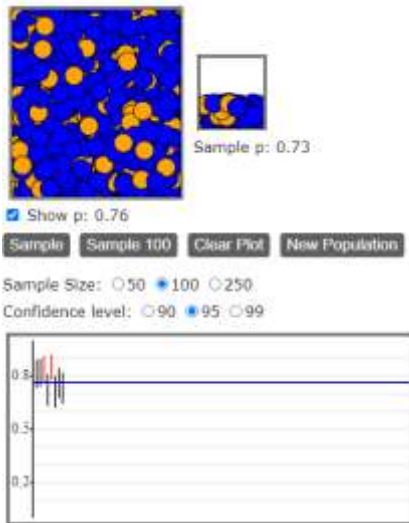
Copyright and License

Feel free to use Seeing Theory for educational purposes, but we ask that you do not use the visualizations for commercial use. Copyright 2016-2019.



## ➤ Confidence Intervals for a proportion

<https://www.usu.edu/math/schneit/Statlets/CI/index.html>



Se cuenta con autorización de la autora Dra Kady Scheneiter para su uso.

### 3.5.3 Fase Trabajo de Campo

En esta etapa se aplica la entrevista a Expertos, la encuesta a docentes y el sistema de actividades. En total son 5 actividades bien estructuradas y cada una de ellas cumpliendo una finalidad específica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de intervalos de confianza.

### 3.5.4 Fase Análisis y Presentación de resultados

En esta fase se realiza el análisis de las actividades mediante la triangulación de los datos recogidos los cuales se analizarán a partir de las categorías declaradas en el marco teórico y los hallazgos de la implementación de las actividades.

Posteriormente, se presentan los resultados producto del análisis y discusión teórica-conceptual.

### 3.6 Aporte práctico

El aporte práctico de esta investigación radica en un sistema de actividades para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje a través de resolución de problemas estadísticos y el apoyo de Tics, sustentado en la heurística, para lograr una conceptualización apropiada de Intervalo de confianza en los estudiantes de ciencias económicas de la UAN sede Tunja.

Cronograma de la etapa de investigación.

A continuación, se presenta las tareas realizadas en las fechas en las cuales se realizaron

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES				
ACTIVIDADES	SEMESTRES			
	SEMESTRE I	SEMESTRE II	SEMESTRE III	SEMESTRE IV
Elección del tema				
Planteamiento del problema				
Revisión de la literatura				
Estado del arte				
Planteamiento de los objetivos				
Construcción del marco teórico				
Apropiación del Leguaje y terminología usada.				
Diseño de las actividades				

Ejecución de las actividades				
Elaboración de instrumentos				
Evaluación de las actividades				
Elaboración del documento				

**Fuente: propia**

## **CAPÍTULO 4. APORTES DE LA INVESTIGACIÓN**

En este capítulo se presenta la encuesta a docentes, la entrevista a una experta en el tema y el sistema de actividades, elementos que se constituyen en los principales aportes para la sociedad del conocimiento. En estas actividades se tienen en cuenta los hallazgos y reflexiones realizados en el estado del arte y lo expuesto en el marco teórico en cuanto a teoría de la resolución de problemas, aprendizaje basado en problemas, intervalos de confianza y al uso de recursos tecnológicos.

### **4.1 Entrevista a Expertos**



*UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO*

*MAESTRIA EN EDUCACION MATEMATICA*

*BOGOTA COLOMBIA*

**Problema de investigación:** ¿Cómo contribuir al proceso de enseñanza y aprendizaje de Intervalos de confianza en el contexto de la resolución de problemas en estudiantes de ciencias económicas?

### **PREGUNTAS A EXPERTOS**

Pregunta 1: Según su experiencia ¿Cuáles cree que son las dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de intervalos de confianza en estudiantes de ciencias económicas?

Pregunta 2: ¿Cree usted que la dificultad en relación con la comprensión que los estudiantes experimentan en temas como intervalos de confianza se debe quizás a falencias de temas previos como probabilidad frecuentista, variabilidad, muestreo aleatorio?

Pregunta 3: Según sus investigaciones en el tema de teoría de estimación y más exactamente en intervalos de confianza ¿Cómo considera usted qué se pueda integrar resolución de problemas no rutinarios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de intervalos de confianza en estudiantes de ciencias económicas?

Pregunta 4: ¿De qué manera considera que la utilización de simuladores que ofrecen visualización dinámica (interactivos) puede ayudar a fortalecer la comprensión del concepto de intervalo de confianza en estudiantes de ciencias económicas?

#### **4.2 Encuesta a Docentes**





**Problema de investigación:** ¿Cómo contribuir al proceso de enseñanza y aprendizaje de Intervalos de confianza en el contexto de la resolución de problemas en estudiantes de ciencias económicas?

La presente encuesta tiene como objetivo conocer su opinión acerca de los aspectos relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje de Intervalos de confianza,

lo mismo con el uso de recursos tecnológicos para mejorar su conceptualización. Esta encuesta es anónima, los resultados de esta investigación permitirán ofrecer un sistema de actividades que fortalezcan el proceso de enseñanza y aprendizaje de intervalos de confianza.

Esta encuesta consta de 5 preguntas, lea atentamente cada una de ellas revise todas las opciones y elija la alternativa que más le identifique.

DATOS GENERALES		
Área de formación pregrado	Nivel académico	Años de experiencia docente
Licenciatura en Matemáticas	Profesional	Entre 1 y 5 años
Licenciatura en Física	Especialización	Entre 6 y 10 años
Ciencias económicas	Maestría	Más de 10 años
Ingeniería Industrial	Doctorado	
Matemáticas o física		

¿Ha dirigido alguna vez la asignatura de estadística inferencial?	SI	NO	ENCUESTA A DOCENTES		
					
¿Durante su práctica docente ha identificado dificultad en la apropiación del concepto de Intervalo de confianza por parte de sus estudiantes?	5. Muy frecuentemente	4. Frecuentemente	3. Ocasionalmente	2. Raramente	1. Nunca
En su proceso de enseñanza de Intervalo de confianza, ¿los estudiantes experimentan el muestreo aleatorio?					
¿Utiliza la teoría de resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje en Intervalo de Confianza?					
¿Utiliza recursos tecnológicos o simuladores en la clase de Estadística?					
¿Utiliza algún tipo de simulador cuando imparte el tema de Intervalo de confianza?					
En la etapa de evaluación, identifica que sus estudiantes registran dificultades en la apropiación correcta de los siguientes Temas: a. variabilidad del muestreo. b. Precisión c. Relación del tamaño de la muestra con la amplitud del intervalo d. Nivel de confianza e. Interpretación correcta de la información					

Preguntas encuesta

Elaboración Propia



### **4.3 Sistema de actividades**

#### **4.3.1 Actividad 1. El Agua es vida, ¿La estamos cuidando?**

**Tema:** Intervalo de confianza para media poblacional.

#### **Objetivos**

- Motivar que el estudiante tenga mayor experiencia con la variabilidad entre muestras.
- Interpretar el concepto de nivel de confianza mediante gráficas de intervalos de confianza asociados al experimento aleatorio.

#### **Intervalo de confianza para media poblacional**

#### **Sugerencias Metodológicas**

- Es importante que una sesión anterior a la actividad se haya cuestionado a los estudiantes las maneras de realizar estimaciones, compartiendo algún análisis de información de periódicos o noticieros (resultados de encuesta de preferencia de algún candidato, que significa que un refresco tenga una aceptación del 35%), de tal manera que ellos realicen una pequeña lectura de estimación. De igual forma invitarlos a revisar los conceptos adquiridos en la teoría elemental.
- Se formarán grupos de 3 o 4 personas, la sugerencia es que ellos se organicen a preferencia. Lo anterior con el fin que el trabajo en equipo sea motivador y cada integrante de lo mejor para beneficio del grupo.

- Posteriormente se hará entrega a cada uno de los grupos el problema a solucionar, de igual manera se entregará la definición adaptada de Lombardía (2010, p.4)

**Problema: Consumo de agua en Tunja**

Uno de los problemas históricos de la ciudad de Tunja es haber sufrido de sed por más de 4 siglos. Solo en el año 1999 los entes gubernamentales se interesaron por el tema e hicieron un contrato por más de 95 mil millones de pesos, con la empresa que hoy en día se conoce como Veolia, para ampliación y renovación de redes de acueducto y alcantarillado y otras obras de inversión conexas al servicio.

La siguiente tabla muestra resultados obtenidos en los últimos 24 años:



En la actualidad, por los problemas globales de medio ambiente y demás, se corre el riesgo de que nuevamente se entre en recesión de este servicio tan importante para la vida humana. Por esta razón es importante y urgente implementar alguna estrategia para que su consumo sea más responsable.

Por las razones expuestas anteriormente, el municipio contrata a su equipo de trabajo para que realice un análisis del comportamiento del consumo de agua por

familia, estrato, habitante; este informe presentado por usted y su equipo de trabajo debe ser relevante y de confiabilidad ya que el municipio pretende utilizarlo más adelante para sacar un nuevo modelo matemático, donde se tenga en cuenta la responsabilidad con medio ambiente que tiene cada hogar.

**El informe que presenten debe ser bien detallado, de manera que las personas adquieran claro el concepto que utilizaron para dicho informe.**

. Explicar el concepto utilizado para dicho informe.

### **Material/ Recursos**

- Recibos obtenidos por los estudiantes.
- Papel milimetrado, regla y esferos de colores.
- Sala de informática

### **Preguntas**

Preguntas para las etapas de trabajo.

Las siguientes preguntas se realizan en el transcurso de la actividad. Las primeras 4 se realizarán para el grupo en general. Cuando los grupos direccionen su trabajo, las preguntas orientadoras serán para cada uno de ellos dependiendo de las necesidades que vayan presentando.

- ¿Cuál creen que es el mejor concepto para realizar el trabajo?
- ¿Cuántas muestras aleatorias de tamaño  $n$  se pueden obtener de la población, cuyo tamaño es  $N$  datos (para que los estudiantes trabajen el concepto tomarán como población los recibos obtenidos)?

Se deja tiempo para que los chicos respondan

- ¿Si cambiaran un dato de una de las muestras que tienen, resultaría la misma muestra?
- ¿Cómo creen (proceso) que podemos obtener un número determinado de muestras (25) de tamaño  $n$  (35)?.
- ¿Qué estadísticos se pueden o deben obtener de ella?, ¿cuáles interesan para el objetivo.?
- ¿Para obtener los límites del intervalo de confianza qué datos se necesitan?  
¿De dónde se pueden obtener, qué significados tienen?
- ¿Cómo se pueden graficar estos resultados?
- ¿Qué observan en la gráfica? ¿Qué tienen en común entre ellos?
- ¿Qué hace falta para poder terminar de construir el concepto de intervalo de confianza?
- ¿Cómo podrían visualizar la parte final del concepto de intervalo de confianza?
- ¿Entonces qué porcentaje de ellos?

#### **4.3.2 Actividad 2. Viendo, viendo, más aprendo**

**Tema:** Intervalo de confianza para media poblacional

##### **Objetivos**

- Interpretar el concepto de nivel de confianza usando el simulador.
- Comprender la relación entre el tamaño de la muestra y el margen de error.
- Observar la relación entre nivel de confianza y la amplitud del intervalo.

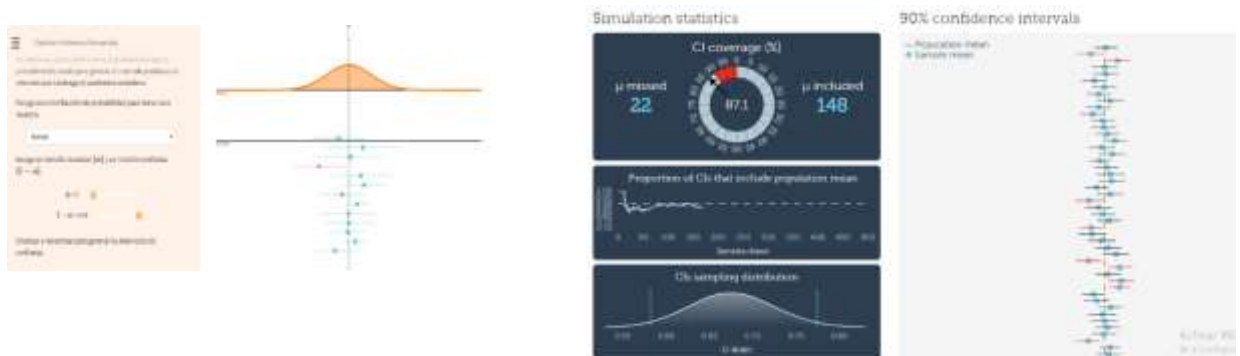
##### **Sugerencias Metodológicas**

- La idea es permitir que sigan trabajando los mismos grupos que se organizaron en la anterior actividad, grupos de 3 o 4 personas, recordar que la finalidad del trabajo en equipo es para beneficio del grupo.
- Esta actividad se realizará en la sala de cómputo. La idea es que cada estudiante pueda acceder a un equipo de tal manera que el trabajo sea más productivo. La colaboración entre los integrantes de cada grupo será siempre en pro de la apropiación de los conceptos.

### Simulador intervalo de confianza para medias

Utilice el simulador de intervalos de confianza para MEDIAS, generando muestras de diferentes tamaños y con diferentes niveles de confianza.

- Presente un informe sobre lo observado y la relación de las diferentes variables, a saber, nivel de confianza, tamaño de la muestra, margen de error, amplitud del intervalo.



- Realizar un video corto donde presenten el concepto de intervalo de confianza utilizando el simulador.

Simulador 1. <https://seeing-theory.brown.edu/frequentist-inference/es.html#section2>

Simulador 2. <https://rpsychologist.com/d3/ci/>

Nota: Los simuladores son de libre acceso

### **Preguntas Orientadoras**

Las preguntas para esta actividad son basadas en los aportes de Roldán López de Hierro, A. F., Batanero, C. & Álvarez-Arroyo, R. (2020).

Comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de Bachillerato, la idea es que los estudiantes comprendan la relación que existe entre las variables involucradas en el concepto.

- **Evalúa la comprensión que poseen los estudiantes acerca de la relación entre el ancho del intervalo de confianza y el tamaño de la muestra.**
- **Evalúa la comprensión de la relación entre el nivel de confianza y el ancho del intervalo**

Teniendo en cuenta estos aportes de Batanero se formulan las siguientes preguntas:

1. ¿Qué entienden por relación entre dos variables?
2. ¿Qué tipo de relación estamos buscando?
3. ¿Hasta el momento qué piensan que es el ancho del intervalo?
4. ¿Podrían obtener una manera (fórmula) para el ancho del intervalo?
5. ¿Cómo lo podrían realizar utilizando el simulador?
6. ¿Si hay más de dos variables, cómo se puede observar la relación entre dos de ellas?
7. ¿Se podría graficar el tipo de relación que se observa?


### 4.3.3 Actividad 3. Una diversidad de colores y sabores, ¿el color amarillo es más económico?

**Tema:** Intervalo de confianza para proporción.

#### Objetivos

- Construir tablas de frecuencia asociadas a experimentos aleatorios con variable cualitativa.
- Motivar que el estudiante tenga mayor experiencia con la variabilidad entre muestras.
- Interpretar el concepto de nivel de confianza mediante gráficas de intervalos de confianza asociados a un experimento aleatorio.
- Reconocer características de la distribución t-student.


#### Problema

El gerente de producción de  contrata a su equipo de trabajo para que presente un informe respecto a las proporciones por colores de la producción de dulces. El informe debe ser lo más explícito y comprensible ya que éste se debe presentar ante los accionistas, quienes no son expertos en estadística.

**Nota:** La importancia del estudio para la empresa radica en el costo unitario de producción ya que depende de los colores. Se sabe que los de color amarillo salen más económicos que los demás colores, por eso es importante para los accionistas saber qué proporción de cada uno de ellos se está produciendo.

## Material



- Dulces  que conforman la población.
- Recipientes medianos.
- Papel milimetrado, regla y esferos de colores.

## Preguntas

En esta actividad se pretende que los grupos de trabajo experimenten ventajas del ABP: la autonomía, la motivación, el desarrollo de la competencia digital, entre otros.

Preguntas para las etapas de trabajo.

- ¿Cuál creen que es el mejor concepto que da respuesta a la solicitud del gerente?
- ¿Cuántas muestras aleatorias de tamaño  $n$  se pueden obtener de la población cuyo tamaño es  $N_p$  datos (cantidad de dulces que cada grupo lleve)?  
Se deja tiempo para que los chicos respondan
- ¿Cómo creen (proceso) que podemos obtener un número determinado de muestras (ejemplo 25) de tamaño  $n$ ?
- ¿Qué estadísticos pueden o deben obtenerse de la muestra?
- ¿Cuáles nos interesan para nuestro objetivo?
- ¿Para obtener los límites del intervalo de confianza qué datos necesitan?
- ¿De dónde los pueden obtener?
- ¿Qué significados tienen?
- ¿Cómo pueden graficar estos resultados?
- Observando la gráfica, ¿qué tienen en común?



- ¿Cuál estadístico se debe trabajar si la varianza no es conocida?

#### **4.3.4 Actividad 4. Y si duplicamos el tamaño de la muestra.**

**Tema:** Intervalo de confianza para proporción poblacional.

#### **Objetivos**


- Reforzar el concepto de variable cualitativa y su diferencia respecto a variable cuantitativa.
- Interpretar el concepto de nivel de confianza usando el simulador.
- Comprender la relación entre el tamaño de la muestra y el margen de error.
- Observar la relación entre nivel de confianza y ancho del intervalo.

#### **Sugerencias Metodológicas**

- La idea es permitir que sigan trabajando los mismos grupos que se organizaron en la anterior actividad, grupos de 3 o 4 personas, recordar que la finalidad del trabajo en equipo es para beneficio del grupo.
- Esta actividad se realizará en la sala de cómputo. La idea es que cada estudiante pueda acceder a un equipo de tal manera que el trabajo sea más productivo. La colaboración entre los integrantes de cada grupo será siempre en pro de la apropiación de los conceptos.

#### **Simulador intervalo de confianza para proporción**

Cuando se trabaja con variables cualitativas, se pregunta por la estimación de una proporción, usando intervalos de confianza para la proporción de la población.

Utilizar el simulador de intervalos de confianza para proporciones  generando muestras de diferentes tamaños y con diferentes niveles de confianza. De acuerdo con lo observado, presenten un informe donde se aprecie la relación entre diferentes variables, a saber, nivel de confianza, tamaño de la muestra, margen de error, ancho del intervalo.

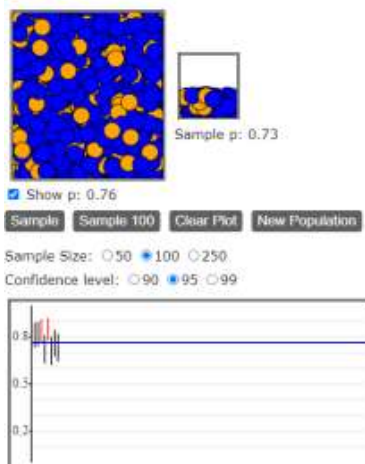
Teniendo en cuenta el informe y lo observado anteriormente, ¿Qué soluciones podrían dar si sabemos qué en un estudio realizado se desea obtener una reducción del margen de error a la mitad, si la proporción de la muestra no cambia?

¿Qué consecuencia se tiene en el tamaño del intervalo si en un estudio se duplica el tamaño de la muestra?

## Material

### Simulador 3.

<https://www.usu.edu/math/schneit/Statlets/CI/index.html> usado con permiso del autor.



## Preguntas

Las preguntas para esta actividad son basadas en los aportes de Roldán López de Hierro, A. F., Batanero, C. & Álvarez-Arroyo, R. (2020). Comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de Bachillerato, la idea es que los estudiantes comprendan la relación que existe entre las variables involucradas en el concepto.

- **Evalúa la comprensión que poseen los estudiantes acerca de la relación entre el ancho del intervalo de confianza y el tamaño de la muestra.**
- **Evalúa la comprensión de la relación entre el nivel de confianza y el ancho del intervalo.**
  1. ¿Cómo podrías definir la relación entre dos variables?
  2. ¿Hasta el momento qué piensan que es el ancho del intervalo?
  3. ¿Podrían obtener una manera (fórmula) para el ancho del intervalo?
  4. ¿Cómo lo podríamos realizar utilizando el simulador?
  5. ¿Se podría graficar el tipo de relación que se observa?
  6. ¿Si duplicamos el tamaño de la muestra, pero la probabilidad de éxito ( $p$ ) resulta la misma, qué sucede con el error de estimación?
  7. ¿Se puede pensar en alguna solución si necesitamos disminuir un error de estimación a la tercera parte?

#### **4.3.5 Actividad 5. Una visión a la economía mundial.**

**Tema:** Intervalo de confianza para la diferencia de medias en poblaciones independientes.

#### **Objetivos**

- Interpretar datos de variable cuantitativa a partir de una gráfica.

- Realizar estadística descriptiva de datos sin agrupar.
- Utilizar el modelo matemático de intervalo de confianza para diferencia de medias.
- Analizar el resultado para la diferencia de medias en variable continua.

**Problema:** . *Aumentar la inversión para fomentar una recuperación sostenible e inclusiva de la pandemia es ahora una prioridad política de todos los países. Para ello es necesario promover la inversión en las infraestructuras y en la transición energética, en la resiliencia y en la atención sanitaria”.*

Este informe está disponible para libre acceso de conformidad con la licencia Creative Commons creada “para las organizaciones intergubernamentales, disponible en <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/igo/>.

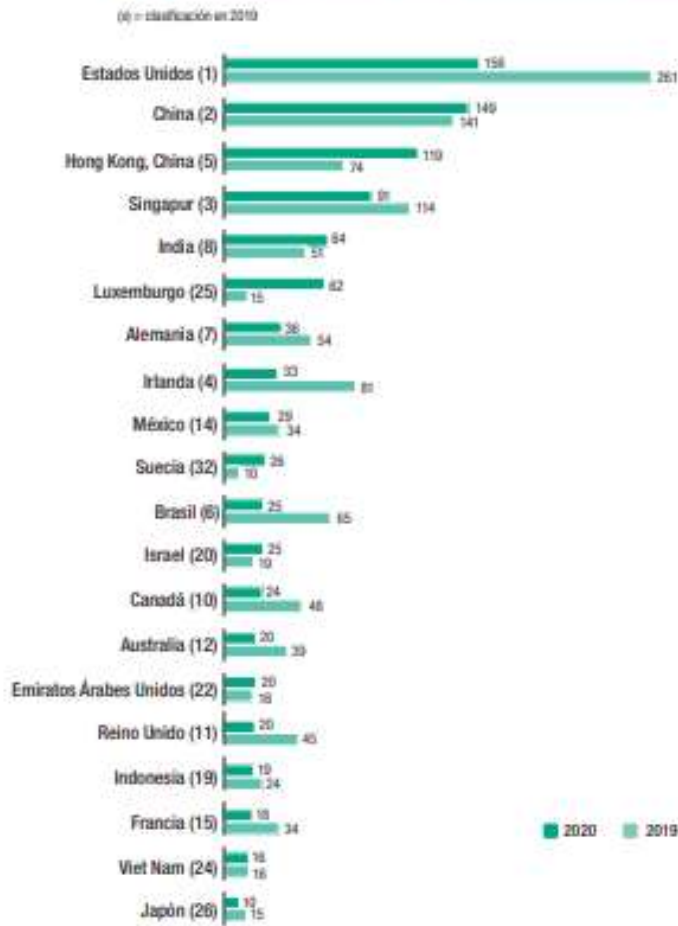
Basados en este documento presenten un informe con los siguientes requerimientos:

Informe comparativo en diferencia de promedio de inversión por grupos de economía desde el 2010 hasta el 2020.



Informe comparativo del 2019 con el 2020 de las entradas de inversión extranjera directa.

**Figura 2. Entradas de inversión extranjera directa, 20 principales economías receptoras, 2019-2020** (En miles de millones de dólares)



Fuente: UNCTAD.

## Recomendación

Realizar una revisión del documento original para obtener información más clara y contextualizarse del trabajo realizado.

**En esta actividad los grupos de trabajo deben realizar investigación sobre el tema a trabajar, el modelo matemático y recordar la estadística descriptiva y análisis de datos en las gráficas presentadas.**

### **Preguntas Orientadoras Generales**

1. Teniendo en cuenta las actividades anteriores, ¿Qué creen que se solicita en este problema?
2. ¿Qué es media poblacional? ¿Cómo se estima? ¿Qué se debe tener para poder encontrar esta estimación?
3. ¿Qué saben sobre la diferencia de medias poblacionales, **cuando se tienen dos poblaciones independientes**? ¿Qué factores creen que pueden afectar su estimación?
4. ¿Qué es el intervalo de confianza para la diferencia de medias poblacionales y cómo se calcula? ¿El modelo será el mismo de intervalos de confianza para la media poblacional? ¿Qué modelo creen que se debe utilizar?
5. ¿Qué método se utiliza para estimar la varianza poblacional en el cálculo del intervalo de confianza para la diferencia de medias poblacionales?
6. En cuanto a la comparación ¿Cómo se puede interpretar el intervalo de confianza para la diferencia en medias poblacionales, si los dos límites del intervalo son positivos? y ¿cómo se puede interpretar, si los dos son negativos?
7. ¿Cómo se puede interpretar el intervalo de confianza para la diferencia en medias poblacionales, si el límite inferior es negativo y el otro es positivo?
8. ¿Qué factores influyen en la precisión en la estimación?

9. ¿De qué depende la amplitud del intervalo de confianza para la diferencia de medias poblacionales?

El docente pasará por cada uno de los grupos para observar lo trabajado y en caso de que se amerite, por medio de más preguntas puntuales a cada grupo, orientará el trabajo. (por su complejidad, este trabajo se va a extender a trabajo extra-clase, para lo cual se solucionarán dudas utilizando el correo institucional).

## **CAPÍTULO 5. ANÁLISIS Y VALORACIÓN DE RESULTADOS**

### **5.1 Aporte de entrevista a expertos**

Doctora Nubia Gómez

La Doctora Nubia Gómez es docente universitaria destacada por sus investigaciones en estadística; se encuentra vinculada laboralmente a la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, hace parte de los grupos de investigación HISULA y el grupo de Estadística Gamma. En los últimos años se ha perfilado hacia las líneas de investigación de Historia y Prospectiva en la Educación Latinoamericana, está adscrita al doctorado en Ciencias de la Educación de la Red de Universidades Públicas Colombianas- RUDECOLOMBIA y al análisis de datos a través de técnicas estadísticas multivariantes, lo que le permite contar con conocimientos fundamentales en métodos cualitativos y cuantitativos para abordar estudios que requieren ese tipo de competencias.

A continuación, se presentan los aportes realizados al presente trabajo por la doctora Nubia:

¿Cuáles cree que son las dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de intervalos de confianza en estudiantes de ciencias económicas?

¿Cree usted que la dificultad en relación con la comprensión que los estudiantes experimentan en temas como intervalos de confianza se debe quizá a falencias de temas previos como probabilidad frecuentista, variabilidad, muestreo aleatorio?

“Intervalos de confianza... bueno. El tema de intervalos de confianza es un tema que requiere varios elementos, uno de ellos, manejar parte descriptiva porque los



estudiantes necesitan utilizar muy seguramente un promedio muestral, una varianza muestral, una desviación estándar, entonces ellos tienen que retomar los conceptos básicos de estadística de la semana uno o de la semana dos de clase, donde se enseña qué es una muestra, cómo se calcula el promedio de esa muestra, cuándo la variable es de tipo cuantitativo y cualitativo, como se calcula la varianza y qué permite analizarla”.

Continúa: “El tema de intervalos de confianza se da casi siempre en un programa, varias semanas después de que se han enseñado esos temas; entonces a veces esa es una de las dificultades, que ellos no recuerdan muy bien cómo calcular un promedio o una varianza entonces tienen que volverlo a recordar”.

“Así mismo el tema de intervalos de confianza requiere del manejo de una distribución de probabilidad, entonces tienen que conocer ellos el concepto de **¿Qué es una probabilidad?**, el manejo de una distribución de probabilidad que muy posiblemente podrá ser; típicamente se maneja la tabla normal estándar o la tabla t de student, entonces eso es otro espacio en el cual los estudiantes tienen que entrar a revisar. A algunos se les dificulta la tabla, cómo es el manejo de la tabla y cómo encontrar el valor en la tabla, y eso se da porque como la tabla tiene varios valorcitos **de probabilidad** hay un subíndice que muy seguramente es un intervalo de tipo bilateral, es con uno menos alfa medios. Ellos tienen que saber a cuánto equivalen ese  $1 - \alpha/2$ , hacer un cálculo, un despeje y con ese dato buscar en la tabla, ese es un **segundo problema** cómo detectar y cómo encontrar ese valor según la distribución que se esté trabajando, a veces es la tabla normal, la t de

student; para la varianza se utiliza otra la de Fisher o la de chi cuadrado. Seguir la fórmula ellos la siguen ahí no hay mucho problema”.

“El otro momento es la **interpretación** que hacen con ese intervalo. Después del proceso, ellos llegan a los números uno que hace de límite inferior, otro que hace las veces de límite superior; lo que no logran comprender ellos es que es una técnica de medida inferencial, los intervalos no van para la muestra sino va para toda la población. Cerrar la apreciación con el nivel de confianza, por ejemplo el tiempo promedio de una entrevista está de 10 a 15 minutos con un nivel de confianza del ,, esa parte también es una partecita de dificultad”.

Pregunta 3: Según sus investigaciones en el tema de teoría de estimación y más exactamente en intervalos de confianza ¿Cómo considera usted que se pueda integrar resolución de problemas no rutinarios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de intervalos de confianza, en estudiantes de ciencias económicas?

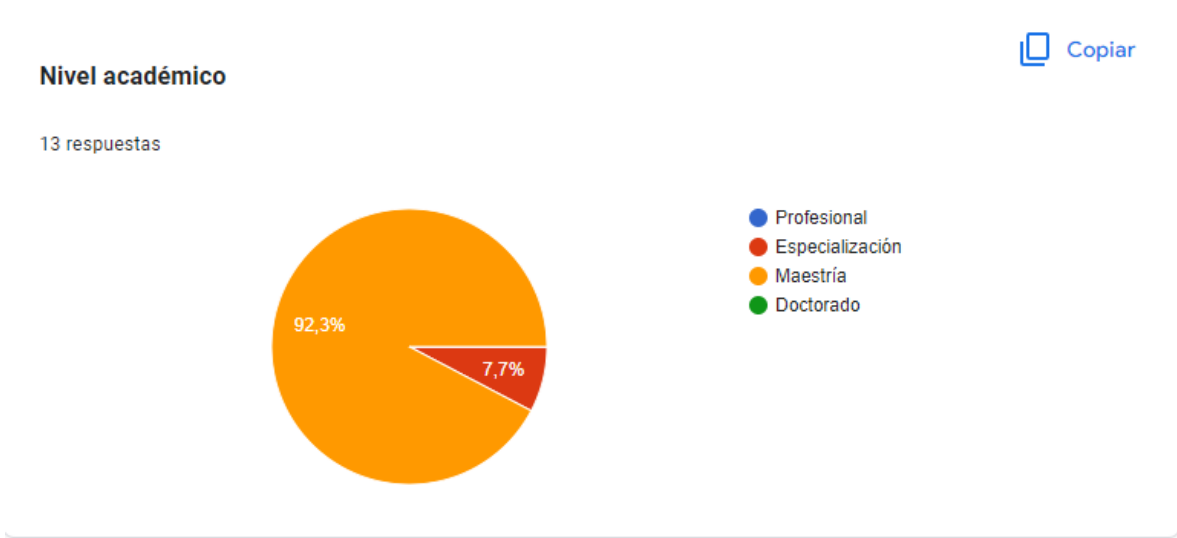
“La evidencia se obtiene de la muestra, para que sea válida no debe ser elegida bajo criterios que sean dudosos, requiere de una muestra típicamente obtenida en el muestreo aleatorio simple; imitaciones de hacer un muestreo, aunque sea poca información que sea muy representativa el tamaño de muestra bajo el nivel de confianza, pasos metodológicos. El crear problemas que sean cercanos a ellos les puede generar motivación y enfrentarse a realizar todo el proceso me parece que puede fortalecer el proceso”.

Pregunta 4: ¿De qué manera considera que la utilización de simuladores que ofrecen visualización dinámica (interactivos) puede ayudar a fortalecer la comprensión del concepto de intervalo de confianza, en estudiantes de ciencias económicas?

“Simuladores, el uso de recursos es importante, en este momento la estadística debe apoyarse en las tics, pero yo considero que se debe trabajar primero en pequeño o sea manual, paso a paso en pequeño, después sí entrar a apoyarse de estos recursos Excel o simuladores, sobre todo en el caso específico de generar muchas muestras. Se debe lograr interpretar la misma construcción de los intervalos de confianza, donde se tienen los datos de una muestra, de una de tantas que se pudieron generar, por supuesto también direccionar este recurso según lo que se quiere perseguir. El otro problema que se da es las limitaciones de los tiempos, pues debe tratar de cubrirse el programa y no se tiene mucho tiempo para estos temas, como se necesitaría. Lo importante de estos recursos es si de alguna manera pueden ofrecer información de todos los temas que están involucrados como la estadística descriptiva, como probabilidad, conceptualización de que es una técnica inferencial”.

## 5.2 Aportes de encuesta a docentes

A continuación se presentan los resultados a los docentes:



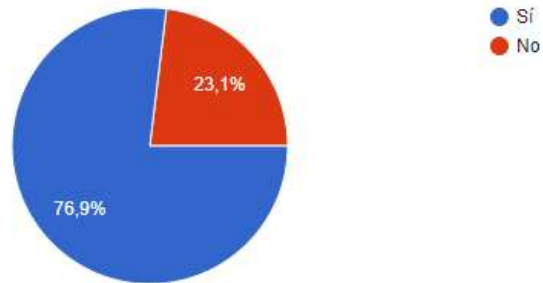
### Años de experiencia docente

13 respuestas

¿Ha dirigido alguna vez la asignatura de estadística inferencial?

 Copiar

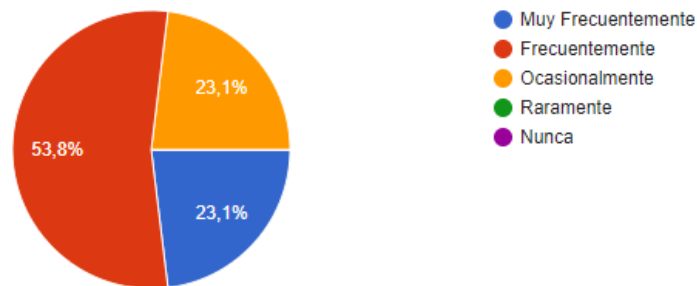
13 respuestas



Durante su práctica docente, ¿Ha identificado dificultad en la apropiación del concepto de Intervalo de confianza por parte de sus estudiantes?

 Copiar

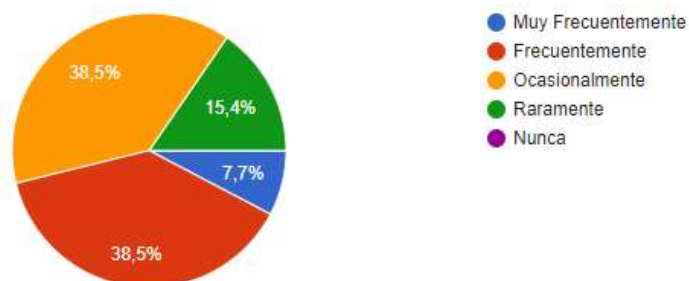
13 respuestas



En su proceso de enseñanza de Intervalo de confianza, ¿los estudiantes experimentan el muestreo aleatorio?

 Copiar

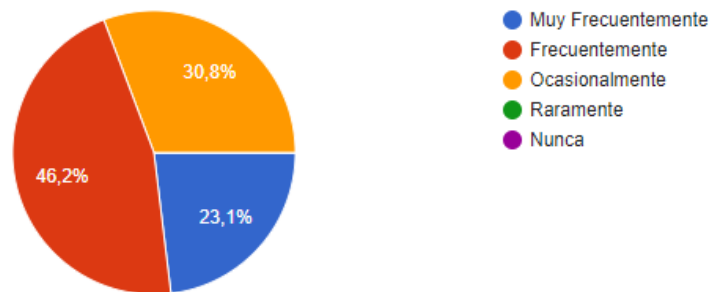
13 respuestas



**¿Utiliza la teoría de resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de Intervalos de Confianza?**

 Copiar

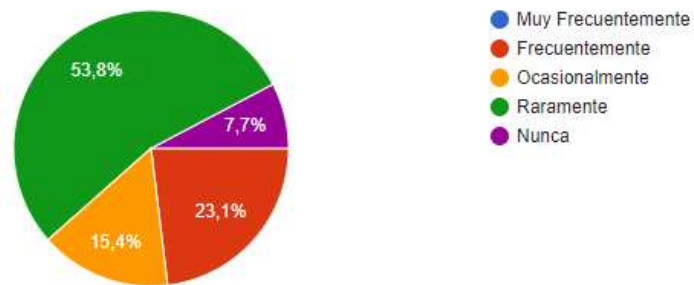
13 respuestas

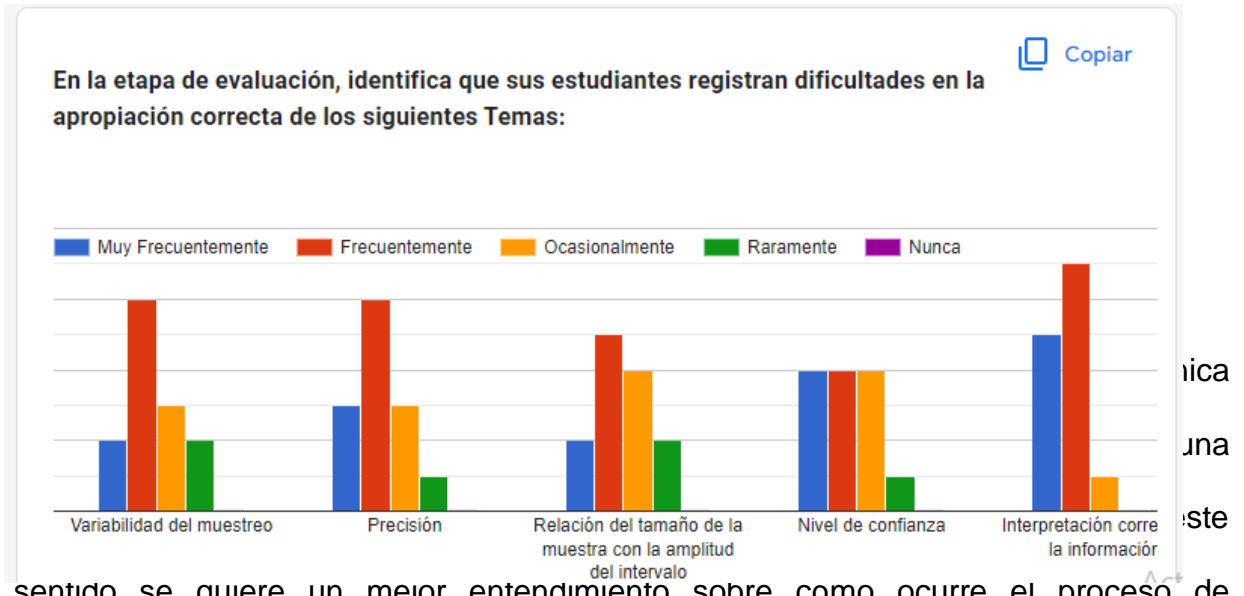


**¿Utiliza algún tipo de simulador cuando imparte el tema de Intervalo de confianza?**

 Copiar

13 respuestas





En este sentido se quiere un mejor entendimiento sobre como ocurre el proceso de enseñanza- aprendizaje de intervalos de confianza, en estudiantes de ciencias económicas de la ciudad de Tunja.

A continuación, se muestra el respectivo análisis.

pregunta	Durante su práctica docente, ¿Ha identificado dificultad en la apropiación del concepto de Intervalo de confianza por parte de sus estudiantes?	En su proceso de enseñanza de Intervalo de confianza, ¿los estudiantes experimentan el muestreo aleatorio?	¿Utiliza la teoría de resolución de problemas en el proceso de enseñanza- aprendizaje de Intervalos de Confianza?	En la etapa de evaluación, identifica que sus estudiantes registran dificultades en la apropiación correcta de los siguientes Temas: [Variabilidad del muestreo]	En la etapa de evaluación, identifica que sus estudiantes registran dificultades en la apropiación correcta de los siguientes Temas: [Precisión]	En la etapa de evaluación, identifica que sus estudiantes registran dificultades en la apropiación correcta de los siguientes Temas: [Relación del tamaño de la muestra con la amplitud del intervalo ]	En la etapa de evaluación, identifica que sus estudiantes registran dificultades en la apropiación correcta de los siguientes Temas: [Nivel de confianza ]	En la etapa de evaluación, identifica que sus estudiantes registran dificultades en la apropiación correcta de los siguientes Temas: [Interpretación correcta de la información ]
1	3	3	4	2	2	3	3	4
2	4	3	5	2	3	3	3	5
3	4	4	4	3	3	3	3	5
4	4	3	3	4	5	4	5	5
5	4	3	4	4	4	4	4	4
6	5	4	4	4	4	3	5	4
7	3	4	4	4	4	4	4	4
8	4	4	5	3	3	2	3	3

9	4	3	3	4	4	4	4	4
10	4	4	3	4	4	4	4	4
11	3	5	5	3	4	2	2	4
12	5	2	4	5	5	5	5	5
13	5	2	3	5	5	5	5	5
	1	2	3	4	5	6	7	8

TABLA DE FRECUENCIA ABSOLUTA

PREGUNTA	MUY FRECUENTEMENTE	FRECUENTEMENTE	OCASIONALMENTE	RARAMENTE	NUNCA
A	3	7	3	0	0
B	1	5	5	2	0
C	3	6	4	0	0
D	5	7	1	0	0
E	2	6	3	2	0
F	3	6	3	1	0
G	2	5	4	2	0
H	4	4	4	1	0

TABLA DE FRECUENCIA ACUMULADA

PREGUNTA	MUY FRECUENTEMENTE	FRECUENTEMENTE	OCASIONALMENTE	RARAMENTE	NUNCA
A	3	10	13	13	13
B	1	6	11	13	13
C	3	9	13	13	13
D	5	12	13	13	13
E	2	8	11	13	13
F	3	9	12	13	13
G	2	7	11	13	13
H	4	8	12	13	13

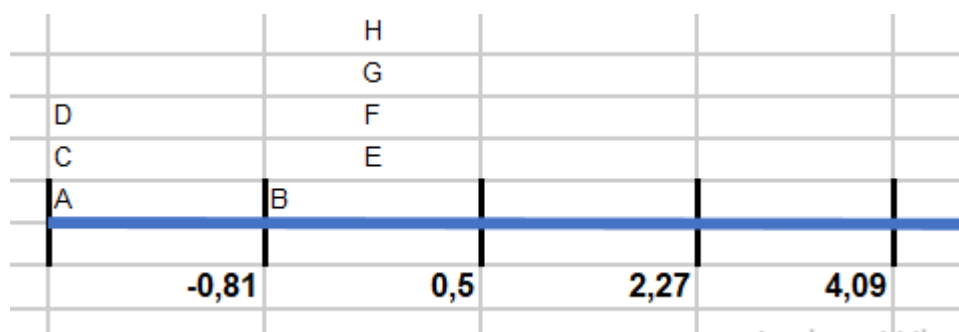
TABLA DE FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA

PREGUNTA	MUY FRECUENTEMENTE	FRECUENTEMENTE	OCASIONALMENTE	RARAMENTE	NUNCA
----------	--------------------	----------------	----------------	-----------	-------

A	0,230769231	0,769230769	1	1	1
B	0,076923077	0,461538462	0,846153846	1	1
C	0,230769231	0,692307692	1	1	1
D	0,384615385	0,923076923	1	1	1
E	0,153846154	0,615384615	0,846153846	1	1
F	0,230769231	0,692307692	0,923076923	1	1
G	0,153846154	0,538461538	0,846153846	1	1
H	0,307692308	0,615384615	0,923076923	1	1

TABLA DE FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA								
PREGUNTA	MUY FRECUENTEMENTE	FRECUENTEMENTE	OCASIONALMENTE	RARAMENTE	NUNCA	SUMA	PROMEDIO	N- PROMEDIO
A	-0,74	1,02	4,09	4,09	4,09	13,29	3,32	-1,29
B	-1,43	-0,1	1,02	4,09	4,09	9,1	2,28	-0,25
C	-0,74	0,5	4,09	4,09	4,09	12,77	3,19	-1,16
D	-0,29	1,43	4,09	4,09	4,09	13,7	3,42	-1,39
E	-1,02	0,29	1,02	4,09	4,09	9,49	2,37	-0,34
F	-0,74	0,5	1,43	4,09	4,09	10,11	2,53	-0,5
G	-1,02	0,1	1,02	4,09	4,09	9,3	2,32	-0,29
H	-0,5	0,29	1,43	4,09	4,09	9,9	2,47	-0,45
SUMA	-6,47	4,04	18,18	32,72	32,72	81,19	21,92	-19,89
PUNTOS DE CORTE	-0,81	0,5	2,27	4,09	4,09	10,15		

2,02973





### 5.3. Resultados del sistema de actividades

En este capítulo se presenta detalladamente los resultados de cada una de las actividades. Al final de cada una, se encuentra una tabla, por categorías, a modo de resumen.

#### 5.3.1 Resultados de la Actividad 1

A continuación, se presentan los aspectos más relevantes de la primera actividad:

**Tema:** Intervalo de confianza para media poblacional

##### 5.3.1.1 Motivar al estudiante a que tenga mayor experiencia con la variabilidad entre muestras. (repetir muestras)

En detalle, para el desarrollo de la actividad, los estudiantes en primer lugar debían recoger la información que consistía en recolectar recibos del servicio de agua y obtener las muestras. Cada estudiante de la clase de Estadística II recopiló cinco (5) recibos, para un total de setenta y cinco (75), los cuales conformaron la población. En la figura se muestran algunas de las facturas compartidas por los alumnos.



Imagen 1 resultados

Luego, toda la información recopilada por los alumnos fue transcrita en un documento de Excel para ser usada posteriormente.

Los grupos comenzaron a trabajar en el mismo documento.

Durante el desarrollo de la actividad, se hicieron las siguientes preguntas orientadoras:

- ¿Cuál creen que es el mejor concepto para dar respuesta al problema presentado?

Los estudiantes previamente fueron cuestionados sobre las diferentes formas de cómo se pueden estimar parámetros de una población y se motivaron a consultar sobre la estimación puntual y la estimación por intervalo de confianza, motivo por el cual los alumnos proponen que la mejor manera de dar solución al problema es implementando el concepto de intervalo de confianza.

Los estudiantes reciben el concepto de intervalo de confianza que ha sido adaptada de Lombardía en un lenguaje un poco más sencillo, de tal manera que pueda ser comprendido y poder dar respuesta al problema:

Si se toma un número suficientemente grande de muestras de tamaño  $n$   $\{x_1, \dots, x_n\}$  y se construyen los correspondientes intervalos de confianza, el  $100(1 - \alpha)\%$  de ellos contiene el verdadero valor del parámetro. Adaptado de (Lombardía, 2010, p.4).

Se deja un tiempo para que lean y traten de interpretar la definición.

Luego, para verificar o cuestionar a los estudiantes sobre su comprensión del concepto, se realizan las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas muestras distintas de tamaño 35 se pueden obtener de la población cuyo tamaño es 75? Los estudiantes tomarán como población los recibos obtenidos.

De acuerdo con esto, se les consulta a los estudiantes sobre la cantidad de muestras que pueden obtener, con el propósito de indagar sobre la comprensión respecto al muestreo aleatorio. Tres de cinco grupos respondieron que salían dos muestras distintas de tamaño 35 y que sobraban cinco datos; y los restantes asienten de manera gestual que sus compañeros respondieron adecuadamente.

En consonancia con el marco teórico de la investigación, lo descrito anteriormente conlleva a identificar un distanciamiento conceptual respecto al muestreo aleatorio.

- ¿Si cambiaran un dato de una de las muestras que tienen, resultaría la misma muestra?

Ante esta pregunta, los estudiantes respondieron con asombro, ¡No, sería una muestra distinta! En consecuencia, el docente pregunta ¿Cuántas muestras se pueden obtener? Un grupo responde rápidamente que se obtienen cinco muestras más; pero otros grupos difieren y mencionan que son aún más, pues se pueden cambiar dos o tres datos de la muestra original.

De acuerdo con las respuestas, la docente invita a realizar consultas sobre el concepto de muestreo aleatorio y cuestionarse cuántas muestras distintas se podrían obtener.

- ¿Cómo creen (proceso) que se pueden obtener 20 muestras de tamaño 35?

Los estudiantes realizan el proceso.

Inicialmente todos los grupos empiezan a escoger dato por dato para formar la muestra. Sin embargo, una integrante de un grupo se cuestiona si hay otra forma para hacerlo y tiene la idea de buscar en internet un programa para acelerar el proceso. Fue así que encontró el programa “**Pilaapp**” (generador de números aleatorios), que ayudó a que el muestreo fuera más ágil y así optimizar el tiempo. Se realizó la toma de veinticinco (25) muestras aleatorias, con ayuda del programa.



Imagen Programa Pilaapp

Otro grupo expresó lo siguiente: “Para la construcción del muestreo aleatorio, se eligió la herramienta Excel para realizar el respectivo muestreo aleatorio de tamaño 28. Por tanto, mediante la investigación y consulta de fórmulas que permitieran un experimento aleatorio con la totalidad de los 75 datos, se seleccionó la fórmula: = ELEGIR (ALEATORIO.ENTRE) y para la construcción de cada muestra de tamaño 28 se arrastró la fórmula hasta las 28 casillas y se abstraieron los 28 datos que harán

parte de la muestra. En virtud de lo anterior, se repitió el mismo proceso para construir las 25 muestras aleatorias.”

A continuación, en la figura se muestra el procedimiento.

Hasta este momento se han evidenciado dos cosas importantes: primero

CONSUMO		
8	6	2
24	5	32
9	2	51
25	5	13
22	12	25
14	11	7
14	10	11
13	4	8
11	8	12
13	11	6
12	11	12
15	3	12
7	4	12
0	11	18
5	8	10
20	3	11
4	11	13
6	22	9
7	5	9
12	11	10
8	16	9
5	8	9
5	24	2
5	2	10
11	12	11

M1	=ELEGIR(ALEATORIO.ENTRE(1;75);\$B\$6;\$B\$7;\$B\$8;\$B\$9;\$B\$10;\$B\$11;\$B\$12;\$B\$13;\$B\$14;\$B\$15;\$B\$16;\$B\$17;\$B\$18;\$B\$19;\$B\$20;\$B\$21;\$B\$22;\$B\$23;\$B\$24;\$B\$25)																											
M2	=ELEGIR(ALEATORIO.ENTRE(1;75);\$B\$25;\$B\$26;\$B\$27;\$B\$28;\$B\$29;\$B\$30;\$B\$31;\$B\$32;\$B\$33;\$B\$34;\$B\$35;\$B\$36;\$B\$37;\$B\$38;\$B\$39;\$B\$40)																											
M3	=ELEGIR(ALEATORIO.ENTRE(1;75);\$B\$41;\$B\$42;\$B\$43;\$B\$44;\$B\$45;\$B\$46;\$B\$47;\$B\$48;\$B\$49;\$B\$50)																											
M4	=ELEGIR(ALEATORIO.ENTRE(1;75);\$B\$51;\$B\$52;\$B\$53;\$B\$54;\$B\$55;\$B\$56;\$B\$57;\$B\$58;\$B\$59;\$B\$60)																											
M5	13	32	12	8	15	9	11	22	8	20	13	13	5	9	5	18	12	6	12	2	12	4	5	11	24	5	22	6
M6	11	22	2	5	11	14	12	22	12	11	13	11	12	11	7	13	12	12	5	16	14	12	7	11	13	11	18	0
M7	11	6	12	20	25	14	6	0	13	10	12	8	9	12	11	18	22	16	18	11	11	15	12	12	9	11	11	10
M8	11	12	22	22	2	10	14	11	5	7	9	4	11	9	11	51	3	5	4	5	10	11	10	6	6	12	7	5
M9	11	8	12	24	8	5	14	5	5	9	11	9	24	7	5	11	7	10	8	7	0	11	3	0	7	5	12	11
M10	12	5	6	11	11	11	5	5	25	8	3	11	13	11	14	8	8	5	8	8	13	5	8	3	9	11	5	9
M11	8	9	11	5	8	2	11	18	12	11	10	12	11	11	12	4	12	11	10	5	7	25	25	13	12	12	9	11
M12	22	6	2	25	11	5	12	24	32	7	14	5	5	6	2	5	11	20	24	22	11	11	11	9	6	12	11	12
M13	5	5	12	11	2	12	18	13	4	9	9	11	22	8	5	6	7	8	11	11	20	8	12	10	5	5	12	11
M14	3	12	7	11	8	51	15	11	5	11	9	14	5	13	5	8	10	22	5	12	10	10	11	2	9	14	2	16
M15	12	8	9	9	8	15	14	0	9	9	11	9	7	14	10	11	11	11	8	4	12	20	14	32	4	8	22	13
M16	12	6	9	5	8	13	10	4	6	12	6	13	5	11	8	5	13	11	12	2	12	51	6	10	12	3	5	6
M17	20	12	7	24	2	9	12	0	15	2	0	11	10	9	5	12	51	10	12	10	5	10	5	5	22	12	6	11
M18	11	11	11	13	10	11	5	8	12	15	11	10	12	51	8	25	12	9	9	11	32	8	24	8	11	8	14	9
M19	8	2	5	11	6	24	22	8	10	11	11	15	11	5	8	13	11	5	13	4	4	3	7	8	11	15	13	12
M20	7	7	2	11	11	9	7	5	5	11	9	32	11	5	11	6	12	5	9	25	12	11	9	12	12	12	9	20
M21	11	11	11	51	12	8	5	8	11	11	8	10	5	24	12	10	12	9	11	8	8	20	12	22	25	5	13	12
M22	24	12	12	11	25	8	4	8	11	20	10	5	22	11	10	24	32	8	5	13	22	2	10	11	10	8	11	5
M23	6	2	11	24	11	11	11	12	12	3	2	8	11	22	10	4	11	10	11	5	16	8	12	12	10	12	2	11
M24	9	13	11	8	0	3	51	12	24	8	7	6	13	8	12	11	11	2	7	12	3	11	2	7	12	8	12	9
M25	7	5	6	11	11	13	2	11	11	10	5	11	32	11	12	5	9	12	2	24	18	5	51	5	5	5	10	8

la

experiencia de la obtención de las muestras hace que el estudiante pase de transcribir el concepto de muestreo aleatorio a comprenderlo y, por otro lado, se evidencian algunas ventajas que trae el ABP, como motivación, autonomía, desarrollo de la competencia digital y trabajo en equipo.

### 5.3.1.2 Interpretar el concepto de nivel de confianza mediante gráficas de intervalos de confianza asociados a un experimento aleatorio.

Se continúa el trabajo en clases con las siguientes dos preguntas orientadas al análisis de los estadísticos que se usan en la obtención de los intervalos de confianza, aspecto relacionado con el segundo objetivo de la actividad 1:

- ¿Qué estadísticos se pueden o deben obtener de muestra?, ¿cuáles interesan para el objetivo.?

Los grupos comienzan a mostrar dificultad con la terminología de estadísticos ya que no los asociaron con las medidas de tendencia central ni de dispersión de las muestras.

Se hizo necesario que la docente, hiciera la claridad sobre el concepto de estadístico y su asociación a las muestras y el concepto de parámetros que se usa para las poblaciones.

Esta pregunta genera una nutrida participación de los estudiantes, nombrando las diferentes medidas de tendencia central y de dispersión de las muestras.

Un grupo fue tomando los datos de las veinticinco (25) muestras aleatorias, se inicia a hallar la media de cada muestra con ayuda de las fórmulas que nos ofrece Excel que son “Promedio (Media de las muestras), Contar (la cantidad de muestras), Desvest (desviación).

Otros grupos lo realizaron utilizando Excel, pero sin usar las fórmulas predeterminadas, sino sumando los datos y dividiendo por la cantidad de ellos.

Cabe anotar que un grupo colocó el número de datos dividido por la sumatoria, sirviendo como ejemplo para generar un análisis de la respuesta y su coherencia con el significado de promedio.

																													TAMAÑO	MEDIA
M1	51	4	11	4	32	15	5	8	16	13	5	5	4	5	16	14	0	51	11	22	10	4	5	18	10	25	25	32	28	=PROMEDIO(F5:AG5)
M2	11	4	16	12	10	5	9	7	9	22	12	3	9	10	4	12	11	6	22	10	8	5	12	3	8	11	14	11	28	=PROMEDIO(r1m6):(r1m6):2
M3	11	14	8	10	18	11	10	12	11	5	6	14	12	22	9	13	11	7	2	11	12	24	6	51	25	9	2	4	28	12,5000

																													TAMAÑO	MEDIA	DESV.
M1	20	0	22	6	7	15	9	13	5	12	12	7	8	12	51	20	6	5	15	24	10	6	9	12	32	12	25	7	28	13,6429	=DESVESTA(F5:AG5)
M2	4	11	11	12	2	4	12	11	5	5	8	5	18	5	9	10	20	22	32	12	8	12	16	25	13	18	11	5	28	11,6429	=DESVESTA(r1m6):(r1m6):2
M3	14	20	25	11	15	8	12	12	10	9	11	10	12	12	32	9	8	10	2	5	11	3	0	10	13	7	10	24	28	11,6071	6,8277

- ¿Para obtener los límites del intervalo de confianza qué datos se necesitan?  
¿De dónde se pueden obtener, qué significados tienen?

En este ítem orientador, utilizaron la herramienta Excel y crearon la fórmula para el cálculo de los límites del intervalo de confianza, como se muestra a continuación.

				TAMAÑO	MEDIA	DESV.	NIVEL DE CONFIANZA					
22	12	6	28	28	12,2143	10,178	90%		95%		99%	
10	11	7	28	28	11,4643	5,4262	1,70		2,05		2,77	
7	9	12	28	28	8,2143	6,0514	Lim Inf	Lim Sup	Lim Inf	Lim Sup	Lim Inf	Lim Sup
							=AI6-SANS4*(AJ6)/RAIZ(AH6)					
							15,48	8,271	16,16	6,887	17,54	
							RAIZ(Indicador)					
							13,21	9,362	13,57	8,624	14,3	
							6,27	10,16	5,87	10,56	5,047	11,38

Cabe resaltar que un grupo decidió trabajar con un tamaño de 28, como es menor a 30 y no se supone normalidad por lo cual se pudo trabajar con la desviación muestral

y reforzar la distribución t de Student, que es la adecuada para las muestras pequeñas.

Cada grupo debía consultar el modelo matemático adecuado según las condiciones con las cuales trabajaba.

Así mismo, se observó que los grupos confirmaron que su algoritmo era correcto, contrastando con los resultados obtenidos paso a paso mediante el uso de la calculadora.

También manifestaron la importancia de herramientas como Excel y/o otras hojas de cálculo para agilizar el proceso de cómputo de los diferentes procesos matemáticos.

Se motiva a preguntarse si ¿han notado que algunos intervalos contienen el parámetro de la población? (debido que esto hace parte del intervalo de confianza).

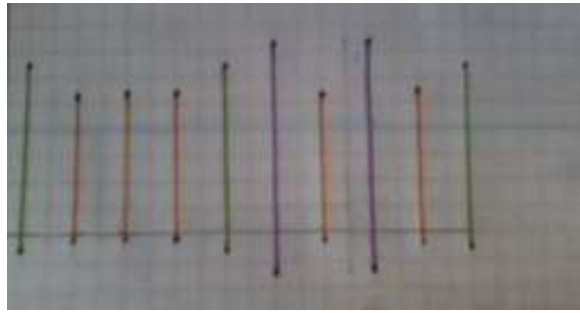
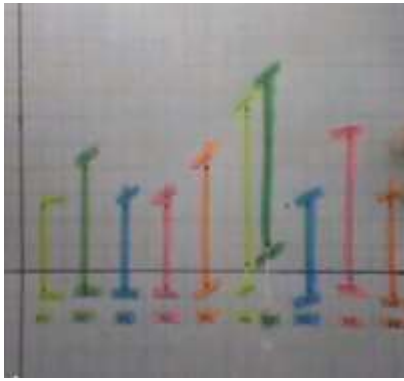
- ¿Cómo se pueden graficar estos resultados?

Sumado a lo anterior, y con el propósito que los estudiantes continúen comprendiendo el concepto de intervalo de confianza, se avanza en lo relacionado con las gráficas.

Un grupo mostró que tenía manejo de la herramienta Excel y planteó la pregunta ¿Es posible graficar allí? Y comenzaron a indagar el cómo poder llevarlo a cabo.

En contraste, el resto de los grupos inicialmente lo hicieron en papel milimetrado, pero, al notar la utilidad del uso de Excel, decidieron hacerlo también con esta herramienta tecnológica.





	Lím. Inf.	Lím. Sup.
M1	8,27	15,93
M2	8,58	14,22
M3	8,38	12,55
M4	7,28	11,72
M5	7,31	12,81
M6	8,41	12,98
M7	7,67	15,97
M8	7,28	15,61
M9	7,41	14,11
M10	5,01	12,27
M11	10,05	18,33
M12	8,89	14,44
M13	8,23	15,38
M14	8,2	12,72
M15	7,76	12,35
M16	7,64	14,11
M17	7,27	10,17
M18	9,48	13,83
M19	8,84	11,41
M20	8,35	12,74
M21	8,55	13,88
M22	8,72	14,24
M23	8,99	11,28
M24	8,74	15,88
M25	8,11	13,80



- ¿Qué observan en la gráfica? ¿Hay algo en común entre ellos?

Los estudiantes mostraron dificultades para identificar que algunos de los intervalos contenían el valor del parámetro. Ante lo cual la docente, los invitó a consultar nuevamente el concepto que se estaba trabajando.

- ¿Qué hace falta para poder terminar de construir el concepto de intervalo de confianza?

Se observó que los estudiantes van interpretando el concepto que se les compartió.

Algunos grupos comienzan a identificar que, según la definición, el parámetro está

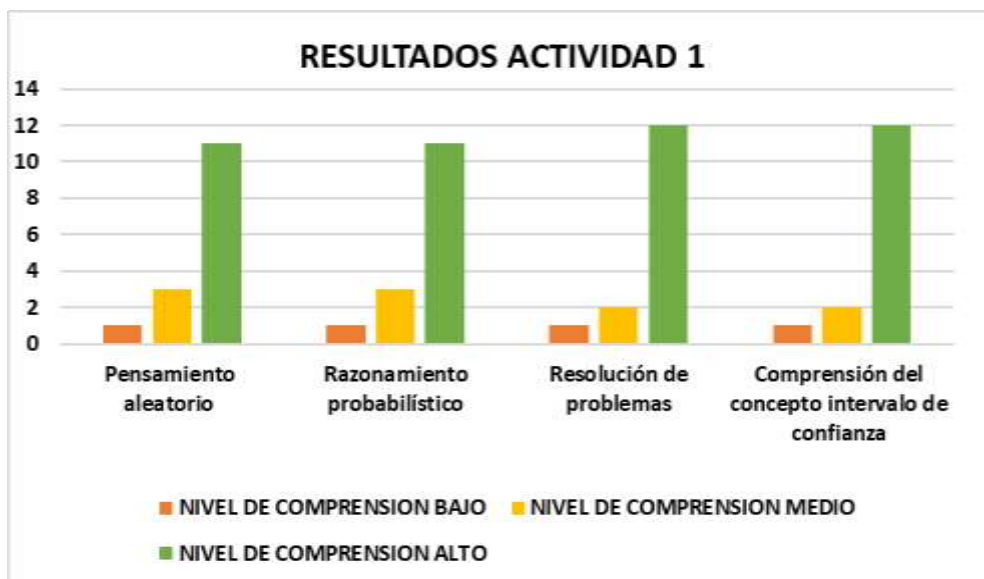
contenido en los primeros intervalos de confianza, colocando un punto en la gráfica donde se encuentra el parámetro.

- ¿Cómo interpretan el nivel de confianza en la gráfica?

En este punto los grupos se han apropiado de la definición nombrando uno por uno los intervalos que contienen la media poblacional.

En el cuadro siguiente se presentan los resultados con respecto a las categorías abordadas en la actividad.

CATEGORIAS	NIVEL DE COMPRESION		
	BAJO	MEDIO	ALTO
<b>Pensamiento aleatorio</b>	1	3	11
<b>Razonamiento probabilístico</b>	1	3	11
<b>Resolución de problemas</b>	1	2	12
<b>Concepto intervalo de confianza</b>	1	2	12



De los 15 estudiantes, 70% o más muestran un dominio en todos los aspectos, sin embargo, se observa que 3 estudiantes de un mismo grupo presentan dificultad, las causas no se podrían determinar con exactitud, sin embargo, se cree que fue por la ausencia de un compañero en el transcurso de la actividad, tanto en clase como lo trabajado en extractase según lo manifestado por las otras dos personas.

### **Logros**

Se observó que los estudiantes adquirieron una mayor conciencia en relación a la apropiación de conceptos clave, como el muestreo aleatorio. Esto refleja que comprendieron tanto los fundamentos teóricos como los aspectos prácticos del muestreo aleatorio y su relevancia en la investigación.

Es gratificante destacar que los estudiantes se mostraron motivados por la utilización de herramientas tecnológicas como apoyo para fortalecer su comprensión de los conceptos. Esta actitud resalta la importancia que reconocen en el uso de la tecnología como una herramienta efectiva para ampliar su aprendizaje y aplicar los conceptos de manera más sólida.

Por último, se evidenció una mejora constante en la interpretación del concepto de intervalo de confianza. Este progreso indica que han desarrollado habilidades para comprender y aplicar el concepto de manera más precisa y efectiva en diferentes contextos.

### **Dificultades**

En el desarrollo de la actividad se identificaron algunas dificultades. La falta de conocimiento de la terminología de los estadísticos, la falta de asociación entre los estadísticos y las medidas de tendencia central y de dispersión, así como la limitación de tiempo para completar la actividad en una sola clase.

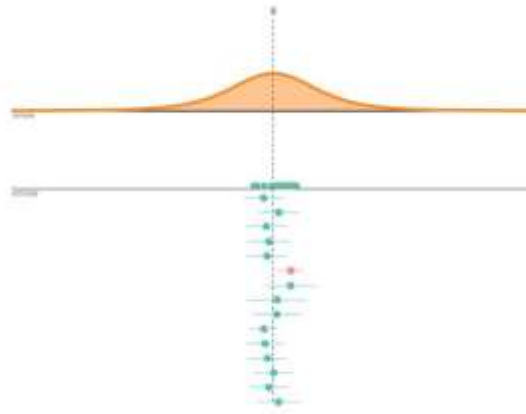
## **5.3.2 Resultados de la Actividad 2**

### **5.3.2.1 Interpretación del concepto de nivel de confianza usando el simulador.**

El concepto es interpretado de manera adecuada por la mayoría de los grupos, por ejemplo, un grupo describió lo siguiente: “Con la manipulación del simulador de confianza se puede visualizar el recorrido del concepto de intervalo de confianza, de la siguiente manera:

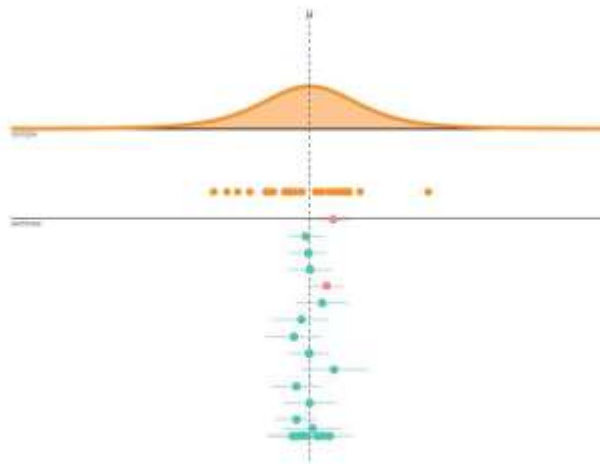
Tomadas muchas muestras y se construyen sus intervalos de confianza, el 95% de ellos representada en color **verde** contienen el verdadero valor del parámetro y solo el 5% en color **rojo** el que no las contiene” (Grupo de Dayana y Leidi)

Los resultados obtenidos se muestran a continuación:



Cuando se obtiene un nivel de confianza del 90% significa que de 100 muestras aleatorias el 90 de ella van a contener el verdadero valor del parámetro y solamente 10 no la contiene.

Con el nivel de confianza del 95% significa que de 100 muestras aleatorias el 95 de ella van a contener el verdadero valor del parámetro y solamente 5 no la contiene.



### **5.3.2.2 Comprensión de la relación entre el tamaño de la muestra y el margen de error.**

En esta tarea la mayoría de los grupos se demoró en el análisis; sin embargo, lograron identificar que con un tamaño de muestra pequeño el margen de error era mayor, y a medida que aumentaba el tamaño de la muestra el error disminuía.

De igual manera, aunque se demoran en relacionar amplitud del intervalo con margen de error, con el tiempo se dan cuenta de su relación.

En particular mencionaron lo siguiente:

“Cuando se aumenta el tamaño de la muestra se disminuye el ancho”.

**Variables inversamente proporcionales:** Depende del tamaño de la muestra la longitud del intervalo (entre menor sea el tamaño de la muestra la longitud del intervalo de confianza es más amplia y entre mayor sea tamaño hay menos amplitud/diminutos).

**Tamaño muestral:** A mayor tamaño muestra el intervalo se hace más preciso y por tanto menos amplio”.

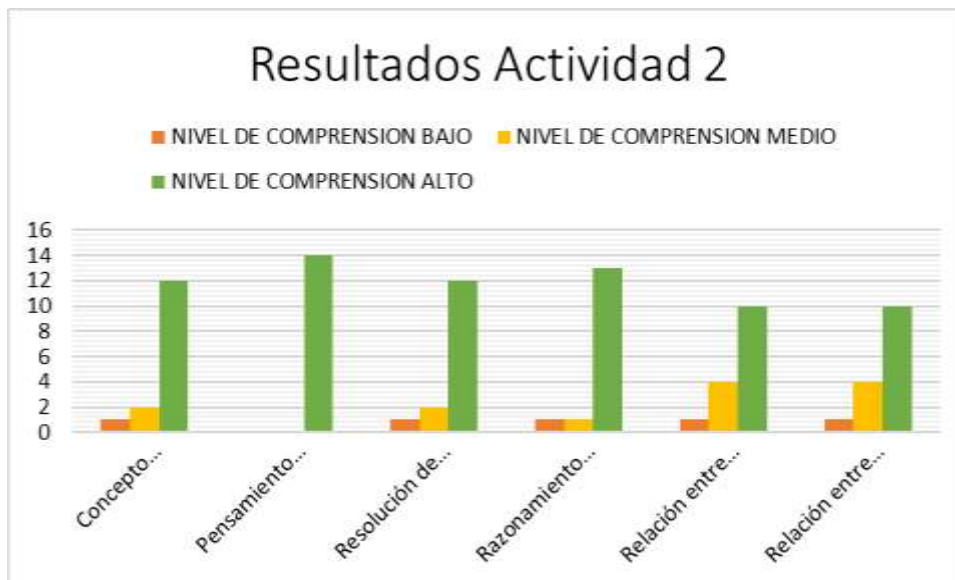
### **5.3.2.3 Relación entre el nivel de confianza y la amplitud del intervalo.**

Al igual que en la tarea anterior, la discusión entre los integrantes del grupo por la forma como podían solucionar el problema es interesante porque les permite llegar a consensos y formas de cómo mencionar lo observado.

La mayoría de los estudiantes lograron identificar sobre el nivel de confianza que “a mayor nivel de confianza, mayor amplitud del intervalo y a menor nivel de confianza menor es la amplitud del intervalo; esto quiere indicarnos que para "confiar" más en lo que hemos estimado hemos de ser necesariamente menos precisos”.

El cuadro muestra los resultados por categorías de la actividad.

CATEGORIAS	NIVEL DE COMPRESION		
	BAJO	MEDIO	ALTO
<b>Concepto intervalo de confianza</b>	1	2	12
<b>Pensamiento aleatorio</b>	1	0	14
<b>Resolución de problemas</b>	1	2	12
<b>Razonamiento probabilístico</b>	1	1	13
<b>Relación entre tamaño de la muestra y amplitud del intervalo</b>	1	4	10
<b>Relación entre nivel de confianza y amplitud del intervalo</b>	1	4	10



En esta actividad se observa que el grupo que ha venido presentando dificultades ha ido avanzando un poco más en la interpretación; sin embargo, no logran tener fluidez al momento de su intervención. Dos estudiantes de otros grupos, presentan titubeos al momento de su intervención, al parecer por causa de nervios y de no tener claro aún el concepto.

### **Logros**

Al terminar la actividad los estudiantes expresan lo útil que les parece el uso de los simuladores y el apoyo que dan para observar las relaciones existentes entre tamaño de la muestra, nivel de confianza y la amplitud del intervalo. La representación gráfica como el histograma fue definitiva para total comprensión de nivel de confianza. El trabajo en grupo fue importante para la adquisición de los conceptos.

### **Dificultades**

Los estudiantes que, por razones distintas a la actividad, como incumplimiento a la hora de llegada o no asistencia, no lograron los objetivos de la actividad.



### 5.3.3. Resultados Actividad 3

#### 5.3.3.1 Construcción de tablas de frecuencia asociadas a experimentos aleatorios con variable cualitativa y experimentar con la variabilidad entre muestras. (repetir muestras)

Para esta actividad los estudiantes disponían de poblaciones de tamaño distinto, el tamaño de las muestras lo podían decidir ellos; por consiguiente, hubo diferentes tamaños de muestra.

Estas cifras fueron graficadas y representadas en la siguiente tabla, en donde se muestra el color que tuvo cada uno de los datos de la población.

Lo anterior denotó que los grupos tenían claridad sobre el concepto de muestreo aleatorio, haciéndolo con mayor facilidad. Tres grupos realizaron el procedimiento manualmente y dos grupos utilizaron Excel para llevar a cabo el muestreo.

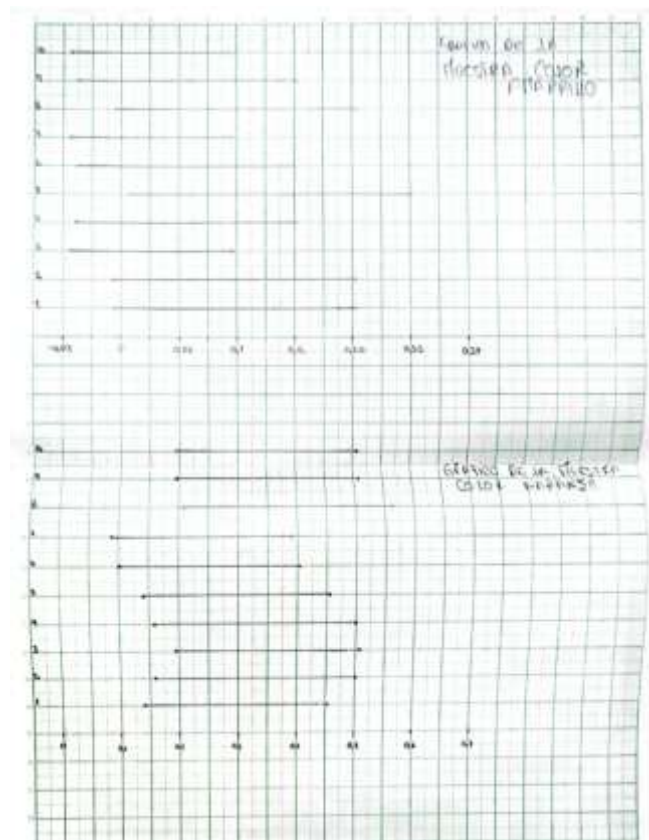
1	26	51	76
2	27	52	77
3	28	53	78
4	29	54	79
5	30	55	80
6	31	56	81
7	32	57	82
8	33	58	83
9	34	59	84
10	35	60	85
11	36	61	86
12	37	62	87
13	38	63	88
14	39	64	89
15	40	65	90
16	41	66	91
17	42	67	92
18	43	68	93
19	44	69	94
20	45	70	95
21	46	71	96
22	47	72	97
23	48	73	98
24	49	74	99
25	50	75	100

A partir de esto obtuvieron muestras cómo las presentadas a continuación:



### 5.3.3.2 Interpretación del concepto de nivel de confianza mediante gráficas de intervalos de confianza asociados a un experimento aleatorio.

Los grupos tuvieron dificultad para graficar los intervalos de esta actividad, ya que se trataba de valores de proporciones donde presentan obstáculos con su ubicación. A pesar de lo anterior se obtuvieron graficas aceptables.



En esta instancia, los grupos habían establecido la proporción de la población, identificando claramente el número de intervalos que contenían el valor del parámetro.

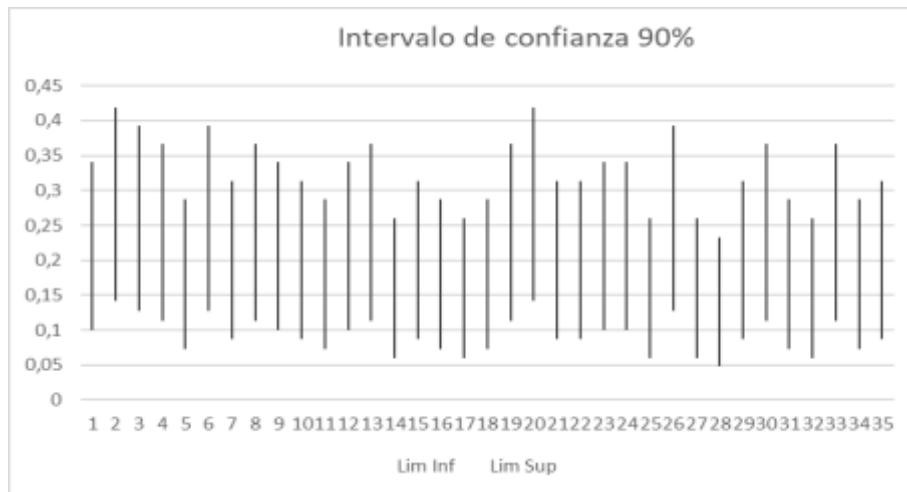
Un grupo presentó los intervalos de confianza en Excel, como se muestra a continuación:

Intervalo del 90% de confianza.

“Una vez realizado lo anterior se hallaron los siguientes datos: Proporción, desviación, Límite inferior y límite superior”

Proporción	0,22	0,28	0,26	0,24	0,18	0,26	0,2	0,24	0,22	0,2	0,18	0,22	0,24	0,16	0,2	0,18	0,16	0,18	0,24	0,28	0,2	0,2	0,22	0,22	0,16	0,26	0,16	0,14	0,2	0,24	0,18	0,16	0,24	0,18	0,2
Desviación	2,93	3,17	3,1	3,02	2,72	3,1	2,83	3,02	2,93	2,83	2,72	2,93	3,02	2,59	2,83	2,72	2,59	2,72	3,02	3,17	2,83	2,83	2,93	2,93	2,59	3,1	2,59	2,45	2,83	3,02	2,72	2,59	3,02	2,72	2,83
Lim Inf	0,1	0,14	0,13	0,11	0,07	0,13	0,09	0,11	0,1	0,09	0,07	0,1	0,11	0,06	0,09	0,07	0,06	0,07	0,11	0,14	0,09	0,09	0,1	0,1	0,06	0,13	0,06	0,05	0,09	0,11	0,07	0,06	0,11	0,07	0,09
Lim Sup	0,34	0,42	0,39	0,37	0,29	0,39	0,31	0,37	0,34	0,31	0,29	0,34	0,37	0,26	0,31	0,29	0,26	0,29	0,37	0,42	0,31	0,31	0,34	0,34	0,26	0,39	0,26	0,23	0,31	0,37	0,29	0,26	0,37	0,29	0,31

Proporción de la población	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	
Intervalos que lo contienen	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si



Intervalo del 95% de confianza.

“Una vez ya establecidas las muestras se puede proceder con el intervalo de confianza del 95%, hallando su desviación, proporción, límite superior y límite inferior para este nivel de confianza”.

Proporción	0,22	0,28	0,26	0,24	0,18	0,26	0,2	0,24	0,22	0,2	0,18	0,22	0,24	0,16	0,2	0,18	0,16	0,18	0,24	0,28	0,2	0,2	0,22	0,22	0,16	0,26	0,16	0,14	0,2	0,24	0,18	0,16	0,24	0,18	0,2
Desviación	2,93	3,17	3,1	3,02	2,72	3,1	2,83	3,02	2,93	2,83	2,72	2,93	3,02	2,59	2,83	2,72	2,59	2,72	3,02	3,17	2,83	2,83	2,93	2,93	2,59	3,1	2,59	2,45	2,83	3,02	2,72	2,59	3,02	2,72	2,83
Lim Inf	0,1	0,14	0,13	0,11	0,07	0,13	0,09	0,11	0,1	0,09	0,07	0,1	0,11	0,06	0,09	0,07	0,06	0,07	0,11	0,14	0,09	0,09	0,1	0,1	0,06	0,13	0,06	0,05	0,09	0,11	0,07	0,06	0,11	0,07	0,09
Lim Sup	0,34	0,42	0,39	0,37	0,29	0,39	0,31	0,37	0,34	0,31	0,29	0,34	0,37	0,26	0,31	0,29	0,26	0,29	0,37	0,42	0,31	0,31	0,34	0,34	0,26	0,39	0,26	0,23	0,31	0,37	0,29	0,26	0,37	0,29	0,31





A continuación se presentan los resultados por categorías.

CATEGORIAS	NIVEL DE COMPRESION		
	BAJO	MEDIO	ALTO
<b>Concepto intervalo de confianza</b>	1	1	13
<b>Pensamiento aleatorio</b>	1	1	13
<b>Resolución de problemas</b>	1	2	12
<b>Razonamiento probabilístico</b>	1	2	12
<b>Interpretación del tipo de Distribución (normal, t-student)</b>	1	4	10



### Logros

En esta actividad se aprovecha que algunos grupos trabajaron muestras pequeñas, para volver a reforzar la necesidad de comprender con qué tipo de distribución se debe trabajar para escoger correctamente los modelos investigados.

A la mayoría de los estudiantes, aunque tomaron más tiempo del pensado para la actividad, su entusiasmo por presentar dominio en el tema, los llevó a comprender cada uno de los momentos de análisis.

### Dificultades

Al graficar manualmente los intervalos obtenidos los estudiantes presentan dificultad al realizar la escala para la proporción.

En el momento de la investigación no ubican fácilmente la distribución que se debe tener en cuenta para encontrar los intervalos de confianza.

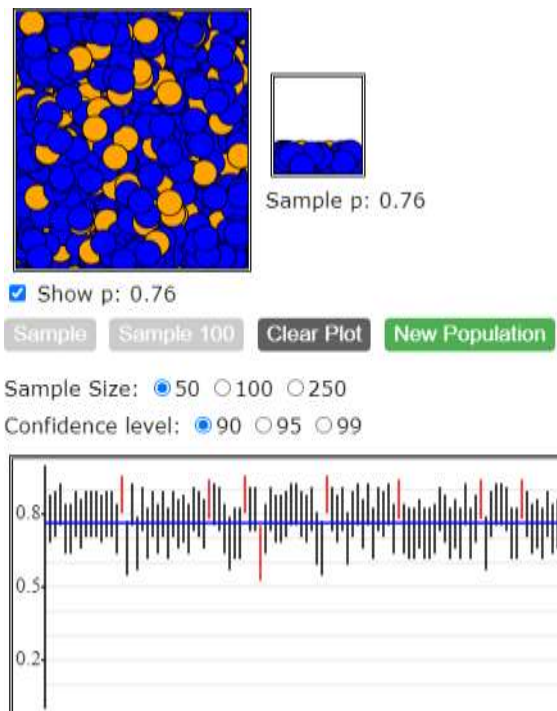


### 5.3.4 Resultados actividad 4

#### 5.3.4.1. Reconceptualizar el concepto de variable cualitativa y su diferencia respecto a variable cuantitativa

Los grupos en esta tarea identificaron que la variable analizada es de tipo cualitativo y que la información está dada por los colores de los dulces. Los estudiantes reconocieron elementos conceptualizados en la actividad 3, destacando la elección del color como una probabilidad de éxito.

En palabras de uno de los grupos: “el Intervalo de confianza para una proporción construido usando la aproximación normal tiene un mal comportamiento cuando el tamaño de la muestra es pequeño. Una simple y efectiva mejora consiste en añadir a la muestra elementos, ya sean de éxitos y fracasos”.

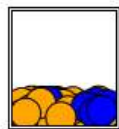
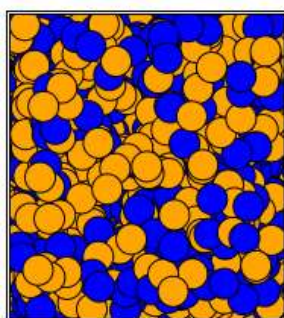


Los estudiantes llegaron a concluir que se pueden hacer estimaciones bastante precisas con un tamaño muestral asequible, pero para que esto funcione tiene que cumplirse una condición: la muestra debe ser representativa de la población de la que procede.

### 5.3.4.2 Interpretación del concepto de nivel de confianza usando el simulador.

Todos los grupos identificaron el número de intervalos que contenían el parámetro poblacional y lo relacionaron con el nivel de confianza escogido.

## Intervalos de confianza para una proporción



Muestra  $p$ : 0.3

Mostrar  $p$ : 0,38

Muestra

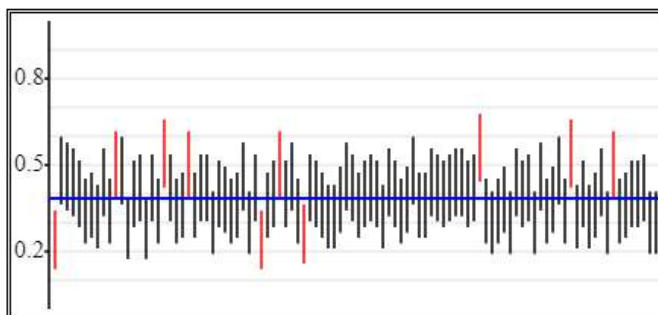
Muestra 100

Borrar Parcela

Nueva Población

Tamaño de la muestra:  50  100  250

Nivel de confianza:  90  95  99



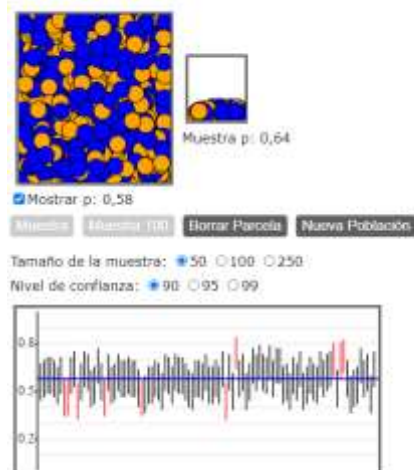
Un estudiante de un grupo al hacerle la pregunta ¿Qué sucedería si cambiáramos el tamaño de la muestra, cuántos intervalos se espera que no contengan el parámetro de la población?, Respondió: "que aumentaría el número de intervalos rojos". La docente hizo la pregunta al notar que era el único estudiante que no entendía el concepto. El estudiante argumentó que no había podido estar en las actividades anterior por razones personales.

En contraste, los demás estudiantes alcanzaron a tener claridad respecto al concepto.

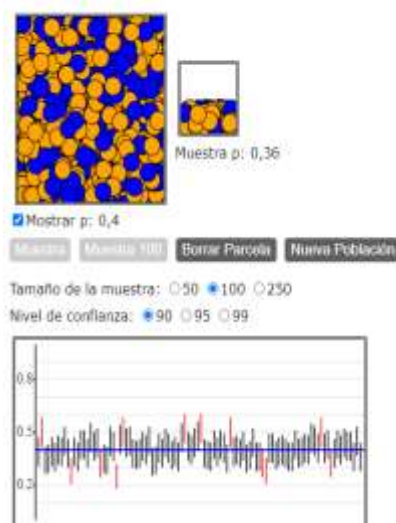
### 5.3.4.3 Comprensión de la relación entre el tamaño de la muestra y el margen de error.

Los grupos prefirieron trabajar este objetivo tomando imágenes del simulador, variando el tamaño de la muestra y observando lo que sucedía con el margen de error.

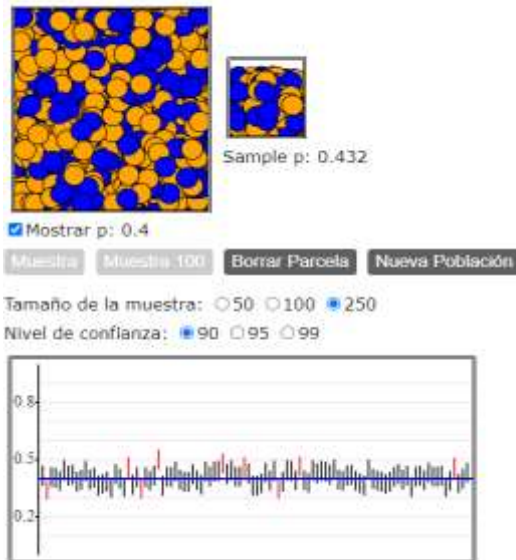
Intervalos de confianza para una proporción



Intervalos de confianza para una proporción



### Intervalos de confianza para una proporción



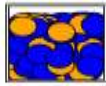
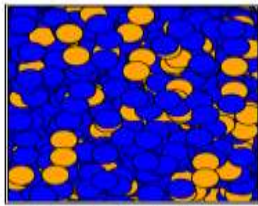
Los grupos observan que a mayor tamaño de la muestra el ancho del intervalo disminuye, llegando a la conclusión de que, si se aumenta el tamaño de la muestra, se tiene menor margen de error. La docente, considero pertinente relacionar este aspecto con la precisión.

#### 5.3.4.4 Relacionar el nivel de confianza y ancho del intervalo.

Se hizo necesario realizar las preguntas orientadoras, como se mencionó al inicio de las actividades, estas preguntas son para grupos en particular según sus necesidades. Aunque los estudiantes se demoraron para determinar cómo pueden abordar esta problemática, al final los grupos mantuvieron un mismo tamaño de la muestra y empiezan a cambiar el nivel de confianza.

Algunos de los estudiantes ellos comenzaron a tratar de medirlos con el dedo, un pedazo de hoja etc.

## Intervalos de confianza para una proporción



Muestra p: 0,684

Mostrar p: 0,71

Muestra

Muestra 100

Borrar Parcela

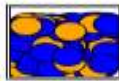
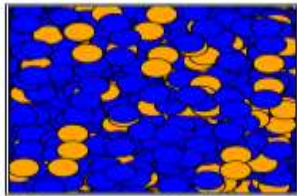
Nueva Población

Tamaño de la muestra:  50  100  250

Nivel de confianza:  90  95  99



## Intervalos de confianza para una proporción



Muestra p: 0,684

Mostrar p: 0,71

Muestra

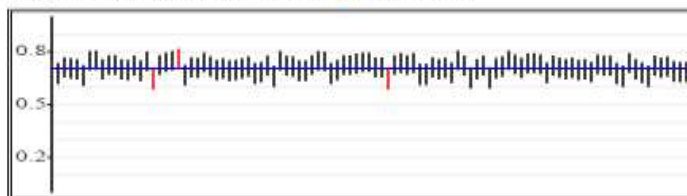
Muestra 100

Borrar Parcela

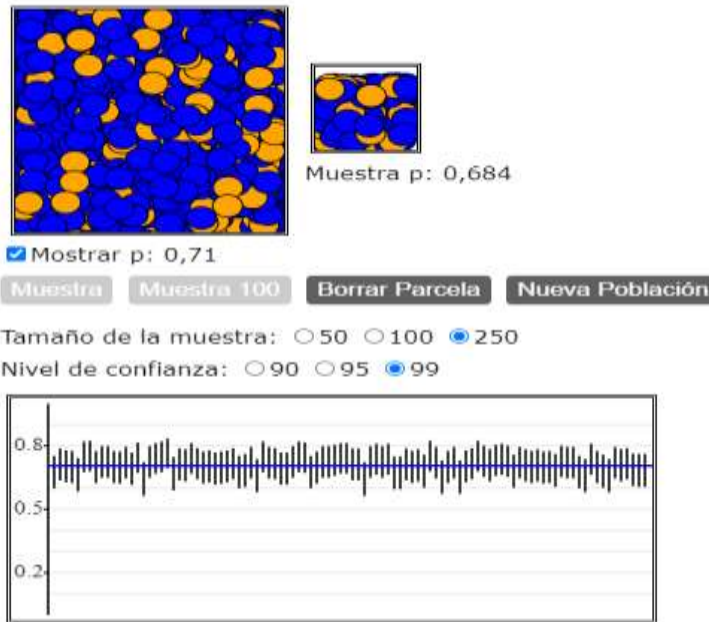
Nueva Población

Tamaño de la muestra:  50  100  250

Nivel de confianza:  90  95  99



## Intervalos de confianza para una proporción



Los grupos visualizaron que, al aumentar el nivel de confianza, manteniendo constante el tamaño de la muestra, el ancho del intervalo crece.

La docente invita a realizar un análisis desde el modelo matemático para fortalecer los aprendizajes, dado el tiempo prolongado que los estudiantes toman para este tipo de interpretaciones, lo cual a los alumnos les pareció significativo para el avance de la comprensión de la temática.

### 5.3.4.5 Análisis conceptual de la relación entre variables

Si un estudio fue realizado con un nivel de confianza de 95% y se decide aumentar el tamaño de la muestra en 20 y se conoce la desviación estándar de la población ¿Qué cambia en nuestro intervalo de confianza?

PROGRAMA PARA INTERVALOS DE CONFIANZA					
PROPORCIONES					
	p	0,56			
	q	0,44	error	l inferior	l superior
	N	200	0,06879572	0,49120428	0,62879572
	z confianza	1,96			

Se observa que este análisis es más complejo para los estudiantes, donde se hace evidente la necesidad de leer varias veces para poder llegar a una respuesta clara, concisa y argumentada en la cual se denote la apropiación del concepto.

Si se realiza una estimación utilizando IC y se decide trabajar con la misma muestra, ¿Se podría encontrar una forma para que el error de estimación sea menor? ¿Cuál o cuáles?

En esta pregunta persiste la dificultad presentada en la cuestión anterior. En este punto, algunos estudiantes toman la decisión de graficar.

Por otro lado, cuando los estudiantes se encuentran con problemas donde se menciona un cambio específico, por ejemplo, qué pasa si duplicamos el tamaño de la muestra y la proporción de éxito sigue siendo la misma, ¿qué se deduce? Son notorias las dificultades y confusiones en conseguir la respuesta. En otras palabras, son conscientes de que existe una relación; sin embargo, no logran expresarla con precisión. Esta situación se presentó al momento de responder las preguntas dos y tres de la actividad.

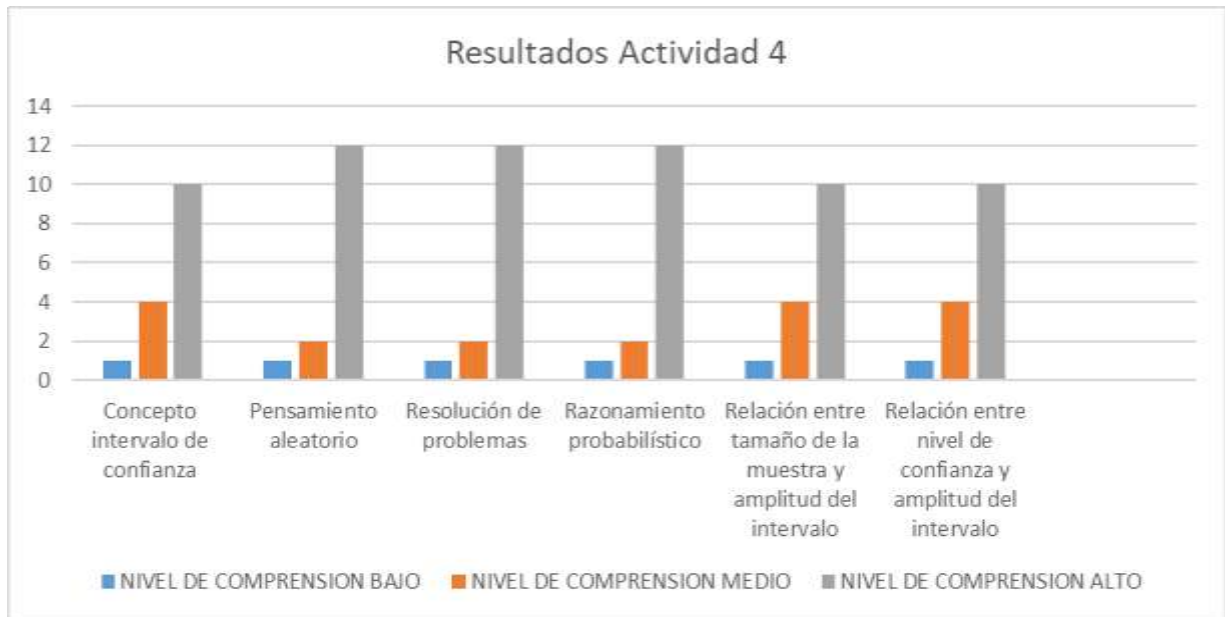
La tabla siguiente muestra los resultados por categorías de esta actividad

**CATEGORIAS**

**NIVEL DE COMPRESION**

	BAJO	MEDIO	ALTO
<b>Concepto intervalo de confianza</b>	1	4	10
<b>Pensamiento aleatorio</b>	1	2	12
<b>Resolución de problemas</b>	1	2	12
<b>Razonamiento probabilístico</b>	1	2	12
<b>Relación entre tamaño de la muestra y amplitud del intervalo</b>	1	4	10
<b>Relación entre nivel de confianza y amplitud del intervalo</b>	1	4	10





### Logros y dificultades

Los estudiantes comprenden que tanto los simuladores y programas como Excel son recursos para optimizar tarea pero que si no hay comprensión del objeto de estudio no hay aporte a su proceso de aprendizaje.

Aunque se les dificulto en reconocer la relación exacta entre el tamaño de la muestra y el error de estimación, cuando se hace un cambio en el tamaño de muestra al comienzo de la actividad, con las preguntas orientadoras y el trabajo en equipo logran establecer la relación buscada.

Gracias a varias lecturas del problema los estudiantes logran apropiarse del concepto, a pesar de su complejidad.

### 5.3.5 Resultados actividad 5

Para esta actividad, el tema central es el Intervalo de confianza para la diferencia de medias en poblaciones independientes, los resultados se presentarán atendiendo a las siguientes tareas.

### 5.3.5.1 Interpretación de datos de variable cuantitativa a partir de una gráfica y realización de estadísticas descriptivas de datos sin agrupar.

Fue necesario realizar las preguntas orientadoras para poder contextualizar a los estudiantes sobre cuáles eran los estadísticos que debían relacionar. En el momento que se aclaró lo solicitado, los alumnos se apropiaron del tema y comenzaron a desarrollar la actividad de manera fluida, investigando desde lo más básico hasta el modelo matemático, denotando una correcta interpretación de éste.

En ese sentido, los estudiantes lograron identificar el tipo de variable a la que pertenecían los datos, en especial un grupo de estudiantes menciona qué es una variable continua; con base en esto llevan a cabo la tabulación de los datos, como se muestra a continuación:

ECONOMIAS DESARROLLADAS		ECONOMIAS EN DESARROLLO		ECONOMIAS EN DESARROLLO	
AÑO	ECONOMIA	AÑO	ECONOMIA	AÑO	ECONOMIA
2010	580	2010	700	2010	700
2011	600	2011	850	2011	850
2012	600	2012	670	2012	670
2013	595	2013	620	2013	620
2014	610	2014	610	2014	610
2015	650	2015	1250	2015	1250
2016	620	2016	1300	2016	1300
2017	620	2017	850	2017	850
2018	630	2018	620	2018	620
2019	620	2019	630	2019	630
2020	600	2020	300	2020	300
MEDIA	610	MEDIA	670	MEDIA	670
PROMEDIO	611	PROMEDIO	764	PROMEDIO	764

La tabla anterior, permite evidenciar que los estudiantes logran extraer información de gráficas como el polígono y llevar a una representación tabular obteniendo su media.

Se puede notar que existe una discrepancia entre la media y el promedio. Ante el cuestionamiento del porqué la diferencia, los estudiantes respondieron que una la hicieron a mano con una calculadora y la otra mediante el comando promedio de Excel, también argumentaron que los valores estaban cercanos y que la diferencia entre ellos era menos del 5%. La docente aprovecha para mencionar que estos dos términos son sinónimos, que en algunas ocasiones las diferencia entre los valores se deben a errores en el uso de las reglas de redondeo.

Respecto a la realización de estadísticas descriptivas con la información suministrada en el planteamiento de la actividad, establecieron medias aritméticas, con los datos de las economías relacionadas en el planteamiento de la tarea.

En la observación del desarrollo de esta tarea, se noto ausencia de conexiones y articulación con saberes previos correspondientes a la estadística precedente, confirmando lo analizado en el estado del arte y los aportes de la experta entrevistada.

#### **5.3.5.2 Uso del modelo matemático de intervalo de confianza para diferencia de medias.**

Los estudiantes en este aspecto mencionaron que: “La diferencia de medias es una medida útil para comparar los valores promedio entre dos grupos y puede proporcionar información sobre posibles diferencias significativas. Sin embargo, es importante realizar un análisis estadístico adecuado para evaluar la significancia y considerar la variabilidad de los datos”

Al respecto, un grupo de estudiantes logró realizar el siguiente análisis:

DIFERENCIA MEDIA DE LAS DOS ECONOMIAS D 1 & D 2	640
DIFERENCIA DE LAS DOS ECONOMIAS PRIMEDIO	688

DIFERENCIA MEDIA DE LAS DOS ECONOMIAS D 2 & T	355
DIFERENCIA DE LAS DOS ECONOMIAS PRIMEDIO	408

DIFERENCIA MEDIA DE LAS DOS ECONOMIAS D 1 & T	325
DIFERENCIA DE LAS DOS ECONOMIAS PRIMEDIO	332

DIFERENCIA MEDIA DE LAS DOS ECONOMIAS D 2 & T	355
DIFERENCIA DE LAS DOS ECONOMIAS PRIMEDIO	408

Llegaron a estos resultados haciendo uso correcto de lo encontrado en su investigación respecto al modelo matemático adecuado para el contexto descrito en el planteamiento de la actividad.

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

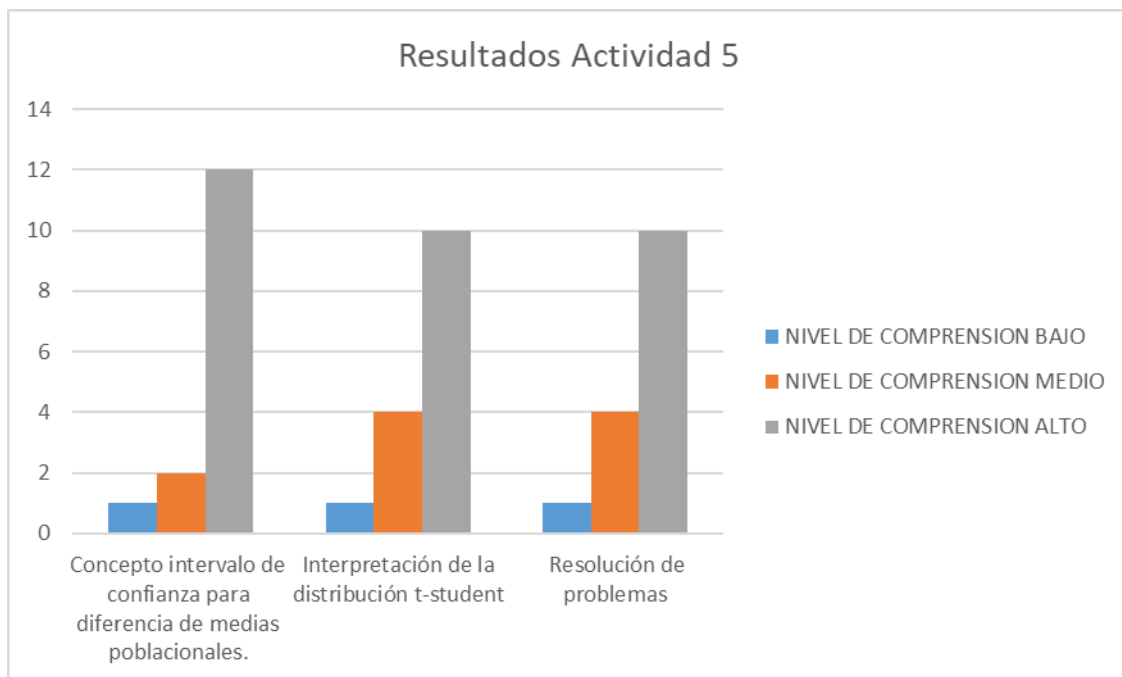
$$t = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}}$$

Se presenta la tabla a modo de resumen de los resultados en la presente actividad

**CATEGORIAS**

**NIVEL DE COMPRESION**

	BAJO	MEDIO	ALTO
<b>Concepto intervalo de confianza para diferencia de medias poblacionales.</b>	1	2	12
<b>Interpretación de la distribución t-student</b>	1	4	10
<b>Resolución de problemas</b>	1	4	10



Logros y Dificultades

En primer lugar, los estudiantes lograron extraer información de gráficos y otras fuentes de información, construyendo como evidencia tablas y hallando la media de los datos. Otro aspecto, que se destaca que los grupos que han participado activamente en las actividades anteriores se apropiaron de las definiciones y modelos encontrando los resultados solicitados.

La actividad permitió que los estudiantes desarrollaran su capacidad investigativa a través de la resolución de un problema en contexto.

Se reforzaron varios conceptos relacionados con medidas de tendencia central y similitudes y diferencias entre ellos.

En esta actividad, por su complejidad un grupo presentó dificultad en el uso de la distribución t-student, debido a que en casos anteriores solo habían trabajado con la distribución normal. (para ese grupo).

### **Conclusiones capítulo 5**

A seguir se presenta el análisis del capítulo cinco, tratando de abordar los elementos centrales de la entrevista, aporte de la encuesta y de cada una de las actividades.

Para la experta el tema de los intervalos de confianza requiere que los estudiantes dominen conceptos básicos de estadística, como el cálculo del promedio muestral, la varianza muestral, la desviación estándar y principalmente el dominio del concepto de probabilidad, estos conceptos son fundamentales para comprender y aplicar los intervalos de confianza de manera adecuada. Esto puede deberse a la brecha de tiempo entre la enseñanza inicial de estos conceptos y su aplicación en el contexto de los intervalos de confianza.

En cuanto a las actividades los estudiantes se mostraron motivados en el desarrollo de las actividades, viviendo una experiencia diferente a lo tradicional cuando se trataba el tema de variabilidad entre muestras. (repetir muestras).

Los estudiantes lograron interpretar el concepto de nivel de confianza mediante gráficas de intervalos de confianza asociados a un experimento aleatorio, para lo cual el uso de los simuladores tuvo gran importancia, ya que apoyó el fortalecimiento de la comprensión de la relación entre el tamaño de muestra y el margen de error.

De igual forma, pudieron visualizar la relación entre nivel de confianza y la amplitud del intervalo, acción muy resaltada por ellos durante la retroalimentación de las actividades desarrolladas.

Otro de los aspectos a destacar, es la correcta interpretación sobre el concepto de nivel de confianza mediante gráficas de intervalos de confianza asociados a un experimento aleatorio, evidenciada en los resultados y las respuestas a las preguntas hechas por la docente investigadora.

Así mismo, un desarrollo clave es que los estudiantes lograron apropiarse del modelo matemático de intervalo de confianza para diferencia de medias, realizando análisis no solicitados durante el desarrollo de las tareas requeridas y llevando a cabo conexiones con otras temáticas vistas en el curso, a su vez, esto conllevó al análisis de resultados para la diferencia de medias en variable continua, mostrando en los estudiantes una manera diferente de pensar frente a los temas que componen esta unidad de estudio.

## CONCLUSIONES

A continuación, se presentan las conclusiones de la investigación.

En cuanto a la caracterización de la población de estudiantes de ciencias económicas frente a su proceso de aprendizaje en intervalos de confianza, se pudo constatar una serie de fenómenos descritos por autores como Batanero, entre otros, sobre las conexiones entre los cursos de estadística. Se notó en varias de las actividades que los estudiantes no tenían claro conceptos de la estadística descriptiva como los son las medidas de tendencia central y las de dispersión.

En ese sentido, es importante destacar la importancia del seguimiento a los aprendizajes, más allá del cumplimiento de un contenido programático por parte del docente a cargo del curso, así como la búsqueda de estrategias innovadoras que coadyuven a la motivación hacia el aprendizaje de la estadística y el desarrollo del pensamiento aleatorio.

Uno de los conceptos subyacentes que se fortaleció fue el de muestreo aleatorio. Este concepto es de suma importancia para una comprensión correcta de varios conceptos complejos de la estadística inferencial. Se fortalece esta comprensión si se permite al estudiante desarrollar mayor experiencia con la variabilidad (repitiendo muestras), generando diferentes muestras (concibiendo un proceso de muestreo aleatorio), comprendiendo que el proceso de repetición produce una serie de resultados donde se ve reflejado la variabilidad.

Para autores como Pfankuch, Batanero, entre otros, es de utilidad que los estudiantes desarrollen, lo que ellos llaman, imágenes mentales que les van a



permitir comprender más adelante el concepto formal de intervalo de confianza. Por otro lado manifiestan y nos invitan al uso de imágenes visuales ya que pueden estimular a los estudiantes hacia tal perspectiva.

En lo referente al aprendizaje basado en problemas (ABP), la investigación confirmó los resultados que con anterioridad autores como Guarnizo, Castro mencionan sobre el resultado positivo al fortalecimiento del pensamiento crítico y la toma de decisiones. En esta ocasión, la estrategia basada en el ABP aplicada en la enseñanza y aprendizaje de intervalos de confianza demostró ser eficaz, logrando que los estudiantes se interesaran en aprender de manera autónoma el tema en cuestión. Cabe mencionar en este aparte la importancia de seleccionar problemas cercanos a la realidad del estudiante, como fue en las actividades 1,3 y 5.

El sistema de actividades diseñado permite que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda y significativa de los intervalos de confianza. A través de la práctica activa y la resolución de problemas relacionados con este tema, los estudiantes han podido visualizar y experimentar cómo funcionan los intervalos de confianza en la práctica, lo que ha fortalecido su entendimiento conceptual.

El sistema de actividades ha fomentado el aprendizaje activo y participativo. Los estudiantes han trabajado en equipo, debatiendo y resolviendo problemas de manera colaborativa. Esto ha promovido la construcción conjunta del conocimiento, el intercambio de ideas y la discusión crítica, lo que ha enriquecido su proceso de aprendizaje.

El uso de herramientas tecnológicas, como los simuladores, permitió favorecer la visualización dinámica de los intervalos de confianza. De igual forma, como lo

planteó Hagtvedt et al, en esta ocasión el contraste de hacerlo inicialmente sin ayuda tecnológica y posteriormente comprobando los resultados con los simuladores, permitió generar en los alumnos la seguridad necesaria para enfrentar problemas de una complejidad mayor.

También, el uso de los simuladores permitió que los estudiantes experimentaran con diversos parámetros asociados con los intervalos de confianza para llegar a conclusiones válidas sobre su variabilidad y las condiciones en las cuales era previsible que se mantuvieran constantes.

## **RECOMENDACIONES**

En el transcurso de la investigación se pudieron identificar algunos aspectos relevantes que son importantes para mejorar el proceso de aprendizaje de conceptos complejos y su efectiva aplicación. A continuación, se plantean algunas sugerencias para futuros trabajos relacionados con esta temática.

- Se recomienda el trabajo con actividades basadas en resolución de problemas para fortalecer el aprendizaje en conceptos básicos pero necesarios, como la probabilidad desde el punto de vista frecuentista, conceptos de estadística descriptiva, conceptos de teoría elemental, entre otros, con el fin de tener bases sólidas a la hora de trabajar con conceptos complejos de la estadística Inferencial.
- Conforme lo visto en esta investigación y con diversos autores, los intervalos de confianza proporcionan una mayor cantidad de información para la toma

de decisiones que otras herramientas utilizadas en este campo. Se recomienda realizar investigaciones centradas en los intervalos de confianza y su relación con esta teoría, explorando en profundidad cómo los intervalos de confianza pueden aportar a la hora de tomar decisiones.

- Sería valioso explorar las aplicaciones prácticas de los intervalos de confianza en diversos contextos de toma de decisiones y comparar su utilidad con otras herramientas estadísticas existentes.
- Se recomienda usar estrategias basadas en el uso de simuladores en línea de acceso libre, como los analizados para este trabajo, con el fin de fortalecer conceptos estadísticos complejos en los cursos básicos (e.g. probabilidad condicional, teorema de Bayes). Las simulaciones de STATLES, son muy completas en cuanto a la diversidad de conceptos de estadística que se trabajan allí.

## BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez-Arroyo, R., & Garzón-Guerrero, J. A. (2021). *Uso de un recurso tecnológico para mejora de la comprensión del intervalo de confianza en la inferencia frecuentista*. En *Indagatio Didactica*.
- Álvarez-Arroyo, R., Roldán, A. F., & López-Martín, M. D. M. (2021). *Propuestas para la mejora de la interpretación del intervalo de confianza en estudiantes preuniversitarios y universitarios*. *Números. Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 106, 97–106.
- Andrade Payares, E. A., & Narváez Cruz, L. M. (2017). *Competencias de resolución de problemas matemáticos mediadas por estrategias de comprensión lectora en estudiantes de educación básica*. *Assensus*, 2(3), 9–28.  
<https://doi.org/10.21897/assensus.1327>
- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Springer.
- Batanero, C, Burrill, G., & Reading, C. (Eds.). (2011). *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education*. Springer Netherlands.
- Batanero, C, Gea, M. M., Arteaga, P., & Contreras, J. M. (2014). *La estadística en la educación obligatoria: Análisis del currículo español*. *Revista Digital*

Matemática Educación e Internet, 14(2).

<https://doi.org/10.18845/rdmei.v14i2.1663>

Batanero, Carmen, & Godino, J. (2005). *Perspectivas de la educación estadística como área de investigación.*

Benet-Martínez, V., & John, O. P. (1998). *Los Cinco Grandes across cultures and ethnic groups: Multitrait-multimethod analyses of the Big Five in Spanish and English.* *Journal of Personality and Social Psychology*, 75(3), 729–750.

<https://doi.org/10.1037/0022-3514.75.3.729>

Blanco, T. F., González-Roel, V., & Diego-Mantecón, J. M. (2019). *Mathematics and Art in Primary Education Textbooks.* In T. En, M. Jankvist, & M. Van Den Heuvel-Panhuizen Y (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 4737–4738).

Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation* (Vol. 39). Springer Science y Business Media.

Botella, P., Alacreu, M., & Martínez, M. (n.d.). *Sin fecha). Inferencia, estimación y contraste de hipótesis.*

Cabriá, S. (1994). *Filosofía de la estadística.*

Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática. Recursos para la captura de información y el análisis.* Editorial universidad de Antioquia.

- Castro, K., & Mendoza, K. (2022). *Theoretical Foundations of Problem-Based Learning as a Methodological Strategy in the Subject of Mathematics. Polo Del Conocimiento (Edición Núm)*, 7, 778–791.
- Castro, S., & Ayçaguer, S. (2004). *Las pruebas de significación estadística en tres revistas biomédicas en lengua española: una revisión crítica*. *Rev Panam Salud Pública*, 15(5), 300–306.
- de Hierro, A. F. R. L., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2020). *Comprensión del intervalo de confianza: un estudio comparado con estudiantes universitarios y preuniversitarios*. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 9(19), 52-73.
- Delgado, M. (2017). *La evolución de la nupcialidad en España: un análisis a través de las estadísticas vitales y los censos de población*. *Estudios geograficos*, 61(241), 599. <https://doi.org/10.3989/egeogr.2000.i241.543>
- Eggen, P., & Kauchak, D. (2015). *Estrategias docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento*. Fondo de Cultura Económica.
- El Correo De La, U. (1982). *Los Pueblos y su cultura*. he UNESCO Courier: a *window open on the world*, XXXV, 7 [1478] Le Courier de l'UNESCO: une *fenêtre ouverte sur le monde*, XXXV, 7 [1478]El Correo de la UNESCO: una *ventana abierta sobre el mundo*. UNESCO.
- Flores, J., Ávila, J., Rojas, J., Sáenz, F., Acosta, R., & Díaz, C. (2017). *Estrategias didácticas para el aprendizaje significativo en contextos universitarios*.

- Flores, L., Rincón, E., & Zúñiga, L. (2014). *el ABP en la enseñanza de las matemáticas como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento crítico en el nivel medio básico y modalidad telesecundaria*. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. *Capítulo 5. Uso de los recursos tecnológicos en el proceso de aprendizaje de las matemáticas*. 2125–2132.
- Flores Muñoz, P. J. (2019). *Comparación de la eficiencia de las pruebas de hipótesis e intervalos de confianza en el proceso de inferencia*. Estudio sobre medias. *Revista de Ciencias*, 22(2). <https://doi.org/10.25100/rc.v22i2.7921>
- Gal, I. (2002). *Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities*. *International Statistical Review*, 70(1), 1–25.
- Garcas, G. (2019). *George Polya - Como Plantear y Resolver Problemas*. [https://www.academia.edu/41417550/George\\_Polya\\_Como\\_Plantear\\_y\\_Resol  
ver\\_Problemas](https://www.academia.edu/41417550/George_Polya_Como_Plantear_y_Resol_ver_Problemas)
- García-Pérez, M. A., & Alcalá-Quintana, R. (2016). *The Interpretation of Scholars' Interpretations of Confidence Intervals: Criticism, Replication, and Extension of Hoekstra et al. (2014)*. *Frontiers in Psychology*, 7, 1042. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01042>
- Gardner, M. J., & Altman, D. G. (1986). *Confidence intervals rather than P values: estimation rather than hypothesis testing*. *BMJ*, 292(6522), 746–750. <https://doi.org/10.1136/bmj.292.6522.746>

- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*.
- Godino, Juan D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 39(1–2), 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, Juan D., Castro, W. F., Aké, L. P., & Wilhelmi, M. R. (2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Bolema Boletim de Educação Matemática*, 26(42b), 483–512. <https://doi.org/10.1590/s0103-636x2012000200005>
- Godino, Juan Díaz, Batanero, C., Rivas, H., & Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas<br>Suitability components and indicators of teachers' education programs in mathematics education. *Revemat Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 8(1). <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p46>
- González-Valencia, G., & González, G. (2009). La transición entre teoría y campo de investigación en la didáctica de las ciencias sociales. In R. En Ávila, P. Rivero, & P. Domínguez (Eds.), *Metodología de investigación en Didáctica*.
- Greenland, S., Senn, S. J., Rothman, K. J., Carlin, J. B., Poole, C., Goodman, S. N., & Altman, D. G. (2016). Statistical tests, P values, confidence intervals, and



- power: a guide to misinterpretations. *European Journal of Epidemiology*, 31(4), 337–350. <https://doi.org/10.1007/s10654-016-0149-3>
- Guarnizo, L. (2022). Aprendizaje basado en Resolución de Problemas para el pensamiento crítico-reflexivo. *Revista Conrado*, 288–291.
- Gutiérrez Cabria, S. (1994). *Filosofía de la estadística*.
- Hagtvedt, R., Jones, G. T., & Jones, K. (2008). Teaching confidence intervals using simulation. *Teaching Statistics*, 30(2), 53–56. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9639.2008.00308.x>
- Henriques, A. (2016). Students' difficulties in understanding of confidence intervals. In *The Teaching and Learning of Statistics* (pp. 129–138). Springer International Publishing.
- Hernández Sampieri, R. (2006). *Metodología de la Investigación*. McGraw-Hill Companies.
- Hierro, AFRL de, Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2020). *Comprensión del intervalo de confianza: un estudio comparado con estudiantes universitarios y preuniversitarios*. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 9 (19), 52–73. <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.19.52-73>
- Hoekstra, R., Morey, R. D., Rouder, J. N., & Wagenmakers, E.-J. (2014). Robust misinterpretation of confidence intervals. *Psychonomic Bulletin & Review*, 21(5), 1157–1164. <https://doi.org/10.3758/s13423-013-0572-3>

- Inzunsa, S., & Islas, E. (2019). *Diseño y evaluación de una trayectoria hipotética de aprendizaje para intervalos de confianza basada en simulación y datos reales*. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(63), 1–26.
- Islas, C., Colín, M., & Morales, F. (2016). *¿Evaluación en matemáticas con ABP?* Debates en Evaluación y Currículum/ Congreso Internacional de Educación Evaluación 2016 / . *Año*, 2, 1644–1653.
- Keesing, R. (1993). *Teorías de la cultura*". Lecturas de Antropología Social y Cultural. Madrid, UNED.
- Kim, H. W., Kim, W. J., Wilson, A. T., & Ko, H. K. (2019). *Attitudes toward using and teaching confidence intervals: A latent profile analysis on elementary statistics instructors*. *International Journal on Social and Education Sciences*, 1(2), 43–56. <https://doi.org/10.46328/ijonses.19>
- Las estrategias y técnicas didácticas en el rediseño*. Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, Vicerrectoría Académica. (n.d.). 1–37.
- Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. (n.d.). 1–13.
- Lenguaje, E., & Ciudadanas, C. y. (n.d.). *Estándares Básicos de Competencias*. Gov.Co. Retrieved May 19, 2023, from [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Limón, M., Mason, L., Sinatra, G. M., Winne, P., Montero, I., De Dios, M. J., Alexander, P. A., De Corte, E., & Mayer, R. E. (2017). *En homenaje a las contribuciones de Paul R. Pintrich a la investigación sobre Psicología y Educación*. *Revista Electronica de Investigacion Psicoeducativa [Electronic*

*Journal of Research in Educational Psychology*], 2(3).

<https://doi.org/10.25115/ejrep.3.127>

*Lineamientos curriculares*. (n.d.). Gov.co. Retrieved May 19, 2023, from

<https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/Direccion-de-Calidad/Referentes-de-Calidad/339975:Lineamientos-curriculares>

Lombardía, M. (2010). *Estimación por intervalos de confianza*.

López De Hierro, R., & Batanero, A. F. (n.d.). *¿Podemos confiar en el nivel de confianza del intervalo de confianza para la proporción? Aceptado para su publicación en la revista Suma*.

Menchaca, R. (2012). *Intervalos de confianza: una aproximación intuitiva para el no-estadístico*. Ensayos y opiniones Acta Médica Grupo Ángeles. *Volumen, 10*.

Meneses Espinal, M. L., & Peñaloza Gelves, D. Y. (2017). *Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas en estudiantes de los grados tercero y cuarto del Colegio Municipal Aeropuerto*.

Misceláneos, A. (2013, July 29). *Métodos cuantitativos y estadísticos*. Portal de arquitectura Arqhys.com; Manuel V. <https://www.arqhys.com/general/metodos-cuantitativos-y-estadisticos.html>

Morey, R. D., Hoekstra, R., Rouder, J. N., Lee, M. D., & Wagenmakers, E.-J. (2016). *The fallacy of placing confidence in confidence intervals*. *Psychonomic Bulletin & Review*, 23(1), 103–123. <https://doi.org/10.3758/s13423-015-0947-8>

- Murray, K. B. (1991). *A test of services marketing theory: Consumer information acquisition activities*. *Journal of Marketing*, 55(1), 10.  
<https://doi.org/10.2307/1252200>
- Olivo, E., Batanero, C., & Díaz, C. (2004). Sarria Castro M, Silva Ayçaguer LC. Las pruebas de significación estadística en tres revistas biomédicas en lengua española: una revisión crítica. *Rev Panam Salud Pública*, 20(5), 300–306.
- Olivo, E., Batanero, C., & Díaz, C. (2008). Dificultades de comprensión del intervalo de confianza en estudiantes universitarios. *Educación Matemática*, 20, 5–32.
- Petty, W. (n.d.). *A Irealise 01 taxes & contributions. Printed for C. Wilkinson and T. Burrel, at their shops in Fletstreet. 1662.*
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton : Princeton University Press.
- Reaburn, R. (2014). Students' understanding of confidence intervals. In *Sustainability in Statistics Education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-9*. International Statistical Institute.
- Riveros, V., Arrieta, X., & Bejas, M. (2011). Las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el quehacer educativo del aula de clase. *Omnia*, 17(1), 34–51. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73718406003>
- Rocío, Roldán, A., & Francisco. (2021). Propuestas para la mejora de la interpretación del intervalo de confianza en estudiantes preuniversitarios y universitarios. *Números. Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 106, 97–106.
- Rodríguez, M. (2018). *ABP, a proposal for maths lessons*. 1–88.

- Roland, K. E., Kaplan, J. J., & Ellis, A. (n.d.). iase-web.org. Retrieved May 19, 2023, from <https://iase-web.org/documents/dissertations/20.KristenERoland.Dissertation.pdf>
- Roldán Flores, A. I., Velásquez, F., Palomeque De la Cruz, S., Vargas Callisaya, L., & Pacheco, L. F. (2020). Evaluación del empleo del ciclo de indagación en escuelas rurales de Bolivia. *Praxis Educación y Pedagogía*, 3. [https://doi.org/10.25100/praxis\\_educacion.v0i3.7888](https://doi.org/10.25100/praxis_educacion.v0i3.7888)
- Roldán López de Hierro, A. F., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2020). Comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de Bachillerato. *Avances de Investigación En Educación Matemática*, 18, 103–117. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.284>
- Salcedo, A., & Behar, R. (2010a). *Interpretación de Intervalos de Confianza*.
- Salcedo, A., & Behar, R. (2010b). *Interpretación de Intervalos de Confianza. El Caso de Estudiantes Colombianos y Venezolanos*.
- Salgado Lévano, A. C. (2007). Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos. *Liberabit Revista Peruana de Psicología*, 13, 71–78. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=68601309>
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1–38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>

Sotaquira-Gutierrez, R. (2014). A new dynamic visualization technique for system dynamics simulations. *Dyna*, 81(188), 229–236.

<https://doi.org/10.15446/dyna.v81n188.41843>

Tylor, E. (1871). *Primitive Culture: Researches into the Development of Mythology, Philosophy, Religion, Language, Art and Custom*. Publicado en español como Tylor, E. B. *Cultura primitiva: Los orígenes de la cultura*. Ayuso.

Vergara, A., Estrella, S., & Vidal, P. (2020). Relaciones entre pensamiento proporcional y pensamiento probabilístico. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 7–36.

*Vista de Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas*. (n.d.). Edu.co.

Retrieved May 19, 2023, from

<https://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/view/10757/214421444270>

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society*. Cambridge, M. A. Harvard University Press.

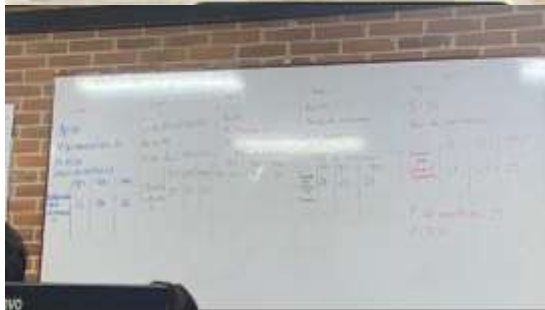
Wikipedia contributors. (n.d.). *Teoría del desarrollo cognitivo de Piaget*. Wikipedia, The Free Encyclopedia.

[https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Teor%C3%ADa\\_del\\_desarrollo\\_cognitivo\\_de\\_Piaget&oldid=151016517](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Teor%C3%ADa_del_desarrollo_cognitivo_de_Piaget&oldid=151016517)

## ANEXOS

### Imágenes Actividades

Recibos facturas consumo de Agua en Tunja



Ahexos

















