



**ACTIVIDADES PARA LA ENSEÑANZA DE LA TOPOLOGÍA A ESTUDIANTES DE
EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA, SECUNDARIA Y SUPERIOR**

CAMILO ALBERTO DIAZ PULIDO

Universidad Antonio Nariño

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá, Colombia

2017

**ACTIVIDADES PARA LA ENSEÑANZA DE LA TOPOLOGÍA A ESTUDIANTES DE
EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA, SECUNDARIA Y SUPERIOR**

CAMILO ALBERTO DIAZ PULIDO

Trabajo de grado que se presenta como requisito parcial para obtener
El título de Licenciado en Matemáticas

Asesor:

Diana Patricia Cárdenas

Docente de Licenciatura en Matemáticas

Universidad Antonio Nariño

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá, Colombia

Año 2017

RESUMEN

En el área de las Matemáticas, es muy importante potenciar en los diferentes niveles de escolaridad el pensamiento geométrico y métrico, sin embargo, en la actualidad no se tienen en cuenta nociones básicas de topología que son muy importantes para el desarrollo del pensamiento matemático como lo plantea Piaget e Inhelder (1975), quienes resaltan la importancia de abordar estas nociones en los niños para desarrollar sus estructuras espaciales. Pero al revisar los estándares en matemáticas (2006) del Ministerio de Educación Nacional (MEN) solo se plantean nociones de teoría de grafos en el grado octavo; sin que ello sea prueba de la puesta en escena dentro de las mallas curriculares de los colegios.

La propuesta de este trabajo plantea una alternativa para fortalecer el currículo escolar, abordando nociones básicas de teoría de grafos a través de experiencias didácticas en los diferentes niveles de educación formal, además de una proyección para ser desarrollada desde una plataforma b-learning, teniendo en cuenta que este es un aporte para el proyecto de investigación “Diseño de un ambiente virtual para el aprendizaje de nociones topológicas a estudiantes de educación básica, media y licenciatura en Matemáticas, basado en el desarrollo de habilidades metacognitivas”, de la Licenciatura en Matemáticas en la Universidad Antonio Nariño.

De la teoría de grafos, específicamente se abordan tres conceptos: grafo, ciclo euleriano y hamiltoniano, e isomorfismo; para cada uno de los cuales se diseñan experiencias didácticas teniendo en cuenta el manejo del mismo concepto para cada nivel: Básica Primaria, Básica Secundaria y Superior con propuestas metodológicas propias de la edad y desarrollo de los estudiantes. Es importante anotar que estas experiencias se programan para aplicación presencial

y se presenta una propuesta para implementación b-learning, como aporte al proyecto que aborda el grupo de investigación mencionado anteriormente.

Las actividades se estructuraron en cinco momentos:

1. Intencionalidad pedagógica: enuncia la actividad, se expresa el objetivo y las metas a alcanzar por parte del estudiante, además de los materiales requeridos para su ejecución.
2. Pregunta generadora: presenta una situación a partir de la cual se motiva al estudiante al desarrollo la actividad.
3. Procedimiento: se indica al docente el paso a paso para el desarrollo de la actividad, con el fin de que se cumplan la intencionalidad pedagógica planteada.
4. Conceptualización: se realiza mediante preguntas orientadoras para que el estudiante logre construir el concepto que se está trabajando.
5. Ejercicios de retroalimentación: con el fin de verificar la comprensión de los conceptos construidos y dialogar acerca del cumplimiento del objetivo propuesto en función del proceso realizado.

Con esta estructura se aplican dos actividades para cada nivel con el fin de valorar la claridad de las actividades propuestas, sin embargo, quedan a disposición de los docentes para implementar con los ajustes propios de la contextualización, labor inherente a los dinamizadores de los procesos pedagógicos en el aula escolar; maestros investigadores y mediadores entre el conocimiento y el estudiante.

Palabras clave

Experiencia didáctica - Grafo - Ciclo Euleriano - Ciclo Hamiltoniano - Isomorfismo de grafos

ABSTRACT

In the field of Mathematics, it is very important to maximize geometric and metric thinking in the different schooling levels. Nonetheless, we currently notice that basic notions of topology that are essential for the development of mathematical thinking, as proposed by Piaget and Inhelder (1975), who emphasize the importance of boarding these notions for the development of spatial structures, are not taken into account. However, when reviewing the mathematics standards (2006) of the National Ministry of Education (MEN, for its acronym in Spanish), notions of graph theory are only presented until the eight grade; without this being proof of the execution in the schools' curriculums.

The proposal of this work presents an alternative to strengthen the academic curriculum, approaching basic notions of graph theory through didactic experiences in the different levels of formal education, and a projection to be developed from a b-learning platform, taking into account that this is a contribution to the investigation project "Design of a Virtual Environment for Learning of Topological Notions of Students of Basic and Secondary School, and Bachelor's Degree in Mathematics, based in the Developing of Metacognitive Skills," of the bachelor's degree in Mathematics in Universidad Antonio Nariño.

Three concepts from graph theory are specifically addressed: the graph, the Eulerian and Hamiltonian cycle, and isomorphism. The design of didactic experiences is planned for each one, taking into account the handling of the given concept for each level—Primary, Secondary, and Superior—with methodological proposals suitable for the age and development of the students. It is important to note that the experiences are programmed for a face-to-face execution, and the b-learning implementation is presented as a proposal to be implemented as the contribution of the investigation group previously mentioned.

The work guides are structured in five moments:

1. Pedagogical intentionality: the activity is enunciated, and the objective and goals to be achieved by the student, as well as the materials necessary for execution, are expressed.

2. Generative question: presents a situation, which motivates the student to conduct the activity.

3. Procedure: the teacher is given the steps to follow in order to develop the activity, in order to fulfil the pedagogical intentionality posed.

4. Conceptualization: conducted through guiding questions, to enable the student to comprehend the concept being worked on.

5. Feedback exercises: with the end of verifying the understanding of the developed concepts and socialize around the fulfilment of the proposed objective in function of the implemented process.

With this structure two activities are applied for each level in order to assess the clarity of the proposed activities. Nonetheless, these activities are left to the disposition of the teachers to be implemented with the proper adjustments of contextualization, which is an inherent labour of the motivators of pedagogical processes in the classroom such as investigative teachers and mediators between knowledge and students.

Key words

Didactic experience – Graph – Eulerian cycle – Hamiltonian cycle – graph isomorphism

DEDICATORIA

A mi familia que me apoyo en todo momento

En memoria de mi abuela:

“¿Ya te vas para el colegio?”

AGRADECIMIENTOS

Al ver culminado mi trabajo, producto de un nuevo logro académico agradezco a cada uno de las personas que me acompañaron en este camino:

*A mi asesora Diana Patricia Cárdenas
por sus aportes y orientación en este trabajo
y en toda mi formación como licenciado.*

*A mi familia, en especial
a mi madre y mi hermana, compañeras incondicionales
y apoyos permanentes.
a mi padre por su respaldo y consejo.*

*Ángela, gracias a ti encontré mi vocación.
Gracias por estar siempre conmigo.*

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	3
ABSTRACT.....	5
DEDICATORIA	7
AGRADECIMIENTOS	8
Lista de gráficos	11
Lista de tablas	12
Lista de anexos.....	13
INTRODUCCIÓN	15
CAPÍTULO 1: DESCRIPCIÓN DEL CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN	18
1.1. Grupo de investigación.....	18
1.2. Proyecto de investigación	19
CAPÍTULO 2: DESCRIPCIÓN DE LA ASISTENCIA DE INVESTIGACIÓN	22
2.1 Actividades a desarrollar en la asistencia de investigación	24
2.2 Cronograma de actividades.....	25
2.3 Desarrollo de actividades	25
2.3.1 Antecedentes.....	25
2.3.2 Definición de la estructura de las “experiencias didácticas”	31
2.3.3 Diseño de “experiencias didácticas”	32
CAPÍTULO 3: PRESENTACIÓN DE LOS PRODUCTOS DE INVESTIGACIÓN	35

3.1 “Experiencias didácticas para la enseñanza de topología”	35
3.2 Contexto de implementación	37
3.3 Resultados de la implementación.....	38
CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES Y APORTES AL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN.....	48
REFERENCIAS.....	50
ANEXOS	53

Lista de gráficos

Gráficos 1. Uso del grafo - Básica Primaria – 501	39
Gráficos 2. Definición de Grafo – Básica Primaria - 501	40
Gráficos 3. Concepto de Ciclo - Básica Primaria - 501	41
Gráficos 4. Resultados coloreado de la mandala - Básica Secundaria - 804	43
Gráficos 5. Concepto de Grafo - Básica secundaria - 804	44

Lista de tablas

Tabla 1 Cronograma de actividades del proyecto.....	25
Tabla 2 Relación Experiencias Didácticas-Objetivos.....	33

Lista de anexos

Anexo 1 ¿Qué es grafo?- Básica Primaria - Docente	54
Anexo 2 ¿Qué es grafo?- Básica Primaria - Estudiante	61
Anexo 3 ¿Qué es grafo?- Básica Primaria - Virtual	63
Anexo 4 ¿Qué es grafo?- Básica Secundaria - Docente	71
Anexo 5 ¿Qué es grafo?- Básica Secundaria - Estudiante	76
Anexo 6 ¿Qué es grafo?- Básica Secundaria - Virtual	78
Anexo 7 ¿Qué es grafo?- Nivel Superior - Docente	83
Anexo 8 ¿Qué es grafo?- Nivel Superior - Estudiante.....	87
Anexo 9¿Qué es grafo?- Nivel Superior - Virtual	89
Anexo 10 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Primaria - Docente.....	94
Anexo 11 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Primaria - Estudiante	99
Anexo 12 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Primaria - Virtual.....	102
Anexo 13 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Secundaria - Docente.....	108
Anexo 14 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Secundaria - Estudiante	112
Anexo 15 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Secundaria - Virtual.....	116
Anexo 16 No repetir línea ni levantar lápiz – Nivel Superior - Docente.....	122
Anexo 17 No repetir línea ni levantar lápiz - Nivel Superior - Estudiante	126
Anexo 18 No repetir línea ni levantar lápiz - Nivel Superior - Virtual	130
Anexo 19 Cubo de Yoshimoto - Básica primaria - Docente	136
Anexo 20 Cubo de Yoshimoto - Básica primaria - Estudiante	145
Anexo 21 Cubo de Yoshimoto - Básica primaria - Virtual	150
Anexo 22 Cubo de Yoshimoto - Básica Secundaria - Docente	159

Anexo 23 Cubo de Yoshimoto - Básica Secundaria - Estudiante.....	167
Anexo 24 Cubo de Yoshimoto - Básica Secundaria - Virtual	172
Anexo 25 Cubo de Yoshimoto - Nivel Superior - Docente	181
Anexo 26 Cubo de Yoshimoto - Nivel Superior - Estudiante	189
Anexo 27 Cubo de Yoshimoto - Nivel Superior - Virtual	192

INTRODUCCIÓN

En un mundo donde se vive en tres dimensiones, aún la escuela se centra en enseñar solo la geometría plana, relacionándola con el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes en el mejor de los casos, en otros ni siquiera se enseña la geometría. En algunas instituciones se fortalece el desarrollo de algunos tipos de pensamiento como numérico y métrico pues se ve la matemática como una herramienta para calcular el valor de las cosas: ¿cuánto se tiene?, ¿cuánto se paga? y ¿cuánto debe quedar después de comprar, o para otros, en encontrar el valor específico de una ecuación que puede o no, tener sentido en la vida cotidiana de los estudiantes, asumiendo en ocasiones roles de la matemática escolar desde un papel esencialmente instrumental (MEN, 1998). Sin embargo a diario, se observan múltiples casos de resolución de problemas a través de la topología, como los mapas de rutas de sistemas de transporte masivo en donde se hace una representación gráfica, que generalmente no corresponde a la realidad de las ciudades pero sí al comportamiento del sistema.

Potenciar el pensamiento matemático en conceptos básicos de topología, abordados desde la teoría de grafos, es importante para comprender y reducir problemas al trazo de simples figuras construidas por puntos y líneas. La teoría de grafos como parte topología puede implementarse en otras áreas de conocimiento, por ejemplo en la elaboración de elementos cartográficos con atributos estéticos en los que se aplique la técnica de los cuatro colores, logrando una combinación tal que en áreas adyacentes nunca se repita un color. Sin embargo la temática solo se aborda según los estándares curriculares del MEN (MEN, 2002) en grado Octavo y se pospone su manejo al nivel Superior, subestimando la potencialidad cognitiva de los niños.

En este orden de ideas, ¿es posible generar una propuesta metodológica que aborde conceptos topológicos, planteados para niveles superiores, de tal forma que este eje sea tenido en cuenta desde los primeros años escolares?

Este trabajo tiene como objetivo abordar la enseñanza de la topología en la educación Básica Primaria, Básica Secundaria y Superior, mediante actividades lúdicas que desarrollan conceptos básicos de la teoría de grafos. Las experiencias, los juegos y los retos serán las estrategias empleadas para concretar conceptos propios de la topología, abordados en la teoría de grafos entendida como “conjunto de puntos o vértices algunos de ellos unidos por líneas llamadas aristas, donde la extensión de estos arcos no tienen importancia, sólo cuenta la manera en que los vértices están conectados” (Macho, 2002, p. 65).

En el desarrollo de esta propuesta se seleccionan tres conceptos: Grafo, Ciclo euleriano y hamiltoniano e Isomorfismo entre grafos. Para abordar cada uno de ellos se plantea una experiencia didáctica con diferente nivel de complejidad (de acuerdo con el grado del estudiante) a implementar de manera presencial, pero además se presenta una alternativa de aplicación b-learning.

Los conceptos seleccionados son apenas una muestra de las múltiples temáticas que desde el aula escolar, bien sea presencial o virtual, los docentes y futuros licenciados pueden abordar con los estudiantes como una posibilidad importante para el desarrollo del pensamiento matemático; pero ante todo como una manera de cambiar la imagen de la asignatura, logrando que se reconozca su naturaleza y utilidad en la vida práctica, desmitificando la dificultad del área.

La lúdica es una estrategia amigable que permite acercar el conocimiento al alumno. A través de ella se puede presentar conceptos complejos con características sencillas y cotidianas, mediante

los cuales se potencia el desarrollo de habilidades de pensamiento (Martínez, 1995) que son básicas para la resolución de problemas de la vida diaria. Un estudiante capaz de producir un concepto a partir de una actividad lúdica no solo aprende sino que se auto-reconoce como generador de saberes, empoderándose frente a su proceso de aprendizaje.

Con la creación del semillero: “Pensando topológicamente” en la Licenciatura de Matemática, se presentó la posibilidad de aplicar algunos de los talleres para su valoración y se generaron pautas de trabajo con la finalidad de profundizar en el tema tanto a nivel conceptual como metodológico, considerándose un valioso aporte a este equipo de investigación.

En el marco de lo expresado, este documento contiene la información correspondiente al contexto de trabajo articulado con en el semillero de investigación “Pensando Topológicamente”, ligado al proyecto de investigación mencionado anteriormente que proyecta desarrollar ambientes de aprendizaje b-learning a partir de situaciones problema con el enfoque de habilidades metacognitivas e investigar acerca del impacto que pueda tener esta estrategia metodológica en la enseñanza de los conceptos de topología. Además aporta elementos para fortalecer la enseñanza de la topología en Básica Primaria, Básica Secundaria y Superior mediante el diseño de “Experiencias Didácticas”, describe los espacios donde hubo la posibilidad de implementar algunas de las actividades, se puntualizan las acciones realizadas, los procesos en su aplicación y resultados, con el fin de hacer ajustes a las mismas y generar algunas conclusiones frente a lo desarrollado. Al final del documento se anexan las experiencias didácticas elaboradas.

CAPÍTULO 1: DESCRIPCIÓN DEL CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. Grupo de investigación

Actualmente se debe incluir la Tecnología de la Información y la Comunicación (TIC) en el aula, no solo por las directrices y los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional, sino porque es un requerimiento cultural, social y económico que la dinámica presente impone en la sociedad de conocimiento, en la que el docente debe estar inmerso y actualizado. El efecto del uso de TIC en el aula se evidencia en los informes de resultados de pruebas internacionales como Programme for International Student Assessment (PISA), Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) y nacionales como SABER.

En concordancia, la Universidad Antonio Nariño, comprometida con estos requerimientos, desde la línea de investigación “Uso de TIC en educación”, promueve el desarrollo, aplicación y análisis de propuestas basadas en TIC, como estrategia para apoyar los procesos de aprendizaje desde las distintas áreas del conocimiento, contribuyendo de esta manera a la formación de licenciados y a la construcción de nuevos ambientes de aprendizaje.

En el marco del proyecto de investigación se ha conformado un semillero de investigación denominado “Pensando Topológicamente” de la Licenciatura en Matemáticas que se propone estudiar nociones básicas de topología empleando las TIC, como instrumento mediador del conocimiento, generando espacios de análisis y reflexión crítica a través de la intervención en los contextos educativos, para fortalecer tanto las instituciones como sus actores. Estos ambientes de aprendizaje apoyados en las TIC incentivan el desarrollo autónomo del estudiante, promueve

su espíritu de investigación y activa sus procesos cognitivos, contribuyendo a mejorar el logro académico, pues implica el desarrollo de habilidades metacognitivas (Facultad de Educación, UAN 2017).

Su objetivo general es la realización de un curso de topología para introducir las nociones básicas en los diferentes niveles de enseñanza. Se proyecta desarrollar un ambiente virtual de aprendizaje AVA, a partir de situaciones problema con el enfoque de habilidades metacognitivas e investigar acerca del impacto que pueda tener esta estrategia metodológica en la enseñanza de los conceptos de topología.

El estudio está proyectado para ser desarrollado en 24 meses y en cuatro fases, siendo la documentación, la primera etapa, momento en el cual se revisan los antecedentes, se definen los módulos a tratar en el curso y se diseñan las actividades que se incluirán en el Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA). En una segunda etapa se construyen los ambientes que serán implementados en la tercera etapa del proyecto. Luego se analizan resultados y finalmente se ajusta el curso y se entrega al Centro de Apoyo para el Aprendizaje Virtual (CAAV).

Para el desarrollo de esta investigación el semillero se encuentra abierto a los estudiantes de la universidad que consideren de su interés la temática propuesta.

1.2. Proyecto de investigación

Este trabajo pretende aportar elementos para fortalecer la enseñanza de la topología en Básica Primaria y secundaria, y en el programa de la Licenciatura en Matemáticas, utilizando como recurso ambientes de aprendizaje que favorecen la adquisición de conceptos topológicos básicos y se enmarca en el proyecto de investigación “Diseño de un ambiente virtual para el aprendizaje

de nociones topológicas a estudiantes de educación básica, media y licenciatura en matemáticas, usando el desarrollo de habilidades metacognitivas” , del cual se ha estructurado el semillero de investigación “Pensando topológicamente” de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad Antonio Nariño.

Esta asistencia y participación en el proyecto de investigación y en el semillero, atiende dos aspectos fundamentales: El primero de orden disciplinar al abordar conceptos básicos de la topología enfocada especialmente a comprensión de la teoría de grafos y el segundo que busca desarrollar estrategias de aprendizaje a partir del desarrollo de habilidades cognitivas, aportando no solo a la construcción de conocimiento, sino al desarrollo del pensamiento matemático.

Cabe mencionar que es poco el trabajo realizado en torno a la enseñanza de la topología, específicamente en nivel de educación básica y media y frente a la búsqueda de los antecedentes consultados, en los estándares curriculares solo se menciona el trabajo de grafos en grado octavo (MEN, 2006), motivo por el cual se determina trabajar con nociones de topología, enfocadas a la teoría de grafos.

Desde la modalidad de asistente de investigación, se diseñan “Experiencias Didácticas” que abordan los conceptos de: Grafo, Ciclo euleriano y hamiltoniano e Isomorfismo entre grafos, enfocadas a cada nivel educativo; actividades que son implementadas y valoradas de acuerdo con la disponibilidad de las instituciones que permitieron su aplicación. Estas mismas se presentan, con una adaptación, como propuesta para implementarlas en un AVA, acción que comprenderá otra fase del proyecto de investigación.

Una experiencia didáctica se entiende como la secuencia de acciones derivadas de una pregunta generadora a través de la cual el estudiante busca una solución a la situación problema

que se plantea, y construye las nociones correspondientes con la mediación del maestro. Así, el docente ha de preocuparse por generar experiencias de aprendizaje en un ambiente que fortalezca la conciencia cognitiva del estudiante para que de forma progresiva genere autonomía y desarrolle su propio estilo de aprendizaje (Tébar, 2003), en concordancia con lo propuesto en los lineamientos curriculares del MEN en donde el conocimiento matemático es considerado un elemento potenciador para el desarrollo de las habilidades de pensamiento (MEN, 1998).

Es interés particular del asistente de investigación, presentar algunos objetos matemáticos manejados en la propuesta curricular del área, tradicionalmente rígidos y absolutamente cuantitativos (Macho, 2010) como objetos con propiedades cualitativas, acercando a los estudiantes a las ideas de proximidad, conectividad y continuidad, temas abordados por la topología.

CAPÍTULO 2: DESCRIPCIÓN DE LA ASISTENCIA DE INVESTIGACIÓN

El proyecto de investigación busca diseñar y desarrollar actividades que se puedan implementar en educación Básica Primaria, Básica Secundaria y Superior con el fin de contribuir al desarrollo del pensamiento matemático, particularmente desde la topología, dado que en la actualidad las instituciones de educación básica y media se centran en el desarrollo del pensamiento numérico, métrico, variacional y geométrico; pero no en las nociones básicas de topología que son empleadas incluso para la enseñanza de la geometría, probablemente (Lipschutz, 1965) por ser una de las ramas más modernas de la matemática y reservada para niveles superiores. Actualmente solo se aborda la teoría de grafos en grado octavo según los estándares de educación (MEN, 2002).

La topología se ocupa de aquellas propiedades de las figuras que permanecen invariantes, cuando dichas figuras son plegadas, dilatadas, contraídas o deformadas, de modo que no aparezcan nuevos puntos, o se hagan coincidir puntos diferentes (Macho, 2002). Es así como la teoría de grafos constituye un elemento fundamental para el desarrollo de esta rama de la matemática.

Así la noción de conservación es básica en esta rama de la matemática y a su vez, importante en el desarrollo del pensamiento de los niños a potencializarse desde temprana edad, por esto se pretende diseñar algunas actividades que acerquen al estudiante a conceptos topológicos básicos en la Teoría de grafos, direccionando el trabajo hacia una segunda fase del proyecto de investigación, en donde puedan ser empleadas en un curso b-learnig aplicado a estudiantes de Básica Primaria, Básica Secundaria y Superior, con el fin de construir escenarios de aprendizaje de estas nociones básicas.

Las experiencias didácticas tanto a nivel presencial como virtual pretenden llegar a la construcción de los conceptos, dado que es tan importante el contenido topológico a manejar como los procesos de pensamiento que lo llevan a su elaboración. Hacer conciencia del “paso a paso” conlleva a la autoevaluación permanente y la consecuente mejora de sus habilidades cognitivas (Flavell, 1979), de tal manera que el estudiante haga conciencia de sus estrategias de aprendizaje.

Dichas experiencias didácticas se enfocan en la teoría de grafos, específicamente los conceptos de: Grafo, ciclo de un grafo e isomorfismo entre grafos, resaltando que el mismo objeto de estudio es abordado en diferentes grados, por lo cual las actividades han sido planeadas respondiendo a los estadios de desarrollo de los estudiantes (Piaget y Osterrieth, 1982), en los niveles de Básica Primaria, Básica Secundaria y Superior, condicionados al contexto particular de los grupos en donde se implementó.

Durante la asistencia a este proyecto de investigación se plantearon los siguientes objetivos específicos

- Indagar sobre actividades propuestas o trabajos de investigación que han sido implementadas para la enseñanza de teoría de grafos, e introducir conceptos básicos de topología, en los diferentes niveles de educación formal.
- Diseñar actividades con preguntas orientadoras dirigidas a estudiantes de Básica primaria, Básica Secundaria y Superior, que permitan manejar conceptos básicos de topología, enfocados desde la teoría de grafos, en cada uno de los niveles, con distintos grados de complejidad.

- Valorar en modalidad presencial el material elaborado en los diferentes niveles con el fin de hacer los ajustes respectivos y socializar los resultados obtenidos.
- Incentivar el desarrollo de habilidades de pensamiento durante el diseño, implementación y valoración presencial de las experiencias.
- Adaptar las experiencias didácticas de tal forma que sean entregadas como propuesta de trabajo para su inclusión en el AVA en el marco del proyecto de investigación.

2.1 Actividades a desarrollar en la asistencia de investigación

Este proyecto de grado se centra en el diseño de experiencias didácticas a partir de actividades lúdicas, para el acercamiento a conceptos básicos de topología, específicamente en teoría de grafos, utilizando como enfoque el desarrollo de habilidades metacognitivas para estudiantes de Básica Primaria, Básica Secundaria y Superior.

Las actividades que se desarrollaron se describen a continuación:

- Buscar antecedentes o actividades que se han desarrollado para comprender conceptos topológicos en Básica Primaria, Básica Secundaria y Superior.
- Diseñar actividades que involucren el desarrollo del pensamiento topológico enfocado a la teoría de grafos, en los estudiantes de niveles básica primaria, básica secundaria y superior
- Valorar las actividades en los grados para los cuales fueron proyectadas, con el fin de establecer la viabilidad en su desarrollo, y en su defecto hacer ajustes o modificaciones de acuerdo con los tiempos establecidos en la institución.

- Elaborar un informe final sobre las actividades realizadas durante la asistencia al proyecto de investigación.

2.2 Cronograma de actividades

Tareas	Fechas
Búsqueda de antecedentes y definición de la estructura de las actividades	10 de febrero -10 de marzo
Diseño de actividades 1 y 2	10 de marzo – 22 de marzo
Diseño de actividades 3 y 4	22 de marzo – 02 de abril
Diseño de actividades 5 y 6	02 de abril – 12 de abril
Diseño de actividades 7, 8 y 9	12 de abril - 22 de abril
Valoración de las actividades	22 de abril - 30 de abril
Elaboración del informe	01 de mayo – 09 de mayo

Tabla 1 Cronograma de actividades del proyecto

2.3 Desarrollo de actividades

2.3.1 Antecedentes.

En esta sección se citan una serie de documentos que abordan las temáticas referentes a la teoría de grafos, como elemento inicial para introducir el estudio de la topología, dada la importancia de claridad conceptual para la realización del trabajo. Luego se presentan algunos trabajos de

aplicación en la escuela y la metacognición como estrategia de aprendizaje, teniendo en cuenta que estas dos temáticas aportan a la construcción de las “experiencias didácticas”.

- Macho M. en su artículo ¿Qué es la topología? (2002) postula a la topología como la rama más joven de la matemática, pues se inicia en el siglo XVII con el nombre de “analysis situs” clarificando las diferencias entre un geómetra y un topólogo, ya que analizan características diferentes del mismo objeto: uno mide sus ángulos y longitudes mientras el otro, las características que permanecen invariantes cuando el objeto se dilata se dobla o se contrae. También aborda la revisión histórica del concepto de topología, estructurándola en tres teorías: la teoría de grafos, teoría de nudos y la teoría de superficies, describiendo brevemente cada una de ellas, al tiempo que expone algunas de sus aplicaciones como: la contribución a la economía en diversos campos de la actividad humana por cuanto permite diseñar “trayectos óptimos” (Teoría de grafos) y representación del ADN, (Teoría de nudos).
- La Facultad de Ciencias y Tecnología para la Universidad del país Vasco – Euskal Herriko Unibertsitatea programó el curso “topología general”, para el departamento de matemáticas (Macho, 2010), que inicia con una contextualización histórica remontándose al año 1679, cuando Leibniz publica el libro “Characteristica Geometrica”, en el que propone estudiar las propiedades topológicas de un cuerpo más allá de las características métricas de éste, posteriormente menciona a Euler y la solución al problema de los puentes Königsberg, y su fórmula para un poliedro con la cual determina el homomorfismo con una esfera; continua dando unas nociones de lógica dando definiciones y teoremas para realizar demostraciones, resaltando los métodos que se pueden utilizar: hipótesis auxiliar, contraposición, reducción al absurdo y contraejemplo.

Continúa con un capítulo acerca de conjuntos en espacios topológicos: Numerabilidad, continuidad y homomorfismo para finalizar con una serie de ejercicios, los cuales deberán ser comprendidos por los estudiantes y así encontrar soluciones argumentadas a las situaciones propuestas.

- En el artículo “Aplicaciones de la teoría de grafos a algunos juegos de estrategia” (Martin y Méndez, 2004), revista Suma, realizan una descripción haciendo un poco de historia acerca del problema de los puentes de Königsberg y cómo la teoría de grafos fue fundamental para su solución o justificación del porqué no se puede resolver; los autores proponen el uso de la teoría de grafos para la solución de juegos de estrategia, los cuales resultan muy útiles para plantear un método que permita ganar la partida.

Presentan juegos como: “suma 31”, “Nim”, “Llegar a la meta” y “Dos Montones”, expresan las reglas del juego para cada uno de ellos y como se determina el ganador en cada partida. Finalmente presentan la explicación del grafo que ayuda a planear la estrategia ganadora en cada juego.

- De Guzmán M en su libro “Enseñanza de las ciencias y la matemática” (1993) hace una reflexión sobre la enseñanza de la matemática como una tarea difícil, por ser un objeto de abordaje complejo y cambiante a través del tiempo. La didáctica, por lo tanto, ha venido siendo transformada de acuerdo con los contenidos que se van introduciendo de tal forma que en su búsqueda de rigor lógico el álgebra paso a un nivel relevante, dejando de lado la geometría elemental y la intuición espacial. En los años 80 se admite la importancia de la manipulación operativa del espacio, sin embargo se mantiene la tendencia numérica dada la formación de los docentes. Destaca la necesidad de trabajar

procesos de pensamiento, a través del aprendizaje activo mediante la resolución de problemas, además del reto que se debe asumir para insertar la tecnología como herramienta en la enseñanza. Finalmente considera “necesidad ineludible” volver a recuperar el contenido espacial e intuitivo en la matemática.

- En la Universidad Nacional de Colombia se presentó un trabajo de profundización realizado por Delgado D. (2012), como requisito para optar al título de magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, llamado “Propuesta didáctica para el trabajo de algunas nociones de topología en el grado décimo” refiriéndose a problemas como los puentes de Königsberg, el Teorema de los cuatro colores y la cinta de Moebius, realizando una pequeña contextualización temporal de las situaciones y los personajes que dieron lugar a conceptos básicos de la teoría de grafos, de los cuales presenta su definición. Su trabajo se centra en la realización de actividades relacionadas con los tres problemas mencionados analizándolos con los estudiantes para llegar a los conceptos y proponer ejercicios de aplicación. Finalmente concluye que es muy importante incluir elementos de topología en el aula de clase para el desarrollo del pensamiento lógico espacial y que es posible desarrollar actividades más significativas, con material visual y manipulable generando mayor atracción por el trabajo del área. Propone emplear estos problemas para abordar otros temas como: combinatoria y límites.
- En el trabajo “Experiencia topológica en grados cuarto, quinto y sexto de la educación básica” los estudiantes Trujillo A. y Osorio D. (2013) para optar al título de Licenciados en Matemáticas y física de la Universidad Tecnológica de Pereira, proponen desarrollar el espíritu intuitivo y heurístico en los estudiantes a partir de problemas interesantes de la topología. Su propuesta implica la combinación del aprendizaje con el juego, la

manipulación y la reflexión para llegar a las posibles soluciones de los problemas, creando un banco de actividades que fueron aplicadas a estudiantes entre 9 y 11 años de la institución educativa la Bolivariana de Manizales.

Se trabajaron transformaciones topológicas con plastilina y poliedros para inducir al concepto de invariante topológica, el problema de los puentes de Königsberg para el desarrollo del concepto de grafo, el teorema de los cuatro colores para incorporar el concepto de frontera, no frontera y región adyacente y con la cinta de Moebius el concepto de superficie no orientable. Para cada actividad planeada se definió un estándar, los objetivos, el procedimiento y los criterios de evaluación. Su aplicación, generalmente mediante trabajo en grupo evidenció gran motivación por parte de los estudiantes impulsándolos a la indagación e investigación por cuenta propia. Los autores proponen la realización de este tipo de actividades desde edades tempranas como estrategia para involucrar a los estudiantes en el maravilloso mundo de las matemáticas.

- El docente investigador Martínez J. en su obra “enseño a pensar” (1995), destaca la importancia de implementar estrategias que desarrollen habilidades cognitivas, como una tarea propia del docente mediador para buscar que el estudiante ponga en juego su potencial de aprendizaje. Lista una serie de capacidades, como: identificar, comparar, plantearse problemas, observar, clasificar, usar conceptos apropiados, trazar estrategias, auto-evaluar, transferir, entre otras, que deben “cobrar conciencia” durante las acciones pedagógicas y presenta una serie de ejercicios estructurados a partir de un objetivo, describe el método para aplicarlos y orienta el proceso de tal forma que contribuye a fortalecer las capacidades enunciadas.
- Los investigadores Gaskins I. y Elliot T. en su libro “Cómo enseñar estrategias cognitivas

en la escuela” (1999), parten de la experiencia de la escuela Benchmark, donde se llevó a cabo un ejercicio de transformación curricular, con la intención de trabajar tanto los contenidos como las estrategias de pensamiento como posibilidad para mejorar los aprendizajes, considerando que, este es un proceso activo. Relacionan algunas estrategias cognitivas y metacognitivas señalando que las primeras se refieren específicamente a la realización de la tarea y las segundas a la reflexión sobre los factores que influyen en su ejecución.

De otra parte, describen algunas experiencias particulares tanto de trabajo con los estudiantes como con los docentes, donde se destaca la “verbalización” como una forma de expresión que permite hacer conciencia de los procesos, y la transferencia de una estrategia aplicada, a otros eventos pedagógicos. Finalmente invitan a los docentes a transformar sus prácticas pedagógicas a pesar del esfuerzo, tiempo y dedicación que se requiera.

Los trabajos revisados proponen ejercicios de implementación de actividades para abordar la topología en el aula, coincidiendo en trabajar a partir de los problemas que dieron origen a esta rama de la matemática: los puentes de Königsberg, la cinta de Moebius y el teorema de los cuatro colores. Resaltan la importancia de estos temas en el aprendizaje de los estudiantes, además de la motivación que despierta en ellos este tipo de situaciones.

Esta motivación y la aplicabilidad de los conceptos en la solución de situaciones de la vida diaria expresada por Marta Macho (2002) y Martín & Méndez (2004), constituye una buena fórmula para cambiar la mirada apática y poco llamativa que tienen los estudiantes frente a las matemáticas; sin embargo se observa que la escuela se centra en el sistema métrico y numérico

y no se rescata el contenido espacial e intuitivo de la matemática como lo expresa De Guzmán M, (1993). Esto se evidencia en los estándares para la excelencia en la educación del MEN, los cuales trabajan algunas figuras y cuerpos geométricos desde el punto de vista cuantitativo y se abordan nociones elementales de ubicación espacial, estas últimas básicamente en los primeros grados de escolaridad. Únicamente en grado octavo se expresan temáticas de teoría de grafos.

Aprovechar la historia de la matemática, el potencial y la curiosidad del estudiante, la lúdica como estrategia de aprendizaje, y la proximidad del ambiente para desarrollar el pensamiento topológico contribuye no solamente a trabajar esta rama del área sino también a desarrollar habilidades cognitivas que sin duda mejoraran los niveles de aprendizaje no solamente en matemática.

2.3.2 Definición de la estructura de las “experiencias didácticas”

Una vez encontrada la falencia de actividades para el manejo de los conceptos básicos de topología referentes a la teoría de grafos para los distintos niveles de educación formal, y como compromiso con el semillero se define inicialmente los temas a trabajar:

- Concepto de grafo
- Ciclo Euleriano y Ciclo Hamiltoniano
- Isomorfismo entre grafos

Determinados los temas se estructura la guía, quedando establecidos 5 momentos básicos:

1. Intencionalidad pedagógica: enuncia la actividad, se expresa el objetivo y las metas a alcanzar por parte del estudiante, además de los materiales requeridos para su ejecución.

2. Pregunta generadora: presenta una situación a partir de la cual se motiva al estudiante al desarrollo la actividad.

3. Procedimiento: se indica al docente el paso a paso para el desarrollo de la actividad, con el fin de que se cumplan la intencionalidad pedagógica planteada.

4. Conceptualización: se realiza mediante preguntas orientadoras para que el estudiante logre construir el concepto que se está trabajando.

5. Ejercicios de retroalimentación: con el fin de verificar la comprensión de los conceptos construidos y dialogar acerca del cumplimiento del objetivo propuesto en función del proceso realizado.

2.3.3 Diseño de “experiencias didácticas”

Se procede a la búsqueda de actividades pertinentes para el desarrollo de la temática propuesta, de tal forma que tanto ésta, como la metodología de trabajo se ajusten a los distintos niveles de acuerdo con la complejidad.

A continuación se relacionan las experiencias didácticas diseñadas con sus correspondientes objetivos teniendo en cuenta que la propuesta para la adaptación virtual mantiene el mismo tema e intención:

Nivel	Actividad	Objetivo
Básica Primaria Ciclo 3 Grado 5	¿Qué es un grafo?	Presentar el concepto de grafo a partir de una actividad lúdica: aplicación de la técnica del sociograma
	No repetir línea ni levantar el lápiz	Determinar el ciclo de un grafo caracterizándolo como euleriano o hamiltoniano
	Cubo de Yoshimoto	Elaborar el cubo de Yoshimoto a partir de la construcción de sólidos, empleando parámetros de medida y color determinados para desarrollar el concepto de isomorfismo
Básica Secundaria Ciclo 4 Grado 8	¿Qué es un grafo?	Conceptualizar la noción de grafo mediante la decoración de una <i>mandala</i> usando 4 colores.
	No repetir línea ni levantar el lápiz	Construir grafos identificando circuitos eulerianos y hamiltonianos Desarrollar competencias ciudadanas y tecnológicas para el desempeño de actividades cotidianas
	Cubo de Yoshimoto	Construir el concepto de isomorfismo en teoría de grafos mediante la construcción del cubo de Yoshimoto
Superior	¿Qué es un grafo?	Elaborar un grafo empleando un audio de un partido de fútbol
	No repetir línea ni levantar el lápiz	Caracterizar las condiciones a cumplir en un grafo para considerar que sea Euleriano o Hamiltoniano
	Cubo de Yoshimoto	Construir el concepto de isomorfismo en teoría de grafos mediante la construcción del cubo de Yoshimoto

Tabla 2 Relación Experiencias Didácticas-Objetivos

Es importante destacar que en las aplicaciones presenciales el trabajo en equipo, es pieza fundamental pues fortalece la construcción del conocimiento, se sugiere que en la segunda fase correspondiente a la implementación en el AVA se establezca el trabajo colaborativo como herramienta de aprendizaje.

En la propuesta inicial del trabajo se plantea la elaboración de nueve actividades de carácter presencial, pero la dinámica del proyecto direccionó hacia la adaptación de cada una de las

“experiencias didácticas” para la fase AVA. De esta forma se entregan diez y ocho “experiencias didácticas” con la estructura mencionada anteriormente.

Ha sido esta, una muy buena aproximación a las dinámicas de investigación y dejan la puerta abierta para continuar el proceso, puesto que solo se han abordado tres de las temáticas posibles. Indudablemente la propuesta que se entrega confirma la mirada de quienes pensamos que la matemática debe ser una asignatura agradable y deseada por los estudiantes más no, aquella que permanece en los imaginarios de nuestros alumnos quienes la ven complicada, difícil y totalmente abstracta.

De otra parte, al ser integrante de un semillero de investigación, donde se aplicaron algunas guías, no solamente se recibió aportes importantes al material elaborado, sino que se tuvo la oportunidad de compartir saberes y habilidades que como docente permiten mejorar las competencias profesionales y personales a partir de los propios procesos de autorregulación.

CAPÍTULO 3: PRESENTACIÓN DE LOS PRODUCTOS DE INVESTIGACIÓN

3.1 “Experiencias didácticas para la enseñanza de topología”

Cumpliendo con los objetivos del trabajo y los compromisos con el semillero se entregan diez y ocho “experiencias didácticas”, nueve de aplicación presencial y nueve adaptaciones de estas, para abordar los conceptos de: Grafo, Ciclo euleriano y Ciclo hamiltoniano e Isomorfismo entre grafos, discriminadas así:

Tres actividades de trabajo presencial para Básica Primaria

Tres actividades de trabajo virtual para Básica Primaria

Tres actividades de trabajo presencial para Básica Secundaria

Tres actividades de trabajo virtual para Básica Secundaria

Tres actividades de trabajo presencial para educación Superior

Tres actividades de trabajo virtual para educación Superior

Cada actividad presenta la estructura mencionada en el capítulo anterior, resaltando que en la propuesta para la aplicación AVA el planteamiento del problema requiere una contextualización puntual. Se encuentran en los anexos, en el siguiente orden:

- Actividades para la enseñanza del concepto de Grafo, diseñado para aplicación presencial en los tres niveles e igualmente su adaptación para la aplicación en el AVA

Anexo 1 ¿Qué es grafo?- Básica Primaria - Docente

Anexo 2 ¿Qué es grafo?- Básica Primaria - Estudiante

Anexo 3 ¿Qué es grafo?- Básica Primaria - Virtual

Anexo 4 ¿Qué es grafo?- Básica Secundaria - Docente

Anexo 5 ¿Qué es grafo?- Básica Secundaria - Estudiante

Anexo 6 ¿Qué es grafo?- Básica Secundaria - Virtual

Anexo 7 ¿Qué es grafo?- Nivel Superior - Docente

Anexo 8 ¿Qué es grafo?- Nivel Superior - Estudiante

Anexo 9 ¿Qué es grafo?- Nivel Superior - Virtual

- Actividades para la enseñanza del concepto de Ciclo euleriano y Ciclo hamiltoniano, diseñado para aplicación presencial en los tres niveles e igualmente su adaptación para la aplicación en el AVA

Anexo 10 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Primaria - Docente

Anexo 11 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Primaria - Estudiante

Anexo 12 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Primaria - Virtual

Anexo 13 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Secundaria - Docente

Anexo 14 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Secundaria - Estudiante

Anexo 15 No repetir línea ni levantar lápiz - Básica Secundaria - Virtual

Anexo 16 No repetir línea ni levantar lápiz – Nivel Superior - Docente

Anexo 17 No repetir línea ni levantar lápiz - Nivel Superior - Estudiante

Anexo 18 No repetir línea ni levantar lápiz - Nivel Superior - Virtual

- Actividades para la enseñanza del concepto de Isomorfismo entre grafos, diseñado para aplicación presencial en los tres niveles e igualmente su adaptación para la aplicación en el AVA

Anexo 19 Cubo de Yoshimoto - Básica primaria - Docente

Anexo 20 Cubo de Yoshimoto - Básica primaria - Estudiante

Anexo 21 Cubo de Yoshimoto - Básica primaria - Virtual

Anexo 22 Cubo de Yoshimoto - Básica Secundaria - Docente

Anexo 23 Cubo de Yoshimoto - Básica Secundaria - Estudiante

Anexo 24 Cubo de Yoshimoto - Básica Secundaria - Virtual

Anexo 25 Cubo de Yoshimoto - Nivel Superior - Docente

Anexo 26 Cubo de Yoshimoto - Nivel Superior - Estudiante

Anexo 27 Cubo de Yoshimoto - Nivel Superior - Virtual

3.2 Contexto de implementación

Las actividades de Básica primaria fueron implementadas en el Colegio Andrés Bello, jornada mañana, ubicado en la localidad 16, Puente Aranda en un grupo de 32 estudiantes de quinto de primaria, con edad promedio de 10 años. Las de Básica Secundaria se trabajaron en el colegio Liceo Femenino Mercedes Nariño de la localidad 18, Rafael Uribe en un grupo de octavo de 38 niñas con edad promedio de 14 años y las de nivel Superior con los estudiantes del semillero “Pensado topológicamente” que cursan últimos semestres de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Antonio Nariño.

La aplicación de las “experiencias didácticas” permitió valorar la pertinencia y claridad de las instrucciones y la posibilidad de conceptualización en los diferentes grupos de trabajo.

3.3 Resultados de la implementación

Para los niveles de Básica Primaria y Básica Secundaria se implementaron dos actividades: “¿Qué es grafo?” y “No repetir línea”; seleccionadas considerando el tiempo requerido y para el Nivel Superior: “¿Qué es grafo?” y “Cubo de Yoshimoto” por motivación del grupo. Se presentan los resultados por nivel de las actividades mencionadas.

Con la aplicación se busca valorar la pertinencia y claridad de las instrucciones además de la verificación de la conceptualización elaborada por los estudiantes. A continuación se muestran los resultados de las aplicaciones realizadas en cada nivel y al final unas reflexiones generales sobre estos.

Nivel: Básica Primaria

El objetivo de esta actividad es presentar el concepto de grafo, mediante la implementación de la técnica del sociograma (Rodríguez y Morera, 2001) del grupo a partir de una actividad lúdica. Para abordar este concepto, se planteó inicialmente un trabajo de reconocimiento del grupo mediante preguntas referidas a las relaciones de amistad entre ellos. Luego con la mediación del docente se observan los grafos dibujados en el piso y a través de preguntas se induce hacia el concepto de grafo

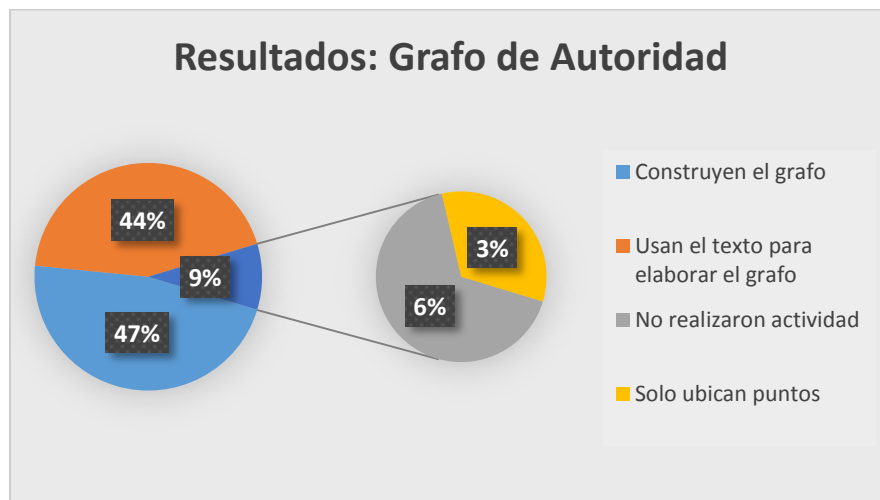


Posteriormente se hacen ejercicios con otras relaciones para solicitar a los estudiantes su propio concepto.

Uno de los ejercicios era representar mediante un grafo la relación de autoridad del colegio teniendo en cuenta los siguientes actores:

Estudiante (E) Rector (R) Profesor (P) Coordinador (C).

Criterio de evaluación: Uso de puntos y líneas para construir el grafo

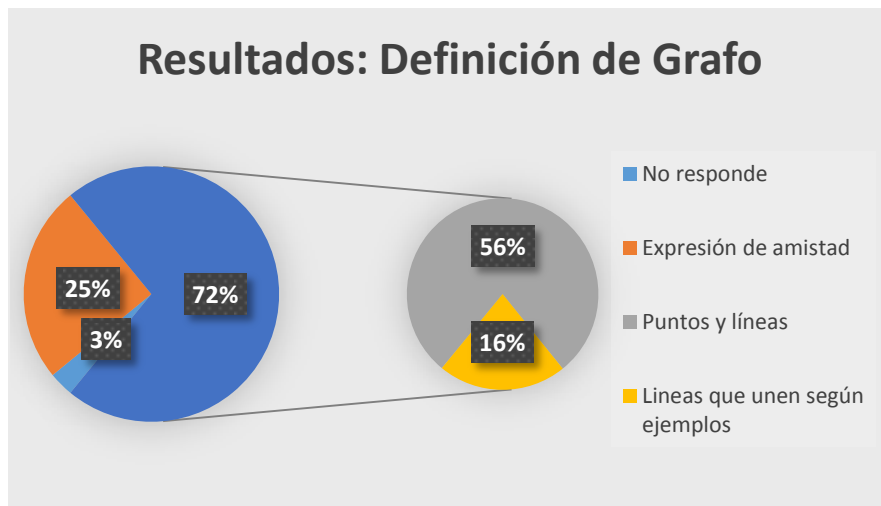


Gráficos 1. Uso del grafo - Básica Primaria – 501

El 91% de los estudiantes logran construir el grafo, aproximadamente la mitad hace la construcción desde el mismo texto, pero mediante líneas expresan la relación de autoridad.

Finalmente se les pide que: “Define con tus palabras qué es un grafo”

Para categorizar las respuestas se tomó como criterio la inclusión de los elementos: punto, línea, relación.



Gráficos 2. Definición de Grafo – Básica Primaria - 501

La noción es apropiada por un 72% de los estudiantes del curso, quienes incluyen en su expresión los elementos: Puntos, líneas para expresar relaciones.

Un grafo es la unión de diferentes puntos y líneas

Un 16% de ellos solo lo asocian con la relación de amistad o autoridad trabajada en clase.

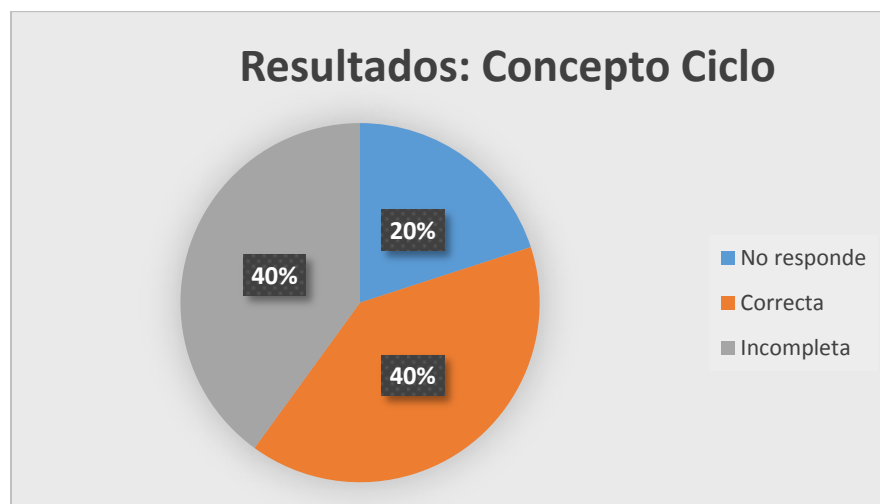
Grafo es una línea con que el mejor amigo o con autoridad se une, el primero es con el mejor amigo unido, el segundo es con la autoridad unir el rector el ordenador el profesor y es estudiante

El 25% de los estudiantes expresan una definición asociada a los sentimientos de amistad.

el grafo es en dibujo para expresar
nuestros sentimientos con el otro
compañero para repetir líneas y tener
esa amistad con el compañero

Al trabajar el tema de Ciclo euleriano - Ciclo hamiltoniano, a partir de una carrera de observación los estudiantes realizaron el grafo de su recorrido para llevarlos a la noción de ciclo y sus posibilidades.

Criterio de evaluación: Referencian la condición para ser ciclo hamiltoniano o ciclo euleriano



Gráficos 3. Concepto de Ciclo - Básica Primaria - 501

Para el 20% de los estudiantes les fue complicado expresar los conceptos. Un 40% hizo referencia a las condiciones: “No repetir punto o no repetir línea” y el otro 40% expresó únicamente su concepción de ciclo.

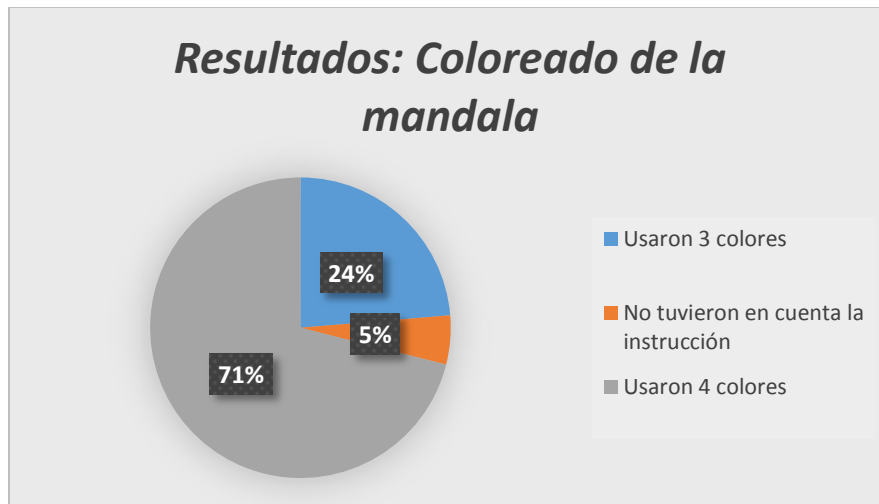
Los estudiantes de primaria se mostraron motivados con la actividad y participaron con entusiasmo y compromiso en las actividades propuestas. Haciendo uso de habilidades del pensamiento como la atención, la observación, la descripción y la comparación se logró que los estudiantes plantearan un concepto, comunicando una idea matemática. Si bien es cierto que no todos generalizaron, la mayoría verbalizó acertadamente. Al dialogar con los estudiantes sobre el trabajo desarrollado se logró que comprendieran la importancia de ser actores de su propio conocimiento.

Nivel: Básica Secundaria

El objetivo es conceptualizar la noción de grafo mediante la decoración de una mandala usando cuatro colores sin que áreas adyacentes tengan el mismo color.

Para llegar al concepto de grafo se planteó colorear una mandala con las orientaciones del teorema de los cuatro colores: “dos áreas adyacentes no pueden tener el mismo color”. La situación es presentada para ser analizada por las estudiantes y con la mediación del docente se direcciona hacia la conceptualización de grafo.

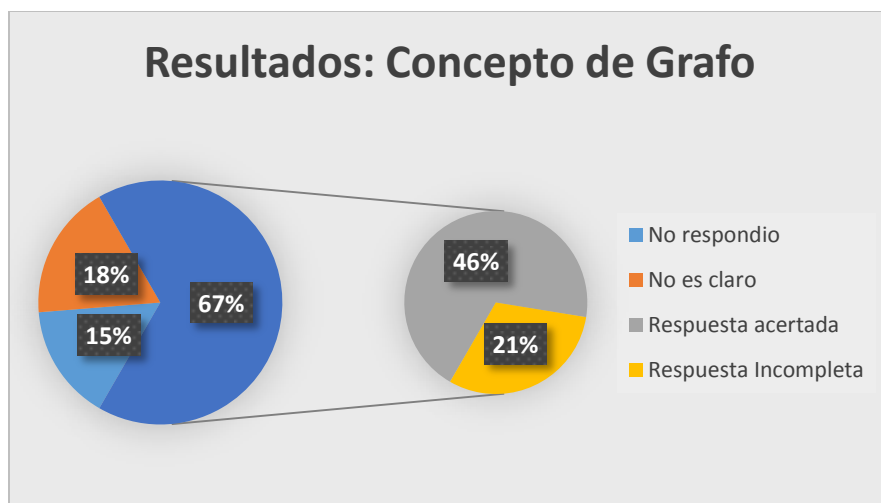
Criterio de evaluación: cumplimiento de instrucciones



Gráficos 4. Resultados coloreado de la mandala - Básica Secundaria - 804

Los resultados de la actividad evidencian el logro de la meta propuesta en un 71% demostrando que la actividad orientadora del proceso es precisa y permite aclarar conceptos de áreas adyacentes. El 24% tuvo en cuenta las áreas adyacentes pero solo usaron 3 colores. Solo un 5% no aplicó las condiciones. Para una próxima aplicación se recomienda partir de ejercicios que aclaren el concepto de “Frontera”

Respecto a la formulación del concepto de “Grafo” en las respuestas se tomó como criterio la inclusión de los elementos: punto, línea, relación, vértices, aristas.



Gráficos 5. Concepto de Grafo - Básica secundaria - 804

Un 46% de las estudiantes expresó el concepto atendiendo a los tres elementos: Aristas, vértices y relaciones.

3) Grafo: es una union entre puntos y lineas

Un 21% mencionó por lo menos uno o dos de estos.

3. grafo es un conjunto de vertices y aristas

Un 18% de las estudiantes no respondió con claridad y el 15% no registró una respuesta

es una separacion de una frontera de unos puntos y una linea

Se evidencia que la construcción de conocimiento probablemente requiere de más actividades o de mayor mediación por parte del docente.

Respecto a la aplicación de las actividades correspondientes a ciclo euleriano y ciclo hamiltoniano los resultados no son confiables puesto que se presentaron dos dificultades:

1. La sala de sistemas no estuvo disponible por calamidad doméstica de la docente encargada. La deficiencia se suplió compartiendo la red de datos de algunos celulares. Sin embargo el amplio número de conexiones no permitió avanzar con suficiente celeridad.
2. Durante la actividad se disparó la Alarma de Evacuación, lo cual causó la salida de las estudiantes de acuerdo con el plan de emergencias para este caso, motivo por el cual el tiempo se vio aún más reducido y la discontinuidad influyó negativamente en los resultados.

Las estudiantes participaron con gran interés en el desarrollo de la actividad y haciendo uso de habilidades del pensamiento como la comparación y el análisis. Al dialogar con las estudiantes acerca del concepto de ciclo lograron identificar errores habituales como hacer alusión al “ciclo de la vida” puesto que en este caso no se retorna el punto de partida. La comunicación de ideas matemáticas implica procesos de argumentación que favorecen la conceptualización.

Nivel: Superior

La práctica desarrollada en el semillero, “Pensando Topológicamente” consistió en implementar las experiencias didácticas correspondientes a la conceptualización de grafo e isomorfismo del nivel Superior, planteándose como objetivo en el primer encuentro la comprensión del concepto de grafo y para la segunda actividad construir el concepto de Isomorfismo a través de la construcción del cubo de Yoshimoto. Más que desarrollar las actividades en función de esa construcción de conocimiento, fue un encuentro de saberes para valorar el material propuesto y

generar una retroalimentación pedagógica para aplicar las experiencias didácticas en otros contextos académicos como parte del proyecto general del grupo.

Respecto a la definición de grafo y al concepto de isomorfismo, los resultados son excelentes. El estadio de maduración de las estructuras mentales y los conocimientos previos facilitaron que la totalidad de los participantes alcanzaran con acierto los objetivos propuestos. Sin embargo, es importante anotar que la construcción del cubo de Yoshimoto resultó más compleja de lo planeado, lo cual extendió el trabajo de una a dos sesiones y trabajo en casa. Los participantes manifestaron no solamente la pertinencia de la actividad lúdica, sino que resaltaron la dinámica para llegar a elaboraciones conceptuales y la valiosa oportunidad de trabajar arte y ciencia.

OBSERVACIONES

Los resultados expuestos permiten generar algunas consideraciones como:

Es necesario tener en cuenta los conocimientos previos para aprovecharlos en la comprensión de los nuevos conceptos.

Las actividades propuestas fueron motivantes y permitieron acercarse a las conceptualizaciones previstas.

Aunque en la implementación el tiempo es un elemento vital, en una práctica habitual es posible aprovechar la situación problema para reforzar la mayor cantidad de conceptos, bien sea del área o de otras disciplinas.

Inducir a los estudiantes a desarrollar sus propias habilidades de pensamiento: Observar, identificar, clasificar, organizar, analizar, conceptualizar..., no solo induce a la comprensión del concepto sino que fortalece en el estudiante su capacidad de aprendizaje.

Las actividades diseñadas son un aporte a la primera fase de la investigación que pretende organizar un AVA para trabajar la topología con estudiantes de los diferentes niveles de educación formal.

CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES Y APORTES AL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

- El diseño de las “experiencias didácticas para el desarrollo del pensamiento topológico” presenciales, dirigidas a estudiantes de educación básica primaria, básica secundaria y superior permite visualizar la posibilidad de trabajar nociones de teoría de grafos desde actividades similares en contextos propios de los niveles de desarrollo del estudiante. En su implementación se evidenció la capacidad que debe tener el docente para ajustarse a las condiciones de los grupos y el contexto de las instituciones.
- Cada una de las actividades diseñadas para la ejecución en modalidad presencial, fue adaptada para presentarse en forma virtual, como un aporte de este proyecto a la investigación propuesta, en el marco de implementarlas en un AVA que pretende elaborarse desde el proyecto de investigación “Diseño de un ambiente virtual para el aprendizaje de nociones topológicas a estudiantes de educación básica, media y licenciatura en Matemáticas, basado en el desarrollo de habilidades metacognitivas” de Licenciatura en Matemáticas.
- La elaboración de las actividades permitió reconocer que los conceptos, por más abstractos que parezcan, pueden ser presentados en diferentes niveles de complejidad y que mediante actividades lúdicas generan mayor aceptación de la asignatura, desmitificando su calidad de “Difícil”. Observar los objetos matemáticos desde las propiedades cualitativas resulta ser una forma de atraer la atención del estudiante y generar emotividad frente a la construcción del conocimiento.
- Las experiencias valoradas presencialmente arrojan resultados positivos. La mayoría de los estudiantes alcanzaron la meta propuesta en ellas, esto evidencia que las

instrucciones entregadas fueron claras y pertinentes. La mediación del docente fortaleciendo el desarrollo de habilidades de pensamiento favorece los aprendizajes por cuanto potencian el desarrollo y maduración de sus estructuras mentales.

- El trabajo en el aula a partir de preguntas generadoras y situaciones problema motivan al estudiante frente al conocimiento y direccionan las acciones de los actores del proceso hacia la consecución de las metas propuestas. Los diálogos para revisar el proceso de cada una de las actividades permiten desarrollar las habilidades de pensamiento y las estrategias empleadas haciendo que cada estudiante potencie sus capacidades y tome conciencia de ellas para fortalecer sus técnicas de aprendizaje.
- Una experiencia didáctica motivadora y la mediación apropiada, ejercida por el docente, entre el estudiante y el conocimiento; fortalece el desarrollo de procesos de pensamiento y la construcción de conocimiento significativo, contribuyendo a mejorar los aprendizajes.
- Es motivante la investigación en la misma acción, puesto que va generando resultados sobre los cuales se va construyendo y deconstruyendo saberes que fortalecen la formación disciplinar, pedagógica y personal.
- Pertenecer al grupo de investigación, permitió una constante retroalimentación con los compañeros y un espacio de intercambio de saberes en el que las propuestas de investigación se ven fortalecidas al tiempo que crece el potencial docente de sus integrantes.

REFERENCIAS

De Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas*, Madrid, España. Editorial Popular.

Delgado, D. (2012). *Propuesta didáctica para el trabajo de algunas nociones de topología en el grado décimo*. (Tesis de maestría) Universidad Nacional de Colombia, Bogotá Colombia.

Douglas, B. (2001). *Introduction to graph theory*. Singapore, India: Pearson Education.

Facultad de educación, Universidad Antonio Nariño. (2017). *Líneas de investigación – Facultad de Educación*. Universidad Antonio Nariño, Bogotá Colombia.

Flavell, J. H. (1979) *Metacognition and cognitive monitoring*. Stanford University. American psychologist association.

Gallardo, P. y Fernandez, J. (2003) *Notas de Matemática Discreta*. Universidad Autónoma de Madrid. Recuperado de https://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/gallardo/capitulo8a.pdf

Gaskins, I. y Elliot T. (1999) *Cómo enseñar estrategias cognitivas en la escuela*. Traducción de Cristina Peña. Buenos Aires, Argentina. Editorial Paidós SAICF.

Lipschutz, S. (1965). *Theory and problem of General Topology*. New York, The United of América: Schaum Publishing Compahy.

Macho S, M. (2002). *¿Qué es la topología?* Revista sigma, 20, 63-77.

Macho S, M (2010). *Topología General curso 2010-2011* Universidad del país vasco – Euskal Herriko Unibertsitatea.

Martín, E., Méndez, A., (Junio 2004). Aplicaciones de la teoría de grafos a algunos juegos de estrategia. *Suma, volumen (46)*, 31-35.

Martínez, J (1995). *Enseño a pensar*. Madrid, España: Editorial Bruño.

MEN – Ministerio de Educación Nacional (2002). *Estándares para la excelencia en la educación*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

MEN - Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Serie Lineamientos Curriculares. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1975). *Psicología del niño*. Traducción de Juan Delval y Paz Lomeli. Madrid, España. Ediciones Morata.

Piaget, J. y Osterrieth, P. A. (1982). Los estadios en la psicología del niño. Buenos Aires, Argentina: Nueva Visión.

Rodríguez, A. y Morera M. (2001). *El sociograma: estudio de las relaciones informales en las organizaciones*. España: Ediciones Pirámide.

Tebár, L. (2003). El perfil del profesor mediador. Aula XXI. Madrid, España: Santillana.

Trujillo, A. y Osorio, M. (2013). *Experiencia topológica en grados cuarto, quinto y sexto de la educación básica*. (Tesis de pregrado). Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira.

ANEXOS

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Primaria Grado: Quinto

Taller: “¿Qué es un grafo?”

Guía para el docente

ACTIVIDAD

Aplicar la técnica del sociograma¹ (técnica para lograr una imagen precisa de las relaciones informales existentes) en el grupo, para llegar a la comprensión del concepto de “GRAFO”

OBJETIVOS

1. Presentar el concepto de grafo mediante la implementación de la técnica del sociograma del grupo, a partir de una actividad lúdica

MATERIALES

Lápices – Lanas – Tizas _ papel kraft _ Tablero - Marcadores

METAS A ALCANZAR

- Reconocer algunas relaciones de amistad que se dan en el interior del grupo de estudiantes y en lo posible aprovechar esta información de tal forma que, el docente u otros docentes, intervengan para el mejoramiento del clima en el aula escolar
- Representar las relaciones de amistad a través de grafos
- Determinar con claridad los elementos de un grafo: vértice y arista

• ¹ [Armando Rodríguez Pérez, María Dolores Morera Bello. Editores: Ediciones Pirámide Año de publicación: 2001](#)
País: España Idioma: español ISBN: 84-368-1592-0. <https://dialnet.unirioja.es> consultado en Abril 04 de 2017

PREGUNTA GENERADORA

¿Cómo podemos representar las relaciones de amistad que tenemos en el grupo?

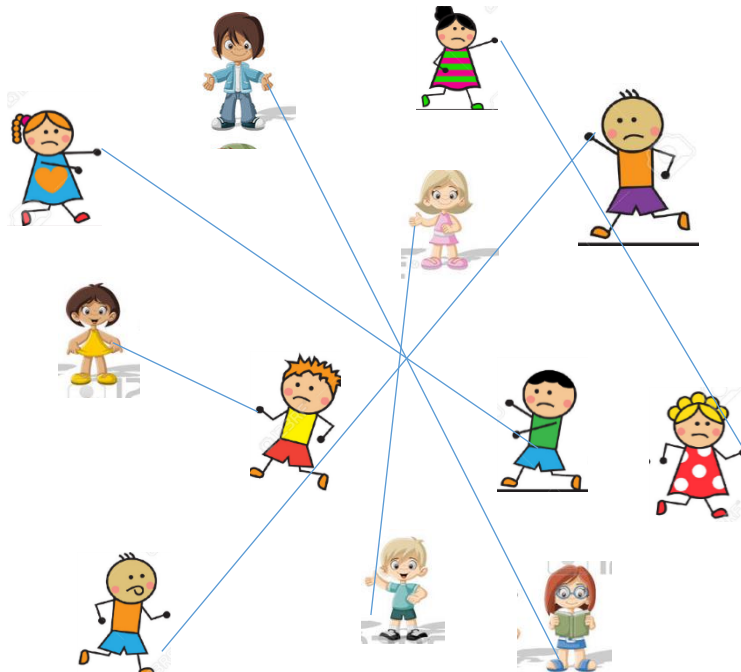
PROCEDIMIENTO

1. Entrega de materiales y explicación de la actividad. Se da a cada niño un lápiz con tres cuerdas de lana cuya longitud es proporcional al espacio en donde se va a desarrollar la actividad.

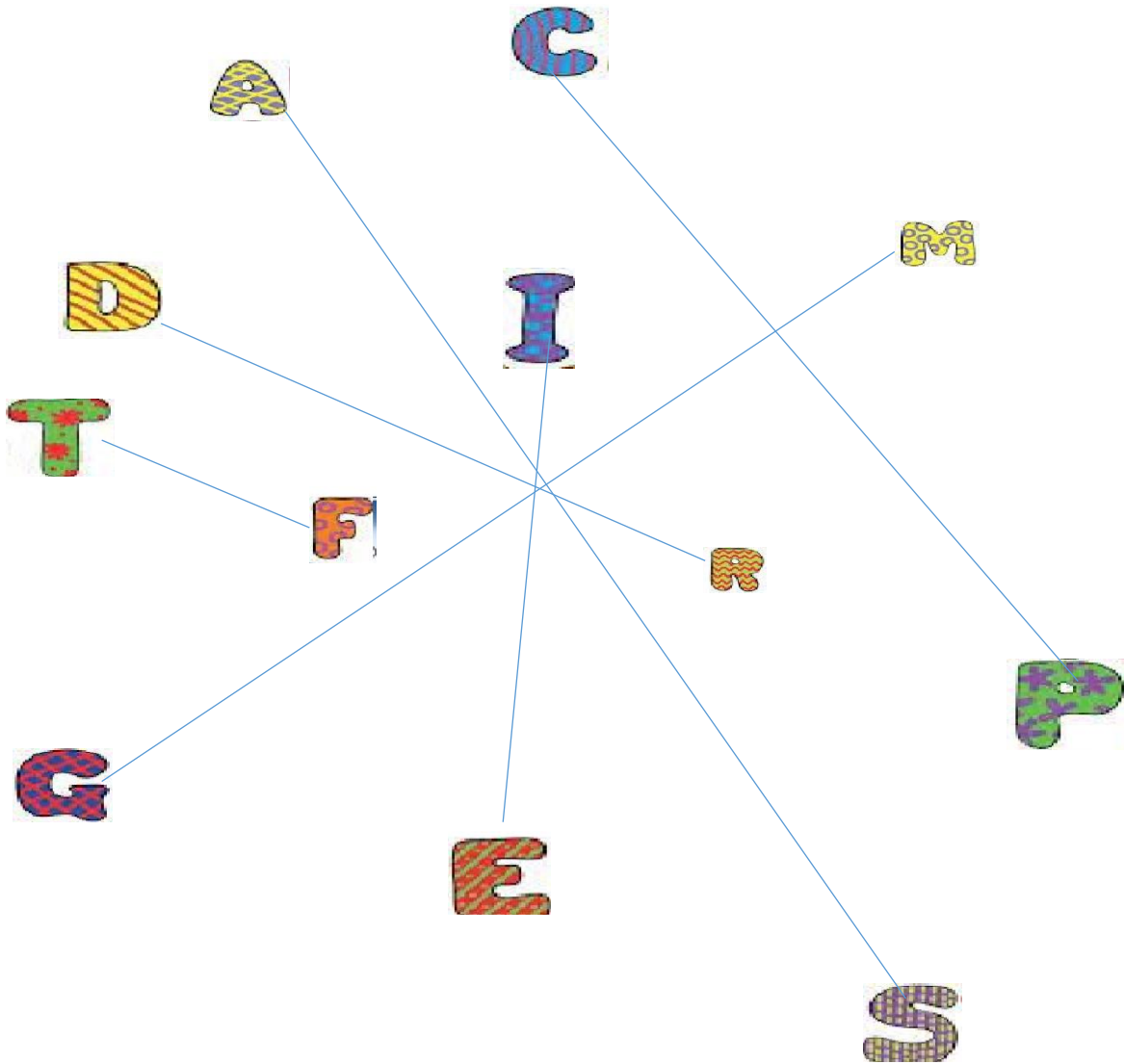
2. Ubicados los estudiantes en una zona amplia y cómoda (patio – aula) cada uno marca en el piso su posición con la letra inicial de su nombre.

3. Iniciar el ejercicio con una pregunta sencilla como “¿Quién es el compañero de puesto?”. Se indica que la respuesta la van a dar entregando un extremo de la cuerda a su compañero, manteniendo cada uno su posición inicial. Ejemplo:

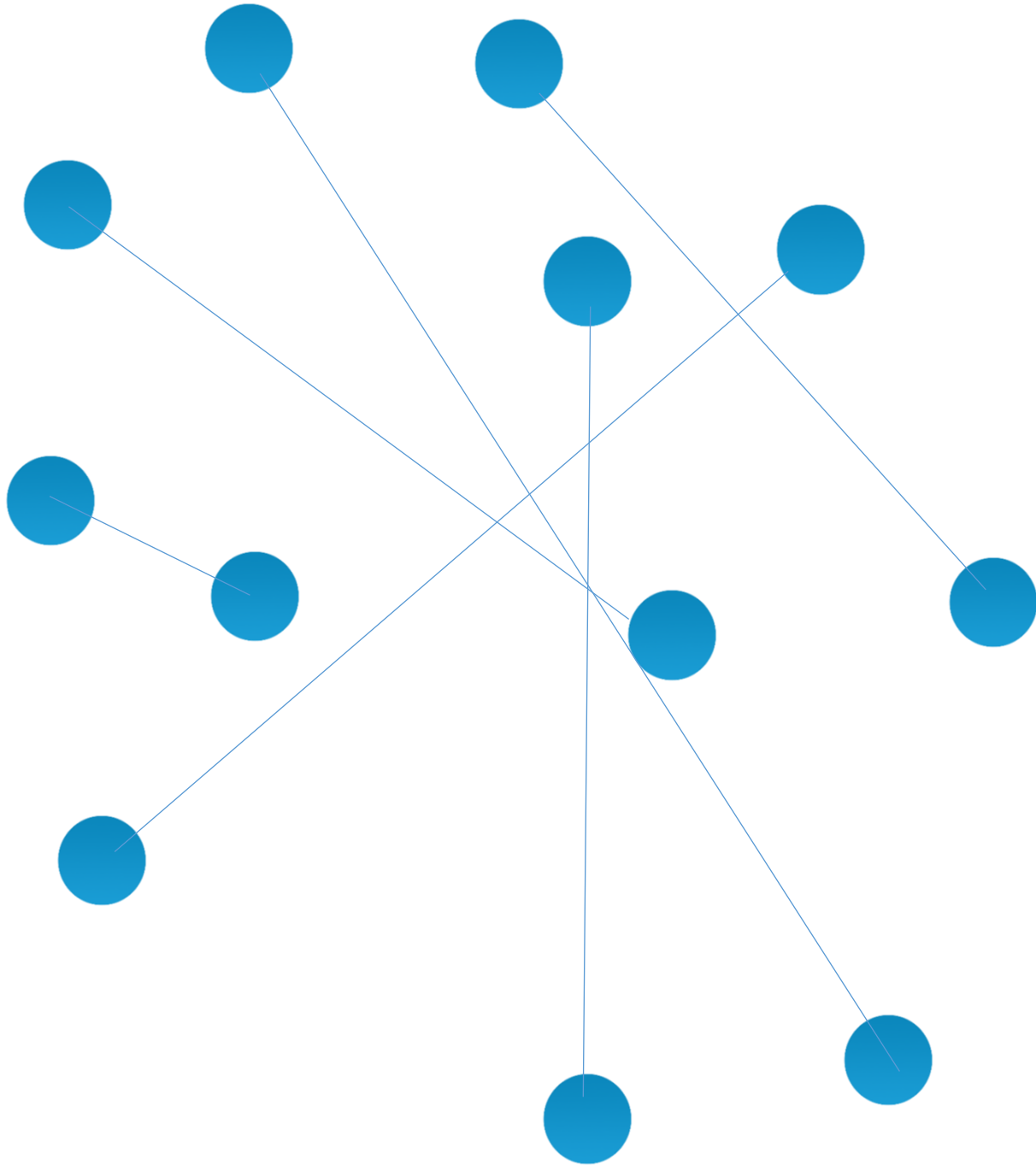
A. El compañero de puesto



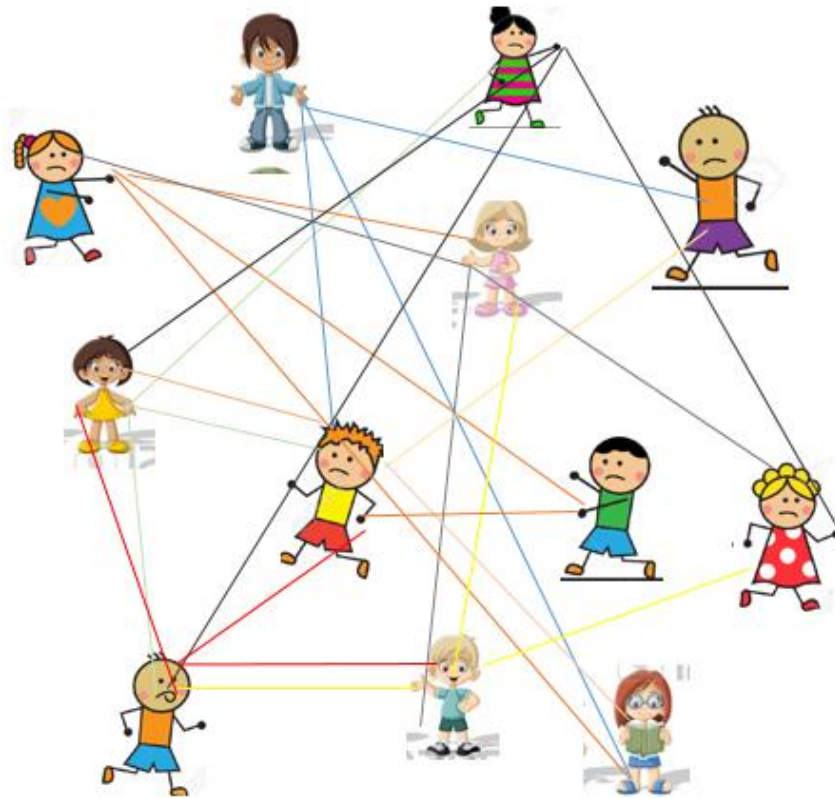
4. Graficar con las marcas seleccionadas



5. Cambiar las marcas por puntos y graficar nuevamente



B. Cuáles son tus 3 mejores amigos? En esta ocasión cada estudiante entregará el extremo de cada una de sus lanas a tres compañeros diferentes, recordar que siempre deben conservar su lugar inicial



En este momento no es interesante como resulten las lanas cruzadas, lo importante es que se visualicé que hay una relación entre dos personas.

El siguiente paso es dejar las lanas en el piso y visualizar la “gráfica” que queda.

En el aula de clase, en el tablero, el docente procede a graficar (Trazo de grafos) con las iniciales y luego con puntos como en el ejercicio anterior.

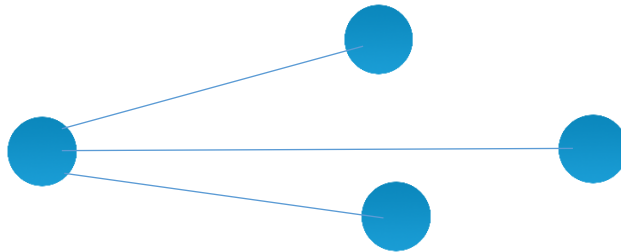
CONCEPTUALIZACION

Preguntas orientadoras

- i. ¿Cuántas hebras de lana usó cada estudiante en el primer ejercicio?
- ii. ¿La hebra cuántos puntos une?
- iii. Pida a los estudiantes que grafiquen la relación “compañero de puesto”



- iv. ¿Cuántas hebras de lana usó cada estudiante en el segundo ejercicio?
- v. ¿Cada hebra cuántos puntos une?
- vi. Pida a los estudiantes que grafiquen la relación con sus compañeros



Hemos hecho un “grafo”

Grafo: Un grafo G es un conjunto no vacío V (de vértices) y un conjunto A (de aristas) extraído de la colección de subconjuntos de dos elementos de V . Una arista de G es, un subconjunto $\{a, b\}$, con $a, b \in V$, $a \neq b$. (Gallardo, 2003)

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN:

Pida a cada estudiante que establezca mediante grafos la relación de los personajes de su programa de televisión preferido

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Primaria

Grado Quinto – Presencial

Taller: “¿Qué es un grafo?”

NOMBRE: _____ **CURSO:** _____

PREGUNTA GENERADORA

¿Cómo podemos representar las relaciones de amistad que tenemos en el grupo?

OBJETIVO

Presentar el concepto de grafo mediante la implementación de la técnica del sociograma del grupo, a partir de una actividad lúdica

ACTIVIDAD

Aplicar la técnica del sociograma (técnica para lograr una imagen precisa de las relaciones informales existentes) en el grupo, para llegar a la comprensión del concepto de “GRAFO”

Preguntas orientadoras

1. ¿Cuántas líneas trazaste para el primer ejercicio? _____
2. ¿Cada línea cuantos compañeros unió? _____
3. Grafica la relación “Mejor amigo”



EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN

Como podemos representar mediante un grafo la relación de autoridad del colegio teniendo en cuenta:

Estudiante (E) Rector (R) Profesor (P) Coordinador (C)

Define con tus palabras que es un grafo

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Primaria Grado: Quinto - Virtual

Taller: “Qué es un grafo”

ACTIVIDAD

Aplicar la técnica del sociograma ²(técnica para lograr una imagen precisa de las relaciones informales existentes) en el grupo, para llegar a la comprensión del concepto de “GRAFO”

OBJETIVO

Presentar el concepto de grafo mediante la implementación de la técnica del sociograma del grupo, a partir de una actividad lúdica

MATERIALES

Guía No 1 Primaria

METAS A ALCANZAR

Reconocer algunas relaciones de amistad que se dan en el interior de un grupo de estudiantes

- Representar las relaciones de amistad a través de grafos
- Determinar con claridad los elementos de un grafo: Vértice y Arista

² [Armando Rodríguez Pérez, María Dolores Morera Bello. Editores: Ediciones Pirámide Año de publicación: 2001](#)
País: España Idioma: español ISBN: 84-368-1592-0. <https://dialnet.unirioja.es> consultado en Abril 04 de 2017

PREGUNTA GENERADORA

¿Cómo podemos representar las relaciones de amistad que tenemos en un grupo?

PROCEDIMIENTO

Situación problema

Para conocer un poco mejor a un grupo de estudiantes un profesor solicita a sus alumnos lo siguiente:

“Escriban los nombre de sus amigos en el curso”.

Le llegan las siguientes respuestas:

- Andrés es amigo de Mauricio, Sandra y de Fernando
- Carolina es amiga de Tatiana, Germán y Patricia
- Diana es amiga de Inés, Fernando y Ricardo
- Tatiana es amiga de Carolina y Fernando y Germán
- Inés es amiga de Diana, Eduardo y Patricia
- Fernando es amigo de Tatiana, Andrés, Mauricio,
- Ricardo es amigo de Diana
- Patricia es amiga de Carolina, Inés y Eduardo
- Germán es amigo de Tatiana, Fernando y Eduardo
- Fernando es amigo de Ricardo
- Eduardo es amigo de Inés, Patricia y de Germán

Ayudemos a representar esta información marcando mediante una línea las relaciones de amistad que se dan entre los personajes, como se ilustra en el siguiente ejemplo

Patricia y Juan son compañeros de puesto



Estos son los estudiantes del curso. Establece las relaciones de amistad

Diana

Andrés

Carolina

Maurici

Inés

Tatiana

Fernando

Ricardo

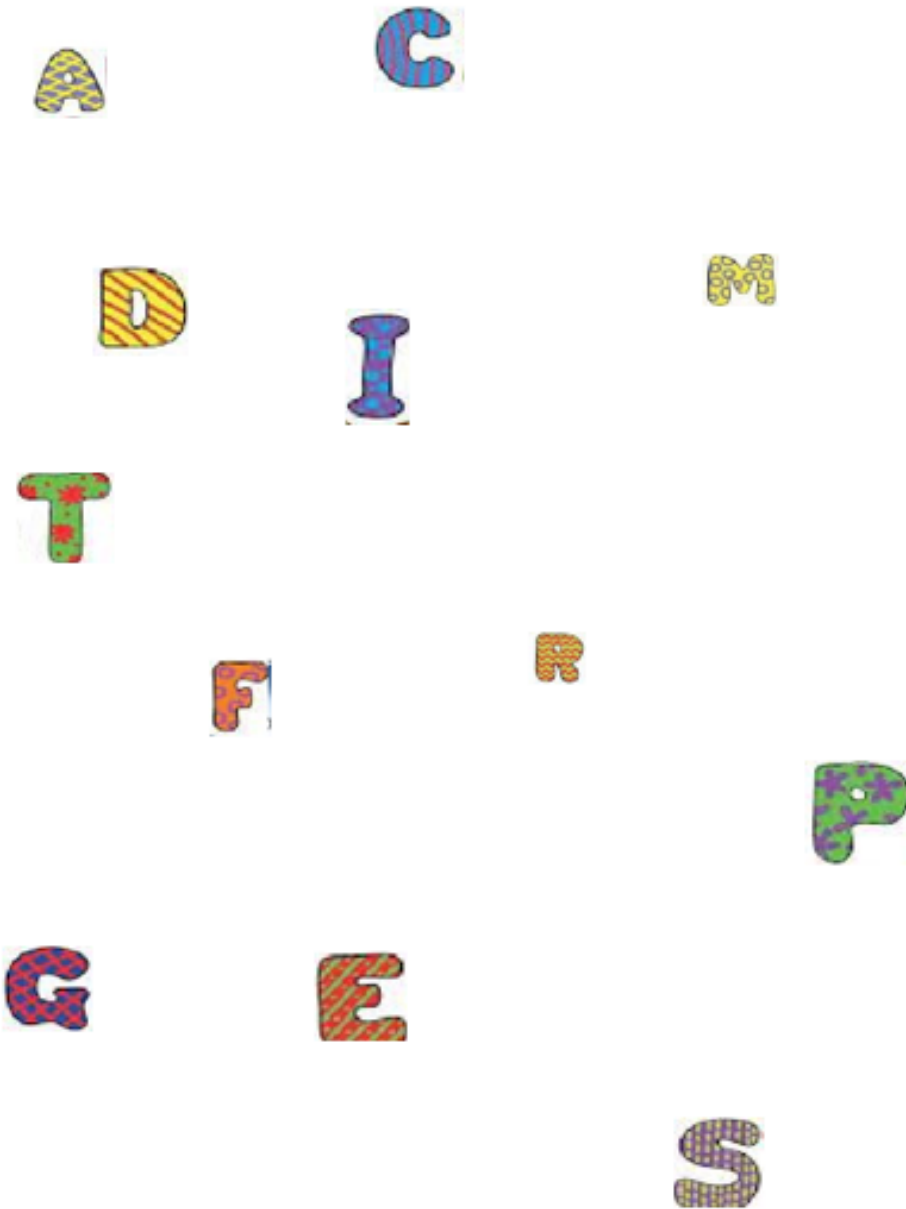
Patricia

Germán

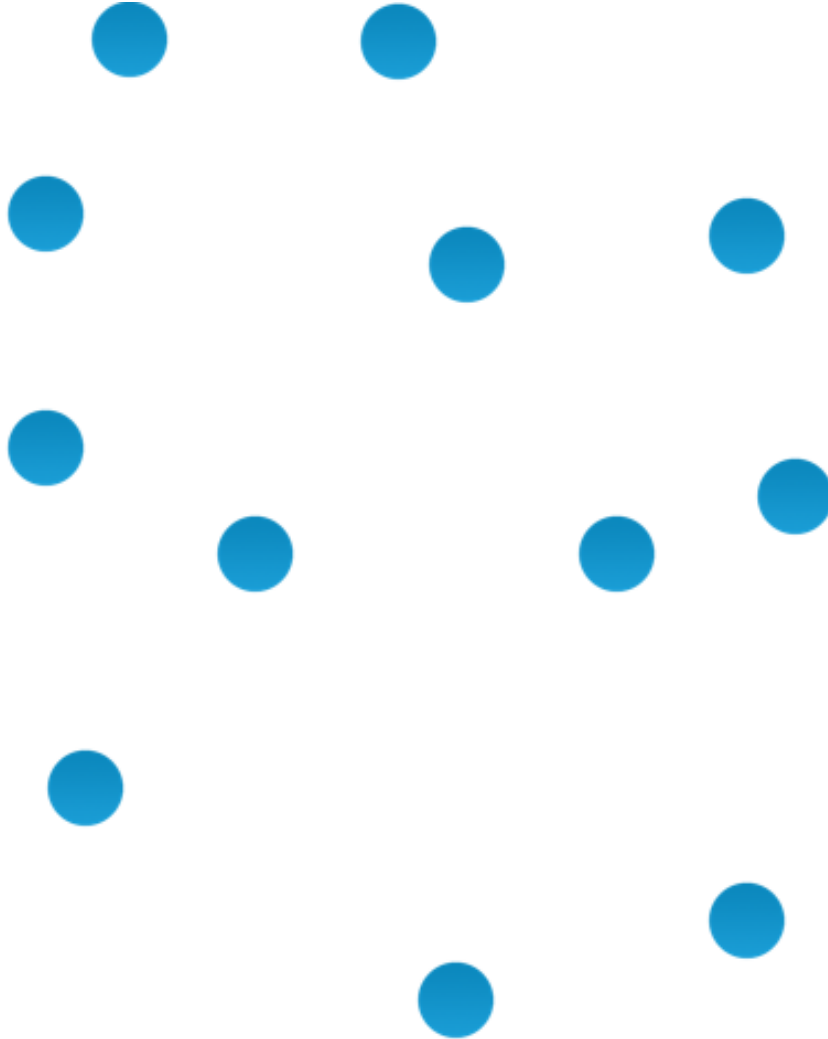
Eduardo

Sandra

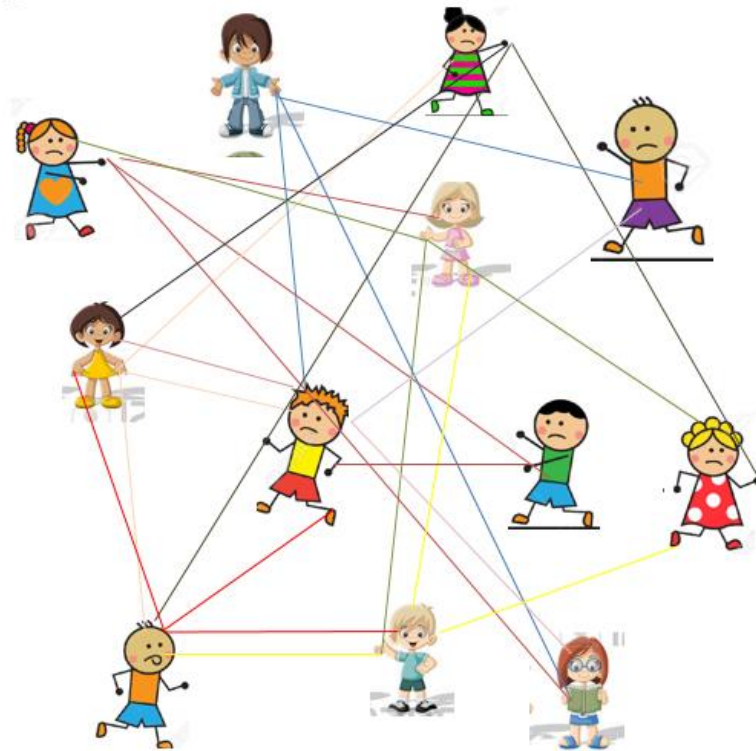
Graficar las mismas relaciones de amistad, teniendo en cuenta las iniciales de cada nombre



Coloca las iniciales del nombre de los estudiante dentro de cada punto y mediante lineas nuevamente establece las relaciones.



Están representadas las relaciones de amistad en el grupo!



CONCEPTUALIZACIÓN

- i. ¿Cuántas líneas usaste para identificar cada relación?
- ii. ¿Cada línea cuantos puntos une?
- iii. Esta puede ser otra forma de representar la relación de compañeros de puesto entre Patricia y Juan?



“Son dos puntos unidos por una línea”

Hemos hecho “grafos”

GRAFO: Es un conjunto de vértices unidos por aristas, donde las aristas representan una relación entre los objetos

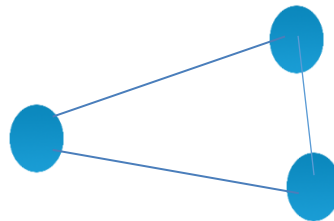
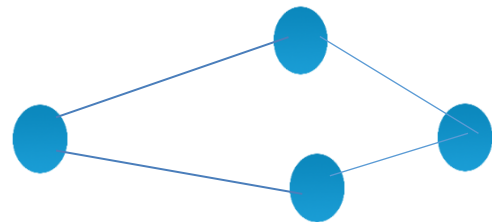
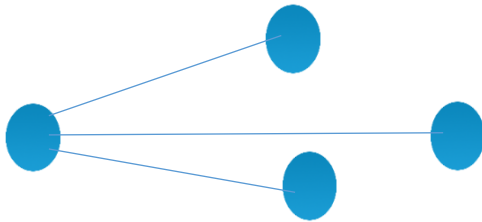
ELEMENTOS DEL GRAFO

Puntos que se llaman VÉRTICES

Líneas que unen los puntos llamadas ARISTAS

EJERCICIOS DE RETROALIMENTACIÓN

1. Cuando un estudiante tiene tres amigos, ¿cuál sería la representación correcta de estas relaciones?



Establezca mediante grafos la relación de amistad entre los personajes de su programa de televisión preferido.

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica secundaria

Grado: Octavo

Taller: “Qué es un grafo”

Guía para el docente

ACTIVIDAD

Colorear una *MANDALA* usando máximo 4 colores de tal forma que las áreas adyacentes no tengan el mismo color.

OBJETIVO

Conceptualizar la noción de grafo mediante la decoración de una *MANDALA* usando máximo 4 colores, sin que áreas adyacentes tengan el mismo color.

MATERIALES

Fotocopias - Lápices – colores - Tablero - Marcadores

METAS A ALCANZAR

- Reconocer cuando dos elementos son adyacentes
- Mediante grafos representar las áreas que conforman una *MANDALA*
- Determinar con claridad los elementos de un grafo: vértice y arista
- Nombrar correctamente un grafo $G = (V, A)$

PREGUNTA GENERADORA_

¿Podemos colorear una *MANDALA* con máximo 4 colores de tal forma que las áreas adyacentes no tengan el mismo color?

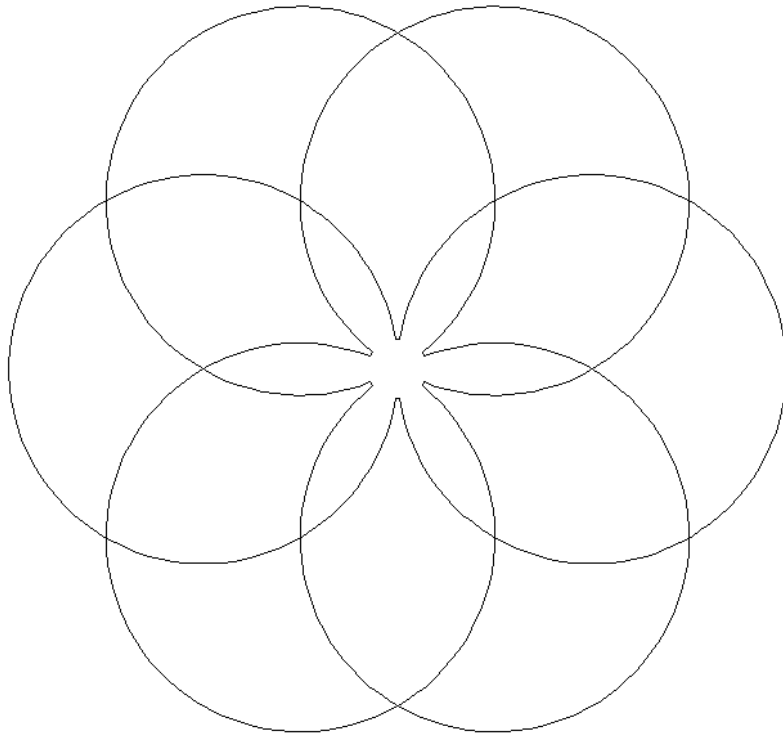
PROCEDIMIENTO

Entrega de materiales y explicación de la actividad.

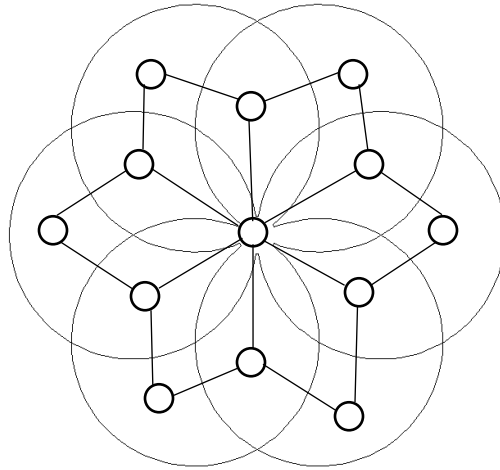
Cada estudiante recibe 4 colores, un lápiz, una hoja blanca y una *MANDALA* en la cual deberán identificar las áreas que se van a colorear

Una vez identificadas y nombradas estas áreas, proceder a registrarlas en la hoja blanca donde comenzara a definir el color para cada área siguiendo las restricciones antes de pintar la *MANDALA*.

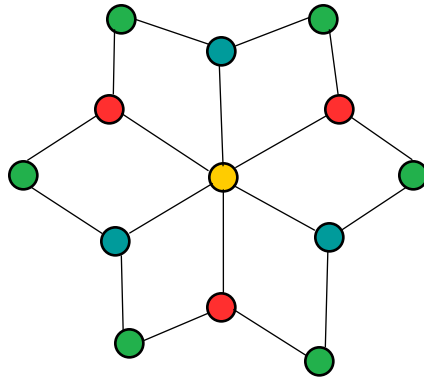
1. Observar las áreas de la *MANDALA* e identificarlas



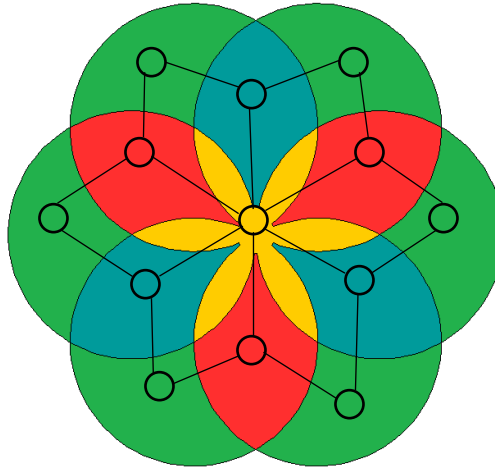
2. Identificar las áreas mediante puntos y unirlos con líneas rectas si son adyacentes



3. Escoger los 4 colores para pintar las aristas de tal forma que una línea no una dos puntos del mismo color



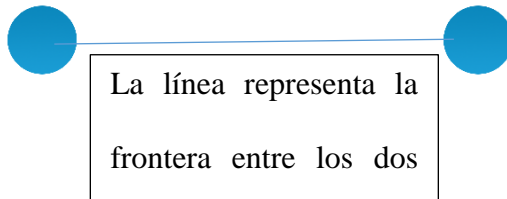
4. Una vez se confirme que ninguna línea une dos puntos del mismo color, se procede a colorear la MANDALA con los colores usados para cada punto



CONCEPTUALIZACIÓN

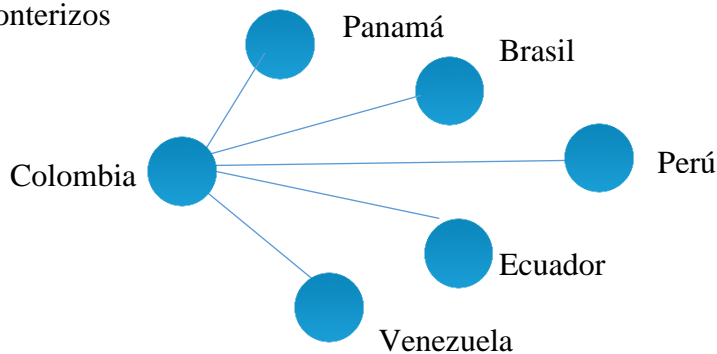
Preguntas orientadoras

- A. ¿Cuántas áreas conforman la MANDALA?
- B. ¿Una frontera cuántas áreas une?
- C. Como podemos representar esta frontera



- D. Pida a los estudiantes que grafiquen la relación de Colombia con los países

fronterizos



Hemos hecho un “grafo”

Grafo: : Un grafo G es un conjunto no vacío V (de vértices) y un conjunto A (de aristas) extraído de la colección de subconjuntos de dos elementos de V . Una arista de G es, un subconjunto $\{a, b\}$, con $a, b \in V$, $a \neq b$. (Gallardo, 2003).

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN:

- Represente mediante un grafo la estructura del cuerpo humano (cabeza, tronco, piernas, pies, manos y brazos) y escriba su notación correcta.
- Represente mediante grafos las siguientes figuras y cuerpos geométricos:

Cubo - Pirámide triangular – Hexágono

Identificando los vértices y las aristas para dar la notación correcta del grafo

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Secundaria

Grado: Octavo - Presencial

Taller: “Qué es un grafo”

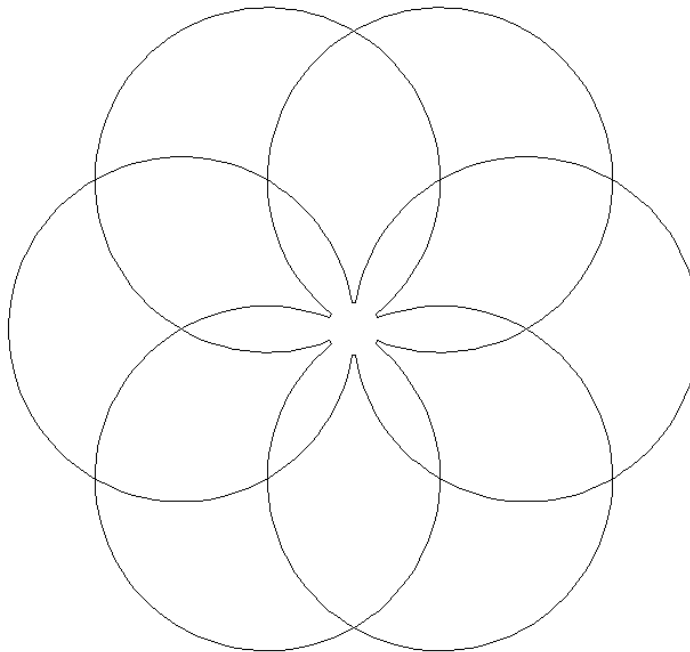
NOMBRE: _____ **CURSO:** _____

Pregunta generadora

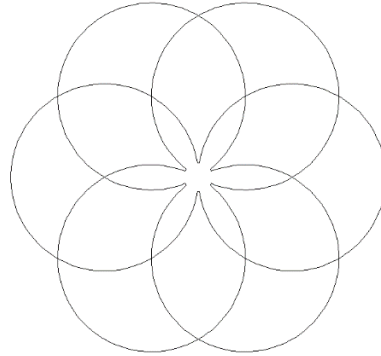
¿Podemos colorear una *MANDALA* con máximo 4 colores de tal forma que las áreas adyacentes no tengan el mismo color?

OBJETIVO: Conceptualizar la noción de grafo mediante la decoración de una Mandala usando máximo 4 colores, sin que áreas adyacentes tengan el mismo color.

ACTIVIDAD: Colorear una *MANDALA* usando máximo 4 colores de tal forma que las áreas adyacentes no tengan el mismo color.



Identificar áreas adyacentes



Preguntas orientadoras:

¿Cuántas áreas conforman la MANDALA? _____

¿Una frontera cuántas áreas une? _____

¿Cómo podemos representar esta frontera?

Grafique la relación de Colombia con los países fronterizos

Ejercicio de retroalimentación:

- Represente mediante un grafo la estructura del cuerpo humano (cabeza, tronco, piernas, pies, manos y brazos) y escriba su notación correcta.
- Represente mediante grafos las siguientes figuras y cuerpos geométricos:

Cubo - Pirámide triangular – Hexágono identificando los vértices y las aristas para dar la notación correcta del grafo

- Define con tus palabras que es un grafo

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Secundaria

Grado: Octavo – Virtual

Taller: “Qué es un grafo”

ACTIVIDAD

Colorear una *MANDALA* usando máximo 4 colores, de tal forma que las áreas adyacentes no tengan el mismo color.

OBJETIVO

Conceptualizar la noción de grafo mediante la decoración de una *MANDALA*, usando máximo 4 colores, sin que áreas adyacentes tengan el mismo color.

MATERIALES

Guía No. 1 Secundaria

METAS A ALCANZAR

- Reconocer cuando dos elementos son adyacentes
- Mediante grafos, representar las áreas que conforman una *MANDALA*
- Determinar con claridad los elementos de un grafo: Vértice y Arista
- Nombrar correctamente un grafo $G(V, A)$

PREGUNTA GENERADORA

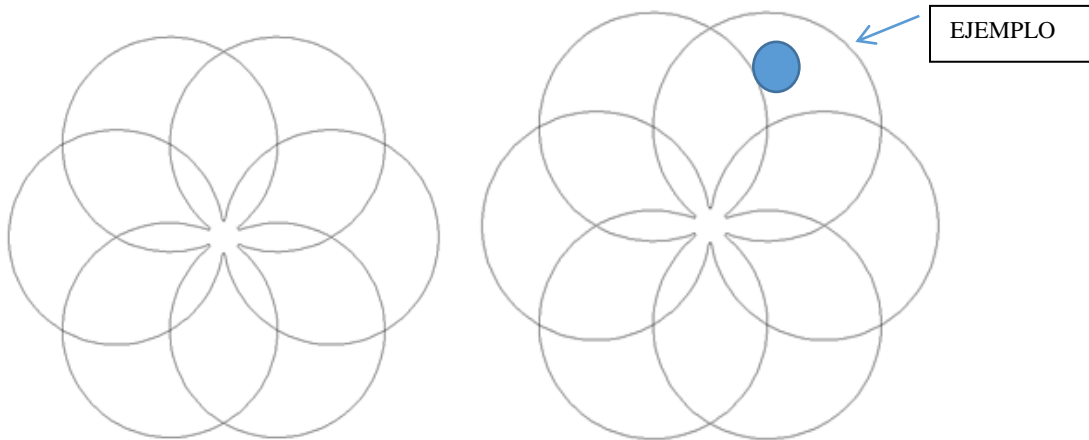
¿Podemos colorear una *MANDALA* con máximo 4 colores, de tal forma que las áreas adyacentes no tengan el mismo color?

PROCEDIMIENTO

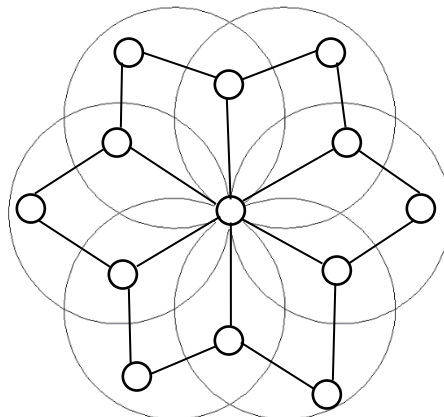
Situación problema

Colorear una *MANDALA* usando máximo 4 colores sin que alguna de las áreas adyacentes quede con el mismo color.

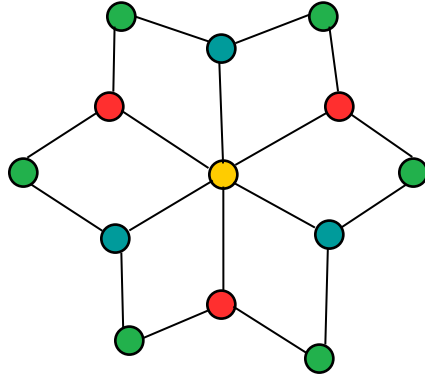
Observa la siguiente *MANDALA* e identifica cada área con un punto.



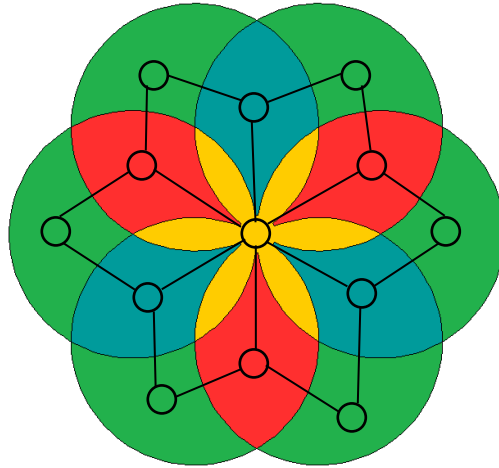
Identificadas las áreas mediante puntos, unirlos con líneas rectas si son adyacentes



Escoger los 4 colores para pintar las áreas cuidando no unir dos puntos del mismo color



Una vez se confirme que ninguna línea une dos puntos del mismo color, se procede a colorear la MANDALA con los colores usados para cada punto



CONCEPTUALIZACIÓN

A. ¿Cuántas áreas conforman la MANDALA?

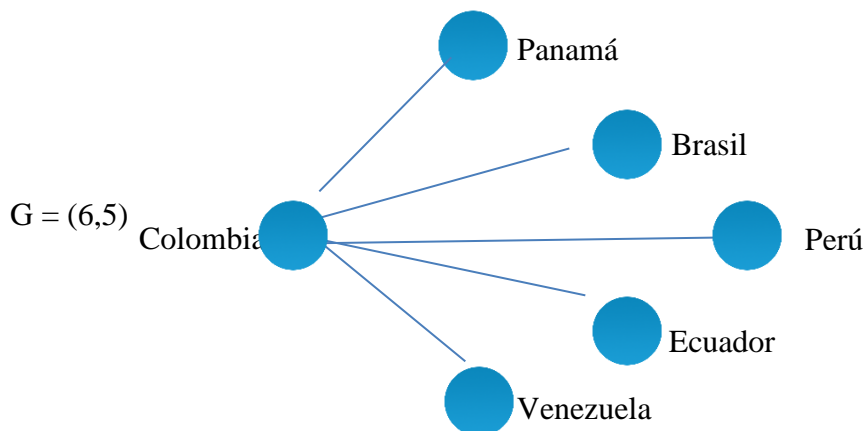
B. ¿Una frontera cuántas áreas une?

C. Como podemos representar esta frontera



La línea representa la
frontera entre los dos

D. Pida a los estudiantes que grafiquen la relación de Colombia con los países
fronterizos



Hemos hecho un “grafo”

Grafo: Es un conjunto $G = (V,A)$ donde V es el numero de vértices y A el numero de aristas. Los vértices representan los objetos y estan unidos por aristas, que representan una relación entre ellos.

Elementos del grafo

Puntos que se llaman **Vértices**

Líneas que unen los puntos llamadas **Aristas**

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN:

- Represente mediante un grafo la estructura del cuerpo humano (cabeza, tronco, piernas, pies, manos y brazos) y escriba su notación correcta.
- Represente mediante grafos las siguientes figuras y cuerpos geométricos:
Cubo - Pirámide triangular – Hexágono
Identificando los vértices y las aristas para dar la notación correcta del grafo

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Superior

Taller: “¿Qué es un grafo?”

Guía para el docente

ACTIVIDAD

Diagramación de una audición en donde se escucha una secuencia de un partido de fútbol

OBJETIVOS

Elaborar un grafo empleando un audio de un partido de fútbol.

MATERIALES

Grabación - Lápices – papel kraft - Tablero - Marcadores

METAS A ALCANZAR

- Usar una representación gráfica para registrar los pases realizados por los miembros del equipo en un partido de fútbol
- Mediante grafos representar los movimientos del balón hechos por los jugadores del equipo
- Determinar con claridad los elementos de un grafo: punto o vértice y línea o arista

PREGUNTA GENERADORA

¿Cómo podemos representar las jugadas (movimientos de balón) para hacer un gol en un partido de fútbol?

PROCEDIMIENTO

Entrega de materiales y explicación de la actividad.

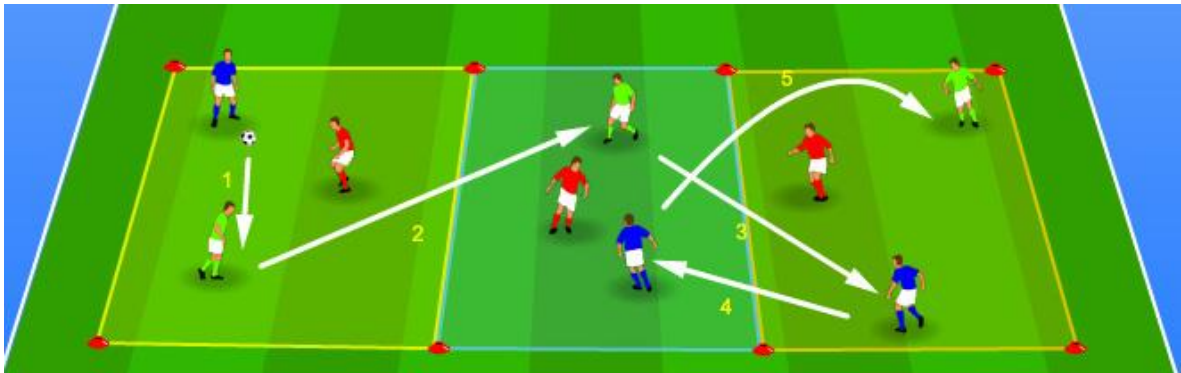
Cada equipo de trabajo recibe la grabación de un partido de fútbol la cual deberán escuchar con atención para identificar:

Nombre de los equipos – Futbolistas – Acciones realizadas

Una vez escuchada la grabación se realiza el registro de los movimientos en el papel Kraft mediante un dibujo.

Posibles imágenes

Dibujando los personajes



Pinterest.es/webfactory/futbol

Dibujando con puntos y líneas



megafutbol.net

Dibujando con los nombres de los jugadores



gallosblancos.blogspot.com.co

Intercambiar los gráficos para que otro equipo de trabajo planee la narración de acuerdo con lo expresado

Comparar la narración inicial con la elaborada por los estudiantes.

Exponer los gráficos y determinar cuáles son los elementos recurrentes empleados para su desarrollo.

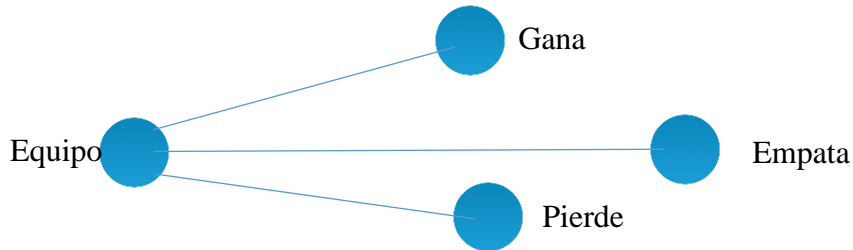
CONCEPTUALIZACIÓN

Preguntas orientadoras

- ¿Cuántos jugadores intervinieron en la jugada para marcar el gol?
- ¿Cuántos jugadores intervienen en cada pase?
- ¿Cómo representarían solo un pase?



- Pida a los estudiantes que representen la relación que existe entre un equipo y los posibles resultados al finalizar un partido



$$G = (4, 3)$$

Hemos hecho un “grafo”

Grafo: : Un grafo G es un conjunto no vacío V (de vértices) y un conjunto A (de aristas) extraído de la colección de subconjuntos de dos elementos de V . Una arista de G es, un subconjunto $\{a, b\}$, con $a, b \in V$, $a \neq b$. (Gallardo, 2003)

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN:

- Cuantas Aristas se pueden trazar en un grafo con N vértices
- Represente mediante grafos las siguientes figuras y cuerpos geométricos identificando los vértices y las aristas. Registre la notación correspondiente
Cubo - Pirámide triangular – Hexágono

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Superior – Presencial

Taller: “¿Qué es un grafo?”

NOMBRE: _____ **Semestre:** _____

PREGUNTA GENERADORA

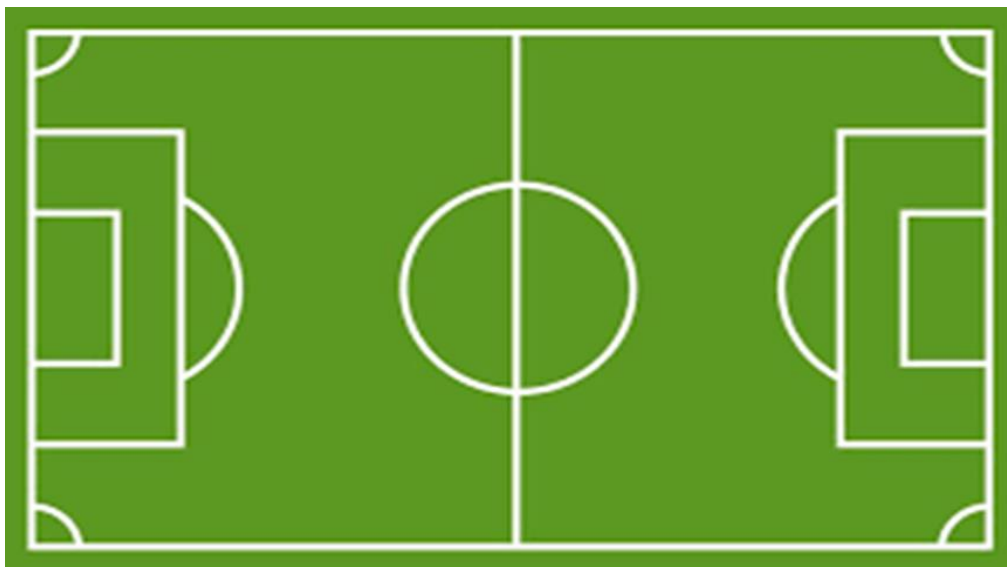
¿Cómo podemos representar las jugadas (movimientos de balón) para hacer un gol en un partido de fútbol?

OBJETIVO

Presentar el concepto de grafo mediante un audio de un partido de fútbol

ACTIVIDAD

Con base en el video del partido de fútbol, realiza el registro de los movimientos en la imagen de la cancha:



Preguntas orientadoras

- i. ¿Cuántos jugadores intervinieron en la jugada para marcar el gol?
- ii. ¿Cuántos jugadores intervienen en cada pase?
- iii. ¿Cómo representarían solo un pase?

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN

1. Realiza un grafo con 4 vértices y todas sus aristas posibles
2. Realiza un grafo con 6 vértices y todas sus aristas posibles
3. ¿Cuántas aristas tendrían un grafo con N vértices?
4. Define con tus palabras que es un grafo

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Universidad - Virtual

Taller: “Qué es un grafo”

ACTIVIDAD

Diagramación de una audición en donde se escucha una secuencia de un partido de fútbol

OBJETIVO

Conceptualizar la noción de grafo mediante la audición y representación gráfica de un segmento de la narración de un partido de fútbol.

MATERIALES

Guía 1 Universidad

METAS A ALCANZAR

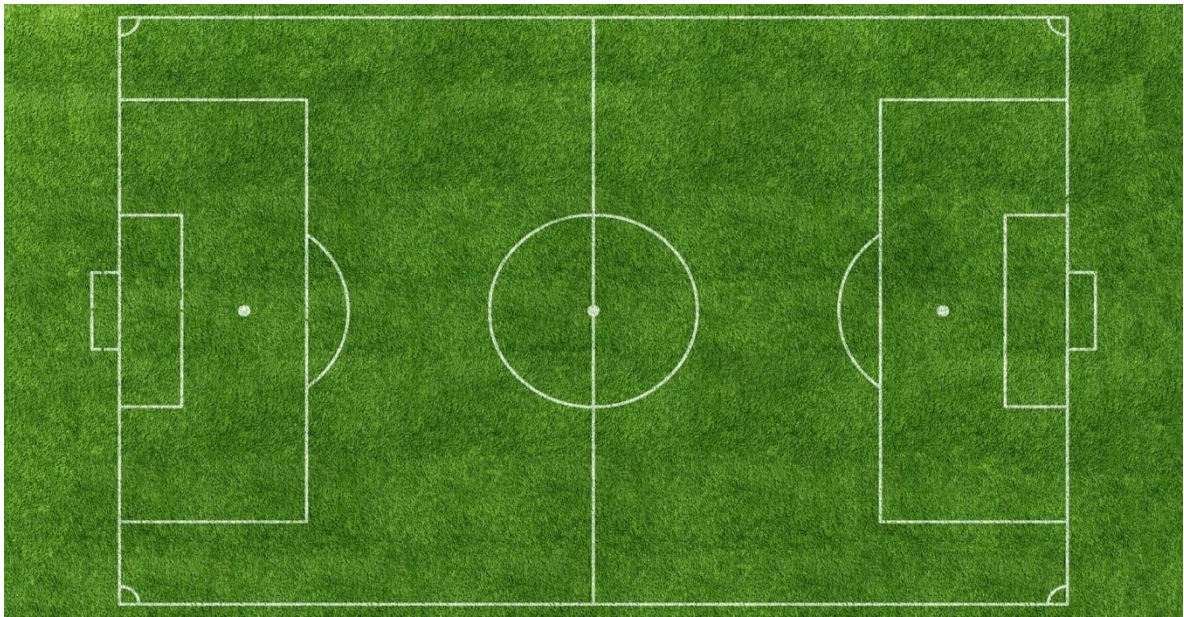
- Reconocer mediante una gráfica los pases realizados por los miembros del equipo en un segmento de partido
- Mediante grafos representar los movimientos del balón hechos por los jugadores del equipo
- Determinar con claridad los elementos de un grafo: punto o vértice y línea o arista

PREGUNTA GENERADORA

¿Cómo podemos representar las jugadas (movimientos de balón) para hacer un gol en un partido de fútbol?

PROCEDIMIENTO

1. Escuche con atención la grabación del partido.
2. Una vez escuchada la grabación represente los pases de los jugadores hasta marcar el gol.



López-Dóriga Digital

Posibles imágenes

Dibujando los personajes



Dibujando con puntos y líneas



Dibujando con los nombres de los jugadores

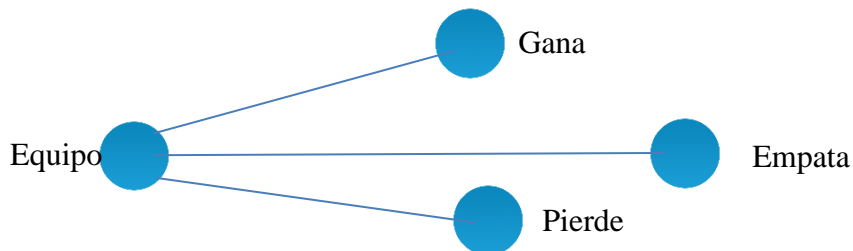


CONCEPTUALIZACIÓN

- A. ¿Cuántos jugadores intervinieron en la jugada para marcar el gol?
- B. ¿Cuántos jugadores intervienen en cada pase?
- C. ¿Cómo representarían solo un pase?



- D. Pida a los estudiantes que representen la relación que existe entre un equipo y los posibles resultados al finalizar un partido



$$G = (4, 3)$$

Hemos hecho un “grafo”

Grafo: Es un conjunto $G = (V,A)$ donde V es el numero de vértices y A el numero de aristas. Los vértices representan los objetos y estan unidos por aristas, que representan una relación entre ellos.

Elementos del grafo

Puntos que se llaman **Vértices**

Líneas que unen los puntos llamadas **Aristas**

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN:

- Represente mediante grafos una jugada de otro deporte y registre su notación correspondiente
- Represente mediante grafos las siguientes figuras y cuerpos geométricos identificando los vértices y las aristas. Registre la notación correspondiente

Cubo - Pirámide triangular – Hexágono.

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Primaria Grado: Quinto

Taller: “No repetir línea ni levantar el lápiz”

Guía para el docente

ACTIVIDAD

Encontrar el camino en un grafo de tal forma que una los puntos sin repetir líneas y sin levantar el lápiz para comprender el concepto del ciclo de un grafo

OBJETIVOS

1. Determinar el ciclo de una grafo caracterizándolo como euleriano o hamiltoniano
2. Desarrollar el sentido de la sana competencia y el respeto por el otro.

MATERIALES

Lápiz

Fotocopias (plano del colegio)

METAS A ALCANZAR

- Desarrollar el sentido de ubicación (pensamiento espacial) mediante una carrera de observación
- Reforzar conceptos propios del área de matemáticas correspondiente al nivel académico en cual se encuentra el estudiante a través de las pruebas propuestas para cada estación de la carrera de observación.

- Identificar caminos que crucen por todas las aristas de un grafo de tal forma que no repita línea ni levante el lápiz con el fin de mostrar si es un grafo con ciclo Euleriano
- Identificar caminos que crucen por todas los vértices de un grafo de tal forma que no repita punto ni levante el lápiz con el fin de mostrar si es un grafo con ciclo Hamiltoniano

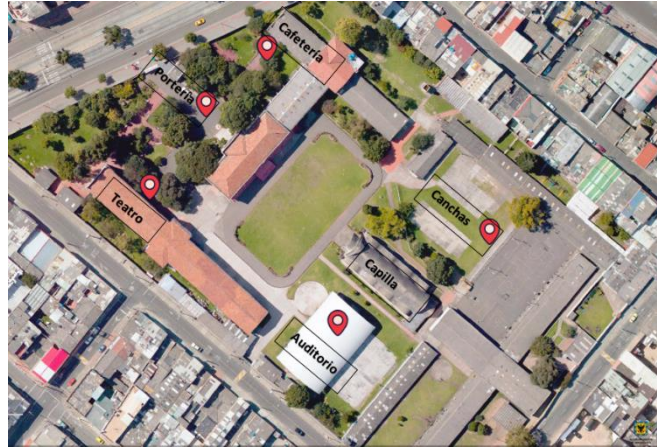
PREGUNTA GENERADORA

¿Cómo podemos visitar todas las estaciones de la carrera de observación sin pasar dos veces por el mismo *lugar*?

PROCEDIMIENTO

Entrega de material

- A. Conformar 5 equipos y establecer las reglas para la carrera de observación
 - i. No pasar dos veces por el mismo lugar.
 - ii. En cada estación solo puede haber un solo grupo.
 - iii. Se debe cumplir con satisfacción cada actividad antes de dirigirse a otra estación.
 - iv. En cada estación habrá un control del camino que ha usado y deberá mostrar el camino para su próximo destino.
 - v. Todos los equipos deben llegar al salón de clase nuevamente con el mapa, indicando cuales fueron las rutas o caminos que uso para ir de una estación a otra.
- B. Entregar el plano del colegio señalando los puntos en los cuales se encuentran ubicadas las estaciones.



Mapas.bogota.gov.co

- C. Indicar como deben pintar su recorrido en el mapa, teniendo en cuenta que no deben pasar dos veces por el mismo lugar es decir que si pasaron por la cafetería para llegar a una estación no podrán volver a cruzar por este lugar, deberán buscar otro camino

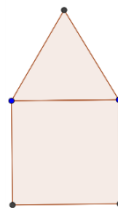
Carrera de observación

Pruebas para cada estación

- A. Realizar las tres sumas ubicando en cada cuadro los siguientes números (1 2 3 4 6 7 8 9) de tal forma que se satisfaga la operación y no se repita numero

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 + \quad \square \square \\
 \hline
 \square \square \square
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 + \quad \square \square \\
 \hline
 \square \square \square
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 + \quad \square \square \\
 \hline
 \square \square \square
 \end{array}$$

- B. Calcular el perímetro del triángulo de la figura. Si el perímetro del cuadrado es de 80 cm.



- C. Luis compró un lote cerca de un pueblo, la mitad de ese terreno se lo dio a su hijo Carlos y la otra mitad a su hija Ángela. Carlos usó una tercera parte del terreno que le tocó para hacer un jardín y el resto para construir una casa. ¿Qué fracción nos indica qué parte del terreno comprado por Luis construyó Carlos?
- D. Claudia, Eliana y Gabriel son hermanos, los tres compiten en una carrera, Claudia ha recorrido $\frac{2}{6}$ (dos sextos) de la longitud total, Eliana $\frac{4}{8}$ (cuatro octavas) partes y Gabriel $\frac{3}{12}$ (tres doceavas) partes. ¿Quién va en primer lugar, quién en segundo y quién al final?
- E. Al vivero de Federico llegaron cuatro camiones cargados con un total de 1.052 plantas. Si cada camión traía la misma cantidad de plantas, ¿cuántas cargaba cada camión?

CONCEPTUALIZACIÓN

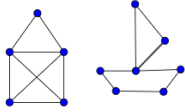
- a. Socialización de las actividades realizadas, preguntar si se tuvieron inconvenientes en alguna de las estaciones y cual creen que fue la causa.
- b. Cada grupo de estudiantes exhibirá su mapa indicando en qué orden y como realizo el recorrido por las diferentes bases

CICLO EULERIANO: Es un camino en el grafo que recorre cada arista una sola vez, terminando en el vértice donde se comenzo.

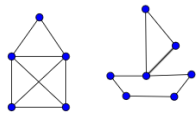
CICLO HAMILTONIANO: Es un camino en el grafo que recorre cada vértice una sola vez, terminando en el vértice donde se comenzo.

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN

i. Cuál es la secuencia del circuito euleriano de las siguientes figuras



ii. Cuál es la secuencia del circuito hamiltoniano de las siguiente figuras



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Primaria

Grado Quinto – Presencial

Taller: “No repetir línea ni levantar el lápiz”

NOMBRES _____ - _____ - _____ **CURSO:** _____

_____ - _____

PREGUNTA GENERADORA

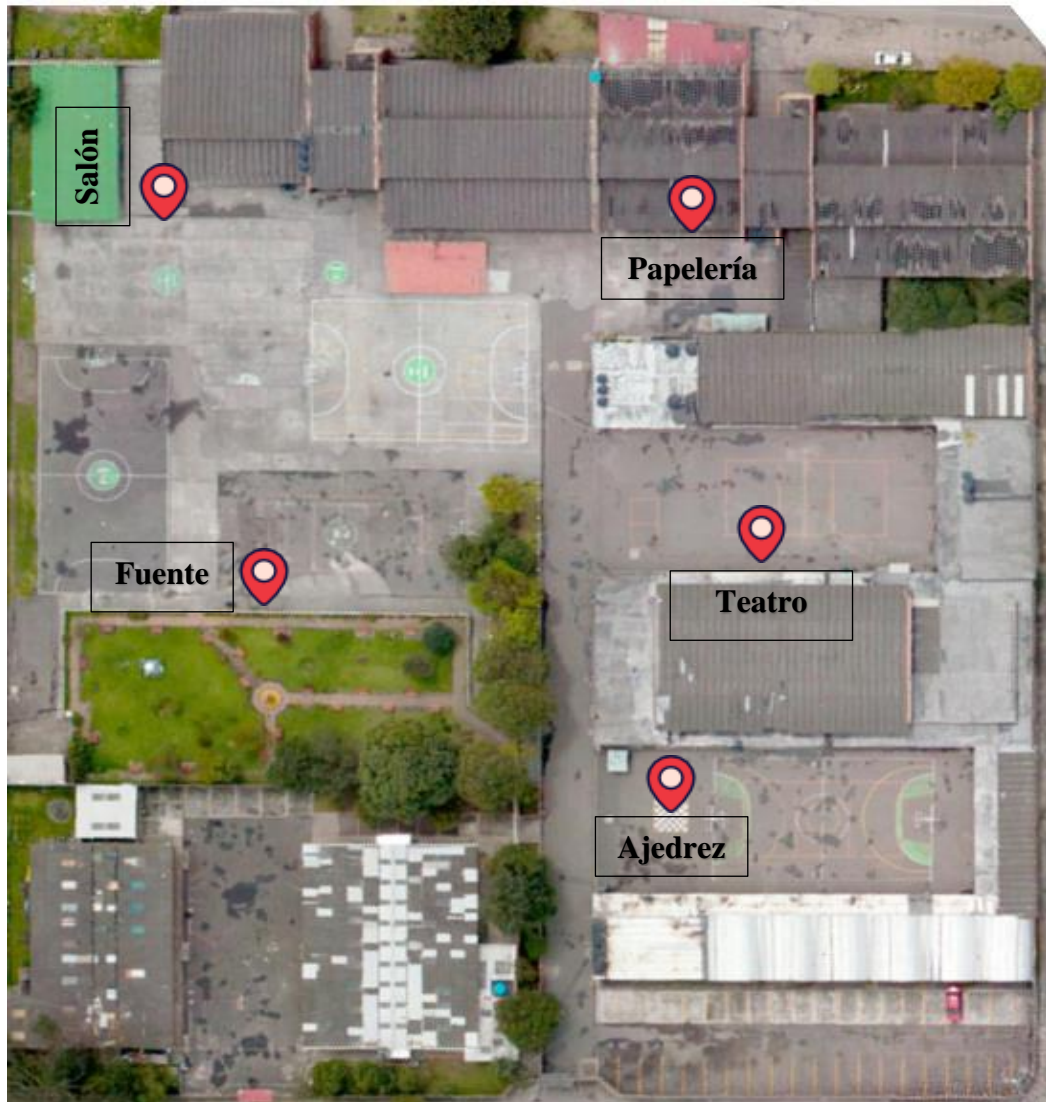
¿Cómo podemos visitar todas las estaciones de la carrera de observación sin pasar dos veces por el mismo lugar?

OBJETIVOS

1. Determinar el ciclo de un grafo caracterizándolo como euleriano o hamiltoniano
2. Desarrollar el sentido de la sana competencia y el respeto por el otro.

ACTIVIDAD

Encontrar el camino en un grafo de tal forma que una los puntos sin repetir líneas y sin levantar el lápiz para comprender el concepto del ciclo de un grafo

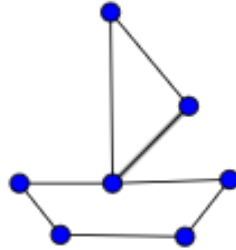
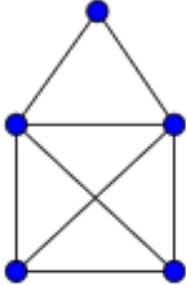


Preguntas orientadoras

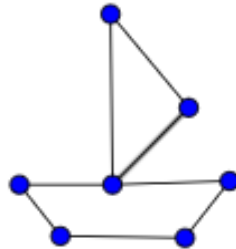
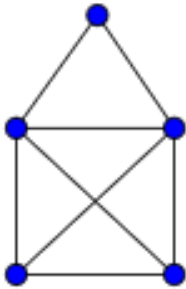
1. ¿Cuántas veces pasaste por cada estación? ____
2. ¿Cuántas veces pasaste por cada camino? ____
3. ¿Todas las estaciones tenían un camino para llegar a ellas?
4. ¿Es posible usar todos los caminos y volver al mismo punto donde empezamos?

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN

1. ¿Cuál es la secuencia del circuito Euleriano de las siguientes figuras?



2. ¿Cuál es la secuencia del circuito Hamiltoniano de las siguientes figuras?



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Primaria Grado: Quinto – Virtual

Taller: “No repetir línea ni levantar el lápiz”

ACTIVIDAD

Encontrar el camino en un grafo de tal forma que una los puntos sin repetir línea y sin levantar el lápiz para comprender el concepto del ciclo de un grafo

OBJETIVO

Determinar el ciclo de un grafo caracterizándolo como euleriano o hamiltoniano

MATERIALES

Guía 2 Primaria

METAS A ALCANZAR

- Reforzar conceptos propios del área de matemáticas correspondientes al nivel académico en el cual se encuentra el estudiante, a través de las pruebas a resolver en el desarrollo de la actividad.
- Identificar caminos que crucen por todas las aristas de un grafo de tal forma que no repita línea ni levante el lápiz con el fin de mostrar si es un grafo con ciclo euleriano
- Identificar caminos que crucen por todos los vértices de un grafo de tal forma que no repita punto ni levante el lápiz con el fin de mostrar si es un grafo con ciclo hamiltoniano.

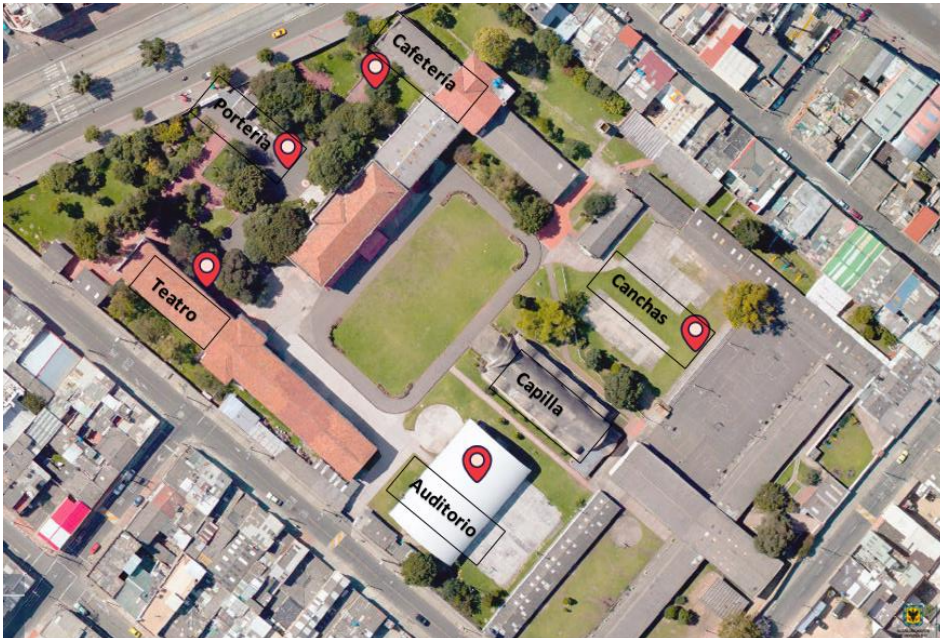
PREGUNTA GENERADORA

¿Cómo podemos visitar todas las estaciones de la carrera de observación sin pasar dos veces por el mismo lugar?

PROCEDIMIENTO

Situación problema

Estamos en colegio Liceo femenino Mercedes Nariño y tenemos que realizar una carrera de observación, las bases están ubicadas como se muestra en la figura y en cada una de ellas se encuentra una prueba. Debemos pasar por todas las bases pero no podemos pasar por los mismos lugares para llegar a ellas, es decir que si pasamos por la cafetería para llegar a una de las bases, no podemos volver a pasar por la cafetería y debemos buscar un nuevo camino.



Mapas.bogota.gov.co

Indica en mapa el recorrido a seguir para cumplir con la tarea, teniendo en cuenta las condiciones exigidas:” No pasar dos veces por el mismo lugar”.

CARRERA DE OBSERVACIÓN PRUEBAS A RESOLVER

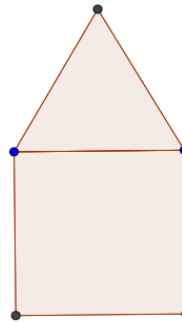
Auditorio

Realizar las tres sumas ubicando en cada cuadro los siguientes números (1 2 3 4 6 7 8 9) de tal forma que se satisfaga la operación y no se repita numero

$$\begin{array}{r}
 \square\square\square \\
 + \quad \square\square \\
 \hline
 \square\square\square
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \square\square\square \\
 + \quad \square\square \\
 \hline
 \square\square\square
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \square\square\square \\
 + \quad \square\square \\
 \hline
 \square\square\square
 \end{array}$$

Teatro

Calcular el perímetro del triángulo de la figura. Si el perímetro del cuadrado es de 80 cm.



Cafetería

Luis compró un lote cerca de un pueblo, la mitad de ese terreno se lo dio a su hijo Carlos y la otra mitad a su hija Ángela. Carlos usó una tercera parte del terreno que le tocó para hacer un jardín y el resto para construir una casa. ¿Qué fracción nos indica qué parte del terreno comprado por Luis construyó Carlos?

Canchas

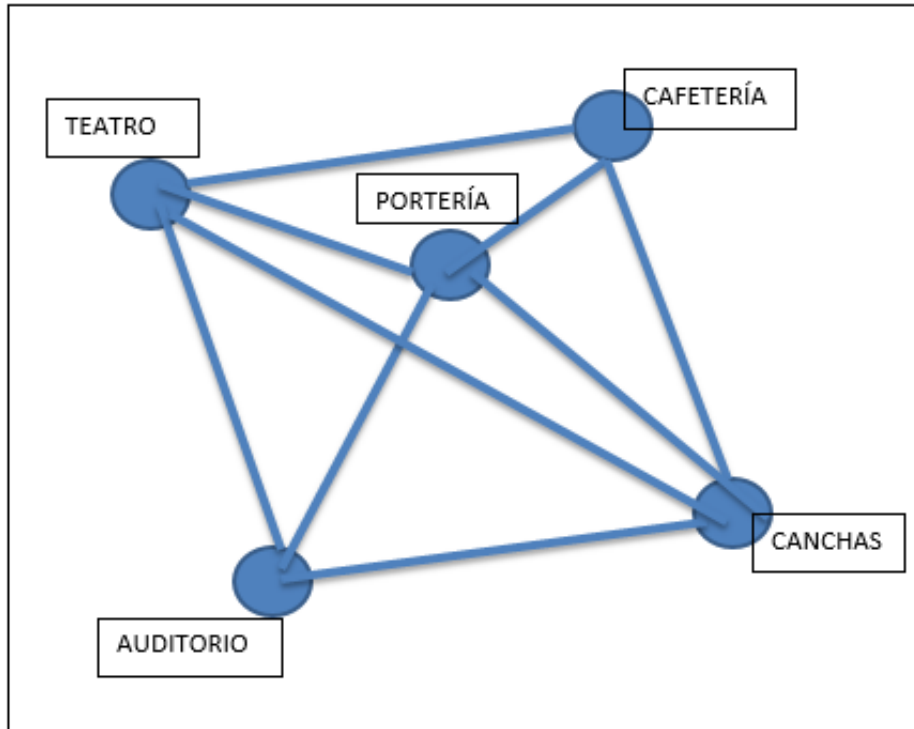
Claudia, Eliana y Gabriel son hermanos, los tres compiten en una carrera, Claudia ha recorrido $\frac{2}{6}$ (dos sextos) de la longitud total, Eliana $\frac{4}{8}$ (cuatro octavas) partes y Gabriel $\frac{3}{12}$ (tres doceavas) partes. ¿Quién va en primer lugar, quién en segundo y quién al final?

Portería

Al vivero de Federico llegaron cuatro camiones cargados con un total de 1.052 plantas. Si cada camión traía la misma cantidad de plantas, ¿cuántas cargaba cada camión?

CONCEPTUALIZACIÓN

Sobre el siguiente grafo señale su ruta



¿Logro pasar por todas las estaciones sin repetirlas?

¿Es posible recorrer todos los caminos sin importar cuantas veces se repita estación?

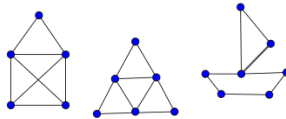
CICLO EULERIANO: Es un camino en el grafo que recorre cada arista una sola vez, terminando en el vértice donde se comenzó.

CICLO HAMILTONIANO: Es un camino en el grafo que recorre cada vértice una sola vez, terminando en el vértice donde se comenzó.

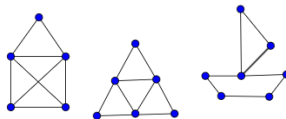
EJERCICIOS DE RETROALIMENTACIÓN

1. Si estamos de visita en un país y queremos recorrer cuatro ciudades de este y regresar a la ciudad principal de cuantas formas podemos realizar esta visitas sin repetir ninguna ciudad.

2. Cuál es la secuencia del circuito euleriano de las siguientes figuras



3. Cual es la secuencia del circuito hamiltoniano de las siguiente figuras



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Secundaria

Grado: Octavo

Taller: “No repetir línea ni levantar el lápiz”

Guía para el docente

ACTIVIDAD

Encontrar el camino en un grafo de tal forma que una los puntos sin repetir líneas para comprender el concepto de ciclo de un grafo

OBJETIVOS

1. Construir grafos identificando circuitos eulerianos y hamiltonianos.
2. Desarrollar competencias ciudadanas y tecnológicas para el desempeño de actividades cotidianas.

MATERIALES

Colores

Fotocopias (Plano de la ciudad)

Acceso a aplicaciones tecnológicas

METAS A ALCANZAR

- Desarrollar el sentido de ubicación espacio temporal dentro de un espacio urbano
- Usar adecuadamente los recursos tecnológicos
- Identificar caminos que unan los puntos de un grafo sin repetir líneas para caracterizar ciclos eulerianos

- Identificar caminos que unan los puntos de un grafo sin repetir puntos para caracterizar ciclos hamiltonianos

PREGUNTA GENERADORA

¿Cuál será la mejor forma de optimizar el tiempo y el espacio en un recorrido por sitios específicos de la ciudad?

PROCEDIMIENTO

Se habla con los estudiantes sobre la ciudad y las formas para moverse en ella, como auto particular, bicicleta, bus o taxi, posteriormente se les entrega el mapa de la ciudad donde se indican los lugares a los cuales deberán calcular las distancias, los tiempos de visita que les toma realizar una acción específica en ellos (museo del oro {recorrido} – cine {ver película} – biblioteca Julio Mario Santo Domingo {entrega de libro} – Universidad Antonio Nariño sede sur {formulario de inscripción} – Parque Simón Bolívar {recoger acompañante} – colegio {punto de partida y de llegada})

Ejecución del recorrido virtual

- A. Para poder iniciar el recorrido virtual los estudiantes deberán consultar los horarios de atención en los diferentes puntos y estimar el tiempo que permanecerán en ese lugar
- B. Definir el orden y el horario en el cual visitaran los lugares para determinar los costos financieros y las distancias espaciales y temporales (recordar que se deben tener en cuenta las horas pico y los descuentos para realizar las visitas en cierta franja horaria).

- C. Sobre el plano realizar la construcción del grafo correspondiente a la salida indicando la distancia que van a recorrer, el tiempo que van a gastar y el valor monetario de realizar cada acción.

CONCEPTUALIZACIÓN

1. Argumentación del recorrido realizado

Cada estudiante pasará y explicará porque decidió realizar en ese orden su salida y mostrando cuánto dinero y tiempo le costo

2. Determinar cuál de los estudiantes realizó el recorrido

- i. De menor costo
- ii. De menor tiempo
- iii. De menor distancia

Preguntas orientadoras

- i. ¿Cuántas veces visito cada uno de los lugares?
- ii. Si olvido el libro en el colegio lo que lo obligo a devolverse. ¿cuál sería el grafo correspondiente?

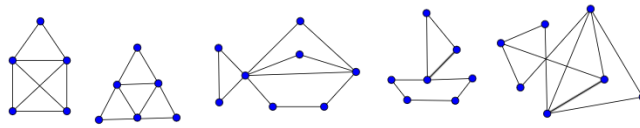
CICLO EULERIANO: Es un camino en el grafo que recorre cada arista una sola vez, terminando en el vértice donde se comenzo.

CICLO HAMILTONIANO: Es un camino en el grafo que recorre cada vértice una sola vez, terminando en el vértice donde se comenzo.

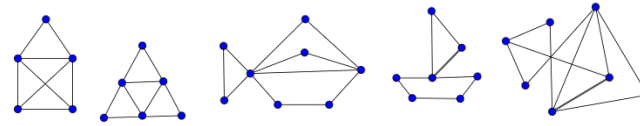
EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN

- Si estamos de visita en un país y queremos recorrer cuatro ciudades de este y regresar a la ciudad principal de cuantas formas podemos realizar esta visitas sin repetir ninguna ciudad

- Cuál es la secuencia del circuito Euleriano de las siguientes figuras



- Cual es la secuencia del circuito Hamiltoniano de las siguiente figuras



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Secundaria Grado Octavo – Presencial

Taller: “No repetir línea ni levantar el lápiz”

NOMBRES: _____ - _____ - _____

CURSO: _____

PREGUNTA GENERADORA

¿Cuál será la mejor forma de optimizar el tiempo y el espacio en un recorrido por sitios específicos de la ciudad?

OBJETIVOS

1. Construir grafos identificando circuitos eulerianos y hamiltonianos
2. Desarrollar competencias ciudadanas y tecnológicas para el desempeño de actividades cotidianas

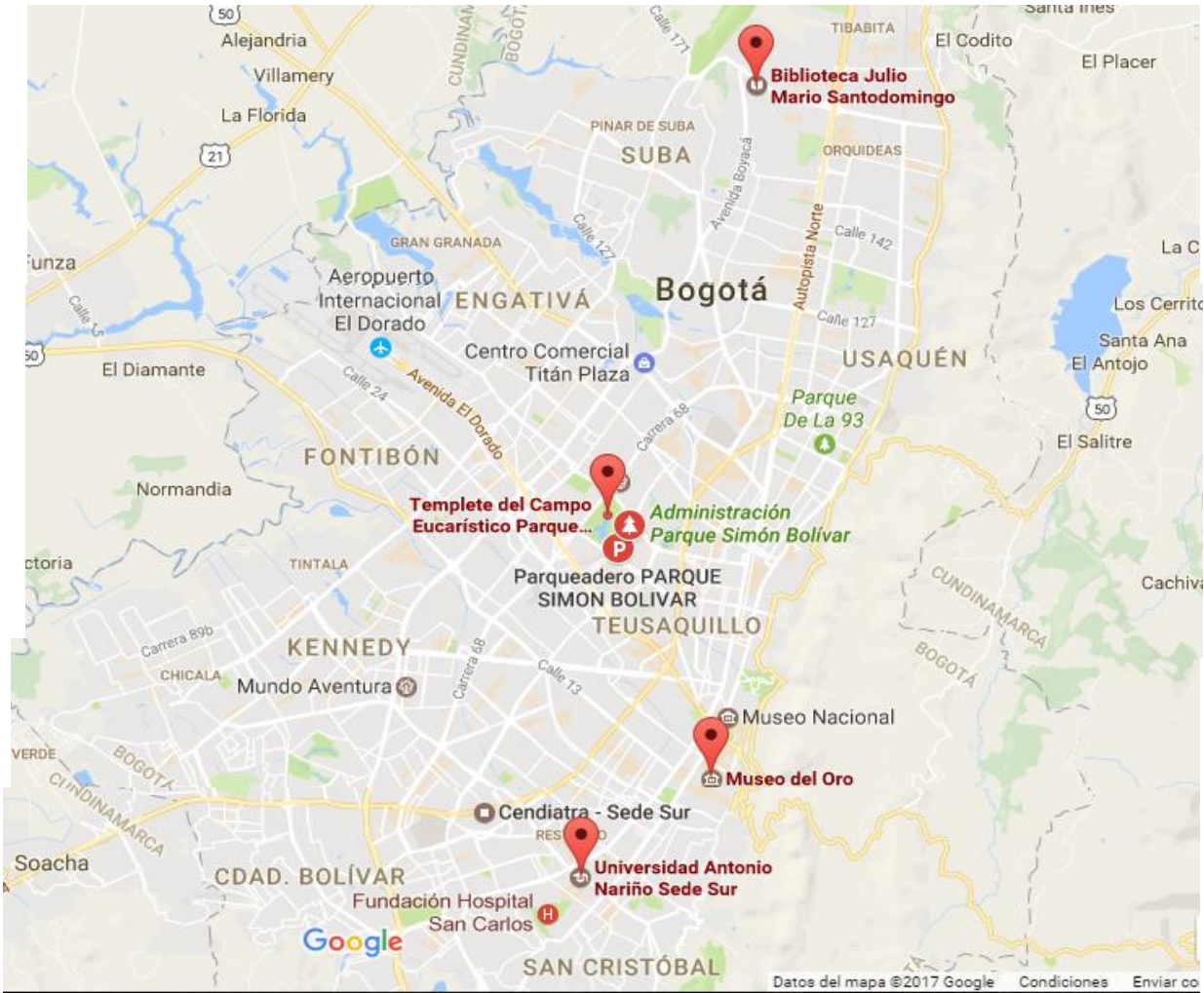
ACTIVIDAD

Encontrar el camino en un grafo de tal forma que una los puntos sin repetir líneas para comprender el concepto de ciclo de un grafo

En el siguiente mapa de la ciudad se indican los lugares a los cuales deberán asistir. Calcular las distancias entre ellos y los tiempos de visita que les toma realizar una acción específica en cada uno de ellos

- Museo del oro {recorrido}
- Cinema {ver película}

- Biblioteca Julio Mario Santo Domingo {entrega de libro}
- Universidad Antonio Nariño sede sur {formulario de inscripción}
- Parque Simón Bolívar {recoger acompañante}



- Colegio punto de partida y de llegada

Ejecución del recorrido virtual

- a. Para poder iniciar el recorrido virtual deberán consultar los horarios de atención en los diferentes puntos y estimar el tiempo que permanecerán en ese lugar

- b. Definir el orden y el horario en el cual visitarán los lugares para determinar los costos financieros y las distancias espaciales.
- c. Sobre el plano realizar la construcción del grafo correspondiente a la salida indicando la distancia que van a recorrer, el tiempo que van a gastar y el valor monetario de realizar cada acción.

Argumente porque escogió ese recorrido cuanto tiempo le tomo realizar las visitas y cuánto dinero gasto en el recorrido realizado

Recorrido	Medio de transporte	Distancia	Hora de salida	Tiempo	Dinero

Preguntas orientadoras

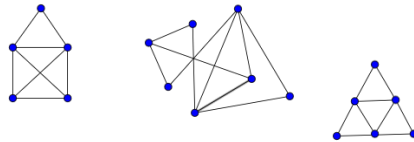
¿Cuántas veces visito cada uno de los lugares?

Si olvido el libro en el colegio lo que lo obligo a devolverse. ¿Cuál sería el grafo correspondiente?

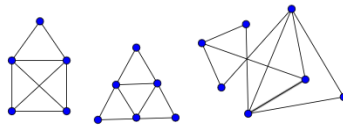
¿Cuántas veces pasaste por cada camino?

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN

1. Si estamos de visita en un país y queremos recorrer cuatro ciudades de este y regresar a la ciudad principal de cuantas formas podemos realizar esta visitas sin repetir ninguna ciudad
- 2.Cuál es la secuencia del circuito Euleriano de las siguientes figuras



3. Cual es la secuencia del circuito Hamiltoniano de las siguiente figuras



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Secundaria

Grado: Octavo – Virtual

Taller: “No repetir línea ni levantar el lápiz”

ACTIVIDAD

Encontrar el camino en un grafo de tal forma que una los puntos sin repetir líneas para comprender el concepto de ciclo de un grafo.

OBJETIVOS

1. Construir grafos identificando circuitos eulerianos y hamiltonianos.
2. Desarrollar competencias ciudadanas y tecnológicas para el desempeño de actividades cotidianas.

MATERIALES

Guía 2 Secundaria.

METAS A ALCANZAR

- Desarrollar el sentido de ubicación espacio temporal dentro de un espacio urbano.
- Usar adecuadamente los recursos tecnológicos.
- Identificar caminos que unan los puntos de un grafo sin repetir líneas para caracterizar ciclos eulerianos.
- Identificar caminos que unan puntos de un grafo sin repetir puntos para caracterizar los ciclos hamiltonianos.

PREGUNTA GENERADORA

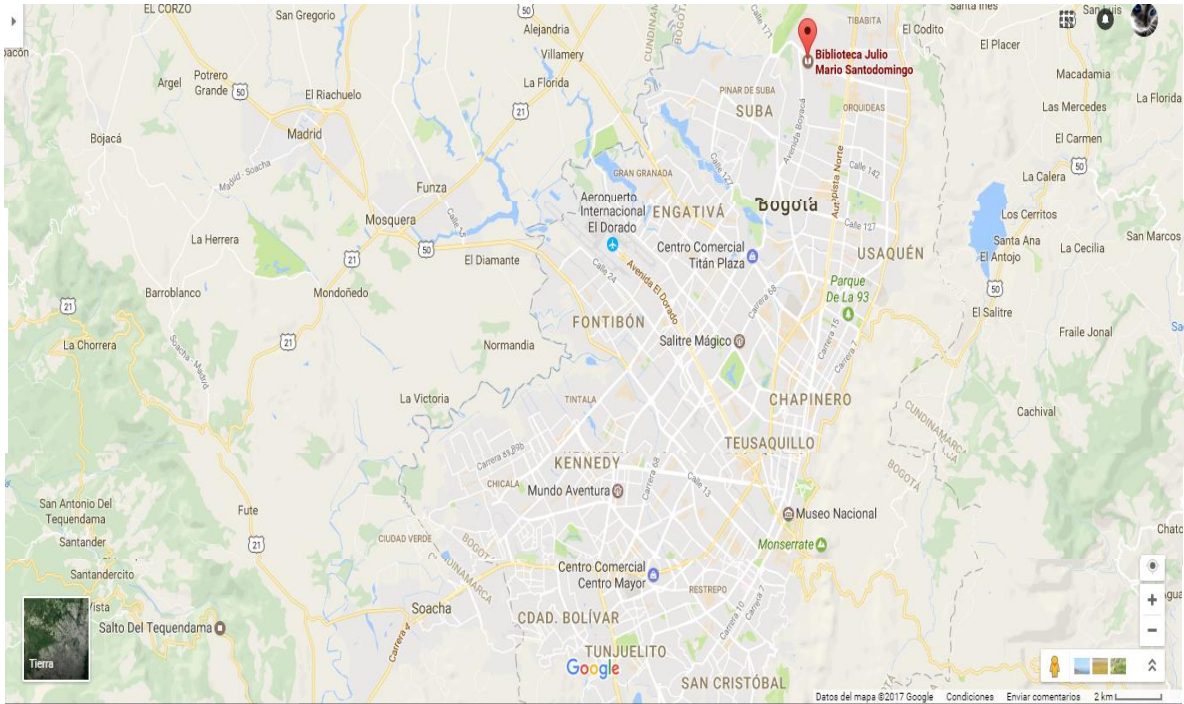
¿Cuál es la mejor forma de optimizar el tiempo y el espacio en un recorrido por sitios específicos de la ciudad?

PROCEDIMIENTO

Situación problema

Te encuentras en la ciudad de Bogotá, y debes recoger un amigo en el Parque Simón Bolívar para que te acompañe a varios lugares, durante el día. La cita es a las 8:00am y debes regresar a dejarlo en el mismo sitio. Punto de partida y llegada el colegio.

- Recorrido en el museo del oro.
- Ver una película en un cinema.
- Entregar un libro en la Biblioteca Julio Mario Santo Domingo.



- Diligenciar el formulario de inscripción en la Universidad Antonio Nariño sede SUR.

¿Cuál sería el recorrido más pertinente? Busca la información necesaria para organizar este día tan agitado, de tal forma que el tiempo te alcance para cumplir todos tus compromisos.

Ejecución del recorrido virtual

- A. Deberás consultar los horarios de atención en los diferentes puntos y estimar el tiempo de permanencia en ese lugar
- B. Definir el orden y el horario en el cual visitaran los lugares para determinar, los costos financieros y las distancias espacio- temporales. (Recordar que se deben tener en cuenta las horas pico y los descuentos por realizar las visitas en cierta franja horaria)
- C. Planee la salida indicando la distancia que van a recorrer, el tiempo que van a gastar y el valor monetario de realizar cada acción.

D. Determine cuál es el costo del recorrido.

Actividad	Medio de transporte	Distancia	Hora de salida	Tiempo	Gastos

E. Sobre el plano realizar la construcción del grafo correspondiente a la salida

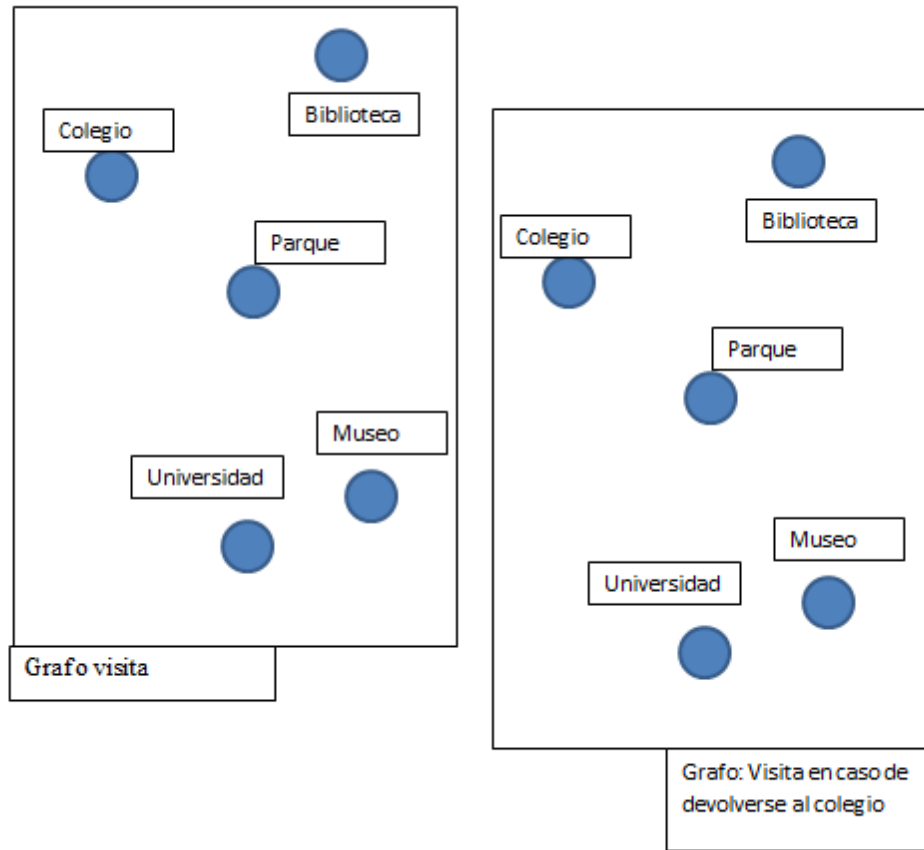
CONCEPTUALIZACIÓN

¿Argumente porque escogió ese recorrido, cuánto tiempo le tomo realizar las visitas y cuánto dinero gasto.

¿Cuántas veces visito cada uno de los lugares?

Represente el grafo correspondiente al recorrido de la salida

¿Si olvido el libro en el colegio, lo cual le obligo a devolverse, cuál sería el grafo correspondiente? Represente los grafos y compárelos.



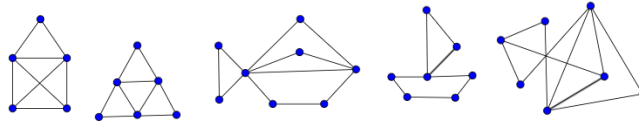
CICLO EULERIANO: Es un camino en el grafo que recorre cada arista una sola vez, terminando en el vértice donde se comenzo.

CICLO HAMILTONIANO: Es un camino en el grafo que recorre cada vértice una sola vez, terminando en el vértice donde se comenzo.

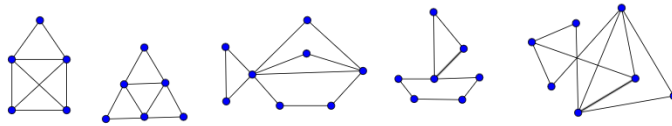
EJERCICIOS DE RETROALIMENTACIÓN

1. Si estamos de visita en un país, queremos recorrer cuatro ciudades de este y regresar a la ciudad principal ¿de cuántas formas podemos realizar esta visitas sin repetir ninguna ciudad?

2. ¿Cuál es la secuencia del circuito euleriano de las siguientes figuras?



3. ¿Cuál es la secuencia del circuito hamiltoniano de las siguiente figuras?



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Superior

Taller: “No repetir línea ni levantar el lápiz”

Guía para el docente

ACTIVIDAD

Encontrar el camino en un grafo de tal forma que una los puntos sin repetir líneas para comprender el concepto del ciclo Euleriano en un grafo y sin repetir ni línea ni punto para comprender el concepto de ciclo Hamiltoniano en el grafo

OBJETIVOS

1. Caracterizar las condiciones a cumplir en un grafo para considerar que sea Euleriano o Hamiltoniano
2. Construir grafos identificando circuitos eulerianos y hamiltonianos

MATERIALES

Lápiz, papel, fotocopias, acceso a aplicaciones tecnológicas

METAS A ALCANZAR

- Desarrollar el sentido de ubicación espacio temporal dentro de un espacio urbano
- Usar adecuadamente los recursos tecnológicos
- Identificar caminos que unan los puntos de un grafo sin repetir líneas para caracterizar ciclos eulerianos

- Identificar caminos que unan los puntos de un grafo sin repetir puntos para caracterizar ciclos hamiltonianos

PREGUNTA GENERADORA

¿Cuál podría ser la mejor forma de viajar dentro de un país de tal forma que ahorremos tiempo y dinero sin dejar de cumplir con un itinerario programado?

PROCEDIMIENTO

Presentación del ejercicio

Se habla con los estudiantes sobre la posibilidad que en su profesión deban realizar una serie de conferencias en diferentes puntos del país (San Andrés, Cali, Medellín, Pasto, Tunja, Leticia, Villavicencio, Armenia, Bucaramanga) y debemos administrar el dinero para gastar la menor cantidad posible. En cada lugar debemos tener en cuenta que no debemos llegar sobre el tiempo a las conferencias programadas por respeto y profesionalismo con los anfitriones (una hora antes de la conferencia)

Ejecución del recorrido virtual

- A. Los estudiantes deberán organizar los días y horas en que realizaran las conferencias además de definir qué medio de transporte usaran para ir de una ciudad a otra. así mismo deberán buscar el hotel donde se hospedaran durante su estadía en cada lugar
- B. Una vez definido el recorrido deberán hacer el itinerario donde registraran los datos de llegada y salida del hotel el tiempo estimado de traslados dentro de la ciudad y el tiempo de traslado de ciudad a ciudad hasta volver a Bogotá

a dar la presentación final. Frente a cada uno de estos datos se debe registrar el costo monetario que tomaría cada acción

Recorrido	Medio de transporte	Distancia	Hora de salida	de Tiempo	Gastos

- C. construir el grafo correspondiente a la salida indicando la distancia que van a recorrer el tiempo que van a gastar y el valor monetario de realizar cada acción

CONCEPTUALIZACIÓN

A. Argumentación del recorrido realizado

Cada estudiante pasara y explicara porque decidió realizar en ese orden sus presentaciones, en que hoteles se hospedo, cuánto dinero gasto, cuanto tiempo, y que medios de transporte utilizo

B. Determinar cuál de los estudiantes realizó el recorrido

- i. De menor costo
- ii. De menor tiempo
- iii. De menor distancia

Preguntas orientadoras

- i. ¿Cuántas veces visito cada uno de los lugares?
- ii. ¿Si en algún monte se le informa de una reunión en Bogotá a la cual debe asistir obligatoriamente como sería el grafo correspondiente?

- iii. Comparar los grafos obtenidos y determinar las diferencias
- iv. ¿Qué características definen un grafo Euleriano?
- v. ¿Qué características definen un grafo Hamiltoniano?

CICLO EULERIANO: Un grafo tiene un circuito euleriano si y solo si todos sus vértices tienen grado par salvo dos de ellos.

CICLO HAMILTONIANO: Un grafo tiene un circuito hamiltoniano si y solo si todos sus vértices tienen mínimo grado dos

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Superior - Presencial

Taller: “No repetir línea ni levantar el lápiz”

NOMBRES: _____ - _____ - _____

SEMESTRE: _____

PREGUNTA GENERADORA

¿Cuál podría ser la mejor forma de viajar dentro de un país de tal forma que ahorremos tiempo y dinero sin dejar de cumplir con un itinerario programado?

OBJETIVOS

1. Caracterizar las condiciones a cumplir en un grafo para considerar que sea euleriano o hamiltoniano
2. Construir grafos identificando circuitos eulerianos y hamiltonianos

ACTIVIDAD

Encontrar el camino en un grafo de tal forma que una los puntos sin repetir líneas para comprender el concepto del ciclo Euleriano en un grafo y sin repetir ni línea ni punto para comprender el concepto de ciclo Hamiltoniano en el grafo.

En el siguiente mapa de Colombia están indicados diferentes puntos (San Andrés, Cali, Medellín, Pasto, Tunja, Leticia, Villavicencio, Armenia, Bucaramanga) donde deben realizar una serie de conferencias. Debemos administrar el dinero para gastar la menor cantidad posible.

En cada lugar debemos tener en cuenta que no debemos llegar sobre el tiempo a las conferencias programadas por respeto y profesionalismo con los anfitriones (una hora antes de la conferencia)



Ejecución del recorrido virtual

- A. Los estudiantes deberán organizar los días y horas en que realizaran las conferencias además de definir qué medio de transporte usaran para ir de una ciudad a otra. así mismo deberán buscar el hotel donde se hospedarán durante su estadía en cada lugar.
- B. Una vez definido el recorrido deberán programar el itinerario donde registrarán los datos de llegada y salida del hotel el tiempo estimado de traslados dentro de la ciudad y el tiempo de traslado de ciudad a ciudad hasta volver a Bogotá a dar la presentación final. Frente a cada uno de estos datos se debe registrar el costo monetario que tomaría cada acción.
- C. construir el grafo correspondiente a la salida indicando la distancia que van a recorrer el tiempo que van a gastar y el valor monetario de realizar cada acción

Recorrido	Medio de transporte	Distancia	Hora de salida	de	Tiempo	Gastos

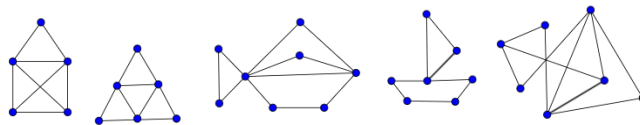
Preguntas orientadoras

- ¿Cuántas veces visito cada uno de los lugares?
- ¿Si en algún monte se le informa de una reunión en Bogotá a la cual debe asistir obligatoriamente como sería el grafo correspondiente?
- Comparar los grafos obtenidos y determinar las diferencias
- ¿Qué características definen un grafo euleriano?
- ¿Qué características definen un grafo hamiltoniano?

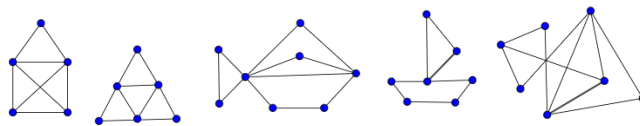
EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN

Si estamos de visita en un país, queremos recorrer cuatro ciudades de este y regresar a la ciudad principal ¿De cuántas formas podemos realizar estas visitas sin repetir ninguna ciudad? ¿Si quisiéramos ver N ciudades de cuántas formas podríamos?

Determine cuáles de los siguientes grafos tienen un circuito euleriano y muestre como sería la secuencia del circuito



Determine cuáles de los siguientes grafos tienen un circuito Hamiltonian y muestre como sería la secuencia del circuito



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Superior - Virtual

Taller: “No repetir línea ni levantar el lápiz”

ACTIVIDAD

Encontrar el camino en un grafo de tal forma que una los puntos sin repetir líneas para comprender el concepto del ciclo euleriano, y sin repetir punto para comprender el concepto de ciclo hamiltoniano.

OBJETIVOS

1. Caracterizar las condiciones a cumplir en un grafo para considerar que sea euleriano o hamiltoniano
2. Construir grafos identificando circuitos eulerianos y hamiltonianos

MATERIALES

Guía 2 Universidad

METAS A ALCANZAR

- Desarrollar el sentido de ubicación espacio temporal dentro de un espacio urbano
- Usar adecuadamente los recursos tecnológicos
- Identificar caminos que unan los puntos de un grafo sin repetir líneas para caracterizar ciclos eulerianos
- Identificar caminos que unan los puntos de un grafo sin repetir puntos para caracterizar ciclos hamiltonianos

PREGUNTA GENERADORA

¿Cuál podría ser la mejor forma de viajar dentro de un país de tal forma que ahorremos tiempo y dinero sin dejar de cumplir con un itinerario programado?

PROCEDIMIENTO

Situación Problema

Un estudiante de la facultad, en ejercicio de su profesión deben realizar una serie de conferencias en diferentes puntos del país (San Andrés, Cali, Medellín, Pasto, Tunja, Leticia, Villavicencio, Armenia, Bucaramanga) y es necesario administrar el dinero para gastar la menor cantidad posible. En cada lugar debe tener en cuenta que no puede llegar sobre el tiempo a la conferencia programada por respeto y profesionalismo con los anfitriones (una hora antes de la conferencia)

Ejecución del recorrido virtual

- A. Organiza los días y horas en que realizara las conferencias, además de definir qué medio de transporte usara para ir de una ciudad a otra. Así mismo deberá buscar el hotel donde se hospedara durante su estadía en cada lugar.
- B. Una vez definido el recorrido deberá hacer el itinerario donde registrará los datos de llegada y salida del hotel, el tiempo estimado de traslados dentro de la ciudad y el tiempo de traslado de ciudad a otra, hasta volver a Bogotá y

cumplir con la presentación final. Frente a cada uno de estos datos se debe registrar el costo monetario que tomaría cada acción

Recorrido	Medio de transporte	Distancia	Hora de salida	de Tiempo	Gastos

C. Construir el grafo correspondiente a la salida indicando la distancia que van a recorrer el tiempo que van a gastar y el valor monetario de realizar cada acción.

CONCEPTUALIZACIÓN

Argumentación del recorrido realizado

Argumentar porque decidió ese orden para sus presentaciones, en que hoteles se hospedo, cuánto dinero gasto, cuanto tiempo, y que medios de transporte utilizo.

¿Cuántas veces visito cada uno de los lugares?

¿Si en algún monte se le informa de una reunión en Bogotá a la cual debe asistir obligatoriamente, como sería el grafo correspondiente?



Grafo de la ruta planeada



Grafo con regreso imprevisto a Bogotá

C
O
M
P
A
R
A
R

CICLO EULERIANO: Es un camino en el grafo que recorre cada arista una sola vez, terminando en el vértice donde se comenzó.

CICLO HAMILTONIANO: Es un camino en el grafo que recorre cada vértice una sola vez, terminando en el vértice donde se comenzó.

Comparar los grafos obtenidos y determinar las diferencias

¿Qué características definen un grafo Euleriano?

¿Qué características definen un grafo Hamiltoniano?

CICLO EULERIANO: Un grafo tiene un circuito euleriano si y solo si todos sus vértices tienen grado par salvo dos de ellos.

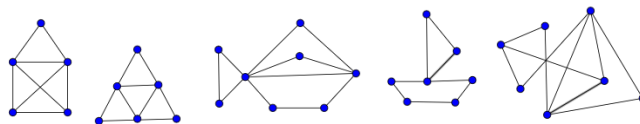
CICLO HAMILTONIANO: Un grafo tiene un circuito hamiltoniano si y solo si todos sus vértices tienen mínimo grado dos

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN

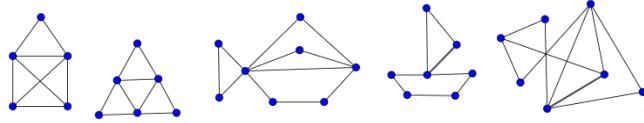
Si estamos de visita en un país y queremos recorrer cuatro ciudades de este y regresar a la ciudad principal ¿De cuántas formas podemos realizar estas visitas sin repetir ninguna ciudad?

¿Si quisiéramos ver n ciudades de cuántas formas podríamos?

Determine cuáles de los siguientes grafos tienen un circuito euleriano y registre como sería la secuencia del circuito



Determine cuáles de los siguientes grafos tienen un circuito hamiltoniano y registre como sería la secuencia del circuito



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Primaria Grado: Quinto

Taller: “Cubo de Yoshimoto”

Guía para el docente

ACTIVIDAD

Construcción de uno de los cubos de Yoshimoto para el desarrollo y comprensión del concepto de isomorfismo en la teoría de grafos relacionado con la topología

OBJETIVOS

1. Elaborar el cubo de Yoshimoto a partir de la construcción de sólidos, empleando parámetros de medida y color determinados para desarrollar el concepto de isomorfismo
2. Fomentar el trabajo colaborativo mediante la construcción del cubo y las discusiones propias de la actividad para fortalecer el respeto por las diferentes opiniones de sus compañeros y la formulación de acuerdos.

MATERIALES

Cartulina - Plantilla de trabajo - Colores - Tijeras - Cinta adhesiva - Lápiz - Regla –Pegante

Video de apoyo <https://www.youtube.com/watch?v=rFEc203-tig&t=601s>

METAS A ALCANZAR

Construcción individual de cuerpos geométricos requeridos para el ensamble del cubo

Manipulación correcta de la regla para la toma de medidas de los lados de las figuras

Clasificar los tipos de triángulos según sus lados a partir de la medición de sus bordes.

Obtener el perímetro de figuras geométricas contenidas en la plantilla

Diferenciar los conceptos de figura y cuerpo geométrico teniendo en cuenta las dimensiones que están implícitas en cada construcción

Ensamble del cubo en equipos de trabajo, mediante los acuerdos establecidos en cada grupo y bajo las orientaciones del maestro.

Seguimiento acertado de instrucciones para la construcción del cubo de Yosimoto, de tal forma que sea posible su manipulación.

PREGUNTA GENERADORA

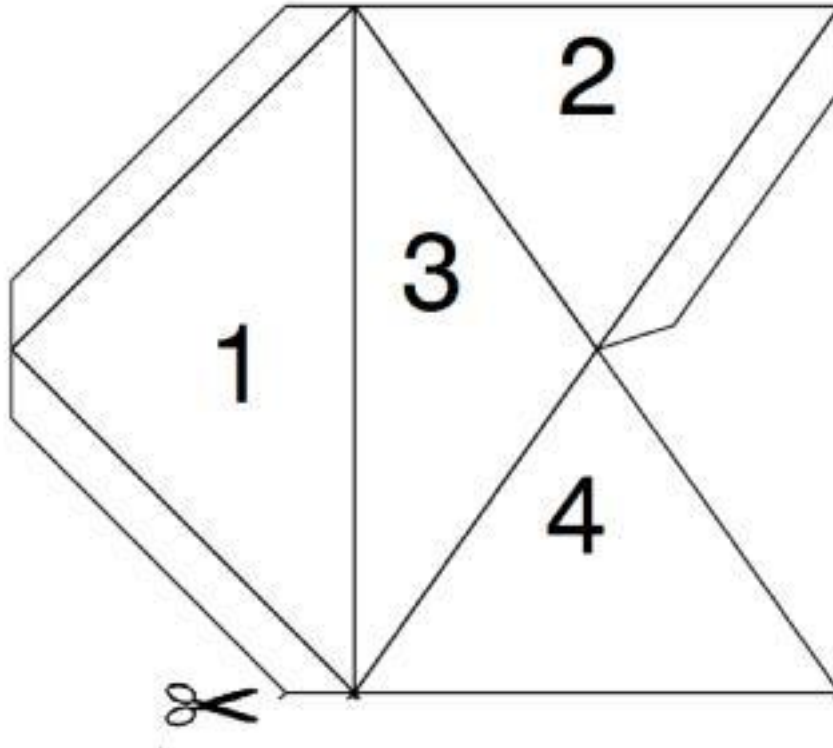
¿Es posible construir un cubo a partir de otros sólidos usando diferentes movimientos?

PROCEDIMIENTO

Organizar equipos de trabajo de 4 estudiantes e indicar que la primera parte se desarrollara de forma individual y luego con los aportes de cada uno se integrara el trabajo grupal.

Elaboración de la pirámide (trabajo individual – 3 pirámides por estudiante)

Entrega de plantillas



Solo cortar el contorno de la figura

Orientar a los estudiantes para que mediante la observación, determinen semejanzas y diferencias entre las figuras geométricas pintadas. Recordar que son figuras porque solo se consideran dos dimensiones: Largo y Ancho

Medida de lados de los triángulos.

Para ello, usando la regla, medir los bordes de las figuras (triángulos) y determinar si son:

Equiláteros: Todos los lados son iguales

Escalenos: Sus tres lados son desiguales

Isósceles: Dos lados iguales y uno desigual

Registrar los datos en la tabla y obtener los perímetros correspondientes. Pintar las caras de las pirámides.

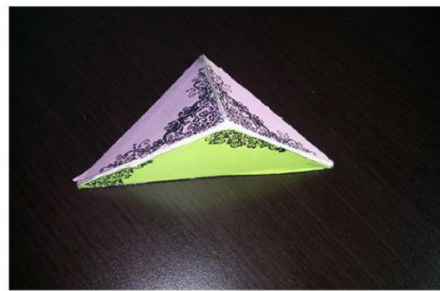
	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Perímetro	Color
1					
2					
3					
4					

Decoración de la pirámide

Colorear los triángulos de las pirámides según los acuerdos establecidos en los equipos, de tal forma que las 12 pirámides queden decoradas de forma uniforme.

Corte y plegado de la cartulina

Doblar y armar según se indica en la plantilla. Cada estudiante deberá armar 3 pirámides triangulares. Encontrar las diferencias entre el material visualizado en la plantilla y los dobleces realizados. Explicar porque ahora tenemos un cuerpo geométrico y no una figura geométrica y porque es una pirámide triangular. Observar el espacio de clase y verificar qué otros cuerpos geométricos existen en su medio escolar, afianzando las diferencias entre figura y cuerpo.



Ensamble del cubo (trabajo en equipo – 4 estudiantes)

Cada equipo arma el cubo con las 12 pirámides

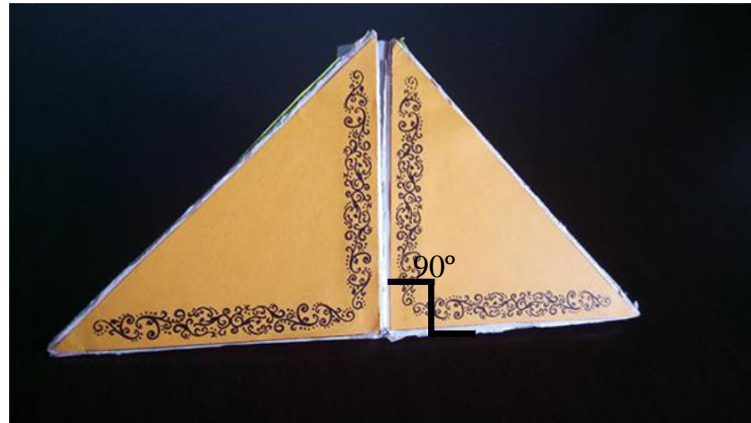
Atendiendo a las instrucciones del profesor ir uniendo las pirámides con la cinta adhesiva hasta completar el ensamble total. Tener en cuenta la forma de adherir la cinta para que tenga movilidad y la posición de las pirámides.

Pegue las dos pirámides de tal forma que los colores y longitudes coincidan

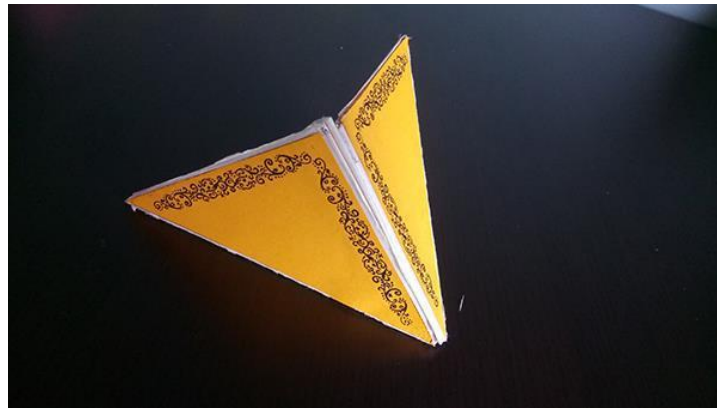


Una las piezas como indica la cinta de la figura

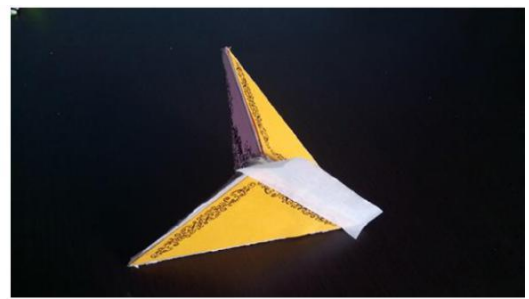




Doble por las aristas que pegó con la cinta



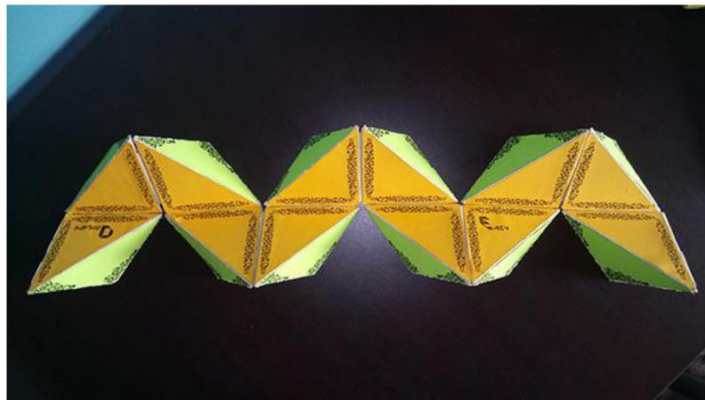
Pegue también al respaldo de la misma manera.



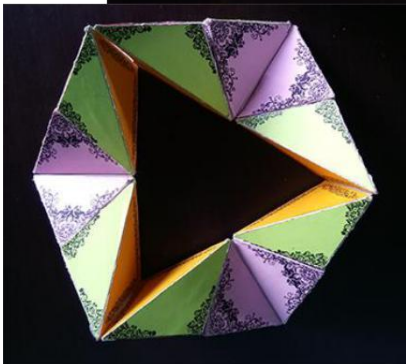
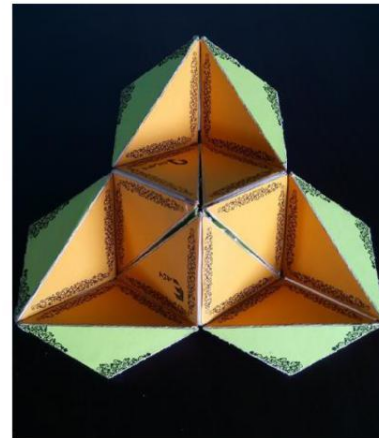
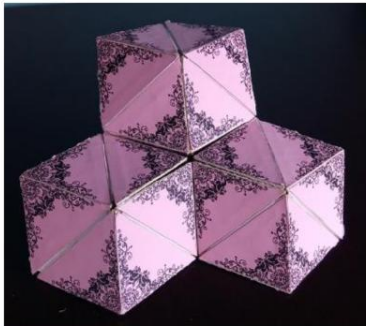
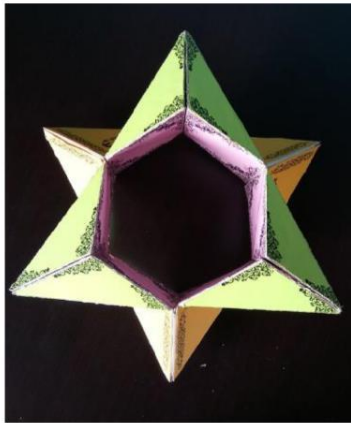
Ya hemos unido dos piezas



Ahora sigue uniendo hasta completarlas como indica la figura. Recuerde que siempre debe colocarse la cinta de tal manera que las piezas unidas mantengan movilidad.



Una vez finalizado el ensamble, los estudiantes podrán hacer manipulación del cubo y dibujo de las figuras obtenidas en cada transformación (Estas son algunas transformaciones)



CONCEPTUALIZACION

Recordar que un grafo es una representación mediante el uso de puntos y líneas.

Solicite a los estudiantes que pinten los grafos que corresponden a por lo menos dos de las figuras formadas. Posteriormente mediante la exposición de los grafos realicen una comparación de cada uno ellos

Preguntas orientadoras

1. ¿Cuántas caras tiene cada pirámide construida?
2. ¿Cuántas pirámides se usaron para ensamblar el cubo?
3. ¿Cuántas formas diferentes se observaron en la exposición?
4. ¿Para armar las figuras expuestas se retiró o añadió alguna pirámide?

Dos grafos son isomorfos si y solo si se preserva la relación de adyacencia entre los vértices de cada grafo

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN:

Relacionar las imágenes según corresponda



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Primaria Grado: Quinto- Presencial

Taller: “Cubo de Yoshimoto”

NOMBRE: _____ - _____ - _____

CURSO: _____

PREGUNTA GENERADORA

¿Es posible construir un cubo a partir de otros sólidos usando diferentes movimientos?

OBJETIVOS

1. Elaborar el cubo de Yoshimoto a partir de la construcción de sólidos, empleando parámetros de medida y color determinados para desarrollar el concepto de isomorfismo
2. Fomentar el trabajo colaborativo mediante la construcción del cubo y las discusiones propias de la actividad para fortalecer el respeto por las diferentes opiniones de sus compañeros y la formulación de acuerdos.

ACTIVIDAD

Construcción de uno de los cubos de Yoshimoto para el desarrollo y comprensión del concepto de isomorfismo en la teoría de grafos relacionado con la topología

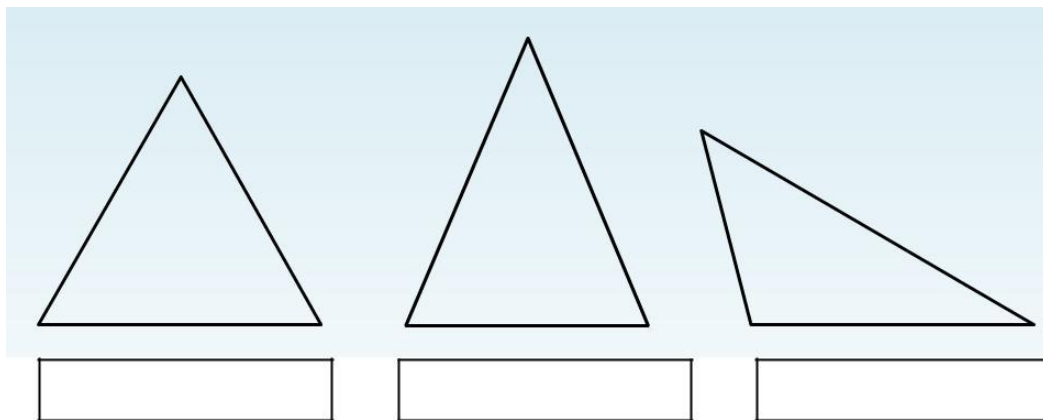
INTENTEMOS HACERLO!

Reciban las plantillas básicas y de acuerdo con las indicaciones van registrando su trabajo.

1. Registren las semejanzas y diferencias encontradas en las figuras de las plantillas

SEMEJANZAS	DIFERENCIAS

2. Identifica los triángulos según la longitud de los lados



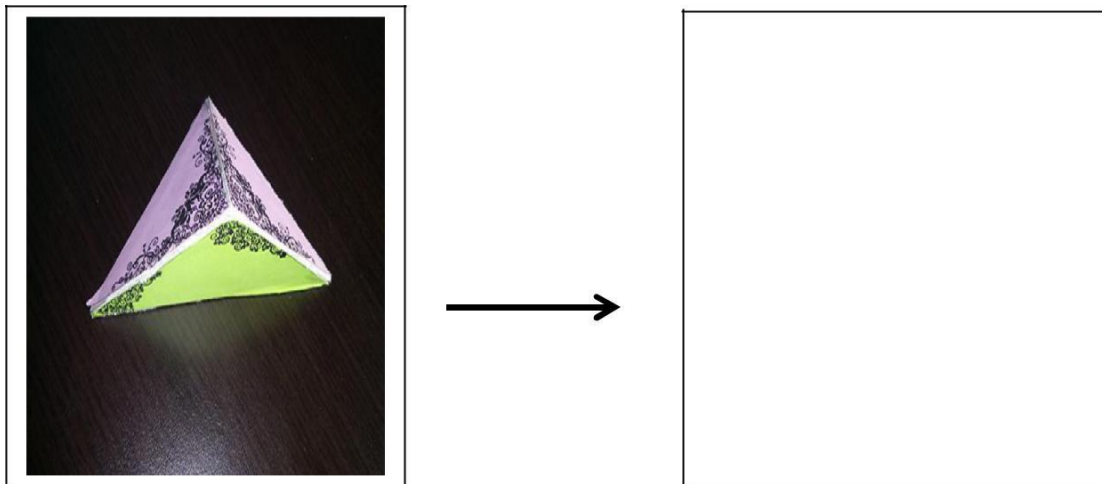
3. Completen la tabla registrando los datos y los perímetros correspondientes

Triangulo	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Perímetro	Color
1					
2					
3					
4					

Vamos a pintar las caras de las pirámides, pero deben acordar en el grupo de que colores. Y a trabajar!!

4. Ahora vamos a construir cortando y plegando. Sigue las instrucciones del maestro.

Usando solamente líneas pinten el sólido que construyeron.



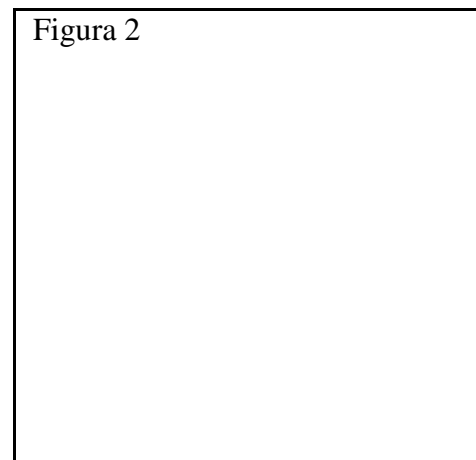
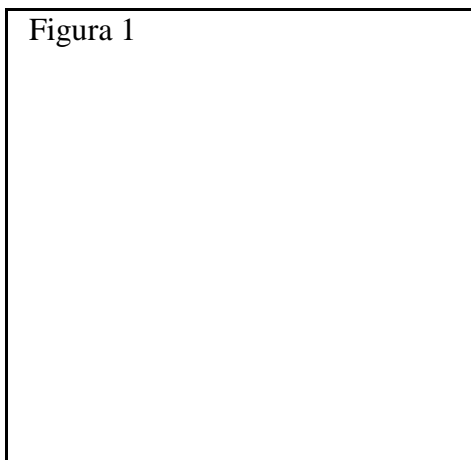
5. Ahora registramos las diferencias entre las figuras iniciales y el sólido construido

OBSERVEMOS: Registra ejemplos de figuras y cuerpos geométricos

Figura geométrica	Cuerpo geométrico

6. Alistemos ahora la cinta, las tijeras y vamos a unir las pirámides. Es indispensable seguir las instrucciones puntualmente.

A jugar con el cubo. Formen figuras, expóngalas y pínTELas



Preguntas orientadoras

1. ¿Cuántas caras tiene cada pirámide construida?
2. ¿Cuántas pirámides se usaron para ensamblar el cubo?
3. ¿Cuántas formas diferentes se observaron en la exposición?
4. ¿Para armar las figuras expuestas se retiró o añadió alguna pirámide?

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN:

Relacionar mediante una línea, las imágenes según corresponda



“Te has dado cuenta: Hay transformaciones pero permanecen algunas condiciones”

Busca otros ejemplos

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Primaria

Grado: Quinto - Virtual

Taller: “Cubo de Yoshimoto”

ACTIVIDAD

Construcción de uno de los cubos de Yoshimoto para el desarrollo y comprensión del concepto de isomorfismo en la teoría de grafos relacionado con la topología

OBJETIVOS

Elaborar el cubo de Yoshimoto a partir de la construcción de sólidos, empleando parámetros de medida y color determinados para desarrollar el concepto de isomorfismo

Fomentar el trabajo colaborativo mediante la construcción del cubo y las discusiones propias de la actividad para fortalecer el respeto por las diferentes opiniones de sus compañeros y la formulación de acuerdos.

MATERIALES

Guía 3 Primaria

Cartulina - Plantilla de trabajo - Colores - Tijeras - Cinta adhesiva - Lápiz - Regla -Pegante

METAS A ALCANZAR

Construcción de cuerpos geométricos requeridos para el ensamble del cubo

Manipulación correcta de la regla para la toma de medidas de los lados de las figuras

Clasificar los tipos de triángulos según sus lados a partir de la medición de sus bordes.

Obtener el perímetro de figuras geométricas contenidas en la plantilla

Diferenciar los conceptos de figura y cuerpo geométrico teniendo en cuenta las dimensiones que están implícitas en cada construcción

Ensamble del cubo, según orientaciones establecidas

Seguimiento acertado de instrucciones para la construcción del cubo de Yoshimoto, de tal forma que sea posible su manipulación.

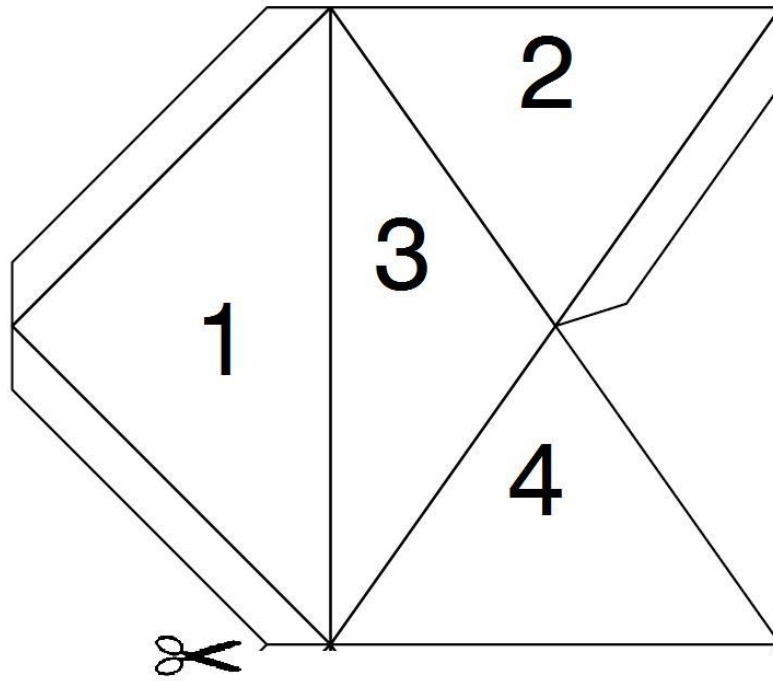
PREGUNTA GENERADORA

¿Es posible construir un cubo a partir de otros sólidos usando diferentes movimientos?

PROCEDIMIENTO

SITUACIÓN PROBLEMA: A partir de la elaboración de 12 pirámides triangulares e iguales, construir el cubo de Yoshimoto

Elaboración de la pirámide (12 pirámides en total), según plantilla



1. Observar las plantillas para determinar semejanzas y diferencias entre las figuras geométricas pintadas.

Recordar que son figuras porque solo se consideran dos dimensiones: Largo
Ancho

2. Medir de lados de los triángulos.

Para ello, usando la regla, medir los bordes de las figuras (triángulos) y determinar si son: equiláteros, escalenos o isósceles

a. Registrar los datos en la tabla y obtener los perímetros correspondientes.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Perímetro	Color
1					
2					
3					
4					

b. Pintar las caras de las pirámides .Decoración.

Colorear los triángulos de las pirámides según el tipo de triángulo, de tal forma que las 12 pirámides queden decoradas de forma uniforme.

c. Corte y plegado de la cartulina Doblar y armar según se indica en la plantilla.

Encontrar las diferencias entre el material visualizado en la plantilla y los dobleces realizados.

Ahora tenemos un cuerpo geométrico y no una figura geométrica. Hay en la pirámide tres dimensiones: Largo, Ancho y Alto.

Verificar qué otros cuerpos geométricos existen en su medio escolar, afianzando las diferencias entre figura y cuerpo.



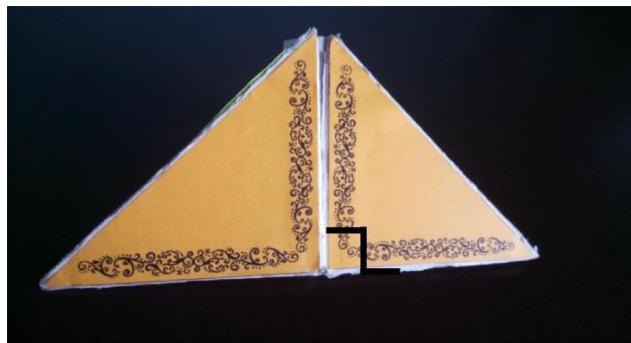
Ensamble del cubo

Atendiendo a las instrucciones ir uniendo las pirámides con la cinta adhesiva hasta completar el ensamble total. Tener en cuenta la posición de las pirámides y la forma de adherir la cinta para que tenga movilidad.

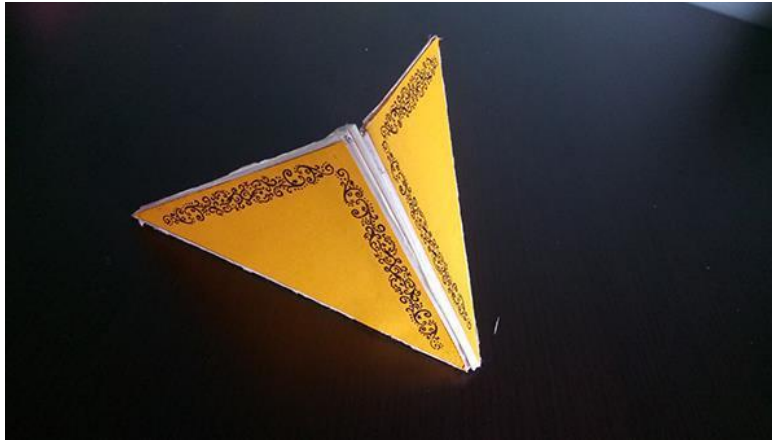
Pegue las dos pirámides de tal forma que los colores y longitudes coincidan



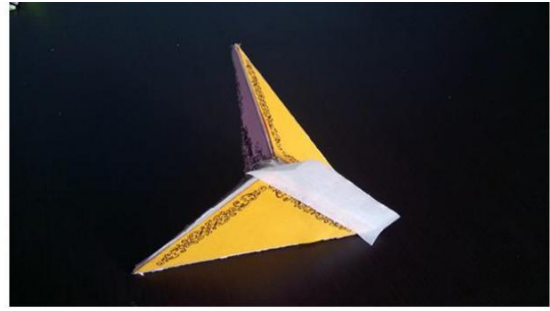
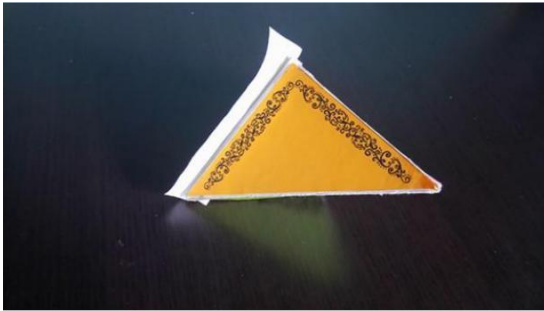
Una las piezas como indica la cinta de la figura



Doble por las aristas que pegó con la cinta



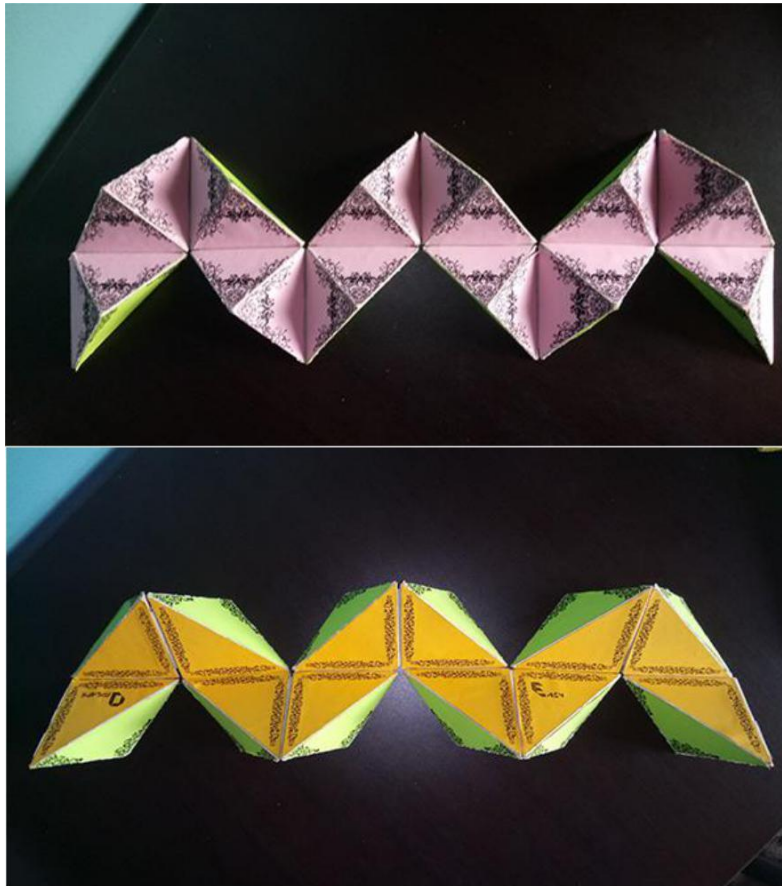
Pegue también al respaldo de la misma manera.



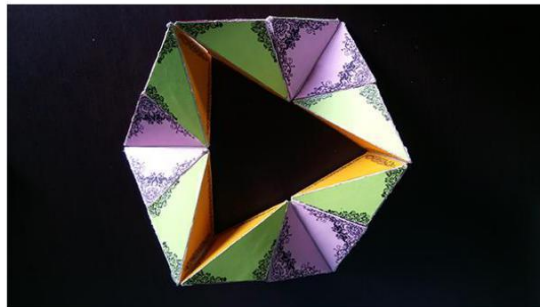
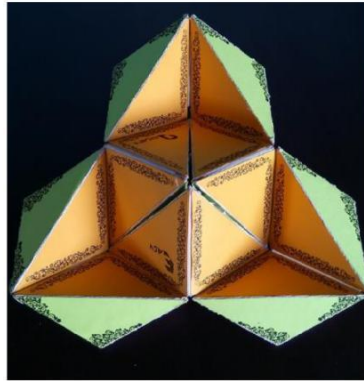
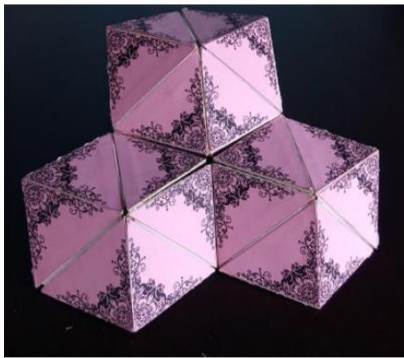
Ya hemos unido dos piezas



Ahora sigue uniendo hasta completarlas como indica la figura. Recuerde que siempre debe colocarse la cinta de tal manera que las piezas unidas mantengan movilidad.



Una vez finalizado el ensamble, podrá hacer manipulación del cubo y dibujar las figuras obtenidas en cada transformación (Estas son algunas transformaciones)



CONCEPTUALIZACIÓN

Recordar que un grafo es una representación mediante el uso de puntos y líneas.

Pintar los grafos que correspondan a por lo menos dos de las figuras formadas.

Observar que se mantienen la misma cantidad de puntos y aristas.

5. ¿Cuántas caras tiene cada pirámide construida?
6. ¿Cuántas pirámides se usaron para ensamblar el cubo?
7. ¿Cuántas formas diferentes has construido?
8. ¿Para armar las figuras se retiró o añadió alguna pirámide?
“Las uniones nunca se han roto”

Dos grafos son isomorfos si y solo si se preserva la relación de adyacencia entre los vértices de cada grafo

EJERCICIOS DE RETROALIMENTACIÓN

Relacionar las imágenes según corresponda



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Secundaria

Grado: Octavo

Taller: “Cubo de Yoshimoto”

Guía para el docente

ACTIVIDAD

Construcción de uno de los cubos de Yoshimoto para el desarrollo y la comprensión del concepto de isomorfismo en la teoría de grafos relacionada con la topología

OBJETIVOS

1. Construir el concepto de isomorfismo en teoría de grafos mediante la construcción del cubo de Yoshimoto
2. Fomentar el trabajo colaborativo mediante la construcción del cubo y las discusiones propias de la actividad para fortalecer el respeto por las diferentes opiniones de sus compañeros y la formulación de acuerdos.

MATERIALES

Cartón paja – Regla - Escuadra – Transportador – Lápiz - Colores – Tijeras – Pegante – Cinta adhesiva – Papel adhesivo de colores

Video de apoyo <https://www.youtube.com/watch?v=rFEc203-tig&t=601s>

METAS A ALCANZAR

Construcción individual de cuerpos geométricos requeridos para el ensamble del cubo

Manipulación correcta de la regla, escuadra y transportador para la toma de medidas Caracterizar los tipos de triángulos según sus lados y sus ángulos a partir de la medición de sus bordes y sus ángulos

Obtener el perímetro y áreas de figuras geométricas contenidas en la plantilla. Ensamble del cubo bajo las orientaciones del maestro. Seguimiento acertado de instrucciones.

Comprensión del concepto de poliedro.

PREGUNTA GENERADORA

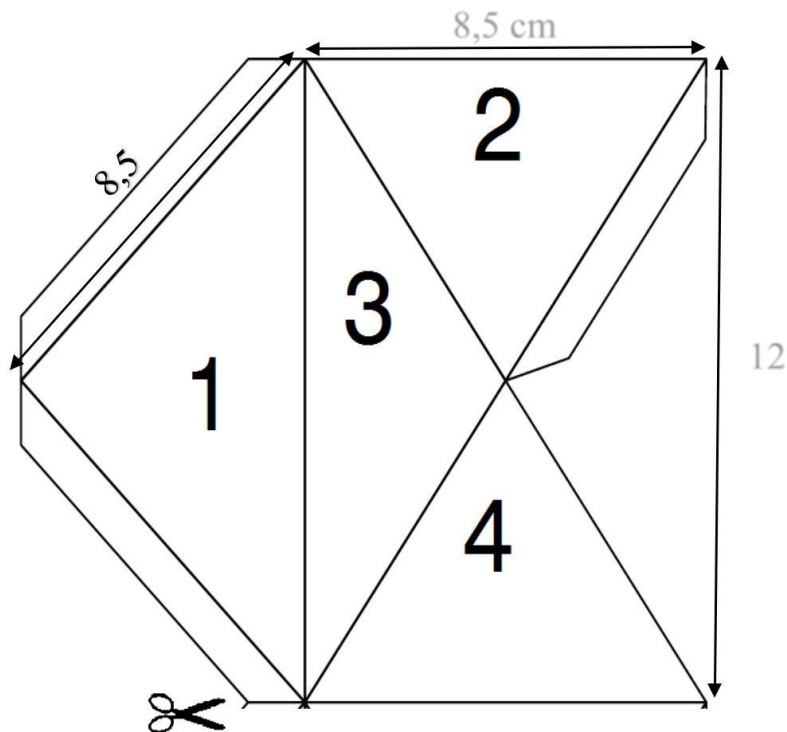
¿Es posible formar un dodecaedro a partir de un cubo?

PROCEDIMIENTO

Organizar equipos de trabajo de 4

Elaboración de la pirámide (trabajo individual – 12 pirámides por estudiante)

Elaboración de la plantilla



Solo cortar el contorno de la figura

Medida de lados de los triángulos

Usando la regla medir los bordes de las figuras (triángulos) y determinar si son:

Equiláteros, escalenos, isósceles

Medida de los ángulos internos

Usando el transportador medir los ángulos de las figuras (triángulos) y determinar si son:

Acutángulos, rectángulos, obtusángulos

Teorema de ángulos de un triángulo: la suma de los ángulos internos de todo triángulo es de 180°

Comparar resultados, para registrar los datos en la tabla y obtener los perímetros y áreas correspondientes.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Area	Color
1					
2					
3					
4					

Decoración de la pirámide

Pegar el papel adhesivo en las pirámides, de tal forma que las 12 pirámides queden decoradas de forma uniforme.

Armado de las pirámides

Doblar y armar según indica la plantilla elaborada. Cada estudiante deberá armar 12 pirámides triangulares. Encontrar las diferencias entre el material visualizado en la plantilla y los dobleces realizados. Recordar porque ahora tenemos un cuerpo geométrico y no una figura geométrica y porque es una pirámide triangular y no un prisma triangular. Observar el ambiente y verificar qué otros cuerpos geométricos existen en su medio escolar, afianzando las diferencias entre prisma y pirámide.



Ensamble del cubo (trabajo en equipo – 4 estudiantes)

Cada estudiante del equipo arma el cubo con las 12 pirámides

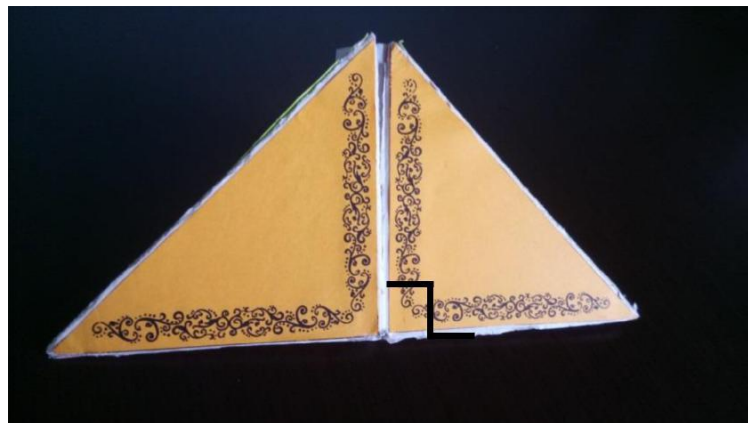
Atendiendo a las instrucciones del profesor ir uniendo las pirámides con la cinta adhesiva hasta completar el ensamble total. Tener en cuenta la forma de adherir la cinta para que tenga movilidad y la posición de las pirámides. Pegue las dos pirámides de tal forma que los triángulos acutángulos coincidan en sus bases formando una recta



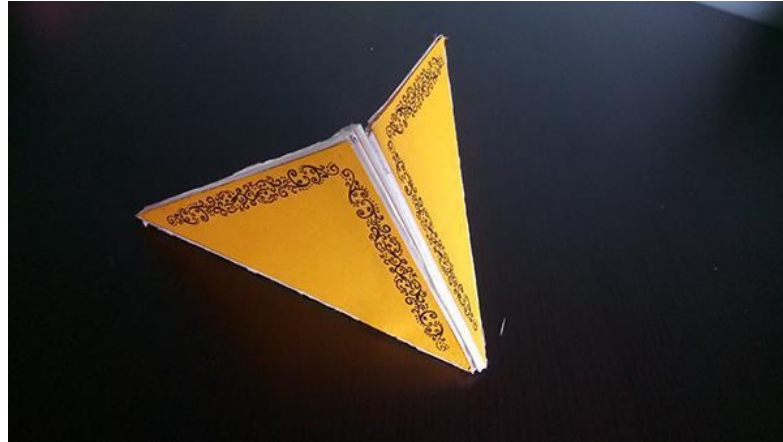
Una las piezas como indica la cinta de la figura



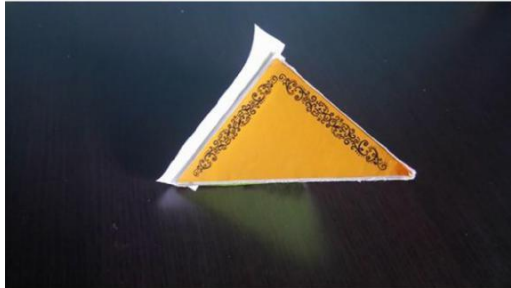
Verifique que al respaldo coincidan los triángulos rectángulos



Doble por las aristas que pegó con la cinta



Pegue también al respaldo de la misma manera.



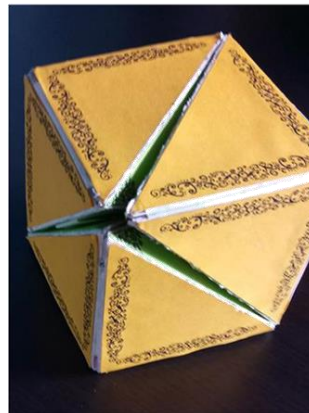
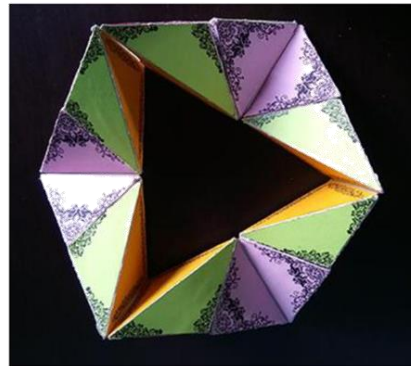
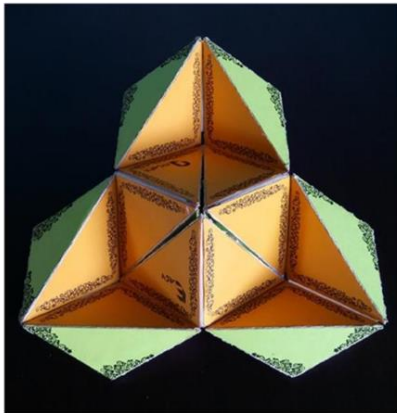
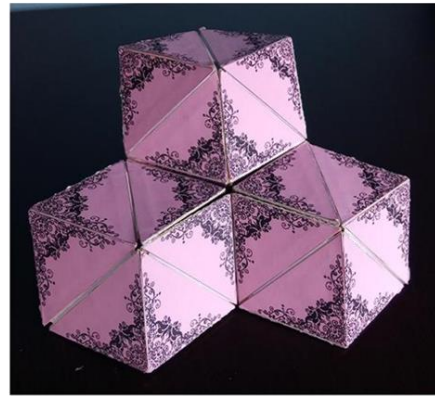
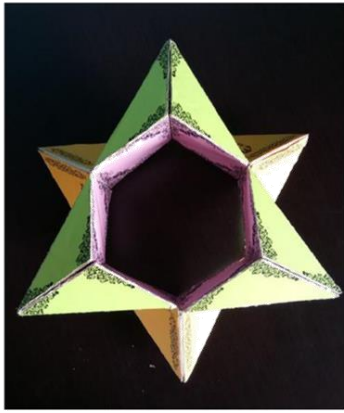
Ya hemos unido dos piezas



Ahora sigue uniendo hasta completarlas como indica la figura. Recuerde que siempre debe colocarse la cinta de tal manera que las piezas unidas mantengan movilidad.



Una vez finalizado el ensamble, los estudiantes podrán hacer manipulación del cubo y dibujo de las figuras obtenidas en cada transformación (Estas son algunas transformaciones)



CONCEPTUALIZACIÓN

Recordar que un grafo es una representación mediante el uso de puntos y líneas. $G = (V,A)$

Solicite a los estudiantes que pinten los grafos que corresponden a por lo menos dos de las figuras formadas. Y nombrar los vértices con el fin de identificar las conexiones entre ellos.

Preguntas orientadoras

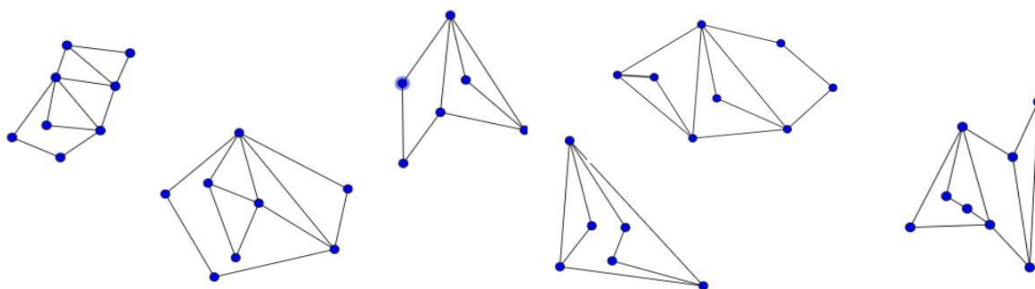
1. ¿Cómo se llama el poliedro construido?
2. Calcular el volumen de cada pirámide
3. Calcular el volumen del cubo ensamblado
4. Calcular el volumen del dodecaedro
5. Con los diferentes grafos elaborados en el equipo de trabajo ¿qué se puede observar?
6. ¿Para armar las figuras expuestas se retiró o añadió alguna pirámide?

Dos grafos son isomorfos si y solo si se preserva la relación de adyacencia entre los vértices de cada grafo

Si dos grafos son isomorfos, tienen el mismo número de vértices, el mismo número de aristas y las mismas conexiones entre cada vértice

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN:

En los siguientes grafos relacione los que son ISOMORFOS



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Secundaria

Grado: Octavo -Presencial

Taller: “Cubo de Yoshimoto”

NOMBRE: _____ - _____ - _____

CURSO: _____

PREGUNTA GENERADORA

¿Es posible formar un dodecaedro a partir de un cubo?

OBJETIVOS

1. Construir el concepto de isomorfismo en teoría de grafos mediante la construcción del cubo de Yoshimoto
2. Fomentar el trabajo colaborativo mediante la construcción del cubo y las discusiones propias de la actividad para fortalecer el respeto por las diferentes opiniones de sus compañeros y la formulación de acuerdos.

ACTIVIDAD

Construcción de uno de los cubos de Yoshimoto para el desarrollo y la comprensión del concepto de isomorfismo en la teoría de grafos relacionada con la topología

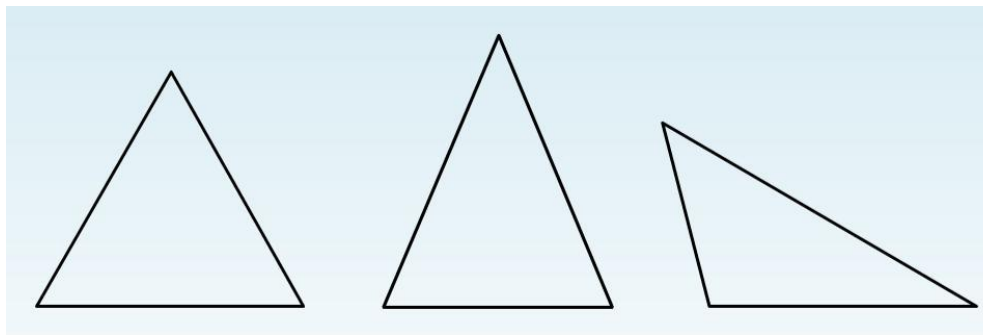
INTENTEMOS HACERLO!

Reciban las plantillas básicas y de acuerdo con las indicaciones van registrando su trabajo.

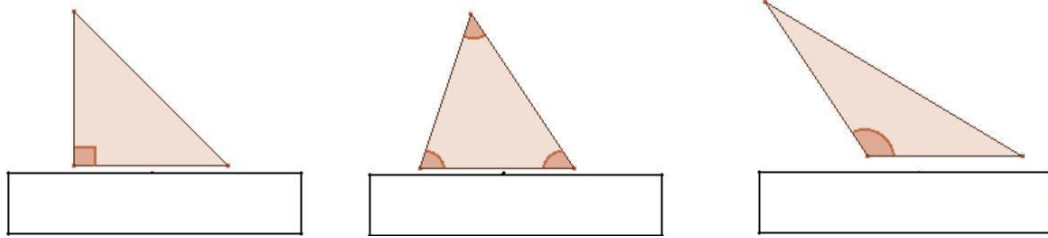
1. Registren las semejanzas y diferencias encontradas en las figuras de las plantillas

SEMEJANZAS	DIFERENCIAS

2. Identifica los triángulos según la longitud de los lados



3. Identifica los triángulos según la longitud de los lados



4. Completen la tabla registrando los datos y los perímetros correspondientes

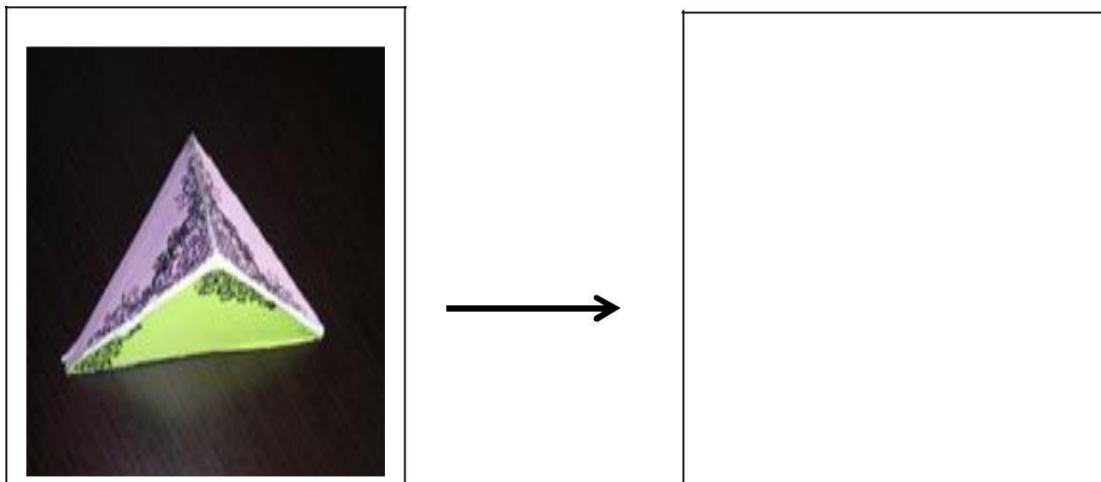
	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Perímetro	Área	Color
1						
2						
3						
4						

Vamos a pintar las caras de las pirámides, pero deben acordar en el grupo de que colores.

Y a trabajar!!

5. Ahora vamos a construir cortando y plegando. Sigue las instrucciones del maestro.

Usando solamente líneas pinten el sólido que construyeron

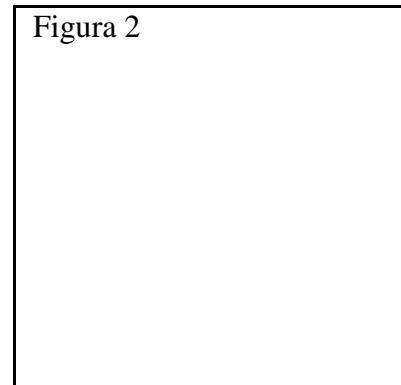
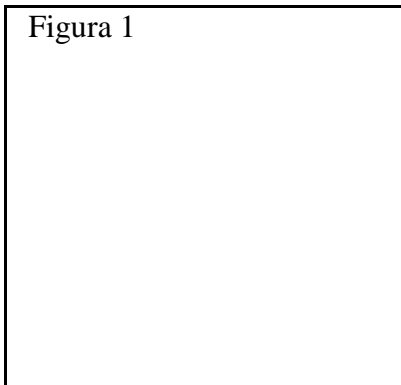


OBSERVEMOS: Registra ejemplos de pirámides y prismas

Pirámides	Prismas

7. Alistemos ahora la cinta, las tijeras y vamos a unir las pirámides. Es indispensable seguir las instrucciones puntualmente.

A jugar con el cubo. Formen figuras, expóngalas y pínelas



Preguntas orientadoras

¿Cómo se llama el poliedro construido?

Calcular el volumen de cada pirámide

Calcular el volumen del cubo ensamblado

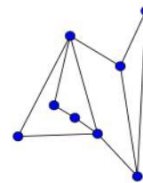
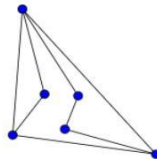
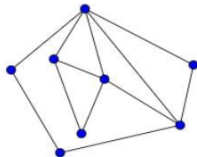
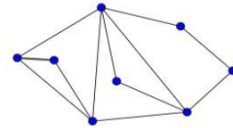
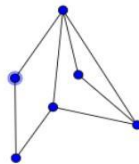
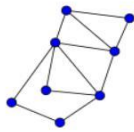
Calcular el volumen del dodecaedro

Con los diferentes grafos elaborados en el equipo de trabajo que se puede observar

¿Para armar las figuras expuestas se retiró o añadió alguna pirámide?

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN:

Relacionar mediante una línea, las imágenes según corresponda



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Básica Secundaria Grado: Octavo - Virtual

Taller: “Cubo de Yoshimoto”

ACTIVIDAD

Construcción de uno de los cubos de Yoshimoto para el desarrollo y la comprensión del concepto de isomorfismo en la teoría de grafos relacionada con la topología

OBJETIVOS

Construir el concepto de isomorfismo en teoría de grafos mediante la construcción del cubo de Yoshimoto

MATERIALES

Guía 3 Secundaria

Cartón paja – Regla - Escuadra – Transportador – Lápiz - Colores – Tijeras – Pegante –

Cinta adhesiva – Papel adhesivo de colores

METAS A ALCANZAR

Construcción de cuerpos geométricos requeridos para el ensamble del cubo

Manipulación correcta de la regla, escuadra y transportador para la toma de medidas
Caracterizar los tipos de triángulos según sus lados y sus ángulos a partir de la medición de sus bordes y sus ángulos

Obtener el perímetro y áreas de figuras geométricas contenidas en la plantilla.
Ensamble del cubo. Seguimiento acertado de instrucciones.

Comprensión del concepto de poliedro.

PREGUNTA GENERADORA

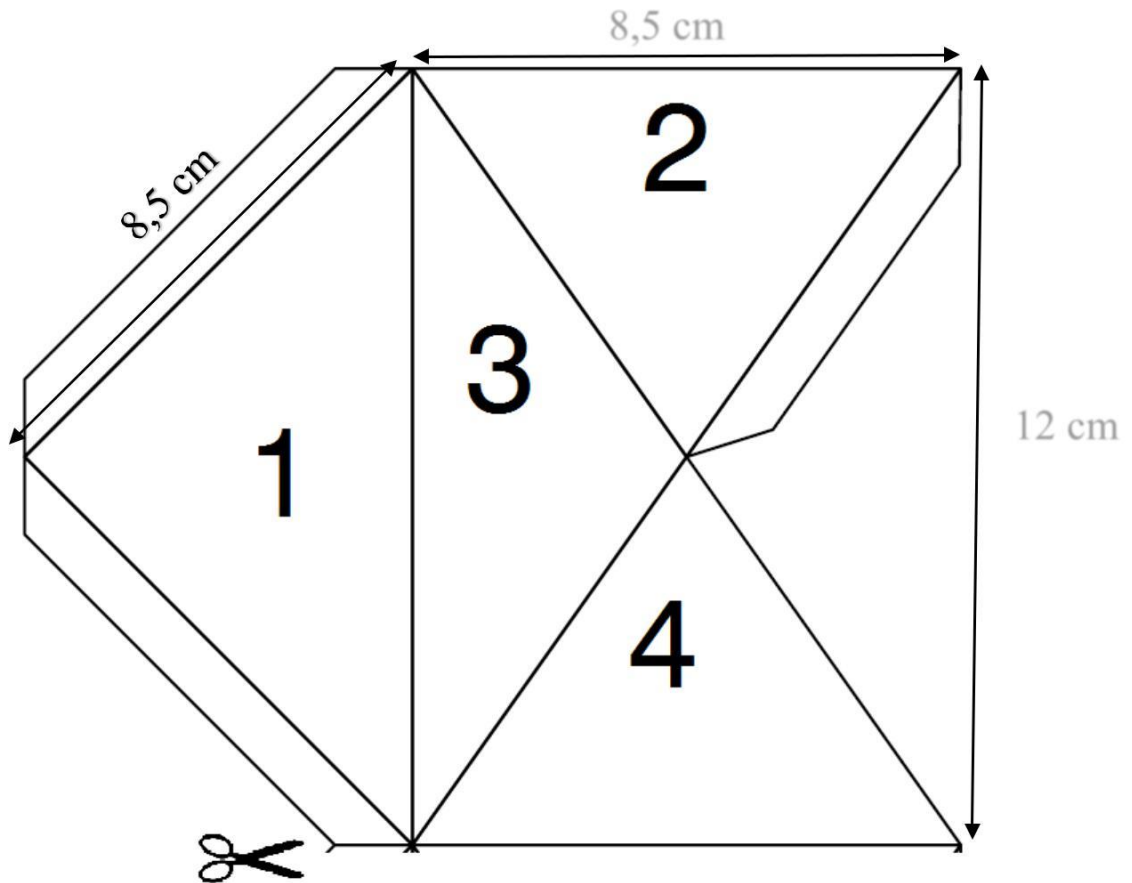
¿Es posible formar un dodecaedro a partir de un cubo?

PROCEDIMIENTO

Situación problema: Construir el cubo de Yoshimoto y armar con este un cubo

Elaboración de la pirámide (12 pirámides)

1. Elaboración de la plantilla



Solo cortar el contorno de la figura

2. Medida de lados de los triángulos

Usando la regla medir los bordes de las figuras (triángulos) y determinar si son: equiláteros, escalenos, isósceles

3. Medida de los ángulos internos

Usando el transportador medir los ángulos de las figuras (triángulos) y determinar si son: acutángulos, rectángulos, obtusángulos

Teorema de ángulos de un triángulo: la suma de los ángulos internos de todo triángulo es de 180°

4. Comparar resultados, para registrar los datos en la tabla y obtener los perímetros y áreas correspondientes.

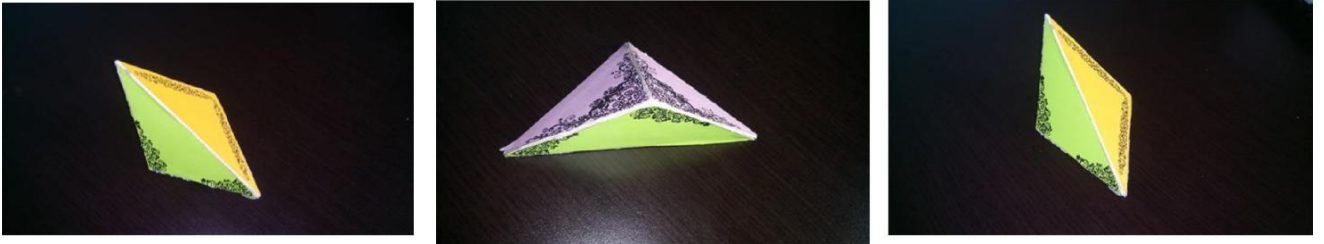
	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Perímetro	Área	Color
1						
2						
3						
4						

5. Decoración de la pirámide

Pegar el papel adhesivo en las pirámides, de tal forma que las 12 pirámides queden decoradas de forma uniforme.

6. Armado de las pirámides

Doblar y armar según indica la plantilla elaborada. Cada estudiante deberá armar 12 pirámides triangulares. Encontrar las diferencias entre el material visualizado en la plantilla y los dobles realizados. Recordar porque ahora tenemos un cuerpo geométrico y no una figura geométrica y porque es una pirámide triangular y no un prisma triangular. Observar el ambiente y verificar qué otros cuerpos geométricos existen en su medio escolar, afianzando las diferencias entre prisma y pirámide.



Ensamble del cubo

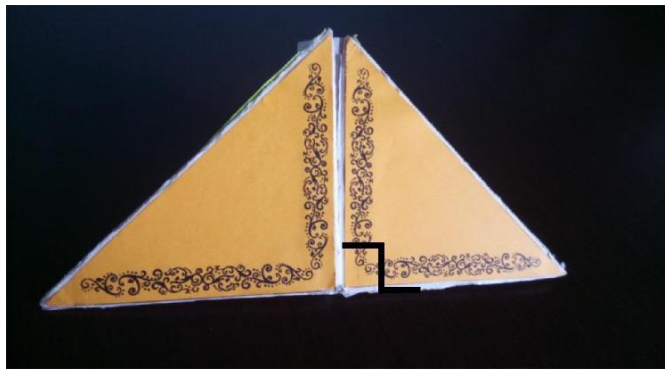
Atendiendo a las instrucciones del profesor ir uniendo las pirámides con la cinta adhesiva hasta completar el ensamble total. Tener en cuenta la forma de adherir la cinta para que tenga movilidad y la posición de las pirámides. Pegue las dos pirámides de tal forma que los triángulos acutángulos coincidan en sus bases formando una recta



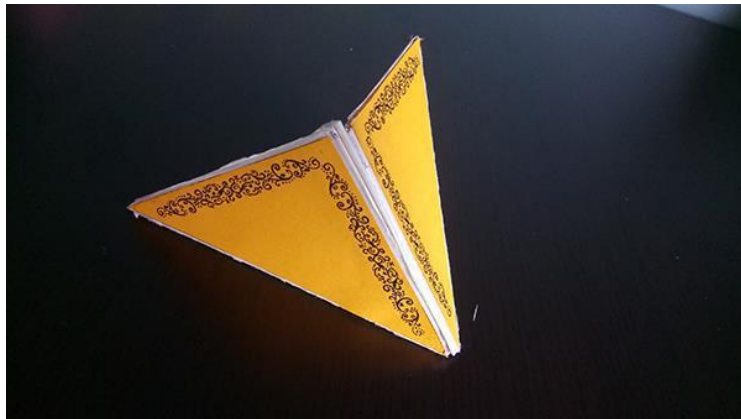
Una las piezas como indica la cinta de la figura



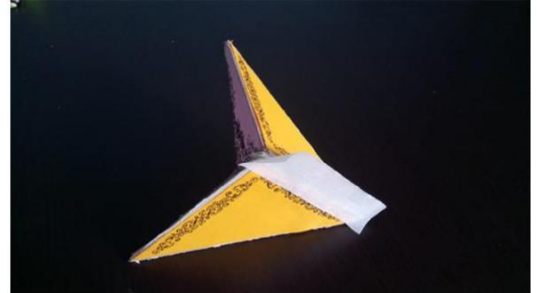
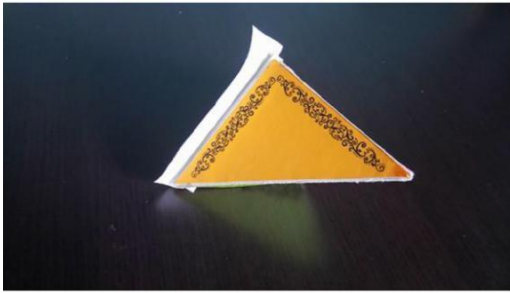
Verifique que al respaldo coincidan los triángulos rectángulos



Doble por las aristas que pegó con la cinta



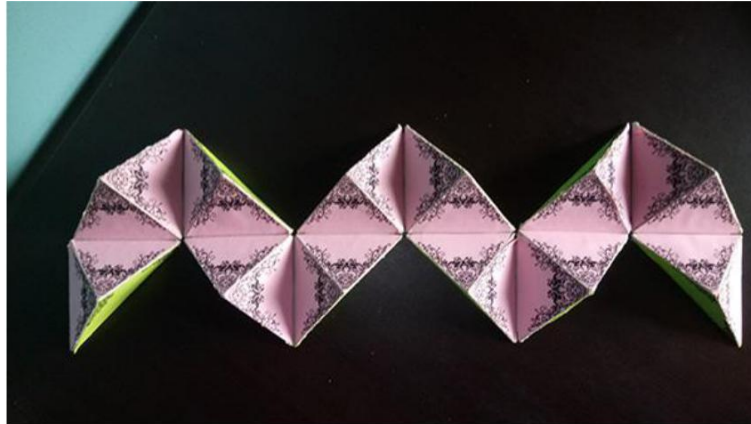
Pegue también al respaldo de la misma manera.



Ya Tenemos unidas dos piezas

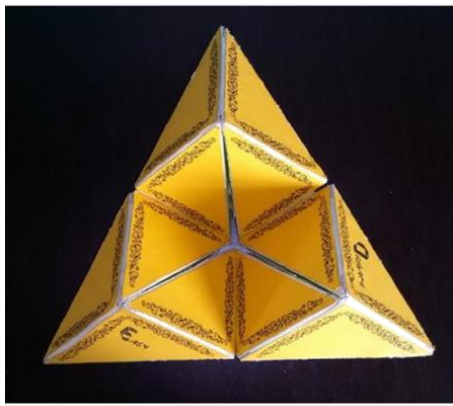
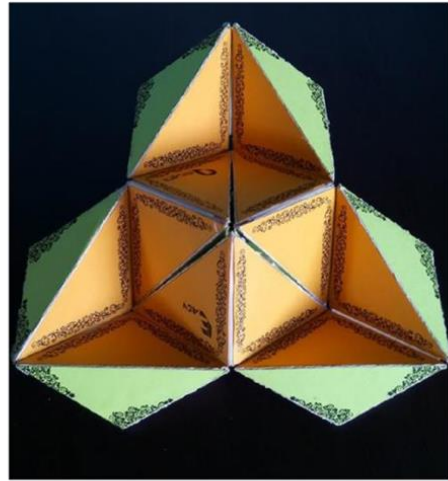
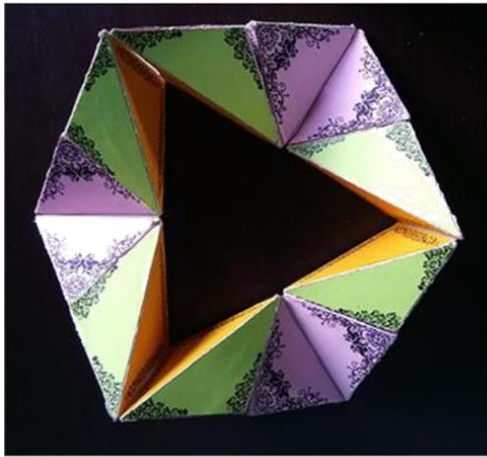
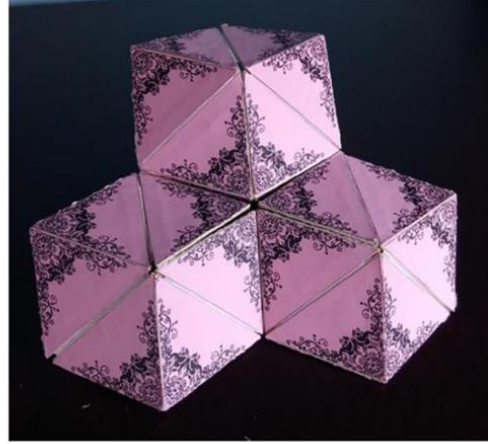
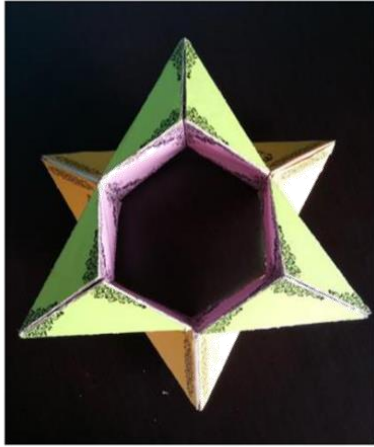


Ahora sigue uniendo, hasta completarlas como indica la figura. Recuerde que siempre debe colocarse la cinta de tal manera que las piezas unidas mantengan movilidad.



Una vez finalizado el ensamble, los estudiantes podrán hacer manipulación del cubo y dibujo de las figuras obtenidas en cada transformación (Estas son algunas transformaciones)





CONCEPTUALIZACIÓN

Recordar que un grafo es una representación mediante el uso de puntos y líneas. $G = (V,A)$

Pintar los grafos que corresponden a por lo menos dos de las figuras formadas, y nombrar los vértices con el fin de identificar las conexiones entre ellos.

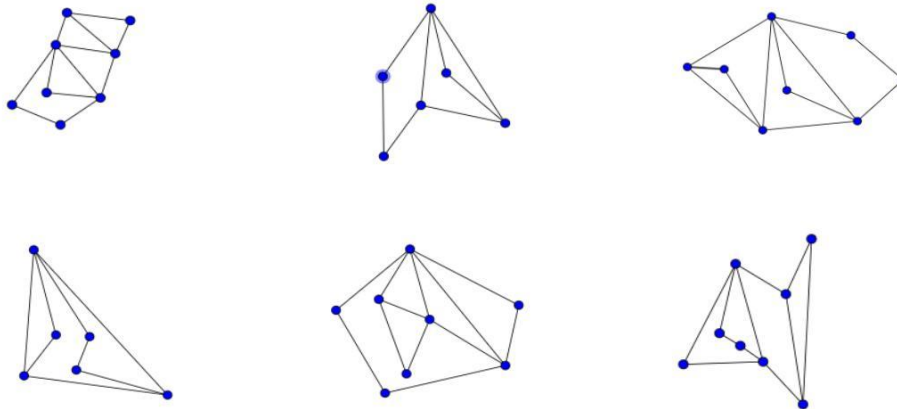
1. ¿Cómo se llama el poliedro construido?
2. Calcular el volumen de cada pirámide
3. Calcular el volumen del cubo ensamblado
4. Calcular el volumen del dodecaedro
5. Con los diferentes grafos elaborados, ¿qué se puede observar?
6. ¿Para armar las figuras expuestas se retiró o añadió alguna pirámide?

Dos grafos son isomorfos si y solo si se preserva la relación de adyacencia entre los vértices de cada grafo

Si dos grafos son isomorfos, tienen el mismo número de vértices, el mismo número de aristas y las mismas conexiones entre cada vértice

EJERCICIOS DE RETROALIMENTACIÓN

Relacionar mediante una línea, las imágenes según sean ISOMORFOS



Registren otro ejemplo en donde haya transformación del mismo elemento.

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Superior

Taller: “Cubo de Yoshimoto”

Guía para el docente

ACTIVIDAD

Construcción de uno de los cubos de Yoshimoto para el desarrollo y la comprensión del concepto de isomorfismo en la teoría de grafos relacionada con la topología

OBJETIVOS

Construir el concepto de isomorfismo en teoría de grafos mediante la construcción del cubo de Yoshimoto

Calcular la invariante topológica utilizando la fórmula de Euler $C-A+V=2$ ((número de caras) – (número de aristas) +(número de vértices) = 2) para determinar se es esfera o toro

MATERIALES

Cartón paja – Regla - Escuadra – Transportador – Lápiz - Colores – Tijeras – Pegante – Cinta adhesiva – Papel adhesivo de colores

Video de apoyo <https://www.youtube.com/watch?v=rFEc203-tig&t=601s>

METAS A ALCANZAR

Construcción individual de cuerpo geométrico y posterior ensamble para formar el cubo de Yoshimoto

Manipulación correcta de la regla y compas para la realización de la plantilla base con la cual se forman los módulos del cubo de Yoshimoto

Obtener el volumen de los cuerpos geométricos formados.

Ensamble del cubo bajo las orientaciones del maestro. Seguimiento acertado de instrucciones.

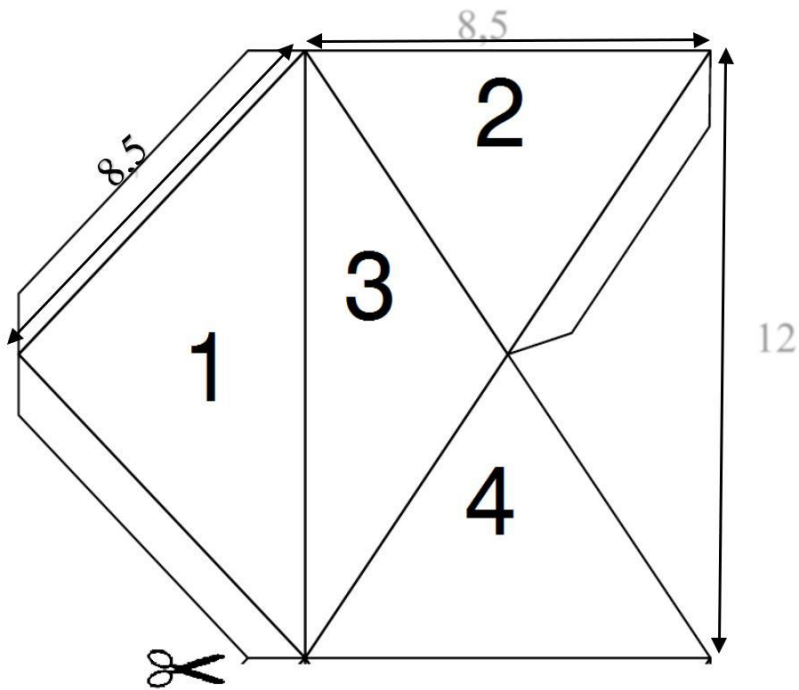
PREGUNTA GENERADORA

Es el cubo de Yoshimoto una esfera topológicamente hablando?

PROCEDIMIENTO

Elaboración de la pirámide (12 pirámides por estudiante)

Elaboración de la plantilla



Solo cortar el contorno de la figura

Usando la regla y compas construir la plantilla según las medidas

Decoración de la pirámide

Pegar el papel adhesivo en las pirámides, de tal forma que las 12 pirámides queden decoradas de forma uniforme.

Armado de las pirámides

Doblar y armar según indica la plantilla elaborada. Cada estudiante deberá armar 12 pirámides triangulares.



Ensamble del cubo

Atendiendo a las instrucciones del profesor ir uniendo las pirámides con la cinta adhesiva hasta completar el ensamble total. Tener en cuenta la forma de adherir la cinta para que tenga movilidad y la posición de las pirámides.

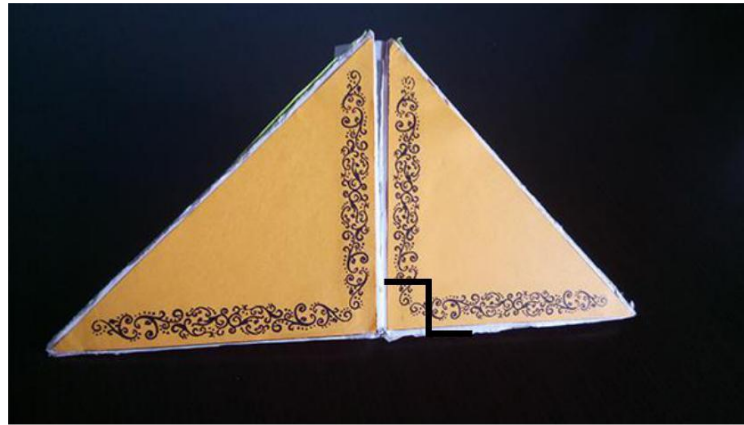
Pegue las dos pirámides de tal forma que los triángulos acutángulos coincidan en sus bases formando una recta



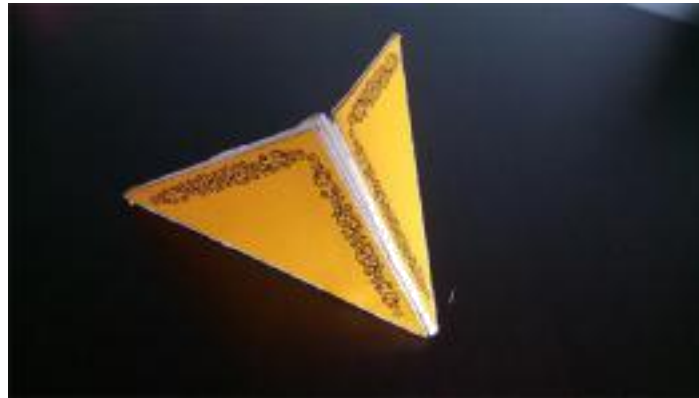
Una las piezas como indica la cinta de la figura



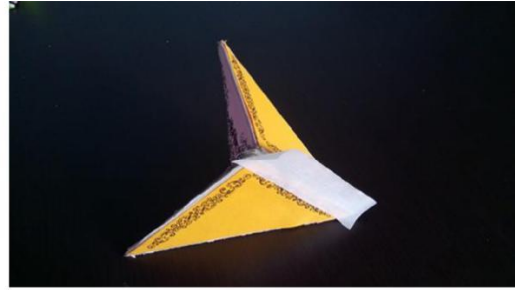
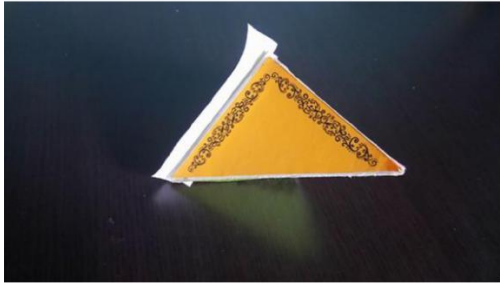
Verifique que al respaldo coincidan los triángulos rectángulos



Doble por las aristas que pegó con la cinta



Pegue también al respaldo de la misma manera.



Ya hemos unido dos piezas

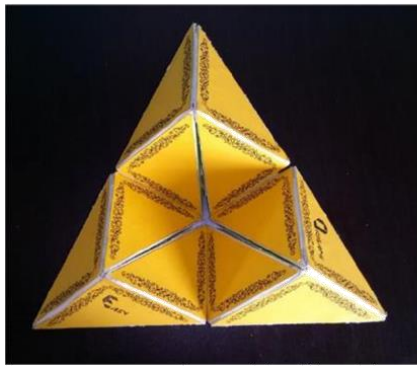
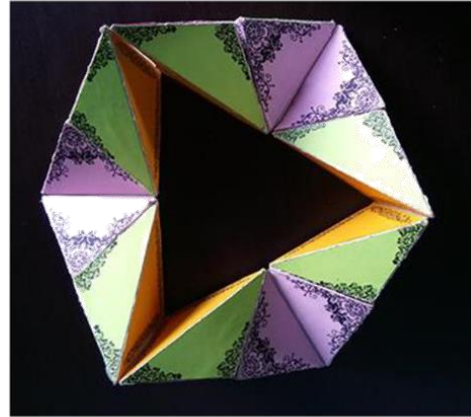
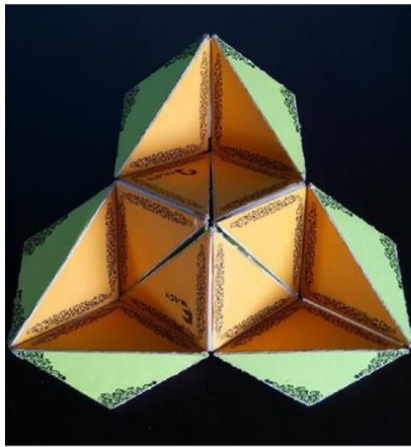
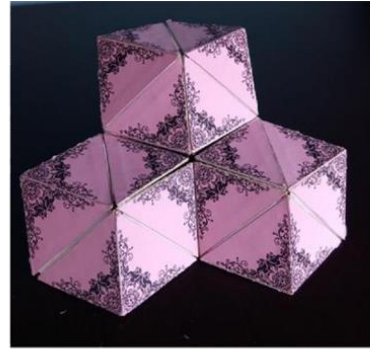
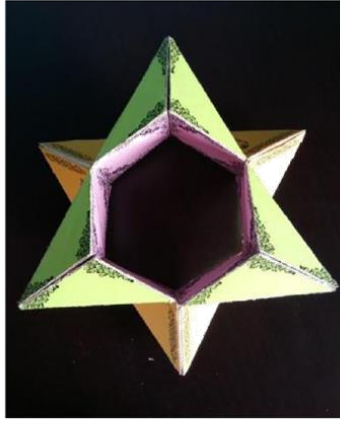


Ahora sigue uniendo hasta completarlas como indica la figura. Recuerde que siempre debe colocarse la cinta de tal manera que las piezas unidas mantengan movilidad.



Manipulación la construcción elaborada para llegar a la formación del cubo. Dibujo de las figuras obtenidas en cada transformación (Estas son algunas transformaciones)





CONCEPTUALIZACION

Recordar que un grafo es una representación mediante el uso de puntos y líneas.

Solicite a los estudiantes que elaboren los grafos que corresponden a por lo menos dos de las figuras formadas. Y nombrar los vértices con el fin de identificar las conexiones entre ellos mediante la matriz correspondiente

Preguntas orientadoras

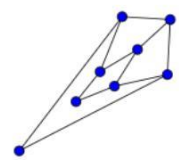
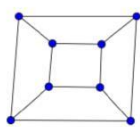
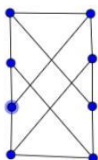
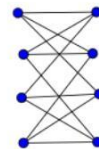
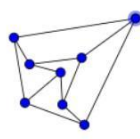
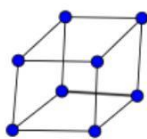
1. ¿Con los diferentes grafos elaborados que se puede observar?
2. ¿Para armar las figuras expuestas se retiró o añadió alguna pirámide?
3. ¿Cuántos vértices y aristas hay en el grafo que representa el cubo de Yoshimoto?

Dos grafos son isomorfos si y solo si se preserva la relación de adyacencia entre los vértices de cada grafo

Si dos grafos son isomorfos, tienen el mismo número de vértices, el mismo número de aristas y las mismas conexiones entre cada vértice

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN:

En los siguientes grafos indique los que son isomorfos a un cubo convencional



Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Superior - Presencial

“Cubo de Yoshimoto”

NOMBRE: _____ **SEMESTRE:** _____

PREGUNTA GENERADORA

¿Es el cubo de Yoshimoto una esfera topológicamente hablando?

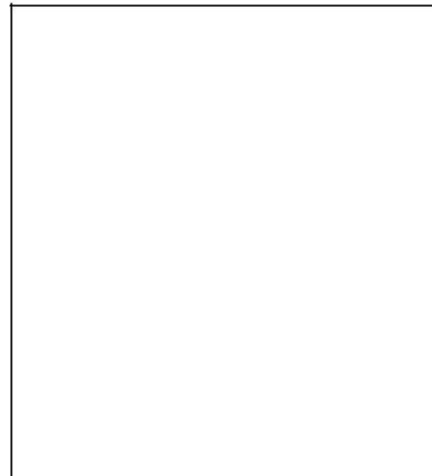
OBJETIVOS

Construir el concepto de isomorfismo en teoría de grafos mediante la construcción del cubo de Yoshimoto

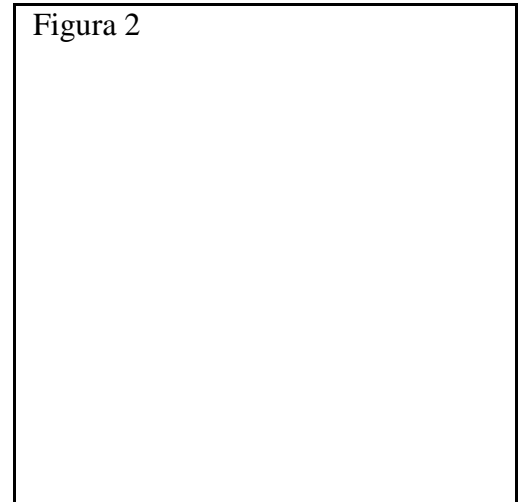
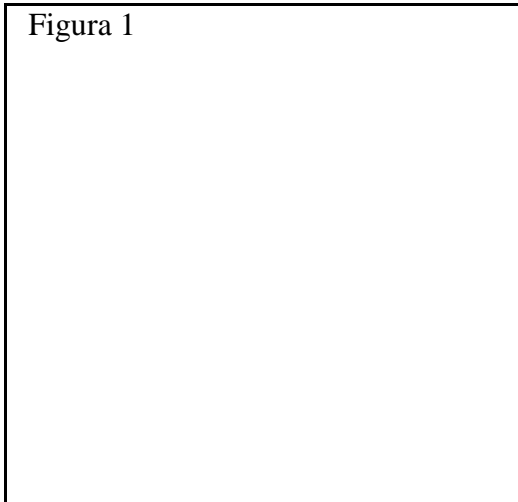
Calcular la invariante topológica utilizando la fórmula de Euler $C-A+V=2$ ((número de caras) – (número de aristas) +(número de vértices) = 2) para determinar se es esfera o toro

ACTIVIDAD

1. *Usando solamente líneas pinten el sólido que construyeron.*



Forma los grafos correspondientes a las figuras que has encontrado



Preguntas orientadoras

¿Con los diferentes grafos elaborados que se puede observar?

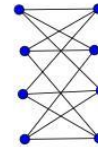
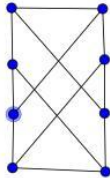
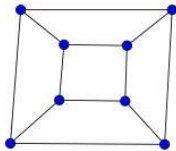
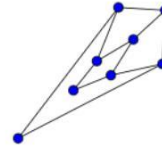
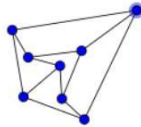
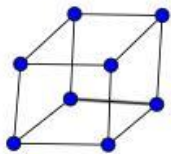
¿Cuántos vértices y aristas hay en el grafo que representa el cubo de Yoshimoto?

¿Determine su invariante topológica utilizando la fórmula de Euler $C - A + V = 2$ ((número de caras) - (número de aristas) + (número de vértices) = 2) para determinar se es esfera o toro?

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN

Realice el grafo que represente un cubo convencional y determine su invariante topológica

En los siguientes grafos indique los que son isomorfos a un cubo convencional



Registren otro ejemplo de grafos isomorfos realizando la matriz que los representa.

Experiencias didácticas para el desarrollo de pensamiento topológico

Nivel: Superior – Virtual

Taller: “Cubo de Yoshimoto”

ACTIVIDAD

Construcción de uno de los cubos de Yoshimoto para el desarrollo y la comprensión del concepto de isomorfismo en la teoría de grafos relacionada con la topología

OBJETIVO

Construir el concepto de isomorfismo en teoría de grafos mediante la construcción del cubo de Yoshimoto

MATERIALES

Guía 3 Universidad

Cartón paja – Regla - Escuadra – Transportador – Lápiz - Colores – Tijeras – Pegante – Cinta adhesiva – Papel adhesivo de colores

METAS A ALCANZAR

Construcción de cuerpos geométricos y posterior ensamble para formar el cubo de Yoshimoto

Manipulación correcta de la regla y compás para la realización de la plantilla base con la cual se forman los módulos del cubo de Yoshimoto

Obtener el volumen de los cuerpos geométricos formados.

Ensamble del cubo bajo las orientaciones del maestro. Seguimiento acertado de instrucciones.

Comprensión del concepto de poliedro.

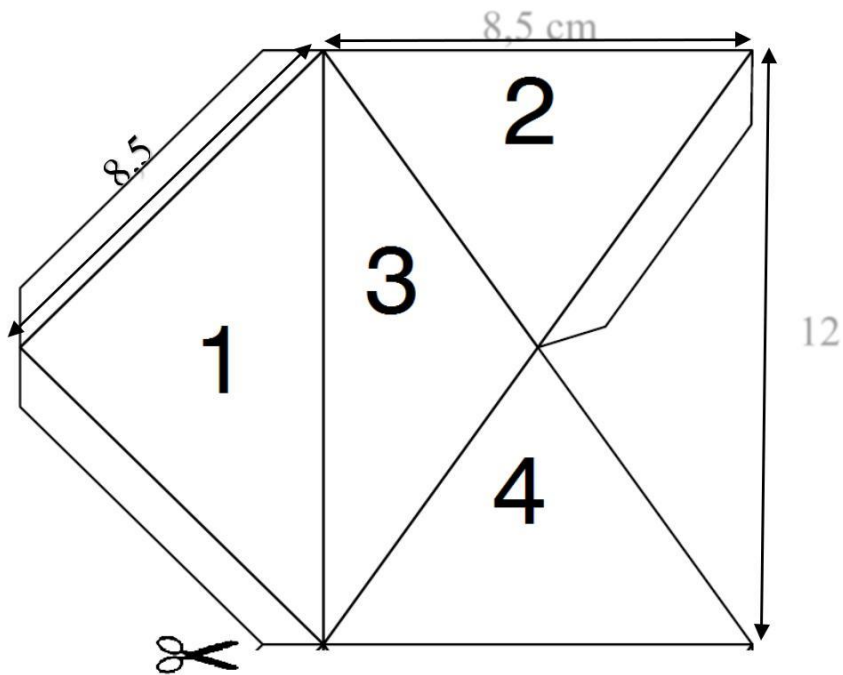
PREGUNTA GENERADORA

Es el cubo de Yoshimoto una esfera topológicamente hablando?

PROCEDIMIENTO

Elaboración de la pirámide (12 pirámides)

Elaboración de la plantilla



Solo cortar el contorno de la figura

Usando la regla y compas construir la plantilla según las medidas

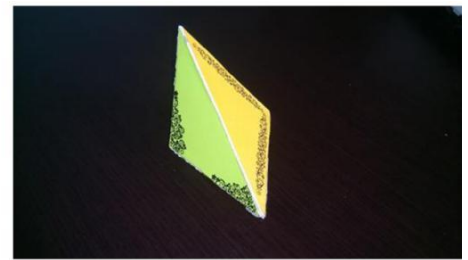
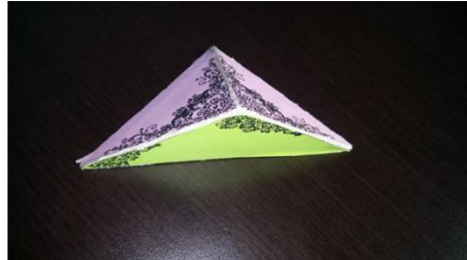
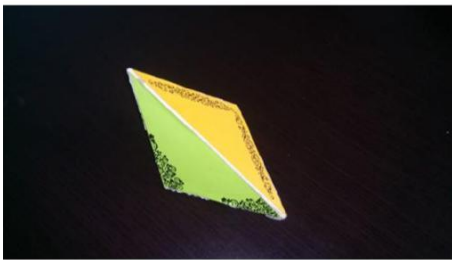
Demostrar que la suma de los ángulos internos de todo triángulo es de 180°

Decoración de la pirámide

Pegar el papel adhesivo en las pirámides, de tal forma que las 12 pirámides queden decoradas de forma uniforme.

Armado de las pirámides

Doblar y armar según indica la plantilla elaborada. 12 pirámides triangulares.



Ensamble del cubo

Amar el cubo con las 12 pirámides

Atendiendo a las instrucciones ir uniéndolas con la cinta adhesiva hasta completar el ensamble total. Tener en cuenta la forma de adherir la cinta para que tenga movilidad y la posición de las pirámides.

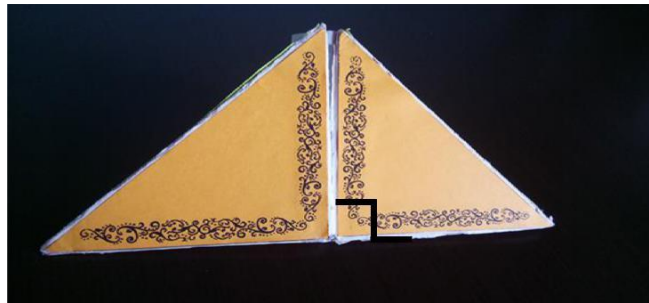
Pegue las dos pirámides de tal forma que los triángulos acutángulos coincidan en sus bases formando una recta



Una las piezas como indica la cinta de la figura



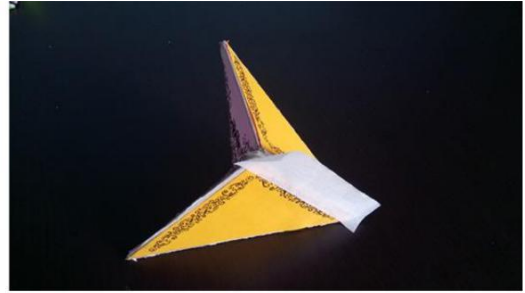
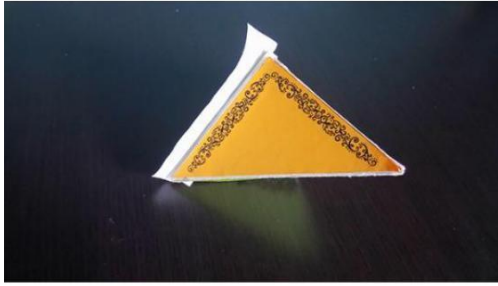
Verifique que al respaldo coincidan los triángulos rectángulos



Doble por las aristas que pegó con la cinta



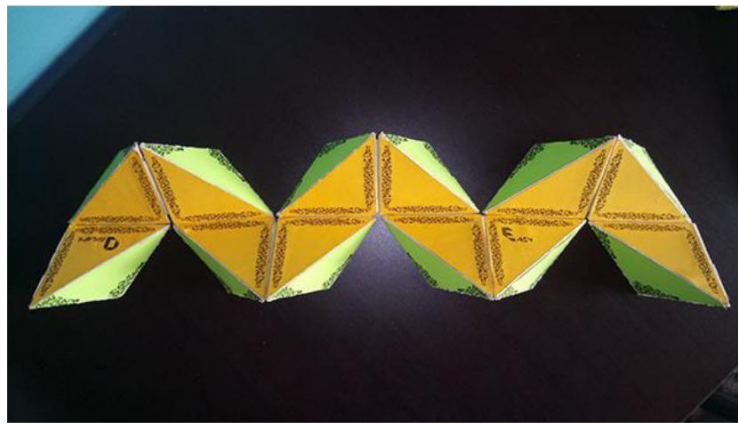
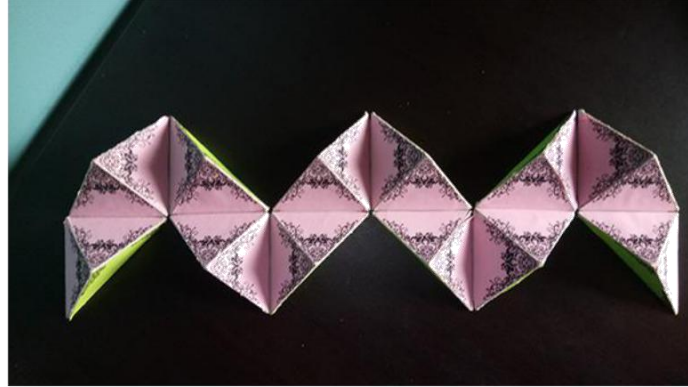
Pegue también al respaldo de la misma manera.



Ya hemos unido dos piezas

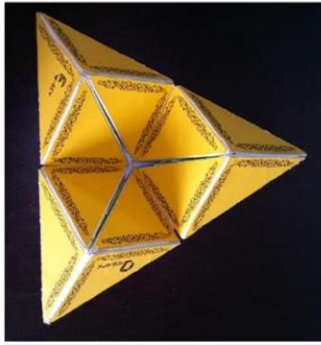
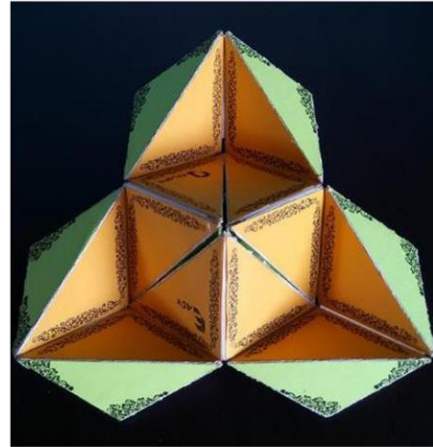
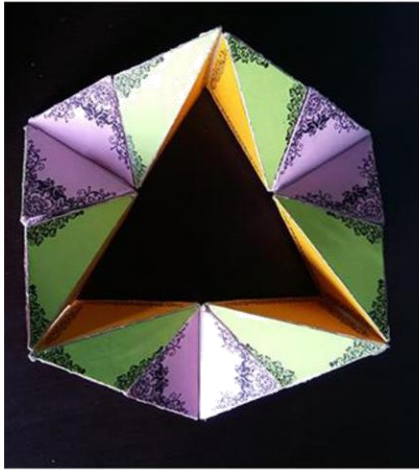
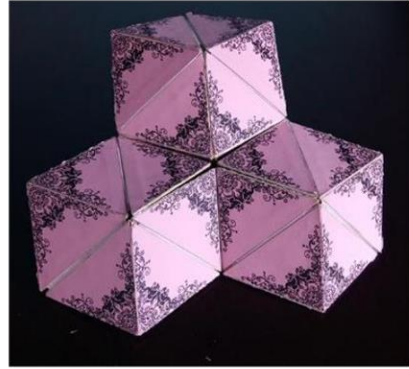


Ahora sigue uniendo hasta completarlas como indica la figura. Recuerde que siempre debe colocarse la cinta de tal manera que las piezas unidas mantengan movilidad.



Manipulación la construcción elaborada para llegar a la formación del cubo. Dibujo de las figuras obtenidas en cada transformación (Estas son algunas trasformaciones)





CONCEPTUALIZACION

Recordar que un grafo es una representación mediante el uso de puntos y líneas.

Elabora los grafos que corresponden a por lo menos dos de las figuras formadas. Y nombrar los vértices con el fin de identificar las conexiones entre ellos mediante la matriz correspondiente

Preguntas orientadoras

1. ¿Con los diferentes grafos elaborados que se puede observar?
2. ¿Para armar las figuras expuestas se retiró o añadió alguna pirámide?
3. ¿Cuántos vértices y aristas hay en el grafo que representa el cubo de Yoshimoto?

Dos grafos son isomorfos si y solo si se preserva la relación de adyacencia entre vértices de cada grafo

Si dos grafos son isomorfos, tienen el mismo número de vértices, el mismo número de aristas y las mismas conexiones entre cada vértice

EJERCICIO DE RETROALIMENTACIÓN:

En los siguientes grafos indique los que son isomorfos a un cubo convencional

