



Programa de Doctorado en Educación Matemática

**MODELO PEDAGÓGICO MULTI-CREA, PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS EN EL AULA MULTIGRADO DE PRIMARIA CONTEXTUALIZADO A LOS OFICIOS**

Tesis presentada como opción al Grado científico de Doctora en

Educación Matemática

Mayra Elizabeth Parra Amaya

Bogotá D.C.

2023

REPÚBLICA DE COLOMBIA
UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Doctorado en Educación Matemática

**MODELO PEDAGÓGICO MULTI-CREA, PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS EN EL AULA MULTIGRADO DE PRIMARIA CONTEXTUALIZADO A LOS OFICIOS**

Tesis presentada como opción al Grado científico de Doctora en

Educación Matemática

Mayra Elizabeth Parra Amaya

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Osvaldo Jesús Rojas Velázquez

Bogotá D.C.

2023

Nota de aceptación

Firma del presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bogotá D.C., diciembre 02 del 2023

Agradecimientos

Agradezco a mis padres, Edgardo Parra y Elizabeth Amaya, quienes siempre me han apoyado sin importar las circunstancias.

A mis hijos Angélica y Daniel, que son mi motor, mi más grande inspiración. Por ellos, con este granito de arena contribuyó a una sociedad más justa, llena de oportunidades y principios.

A mi hermano Edgardo Parra Amaya, esposa e hijos, por su apoyo y amor incondicional.

A los educadores matemáticos y especialistas del aula multigrado que, de forma desinteresada, contribuyeron a perfilar y potenciar el trabajo de investigación, con sus ideas, sugerencias y referencias bibliográficas. De igual forma a todos los Doctores y compañeros del Programa de Maestría y Doctorado en Educación Matemática de la Universidad Antonio Nariño, quienes han ayudado a formarme como educadora, especialmente a mi asesor el Dr. Osvaldo Jesús Rojas Velázquez, quien, a pesar de las dificultades, siempre motivó y guió mi trabajo de investigación, con grandes ideas y la mejor disposición.

Por último, pero no menos importante, a los niños del aula multigrado de la sede El Batán de los grados 3°, 4° y 5°, a su docente a cargo Jhon Arley Estrada Ochoa, y a toda la comunidad educativa de la Institución Educativa San Gerardo (Huila).

Dedicatoria

Tiene fama de ser aburrida, compleja, inalcanzable y ajena a todo aquello que no sea racional. Sin embargo, tiene muchas emociones e influencia social.

Algunos la aman, otros la odian, pero sin duda alguna, su peculiaridad ha generado grandes revoluciones y progreso.

Nada sería igual sin ti, mi querida "**MATEMÁTICA**".

SÍNTESIS

El proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para aulas multigrado constituye un eslabón importante en la educación básica primaria. En la investigación se realiza un estudio exploratorio y de motivación hacia el área, con los estudiantes de primaria (3°, 4° y 5°) de la Sede El Batán de la Institución Educativa San Gerardo del municipio de Garzón (Huila), quienes por lo general tienen dificultades con la asignatura. En este trabajo se construye un modelo pedagógico flexible e integrado (MULTI-CREA) para el desarrollo del pensamiento matemático en el aula multigrado en el contexto de los oficios, atendiendo a la diversidad de posibilidades cognitivas y lingüísticas de los estudiantes. La metodología utilizada se basa en un enfoque cualitativo con un diseño de investigación-acción, se resalta un análisis documental de la temática, la elaboración de secuencias didácticas diseñadas a partir de lo que el estudiante quiere conocer, reforzando en ellos el interés, su capacidad, liderazgo, trabajo en equipo, aprendizaje significativo de forma interdisciplinaria y el desarrollo del pensamiento matemático.

El resultado de la implementación de las secuencias didácticas permite constatar: la circulación de saberes mediante el proceso de la enseñanza y aprendizaje entre pares asimétricos brindando una aceleración del aprendizaje, la motivación de los estudiantes e integración de la familia, la escuela y la comunidad, y la construcción robusta del pensamiento matemático en el contexto de los oficios.

ABSTRACT

Teaching and learning process of mathematics for multigrade classrooms constitutes an important link about primary basic education. In the research, an exploratory and motivational study is carried out towards the area, with 3rd, 4th and 5th primary students from El Batán extension of the San Gerardo Educational Institution of the municipality of Garzón (Huila), which generally have difficulties with the math. In this work, a flexible and integrated pedagogical model (MULTI-CREA) is built in the developing mathematical thinking development in the multigrade classroom in the context of job projection, taking into account the diversity of cognitive and linguistic possibilities of the students. The methodology used is based on a qualitative approach with an action-research design, standing at a documentary analysis, the development of didactic sequences designed from what the student wants to know, reinforcing their interest, their ability, leadership, teamwork, meaningful learning in an interdisciplinary way and the developing mathematical thinking.

The result of the implementation of the didactic sequences allows us to verify: the circulation of knowledge through the process of teaching and learning between asymmetrical peers, providing an acceleration of learning, student motivation and integration of the family, school and community, and the robust construction of mathematical thinking in the context of the job projection.

TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. ESTADO DEL ARTE.....	10
1.1. Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado en Congresos, Reuniones y eventos.....	10
1.2. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado	16
1.2.1. Multi-grade teaching practices in Austrian and Finnish primary schools	17
1.2.2. Students of Primary Education Degree from two European universities: a competency-based assessment of performance in multigrade schools. Comparative study between Spain and Slovenia. 18	
1.2.3. The effect of integrated curriculum (content-based and skill-based) on self-esteem and academic achievement of students in multi-grade classes in Piranshahr.....	19
1.2.4. ¿Cómo evaluar aprendizajes en el aula multigrado? Dilemas y propuestas de docentes rurales. 21	
1.3. Investigaciones sobre proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas en el aula multigrado.....	22
1.3.1. Forms of mathematical interaction in different social settings: examples from students', teachers' and teacher-students' communication about mathematics	22
1.3.2. Representation of the notion "learning-as-participation" in everyday situations of mathematics classes	24
1.3.3. Yoltocah.....	25
1.3.4. Una clase de matemáticas sobre problemas de aplicación, en una escuela multigrado unitaria. Un estudio de caso.....	25
1.3.5. An interactionist perspective on mathematics learning: conditions of learning opportunities in mixed-ability groups within linguistic negotiation processes	27
1.3.6. Multi-Grade Intermediate Mathematics Teaching Schemes: The Case of Education in the District of Tublay, Benguet	28
1.3.7. Ambientes de aprendizaje colaborativos y herramientas matemáticas para la resolución de problemas en multigrado	29
1.3.8. Mixed-age teaching and mastery approaches to mathematics	30
1.3.9. Valoración de docentes multigrado sobre un marco que orienta el diseño de unidades STEM integradas.....	32
1.3.10. La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado de primaria: Una caracterización.....	33
1.4. Investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática en los oficios a través de aulas multigrado	34
1.4.1. Saberes geométricos en trabajos de oficio en comunidades rurales.....	35

Conclusiones del Capítulo 1	35
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	38
2.1. Fundamentos filosóficos y psicopedagógicos	38
2.1.1. Referentes y planificación en el aula multigrado	42
2.1.2. Teoría de comunidades Prácticas de Wenger.....	47
2.1.3. Evaluación formativa del aprendizaje	50
2.3. Referentes sobre sensemaking y análisis interaccional	60
2.3.1. Elementos fundamentales de Sense-making	60
2.3.2. Fundamentos del Análisis Interaccional.....	62
2.4. Referentes sobre la resolución de problemas matemáticos retadores	63
2.5. STEM Plus	68
Conclusiones del capítulo 2.....	71
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	74
3.1. Tipo o enfoque de investigación.....	74
3.2. Alcance del estudio.....	75
3.3. Población y muestra	76
3.4. Métodos, técnicas e instrumentos utilizados	76
3.5. Fases de la investigación	77
Conclusiones del capítulo 3.....	78
CAPÍTULO 4. MODELO PEDAGÓGICO FLEXIBLE E INTEGRADO MULTI-CREA. SECUENCIA DIDÁCTICA.	79
4.1. Referentes teóricos sobre modelos pedagógicos multigrado	79
4.2. Secuencias didácticas para la enseñanza y aprendizaje de la matemática del aula multigrado en el contexto de los oficios.....	81
4.2.1. Secuencia didáctica OF1. Ser Vendedor@.....	85
4.2.2. Secuencia didáctica OF2. Ser Chef	88
4.2.3. Secuencia didáctica OF3. Ser Veterinari@.....	91
4.2.4. Secuencia didáctica OF4. Ser zootecnista	96
4.3. Modelo Pedagógico MULTI-CREA para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado contextualizado a los oficios.....	100
4.3.1. Primera parte: Fundamentos, fin y objetivos del modelo	101
4.3.2. Segunda parte: Caracterización y necesidad	108
4.3.3. Tercera parte: Resolución del modelo y concreción práctica	113
Conclusiones del capítulo 4.....	121
CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y VALIDACIÓN DE LOS APORTES	123

5.1. Análisis de los resultados de especialistas en la caracterización del proceso y enseñanza de las matemáticas en el aula multigrado.....	124
5.2. Análisis de resultados de las secuencias didácticas	127
5.2.1. Secuencia didáctica OF1. Ser vendedor@.....	129
5.2.2. Secuencia didáctica OF2. Ser Chef	139
5.2.3. Secuencia didáctica OF3. Ser veterinari@.....	145
5.2.4. Secuencia didáctica OF4. Ser zootecnista.....	155
5.3. Validación de los aportes: secuencias didácticas y modelo pedagógico	164
10.1.1. Validación de las secuencias didácticas	164
10.1.2. Método Delphi para criterio de expertos sobre el modelo pedagógico MULTI-CREA y análisis de observaciones y recomendaciones	165
10.1.3. Análisis de la encuesta y entrevista de satisfacción a estudiantes y padres de familia.....	167
10.1.2. Enfoque Basado en Argumentos (EBA) para la validación del modelo MULTI-CREA.....	169
Conclusiones del capítulo 5.....	171
CONCLUSIONES	173
RECOMENDACIONES.....	177
BIBLIOGRAFÍA.....	178
ANEXOS.....	191

INTRODUCCIÓN

Aprender a hacer, a conocer, a convivir y a ser (*Aprender a vivir juntos*), forman pilares básicos en el aprendizaje que la educación debe incentivar y desarrollar de forma creativa, según Delors (1995; citado por Elfert, 2015). El proceso de enseñanza y aprendizaje de las escuelas multigrado no debe ser ajeno a la contribución de dichos pilares. Estas escuelas se presentan debido a la necesidad de atender a los niños y niñas que, por lo general, viven en sectores rurales pequeños y aislados, con pocos recursos económicos y sin acceso a tecnologías, de ahí la importancia de ser muy creativos en estos centros pedagógicos y lograr una formación digna e integrada para los estudiantes.

Por lo tanto, el desafío de la educación debe ser entendido desde una aspecto integral y flexible, en el cual, aprender se debe relacionar con diversas oportunidades y experiencias de enseñanza y aprendizaje, que permitan potenciar en los estudiantes sus talentos, lograr las competencias suficientes para su desarrollo y consolidar el trabajo en equipo, en una sociedad cada vez más diversa y globalizada.

En las escuelas multigrado a nivel internacional, el docente debe cumplir sus jornadas con múltiples funciones, basados en un currículo, que está diseñado para aulas regulares (un solo grado), con un marcado sesgo urbano (Little, 2006). Es un deber tanto de docentes, investigadores y políticas de gobierno, incrementar esfuerzos para que vayan encaminados a brindar educación de calidad a todos los estudiantes. La educación colombiana no está exenta de estas problemáticas.

La Educación para Todos (EPT) es una iniciativa organizada por la comunidad internacional que desde 1990, asume el compromiso de llevar la educación *a todos los ciudadanos de todas las sociedades* (Unicef, 2009). A partir de esas reuniones a finales del siglo XX, algunos países empezaron a realizar reformas educativas, apoyadas económicamente por organizaciones internacionales, con la cual se favorecen las escuelas multigrado de diferentes naciones.

Colombia, fue pionera con su reforma Escuela nueva (EN), creada por Clara Victoria Colbert, Oscar

Mogollón y Elsa Ramírez 1976, (Colbert, 1999). La EN brinda un modelo estructurado con capacitación, acompañamiento, recursos materiales y humanos, las cuales a menudo son citadas como la mejor práctica en la reforma rural (Schiefelbein *et al.*, 1996).

A partir del año 2000, estos recursos no se siguen brindando en la misma escala, conllevando la falta de atención hacia las escuelas multigrado y la pérdida en la capacitación de los docentes. Como consecuencia de estas acciones, los docentes no están preparados con estrategias metodológicas que requiere el aula multigrado, además en estas escuelas se carecen de recursos materiales suficientes y actualizados, para un óptimo proceso de enseñanza y aprendizaje de las diferentes asignaturas, en particular de la matemática.

Por una parte, los datos del Departamento Nacional de Estadística (DANE, 2018) indican que la población colombiana que habita las zonas rurales es el 15.1% de la población total. Sin embargo, el 95% del territorio colombiano tiene uso rural. Indicando claramente una alta dispersión de la población, lo que genera dificultades para ofrecer servicios como el de educación y otros servicios básicos; existe un rezago importante en la oferta de servicios básicos que genera altos índices de pobreza.

Por otra parte, la cantidad de estudiantes que atiende Colombia para aulas rurales se aproxima al 44% de toda la población estudiantil, es decir, casi la mitad de las escuelas primarias que hay en el país son rurales (Martínez, 2016). Estas escuelas rurales, con frecuencia permanecen olvidadas, conllevando a docentes y grupos escolares a enfrentar grandes retos para contribuir a la formación de los estudiantes de dichas comunidades.

Es de resaltar que en cualquier grupo escolar existe diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje en los estudiantes, en el caso del aula multigrado, se debe responder a una mayor diversidad dentro de ella y a la falta de una propuesta educativa institucional, se dificulta el aprendizaje de los contenidos matemáticos desde la planeación de la clase. En todas las asignaturas, en particular en la matemática, la planificación

es una tarea primordial (Costa y Garmston, 1999), para que todo docente logre los objetivos de la clase.

El objeto de la Ley general de Educación de Colombia, en su Artículo 1, decreta: *“La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona, de su dignidad, de sus derechos y deberes”*¹.

Para contribuir a una formación integral del estudiante, uno de los fines de la Educación, enunciado en el artículo 5, precisa en: *“La formación en la práctica del trabajo, mediante conocimientos técnicos y habilidades, así como en valoración del mismo como fundamento del desarrollo individual y social”*². Estos aspectos se enfatizan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las escuelas multigrado, en particular a través de la resolución de problemas, donde se debe hacer énfasis en el contexto de los oficios, para lograr esa formación en la práctica del trabajo, integralidad que exige el Ministerio de Educación Nacional (MEN).

El Programa Todos a Aprender (PTA) del MEN, en el año 2019³, ofrece algunas estadísticas, relacionadas con 575 Instituciones Educativas públicas de Colombia, en la cual los resultados muestran que el 64% de éstas instituciones son aulas multigrado. También, presenta que el 95% de los docentes no tiene gran experiencia y formación en ésta clase de aulas, el 84% de los docentes no tienen sistematizadas sus prácticas y experiencias. Estas cuestiones afectan el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática para el aula multigrado, pues parte de que sus docentes no han recibido la capacitación adecuada para este tipo de aula (Parra y Rojas, 2022).

En el Establecimiento Educativo San Gerardo, ubicado en zona rural del municipio de Garzón (Huila), se cuenta con 9 sedes para primaria, solo una de ellas, trabaja con aula regular, las otras 8 sedes son multigrado. El trabajo pedagógico en la institución presenta ciertas falencias, las cuales están dadas en:

¹ De Educación, L. G. (1994). Ministerio de educación nacional. *Bogotá, Colombia*. p.5

² *Ibidem*. p.7

³ Formación de Tutores Programa Todos a Aprender (2019)- Ciclo II-Aula multigrado.

la falta de orientación y claridad metodológica para el aula multigrado. Además, la institución cuenta con un solo modelo pedagógico, un plan de estudios y plan de aula que la identifica, beneficiando principalmente al aula regular, y en detrimento del aula multigrado, lo cual afecta el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en este contexto.

Por otra parte, los estudiantes carecen de motivación hacia la matemática, son limitadas sus conocimientos y habilidades en matemáticas, esta es una de las muchas situaciones que los lleva a retirarse de la Institución y trabajar en la finca con sus padres. Para evitar lo anterior, se debe construir, imaginar y posibilitar otros medios, otras prácticas de calidad que transformen sus vidas y su interés por el estudio. En la escuela hay mucho que aprender, la escuela y la comunidad tienen mucho que enseñar y no solamente los saberes escolares clásicos, enfocados al agro. Construir escuela se hace desde sus voces, siendo productores de sus propios materiales y no solo siendo receptores de material.

Pero no todo son desventajas, la organización de las aulas multigrado, presenta algunas ventajas para el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. Diversos estudios destacan que estos ambientes se prestan para utilizar más estrategias de conteo y cálculo mental (Díaz y Bermejo, 2007). Además, Abós (2015) resalta que el ambiente de aprendizaje es más autónomo, y el espacio se facilita para la exploración, experimentación, el trabajo cooperativo, análisis interaccional (Friesen *et al.*, 2019b) y la circulación de saberes entre pares asimétricos (Santos, 2020), que permite una aceleración en el aprendizaje.

Una evidencia que muestra el interés mundial frente a la propuesta anterior, es la Sociedad Europea de Investigación en Educación matemática (ERME), que desde su versión IV y en el Congreso (CERME 11), Friesen y Schütte (2018), muestran como en Alemania está en aumento el número de escuelas primarias que definen su pedagogía a partir de aspectos demográficos y contextuales. Tienen como propósito indagar cuáles son los tipos de interacciones que se generan entre los estudiantes de escuelas multiedad,

además de describir cómo la diferencia etaria puede ser una oportunidad para promover el aprendizaje colaborativo.

En el Congreso Internacional en Educación Matemática ICME, considerado uno de los más importantes, en la versión 13 del 2016, se abordan diferentes grupos de estudio relacionados con la investigación. El TSG 19 “Problem solving in Mathematics Education”, el TSG 37 “Mathematics curriculum Development”, el TSG 38 “Research on Resources (Textbooks, Learning material etc.)”. En estos TSG se aborda la resolución de problemas en la educación matemática retomando temas como Política del currículo de matemáticas, el estado del desarrollo curricular y la investigación sobre los recursos (libros de texto, materiales de aprendizaje, etc.), en diferentes contextos acerca de los propios recursos, acerca de los maestros, acerca de los estudiantes, respectivamente.

En el ICME 14 en el año 2021, se vincula el TSG 57 “Diversity of theories in mathematics education”, que trabaja las redes de teorías, la era digital usando tecnología y otros recursos en la enseñanza, el aprendizaje, la investigación de diseño y sobre diferentes niveles pedagógicos, incluyendo formación docente.

En la Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM), la Reunión Latinoamericana de la Matemática Educativa (RELME), el Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM), entre otros eventos, muestran la producción académica y la importancia relacionada con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado, ésta información se amplía más adelante en el epígrafe 1 del estado del arte.

A través de la triangulación de los resultados obtenidos en los métodos empíricos e instrumentos: entrevista a especialistas en educación matemática y/o aula multigrado (anexo 1), encuesta a docentes de matemáticas del aula multigrado (anexo 2), validación del anexo 2, por el Método Delphi (anexo 3), rejilla de evaluación para la validación del modelo (anexo 4), análisis de la rejilla por el método Delphi

(anexo 5), rúbrica general del proceso cognitivo, pedagógico y didáctico para cada oficio (anexo 6), encuesta de satisfacción a estudiantes multigrado (anexo 7), encuesta de satisfacción a padres de familia (anexo 8). Además de la revisión del estado del arte y de la experiencia de la investigadora, se pudo constatar ciertas oportunidades de mejoras. Estas están dadas por:

- Capacitación y orientación a docentes multigrado. Esto conlleva a que la gran mayoría de docentes posean dificultad a la hora de planear la clase multigrado en matemáticas.
- Propuesta de modelos que permitan favorecer el aula multigrado por medio de la investigación.
- Diseño de clases de matemáticas basadas en la resolución de problemas, fortaleciendo la interacción.
- La construcción de nuevos conocimientos con fines sociales. Importancia de la preparación de estudiantes para la vida económica y social, con sólidos conocimientos matemáticos.

El estudio epistemológico inicial y las necesidades anteriores, permiten sustentar el siguiente **problema de investigación**: ¿Cómo contribuir al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado (primaria) en el contexto de los oficios, en estudiantes de la Institución Educativa San Gerardo (Huila)?

El **objeto** de investigación es el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado de primaria. Se plantea como **objetivo general**, construir un modelo pedagógico flexible e integrado para el aula multigrado de primaria, que contiene como elemento dinamizador la resolución de problemas matemáticos contextualizado a los oficios, el cual sustenta las secuencias didácticas, y así contribuir a cerrar la brecha entre teoría y práctica, al desarrollar tareas creativas y motivantes en contextos significativos. Y como **objetivos específicos**:

- Caracterizar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado.
- Elaborar secuencias didácticas para contribuir al fortalecimiento del aprendizaje por medio de la

resolución de problemas a través de la matemática en los oficios en aulas multigrado.

- Determinar la efectividad de las planeaciones multigrado por medio de la secuencia didáctica, mediante el análisis de resultados a través de la evaluación formativa.
- Aportar lineamientos generales para el proceso de la adecuación curricular y las necesidades del contexto multigrado en matemáticas.

El **campo de acción** está dado en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas contextualizado a los oficios. La **línea de Investigación** es la enseñanza y aprendizaje de la matemática a través de la resolución de problemas. Por lo tanto, **las preguntas científicas** se concretan en:

- ¿Cuáles tendencias determinan el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado, en particular en el contexto de los oficios?
- ¿Qué elementos teóricos sustentan el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado, en el contexto de los oficios?
- ¿Cómo construir un modelo pedagógico flexible e integrado, que propicie el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado en el contexto de los oficios en estudiantes de la Sede El Batán, de la Institución Educativa San Gerardo?
- ¿Cómo validar el modelo pedagógico flexible e integrado y las secuencias didácticas para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática del aula multigrado a través de la resolución de problemas retadores, en el contexto de los oficios?

Para dar cumplimiento al logro del objetivo, se plantean las siguientes tareas de investigación:

- Determinar el estado del arte sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática del aula multigrado, específicamente en el contexto de los oficios, a través de la resolución de problemas retadores.

- Construir el marco teórico que sustenta el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática del aula multigrado, en el contexto de los oficios, a través de la resolución de problemas retadores.
- Elaborar secuencias didácticas para contribuir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática del aula multigrado, a través de la resolución de problemas retadores, en el contexto de los oficios.
- Diseñar un modelo pedagógico flexible e integrado para contribuir al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática del aula multigrado, a través de la resolución de problemas retadores, en el contexto de los oficios.
- Analizar los resultados de la implementación de las secuencias didácticas.
- Validar el modelo pedagógico flexible e integrado y las secuencias didácticas.

El **aporte teórico** radica en construir un modelo pedagógico flexible e integrado basado en la EMR, el análisis interaccional, sensemaking, el trabajo colaborativo y la resolución de problemas como elemento dinamizador para la enseñanza y aprendizaje de la matemática del aula multigrado de primaria en el contexto de los oficios, para incentivar la motivación hacia las matemáticas. Este modelo aporta nuevas relaciones entre las categorías que lo conforman, incentivando la motivación hacia las matemáticas.

El **aporte práctico** se relaciona con secuencias didácticas dirigidas al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a través de la resolución de problemas contextualizado a los oficios en los estudiantes del aula multigrado de la I. E. San Gerardo, sede El Batán.

La tesis está conformada por 5 capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y 8 anexos. En el primer capítulo se considera el estado del arte, el cual está organizado en cuatro epígrafes, abordando la temática en Congresos, eventos y reuniones. Además, una exhaustiva revisión de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado, particularmente en el contexto de los oficios a través de la resolución de problemas.

El segundo capítulo hace referencia al marco teórico, que sustenta la propuesta de investigación. Por esta razón, se abordan las siguientes categorías como los fundamentos filosóficos y psicopedagógicos, fundamentos teóricos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado, Sensemaking, Educación Matemática realista y la resolución de problemas matemáticos retadores en el aula multigrado.

El tercer capítulo trata sobre la metodología de la investigación que asume la tesis, un paradigma de investigación cualitativo, con un enfoque de investigación cualitativo, bajo el diseño de investigación acción. Se presenta el alcance del estudio, la población, la muestra, los métodos y técnicas a utilizar, y las 5 fases a seguir adaptadas al proceso de profundización de los oficios. En el cuarto capítulo se mencionan los aportes de la investigación. En el quinto capítulo se consolida la validación de los aportes y análisis de los resultados.

CAPÍTULO 1. ESTADO DEL ARTE

Las siguientes investigaciones enfocadas al aula multigrado, son organizadas en cuatro categorías. La primera hace referencia al proceso de enseñanza y aprendizaje en la educación matemática multigrado en Congreso, Reuniones y eventos, seguida por el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado de forma general, en la siguiente, investigaciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje en educación matemática a través de la resolución de problemas y la última categoría sobre matemáticas en los oficios para estas aulas. Para visualizar más grande las imágenes y obtener más información, puede dar click en la lupa que se encuentra al costado de la figura.

1.1. Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado en Congresos, Reuniones y eventos.



Figura 1. Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las aulas multigrado en Congresos, Reuniones y eventos. Una evidencia georreferenciada que muestra el interés mundial frente a Congresos, Reuniones y eventos (Ver Figura 1) desglosado en eventos generales (indicado en marcos de fondo blanco), eventos exclusivos de matemáticas (marco con borde amarillo claro) y eventos internacionales que abordan solo temas rurales y multigrado (marco color amarillo encendido).

El Congreso Internacional en Educación Matemática ICME, considerado uno de los más importantes. En su versión 13 realizado en Hamburgo (Alemania) en el año 2016, en el cual algunos grupos de estudio que se relacionan directamente son: el TSG 19 “Problem solving in Mathematics Education”, el cual se enfoca en la resolución de problemas en la educación matemática abordando temas como Política del

currículo de matemáticas, Solución de problemas y aprendizaje del estudiante. Plan de estudios, la evaluación en la resolución de problema, solución de problemas y la creatividad, resolución de problemas y el diseño de materiales interactivos y libros de texto, resolución de problemas y enfoques de modelados. El TSG 37 “Mathematics curriculum Development” aborda temas como el estado del desarrollo curricular, el Proceso de Desarrollo, la Implementación y Pruebas. El TSG 38 “Reserch on Resources (Textbooks, Learning material etc)” trabaja la investigación sobre los recursos (libros de texto, materiales de aprendizaje, etc.), en diferentes contextos acerca de los propios recursos, acerca de los maestros, acerca de los estudiantes.

En el ICME 14 que se realizó en Shangai (China) en el año 2021, se vincula el TSG 39 “Lenguaje y comunicación en la educación matemática”. Usan el "lenguaje y comunicación" de una manera inclusiva, abarcando la naturaleza multimodal y multisemiótica de la comunicación matemática. Se profundiza en contribuciones centradas en cualquier modo de comunicación: oral, escrita, gestual, visual, etc. Esto también incluye los tipos de comunicación matemática que surgieron a través del uso de nuevas tecnologías. El TSG 44 “Matemáticas y educación interdisciplinaria” brinda estudios y casos en profundidad de las formas en que las matemáticas interactúan actualmente -o se supone que interactúan- con otras prácticas educativas, en parte reflejando el papel de las prácticas matemáticas en la sociedad en general.

En el Congreso de la Sociedad Europea de Investigación en Educación Matemática (CERME), desde su versión IV, desarrollado en España, se encuentran investigaciones como las de Friesen y Schütte (2018), que tienen como propósito indagar en cuáles son los tipos de interacciones que se generan entre los estudiantes de escuelas multiedad, además de describir cómo la diferencia etaria puede ser una oportunidad para promover el aprendizaje colaborativo en escuelas de Alemania (Friesen y Schütte, 2018). Basado en un enfoque cualitativo de investigación social; específicamente se ubica dentro de la

corriente interaccionista de la educación matemática. Así pues, para llevar a cabo el estudio, los autores filmaron las clases de tres grupos de los niveles primero, segundo y tercero de primaria, todo ello durante un periodo de dos años. Entre las variables analizadas están la interacción, argumentación y participación de los educandos.

Así las cosas, Friesen y Schütte (2018) encontraron que, durante el proceso de aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes de una aula de múltiples edades desempeñan diferentes roles en la interacción, a saber: a) autor, responsable tanto del contenido como de la formulación del enunciado); b) retransmisor, que no es responsable ni del contenido ni de la formulación; c) fantasma, que solo es responsable del contenido de un enunciado; y d) portavoz, responsable solo de la formulación de un enunciado (Friesen y Schütte, 2018).

En el CERME XI, organizado en la Universidad de Utrecht (Países Bajos), en febrero del 2019, se vincula el TWG 10, que lleva por nombre “Diversidad y educación matemática: Desafíos sociales, culturales y políticos”. Contribuyendo a construir de forma reflexiva a partir de diferentes contextos, las posibilidades de ver e inventar prácticas de educación matemática. El grupo invita a explorar el concepto de diversidad, igualmente expresa su profunda preocupación por las relaciones de poder que vinculan las instancias de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, la dinámica dentro del grupo de trabajo y la práctica de la investigación.

En trabajos como el de Friesen, Schütte y Jung (2019a), se analizan algunos mecanismos de participación de los estudiantes que hacen parte de las aulas multigrado, indagando sobre cómo los educandos logran construir significados de manera colectiva. Con ello, los autores sugieren posibilidades educativas para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

De acuerdo con Friesen, Schütte y Jung (2019b) el aprendizaje que surge de la interacción está condicionado por la capacidad que tengan los diferentes actores educativos para asumir significados

comunes. Así, el acto educativo puede variar dependiendo de las diferentes perspectivas que surjan con respecto a un mismo tema. En ese orden de ideas, indagan en su trabajo sobre cómo se desarrollan los procesos de negociación colectiva de significados, y cómo este mecanismo de participación e interacción puede facilitar tanto la enseñanza como el aprendizaje de las matemáticas en un aula multigrado.

En la XV Conferencia Interamericana de educación Matemática (CIAEM) desarrollada en el 2019, en Medellín, se evidencian muchos trabajos que abordan la problemática en el aula multigrado para el área de matemáticas, como lo hace Lizarde *et al.*, (2019), el cual propone una planificación de los contenidos matemáticos de una escuela bidocente, buscando una relación creciente en la complejidad de los contenidos matemáticos. González y Aguayo (2018), prueba que una propuesta para futuros docentes en formación para la enseñanza de la geometría en el aula multigrado, está basada en la perspectiva teórica de trabajo geométrico (ETG) de Houdement y Kuzniak (2006, citado por González y Aguayo 2018). Confirmando la importancia de la visualización no icónica en la actividad geométrica.

Condori (2019) con su didáctica de matemáticas y ecología de saberes, muestra el caso de una maestra que relata que la Ecología de saberes aplicada a actividades diferenciadas, potencia el proceso de enseñanza de las fracciones en el aula multigrado. Mientras que Zepeda y García (2019) analiza las decisiones docentes relacionadas con el aula multigrado para la enseñanza de las matemáticas, mostrando que hay un dominio insuficiente de estrategias de enseñanza para la diversidad de grupos, lo que ocasiona que estas prácticas se vean centradas en la repetición y ejercicios mecánicos. Se propone la organización de contenidos comunes por ciclos, articulado con actividades diferenciadas por grados para así cubrir las necesidades de los estudiantes utilizando una sola planeación. Aun así, no existe una concreción a nivel nacional para un plan de estudios para el aula multigrado.

Algunos autores como Schoenfeld (2008, citado por Zepeda y García, 2019) han centrado la atención en la toma de decisiones del profesor en los procesos de enseñanza, porque ahí emergen oportunidades

pedagógicas para transformar el pensamiento matemático, manifestadas por el diálogo. Se debe entender que la escuela multigrado es diferente a las demás, lo cual requiere a un docente capaz de organizar y planificar las tareas de manera que pueda vincular todos los contenidos de las diferentes áreas y grados, evitando la división de los mismos. Por lo tanto, se considera necesario impulsar investigaciones desde la educación matemática que ayuden a caracterizar estos procesos de enseñanza aprendizaje en las aulas multigrado, ya que los modelos pedagógicos y la toma de decisiones recaen en los saberes de los docentes que se enfrentan a estos escenarios.

Otra de las experiencias en el CIAEM XV, estuvo a cargo de Largo y Rivera (2019), en la cual evidencia que la producción académica relacionada con la comprensión de problemas de tipo multiplicativo por la Fundación volvamos a la Gente (Colombia), en problemas de tipo multiplicativo basado en el modelo Escuela Nueva, es escasa. Esta realidad, sumada a los resultados de pruebas SABER⁴, muestra que pocos estudiantes de la zona rural, pueden resolver problemas con diferentes estructuras multiplicativas. Los autores, centran sus estudios en la teoría de Vergnaud (1991, citado por Largo y Rivera 2019) acerca de los problemas de tipo multiplicativo y en los niveles de comprensión de resolución de problemas verbales simples de comparación multiplicativa realizados por Castro (1994, citado por Largo y Rivera 2019).

Por esta razón, es importante abordar cuidadosamente las diferentes estructuras y su análisis, es lo que sustenta Vergnaud en el II Congreso Internacional de la Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas (2016). El modelo escuela Nueva, posibilita que los estudiantes comprendan a través del diálogo, el trabajo colaborativo, el uso de cuaderno y la herramienta de autocontrol de progreso (fortalezas y aspectos a mejorar), en problemas multiplicativos contextualizados.

En la Reunión Latinoamericana de la Matemática Educativa (RELME) en su versión 32, desarrollada en

⁴ ICFES (2018). Resultados del cuatrienio 2015-2018. Día e. Colombia Aprende.

la Universidad de Medellín (2019), es sus actas, reposan trabajos como el de Zorro (2019), que con un enfoque cualitativo y perspectiva fenomenológica quiere estudiar la realidad de la práctica pedagógica multigrado, sus interacciones, procesos y estrategias. Este estudio muestra que en la actualidad estos procesos se encuentran determinados por las vivencias propias de cada docente respecto al aprendizaje matemático. Además, se evidencia la necesidad de fortalecer el desarrollo de habilidades matemáticas, relacionando el contenido y su contextualización. Los docentes deben reflexionar sobre su práctica para mejorarla, dejar la postura tradicional y tomar el riesgo de construir nuevo conocimiento con fines sociales.

En el VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM), llevado a cabo en Montevideo, Uruguay en el 2013, se encuentran investigaciones como la de Bernal y Piedra (2013) donde se muestra una comparación en tres Proyectos para el aula multigrado, Escuela nueva, Escuela multigrado innovada y el Proyecto escuela multigrado, implementados en Colombia, República Dominicana y México, respectivamente. En este proyecto se muestran aspectos favorables y desfavorables. Unos de los aspectos favorables en las tres, es la organización del gobierno escolar, posibilitando el aprendizaje de valores democráticos, el trabajo colaborativo, respeto por la diversidad, capacitación docente y materiales otorgados a las escuelas rurales. Además, solo la propuesta de México trabaja en torno a tema un específico, vinculado por proyectos al contexto rural.

Algunos aspectos desfavorables en la Escuela Nueva, es la fragmentación por áreas y grados, que impide un desarrollo por proyectos, además se generaliza el uso de tecnologías que no se pueden llevar a cabo en muchos sectores debido a sus bajos recursos, igualmente la dificultad que tienen los docentes de alejarse de metodologías tradicionales de instrucción, debido a la organización de tiempo, espacio y la relación de la escuela con la comunidad.

Por esta razón, la escuela multigrado necesita una organización cuidadosa, flexible, integrada y crítica, indicando, que el uso de enfoques pedagógicos como la Educación Matemática Crítica (EMC) y el trabajo

con ambientes de aprendizaje (Skovsmose y Valero 2012, citado por Bernal y Piedra 2013) es imprescindible. En este escenario se combina la investigación con la vida real, implementando las matemáticas y otras áreas en diferentes niveles de dificultad, lo cual es una solución favorable para las aulas multigrado. Igualmente, se hace necesario formular y diseñar actividades que posibiliten a los estudiantes reflexionar sobre sus condiciones y plantear un proyecto a corto y largo plazo, encontrando los intereses propios para su proyecto de vida e involucrándose en el proyecto de otro.

Por esta razón, se invita a que los propios docentes multigrado aprendan haciendo uso de la educación por proyectos, enfocados al contexto socio-político de los estudiantes para mejorar el interés, el entorno y hacer que aprendan de forma significativa, para construir una sociedad más equitativa y digna. Más localmente, en el XII Simposio de Matemática y Educación Matemática, XI Congreso Internacional de Matemática asistida por Computador y II Simposio de Competiciones Matemáticas (MEM 2022), Trejo (2022) comparte una experiencia sobre la organización visual de la información en la resolución de problemas en la primaria multigrado en México⁵.

Bajo esta idea, la presente investigación, plantea buscar una alternativa para las planeaciones de estas aulas multigrado, soportadas desde la motivación, la resolución de problemas retadores y el trabajo en equipo, en un proceso formativo e integrado, aplicado para el área de matemática en el contexto de los oficios.

1.2. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado

Se puede observar de forma general y georreferenciada, algunas de las investigaciones que se han analizado sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado, que aportan elementos para el trabajo con la matemática en el aula, soportada por diferentes bases de datos y revistas

⁵ <http://investigacion.uan.edu.co/images/MEM/documentos/ActaVolumen9No1-2022.pdf>

reconocidas (ver Figura 2).



Figura 2. Investigaciones sobre proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado.

1.2.1. Multi-grade teaching practices in Austrian and Finnish primary schools⁶

La investigación de Hyry-Beihammer y Hascher (2015) es un estudio comparado entre los modelos de aula multigrado en Austria y Finlandia, dos de los países de la Unión Europea con mejores estándares en materia educativa y con una amplia tradición en sistemas educativos multigrado. Este trabajo está enfocado en el análisis de la labor docente en los ambientes educativos rurales, específicamente en lo que tiene que ver con la pedagogía y la didáctica.

De acuerdo con Hyry-Beihammer y Hascher (2015), para el año 2013 Austria contaba con 17.899 estudiantes de primaria en aulas multigrado, lo que representaba un 15.3 % del total de la población estudiantil. A su vez, para el mismo año, 15.287 estudiantes de primaria finlandeses asistían a clases multigrado, es decir, un 16.4 % del total de educandos.

En ese orden de ideas, Hyry-Beihammer y Hascher (2015) aplicaron un enfoque cualitativo de estudio de caso, y para recoger la información realizaron observaciones en campo y entrevistas semi-estructuradas a 14 maestros austriacos y finlandeses. La selección de la muestra se realizó de manera aleatoria entre 18 escuelas rurales de ambos países en las cuales se trabajaba el aula multigrado.

Como resultado, los autores concluyeron que los docentes aplican el método de María Montessori. Para ello, los maestros se valen de un currículo integrado que se enfoca en áreas específicas como

⁶ Hyry-Beihammer, E. K., & Hascher, T. (2015). Multi-grade teaching practices in Austrian and Finnish primary schools. *International Journal of Educational Research*, 74, 104-113

matemáticas y el lenguaje. De igual manera, Hyry-Beihammer y Hascher (2015) encontraron que los maestros de ambos países priorizan el trabajo colaborativo en el aula, lo cual permite que los estudiantes de mayor edad también participen en el proceso de aprendizaje de los compañeros de menor edad que hacen parte del aula multigrado. Para esta investigación se implementa un currículo integrado como lo recomiendan los autores y la priorización del trabajo colaborativo en el aula para los diferentes retos.

1.2.2. Students of Primary Education Degree from two European universities: a competency-based assessment of performance in multigrade schools. Comparative study between Spain and Slovenia.⁷

Según Gutiérrez, Hus, Hegediš & Domínguez (2022) el éxito en el proceso de enseñanza y aprendizaje del aula multigrado depende de los conocimientos y habilidades que tengan los docentes en el manejo de las mismas. El objetivo del estudio es indagar en qué medida los estudiantes de licenciaturas en educación primaria de dos entes universitarios, se sienten preparados para enseñar en un aula multigrado, con respecto a la formación recibida.

Marland (2004; citado por Gutiérrez *et al*, 2022) indica que los docentes multigrado deben y necesitan dominar los conocimientos teóricos y didácticos propios de esta modalidad educativa, tales como: *“realizar adaptaciones y diferenciaciones curriculares; implementar diferentes enfoques de enseñanza y agrupación para diversificar las prácticas docentes; centrarse en la enseñanza individualizada; implementar la evaluación diferenciada; y organizar y administrar el tiempo, el espacio y los recursos didácticos de manera efectiva”*⁸.

La clasificación de Miller (1991; citado por Gutiérrez *et al*, 2022) está relacionada con el dominio de seis

⁷ Gutiérrez, M. M., Hus, V., Hegediš, P. J., & Domínguez, S. C. (2022). Students of Primary Education Degree from two European universities: a competency-based assessment of performance in multigrade schools. Comparative study between Spain and Slovenia. *Revista Española de Educación Comparada*, (40), 162-189.

⁸ *Ibidem*. p. 165

áreas que dominan el éxito del docente multigrado en este proceso de enseñanza y que abordan el conocimiento curricular, de contenidos y del contexto: "(1) organización del aula (recursos didácticos y espacios de aprendizaje); (2) manejo y disciplina del salón de clases (rutinas claras del salón de clases); (3) organización educativa, currículo y evaluación (adaptación de la instrucción a las necesidades de los estudiantes); (4) enfoques de enseñanza y agrupación; (5) aprendizaje autodirigido (desarrollo de estudiantes independientes); y (6) planificación y uso de la tutoría entre pares"⁹.

Con respecto a lo anterior, Gutiérrez *et al*, (2022) indican que los futuros educadores presentan mayor dificultad en el dominio no adquirido de la agrupación y estrategias para la instrucción y especialidad que requiere el aula multigrado. Además, más del 50% de los estudiantes de las dos universidades consideran que la formación recibida no les proporciona referentes teóricos-metodológicos para el aula multigrado. Estos autores concluyen que se requiere formación universitaria que contribuya al desarrollo de competencias necesarias para estas aulas. La presente tesis en su concreción práctica tiene en cuenta las recomendaciones teóricas-didácticas-curriculares que debe dominar un docente como el conocimiento curricular, de contenidos y del contexto.

1.2.3. The effect of integrated curriculum (content-based and skill-based) on self-esteem and academic achievement of students in multi-grade classes in Piranshahr¹⁰

Ahmadiabadi & Izan (2022) tienen por objetivo analizar el efecto de aplicar un currículo integrado, relacionado con el nivel de autoestima y progreso académico de los estudiantes de aula multigrado. Los autores expresan que al entrelazar los contenidos se fortalece la motivación, innovación, creatividad,

⁹ Gutiérrez, M. M., Hus, V., Hegediš, P. J., & Domínguez, S. C. (2022). Students of Primary Education Degree from two European universities: a competency-based assessment of performance in multigrade schools. Comparative study between Spain and Slovenia. *Revista Española de Educación Comparada*, (40), p. 166

¹⁰ Ahmadiabadi, A., & Izan, M. (2022). The effect of integrated curriculum (content-based and skill-based) on self-esteem and academic achievement of students in multi-grade classes in Piranshahr. *Quarterly Journal of Education Studies*, 8(31), 52-64.

producción del conocimiento y el aprendizaje significativo. Además, plantean que enseñar de manera eficaz en clases con múltiples niveles depende de las habilidades, conocimientos e iniciativa profesional de los docentes.

Oji Maghanlou et al., (2014, citado por Ahmadiabadi & Izan, 2022) indican que para el sano desarrollo de la personalidad es necesario trabajar la autoaceptación, no solo el autoconocimiento, ya que los sujetos que se sienten indignos se esfuerzan menos por tener éxito y desarrollar tareas. El docente al crear oportunidades prácticas de integración de conceptos interdisciplinarios brinda un ambiente de aprendizaje profundo, motivante y relacionado con la vida de los estudiantes, en otras palabras, se dispone de una experiencia de aprendizaje agradable para los estudiantes (Talkhabi y Safai Rad, 2018; citado por Ahmadiabadi & Izan, 2022).

Los resultados mostraron que el nivel de autoestima y progreso académico de los estudiantes que se formaron con el currículo integrado fue superior al de los estudiantes que se formaron con los enfoques habituales orientados a la materia, separados y unidimensionales. Los currículos entrelazados e integrados son más apropiados según las condiciones y características de las clases multigrado en el país. De esta forma se compensa el tiempo efectivo en el aula, ya que se dispone de un trabajo conjunto con todos los grados, asignaturas y se evita que algunos estudiantes permanezcan pasivos. La integración "orientada al contenido y habilidad" es una forma de proponer la interdisciplinariedad que incentiva la autoestima y progreso académico. Se debe tener en cuenta que con este enfoque existen algunas dificultades como la falta de claridad en los currículos que rige la institución y que no hace distinción para el aula multigrado y la falta de tiempo en la construcción de estas propuestas integradas.

Al ser la presente tesis un modelo pedagógico que busca favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por medio de la motivación hacia un oficio, se hace necesario articular una propuesta integrada como lo sugieren Ahmadiabadi & Izan (2022), incentivando la creatividad,

innovación, nivel de autoestima, motivación y utilidad de las matemáticas en sus vidas.

1.2.4. ¿Cómo evaluar aprendizajes en el aula multigrado? Dilemas y propuestas de docentes rurales.¹¹

Ruiz (2022) señala que el proceso de evaluación de los aprendizajes en aulas multigrado es un tema poco indagado en México. El estudio toma por muestra los estudiantes del curso “Seminario de la evaluación del aprendizaje” de la Especialidad en docencia multigrado, brindada en la Normal Veracruzana en el 2015. El potencial que tiene el aula multigrado recae en el valor pedagógico del docente, del cual depende la didáctica y su adaptación a las dinámicas y características del grupo.

Para Anijovich (2014, citado Ruiz, 2022) el principio de flexibilidad permea tiempos, espacios, currículos, agrupamientos, recursos pedagógicos, materiales y la evaluación. Una evaluación orientada a la mejora de aprendizajes, más que una simple calificación, en otras palabras, una evaluación formativa (EF). Destacan que lo más relevante al implementar procesos de EF es la importancia del diseño y uso de los instrumentos. Una de las opiniones de los docentes de la muestra, es que los instrumentos de evaluación deben *“estar en un formato amigable, de fácil llenado, con un lenguaje apropiado para los alumnos y con instrucciones claras para que no se presenten dificultades, y permita que los esfuerzos se centren [más] en la valoración del desempeño que en el registro”*¹²

Ruiz (2022) afirma que no se trata de excluir a los estudiantes con dificultades, sino de incluirlos a las actividades pensando en diversas formas de organización del grupo para que participen y se sientan vinculados en el proceso. Algunos resultados evidencian que los docentes siguen evaluando de forma tradicional y se presentan bastantes dificultades para el desarrollo y aplicación de una EF en la modalidad multigrado. Además, plantean que, al experimentar diferentes formas de evaluación, se reconocen

¹¹ Ruiz, A. C. (2022). ¿Cómo evaluar aprendizajes en el aula multigrado? Dilemas y propuestas de docentes rurales. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 13, e1556-e1556.

¹² *Ibidem*. p. 15

algunas herramientas como la observación, la autoevaluación y la heteroevaluación que se aplican por medio de instrumentos como el anecdotario, el portafolio, la rúbrica y la lista de control. Ruiz (2022) evidencia que hace falta mucha investigación en temas de evaluación de los aprendizajes multigrado. La presente tesis adapta algunos instrumentos y herramientas para consolidar el proceso de evaluación formativa para la modalidad multigrado, con la implementación del pasaporte, el semáforo del aprendizaje y diagrama de barras apilado.

1.3. Investigaciones sobre proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas en el aula multigrado

Se puede observar de forma general y georreferenciada, algunas de las investigaciones que se han analizado sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas en el aula multigrado, soportada por diferentes bases de datos y revistas reconocidas (ver Figura 3).



Figura 3. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas en el aula multigrado.

1.3.1. Forms of mathematical interaction in different social settings: examples from students', teachers' and teacher–students' communication about mathematics¹³

El trabajo de Nührenbörger y Steinbring (2009) analiza las formas de interacción matemática utilizadas por los docentes y estudiantes en diferentes entornos sociales. Los autores buscan determinar el grado de influencia que, para el aprendizaje de las matemáticas, tienen la comunicación y la socialización entre

¹³ Nührenbörger, M., & Steinbring, H. (2009). *Forms of mathematical interaction in different social settings: examples from students', teachers' and teacher–students' communication about mathematics*. Springer Science+Business Media, 12, 111-132. doi:10.1007/s10857-009-9100-9

educandos y educadores en contextos de aulas multigrado.

De acuerdo con Nührenbörger y Steinbring (2009) el estudio sobre los procesos de interacción permite identificar cómo se desarrollan y modifican las prácticas educativas por parte de los maestros.

De esta manera, Nührenbörger y Steinbring (2009) parten de un enfoque constructivista para analizar dos aspectos, a saber: a) el proceso mediante el cual los estudiantes desarrollan sus conocimientos matemáticos, b) los métodos utilizados por los maestros para evitar que los educandos construyan conocimientos equivocados y para facilitar tanto la interpretación como la apropiación adecuada de los saberes.

Nührenbörger y Steinbring (2009) aplican una metodología cualitativa, y la recolección de la información se realizó por medio de la observación en campo. En el estudio se tuvieron en cuenta tres etapas distintas: a) interacción entre estudiantes antes de la intervención del maestro; b) aprendizaje de los estudiantes con el acompañamiento del docente; y c) las estrategias pedagógicas y didácticas utilizadas por los educadores.

Nührenbörger y Steinbring (2009) destacaron que el aprendizaje de las matemáticas y la apropiación de los conocimientos están condicionados curricularmente por el entorno social. Además de ello, los autores concluyen que las interacciones entre estudiantes y docentes representan una oportunidad para el diálogo de saberes y para la construcción colectiva del conocimiento matemático, pese al rol que desempeñan en el proceso educativo.

Nührenbörger y Steinbring (2009) centran sus esfuerzos en la observación de los procesos educativos, más no en cómo los estudiantes aplican los conocimientos matemáticos adquiridos. Brindan dos criterios epistemológicos que permiten indagar cuáles son los discursos utilizados por los maestros para la enseñanza de las matemáticas, y cómo las interacciones en el aula pueden facilitar el proceso de aprendizaje. Estos criterios se tienen en cuenta en la presente tesis con el diseño metodológico de

investigación-acción, instrumentos y anexos.

1.3.2. Representation of the notion “learning-as-participation” in everyday situations of mathematics classes¹⁴

El artículo de Krummheuer (2010) presenta una discusión teórica y metodológica con respecto a las corrientes educativas que se enfocan en el aprendizaje participativo, pero que, a juicio del autor, no aplican instrumentos cuantitativos para corroborar que estas estrategias pedagógicas sí permiten obtener mejores resultados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Krummheuer (2010) propone un análisis crítico de las interacciones que se dan en las aulas multigrado durante la enseñanza de las matemáticas. El propósito de este estudio es problematizar la efectividad de los discursos educativos y la participación de los docentes y estudiantes desde determinados lugares de enunciación, los cuales, a su vez, son definidos por el rol que ocupa cada uno dentro del aula.

La metodología utilizada por Krummheuer (2010) se fundamenta en enfoques microetnográficos. Así, el autor aplica técnicas como el análisis conversacional, análisis de la argumentación y análisis de la producción y recepción, todo ello a través de videos grabados en aulas multigrado durante las cátedras de matemáticas. La muestra se realizó de manera aleatoria y se escogieron las conversaciones de cuatro estudiantes de tercero de primaria. Cabe mencionar que el artículo de Krummheuer (2010) acierta al cuestionar la metodología de participación en las aulas multigrado, toda vez que, en algunos casos, estas replican modelos de enseñanza tradicionales.

En suma, la mirada de Krummheuer (2010) aporta unas bases teóricas y metodológicas necesarias al momento de estudiar o proponer estrategias pedagógicas en aulas multigrado. El presente trabajo de tesis, tendrá en cuenta diferentes etapas en el proceso de aprendizaje, ello con el fin de que los

¹⁴ Krummheuer, G. (2010). *Representation of the notion “learning-as-participation” in everyday situations of mathematics classes*. *ZDM Mathematics Education*, 43, 81-90. doi:10.1007/s11858-010-0294-1

estudiantes pasen de la imitación a la autonomía, en donde aspectos como la interpretación, la aplicación y la formulación de nuevos conocimientos están en un primer plano.

1.3.3. Yoltocah¹⁵

El trabajo de Rockwell y Rebolledo (2017) es una propuesta didáctica y metodológica dirigida a los maestros de escuelas multigrado. Las estrategias fueron diseñadas a partir de las ventajas y desventajas del aula multigrado, para ser aplicadas en escuelas rurales mexicanas. El propósito es brindar más herramientas pedagógicas a los docentes y mejorar la calidad educativa en entornos multigrados que no consideran la heterogeneidad de los grupos.

Rockwell y Rebolledo (2017) definieron 20 temas del campo de la comunicación, el lenguaje y el pensamiento matemático. Sobre cada uno de esos, las autoras elaboraron una estrategia didáctica específica para la apropiación de dichos contenidos por parte de los estudiantes.

Vale señalar que cada estrategia didáctica diseñada propone cuatro versiones distintas que varían de acuerdo con las necesidades educativas que surjan de la heterogeneidad del grupo. Además, para el caso del pensamiento matemático, Rockwell y Rebolledo (2017) sostienen que el diseño didáctico se fundamentó en el “desarrollo progresivo de conceptos y habilidades”, es decir, con base en el modelo de *currículo espiral* propuesto por Jerome Bruner en 1960. Este modelo en espiral basado en el diseño didáctico y algunas de sus características, son tomados para la elaboración del modelo pedagógico y secuencias didácticas de la presente tesis.

1.3.4. Una clase de matemáticas sobre problemas de aplicación, en una escuela multigrado unitaria. Un estudio de caso¹⁶

¹⁵ Rockwell, E., & Rebolledo, V. (2017). Yoltocah. Estrategias didácticas multigrado.

¹⁶ Reséndiz, L., Block, D., & Carrillo, J. (2017). Una clase de matemáticas sobre problemas de aplicación, en una escuela multigrado unitaria. Un estudio de caso. *Educación matemática*, 29(2), 99-123.

Reséndiz, Block y Carrillo (2017) analizan las estrategias pedagógicas utilizadas por una maestra de escuela multigrado para enseñar matemáticas, a estudiantes de primero a quinto de primaria. Con este estudio, los autores pretenden aportar a la comprensión de los desafíos que enfrentan los docentes en este tipo de planteles educativos.

El planteamiento metodológico de Reséndiz et al. (2017) partió de la pregunta sobre cuáles son las estrategias utilizadas por una maestra multigrado para enseñar matemáticas. Reséndiz et al. (2017) destacaron que la maestra objeto de estudio plantea un mismo problema matemático para todos los estudiantes, pero propone diferentes soluciones de acuerdo con las habilidades de cada educando: *“Los problemas que la maestra ofrece a los alumnos presentan una diversidad de características, en cuanto a contexto, forma de presentar los datos, número de etapas y estructura semántica”*¹⁷. Además de ello, Reséndiz et al. (2017) encontraron que los criterios de la maestra para seleccionar los problemas matemáticos tenían que ver con *“el tipo de operación, la naturaleza de las cantidades (naturales, fracciones o decimales), el número de operaciones, y el hecho de que los datos pueden estar o no en el enunciado”*¹⁸.

Otra de las estrategias utilizadas por la maestra tiene que ver con la organización de la clase. Así, la docente organizó a los estudiantes por filas de acuerdo al grado al que pertenecieran. También dividió la clase en dos etapas: en la primera, participaban todos los estudiantes; en la segunda, se desarrollaban actividades de acuerdo al grado (Reséndiz et al., 2017). De igual manera, Reséndiz et al. (2017) encontraron que la maestra prestaba tres tipos de apoyos para la solución de los problemas, a saber: a) ayudas para aclarar el problema, b) ayudas para determinar el procedimiento, c) y acompañamiento de principio a fin (comprensión, procedimiento y solución del problema). Todos estos apoyos se brindan de

¹⁷ Reséndiz, L., Block, D., & Carrillo, J. (2017). Una clase de matemáticas sobre problemas de aplicación, en una escuela multigrado unitaria. Un estudio de caso. *Educación matemática*, 29(2), p.107.

¹⁸ *Ibíd*em p.110

manera individual y grupal. Ésta tesis tiene en cuenta algunos criterios de la maestra para las actividades diferenciadas como la naturaleza del número, la gestión en el aula, entre otros.

1.3.5. An interactionist perspective on mathematics learning: conditions of learning opportunities in mixed-ability groups within linguistic negotiation processes¹⁹

El artículo de Jung y Schütte (2018) expone un marco teórico y metodológico que se centra en los procesos de interacción en aulas multigrado para mejorar el aprendizaje de las matemáticas. Este trabajo aplica una perspectiva interaccionista al análisis de las situaciones educativas.

Jung y Schütte (2018) entrelazan conceptos propios de la sociología y del enfoque constructivista para brindar un sustento teórico a su estudio. Además de ello, con este punto de partida epistemológico, los autores buscan facilitar la comprensión de las condiciones que influyen en el aprendizaje matemático, especialmente en grupos escolares conformados por estudiantes con habilidades y edades mixtas.

La investigación realizada por Jung y Schütte (2018) es de tipo cualitativo, cuyo enfoque es el análisis interaccional. La información recolectada fue por medio de videos filmados en aulas multigrado de escuelas de primaria alemanas. Con los datos obtenidos, los investigadores realizaron un estudio comparativo para determinar los mecanismos de negociación de sentidos utilizados por los estudiantes, quienes, a su vez, contaban con habilidades distintas en cuanto al conocimiento de las matemáticas.

Los resultados del análisis hecho por Jung y Schütte (2018) demostraron que tanto la interacción social como las negociaciones lingüísticas entre los estudiantes representan oportunidades pedagógicas y didácticas oportunas para mejorar la apropiación de los conocimientos matemáticos. Además de ello, los autores sostienen que la cooperación asimétrica (es decir, entre estudiantes de diferentes edades y habilidades) puede ser un motor para que el docente desarrolle procesos de aprendizaje más específicos,

¹⁹ Jung, J., & Schütte, M. (2018). *An interactionist perspective on mathematics learning: conditions of learning opportunities in mixed-ability groups within linguistic negotiation processes*. Springer, 1-11. doi:<https://doi.org/10.1007/s11858-018-0999-0>

que potencien las capacidades de educandos destacados, y que, al mismo tiempo, sirvan como herramienta para mejorar el rendimiento de estudiantes con menor dominio de las matemáticas (Jung y Schütte, 2018).

La alternativa metodológica de Jung y Schütte (2018) es adecuada para que los procesos educativos sean aprovechados, tanto las asimetrías etarias como las habilidades matemáticas de los estudiantes se tienen en cuenta para el presente trabajo de investigación, ya que de esta forma el aprendizaje se va fortalecido en aspectos como la interacción y la resolución de problemas, por medio de preguntas heurísticas que obligan al educando dar su opinión argumentando los procesos y resultados.

1.3.6. Multi-Grade Intermediate Mathematics Teaching Schemes: The Case of Education in the District of Tublay, Benguet²⁰

Los autores Belleza y Feliciano (2018) definen el aula multigrado como un proceso de enseñanza que requiere un método sistemático para lograr atender las necesidades de aprendizaje de todos los alumnos. Según Tadaoan (1997, citado por Belleza y Feliciano 2018) las matemáticas son la “reina del conocimiento”. *“El contexto se define como un lugar, situación o conjunto de condiciones de los estudiantes filipinos que pueden influir en su estudio y uso de las matemáticas para desarrollar el pensamiento crítico y las habilidades para la resolución de problemas”²¹.*

El estudio tiene como objetivo determinar el conocimiento y la aplicación de los docentes multigrado de los diferentes esquemas de enseñanza de las matemáticas. Estos planes se han clasificado en cuatro (A, B, C, D) dependiendo del objetivo de la clase, siendo los más aplicados los esquemas A y D. El esquema

²⁰ Belleza, J. A., & Feliciano, E. L. (2018). Multi-Grade Intermediate Mathematics Teaching Schemes: The Case of Education in the District of Tublay, Benguet. *Mountain Journal of Science and Interdisciplinary Research (formerly Benguet State University Research Journal)*, 78(2), 115-136.

²¹ *Ibidem* p. 117.

A sugiere tratar los grados combinados como una clase de un solo grado. En el esquema D los maestros no necesitan reorganizar las competencias de ninguno de los niveles de grado al que van a combinar y se trabajan todos los grados independientes. Los profesores involucrados en el estudio afirman que los Esquemas A y D son adecuados para las condiciones que presenta la estructura de las matemáticas, donde los objetivos y competencias en el currículo están escritos de una manera más específica.

Además, Belleza y Feliciano (2018) proponen para los docentes que enseñan matemáticas en varios grados, utilizar el esquema de tareas múltiples de matemáticas (MMTS), mostrando que hay competencias en matemáticas que no tienen puntos en común, lo cual necesita un proceso de enseñanza aprendizaje por separado. Para el desarrollo de la presente tesis se tendrán algunos criterios importantes tomados del esquema A y algunas tareas múltiples propuestas en el MMTS, que se implementarán desde la planeación tomando la propuesta general con actividades diferenciadas.

1.3.7. Ambientes de aprendizaje colaborativos y herramientas matemáticas para la resolución de problemas en multigrado²²

Jiménez (2020) presenta distintas estrategias didácticas utilizadas en su quehacer como docente, en las cuales se usaron herramientas matemáticas para que los estudiantes de escuela multigrado aprendieran a resolver problemas aritméticos en ambientes colaborativos. Define los ambientes de aprendizaje como *“escenarios donde interactúan y se relacionan al mismo tiempo una serie de elementos y factores que propician un aprendizaje específico”*²³. Dichos elementos tienen que ver con las condiciones físicas y materiales de las escuelas, los modelos pedagógicos aplicados por los docentes y la pertinencia curricular.

²² Jiménez, D. I. (2020). Ambientes de aprendizaje colaborativos y herramientas matemáticas para la resolución de problemas en multigrado.

²³ Ibídem p. 53.

Para desarrollar el trabajo, Jiménez (2020) aplicó una metodología cualitativa de tipo descriptiva. Asimismo, el método seleccionado fue la Investigación-Acción, ya que este permite *“al docente entrar a una faceta investigadora de la mano de su intervención y por consiguiente brinda herramientas de autodesarrollo profesional”*²⁴.

De tal manera, en la primera etapa de la investigación Jiménez (2020) define como propósito principal el desarrollo de ambientes de aprendizaje aptos tanto para él como docente, como para los 52 estudiantes. Jiménez (2020) diseñó y aplicó secuencias didácticas enfocadas en el trabajo colaborativo para la solución de problemas matemáticos.

Los resultados muestran que la implementación de un modelo de trabajo colaborativo permite que los estudiantes definan objetivos de aprendizaje comunes pese a las diferencias de edad y grado académico. Además de ello, Jiménez (2020) sostiene su participación como investigador activo-docente que le permite modificar sus propias estrategias didácticas y pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas.

La propuesta de Jiménez (2020) está vinculada a la presente tesis, ya que brinda un sustento tanto metodológico como teórico para los docentes de aulas multigrado que, en su ejercicio diario, aplican modelos pedagógicos y didácticos específicos para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

1.3.8. Mixed-age teaching and mastery approaches to mathematics²⁵

Boyd (2020) brinda por medio de un análisis documental el proceso de enseñanza y aprendizaje de la

²⁴ Jiménez, D. I. (2020). Ambientes de aprendizaje colaborativos y herramientas matemáticas para la resolución de problemas en multigrado. p. 66.

²⁵ Boyd, P. (2020) Mixed-age teaching and mastery approaches to mathematics. Teacher Education Advancement Network Journal (TEAN), 12 (1). pp. 4-15.

matemática en aulas de edades múltiples y ofrece criterios sobre la “enseñanza para el dominio”, tomado como política nacional en Inglaterra para incentivar el proceso en estas aulas. El objetivo principal de la investigación es proporcionar evidencia actual para ubicar algunos procesos en relación con los enfoques de dominio, para la enseñanza de la matemática en aulas de estudiantes con diferentes edades. En este estudio se muestran tres aspectos claves que ofrecen oportunidades y desafíos para los maestros, estos son: la expectativa de éxito de los estudiantes, la profundidad de la temática y la enseñanza para la clase mixta.

El Centro Nacional por Excelencia en la enseñanza de la Matemática –NCETM (2020), en respuesta a estas solicitudes y necesidades que tienen los docentes de aulas mixtas, ha brindado estas cinco ideas relacionadas para la enseñanza del dominio: coherencia; representación y estructura; pensamiento matemático; variación; y fluidez (Trundley et al., 2016, citado por Boyd 2020).

Smit & Engeli (2015, citado por Boyd 2020) recomiendan 7 estrategias para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en aulas para edades múltiples: (1) el papel del maestro facilitador y entrenador (2) instrucción diferenciada, (3) salón de clases socialmente colaborativo, (4) agrupación flexible, (5) tema de aprendizaje general, (6) la calidad de las tareas de aprendizaje, (7) evaluación formativa.

A pesar que muchas investigaciones brindan algunas estrategias y recomendaciones, según los resultados obtenidos por Boyd (2020), indica que no es tan simple recopilar estos enfoques de enseñanza debido a su gran diversidad y variación. Aclarando que no se han tenido en cuenta otros aspectos serios como la sobrecarga de trabajo del maestro, la adopción de esquemas de libros y el conocimiento didáctico y de contenido del maestro al enseñar matemáticas.

Este estudio señala la necesidad de investigación y acompañamiento profesional y de recursos didácticos a los docentes de matemáticas de aulas con edades mixtas. Igualmente destacó la necesidad de redes y colaboración entre escuelas debido al aislamiento de los maestros en las escuelas pequeñas y rurales.

Esta investigación aporta estrategias y procesos desarrollados por educadores matemáticos en aulas de edades múltiples que brinda bases sólidas en la “enseñanza para el dominio”, fortaleciendo las diferentes aplicaciones que tienen los conceptos matemáticos desde los diferentes oficios.

1.3.9. Valoración de docentes multigrado sobre un marco que orienta el diseño de unidades STEM integradas²⁶

Jiménez, Medina, Castro, Chávez y Castrelo (2022) exploran la metodología STEM para aulas multigrado. El objetivo de la investigación es valorar la propuesta STEM en cuanto a viabilidad y pertinencia en este tipo de aulas. Implementaron a lo largo de las sesiones grupos focales y se aplicaron encuestas a los docentes multigrado. STEM integradas tiene el potencial de fortalecer la construcción de un aprendizaje significativo y profundo, pero la creación de estas actividades implica que el docente tenga un conocimiento y gran manejo de esta metodología (Chalmers et al, 2017, citado por Jiménez et al, 2022).

El reto es proponer algunas unidades STEM integradas bien conceptualizadas, aportando a la enseñanza y aprendizaje a nivel interdisciplinario, ofreciendo a los docentes multigrado dinámicas en las cuales se pueda visualizar un currículo flexible, enmarcado una propuesta general con actividades diferenciadas.

Jiménez et al, (2022) organizan tres fases para el proceso, la primera llamada estructura de integración en la cual se abordan cuatro componentes: elección de un tema, selección de la gran idea, identificación de los componentes STEM y su progresión para cada disciplina, y la evaluación de la coherencia a los objetivos. La segunda planificación general se desarrolla en cuatro etapas: reorganización de aprendizajes curriculares asociados a la idea preliminar, la diferenciación del contenido, la elaboración de una ruta de aprendizaje y la evaluación de las decisiones de la segunda fase. Para la tercera y última fase llamada actividades STEM diferenciadas, se contemplan cinco componentes: la actividad preliminar,

²⁶ Jiménez, R., Medina, J., Castro, A., Chávez, D., & Castrelo, N. (2022). Valoración de docentes multigrado sobre un marco que orienta el diseño de unidades STEM integradas. *Revista científica*, (45), 328-344.

central, de exploración, de consolidación y la evaluación de la fase.

Aunque la educación STEM se torna desafiante a nivel curricular, para el aula multigrado resulta ser algo favorable, ya que invita a integrar conocimientos. El reto consiste en estructurar esta forma de trabajo para darle orden y sentido (Jiménez et al, 2022).

Según Jiménez *et al*, (2022) algunos resultados a tener en cuenta en la propuesta de investigación son: (1) coherencia y pertinencia, (2) inclusión en el aula, (3) flexibilización del currículo, y (4) circulación de saberes y trabajo colaborativo. Algunos docentes manifiestan la preocupación con la gestión del tiempo y la cobertura curricular que deben tener en cuenta desde los establecimientos educativos. La presente tesis tiene en cuenta muchos aspectos y componentes dentro de su marco teórico y en la elaboración de las actividades, fortaleciendo la propuesta general interdisciplinaria diferenciada.

1.3.10. La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado de primaria: Una caracterización²⁷

Parra y Rojas (2022) en su investigación realizan una caracterización del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado por medio de un enfoque cualitativo usando la metodología del análisis documental. Para la investigación se utiliza como muestra la revisión de la literatura en los últimos 10 años de bases de datos reconocidas, la búsqueda de diferentes eventos entre congresos, simposios, conferencias (entre otros), la encuesta a 15 docentes de aula multigrado de 3 secretarías certificadas del departamento del Huila (Colombia) y la entrevista a 18 expertos entre educadores matemáticos y educadores del aula multigrado.

Parra y Rojas (2022) por medio del software Atlas.ti construyen una triangulación de todos los aportes

²⁷ Parra, M. E., & Rojas, O. J. (2022). La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado de primaria: Una caracterización. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática(REVIEM)*, 2(3), e202208. <https://doi.org/10.54541/reviem.v2i3.35>

anteriores, evidenciando algunas categorías identificadas por su mayor frecuencia e importancia, como: la falta de capacitación y orientación a los docentes multigrado, son limitadas las estrategias y técnicas de resolución de problemas para el aula multigrado, se sustentan en enfoques constructivistas (Piaget, Método Montessori, educación matemática realista y teoría de las situaciones didácticas), el juego como estrategia de aprendizaje y la resolución de problemas tiene un impacto positivo en la vida de los estudiantes.

Parra y Rojas (2022) destacan en las encuestas a docentes de aula multigrado el diseño de la clase de forma general con actividades diferenciadas, el uso del material del medio (renovables, ambientales y diferentes materiales) desarrolla la creatividad y facilitan un aprendizaje significativo. Además, resaltan el papel de los juegos, de situaciones problemas del contexto y proyectos en las que se ha logrado el objetivo trabajando de forma general con actividades diferenciadas.

En las entrevistas, Parra y Rojas (2020) plantearon 6 preguntas a los expertos referentes al aula multigrado frente a la concepción, potencialidades, recursos didácticos, alternativas pedagógicas y procesos de evaluación. Se concluye que esta investigación enmarca un diagnóstico de las aulas multigrado frente al proceso de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es importante conocer la problemática, sus fortalezas, dificultades y sugerencias de los expertos, así mismo partir con ideas claras y propuestas puntuales para contribuir en este proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado. La situación analizada sobre la enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado en la investigación constituye la base para la presente tesis y en la elaboración de las actividades.

1.4. Investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática en los oficios a través de aulas multigrado

En este epígrafe se identifican algunas de las investigaciones sobre el proceso de enseñanza de las matemáticas, las cuales se vinculan al trabajo de los oficios en el aula multigrado, diferente a las labores

agrícolas. Teniendo en cuenta que la palabra oficios, se vincula a cualquier actividad laboral orientada a la preparación empírica, técnica o profesional.



Figura 4. Investigaciones sobre matemática en los oficios para aulas multigrado.

1.4.1. Saberes geométricos en trabajos de oficio en comunidades rurales²⁸

El artículo de Bastardo y Vincent (2014) enfatiza sobre la aplicación de saberes geométricos en trabajos de los oficios de la comunidad (confección, albañilería y carpintería) mostrando el interés y algunas ideas de cómo el trabajador de estos oficios hace uso de la geometría elemental, para así mismo poder replantearse éste hallazgo en la escuela, que sea motivante y aplicativo para los estudiantes. El objetivo de esta investigación es caracterizar con ayuda de los estudiantes, algunos trabajos de oficio desde la perspectiva de la geometría en comunidades rurales para su uso en la enseñanza. Se trabajó con tres trabajadores de oficio de la comunidad de San Antonio de Capayacuar del estado Monagas, Venezuela. Como técnicas se usaron la observación y la entrevista y como instrumentos el cuaderno de notas. Dentro de sus resultados, resaltan la importancia de este proceso de enseñanza y aprendizaje, en el cual los estudiantes se vuelven autores y actores de situaciones en las que se puede matematizar, que están en su entorno, conectando la educación a profesiones o tareas propias de estas zonas rurales. Estos aspectos e intereses de los estudiantes a los oficios, se usan como pretexto dentro de la tesis. Como recomendación se destaca la necesidad de construir un currículo adaptado a zonas rurales.

Conclusiones del Capítulo 1

En este capítulo se hace una investigación documental georreferenciada para alcanzar un manejo crítico

²⁸ Bastardo, J. L., & Vincent, R. J. (2014). Saberes geométricos en trabajos de oficio en comunidades rurales. *Educere*, 18(61), 565-573.

sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática a través de la resolución de problemas retadores en el aula multigrado y su enfoque en los oficios a nivel mundial.

Se puede evidenciar que, en las zonas rurales, el número de sedes o instituciones educativas en contraposición a la población estudiantil atendida contiene una alta dispersión poblacional. Esto conlleva a brindar un sistema educativo en algunas instituciones de educación inicial, primaria, secundaria y media, llamada aula multigrado. En la cual un docente se encarga simultáneamente de orientar sus clases a los estudiantes de diferentes grados.

Frente a los resultados educativos de las investigaciones analizadas, se puede ver las necesidades, dificultades y fortalezas que tienen estos tipos de aulas, en particular para el área de matemáticas. Las investigaciones revisadas confirman la necesidad de un cambio en el uso de metodologías tradicionales pasivas, dificultades en las propuestas en cuanto a planes y programas sobrecargados, carencia de materiales, calendarios de evaluación poco adaptables, y falta de orientación docente para manejar la heterogeneidad etaria, ritmos de aprendizaje y conocimiento didáctico del contenido.

La revisión de la literatura sobre la temática investigada permite concluir con las tendencias sobre la enseñanza aprendizaje de la matemática en el aula multigrado. A continuación, se mencionan cada una de ellas y una muestra de sus representantes:

En el aula multigrado la interacción entre los individuos es necesaria para el aprendizaje de diferentes edades y conocimientos (Jung, Friesen & Schutte 2018; García y Trejo 2018; Friesen & Schutte 2020; Santos 2020). *Capacitación y orientación a docentes multigrado* (Zamora y Mendoza 2018; Belleza y Feliciano 2018; Matshidiso 2018; Culebro y Martínez 2019; Condori 2019; Jiménez y Espinoza 2019; Suarez 2020; Jiménez 2020; Bonilla 2020). Esto conlleva a que la gran mayoría de docentes posean dificultad a la hora de planear la clase multigrado en matemáticas.

Propuesta de modelos que permitan favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje del aula multigrado

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

El aula multigrado, ha sido definida e implementada desde muchos enfoques y diversos contextos, requiriéndose definir desde su implementación, importancia y prevalencia a través del tiempo. El proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado se acompaña de aspectos vitales en aras de lograr la construcción del conocimiento (ver Figura 6).

La investigación se sustenta en los siguientes referentes teóricos: fundamentos filosóficos y psicopedagógicos, Educación Matemática Realista, análisis interaccional basados en la construcción de un aprendizaje autónomo y la construcción de significado “Sensemaking” a través de los oficios, la teoría de la resolución de problemas basada en problemas matemáticos retadores y STEM Plus propiciando un desarrollo interdisciplinario



Figura. 6. Esquema Marco Teórico Aula Multigrado.

2.1. Fundamentos filosóficos y psicopedagógicos

Como profesionales de la educación matemática, nuestro deber es interesarnos y conocer la historia de la filosofía y la epistemología, puesto que dan las bases o soportes para entender qué es y cómo se logra el conocimiento. La epistemología de la educación matemática, enseña que hay diversos caminos y puntos de vista, pero indudablemente se reconoce que es una ciencia empírica que guiada por el docente de forma libre, creativa y constructiva, puede lograr la consolidación del conocimiento matemático y futuros investigadores de la disciplina.

Lakatos (1963) uno de los más reconocidos educadores matemáticos, en sus trabajos se esfuerza por

desterrar la imagen clásica del desarrollo matemático como una acumulación de verdades. Lakatos demuestra que la matemática crece a través del proceso, de la mejora sucesiva de hipótesis creativas a través de los intentos de «probarlas» y las sucesivas críticas a dichos intentos, es la lógica de su libro “Pruebas y refutaciones”, mostrando que la matemática se forma de manera heurística.

Para Davis & Hersh (1998) la epistemología de las matemáticas se consolida al reconocer las grandes transformaciones que brinda la historia de la matemática, abriendo espacios para la crítica, pruebas y construcción. Esto significa aceptar la legitimidad de las matemáticas tal como es: falible, corregible y significativa (Davis & Hersh 1998; Lakatos 1963, entre otros).

Por esta razón, la sociedad necesita educadores matemáticos capaces de abrir estos espacios, de transformar la educación, de cuestionarse, de valorar a cada estudiante y potencializar en él o ella, la expresión, comunicación, argumentación, razonamiento, el amor y gusto por aprender para que el conocimiento le sea útil y ayudar a la sociedad. El aula multigrado es una especie de laboratorio, donde se pueden implementar muchas construcciones, llenas de refutaciones y significados.

El aula multigrado genera una nueva concepción en la escuela y en la educación. Según Gaviria y Colbert (2017) esta *“surgió en los movimientos europeos a finales de los años 1800 y comienzos de los años 1900 con pedagogos, psicólogos, pensadores y educadores de la corriente de una nueva pedagogía: John Dewey (1859-1952), Estados Unidos; Maria Montessori (1870-1952), Italia; Decroly (1871-1932), Bélgica; Lev Vigotsky (1896-1934), Rusia; Jean Piaget (1896-1980) y Adolphe Ferriere (1879-1980), los dos de Suiza, entre otros”*²⁹.

Según Dewey (citado por Sáenz, 2004) se debe tener en cuenta que para enseñar no solo se requiere contar con formación en la disciplina, sino que se debe conocer la manera en la que se pueden alcanzar

²⁹ Gaviria, M. C., & Colbert, V. (2017). *Historia de Escuela Nueva En Colombia: Una renovación pedagógica para el siglo XXI*. Fundación Escuela Nueva. p. 49

los objetivos de la enseñanza y aprendizaje. Es de destacar que este proceso cultiva en cada ser que aprende, la duda, el querer aprender, entender, saber comunicarse, trabajar en equipo, crear, y contribuir en aspectos que beneficien a esta sociedad.

Como lo expresa Dewey (citado por Sáenz, 2004) "*Si una experiencia provoca curiosidad, fortalece la iniciativa y crea deseos y propósitos. Cada experiencia es una fuerza en movimiento*"³⁰, esto implica que uno de los papeles más importantes, es el del maestro, ya que con su orientación, organización, competencias, gestión y acuerdos, reconoce que cada experiencia es una herramienta valiosa. De esta manera, la escuela nueva de Dewey, es un grupo o comunidad mantenida por la participación de actividades en común, siempre respetando la individualidad, los procesos, los acuerdos, los roles y la democracia.

De acuerdo con Vigotsky (1979) las tendencias investigativas en psicología infantil de principios del siglo XX centran su atención en el desarrollo cognitivo, pero desde un enfoque botánico y zoológico. En otras palabras, los estudios limitaban el aprendizaje a aspectos biológicos, y no tenían en cuenta variables como la interacción social y el uso del lenguaje.

Para Vigotsky (1979), el desarrollo es un proceso social que comienza con el nacimiento y es asistido por adultos u otros agentes considerados más competentes para manejar los lenguajes, habilidades y tecnologías disponibles en el espacio cultural. En este sentido, el desarrollo está protegido o favorecido por la cooperación de terceros y tiene lugar en torno a la zona de desarrollo próximo, que define la actividad intelectual "embrionaria o inmadura". La zona de desarrollo próximo es una estructura hipotética que expresa las metas que el niño puede alcanzar de manera independiente y la mediación entre él y una persona más competente en la formación del concepto (Vigotsky, 1979).

³⁰ Sáenz, J. (2004). John Dewey: Experiencia y educación. p.81

La zona de desarrollo próximo no es más que la distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver problemas de forma independiente y el nivel potencial de desarrollo para resolver problemas bajo la guía de un adulto o en cooperación con otros, Vigotsky (1979).

Este concepto puede explicar la brecha entre los individuos y la sociedad en la resolución de problemas y tareas, y es completamente de naturaleza cognitiva. En este espacio, a través de la interacción social, se produce una transición de la regulación interpsicológica a la intrapsicológica, concepto clave en la psicología de Vigotsky. De esta forma, se cree que el aprendizaje estimula y activa diferentes procesos mentales que se dan en el marco de las interacciones con los demás, que se dan en diferentes contextos y siempre están mediados por el lenguaje. Estos procesos reproducen en cierta medida estas formas de interacción social, que se interiorizan durante el aprendizaje social hasta convertirse en patrones de autorregulación. Para Vigotsky (1979) el comportamiento humano utiliza herramientas sociales como mediadores para darle al comportamiento su forma básica. Las acciones de la lógica matemática tienen sus orígenes socioculturales.

Vigotsky (1979) plantea que a través del lenguaje los individuos no solo interactúan con su entorno, sino que también lo dominan. Por eso, en el proceso de desarrollo cognitivo de los niños y niñas, el acto de hablar no es únicamente enunciativo, sino que acompaña a las propias acciones necesarias para solucionar un problema: *“Cuanto más compleja resulta la acción exigida por la situación y menos directa sea su solución, tanto mayor es la importancia del papel desempeñado por el lenguaje en la operación como un todo”*³¹.

Ahora bien, según señala Vigotsky (1979), el desarrollo cognitivo de un individuo depende más de cómo utiliza el lenguaje para interactuar con el mundo exterior (y, por lo tanto, construir significados), que del propio proceso escolar: *“Aprendizaje no equivale a desarrollo; no obstante, el aprendizaje organizado se*

³¹ Vigotsky, L. S. (1979). El desarrollo de las funciones psíquicas superiores. *Barcelona: Crítica*. p. 49

*convierte en desarrollo mental y pone en marcha una serie de procesos evolutivos que no podrían darse nunca al margen del aprendizaje. Así pues, el aprendizaje es un aspecto universal y necesario del proceso de desarrollo culturalmente organizado y específicamente humano de las funciones psicológicas*³².

Los procesos psicológicos superiores, según Vigotsky (1979) parten de la premisa de que el hombre por naturaleza es un ser social, es un resultado de la sociedad. Estos procesos son capacidades que solo los seres humanos tienen, como la capacidad de razonar, pensar y comunicarnos (lenguaje). En otras palabras, estas funciones psíquicas superiores nacen de las interacciones, en ese proceso de actividad y comunicación.

El primer proceso psicológico superior es el pensamiento. El análisis, la síntesis, la generalización y la abstracción, son elementos primordiales en el pensamiento. Las funciones del lenguaje sirven para expresar lo que deseamos y comunicar lo que sentimos.

Por todo lo anterior, es importante considerar los trabajos de Vigotsky para el aula multigrado ya que es un proceso de enseñanza y aprendizaje que cuenta con mucha interacción social, diferentes habilidades y niveles de conocimiento. Ésta investigación relacionada con el aula multigrado constituye un puente innovador que una la brecha entre los individuos y la sociedad, referente a la resolución de problemas y así poder alcanzar de manera independiente la mediación entre estudiante y una persona más competente (la zona de desarrollo próximo).

2.1.1. Referentes y planificación en el aula multigrado

El aula multigrado se basa en un modelo de educación en el cual asisten estudiantes de varios grados y son atendidos por un docente de forma simultánea. Estas aulas fueron impulsadas oficialmente a comienzos de 1961 en la declaración emitida por Ministros de Educación en Ginebra, Suiza (MEN, 2010).

³² Vigotsky, L. S. (1979). El desarrollo de las funciones psíquicas superiores. *Barcelona: Crítica*. p.53

La UNESCO y otras organizaciones en 1990, con el objetivo de llevar la educación, a las áreas rurales con baja densidad en su población, promovió la expansión y la calidad del aprendizaje, a través del movimiento mundial llamado Educación para Todos (Unicef, 2009).

Colombia fue pionera apoyada por la UNESCO de América Latina con su Modelo Escuela Nueva, según Psacharopoulos (1996). En el cual se plantea un cambio de la metodología tradicional de enseñanza, aplicando estrategias como los Microcentros, seminarios, material exclusivo para esas aulas diseñadas por maestros, basados en un currículo aplicado al campo, con un sistema de promoción flexible, facilitando el trabajo docente (instructor) y los estudiantes aprendían enseñando a sus compañeros (enseñanza entre pares). Los estudiantes y docentes podían llevar el proceso o seguimiento de aprendizaje a través de bitácoras.

Los investigadores y defensores de la escuela multigrado como Little (2005) señalan que el fundamento epistemológico es el constructivismo y que el aprendizaje está centrado en el estudiante. Por esta razón los principios se basan en aprendizaje: participativo, democrático e investigativo.

Uno de los objetivos del trabajo en la escuela se relaciona a qué se planifica para el área multigrado. Lingam (2007, citado por Brown 2010), arguye que los docentes de aula multigrado tienen un mayor desafío en el proceso de enseñanza y aprendizaje, que exige una estructura particular en los planes de estudio, el desarrollo didáctico, disciplinar y las estrategias de evaluación. Opinan lo mismo, Pridmore y Little (2006), estos autores proporcionan 4 estrategias claves para la adaptación curricular multigrado, cada una de ellas apoyadas desde el trabajo en grupo:

- Distribuir los planes de estudio en dos o tres grados y los estudiantes participan de temas y actividades en común.
- Un plan de estudios con actividades diferenciadas, en donde los temas sean abordados a partir de la misma temática general.

- Organizar el aula por grupos de grados.
- Construir las guías de aprendizaje en guías de autoaprendizaje, en donde los estudiantes trabajen a su propio ritmo y realicen tareas de evaluación estructuradas.

Para esta investigación se propone un plan de estudios que se aborda desde la misma temática general, con actividades diferenciadas por medio de secuencias didácticas, apoyadas en propuestas teóricas como el Aprendizaje en espiral (Bruner 1960). El aprendizaje en espiral de Bruner (1960), parte desde la base que los estudiantes no aprenden siempre en un camino directo, ni a la primera explicación. El objetivo de este aprendizaje en espiral es que profundicen sus conocimientos de manera progresiva, generando un conocimiento especializado.

Es importante ir retomando gradualmente los niveles de complejidad, siempre partiendo desde la intuición. Las secuencias didácticas organizan la idea anterior e igualmente se relacionan los temas de las diferentes disciplinas. Estas son oportunidades de un aprendizaje en espiral, haciendo parte de un aprendizaje integrado, graduado, inclusivo, muy conveniente para el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado.

Para lograr esto, se puede comenzar con conceptos muy simples que se vuelven más complejos a medida que los estudiantes avanzan. Esto es factible dada la posibilidad de que el currículo en espiral se pueda adaptar al número de estudiantes. Para que todos puedan progresar y comprender mejor los conceptos de la materia.

El requisito de Bruner (1960) para plantear este aprendizaje en un currículo, llamado "currículo en espiral", es que los estudiantes inicialmente sientan curiosidad para ampliar su conocimiento y volver a lo que han aprendido razonando y verificando sus propias conclusiones.

La aseveración de Bruner más recordada fue: *"cualquier asignatura puede ser enseñada eficientemente*

en una forma intelectualmente honesta a cualquier niño en cualquier nivel de desarrollo"³³.

Por esta razón, el desafío es lograr articular ese nivel de intelectual para cada uno los estudiantes multigrado en su escala de desarrollo, partir de la premisa que cualquier asignatura particularmente las matemáticas se pueden llevar de la mano, de forma guiada, interactiva y motivante.

A la hora de organizar una clase, se tendrán en cuenta las siguientes etapas como insumo a la organización del plan de aula: objetivo de aprendizaje, justificación, materiales, momentos de la clase.

Para el aula multigrado se proponen las siguientes orientaciones pedagógicas en los momentos de la clase para el plan de aula.

Tabla 1. Propuesta momentos de la clase multigrado³⁴

MOMENTOS DE LA CLASE MULTIGRADO
<i>Momento A: Exploración. Activación de saberes previos y motivación.</i>
<i>Momento B: Práctica y Estructuración. Acciones de aprendizaje según el uso de materiales educativos y el objetivo de aprendizaje. Relaciona el objetivo de aprendizaje con el contexto en el que se encuentran los estudiantes. Se presenta el tema. Se contemplan para su construcción los EBC, los DBA y las evidencias de la matriz de referencia.</i>
<i>Momento C: Transferencia. En este momento el docente planea cómo los estudiantes van a socializar y transferir lo comprendido durante la actividad con el fin de constatar si se logró el objetivo de aprendizaje.</i>
<i>Momento D: Valoración y cierre. Evaluación formativa</i>

Puntualmente para el área de matemáticas en aulas multigrado se recomienda tener en cuenta algunas ideas puntuales a la hora de desarrollar un trabajo diferenciado, como, por ejemplo, tener en cuenta el tipo de operación, la naturaleza del número y el número de operaciones (Reséndiz, Block & Carrillo, 2017; Broitman, Escobar y Sancha, 2021). Igualmente, plantear problemas que respondan a la cooperación asimétrica entre pares para facilitar espacios que representen oportunidades pedagógicas y didácticas

³³ Abarca Cordero, J. C. (2017). Jerome Seymour Bruner: 1915-2016. *Revista de Psicología (PUCP)*, 35(2), 773-781. p.776

³⁴ MEN (2017). Protocolo Pr- Prap- A- 2- PTA- Plan de Aula y preparación de clase- 20170209. Programa Todos a Aprender

para mejorar la apropiación de conocimientos matemáticos (Friesen, Jung & Schütte, 2019b)

Estándares básicos de competencia matemática

Ser docente en el siglo XXI significa tener y ofrecer un aprendizaje más profundo, no en los conceptos sino en procesos de pensamiento que son útiles en nuestra vida. Los maestros de matemáticas tienen la responsabilidad de ayudar a sus estudiantes a entender y comprender el mundo en el que se vive, desarrollar sus habilidades de pensamiento para explorar, representar, interpretar, predecir y tomar las mejores decisiones mientras responde y respeta a los demás.

Para ello, *“es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista”*³⁵.

El MEN (2017) en sus referentes de apoyo ha organizado las mallas de aprendizaje, en las cuales se puede visualizar el proceso de cada habilidad matemática entre todos los niveles y pensamiento matemáticos de educación básica primaria. Estos han sido una herramienta valiosa para el aula multigrado ya que se facilita un poco realizar ese proceso de avance y coherencia horizontal y vertical dentro de los aprendizajes. Igualmente, es muy importante contar con los niveles de desempeño acordes a lo que propone el MEN (2017) de la mano con el ICFES, para sí mismo poder describir el nivel de desempeño promedio del estudiante (insuficiente, mínimo, satisfactorio y avanzado). Para el caso de la investigación, el nivel de desempeño insuficiente, se renombra con la palabra “en formación”.

La elaboración y clasificación de cada problema retador contextualizado en los oficios se presentan en

³⁵ Ministerio de Educación Nacional de Colombia MEN (1998). Lineamientos curriculares de Matemáticas. Serie Lineamientos curriculares. Bogotá, Colombia. p. 18.

base a las competencias específicas de las matemáticas (comunicación, razonamiento, resolución y modelación) con sus componentes numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio, sugeridas por el MEN (2017).

2.1.2. Teoría de comunidades Prácticas de Wenger

Las comunidades de práctica son organizaciones que aprenden y aparecen en diferentes ámbitos, entre ellos, los educativos. Las instituciones de educación son, fundamentalmente, ámbitos privilegiados de aprendizaje en los que los docentes crean y reconstruyen el conocimiento, y al mismo tiempo generan un aprendizaje colectivo, más allá de lo que se aprende de manera individual (Wenger, 1998).

Tienen por objetivo desarrollar el aprendizaje como un proceso social de participación impregnado de nuestras experiencias como seres humanos a partir de nuestro afianzamiento y fortalezas. Se fundamenta en trabajos de Dewey (1934) y Vigostky (1979). Según Pérez (2011) muchos investigadores en educación matemática en sus trabajos evidencian que, si se conforman comunidades de práctica, diseñadas correctamente, esto contribuye a superar ciertas dificultades que puedan tener los estudiantes, desde la dificultad de motivación, participación en la construcción de su propio conocimiento y los prepara socialmente para la vida.

Esta teoría social del aprendizaje integra algunos componentes los cuales están profundamente interrelacionados y se definen mutuamente. Wenger construye la teoría de comunidad de práctica, considerada unidad de análisis del aprendizaje. Estos componentes son (ver Figura 7):

- 1) *Significado: “una manera de hablar de la capacidad sobre el aprendizaje, y definido como la posibilidad que se tiene, individual y colectivamente, de considerar el mundo, nuestras experiencias y nuestra vida como algo que tiene sentido y es valioso, o sea es significativo.*
- 2) *Práctica: es la forma de hablar de los recursos históricos y sociales, los marcos de referencia y las perspectivas compartidas que pueden sustentar el compromiso mutuo en la acción.*

- 3) *Comunidad: una manera de hablar de las configuraciones sociales donde la persecución de las empresas se define como valiosa y la participación es reconocible como competencia.*
- 4) *Identidad: una forma de hablar del cambio que produce el aprendizaje en quiénes somos y de cómo crea historias personales el devenir en el contexto de las comunidades”*³⁶.



Figura 7. Componentes de una teoría social del aprendizaje³⁷.

Estas interacciones en comunidades prácticas para el aula multigrado, incentivan el debate, la imaginación, el trabajo en equipo y actividades que permitan que el estudiante se apropie del problema que tiene que resolver, comprendiendo con la ayuda de todos, más fácilmente el mundo que lo rodea. Para Wenger (1998) *“la participación, la imaginación y la alineación son tres modos de pertenencia a una comunidad de práctica por la cual los estudiantes pueden construir su identidad”*³⁸. Al compartir en el aula multigrado un interés en común acerca de un tema, que, para el caso, recae en los oficios, contribuye a una interacción continua y diversificada con los otros grados. En la comunidad siempre se requerirá tener el apoyo de un “experto” que para el caso puede ser el niño con más habilidades o el más grande del grupo, apoyando a los distintos miembros y generando un proceso de participación. En esta investigación el trabajo en comunidades prácticas no siempre se va a dar en niños del mismo grado (institucionalizado), la idea es diversificar por los distintos niveles (grupos libres) para contribuir al proceso de metacognición.

Aunque la teoría presenta unos roles o niveles de participación en el diseño de una comunidad de práctica, según Wenger (1998) en algunos casos a la hora de conformar los distintos grupos para el aula

³⁶ *Ibíd*em p.21

³⁷ Wenger, E. (1998). *Comunidades de Práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós. p.22

³⁸ ICME11 Grupo de estudio 37

multigrado se tendrán espacios adecuados para que dicha comunidad evolucione. Como, por ejemplo, abrir diálogos entre los diferentes niveles de participación, generar familiaridad y motivación proponiendo una actividad general y afianzar los vínculos para generar un excelente trabajo en equipo.

Para Wenger (1998) una comunidad de práctica posee cinco fases en su desarrollo (ver Figura 8):



Figura 8. Fases de desarrollo de una comunidad de Práctica de Wenger.

Potencial: se busca obtener conocimiento tanto por sus propios medios como a través de otras comunidades alrededor del tema de interés y su práctica se centra en sus necesidades de conocimiento.

Coalescencia: se centra en establecer el valor de compartir conocimiento acerca del dominio entre los miembros y su práctica se refiere en definir específicamente qué conocimiento debe ser compartido y cómo hacerlo.

Madurez: se desarrolla una gran fuente de conocimiento, se crean proyectos que permiten desarrollar nuevas áreas, donde se incrementa la cantidad de tiempo que deben dedicarle sus miembros, y su práctica se centra en organizar y administrar el conocimiento de la comunidad.

Gestión: los integrantes del grupo desarrollan un sentido de autoría sobre el dominio en la medida en que generan conocimiento.

Transformación: tiene un impacto sobre el conocimiento, transformar una comunidad, conduce a compartir conocimiento de manera informal, donde se genera una divulgación de este.

En el aula multigrado estas comunidades de práctica favorecen la interrelación entre los estudiantes del grupo, ajustada a sus intereses, se consolidan las relaciones con los demás, ganan una identidad y por ende se desarrollan habilidades matemáticas que generan un gran potencial de aprendizaje para el conocimiento matemático, ya que este es creado, compartido, organizado, actualizado y transmitido

dentro y entre ellas.

Camargo (2010) aduce que estos autores “se refieren a dichas comunidades como ámbitos en donde los estudiantes pueden considerarse a sí mismos capaces de producir matemáticas y hay un reconocimiento público a la posibilidad de desarrollar competencias matemáticas a través de actividades conjuntas y de los roles asumidos. Los estudiantes reconocen el valor de trabajar colectivamente hacia el logro de significados comunes, comparten vías de comportarse, lenguajes, hábitos, valores y herramientas; las clases se llevan a cabo con la participación activa de los estudiantes y, por momentos, se ve que todos están comprometidos en la misma actividad”³⁹.

2.1.3. Evaluación formativa del aprendizaje

La evaluación formativa desde el MEN (2010), se define como: “una práctica orientada a promover la reflexión del docente y el desarrollo de los aprendizajes. Su propósito es ofrecer información en dos vías: que el estudiante entienda cuánto y cómo está avanzando, y que el docente reflexione sobre su tarea de enseñanza”⁴⁰.

Según William (1999, citado por Hargreaves et al., 2001), la evaluación formativa, es realmente formativa si se implementan medidas que mejoren el aprendizaje. Es muy importante enseñarle al estudiante lo que se quiere lograr en cada clase e influir en él la autoevaluación, que puede mejorar la motivación y dirección de lo que se quiere lograr, y se apropie de su trabajo.

Una estrategia que se implementa en el aula multigrado, es que los estudiantes asumen de forma autónoma la responsabilidad de su propio aprendizaje y evaluación, debido a la cantidad de

³⁹ Camargo, L. (2010). Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria. Tesis para optar al Grado de Doctora en Matemáticas. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia. p. 14.

⁴⁰ EN (2017). Caja Siempre Día e: La evaluación formativa y sus componentes para la construcción de una cultura de mejoramiento. Santa Fe de Bogotá. p-6

responsabilidades que tiene el Docente con los demás cursos a cargo. Pero para ello es importante que los docentes tengan la capacitación, experiencia y apoyo adecuado, y brinden procesos acordes a estas aulas (Hargreaves et al, 2001).

El Ministerio de Educación Nacional a partir del año 2009, con el Decreto 1290, definió la evaluación *“como un proceso esencial para avanzar, siempre que se produzca información pertinente, que lleve a tomar decisiones basadas en evidencias y datos, y entender los procesos de enseñanza aprendizaje.”*⁴¹

En este sentido, de acuerdo con la norma SIEE (Sistema de Evaluación de Estudiantes), se debe implementar un proceso de formación continua encaminado al fortalecimiento de competencias, que retroalimenta el desarrollo intelectual y social. Según MEN (2010), la evaluación formativa consta de dos componentes:

- *Uso pedagógico de los resultados:* el objetivo es analizar los resultados de las inspecciones internas y externas para la toma de decisiones. Estas decisiones deben reflejarse en acciones que fortalezcan la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes.
- *Monitoreo del aprendizaje:* propone un mecanismo para recolectar y registrar información sobre los contenidos de aprendizaje de los estudiantes, analizar e identificar aspectos para mejorar la enseñanza. Para que el refuerzo curricular tenga un impacto real en la práctica del aula, es importante articular estos dos componentes (Figura 9) para formar la meta del proceso de aprendizaje, que tiene como objetivo cambiar y adaptar los currículos y las áreas para marcar la diferencia para cada apoyo adaptado.

⁴¹ EN (2017). Caja Siempre Día e: La evaluación formativa y sus componentes para la construcción de una cultura de mejoramiento. Santa Fe de Bogotá. p-8.

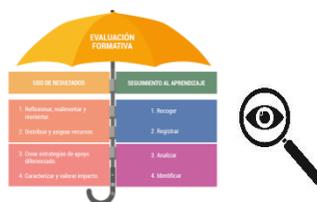


Figura 9. Explicación visual de la relación entre el proceso de evaluación, el seguimiento al aprendizaje y el uso pedagógico de los resultados.⁴²

Los docentes juegan un papel vital y esencial en el proceso de aprendizaje, por lo que es importante desarrollar estrategias y procesos claros que involucren tanto a los estudiantes como a los docentes. La única forma de mantenerse fiel al aprendizaje es a través de la evaluación continua basada en el diagnóstico de Heritage (2010) o las características del aprendizaje de los estudiantes, dado que no puedes enseñar de manera efectiva si no comprendes los conocimientos o habilidades de tus alumnos.

Álvarez (2001) argumenta: *“Si de la evaluación hacemos un ejercicio continuo, no hay razón para el fracaso, pues siempre llegaremos a tiempo para actuar e intervenir inteligentemente en el momento oportuno”*⁴³.

El docente tiene la tarea de organizar estos espacios y procesos de evaluación para que toda la comunidad educativa, comprenda y estén atentos del proceso. Con el fin de tomar decisiones a tiempo, respecto a cómo seguir avanzando. La evaluación formativa permite hacer visible tres momentos (Heritage (2021): hacia dónde se va (metas u objetivos), dónde se está (saberes previos y habilidades) y cómo se puede seguir avanzando. El docente debe mostrar la meta de forma comprensible, de manera que todos puedan entender esa meta compartida. Igualmente, se deben tener herramientas de evaluación prácticas y sencillas que permitan evidenciar a los estudiantes y docentes, dónde están, en relación a esa meta de aprendizaje. Con base en lo anterior, se pueden generar estrategias para saber cómo seguir

⁴² MEN (2017). Caja Siempre Día e: La evaluación formativa y sus componentes para la construcción de una cultura de mejoramiento. Santa Fe de Bogotá. p. 9

⁴³ Álvarez, J (2001) Evaluar para conocer, examinar para excluir. Material extraído de: “Evaluar para conocer, examinar para excluir”. Edit. Morata, Madrid. Página 4

avanzando.

Para toda aula y más para el aula multigrado se debe tener en cuenta *“La creación de una cultura de aprendizaje y el buen manejo y organización del aula son labores del docente que propicien un contexto formativo”*⁴⁴.

Características de la Evaluación formativa, instrumentos y registros

La evaluación formativa MEN (2010) tiene una serie de características diseñadas para facilitar el crecimiento personal de los estudiantes y docentes en el proceso. Sistemático, adaptado según el SIEE y cualquier acuerdo o negociación. Continuo, se puede identificar en todos los espacios y momentos. Integral, proporciona orientación y correcciones. Finalización: registra los éxitos y las dificultades para mejorar. Diferenciación, responsable de evaluar diferentes procesos para cada necesidad. Potenciador: desarrollar y fortalecer diversas habilidades. Participación, es parte de toda la comunidad educativa.

Si la evaluación formativa se implementa en aulas multigrado, cabe señalar que esta continuación debe ir de la mano con la meta establecida (compartir las estrategias de evaluación formativa y el proceso de autoevaluación con los estudiantes), es decir, esta evaluación debe ser adecuada para evaluación y resolución de problemas Aprenda a conectarse. Recuerde, también, que estos procesos no deben ser demasiado amplios para clases de varias clases, donde las sugerencias son suficientemente operativas y prácticas para permitir que las operaciones de estas clases asuman las diversas y variadas responsabilidades que les son asignadas.

Como lo recalcan Black y Wiliam (2009): *“La práctica en una clase es formativa en la medida en que la evidencia acerca de los logros de los estudiantes es obtenida, interpretada y usada por docentes,*

⁴⁴ Agencia de Calidad de la Educación. (2017). Guía de uso: evaluación formativa. Evaluando clase a clase para mejorar el aprendizaje. P. 18

*aprendices o sus pares para tomar decisiones acerca de sus próximos pasos en la instrucción que tengan probabilidades de ser mejores, o mejor fundadas, que las decisiones que ellos hubieran tomado en la ausencia de la evidencia que fue obtenida*⁴⁵.

Algunos instrumentos de evaluación formativa⁴⁶ del aula multigrado que permiten evaluar habilidades y progresión son las listas de cotejo, boletos de salida, luces de aprendizaje, tarjetas A-B-C-D, palitos con nombres, rúbricas, portafolios y diarios. En esta investigación dirigida al aula multigrado, teniendo en cuenta algunas sugerencias de los expertos, teóricos, procesos y estrategias de la evaluación formativa en la práctica, se van a implementar algunas estrategias como, rúbricas, lista de cotejo, luces de aprendizaje, tarjetas asignadas, todo lo anterior, adaptado al semáforo del aprendizaje, para plasmar en un diagrama de barras. Propuesta por el número de retos a desarrollar en la secuencia didáctica, observando el grado, estudiante y reto aplicado. Para así, poder visualizar fácilmente por medio de un proceso de autoevaluación y retroalimentación entre pares.

2.2. Referentes sobre Educación Matemática Realista

La Educación Matemática Realista (EMR) nace en los años 60, refleja la convicción de su fundador Frans Freudenthal, al ver la necesidad de promover cambios significativos en la enseñanza formalista, mecanicista y algorítmica de las matemáticas en el aula. La EMR le da un papel protagónico a los datos empíricos e ideas que se generan tras una situación, antes que los conceptos y teorías matemáticas.

Freudenthal (1991) afirma que *“La imagen de la matemática se enmarca dentro de la imagen del mundo, la imagen del matemático dentro de la del hombre y la imagen de la enseñanza de la matemática dentro de la sociedad”*⁴⁷. La epistemología de la EMR sobre la naturaleza de los objetos matemáticos, es que

⁴⁵ Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability (formerly: Journal of Personnel Evaluation in Education)*, 21(1), 5-31. p.6

⁴⁶ Material adaptado del Proyecto de Evaluación Formativa de la Agencia de Calidad de la Educación de Chile. <http://www.agenciaeducacion.cl>

⁴⁷ Freudenthal, H. (1991) *Revisiting Mathematics Education: China Lectures* (Dordrecht, The Netherlands: Kluwer). p. 32

estos objetos se construyen en la práctica, como forma de organizar los objetos del mundo (Freudenthal, 1991). Es decir, pensar la matemática como una actividad humana, lo que Freudenthal (1971) llamó matematización.

Herramientas conceptuales

La EMR tiene sus bases en algunas teorías o ideas pedagógicas, según Bressan, Zolkower y Gallego (2004) como el método de los centros de interés de Decroly (1871, citado por Berrio, 2021), la reinención guiada de Dewey (1938), los niveles de matematización, el desarrollo del pensamiento Geométrico y la didáctica de los esposos Van Hiele (1957). Además, en la pedagogía fenomenológica de Lagenveld, la didáctica intuitiva de Castelnuovo, la educación progresista de Petersen, las teorías socioculturales de Van Perreren, la zona de desarrollo próximo de Vygotsky y el aprendizaje significativo de Ausbel.

A continuación, se presentan los conceptos fundamentales de la ERM, necesarios para la comprensión de la teoría y su aplicación al aula multigrado.

Fenomenología Didáctica: se refiere a organizar los fenómenos del mundo físico, social y mental, con los conceptos, estructuras e ideas matemáticas, encontrando la relación e importancia de la matemática, extendiendo el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática a la humanidad (Freudenthal, 1986).

Matematizar: es una actividad primordial en la resolución de problemas y para un objeto de estudio. Algunos aportes que brinda Freudenthal (1991) para esta definición, según los aportes de Bressan, Gallego y Zolkower (2016) son los siguientes:

- *“Reconocer características esenciales en situaciones, problemas, procedimientos, algoritmos, formulaciones, simbolizaciones y sistemas axiomáticos:*
- *Generalizar al descubrir características comunes, similitudes, analogías e isomorfismos; Ejemplificar ideas generales; encarar situaciones problemáticas de manera paradigmática;*

- *Poseer comprensiones de nuevos objetos mentales y operaciones;*
- *Buscar el camino más directo, encontrar atajos y abreviar estrategias y simbolizaciones.*
- *Reflexionar acerca de la actividad matematizadora, cambiar de perspectiva y axiomatizar considerando el fenómeno en cuestión”⁴⁸.*

Matematización progresiva: es un proceso de reinención en el cual los estudiantes matematizan una situación problema del contexto y luego se autoevalúa su propio proceso matemático, analizando su nivel de comprensión. Se divide en dos: la matematización horizontal y vertical.

Modelos: son los que median los conocimientos previos (informales) con la matemática formal.

Reinención guiada: es aquella donde el estudiante reinventa sus ideas matemáticas en interacción con sus compañeros y guiado por el docente. *“La reinención guiada requiere de la fenomenología didáctica para la búsqueda de contextos y situaciones problemáticas que den lugar de modo más o menos natural a la matematización”⁴⁹.*

Aprendizaje de la matemática como actividad social: se empeña en fortalecer el proceso de enseñanza de la matemática al alcance de todos los estudiantes y con el apoyo de todos. *“Una matemática para todos”⁵⁰.*

Niveles de matematización

La EMR según Bressan y Zolkower (2005) se basa en 6 principios de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, estos están muy relacionados entre sí (ver Figura 10). La EMR se fundamenta en principios que surgen a partir de las ideas y constructos que se logran en el proceso (Goffree, 2000).

⁴⁸ Bressan, A. M., Gallego, M. F., Pérez, S., & Zolkower, B. (2016). Educación matemática realista bases teóricas. Educación, 63. p. 2.

⁴⁹ Zolkower, B., Bressan, A., & Gallego, F. (2006). La corriente realista de didáctica de la matemática. Experiencias de un grupo de docentes y capacitadores. Yupana. Revista de Educación Matemática de la UNL, 6, 11-30. p. 3

⁵⁰ Ibídem. p. 3



Figura 10. Principios de la Educación Matemática Realista. Elaboración propia.

Principio de actividad: es cuando los estudiantes se enfrentan, resuelven, buscan y encuentran la solución de una situación problema por medio de sus saberes previos o conocimientos informales, organizando la realidad y la matemática en sí misma, logrando reinventar la matemática por medio de la matematización horizontal y vertical (ver Figura 11).

Principio de Realidad: se plantean situaciones realistas para que los estudiantes tengan la necesidad de dramatizar, imaginar la situación, no necesariamente del mundo real (Bressan y Gallego, 2011), usar material concreto con el ánimo que el estudiante matematice la situación. Este principio promueve la pregunta por medio de situaciones problemas.

Principio de niveles: se plantean diferentes niveles de comprensión e interacción, estimulando la creatividad, estrategia, informalidad, modelos y lenguaje, que se usan para solucionar las situaciones vinculadas con el contexto (ver Figura 11).

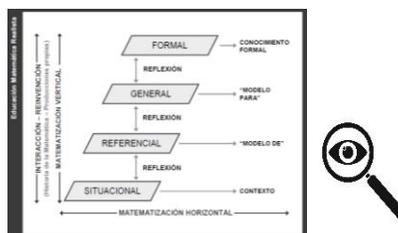


Figura 11. Niveles de Matematización GPDM⁵¹

El proceso de matematización se puede clasificar a partir de dos niveles:

Matematización horizontal: en el cual el estudiante logra llevar la situación problema de contexto a la parte matemática (informal o preformal).

⁵¹ Bressan, A. M., Gallego, M. F., Pérez, S., & Zolkower, B. (2016). Educación matemática realista bases teóricas. Educación, 63. p. 7.

La matematización vertical: se entiende como la evolución del estudiante al pensamiento matemático abstracto. Estos niveles se clasifican en 4 (ver Tabla 2): situacional, referencial, general y formal (Bressan, Zolkower y Gallego, 2004).

Principio de orientación o reinención guiada: es indispensable que el docente promueva y enseñe a los estudiantes a construir los saberes matemáticos, sin entorpecer el proceso de guiar, fortaleciendo el principio de actividad.

Principio de interactividad: el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática es considerada como una actividad social, que se construye por medio de la reflexión, el intercambio de ideas entre pares o el docente y estudiante. Este proceso de interacción colectiva permite avanzar en el desarrollo del principio de niveles.

Principio de entrelazamiento o interconexión: permite la flexibilidad en los diferentes modelos y lenguajes, permitiendo la integración de contenidos matemáticos. Bressan y Gallego (2011) afirman que, al no hacer distinciones en las unidades curriculares, facilita la interpretación y coherencia, con el fin de matematizar de modos diferentes.

Tabla 2. Niveles de la matemátización vertical. Elaboración Propia.

Nivel Formal	Se organizan los procedimientos y las notaciones convencionales. Se produce un conocimiento formal de la matemática.
Nivel General	Se generaliza el nivel referencial, mostrando una focalización matemática desde las estrategias.
Nivel Referencial	Se evidencian los modelos gráficos u otros procedimientos que esquematizan la situación problema
Nivel Situacional	Se apoya en conocimientos informales de la situación contexto, basados en saberes previos y la experiencia.

Concepción del proceso de enseñanza y del aprendizaje de la matemática

Según Freundenthal (1991) las matemáticas son una actividad humana. Por esta razón la EMR y el socioconstructivismo son compatibles, se complementan el uno del otro (Gravemeijer, citado por Van den Heuvel 2020). La teoría socioconstructivista tiene como objetivo lograr un papel crítico de la cultura en el

aula y la EMR ofrece a los estudiantes el apoyo en la reconstrucción matemática, un papel constructivo activo en la apropiación de nuevas matemáticas y sus aplicaciones.

La EMR busca minimizar la brecha entre el aprendizaje teórico y práctico (real) de las matemáticas, por esta razón propone relacionar el saber matemático con actividades que conlleven a los estudiantes a un análisis profundo y creativo de las matemáticas que incentive el diálogo, la reflexión y la negociación. Estas actividades deben implementar un proceso gradual e interactivo entre pares, guiado por el docente.

En la EMR el estudiante articula actitudes de investigador, pues crea sus propias ideas para solucionar los problemas planteados, explicar, justificar, dar a entender sus soluciones y comprender la de sus pares. El estudiante es participativo, crítico, sin miedo a preguntar y a pedir explicaciones cuando sea necesario. Es un estudiante que logra independencia intelectual, ya que construye sus propios modelos, intercambia ideas, debate, elige y decide, y es competente en su contexto.

Por su parte, el papel del docente es plantear tareas o situaciones donde el conocimiento aparece, por medio de preguntas orientadoras. Es un docente que guía, aclara y desafía al estudiante, para incentivar la participación en las discusiones matemáticas, que se escuchen, se respeten, y se cuestionen. Es el encargado de sistematizar el saber que se va construyendo. El docente debe regular las interacciones entre los estudiantes, la situación o problema planteado, ayudando así a construir su comprensión actual y a interpretar conocimientos matemáticos más avanzados (Van den Heuvel, 2020).

La enseñanza aprendizaje de la matemática en el aula multigrado basada en la EMR propone la formación de estudiantes críticos, auténticos y que ejecutan libremente sus conocimientos o ideas, para lograr significativos y robustos aprendizaje de la matemática escolar. Se necesita de un docente que adopte una visión socioconstructivista, para poder apoyar a los estudiantes en la construcción matemática basada en la enseñanza colectiva, la cual es utilizada en el aprendizaje en el aula multigrado.

La EMR es el sustento del sistema de actividades que se propone. En las actividades se reflejan las necesidades que plantean los estudiantes en cuanto a los oficios y están formadas por problemas retadores y algunos abiertos, lo cual permite crear una cultura en el aula de respeto, colaboración, investigación y curiosidad.

2.3. Referentes sobre sensemaking y análisis interaccional

Una de las prioridades de esta investigación, es poder dar sentido al uso de las matemáticas y lograr ver su importancia en el contexto de la vida real, independientemente de estar ubicados en un espacio rural. Por esta razón, es importante enfocarnos en construir significado desde el pensamiento matemático aprovechando la diversidad y potencial del aula multigrado.

2.3.1. Elementos fundamentales de Sense-making

Schoenfeld (2016) acuñó la palabra sensemaking debido a la importancia que observó en la diferencia del proceso del pensamiento matemático, cuando se entiende y se piensa en el razonamiento en matemáticas, sin necesidad de memorizar fórmulas, evidenciando un aprendizaje significativo. Los estudiantes no experimentaban las matemáticas de esta manera, por lo tanto, sensemaking debe ser el centro de éste proceso.

Según Schoenfeld (2016) esta idea subyace de los antropólogos, la cual dice que *“los estudiantes aprenden de qué se tratan las matemáticas a partir de las prácticas de sus aulas de matemáticas... la idea central del argumento es que las aulas (y, más ampliamente, las escuelas) son entornos culturales en los que las actividades y prácticas cotidianas definen y dan significado a las materias que se enseñan en ellas; el significado transmitido culturalmente (lo que los estudiantes llegan a comprender sobre las matemáticas como resultado de sus experiencias con ellas) puede corresponder o no, al significado*

*pretendido*⁵².

Sensemaking imbrica razonar el problema sin memorizar las fórmulas, derivar y examinar la situación, ver las diferentes posibilidades de combinar los elementos, conceptos y propiedades, constituye una forma más adecuada para el aprendizaje de los estudiantes.

El sensemaking es apropiado para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado. Según Arcavi y Schoenfeld (1992) sensemaking en matemáticas se define como el propósito de una comunidad de personas que quieren construir sentido en matemáticas. Este proceso incluye construir, explorar, aplicar y comunicar fenómenos matemáticos.

Para la formación de significados se debe tener en cuenta la motivación, los intereses y los conocimientos previos que poseen los alumnos. La propia dinámica interna de diversificación y reorganización del conocimiento lleva a dotar de nuevos significados a contenidos previamente aprendidos, pues están destinados a ser sustituidos por otros en el transcurso de las situaciones de enseñanza y aprendizaje. De la misma manera, el sentido que se le atribuye inicialmente al contenido de aprendizaje está destinado a experimentar cambios en profundidad en el transcurso de las situaciones de enseñanza y aprendizaje.

Según Schoenfeld y Arcavi (2020)⁵³ la búsqueda de significados a su vez, permite: conocer las aplicaciones de la matemática a la vida y a contenidos pre-profesionales, contribuir a que los estudiantes adquieran estructuras conceptuales y a la aplicación de procedimientos heurísticos y didácticos desarrolladores, desarrollar el pensamiento creativo e innovador, resolver problemas retadores mediante representaciones múltiples y dar sentido a lo que se aprende y tener herramientas para solucionar problemas retadores en el futuro, de un contexto intramatemático y extra matemático. Para lograr este aprendizaje por medio del sensemaking se debe contar con un currículo que conlleve “*destrezas de*

⁵² Schoenfeld, A. H., & Sloane, A. H. (2016). *Mathematical thinking and problem solving*. Routledge. p.320

⁵³ Schoenfeld y Arcavi (2020). Video conferencia: “Sensemaking” en Educación Matemática. Seminario en Educación matemática. Universidad Antonio Nariño.

*resolución de problemas, comprensión metacognitiva y creencias matemáticas productivas*⁵⁴

2.3.2. Fundamentos del Análisis Interaccional

La interacción social se considera parte fundamental en el proceso de aprendizaje (Vigotsky, 1979). Desde un enfoque interaccionista, Krummheuer y Brandt (2001; citado por Friesen & Schütte, 2020) arguyen que por ésta razón el aprendizaje de las matemáticas se define como “la participación cada vez *más autónoma en los procesos de argumentación colectiva*”⁵⁵. Por esta razón, es importante tener en cuenta algunas condiciones que optimizan las oportunidades del aprendizaje de la matemática en la interacción con otros pares.

Según los investigadores Friesen y Schütte (2020) el análisis interaccional es un método en el cual se pueden analizar procesos de aprendizaje en matemáticas por medio de las interacciones. Este análisis interaccional establece siete etapas, a saber: 1) Definición de la unidad de interacción; 2) definición de la estructura de la unidad de interacción; 3) visualización de transcripciones de secuencias seleccionadas; 4) descripción de cada secuencia; 5) interpretación detallada de expresiones individuales; 6) análisis paso a paso; y 7) resumen de la interpretación (Friesen, Schütte y Jung, 2019).

Los resultados del análisis hecho por Jung y Schütte (2018) demostraron que tanto la interacción social como las negociaciones lingüísticas entre los estudiantes representan oportunidades pedagógicas y didácticas oportunas para mejorar la apropiación de los conocimientos matemáticos. Los autores sostienen que la cooperación asimétrica puede ser un motor para que el docente desarrolle procesos de aprendizaje más específicos que potencien las capacidades de educandos destacados. Además, que, al mismo tiempo, sirven como herramienta para mejorar el rendimiento de estudiantes con menor dominio

⁵⁴ *Ibíd*em

⁵⁵ Friesen, R. A., & Schütte, M. (2020, February). Interactional obligations within collaborative learning situations bringing forth deeper collective argumentation. In Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom. p.147

de las matemáticas (Jung y Schütte, 2018).

El análisis interaccional es una alternativa metodológica para que en los procesos educativos sean aprovechados, tanto las asimetrías etarias como las habilidades matemáticas de los estudiantes, ello con el fin de que el aprendizaje se vea fortalecido en aspectos como la interacción y la solución de problemas. En este análisis, se han identificado tres obligaciones interaccionales después de las cuales los estudiantes parecen sentirse obligados a dar una orden o respaldo a un argumento: una fuerte contradicción, un error y cierto tipo de preguntas.

Friesen, Schütte y Jung (2019b) definen el análisis interaccional como una investigación científico-social-empírica que permite analizar la información recolectada durante los procesos de enseñanza. Además, señalan los autores, este método es de naturaleza cualitativa, pues, en lugar de desarrollarse con base en variables definidas, permite obtener una visión integral sobre la situación educativa para, de esa manera, generar interpretaciones y nuevas posturas teóricas (Friesen, Schütte y Jung, 2019b).

Por supuesto, cabe destacar que el análisis interaccional es una alternativa metodológica que se tendrá en cuenta en el presente trabajo de investigación multigrado ya que por medio de este análisis se pueden revelar las inconsistencias curriculares, discursivas, pedagógicas y didácticas del proceso educativo frente al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

2.4. Referentes sobre la resolución de problemas matemáticos retadores

Se puede visualizar en un periodo de tiempo, como la resolución de problemas ha sido objeto de valoraciones e investigaciones por diferentes expertos en educación matemática (ver Figura 12).



Figura 12. Línea del tiempo de Educadores matemáticos que aportan a la Resolución de problemas.

Estos investigadores (entre otros) aportan definiciones, estrategias o modelos para la resolución de

problemas. Por ejemplo, Dewey (1934) considera importante la experiencia actual y real del niño, vinculado a algún problema o necesidad, dando pie a datos disponibles, así como la búsqueda de soluciones viables, formulando hipótesis de solución y comprobando la hipótesis por la acción.

Polya (1965) describe en su libro *Cómo plantear y resolver problemas (How to Solve It)* las fases o estrategias y elabora pequeñas demostraciones. Resolver un problema matemático para Polya (1965) es hallar un camino que no es tan fácil de encontrar, es una forma de evadir los obstáculos para conseguir el fin deseado. Sugiere que un problema matemático puede ser resuelto mediante una técnica de cuatro etapas, en las cuales el estudiante comprenda el problema, conciba un plan, ejecute el plan y examine la solución obtenida, a modo de método científico. Polya (1965) plantea que, si las fases o estrategias de solución fracasan, se puede tomar como alternativa encontrar un problema análogo, más sencillo o accesible, que sí se pueda resolver, para tomarlo de base y empezar a escalar la propuesta de solución. Además, advierte que es un error creer que la solución de un problema es un asunto sólo intelectual, pues juega un papel crucial “las emociones”, por esta razón es importante la motivación y el interés u objetivo que tenga el estudiante al resolver el problema. En palabras de Schoenfeld (2016) *“Las principales características de un buen problema son la simplicidad, la sorpresa y la inevitabilidad. Por inevitabilidad, me refiero a dos cosas: una vez que haya resuelto el problema, no puedes mirarlo, sin ver también su solución; una vez que veas el problema, sientes que debes resolverlo”*⁵⁶.

Krulik y Rudnik (1987), establecen que un problema es *“... una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma”*⁵⁷.

Por su parte, Falk (2001) afirma que un problema retador es aquel *“... cuya solución en el fondo exige*

⁵⁶ Schoenfeld, A. H., & Sloane, A. H. (2016). *Mathematical thinking and problem solving*. Routledge. p.27

⁵⁷ Krulik, S. y Rudnik, J. (1987). *Problem solving: a handbook for teachers*. Boston: Allyn and Bacon, p. 4.

que el estudiante establezca redes o mapas conceptuales cada vez más enriquecidos. Este aspecto hace una contribución a la investigación en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, así como a la investigación acerca de la naturaleza y el desarrollo del pensamiento matemático en sí”⁵⁸.

Las definiciones de problemas y de problemas retadores abordadas por los investigadores, comparten las siguientes características comunes, las cuales según Pochulu y Rodríguez (2012) son:

- *“Existe un sujeto que ha de resolverlo.*
- *Existe un punto de inicio y una meta por lograr.*
- *Existe un cierto bloqueo que impide acceder a la meta fácilmente”* ⁵⁹.

Stacey, Burton y Mason (2010) proponen una serie de problemas para brindar la oportunidad de explorar bajo la propia experiencia, con el fin de sensibilizar estos procesos con los demás. Estos investigadores arguyen que *“los procesos de pensamiento matemático como el uso de los poderes humanos naturales conduce a la pregunta de si se anima a los alumnos a tomar conciencia, usar y desarrollar esos poderes, o si esos poderes están siendo usurpados por el texto y profesor. Probar el uso de esos poderes en matemáticas conduce al reconocimiento de temas centrales que ocurren una y otra vez, y que proporcionan conexiones entre temas y problemas aparentemente dispares. Sondeando la experiencia de pensar matemáticamente lleva a la cuestión de cómo cambia la atención, a veces rápidamente, a veces lentamente”*⁶⁰.

Existen coincidencias en los procesos planteados y en algunas de sus definiciones. Para esta investigación se asume la definición de problema retador propuesta por Falk (2001) y el modelo de resolución de problemas de Stacey, Burton y Mason (2010), debido a su practicidad, menos números de

⁵⁸ Falk, M. (2001). Olimpiadas de Matemáticas: retos, logros (y frustraciones). *Boletín de la*. p. 24

⁵⁹ Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2012). Educación Matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Villa María, Argentina: Editorial Universitaria Villa María, p. 155.

⁶⁰ Stacey, K., Burton, L., & Mason, J. (1982). *Thinking mathematically*. Addison-Wesley. P 239.

pasos y afinidad con el proceso del aula multigrado.

Además, se considera el principio heurístico de analogía de Polya (1965), pues este principio puede aplicarse para que los estudiantes del aula multigrado refuercen una estructura semejante (más sencilla) y la formulen. Este principio sugiere el método, el procedimiento y la vía para la resolución de un problema.

A continuación, se explica cada una de las fases: abordaje, ataque y revisión (ver Figura 13)., a partir de las ideas de Stacey, Burton y Mason (2010). Igualmente, se muestran algunas preguntas heurísticas para guiar el proceso de resolución, que el docente debe tener en cuenta cuando los estudiantes posean dificultades, y así poder superar e ir avanzando en cada uno de las fases.

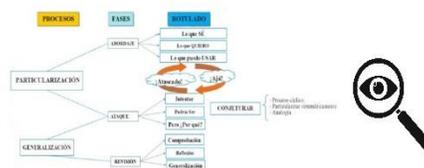


Figura 13. Pensamiento matemático. Mason, Burton & Stacey (2010).

Fase de abordaje: se trata de formular el problema de forma precisa y proponer qué es lo que se quiere hacer. Se debe ver el problema de dos maneras: identificando la información que se da y determinando qué es lo que se pregunta realmente. Además, se hacen preparativos técnicos para el ataque central (notación a utilizar o forma de anotar los resultados de las particularizaciones). Para la fase de abordaje se proponen las siguientes preguntas: ¿Qué es lo que sé?, ¿Qué es lo que quiero? y ¿Qué puedo usar?

Fase de ataque: está determinada cuando el problema ya es propiedad del individuo, y se completa cuando se abandona o se resuelve. Intentar, Podría ser, Pero ¿por qué?, ¡ATASCADO! y ¡AJA! son los rótulos propuestos en esta fase.

Fase de revisión: es importante revisar el trabajo elaborado hasta el momento. En esta fase, como su nombre lo indica, es el espacio para mirar atrás, observar lo que ha pasado, para mejorar, comprobar, reflexionar y ampliar la capacidad de razonamiento e intentar situar la resolución en un contexto más

general. Comprobar, reflexionar y generalizar, son los rótulos sugeridos en la fase de revisión.

El proceso de resolución de problemas exige el uso de heurísticas (Pochulu y Rodríguez, 2012), que se tendrán en cuenta en la investigación:

- *“Utilizar un método de expresión o representación adecuado: verbal, gráfico, algebraico, numérico, razonar por analogía, recurrir a dibujos, esquemas, diagramas o gráficos, considerar casos particulares, analizar casos particulares para buscar regularidades o patrones y generalizar (razonamiento de tipo inductivo), verificar usando casos particulares, trabajar desde el final, dividir el problema en sub-problemas, simplificar el problema, introducir un elemento auxiliar”⁶¹.*

Schoenfeld (1985) añadió un proceso el cual debe enseñarse a los estudiantes para que ellos puedan monitorear, controlar y dirigir su propio proceso cognitivo (Pochulu y Rodríguez, 2012), llamado metacognición. Es una tarea propia de cada estudiante y el docente está en la labor de dirigir y potenciar esta reflexión metacognitiva. Para el aula multigrado este proceso de pensamiento tiene más potencial, debido a la posibilidad de ver y aprender de sus compañeros de otros grados, brindándoles ideas para el futuro. En el aula multigrado se propone una situación problema generalizada para que sea resuelta por los estudiantes, dependiendo del grado, guiado con actividades diferenciadas. En este proceso los estudiantes de grado inferiores aprenden conocimientos de otros grados y a su vez los más grandes pueden retroalimentar su propio proceso. Por esta razón, es importante idear formas de articular la resolución de problemas en el aula.

En el proceso de resolución de problemas, el docente multigrado debe tener en cuenta desde el momento de la planeación unos objetivos claros y puntuales para los estudiantes, y los desempeños esperados.

En este trabajo resolutivo se apunta a la utilización de diversas heurísticas que hagan reflexionar al

⁶¹ Rodríguez, M., Pochulu, M. D., Barreiro, P., Bressan, A., Camós, C., Carnelli, G., ... & Zolkower, B. (2015). Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. *Educación Nro. 6*. p. 155

estudiante en la identificación de sus fortalezas y aspectos a mejorar en las fases del pensamiento matemático.

En el aula multigrado, en la resolución de problemas es importante comprender que no se guía el proceso por contenidos temáticos, sino por competencias, que no hay un orden secuencial de enseñar y aprender estos aspectos vitales para el pensamiento matemático, ya que la reflexión metacognitiva es personal y que se puede pensar en diferentes formas de resolverlo. Es recomendado principalmente el trabajo individual (Rodríguez et al, 2015), pero el hecho de compartir lo pensado, tal vez genere nuevas ideas o estrategias, y el aula multigrado es un espacio que estimula mucho más allá este proceso.

2.5. STEM Plus

La Educación STEM es una propuesta o enfoque educativo que combina ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas en la resolución de problemas del mundo real. Esta educación al incorporar contextos y situaciones de la vida cotidiana, desarrolla un enfoque interdisciplinario que fortalece la investigación, el pensamiento crítico, la creatividad, la comunicación, el trabajo en equipo y la resolución de problemas (English, 2016). Es importante aclarar que la parte de ingeniería va direccionada a crear cosas, procesos y sistemas (ver Figura 14).

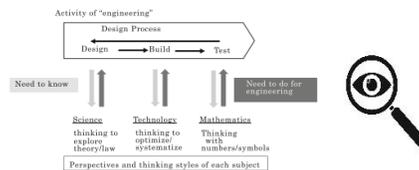


Figura 14. Relación entre la ingeniería y los procesos en ciencia, tecnología y matemática⁶².

Más adelante el arte se vincula como pieza fundamental de la naturaleza STEAM, de igual forma que lo vincula con la noción de experiencia estética (Dewey, 1934). Cuando se involucra el arte en cualquier ciencia, está puede resultar fundamentalmente sintética y transformadora (Farris y Sengupta, 2016; citado

⁶² Yata, C., Ohtani, T., & Isobe, M. (2020). Conceptual framework of STEM based on Japanese subject principles. *International Journal of STEM Education*, 7(1), 1-10. P.8

por Sengupta, Shanahan, & Kim, 2019).

Por ejemplo, una cerca de alambre púa antes de ser construida y de ser tangible, es concebida como un modelo mental por las personas que la van a elaborar, las cuales generan algunas actividades o estrategias para lograr el objetivo e intentar prever algunas dificultades en su construcción. Esto no garantiza que no tengan ningún problema y que en algún punto no les toque cambiar el plan inicial, pero estos procesos mentales reducen la complejidad del modelo.

Existen diferentes enfoques según la aplicación, objetivos y asignaturas vinculadas a la educación STEAM. La educación en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas para la sustentabilidad (STEM4S) se encarga del proceso de estas cuatro asignaturas como base para la acción razonable en nuestro mundo, contribuyendo con el desarrollo de competencias ciudadanas para comprender problemas globales o regionales y apoyar acciones sociales. El STEM4S alienta no solo a los niños y jóvenes a aprovechar la competencia STEM, sino el proceso de la ciencia como una base clave para la acción razonable en nuestro mundo. Además, potencia las habilidades de conocimiento, de inclusión y hábitos para realizar prácticas sostenibles (Bascopé, & Reiss, 2021).

Es importante precisar que, independientemente de cual sea su particularidad en la extensión de la palabra STEM se caracteriza por brindar una educación para el siglo XXI, la cual, debe tener en cuenta múltiples oportunidades de aprendizaje, la interdisciplinariedad con amplios interrogantes enfocados al desarrollo de la resolución de problemas reales, pensamiento crítico, con un alto grado de compromiso social (Castro & Montoro, 2021). Estos problemas deben basarse en un contexto real, con el apoyo y trabajo en equipo, para desarrollar competencias fundamentales en el mundo laboral actual y del futuro. Bascopé & Reiss (2021) brindan una propuesta que permite indagar, interconectar y encontrar algunos de los tópicos de investigación a partir de conceptos previos o ideas iniciales hasta llegar a posibles escenarios vinculados con la motivación de los estudiantes (ver Figura 15).

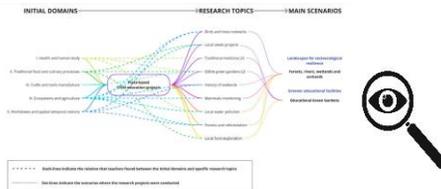


Figura 15. Temas de investigación resultantes y escenarios para proyectos STEM4S.

Por otra parte, STEM Plus es una adaptación integral que recoge todas aquellas reflexiones sobre acciones reales y motivantes, con un amplio enfoque interdisciplinario, orientado hacia las competencias del procedimiento científico, la resolución de problemas, el trabajo en equipo y la responsabilidad social. Además, no se limita a las materias STEM, trata de configurar el aprendizaje y la enseñanza con vistas a las necesidades futuras.

La iniciativa de aprendizaje basado en proyectos STEM Plus se caracteriza por vincular los intereses de los estudiantes o comunidad educativa, para lograr un camino efectivo dando un propósito y formas de aprendizaje basadas en desarrollar competencias y habilidades necesarias para el siglo XXI. Además de propiciar contenidos significativos en el currículo o fuera de él, se fortalece el el trabajo en equipo, el aprendizaje práctico con contenido relevante, motivador, incentivando el error como fuente de aprendizaje. Igualmente, se logra reflexionar sobre lo investigado, propuesto e implementado por los estudiantes, promoviendo la participación, la crítica constructiva y el uso de la tecnología. La evaluación, retroalimentación y revisión es un proceso solidario, en el cual todos participan y son conscientes de su propio aprendizaje.

Lo más importante para la enseñanza STEM plus, es brindar situaciones apropiadas y para ello juegan un papel fundamental los docentes (Hattie, 2009; citado por Bascopé & Reiss, 2021). Por esta razón, es de vital importancia que los docentes posean conocimiento didáctico del contenido de las asignaturas, ya que son un componente esencial que conlleva al éxito del proceso de enseñanza (Shulman, 1986; citado por Bascopé & Reiss, 2021).

Jiménez, Medina, Castro, Chávez & Castrelo (2022) aplican STEM integradas a la clase multigrado, permitiendo una armonización tanto en la perspectiva teórica, como en la práctica del profesorado. Jaimes

(2017) sostiene que esta experiencia en el aula multigrado, permite una mayor flexibilidad y autonomía en las unidades STEM, reorganizando el currículo desde la perspectiva interdisciplinaria, en un producto general y coherente, que facilita la gestión institucional (alineación de las asignaturas, horarios, tiempo efectivo de clase, motivación, trabajo en equipo, entre otros). Por esta razón, se considera importante para la presente tesis vincular aspectos que logren articular de manera interdisciplinaria los oficios, logrando un avance en la gestión de aula, clima de aula y desarrollo en el pensamiento matemático.

Conclusiones del capítulo 2

En esta sección se recopilan y analizan algunas teorías y conceptos sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas enfocadas al aula multigrado, desde sus referentes filosóficos, psicopedagógicos, curriculares y de evaluación.

En la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es primordial que el docente se interese y conozca desde la educación matemática su epistemología, contribuyendo a la formación de mejores educadores matemáticos. La epistemología de las matemáticas enseña que hay diversos caminos y puntos de vista, pero indudablemente se reconoce que es una ciencia falible, corregible, significativa (David & Hersh, 1998). Además, empírica que, guiada por el docente de forma libre, creativa y constructiva, puede lograr la consolidación del conocimiento matemático y futuros investigadores de la disciplina (Lakatos, 1963).

El aula multigrado surgió en base a corrientes pedagógicas europeas, en las cuales se destaca la motivación, deseos, propósitos del estudiante y la comunidad (Dewey, 2004). El maestro se perfila como un orientador, que organiza, gestiona y reconoce cada experiencia como una herramienta valiosa, siempre respetando la individualidad, procesos y roles de los estudiantes.

El proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado se sustenta en las tendencias investigativas de Vigotsky (1979), teniendo en cuenta que el desarrollo es un proceso social que se favorece por la cooperación de terceros y tiene lugar en torno a la zona de desarrollo próximo. Partiendo de la premisa

de que el hombre es por naturaleza un ser social y la lógica matemática tiene sus orígenes socioculturales, se pretende estimular las funciones psíquicas superiores por medio de las interacciones al plantear una situación problema retadora, las cuales son desarrolladas de manera individual, por grupos institucionalizados y por grupos de diferentes grados.

La escuela multigrado se promueve por necesidad con el objetivo de llevar la educación a distintas y alejadas zonas rurales con alto margen de pobreza (UNESCO, 2013). También, existen algunos países que ven el aula multigrado como un movimiento de renovación pedagógica con mayores posibilidades de interacción entre los estudiantes, logrando un desarrollo más eficaz en el proceso. Se debe tener una formación profesional adecuada, referentes de calidad y de apoyo, facilitando esos medios y mediaciones que se articulan al proceso de enseñanza y aprendizaje del aula multigrado.

Dentro de la literatura se implementa el aula multigrado con distintos nombres (ver Figura 5). Algunos países han elaborado sus propuestas tratando de plantear un cambio en la metodología de enseñanza tradicional, señalando que el aprendizaje está centrado en el estudiante y es de concepción constructivista. Proponen estrategias como los microcentros, material exclusivo para el aula multigrado con un currículo aplicado a lo agrario, currículos innovadores y flexibles, que faciliten el proceso en estas aulas (Little, 2006).

El aprendizaje en espiral de Bruner (1960) es una teoría que aporta un gran valor a estas aulas multigrado, logrando en el estudiante profundizar sus conocimientos de manera progresiva, integrada e inclusiva.

STEM Plus articula la planeación de forma interdisciplinaria, constituyendo una orientación pedagógica para el trabajo en el aula multigrado, incorporando contextos y situaciones de la vida cotidiana. STEM Plus enfocado a los oficios, propone un aprendizaje basado en la solución de problemas y desarrolla habilidades indispensables para competir en el mundo laboral del siglo XXI (Reiss, 2022).

La concreción práctica de las secuencias didácticas, se sustenta en trabajos dirigidos por el MEN (2017),

en el cual adaptan cuatro momentos de clase, partiendo desde la motivación y saberes previos, hasta un espacio de transferencia en donde se pone a prueba el aprendizaje por medio de otras aplicaciones y contextos. Se ofrecen algunas estrategias de gestión y clima de aula.

Se integran algunos componentes de una teoría social del aprendizaje basadas en las comunidades de práctica de Wenger (1998), las cuales incentivan al debate, a la imaginación, al trabajo en equipo y permite propiciar un espacio con mayor bienestar y apoyo consolidado entre sus pares, adecuados para que dicha comunidad evolucione de manera formativa. En éstas comunidades de práctica se utilizan algunas sugerencias y propósitos para potenciar el análisis interaccional (Friesen y Schütte, 2020).

Es necesario implementar un aprendizaje a través de la evaluación formativa para lograr el objetivo de la clase. Se destaca la propuesta de Heritage (2010; 2021) por medio de tres pasos: hacia dónde se va, dónde se está y cómo se puede seguir avanzando.

En el proceso de resolución de problemas, el docente multigrado debe tener en cuenta desde el momento de la planeación unos objetivos claros y puntuales para los estudiantes, y los desempeños esperados. En este trabajo resolutivo se apunta a la utilización de diversas heurísticas que hagan reflexionar al estudiante en la identificación de sus fortalezas y aspectos a mejorar en las fases del pensamiento matemático, por esta razón se tiene en cuenta trabajos referentes al pensamiento matemático de Stacey Burton y Mason, (2010).

En ésta investigación se parte de situaciones o inquietudes propuestas por los estudiantes, como, por ejemplo: en qué se aplican las matemáticas en los diferentes oficios. Esto conlleva a un trabajo realista del aprendizaje. El sensemaking constituye una metodología para dar sentido al uso de las matemáticas, lo cual permite ver la importancia en un contexto real, motivante e inclusivo (Schoenfeld y Arcavi, 2020).

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

En Institución Educativa San Gerardo, se presentan ciertas dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula multigrado, las cuales son una limitante para el desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas. El presente trabajo quiere contribuir a mejorar este proceso a través de la resolución de problemas retadores enfocados en el contexto de los oficios. Por esta razón se requiere de un adecuado diseño en la metodología de investigación que se presenta a continuación (ver Figura 16).

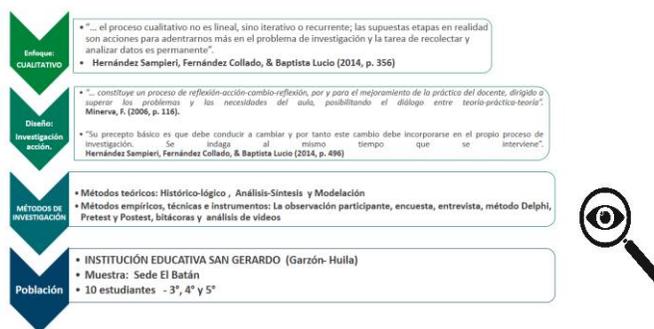


Figura 16. Esquema sobre la metodología de la investigación.

3.1. Tipo o enfoque de investigación

En la tesis se asume un paradigma de investigación cualitativo, con un enfoque de investigación cualitativo, ya que es un fenómeno social (de las ciencias sociales), vinculado a la pedagogía, a la educación, y a su vez, a la educación matemática, pues se aborda el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, especialmente para el aula multigrado.

Por su parte, Hernández, Fernández, & Baptista (2014) plantean que "... el proceso cualitativo no es lineal, sino iterativo o recurrente; las supuestas etapas en realidad son acciones para adentrarnos más en el problema de investigación y la tarea de recolectar y analizar datos es permanente"⁶³. Además, el estudio se orienta a investigar el comportamiento y la percepción de las personas, y su conducta.

La investigación cualitativa se inicia con un proceso de análisis de hechos (empíricos), desarrollándose

⁶³ Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Vol. 3). Sexta edición. México: McGraw-Hill. p. 356.

una teoría que la fortalezca. Esta investigación se caracteriza por tener un proceso de indagación más flexible, basándose más en lo lógico y en lo inductivo. Además, *“Los métodos de recolección de información están abiertos a la imaginación y creatividad del investigador; la relación entre el investigador y unidad de análisis es más cercana. Es interpretativa porque intenta entender los fenómenos de acuerdo al significado que le dan las personas”*⁶⁴.

También, la investigación se estructura bajo un diseño de investigación acción. Este diseño *“... constituye un proceso de reflexión-acción-cambio-reflexión, por y para el mejoramiento de la práctica del docente, dirigido a superar los problemas y las necesidades del aula, posibilitando el diálogo entre teoría-práctica-teoría”*⁶⁵. Por otra parte, Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio (2014) expresan que *“Su precepto básico es que debe conducir a cambiar y por tanto este cambio debe incorporarse en el propio proceso de investigación. Se indaga al mismo tiempo que se interviene”*⁶⁶. Se concluye que este diseño permite transformar y enriquecer el quehacer del proceso y enseñanza de la matemática en el aula multigrado.

3.2. Alcance del estudio

Con la pregunta científica ¿cómo fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje en aulas multigrado (primaria), para el área de matemáticas en un contexto de competencias en los oficios?, se quiere investigar el comportamiento y percepción de los estudiantes de aula multigrado, retándolos a actividades enfocadas en las competencias matemáticas implementadas en los oficios. Cómo fundamenta la investigación cualitativa -inductiva, se comienza con un proceso empírico, que se llama caracterización, buscando los posibles gustos, motivaciones y talentos. En este proceso se pretende entender el contexto,

⁶⁴ Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Vol. 3). Sexta edición. México: McGraw-Hill. p. 356.

⁶⁵ Minerva, F. (2006). *El proceso de investigación científica*. Zulia, Venezuela: Universidad del Zulia. p. 116.

⁶⁶ *Ibíd*em P. 496

para ir preparando aquellas actividades de resolución de problemas retadores y diferenciados, que se adapten al aula multigrado, y así, ir construyendo una teoría, un modelo pedagógico flexible e integrado que fortalezca el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado.

El presente trabajo contribuye a formar seres humanos más competentes, con más habilidades y conocimientos, motivados y conscientes de la importancia que tiene, tanto la matemática en la vida diaria, el seguir estudiando, el aporte a su realización profesional y el trabajo en equipo, a través de la resolución de problemas matemáticos retadores en los oficios, y en esto radica importancia social de la investigación.

3.3. Población y muestra

La población está conformada por los estudiantes de aula multigrado de primaria, de la Institución Educativa San Gerardo del municipio de Garzón (Huila) y la muestra de la investigación está constituida por 7 estudiantes de los grados 3°, 4° y 5° de la Sede El Batán.

3.4. Métodos, técnicas e instrumentos utilizados

Dentro de los métodos teóricos se tienen:

- **Histórico-lógico:** determina la evolución y desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el aula multigrado.
- **Análisis-Síntesis:** fortalece el estado del arte y determina las tendencias actuales del tema a tratar. Estos métodos son esenciales para la construcción de los fundamentos teóricos, los resultados, conclusiones y recomendaciones.
- **Análisis de fuentes:** constata el estado del arte y las bases teóricas que sustentan la investigación.
- **Enfoque sistémico y modelación:** para la construcción del modelo pedagógico flexible e integrado y el sistema de actividades. Además, para el análisis de la relación sistémica de los

elementos del modelo.

En cuanto a los métodos de nivel empírico se utilizan, la observación participante de las clases, el análisis de videos, la entrevista a especialistas en educación matemática y/o aula multigrado (ver Anexo 1), la encuesta a docentes de matemáticas del aula multigrado (Anexo 2), el Método Delphi de la encuesta a docentes y expertos (ver Anexo 3), la rejilla de evaluación para la validación del modelo (ver Anexo 4), el análisis por el método Delphi de la rejilla evaluada por especialistas para la validación del modelo (ver Anexo 5), la rúbrica general del proceso cognitivo, pedagógico y didáctico para cada oficio (Anexo 6), la encuesta de satisfacción a los estudiantes y acudientes (Anexo 7) y entrevista (Anexo 8).

3.5. Fases de la investigación

El siguiente trabajo de investigación se organiza en base a las siguientes fases: diagnóstica, preparatoria, trabajo de campo, analítica e informativa.

Fase 1: Obrera (Diagnóstica): se elaboran, validan, aplican y se analizan los resultados de los instrumentos (Pretest, encuesta y entrevista).

Se hace una revisión exhaustiva sobre la temática a investigar en eventos, congresos y reuniones.

Revisión de la literatura sobre el tema el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado.

Se aplica el método de triangulación para determinar las oportunidades de mejora en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado, como base del problema de investigación a resolver en la presente tesis.

Fase 2: Técnica (Preparatoria): en esta fase se realiza una investigación documental profunda sobre el estado del arte, la cual permite el estudio del conocimiento escrito acumulado que sustenta el problema de investigación, sus objetivos y un balance sobre las tendencias actuales del proceso de enseñanza y

aprendizaje de la matemática para el aula multigrado a través de la resolución de problemas retadores aplicado en el contexto de los oficios. Se construye el marco teórico de la tesis y se precisa la metodología de investigación a asumir. Se elabora un modelo pedagógico flexible e integrado como aporte teórico y un sistema de actividades para favorecer el proceso y enseñanza del aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado, como aporte práctico. Se consideran los instrumentos para la recolección de datos.

Fase 3: Profesional (Trabajo de campo): en esta fase se aplican las actividades, se valida el modelo didáctico a través del enfoque de investigación basado en argumentos por Kane (1992, 2013). Además, se aplica una encuesta de satisfacción a los estudiantes y padres de familia.

Fase 4: Especialista (Analítica): se analizan y procesan los resultados de la aplicación del sistema de actividades. Se elaboran las conclusiones y recomendaciones.

Fase 5: Experta (Informativa): en esta fase, se presentan los resultados en la investigación en Congresos, se publican dichos resultados en revistas indexadas y se sustenta el trabajo para obtener el grado de Doctora en Educación Matemática.

Conclusiones del capítulo 3

El paradigma de investigación que asume la tesis es de corte cualitativo, con un diseño de investigación acción, para contribuir al objetivo de la investigación.

La combinación de los métodos teóricos, empíricos e instrumentos utilizados, con el marco teórico son adecuados para el proceso de construcción del modelo pedagógico flexible e integrado.

Los resultados de las encuestas y entrevistas permiten tener una caracterización sobre el proceso y enseñanza de la matemática en el aula multigrado, la cual es necesaria en la construcción del modelo pedagógico.

CAPÍTULO 4. MODELO PEDAGÓGICO FLEXIBLE E INTEGRADO MULTI-CREA. SECUENCIA DIDÁCTICA.

En este capítulo se propone el modelo pedagógico flexible e integrado para aula multigrado de primaria MULTI-CREA que, a partir de secuencias didácticas, busca fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática a través de la resolución de problemas retadores en un contexto de los oficios, fundamentado en la motivación de los estudiantes de la Institución Educativa San Gerardo, sede El Batán. El modelo pedagógico MULT- CREA se creó de manera inductiva, adaptando y ajustando, a medida que se aplican las secuencias didácticas, observando algunas regularidades y procesos del aula multigrado.

4.1. Referentes teóricos sobre modelos pedagógicos multigrado

La expresión modelo pedagógico aparece en la literatura relacionado con estrategia, estilo de desarrollo, campo de estudio, currículo, entre otras. Estos modelos apuntan a la enseñanza y aprendizaje, al desarrollo de los estudiantes, a las características de la práctica del profesor y a la incidencia de las comunidades e instituciones educativas en la escuela.

El Modelo Pedagógico es una *“Construcción teórico formal que fundamentada científica e ideológicamente interpreta, diseña y ajusta la realidad pedagógica que responde a una necesidad histórico concreta”*⁶⁷. Esta definición y las tres funciones de los modelos pedagógicos: interpretar, diseñar y ajustar, se asumen en el modelo MULTI-CREA.

Para la construcción del modelo pedagógico se necesita del método de la modelación, el cual *“permite simplificar, construir, optimizar la actividad teórica, práctica y valorativa del hombre, es un instrumento*

⁶⁷ de Pedagogía, C. (2002). Marco conceptual para la elaboración de una teoría pedagógica/Dra. Josefina López Hurtado, Dra. Mercedes Esteva Boronat...[et. al.]. *Pueblo y Educación*. p. 319

*para predecir acontecimientos que no han sido observados aún*⁶⁸.

En Colombia se tiene la propuesta de la Escuela Nueva - EN (Colbert y Arboleda, 2016). La EN es un modelo pedagógico flexible que se fundamenta en un enfoque constructivista, priorizando el diálogo, la interacción, participación y proceso formativo tanto de educandos como de educadores. Otro modelo muy reconocido es el modelo EN liderado por la Federación Nacional de Cafeteros (Caldas), enfocado en actividades agrícolas y con el proceso del Café.

A nivel internacional se tienen algunos modelos pedagógicos multigrado, desarrollados en México, Argentina, Chile y Brasil. En México, según Lara y Juárez (2018) se tienen los modelos pedagógicos “Dialogar y Descubrir” y Aprendizaje Basado en la Cooperación y el Diálogo (ABCD). En Brasil el modelo pedagógico “Do Campo”, enfocado en la agroecología (Caldart, 2004).

En los modelos pedagógicos para el aula multigrado descritos por Colbert y Arboleda (2016); Lara y Juárez (2018), Martínez, Ochoa, Bolaños (2021), entre otros, se evidencia un enfoque constructivista, basado en proyectos de aula, por medio de la resolución de problemas, potenciado por el aprendizaje asimétrico entre pares y la circulación de saberes (Santos, 2011). Además, se necesitan modelos pedagógicos que consideren la diferenciación por grados en la resolución de problemas, que permitan introducir situaciones que posibiliten el intercambio de ideas entre pares asimétricos (Broitman, Escobar y Sancha, 2021).

En esta investigación se toman estos referentes, para construir un modelo pedagógico flexible, integrado, dinámico que contribuya a la motivación hacia el estudio y de forma particular a las matemáticas, tomando como referente el contexto de los oficios. El modelo brinda al estudiante oportunidades y posibilidades de crecer desde sus propios intereses y habilidades, y ver la importancia que tiene la matemática en los

⁶⁸ de Pedagogía, C. (2002). Marco conceptual para la elaboración de una teoría pedagógica/Dra. Josefina López Hurtado, Dra. Mercedes Esteva Boronat...[et. al.]. *Pueblo y Educación*. p. 319

oficios.

Este modelo se basa en la resolución de problemas, sensemaking, análisis interaccional, STEM plus con actividades diferenciadas enfocadas en los oficios y evaluación formativa, para brindarles mayores oportunidades de éxito a los estudiantes. El modelo pedagógico MULT-CREA, toma como elemento dinamizador la resolución de problemas retadores, para suplir las necesidades educativas integradoras en cuanto a la planeación, ejecución y resultados del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado, brindando a los docentes una mayor claridad y estructura en el desarrollo de la clase.

4.2. Secuencias didácticas para la enseñanza y aprendizaje de la matemática del aula multigrado en el contexto de los oficios

Las secuencias didácticas para cada oficio están vinculadas desde el organizador gráfico para lograr la interdisciplinariedad enfocada para el área de matemáticas de forma general. Específicamente en el área de matemáticas, para cada problema retador se propone la siguiente información, en la cual se dispone de la secuencia didáctica según el oficio, sugerencias metodológicas, materiales a utilizar, el nombre del reto y el objetivo adaptado a los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (EBCM) y referentes de apoyo del MEN de Colombia⁶⁹ (ver Tabla 6).

Las secuencias didácticas enmarcadas en los oficios se presentan en el orden en que se aplicó con los estudiantes. Para visualizar todas las secuencias didácticas de forma escrita, dar click en la lupa. 

Las primeras cuatro secuencias didácticas (músico I, músico II, Ingeniero en sistemas y astronauta) se aplicaron a manera de exploración entre el 2021 y 2022. A partir del 2023, aunque se trabajó con los mismos grados 3°, 4° y 5°, algunos de los estudiantes eran diferentes, debido a que se incorporan a la institución estudiantes nuevos y se gradúan de básica primaria los estudiantes de quinto. Por esta razón,

⁶⁹ Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. *Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. P. 46-95.

algunos de los retos se adaptaron a estos estudiantes, según el desempeño de cada uno de ellos, reforzando con un plan de apoyo, trabajo personalizado, tanto del docente, como en casa.

Tabla 6. Objetivo para el área de matemáticas de cada problema retador del oficio, propuesto para cada ciclo (ciclo I- Ciclo II) respectivamente.

Secuencia didáctica	Problema Retador		Objetivo (adaptado de los EBCM)
Músic@ Parte I	R1.	Compartiendo con mis compañeros.	Describir situaciones de medición utilizando fracciones comunes. Interpretar la noción de fracción como relación parte todo.
	R2.	Estimación de pliegues	Usar diversas estrategias de estimación para resolver situaciones problemas relativas a las fracciones. Diseñar una estrategia de estimación para resolver problemas relativos a las fracciones.
	R3.	Comprobando la estimación	Aplicar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones multiplicativas. Utilizar notación decimal para expresar fracciones.
	R4.	Construcción del monocordio	Construir objetos tridimensionales a partir del texto instructivo en el contexto musical.
	R5.	Siguiendo las pistas	Resolver situaciones problema cuya estrategia de solución requiera de relaciones y propiedades de las fracciones.
	R6.	Longitud de cuerda para una cítara	
Músic@ Parte II	R1.	Longitud de la cuerda para una nota musical	Resolver problemas en situaciones multiplicativas. Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones multiplicativas.
	R2.	Longitud de la cuerda para una nota musical	
	R3.	Calculadora de cuerdas	Resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas haciendo uso de la calculadora de cuerdas. Identificar la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.
	R4.	Calculadora de cuerdas	
	R5.	Calculadora de cuerdas	
	R6.	Regularidades con la calculadora de cuerdas	Utilizar diferentes modelos y estrategias en la solución de problemas con contenido numérico variacional. Justificar regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.
Ingenier@ en Sistemas	R1.	Personajes inspiradores	Identificar regularidades y tendencias en un conjunto de datos.
	R2.	Ubicación en el espacio	Desarrollar habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio. Utilizar sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.
	R3.	Coordenadas en el espacio	
	R4.	Juego: serpientes en el espacio	Usar diferentes estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas de competencia. Identificar, si a la luz de los datos de un problema los resultados obtenidos son razonables o no.
	R5.	De paseo por el municipio de Garzón	Reconocer y aplicar traslaciones y giros sobre una figura. Resolver y formular preguntas que requieran para su solución analizar datos del entorno próximo.
	R6.	Indagando el código	Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos, proveniente de observaciones, consultas o experimentos.

	R7.	Feliz o triste	Formular, representar y resolver problemas a través de herramientas y conceptos como secuencias de instrucciones ordenadas (algoritmos), para llegar a la solución. Conjeturar y verificar resultados en la construcción de diseños o modelos.
Astronauta	R1.	Arreglo de vecinos	Representar lazos y relaciones que conlleven a razonamientos propios de la matemática discreta.
	R2.	Constelaciones camino Euleriano	Descubrir procesos y estrategias en la búsqueda de distintas rutas para grafos camino Euleriano y ciclo Euleriano.
	R3.	Constelaciones ciclo Euleriano	
	R4.	Constelaciones árbol o ciclo	Identificar regularidades que cumplen los ciclos o un grafo árbol.
	R5.	Constelaciones zodiacales	Descubrir procesos y estrategias en la búsqueda de rutas para camino y ciclo Euleriano. Identificar regularidades que cumple un ciclo o un grafo árbol.
	R6.	Creando constelaciones	Diseñar, analizar y explicar relaciones de dependencia entre la constelación para que cumpla las condiciones dadas. Conjeturar y verificar resultados en la construcción de diseños o modelos.
	R7.	Juego: Déjalo sin estrellas	Usar diferentes estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas propios de la matemática discreta. Identificar, si a la luz de los datos de un problema los resultados obtenidos son razonables o no, encontrando la mejor estrategia.
Vendedor OF1	R1.	Cotizando	Identificar regularidades y propiedades de los números usando diferentes instrumentos de cálculo. Resolver problemas de estructura aditiva y multiplicativa en el conjunto de los números naturales.
	R2.	Inferencias en la compra de mi tío	Identificar si los resultados obtenidos son o no razonables.
	R3.	Seleccionando artículos para la construcción de una cerca	Clasificar y reconocer datos de acuerdo a cualidades y atributos en diagramas de Venn.
	R4.	Cotizando materiales para la cerca	Usar propiedades geométricas para solucionar problemas relativos al diseño y construcción de figuras planas y tridimensionales. Realizar estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas particularmente en la construcción de una cerca para terreno inclinado.
	R5.	Ahorro acumulado	Representar un conjunto de datos a partir de un diagrama de barras, interpretando variaciones representadas en gráficos. Describir cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos, operaciones y gráficas.
	R6.	Más barato por docena	Resolver problemas en situaciones de variación proporcional y no proporcional.
Chef OF2	R1.	La sazón de las proporciones	Resolver problemas en situaciones de variación proporcional. Representar y relacionar patrones numéricos y reglas verbales.
	R2.	Preparando pizza con la sazón de las proporciones	Reconocer el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas. Utilizar y justificar el uso de la estimación para resolver problemas relativos a la vida social.
	R3.	Calculando π	Realizar y describir procesos de medición con patrones arbitrarios e instrumentos de medición.

	R4.	Partiendo la pizza	Realizar y describir procesos de medición con patrones arbitrarios e instrumentos de medición. Predigo patrones de variación en una secuencia gráfica.
	R5.	Compartiendo y probando sabores	Describo, comparo y cuantifico situaciones problemas con números fraccionarios y diversas representaciones.
	R6.	Fracciones distintas con el mismo valor	Reconozco y describo regularidades y patrones en el contexto numérico y geométrico.
Veterinari@ OF3	R1.	Tan grande como siete osos	Usar operaciones y propiedades de los números naturales, estableciendo relaciones de equivalencia entre ellos.
	R2.	Comparando animales de la granja del Profe Arley	Reconocer y generar equivalencias entre expresiones numéricas de forma verbal. Construir igualdades numéricas de forma verbal como representación de relaciones entre distintos datos.
	R3.	¿Conoces la edad de los perros en años humanos?	Reconocer y describir regularidades y patrones en el contexto numérico. Predecir patrones de variación en una secuencia numérica.
	R4.	Curvas de crecimiento de razas según diferentes tamaños y comida diaria recomendada para el perro	Interpretar información presentada en tablas y gráficas (pictogramas o diagramas de líneas).
	R5.	Vacunas- prevenir es mejor que lamentar	Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos. Representar y relacionar patrones numéricos con tablas y reglas verbales.
	R6.	Curva de crecimiento saludable	Utilizar y justificar el uso de la estimación para resolver problemas relativos a las ciencias, utilizando rangos de variación. Analizar y explicar relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones de las ciencias naturales.
Zootecnista OF4	R1.	Alimentando a un animal de consumo	Resolver situaciones problema de estructura aditiva y multiplicativa cuya estrategia de solución requiera de relaciones y propiedades de los números.
	R2.	Repartiendo concentrado	
	R3.	Comprando en la veterinaria	
	R4.	Clasificando peces de mi región	Clasificar y organizar datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas. Comparar y ordenar objetos respecto a atributos medibles.
	R5.	Cultivando y vendiendo peces de mi región	Promover la seguridad alimentaria y el desarrollo de la agricultura sostenible usando diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
	R6.	¿En cuál alberca pescar?	Explicar la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos. Predecir si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.

En la organización de los objetivos de la Tabla 6, se puede observar que algunos de los estándares básicos de competencia en matemáticas adaptados del MEN (2006) son insuficientes para otras clases de problemas retadores que contribuyen al desarrollo del pensamiento matemático. Por ejemplo, los

objetivos que se mencionan en el oficio de ser Astronauta (R2 a R5).

Los oficios de ser músico, ingeniero en sistemas y astronauta, se toman a manera de exploración, dando algunas ideas sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para el aula multigrado, encontrando algunas regularidades que dieron sentido al modelo pedagógico flexible e integrado MULTICREA. Las siguientes secuencias se fueron ajustando a partir de la aplicación de las anteriores, por esta razón se dio prioridad en el análisis de resultados a las cuatro últimas (OF1 al OF4), que se implementaron con todos los procesos y condiciones del modelo. En ésta adaptación se vinculan los tres componentes (numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio), dada la relación que tiene un estándar determinado con los demás componentes dentro del mismo conjunto de grados (coherencia horizontal) y la complejidad del contenido matemático representada para cada ciclo (coherencia vertical).

Se presentan a continuación dos o tres retos por cada oficio (OF1 al OF4).

4.2.1. Secuencia didáctica OF1. Ser Vendedor@

Título: las matemáticas en las ventas (asesor y vendedor en una ferretería)

Objetivo: desarrollar habilidades que contribuyan a la resolución de problemas retadores, mediante preguntas presentadas en el oficio de ser vendedor, fortaleciendo valores sociales como el cooperativismo, la sana convivencia y la colaboración mediante la interacción lúdica en el manejo del dinero didáctico y otros objetos (ver Figura 1).

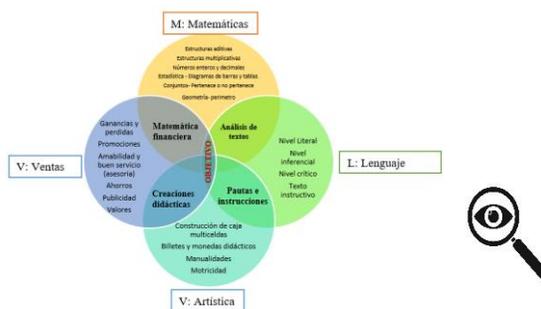


Figura 1. Organizador gráfico de la Secuencia OF 1

Sugerencias metodológicas: esta planeación contiene actividades formuladas en el oficio de las ventas y otras aplicaciones por medio de problemas retadores, que se proponen como una estrategia didáctica para lograr una mejor comprensión en las operaciones aritméticas básicas.

Usando la historia, los oficios, el trabajo independiente y entre pares como recurso didáctico para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se exponen las matemáticas en su proceso de construcción, más que un producto acabado y su importancia en la vida cotidiana. Por medio de “las ventas” (mercado, ropa, herramientas, entre otros artículos, se busca despertar en todos los niños (atendiendo la diversidad), el gusto por estas disciplinas, fomentar aprendizajes significativos y enmarcada la evaluación formativa. La actividad está diseñada para aplicarla de forma presencial en el aula multigrado (3°, 4° y 5°) propuesta para 14 horas de clase.

Materiales a utilizar: artículos o imágenes que se encuentran en las tiendas de la región, con su precio, fotocopias, video Beam, materiales reciclables, imágenes de productos, herramientas, billetes didácticos, calculadora, maquetas, pasaporte, diagrama de barras (semáforo del aprendizaje), lápiz, borrador y los siguientes videos de YouTube:

La pantera rosa -Supermercado en Rosa Audio- Español Latino	http://youtube.com/watch?v=mWeOFvCCwQc
Instalación Alambre de Púas Motto	https://www.youtube.com/watch?v=UmK0dDu24w8&t=12s

Desarrollo de la actividad:

Grados 3°, 4° y 5°: explorar los precios y productos que venden en las dos ferreterías, comparar algunos productos y realizar la siguiente cotización en las facturas de cada ferretería.

Ferretería El Batán										Ferretería San Gerardo									
PUNTIJILLAS		HERRAMIENTAS				MOLDEA		ALUMBRADO		PUNTIJILLAS		HERRAMIENTAS				MOLDEA		ALUMBRADO	
100 unidades	\$ 100	10 unidades	\$4.000	10 unidades	\$1.000	10 unidades	\$6.000	10 unidades	\$8.500	100 unidades	\$ 200	10 unidades	\$6.500	10 unidades	\$1.000	10 unidades	\$8.500	10 unidades	\$8.500
10 unidades	\$50	10 unidades	\$4.500	10 unidades	\$2.500	10 unidades	\$5.000	10 unidades	\$7.500	100 unidades	\$100	10 unidades	\$9.000	10 unidades	\$2.000	10 unidades	\$7.500	10 unidades	\$7.500
10 unidades	\$400	10 unidades	\$14.400	10 unidades	\$2.000	10 unidades	\$12.000	10 unidades	\$16.700	100 unidades	\$400	10 unidades	\$10.000	10 unidades	\$15.500	10 unidades	\$14.700	10 unidades	\$14.700
10 unidades	\$100.000	10 unidades	\$100.000	10 unidades	\$10.000	10 unidades	\$7.500	10 unidades	\$10.000	100 unidades	\$1.000	10 unidades	\$12.000	10 unidades	\$7.500	10 unidades	\$10.000	10 unidades	\$10.000
10 unidades	\$100.000	10 unidades	\$100.000	10 unidades	\$10.000	10 unidades	\$7.500	10 unidades	\$10.000	100 unidades	\$1.000	10 unidades	\$12.000	10 unidades	\$7.500	10 unidades	\$10.000	10 unidades	\$10.000
10 unidades	\$100.000	10 unidades	\$100.000	10 unidades	\$10.000	10 unidades	\$7.500	10 unidades	\$10.000	100 unidades	\$1.000	10 unidades	\$12.000	10 unidades	\$7.500	10 unidades	\$10.000	10 unidades	\$10.000



Grado 3°													Grado 4° y 5°												
No de puntillas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	No de puntillas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Precio	3.000	6.000	9.000	12.000	15.000	18.000	21.000	24.000	27.000	30.000	33.000	36.000	Precio	5.000	10.000	15.000	20.000	25.000	30.000	35.000	40.000	45.000	50.000	55.000	60.000
Por docena	33.000												Por docena	\$55.000											
No de Sierrecitos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	No de Sierrecitos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Precio	30.000	20.000	30.000	40.000	50.000	60.000	70.000	80.000	90.000	100.000	110.000	120.000	Precio	12.000	24.000	36.000	48.000	60.000	72.000	84.000	96.000	108.000	120.000	132.000	144.000
Por docena	110.000												Por docena	\$132.000											



Después de descubrir, ¿cómo funciona la promoción más barato por docena?, resuelve las siguientes preguntas: ¿Cuánto dinero debo pagar por comprar una docena de puntilla de dos puntas?, ¿cuánto dinero debo pagar por comprar una docena de postes de 1m?, ¿cuánto dinero debo pagar por comprar una docena de destornilladores estrías?, ¿si compro dos docenas de puntillas para concreto, cuánto dinero debo cancelar?, ¿pago menos comprando 11 gafas de seguridad que comprando 12? y ¿qué prefiere comprar 11 o 12 artículos? Argumenta tu respuesta.

4.2.2. Secuencia didáctica OF2. Ser Chef

Título: la sazón de las proporciones

Objetivo: desarrollar habilidades que contribuyan a la resolución de problemas matemáticos retadores, mediante preguntas presentadas en el oficio de ser Chef, fortaleciendo valores sociales como el cooperativismo, la sana convivencia, la buena alimentación y la colaboración mediante la interacción lúdica en el manejo material concreto y herramientas tecnológicas (ver Figura 1).

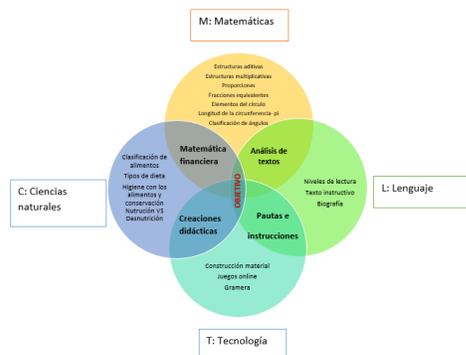


Figura. 1. Organizador gráfico de la Secuencia OF 2

Sugerencias metodológicas: esta planeación contiene actividades formuladas en el oficio de las ventas y otras aplicaciones por medio de problemas retadores, que se proponen como una estrategia didáctica para lograr una mejor comprensión en las operaciones aritméticas básicas.

Usando la historia, los oficios, el trabajo independiente y entre pares como recurso didáctico para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se exponen las matemáticas en su proceso de construcción, más que un producto acabado y su importancia en la vida cotidiana. Por medio de “la tienda del saber” (mercado, ropa, herramientas, entre otros artículos y el oficio de ser Chef, se busca despertar en todos los niños (atendiendo la diversidad), el gusto por estas disciplinas, fomentar aprendizajes significativos y enmarcada la evaluación formativa. La actividad está diseñada para aplicarla de forma presencial en el aula multigrado (3°, 4° y 5°) propuesta para 14 horas de clase.

Materiales a utilizar: artículos o imágenes que se encuentran en las tiendas de la región, con su precio, Fotocopias, video Beam, materiales reciclables, video del personaje inspirador (región), herramientas, gramera, recipientes medidores (cucharas, tazas, etc.), alimentos, platos, cuerda, calculadora, transportador, compás, pasaporte, diagrama de barras (semáforo del aprendizaje), lápiz y borrador.

- <https://www.alice.edu.tum.de/>

Desarrollo de la actividad:

Reto 2. Preparando pizza con la sazón de las proporciones

Preparación. Seguimos las instrucciones del Chef:

1. Manos limpias
2. Mesón y recipientes listos.
3. Toma en recipientes los ingredientes a utilizar según las medidas, corroboradas en una gramera.
4. Mezclar los ingredientes y amasar hasta que la masa esté suave y no pegajosa.
5. Hacer una bola con la masa y aplastarla con el rodillo, hasta lograr un círculo.
6. Esparcir la salsa de tomate sobre la masa
7. Agregar el queso a la masa
8. Coloca de forma ordenada los trozos de mortadela y salchicha por toda la pizza

9. Se ingresa al horno por 20 minutos

Información de la receta

Tiempo de preparación: 1 hora Tiempo de cocción: 20 minutos Tiempo total: 1 hora y 20 minutos Ración: 4 (2 pizza pequeña)	<u>Para la masa</u> 400 g de harina 40 g de mantequilla 240 ml de agua 20 g de levadura 1 cucharadita de sal	Ingredientes de la pizza 150 ml de salsa de tomate. 60 g de mortadela de pollo 80 g de salchichas 200 g de queso crema
Preguntas. <ul style="list-style-type: none"> • Si agrega a la gramera 40 g de mantequilla y luego agregas 20 g de levadura, ¿Cuánto debe indicar el valor de la gramera para saber que tenemos la cantidad correcta de levadura? • Al agregar la mantequilla la gramera indica 48 g. ¿Cuántos gramos debo quitarle? • Si agrego de uno en uno todos los ingredientes en la gramera (menos la sal), teniendo en cuenta las cantidades correctas. ¿Cuántos gramos debe indicar la gramera al final? • Si agrego de uno en uno todos los ingredientes en la gramera (con la sal), teniendo en cuenta las cantidades correctas. ¿Cuántos gramos debe estimar la gramera al final? • Si agrega a la gramera 160 g de mortadela y luego agregas 80 g de salchicha, ¿Cuánto debe indicar el valor de la gramera para saber que tenemos la cantidad correcta de salchicha? • Al agregar el queso crema en la gramera, indica 248 g. ¿Cuántos gramos debo quitarle? • Al agregar el queso crema en la gramera, indica 123 g. ¿Cuántos gramos debo agregarle? • La mortadela, la salchicha y el queso crema, teniendo en cuenta las cantidades correctas. ¿Cuántos gramos debe indicar la gramera al final? (Para los estudiantes de 3° se realizan algunas preguntas con valores en gramos más pequeños).		

Reto 3. Calculando π

Para darle un toque de más queso a la pizza, se quiere agregar un poco de salsa de queso por el borde. Responde: ¿qué forma tiene la pizza?, ¿qué elementos tiene el círculo?, ¿cómo podemos calcular el recorrido en centímetros para bordear la pizza con salsa de queso?

Grado	Nombre	Longitud de la circunferencia (L)	Diámetro (D)	$\frac{L}{D} = \pi$
3°	Emmanuel			
	Laura			
	Edinson			
4°	Briyith			
	Maudi			
	Yessica			
5°	Deivin			

Se realiza el siguiente experimento: a cada estudiante se le entrega un círculo y un trozo de cuerda. Cada uno debe bordear el círculo lo mejor que pueda.

Grado 3°	Grado 4°	Grado 5°
Cortan tres cuerdas con la longitud del diámetro y bordean el círculo.	Dan la vuelta aproximada al borde del círculo y toman la medida de la cuerda.	

Entre todos los grados 3°, 4° y 5°, completamos la siguiente Tabla.

Plenaria: ¿Cuál es la longitud aproximada que se debe recorrer en tu pizza para bordearla con la salsa de queso? Divide la razón entre la longitud de la circunferencia y el diámetro, encuentra algunas similitudes entre las medidas de tus compañeros, realiza una ronda silenciosa para observar los trabajos

de los compañeros, ¿qué podemos concluir referente a la longitud de una circunferencia con un determinado diámetro?

4.2.3. Secuencia didáctica OF3. Ser Veterinari@

Título: las matemáticas en la veterinaria

Objetivo: propiciar espacios que contribuyan a la resolución de problemas retadores, mediante preguntas presentadas en el oficio de ser veterinario, fortaleciendo valores sociales como el cooperativismo, la sana convivencia, la prevención en el crecimiento y desarrollo, mediante la interacción lúdica (ver Figura 1).

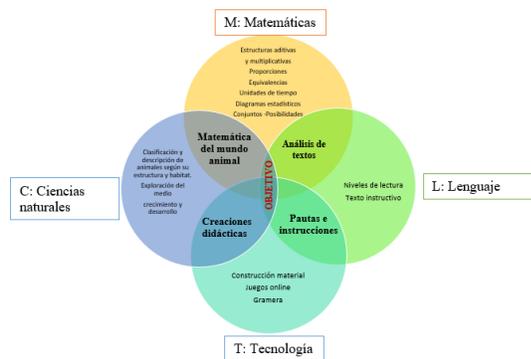


Figura 1. Organizador gráfico de la Secuencia OF 3

Sugerencias metodológicas: esta planeación contiene actividades formuladas en el oficio de ser veterinario, zootecnista y otras aplicaciones por medio de problemas retadores, que se proponen como una estrategia didáctica para lograr una mejor comprensión en las operaciones aritméticas básicas.

Incentivando en personajes del oficio de la región, el trabajo independiente y entre pares como recurso didáctico para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se exponen las matemáticas en su proceso de construcción, más que un producto acabado y su importancia en la vida cotidiana. Por medio de “la granja del Profesor Arley” se busca despertar en todos los niños (atendiendo la diversidad), el gusto por estas disciplinas, fomentar aprendizajes significativos y enmarcada la evaluación formativa. La actividad está diseñada para aplicarla de forma presencial en el aula multigrado (3°, 4° y 5°) propuesta para 16 horas de clase.

Materiales a utilizar: artículos o imágenes que se encuentran en las tiendas de la región, con su precio,

Fotocopias, Libro “Tan grande como siete osos- Autora: Julie Colombet”, Video del personaje inspirador (región), Video Beam, materiales reciclables, gramera, pasaporte, diagrama de barras (semáforo del aprendizaje) lápiz y borrador.

Desarrollo de la actividad:

Reto 2. Comparando animales de la granja del Profe Arley

Observa la siguiente tabla que nos brinda información sobre algunos animales investigados en la clase. En la tabla encontramos un ejemplo del tamaño y peso aproximado de algunos de los animales de la granja del Profesor Arley.

					
PESO					
ALTURA					
MACHO	4500 g 45 cm	2000 g 19 cm	4000 g 90 cm	1250 g 45 cm	93 g 19 cm
HEMERA	3500 g 38 cm	1200 g 15 cm	2000 g 70 cm	1000 g 35 cm	85 g 15 cm

Grado 3°	Grado 4°	Grado 5°
Construye algunas frases que nos comparen los tamaños y pesos de los animales entre oca, pollo y codorniz.	Construye algunas frases que nos comparen los tamaños y pesos de los animales entre cuy, oca y pollo.	Construye algunas frases que nos comparen los tamaños y pesos de los animales conejo, cuy y oca.

Reto 5. Vacunas- prevenir es mejor que lamentar.

Como cuidadores responsables de un perro, se debe cumplir con el calendario de vacunas pautado por el veterinario, pues así se evitan una gran cantidad de enfermedades graves, especialmente durante el primer año de vida. Antes de cualquier vacuna se recomienda desparasitar al animal, con un purgante que se debe dar vía oral en ayunas por dos días, antes de la vacuna. En la tabla se encuentra la edad, tipo de vacuna y que enfermedades previene en los perros, si se vacuna a tiempo.

	Edad	Vacuna	Previene
	1 mes	Especial cachorros	Parvovirus, Moquillo
	4 meses	Polivalente canino	Parvovirus, Moquillo, Hepatitis, Parainfluenza, Leptospirosis
	7 meses	Polivalente canino	Parvovirus, Moquillo, Hepatitis, Parainfluenza, Leptospirosis
	10 meses	Triplicoronquitis	Parainfluenza, Bordetella
	13 meses	Antibiótica	Rabia
	Revacuación anual	Rabia, Polivalente, Triplicoronquitis	Parvovirus, Moquillo, Hepatitis, Parainfluenza, Leptospirosis, Bordetella

Cada veterinario tiene la obligación de entregar un certificado o carnet de vacunación el cual posee los datos de la mascota, del propietario, especifica la fecha de vacunación, el tipo de vacuna y la firma. Igualmente, un control para desparasitar.

Como método de prevención el veterinario saca la cuenta y la siguiente fecha probable de la próxima vacuna (aproximadamente cada tres meses después de la primera hasta la quinta vacuna, después se aplica el refuerzo de forma anual) y desparasitación (cada 3 meses durante toda la vida del perro), para que los dueños del animal estén pendientes. Después del año de edad, se sigue vacunando anualmente como dosis de refuerzo.



Según el proceso anterior, en la veterinaria se tienen los siguientes casos:

- Caso 1: un perro de 8 días de nacido, el cual a lleva su dueño a vacunar, pues sabe de la importancia de las vacunas.
- Caso 2: un perro de 15 semanas que tiene todas sus vacunas al día, pero no se ha desparasitado.
- Caso 3: un perro adulto el cual requiere la revacunación anual, y ya está desparasitado.

Grado 3°, Grado 4° y Grado 5°

Llega a la veterinaria un paciente con su dueño y presenta el siguiente carnet. Según la información anterior qué información debe brindar para seguir con los siguientes ciclos de desparasitación y vacunación. Tenga en cuenta el tipo de vacuna.



Reto 6. Curva de crecimiento saludable

Grado 3° - Si tienes un cachorro, es importante que conozcas su curva de crecimiento y a qué edad será adulto. Podrás adaptar su alimentación según esta curva, consiguiendo prevenir futuras enfermedades tales como: Artrosis, Displasia de Cadera, Obesidad, Diabetes, entre otras, proporcionándole una vida larga y de gran calidad. Para un perro de raza labrador se tiene la curva de crecimiento que indica la edad en semanas y el peso en Kg.



En la veterinaria se tiene una paciente de raza labrador llamada “Milagros”, que asiste a su jornada de control y crecimiento según la edad en semanas, registrada en la siguiente tabla.

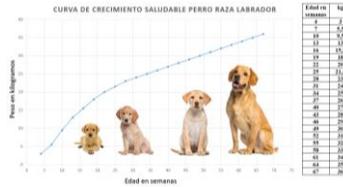
Ubica los valores correspondientes en la curva y analiza la situación.

Edad en semanas	10	25	40	55
Peso en Kg de Milagros	14	30	35	

Como futuro veterinario ¿qué le podría sugerir a su dueña para proporcionarle una vida larga y de gran calidad a Milagros? ¿Qué preguntas puedes hacer para investigar un poco más sobre los cuidados de Milagros?

Grado 4°- Si tienes un cachorro, es importante que conozcas su curva de crecimiento y a qué edad será adulto. Podrás adaptar su alimentación según esta curva, consiguiendo prevenir futuras enfermedades tales como: Artrosis, Displasia de Cadera, Obesidad, Diabetes, entre otras, proporcionándole una vida larga y de gran calidad.

Para un perro de raza labrador se tiene la curva de crecimiento que indica la edad en semanas y el peso en Kg.



En la veterinaria se tiene una paciente de raza labrador llamada “Milagros”, que asiste a su jornada de control y crecimiento según la edad en semanas, registrada en la siguiente tabla. Ubica los valores correspondientes en el siguiente diagrama y analiza la situación

Edad en semanas	10	25	40	55
Peso en Kg de Milagros	5,8	15,3	21,2	

Como futuro veterinario ¿qué le podría sugerir a su dueña para proporcionarle una vida larga y de gran calidad a Milagros? ¿Qué preguntas puedes hacer para investigar un poco más sobre los cuidados de Milagros?

Grado 5° - Si tienes un cachorro, es importante que conozcas su curva de crecimiento y a qué edad será adulto. Podrás adaptar su alimentación según esta curva, consiguiendo prevenir futuras enfermedades tales como: Artrosis, Displasia de Cadera, Obesidad, Diabetes, entre otras, proporcionándole una vida larga y de gran calidad. Para un perro de raza labrador se tiene la siguiente curva de crecimiento que indica la edad en semanas y el peso en Kg.

En la veterinaria se tiene una paciente de raza labrador llamada “Milagros”, que asiste a su jornada de control y crecimiento según la edad en semanas, registrada en la siguiente tabla. Ubica los valores correspondientes en el siguiente diagrama y analiza la situación

Edad en semanas	10	25	40	55
Peso en Kg de Milagros	9,2	22	26,3	

Como futuro veterinario ¿qué le podría sugerir a su dueña para proporcionarle una vida larga y de gran calidad a Milagros? ¿Qué preguntas puedes hacer para investigar un poco más sobre los cuidados de Milagros?

4.2.4. Secuencia didáctica OF4. Ser zootecnista

Título de la actividad: las matemáticas en la zootecnia

Objetivo: propiciar espacios que contribuyan a la resolución de problemas retadores, mediante preguntas presentadas en el oficio de ser zootecnista, fortaleciendo valores sociales como el cooperativismo, la sana convivencia, la prevención en el crecimiento y desarrollo, los sistemas de vida sostenible y la colaboración mediante la interacción lúdica (ver Figura 1).

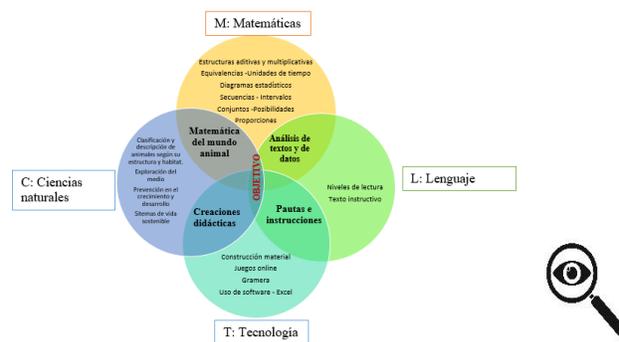


Figura 1. Organizador gráfico de la Secuencia OF 4

Sugerencias metodológicas: Esta planeación contiene actividades formuladas en el oficio de ser veterinario, zootecnista y otras aplicaciones por medio de problemas retadores, que se proponen como una estrategia didáctica para lograr una mejor comprensión en las operaciones aritméticas básicas y el desarrollo del pensamiento matemático.

Incentivando en personajes del oficio de la región, el trabajo independiente y entre pares como recurso didáctico para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se exponen las matemáticas en su proceso de construcción, más que un producto acabado y su importancia en la vida cotidiana. Por medio de “La clínica veterinaria y finca piscícola el Batán” se busca despertar en todos los niños (atendiendo la diversidad), el gusto por estas disciplinas, fomentar aprendizajes significativos, la prevención en el crecimiento y desarrollo, los sistemas de vida sostenible, enmarcada en el proceso de evaluación formativa.

La actividad está diseñada para aplicarla de forma presencial en el aula multigrado (3°, 4° y 5°) propuesta para 16 horas de clase.

Materiales a utilizar: Artículos o imágenes adaptadas que se encuentran en internet, fotocopias, impresiones de pescados, palitos de madera, video beam, nylon, jeringas y perros de peluche, materiales reciclables, gramera, báscula e imán.

- Video reproducción de peces: <https://www.youtube.com/watch?v=PC2SHvm0i90>
- <https://www.facebook.com/RazaFuerteBolivia/photos/a.145879423911123/634437618388632/>
- Curvas de crecimiento de razas de diferentes tamaños
<https://blog.arion-petfood.es/cuando-se-hace-adulto-un-cachorro/>
- <https://www.altudog.com/es/content/resolvemos-tus-dudas-sobre-altudog.html>
- Vacunas y carnet de vacunación <https://co.pinterest.com/pin/690528555352076723/>
- Calendarios <https://co.pinterest.com/pin/683491680965666539/>

Desarrollo de la actividad:

Reto 4. Clasificando peces de mi región

Después de la pesca, se clasifican los peces según la tabla. Marca con una (X).



Reto 5. Cultivando y vendiendo peces de mi región

DESCRIPCIÓN	DORADA	CAPIZ	BOCACACHICO	BAÑRE
DESCRIPCIÓN				
COLOR	Pez con fondo blanco	Cin con manchas	plateado	Pez negro en el dorso y en el vientre blanco
LONGITUD ESTIMADA PARA DEPÓSITO (cm)	Menor de 22 cm	Menor de 20 cm	Menor de 22 cm	Menor de 25 cm
LONGITUD ESTIMADA DE DEPÓSITO (cm)	22 cm - 25 cm	22 cm - 25 cm	22 cm - 24 cm	25 cm - 28 cm
LONGITUD ESTIMADA PARA DEPÓSITO (cm)	Mayor a 25 cm	Mayor a 25 cm	Mayor a 24 cm	Mayor a 28 cm
PIE	incisos	liso	incisos	liso
Resorte	no	si	no	si

Ver video: <https://www.youtube.com/watch?v=PC2SHvm0i90>

Para cultivar peces ovíparos hay que tener en cuenta la longitud estándar de madurez e ingresar por parejas (macho y hembra).

Se coloca en cada recipiente una hembra y un macho que logre estar dentro de los rangos de la longitud estándar de madurez. Tres litros de agua por cada pez.

Cada pez debe ser inyectado con una hormona, con las siguientes indicaciones 0,5 ml por cada 100 gramos de peso del pez.

Al macho se le coloca una única dosis.

A la hembra se le colocan dos inyecciones de la hormona. Se calcula la dosis según el peso y se reparte en dos dosis, la segunda a las 12 horas de haber aplicado la primera.

Se dejan los peces en el recipiente 24 horas después de haber empezado el cultivo y luego se sacan los peces y se ingresan los huevos a una incubadora especial para alevinos.

En promedio la hembra deposita 1000 huevos por nido. Una vez terminados, el macho elegido se pone muy junto a ella. En ese momento la pareja en forma sincronizada libera los huevos y los espermios, produciendo la fertilización.

Siguiendo los pasos y recomendaciones anteriores, en grupos y realice el proceso de cultivo con los peces que tenga. Puede realizar un dibujo.

Grado 3° - 1. ¿Cuántas parejas de peces (macho y hembra) de la misma especie pueden armar?

2. ¿Cuántas cubetas y con cuánta agua debe estar cada una? Enumera cada una de las cubetas.
3. Realiza el proceso para aplicar las dosis adecuadas a los peces según el peso.
4. Si empezaste el proceso a las 6 a.m. del día jueves 25 de mayo, ¿qué día y qué horas debes aplicar la segunda dosis a la hembra?

5. ¿Qué día y a qué horas se termina todo el proceso para ingresar los huevos a la incubadora?
6. ¿Cuántos huevos en promedio obtienes, según tu cultivo?

Grado 4°- 1. ¿Cuántas parejas de peces (macho y hembra) de la misma especie pueden armar?

2. ¿Cuántas cubetas y con cuánta agua debe estar cada una? Enumera cada una de las cubetas.
3. Realiza el proceso para aplicar las dosis adecuadas a los peces según el peso.
4. Si empezaste el proceso a las 6 p.m. del día jueves 25 de mayo, ¿qué día y qué horas debes aplicar la segunda dosis a la hembra?
5. ¿Qué día y a qué horas se termina todo el proceso para ingresar los huevos a la incubadora?
6. ¿Cuántos huevos en promedio obtienes, según tu cultivo?

Grado 5°- 1. ¿Cuántas parejas de peces (macho y hembra) de la misma especie pueden armar?

2. ¿Cuántas cubetas y con cuánta agua debe estar cada una? Enumera cada una de las cubetas.
1. Realiza el proceso para aplicar las dosis adecuadas a los peces según el peso.
3. Si empezaste el proceso a las 4:30 p.m. del día jueves 25 de mayo, ¿qué día y qué horas debes aplicar la segunda dosis a la hembra?
4. ¿Qué día y a qué horas se termina todo el proceso para ingresar los huevos a la incubadora?
5. ¿Cuántos huevos en promedio obtienes, según tu cultivo?

Para la venta: Observa la siguiente tabla de precios recomendados en el mercado.

Teniendo en cuenta los peces que lograste capturar para la venta según los parámetros, ¿cuánto dinero recolectas?

Descripción	PRECIO	Pez	Precio por libra	Peso	Precio de la venta					
					CM	DM	UM	C	D	U
 DORADA	Libra (500 g) a \$4000									
 CAPAZ	Libra (500 g) a \$4500									
 BOGACHICO	Libra (500 g) a \$4000									
 BAGRE	Libra (500 g) a \$6000									
Total										



4.3. Modelo Pedagógico MULTI-CREA para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado contextualizado a los oficios

Un modelo es un acercamiento a una realidad objetiva, permite estudiar, analizar, poseer y medir el fenómeno que se está estudiando, para éste caso, el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado. En un modelo pedagógico se trabaja la motivación en el aula y se educa al estudiante para la vida social. Por lo tanto, el siguiente modelo pedagógico contribuye a lo mencionado anteriormente y al desarrollo del pensamiento matemático en aulas multigrado de primaria, basado en el proceso de caracterización del estado del arte, entrevistas, encuestas, marco teórico y experiencia del investigador. Debido a las grandes necesidades que tienen estas aulas multigrado, se quiere implementar un modelo pedagógico que supla un gran número de éstas y que oriente a toda la comunidad educativa multigrado del nivel básica primaria, de forma clara y sencilla, por medio de prácticas efectivas y motivantes para el estudiante.

El Modelo pedagógico MULTI-CREA cultiva en la comunidad en general, el interés de aprender matemática de forma interdisciplinaria, viendo la importancia y diferentes aplicaciones, brindando una formación a futuro en la orientación vocacional, ya que enfoca el proceso de enseñanza y aprendizaje a los intereses que tienen los estudiantes frente a los oficios.

Para el modelo MULTI-CREA, estos oficios se enmarcan tanto en trabajos que se aprenden mirando a otras personas, que no necesitan una formación educativa superior, como, en los que sí necesitan una formación a nivel técnico o profesional, brindando a los estudiantes una variedad de opciones para el dominio o conocimiento de la actividad laboral.

El modelo consta de tres partes: fundamentos, fin y objetivos, caracterización y necesidad, y resolución y concreción práctica (ver Figura 17).

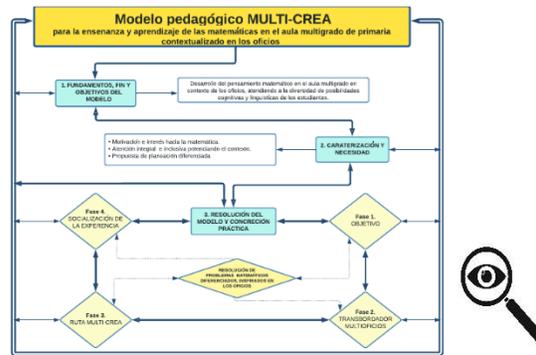


Figura 17. Esquema simplificado del Modelo Pedagógico flexible e integrado MULTI-CREA

4.3.1. Primera parte: Fundamentos, fin y objetivos del modelo

Fundamentos Filosóficos. Dentro de la matemática existen varias corrientes epistemológicas que han dado fortaleza y versatilidad a las matemáticas. Para esta tesis se asume la postura de Davis & Hersh (1998) los cuales arguyen que las matemáticas cuando se enseñan de forma libre, creativa, motivante, constructiva y en equipo, se logra la consolidación del conocimiento matemático. Además, Lakatos (1963) muestra cómo la matemática crece por medio de procesos heurísticos, de mejorar sucesivamente los intentos por “probarlas”, donde el error y la refutación, es solo un paso para seguir aprendiendo y profundizando más sobre ellas.

El modelo pedagógico MULTI- CREA asume estas bases filosóficas, donde la motivación, ideas, la crítica y la construcción, abren espacios que transforman la educación en el aula multigrado de primaria, que se potencian como laboratorios de investigación, en donde todos los agentes educativos no solo hacen parte del sistema, sino que son piezas fundamentales en el proceso.

Fundamentos psicopedagógicos. Para enseñar matemática y cualquier ciencia, no es suficiente con tener formación en la parte disciplinar, es de vital importancia tener en cuenta el conocimiento didáctico del contenido y diversas estrategias que facilitan y motivan el aprendizaje. Si una experiencia de aprendizaje provoca curiosidad y más, un objetivo en común con la participación de varios actores, se genera en sí misma deseos de participar e involucrarse en la experiencia (Dewey, 1934).

Vigotsky (1979) demuestra que el desarrollo es un proceso social, que está potenciado por la cooperación

de terceros. En esta interacción social se produce una transición de la regulación interpsicológica a la intrapsicológica. Para Vigotsky (1979) entre más compleja sea una tarea, mayor es la importancia del papel desempeñado por el lenguaje como un todo (capacidad de razonar, pensar y comunicar).

Una de las ventajas más marcada del aula multigrado, es el aprendizaje entre pares asimétricos (Abós y Boix 2017; Jung & Schütte 2018; García y Trejo 2018; Santos 2020), por esta razón es importante tener en cuenta el proceso de interacción, potenciando diferentes habilidades y niveles de conocimiento. Para ello es fundamental generar espacios en el aula que tengan una propuesta general con actividades diferenciadas, potenciando esas interacciones entre todos los estudiantes (Wenger, 1998; Camargo, 2010) en torno a la zona de desarrollo próximo (ZDP).

Pridmore & Vu (2007) proporcionan algunas estrategias, cada una de ellas apoyadas desde el trabajo en grupo, como, por ejemplo, distribuir el plan de estudios para que los estudiantes participen en temas en común con actividades diferenciadas (construir guías de autoaprendizaje). Igualmente, se tiene en cuenta los diferentes grupos que se pueden conformar, realizando gestiones y actividades para activar agrupaciones de estudiantes de diferentes edades. Bruner (1960) parte de que los estudiantes no aprenden sobre un mismo camino, en la misma dirección, ni a la primera, ni con la misma explicación. Por esta razón el Modelo pedagógico MULTI-CREA propone las secuencias didácticas, para que los estudiantes profundicen sus conocimientos de forma progresiva, interactuando entre sus compañeros y docentes, generando un conocimiento aplicado de un mismo concepto para diferentes oficios, lo que Boyd (2020) llama enfoque de dominio en matemáticas. Cada oficio planteado desde la motivación y habilidad de los estudiantes, tendrá un proceso de repetición para algunos conceptos y procesos matemáticos, retomando gradualmente niveles de complejidad.

Bruner (1960) arguye que estas oportunidades de aprendizaje en espiral hacen parte de un aprendizaje integrado, graduado, inclusivo, muy acorde al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

en el aula multigrado. Bruner (1990) asegura que cualquier asignatura puede ser llevada al aula de forma eficiente e intelectual, a un cualquier nivel de desarrollo. Para el aula multigrado se resume en una propuesta general con actividades diferenciadas, llevando la concreción práctica al aula de forma creativa, guiada, diferenciada, interactiva, motivante e interdisciplinaria (Boix y Santos, 2015; González 2006; Escobar 2016; Reséndiz, Block y Carrillo 2017; Le 2018; Rockwell 2017; Ripamonti 2017; Pinzón 2018; Belleza y Feliciano 2018). Para el caso de la presente tesis, relacionando los contenidos de aprendizaje con algunas experiencias cotidianas como los son los oficios, desarrollando habilidades de pensamiento para explorar, interpretar, predecir y tomar las mejores decisiones, respetando a los demás, generando competencias para el ciudadano del siglo XXI.

Tomando del MEN (2017) sus referentes de calidad y de apoyo, se puede realizar un trabajo interdisciplinario y diferenciado, como lo hacen en las mallas de aprendizaje, desglosando cada objetivo de aprendizaje, según los componentes y competencias propias del área de matemáticas, como también su nivel de complejidad, facilitando la coherencia tanto (componentes matemáticos) como horizontal (nivel para ciclo).

Toda práctica pedagógica recobra sentido al pensar su flexibilidad y proceso de evaluación formativa. Asumiendo algunos referentes como lo propone el MEN (2009) y Heritage (2021) en donde se debe implementar un proceso de formación continua, encaminado al fortalecimiento de competencias que retroalimentan el desarrollo intelectual y social, el cual menciona dos componentes vitales que se lleva a cabo en cada proceso propuesto de las secuencias didácticas, el uso pedagógico de los resultados y el monitoreo del aprendizaje. Ruiz (2022) propone llevar un proceso de evaluación formativa en el aula multigrado acorde las múltiples responsabilidades y diferentes actividades, en el cual propone instrumentos de evaluación en formatos amigables (fácil comprensión y uso), con un lenguaje acorde a las edades de los estudiantes y de fácil comprensión para los padres de familia, que no presenten

dificultad ni grandes esfuerzos en su manipulación y se destaque más la valoración del proceso de aprendizaje que el registro del mismo. Para el caso del modelo pedagógico MULTI- CREA se propone “el pasaporte” como instrumento de evaluación formativa.

Proceso de evaluación formativa

De forma ordenada cada estudiante con el apoyo del pasaporte, registra el proceso de enseñanza y aprendizaje, en el cual se tiene en cuenta los aspectos trabajados en cada reto como también, el proceso en cuanto al cumplimiento con el material solicitado, el trabajo en equipo y actitud en clase (Figura 18).



Figura 18. Pasaporte- Instrumento de evaluación formativa del Modelo Pedagógico flexible e integrado MULTI-CREA
El seguimiento del pasaporte se aplica en forma de plenaria, donde todos los estudiantes multigrado participan y junto con los retos propuestos para el oficio. Los retos se pueden organizar para resolver de forma individual, por integrantes del mismo grado o de diferentes grados (según convenga). Después de terminada la actividad de cada reto, el ejercicio es intercambiado con otro compañero, es revisado, evaluado, retroalimentado por el par y con la supervisión del docente. Los estudiantes obtienen según su desempeño un color (rojo, amarillo y verde) que destaca la siguiente información en el Semáforo del aprendizaje:

😊 Verde: entendió muy bien el tema.

😬 Amarillo: le costó un poco entender el tema.

😞 Rojo: no entendió el tema. Necesita una retroalimentación más amplia.

Cada estudiante, recibe inmediatamente la nota cualitativa de la actividad y la referencia en el diagrama de barras según el reto correspondiente (ver Figura 19)

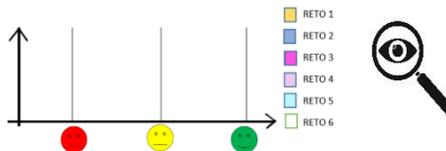


Figura.19. Semáforo del aprendizaje

La actividad es evaluada por medio de seis problemas retadores (aproximadamente), cada uno de ellos será evidenciado con un rectángulo de un color (según el reto), con el nombre de cada estudiante y el grado, ubicado en las caritas de colores rojo, amarillo y verde (ver Figura 20).



Figura 20. Fichas rectangulares de los retos

Teniendo en cuenta el seguimiento formativo (autoevaluación, heteroevaluación y coevaluación) los estudiantes leen cada aspecto a evaluar y los criterios, luego colorea según la sección (verde, rojo o amarillo) y en la última casilla escribe la sugerencia, recomendación o propuesta para mejorar el proceso. El padre de familia debe estar al tanto del seguimiento del pasaporte (firmar en el espacio correspondiente) y brindar acompañamiento en casa con las orientaciones y planes de mejoramiento que brinda el docente (ver Tabla 3).

Tabla 3. Instrumento de seguimiento para el oficio

Aspectos a evaluar				Sugerencia o propuesta			
1. Desarrollo de las situaciones - Retos	R1	R2	R3	R4	R5	R6	
2. Cumplimiento con el material solicitado para la clase							
3. Trabajo en equipo							
4. Actitud en la clase							

Firma del Docente _____ Firma del Padre, Madre o acudiente _____



Fundamentos de Educación matemática. El referente que asume el modelo pedagógico MULTI-CREA es la Educación matemática realista (EMR), ya que esta brinda un papel protagónico a los datos empíricos que se generan tras una situación, antes que conceptos y teorías. Freudenthal (1991) creador de ERM, afirma que los objetos matemáticos se construyen desde la práctica, como una forma de organizar los objetos del mundo, en otras palabras, es pensar la matemática como una actividad humana.

Al abordar la propuesta general del aula multigrado en los oficios, ésta me permite encontrar la relación

e importancia de la matemática para organizar fenómenos del mundo físico, social y mental, lo que Freudenthal (1986) llamó, la fenomenología didáctica. En base a los niveles de matemátización (vertical y horizontal) y fundamentada en seis principios (actividad, realidad, niveles, reinención guiada, interactividad y entrelazamiento) se facilita diferenciación en el nivel de desarrollo, la formación de estudiantes críticos, auténticos, motivados, que expresan sus ideas de forma libre, logrando aprendizajes significativos en el aprendizaje de la matemática. Basada en la enseñanza colectiva y asimétrica entre pares, la cual potencia el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado de primaria.

Lograr que los estudiantes se motiven hacia el estudio de las matemáticas por medio del contexto y la realidad, es de vital importancia para construir significados desde el pensamiento matemático (Schoenfeld, 2016) aprovechando la diversidad y ventajas del aula multigrado. Schoenfeld (2016) por medio del sensemaking incentiva ésta idea que implica razonar el problema sin memorizar fórmulas, examinando y descubriendo en cada situación las diferentes posibilidades de combinar elementos, conceptos, y propiedades, como la forma más adecuada para el proceso de aprendizaje de los estudiantes multigrado. Lo cual permite transformar el contexto de los estudiantes y de la comunidad en general, logrando motivar la importancia de estudiar, de las matemáticas y de proyectar su futuro con pequeñas acciones o problemas retadores.

Polya (1965) argumenta que la motivación y las emociones son cruciales para resolver un problema, pues no basta con creer que es solo un asunto intelectual, ya que la necesidad e interés, incentivan de forma creativa y estratégica, para que el estudiante resuelva el problema, en el caso del modelo pedagógico MULTI-CREA se presta mucha atención a los intereses de los estudiantes. La esencia de cualquier aprendizaje es cuando se reta a un estudiante a resolver problemas, a plantearse sus propias preguntas sobre su entorno, el contexto y la realidad (Davis & Hersh, 1998). Por lo anterior, cada secuencia didáctica del modelo MULTI-CREA propone una serie de problemas retadores enfocados a los oficios, que parten

de saberes previos, exploración y referentes del oficio.

El modelo de resolución de problemas que se asume es el propuesto por Stacey, Burton y Mason (2010) con su fase de abordaje, ataque y revisión. En cada fase se implementan algunas preguntas heurísticas para guiar el proceso de solución, articulando la propuesta general de los oficios. Este modelo de resolución de problemas se asume igualmente, debido a su practicidad, menos número de pasos y afinidad con el modelo multigrado.

Fin y objetivos del modelo pedagógico. Con todos los referentes anteriores brindados y sustentados en los fundamentos filosóficos y psicopedagógicos, se construye el modelo pedagógico flexible e integrado MULTI-CREA que tiene por finalidad un desarrollo del pensamiento matemático en el aula multigrado en el contexto de los oficios, proporcionando una ruta teórica y práctica, para solucionar muchas de las necesidades que tiene el aula multigrado de primaria (3°, 4° y 5°) en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Los fines y objetivos del modelo buscan:

- Favorecer el desarrollo del pensamiento matemático por medio de secuencias didácticas enmarcadas en los oficios, atendiendo la diversidad de posibilidades cognitivas y lingüísticas de los estudiantes.
- Potenciar la implementación de la secuencia didáctica (oficios) con actividades diferenciadas, fomentando una alternativa práctica, flexible e integradora en los procesos de enseñanza y aprendizaje del aula multigrado, mediante el proceso de evaluación formativa.
- Motivar a los estudiantes del aula multigrado hacia el estudio, especialmente para el área de matemáticas.
- Aportar lineamientos generales para el proceso de la adecuación curricular y las necesidades del contexto multigrado en matemáticas.

4.3.2. Segunda parte: Caracterización y necesidad

Basado en el contexto de las aulas multigrado, la población, la experiencia de la investigadora y la triangulación del estado del arte, las entrevistas a 18 expertos (entre los cuales participaron educadores del aula multigrado, educadores de matemáticas del aula multigrado y educadores matemáticos), la encuesta a 15 docentes de entidades educativas multigrado de la región, el estudio exploratorio, entre otros, se construye el Modelo Pedagógico MULTI-CREA, debido a la necesidad encontrada y algunas tendencias que afectan estas aulas. A continuación, se presenta la siguiente caracterización de las aulas multigrado para primaria.

Caracterización de docentes

- La gran mayoría de docentes de primaria son licenciados en énfasis de corte general en educación o administración educativa.
- Las Universidades o centros de formación donde estudiaron su pregrado, especialización o maestría, no brindan ninguna capacitación que contribuya al proceso de aprendizaje para el aula multigrado, tomando como una de las necesidades más marcadas la falta de capacitación y orientación a los docentes.
- Debido a las múltiples responsabilidades del docente del aula multigrado y sobrecarga con el plan de estudios y currículo institucional generalizado para el aula regular de primaria, el docente se ve obligado a seguir con prácticas tradicionales y no toma el riesgo de construir nuevo conocimiento con fines sociales.
- Son limitados los recursos materiales y cuando por parte del Ministerio o diferentes programas se brinda algún material como textos o guías, estas se convierten en el proceso central, descuidando la pedagogía y didáctica.
- Teniendo en cuenta el nivel de aprendizaje de los estudiantes y las múltiples asignaturas que se

deben brindar, los docentes optan por poner a colorear o transcribir a los estudiantes.

- La gran mayoría de docentes han tenido dificultad a la hora de planear una clase multigrado de matemáticas con problemas retadores.
- Se limita el planteamiento de problemas de forma interdisciplinaria evidenciando escaso liderazgo en diseños de proyectos.

Caracterización de estudiantes

- Muestran falta de motivación e interés por el estudio.
- Se les dificulta cualquier problema que no les cause curiosidad, les gusta desarrollar ejercicios repetitivos.
- Presentan falencias para relacionar las operaciones básicas, con las aplicaciones planteadas.
- Falta de visión y motivación en sus proyectos de vida, piensan que los estudiantes del campo, se quedan en el campo.
- Les da lo mismo no asistir por bastantes días, pues piensan que no se pierden de mucho y se adelantan rápidamente con una guía.
- Tienen un excelente trato y relación con el docente, compañeros y comunidad en general. Son niños dóciles, amigables y muy colaborativos.
- Los estudiantes no dependen de la guía constante del maestro, se brinda la instrucción y ellos trabajan con sus equipos de compañeros.
- No son competitivos a la hora de realizar una actividad grupal, son atentos y se apoyan bastante entre ellos.

Caracterización de padres de familia y comunidad

- Muestran dificultades a la hora de hacer seguimientos y procesos académicos en casa.

- Falta de visión y motivación en los proyectos de vida de sus hijos.
- Aunque utilizan bastantes procesos matemáticos en los oficios que realizan, la mayoría piensan que la educación es una pérdida de tiempo y esperan que sus hijos terminen la primaria (algunos), para ponerlos a trabajar en el campo.
- Tienden a ser una comunidad machista, en donde las mujeres solo sirven para oficios del hogar y piensan que los estudiantes del campo, se quedan en el campo.

Contenidos y métodos

Aunque el PEI de la institución se proponga un modelo pedagógico constructivista, las clases multigrado se siguen desarrollando con procesos de enseñanza tradicionales. Las jornadas comienzan con una formación, un saludo, un trabajo para cada grado en el cual comienzan con un título, la definición, ejemplos y ejercicios repetitivos, en los cuales no se evidencia un proceso de construcción en el desarrollo del pensamiento matemático.

Las clases se desarrollan con un horario oficial (estructurado para el aula regular), en el cual, terminado el bloque para esa asignatura, guardan los materiales y organizan los de la clase siguiente, siguiendo el mismo ritual, lo cual no permite promover la creatividad, la argumentación y se ven obligados a trabajar el área de matemáticas de forma mecánica y formal. El aula multigrado, por organización institucional, debe responder con aproximadamente 13 asignaturas para cada uno de sus grados y eso, sin contar, que en algunas oportunidades se vinculan niños con necesidades educativas especiales o barreras de aprendizaje. Esto implica un limitado espacio para la planificación y seguimiento del proceso de aprendizaje formativo. Los estudiantes multigrado son evaluados de forma tradicional, ya que, por la premura del tiempo y las múltiples responsabilidades en asignaturas y niveles de desarrollo, es complejo seguir con procesos propuestos en algunas guías, como rúbricas y bitácoras.

Tendencias del aula multigrado

Algunos de los resultados y tendencias que caracterizaron los procesos en el aula multigrado son:

- Falta de capacitación y orientación a docentes multigrado para mejorar la planeación de las clases multigrado en matemáticas.
- Limitadas propuestas de modelos que permitan favorecer el aula multigrado por medio de la investigación e intereses de los estudiantes.
- Escasas investigaciones que propongan la integración de trabajo grupal, usando una propuesta general interdisciplinaria con actividades diferenciadas. Proponiendo el trabajo en comunidades de práctica, interdisciplinario y diferenciado con los estudiantes, para contribuir al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado.
- Poco impacto de la clase de matemáticas basada en la resolución de problemas que propongan un verdadero contenido y desarrollo del pensamiento matemático.
- Desmotivación hacia el estudio de la matemática que complemente la formación académica, profesional y social.
- Falta de exploración en la construcción de nuevo conocimiento con fines sociales. Se enfatiza en la preparación de estudiantes para la vida económica y social, con sólidos conocimientos matemáticos e interdisciplinarios.
- Limitadas estrategias de aprendizaje y metodologías acordes al contexto y al tipo de aula.
- Falta de sensibilización de las entidades gubernamentales e institucionales, para poder desarticular las condiciones del aula regular, frente a los aspectos del aula multigrado.

Necesidad

Realizando un análisis del estado del arte, mediante los métodos teóricos, histórico-lógico y análisis-síntesis, en los cuales se observa la evolución, desarrollo y un fortalecimiento en el estado del arte para determinar algunas tendencias actuales en el aula multigrado. Igualmente, con la aplicación de

instrumentos como el proceso de encuestas a docentes multigrado y entrevistas a expertos, se puede evidenciar las necesidades que se tienen y las múltiples variables que hay que tener en cuenta para abordar de la manera más adecuada este proceso de enseñanza y aprendizaje, especialmente para el área de matemáticas. Por lo tanto, es indispensable contar con un modelo que asuma y facilite las diferentes necesidades.

1. Para contribuir en aspectos psicológicos, sociales y a la formación de seres humanos más competentes, motivados y que aporte a su desarrollo profesional, se construye un *modelo pedagógico*, que se ocupe de potenciar habilidades y desarrollo del pensamiento matemático, como también otros aspectos generales vitales para la formación integral.

2. Al tener en cuenta que el aula multigrado atiende a múltiples grados de manera simultánea, es vital contar con un *modelo flexible* que tienda a ajustarse a las circunstancias e insumos, potenciando las habilidades de los estudiantes y realizando un proceso formativo.

3. Para facilitar la implementación de las asignaturas, es importante que el modelo tenga un componente *integrador*, aprovechando la interacción que se pueden presentar entre ellas y los múltiples productos o proyectos que involucren otras disciplinas dentro de las matemáticas, para ello se hace uso de un organizador gráfico que vincula la intersección de las asignaturas y el aporte individual de cada una de ellas.

4. Al dinamizar la interacción, motivación y habilidades que tienen los estudiantes, el *modelo pedagógico flexible e integrado* fomenta el *paidocentrismo*. Para ello, se propone un trabajo dirigido a los oficios (que los estudiantes proponen).

5. Los estudiantes al tener poca visión de su proyecto de vida, y al mostrarles otros contextos diferentes a los oficios del campo y contexto rural, se incentivan y amplían su proceso de formación el cual permite potenciar sus talentos para lograr las competencias suficientes para su desarrollo, consolidando un

trabajo en equipo, en una sociedad más diversa y globalizada.

6. Para robustecer el conocimiento matemático y tener en cuenta esa diferenciación en niveles de los estudiantes, se proponen las secuencias didácticas enfocadas a los oficios, como una propuesta general que incentiva la participación, la gestión y clima de aula. Cada secuencia didáctica está implementada para cada grado o grados consecutivos, y por medio de problemas retadores llevar al estudiante de un nivel situacional a un nivel más formal de matemáticas.

7. Uno de los principales aspectos a tener en cuenta para el aula multigrado, es poder diferenciar su estructura del aula regular, por lo tanto, se debe tener en cuenta procesos independientes y propuestas sencillas que se apliquen según las necesidades de cada aula. Es importante que todos los actores del aula multigrado participen, entiendan y hagan sugerencias pertinentes por medio de la evaluación formativa. Por esta razón, el modelo pedagógico flexible e integrado MULTI-CREA se compone de fases e instrumentos claves para el desarrollo del aula multigrado.

8. El modelo MULTI-CREA se valida por medio la aplicación, seguimiento y articulación de las secuencias didácticas propuestas y el enfoque basado en argumentos de Kane (2013).

4.3.3. Tercera parte: Resolución del modelo y concreción práctica

Resolución del modelo. Inspirado en la temática del oficio de ser Astronauta se crean los pasos a seguir para esta tercera parte del modelo MULTI-CREA. La idea surge para brindar de forma clara, sencilla y motivadora el desarrollo e implementación en el aula multigrado, para toda la comunidad educativa. Se divide en cuatro fases (F1, F2, F3 Y F4) y cada una de ellas con unas sub-fases (ver Figura 21).

Cada oficio a investigar, se plantea como un viaje interplanetario al cual, se deben organizar aspectos importantes, antes de abordar el viaje de conocimiento sobre el oficio propuesto por cada estudiante.

La *primera fase (F1) Objetivo*, tiene como misión conocer los actores de la comunidad educativa a los cuales, los cuales se distinguen como tripulación. Esta primera fase (F1) propone aspectos referidos a la

caracterización de la tripulación. Igualmente, a la motivación, saberes previos y proceso de investigación que se realiza para el oficio en particular. Resaltando los personajes inspiradores a nivel regional, nacional o internacional, con el fin de brindar más importancia y actitud para enfrentar sus miedos, reconociendo el esfuerzo que han realizado diferentes personas, que, sin importar el género, han salido adelante con mucha dedicación y disciplina. Con toda la investigación anterior, se empiezan a ordenar las ideas y a vincular de forma interdisciplinaria las asignaturas que más peso tienen, tanto para el oficio como para algunas de las áreas fundamentales y obligatorias en la educación colombiana.



Figura 21. Partes del modelo MULTI-CREA para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en aula multigrado enfocado en los oficios

El proceso de vinculación interdisciplinario se realiza por medio del organizador gráfico, de forma sencilla y clara para todos, por medio de los diagramas de Venn, intersectando los productos que existen entre las áreas e indicando los temas particulares de cada una de ellas dentro de cada conjunto. Teniendo un objetivo general que vincula la relación de todas las áreas propuestas.

Como se está preparando para un viaje, cada uno debe tener su identificación y la forma de entender cómo se organiza el trabajo para lograr la misión, para ellos es indispensable el pasaporte (identifica y facilita el registro para el proceso de evaluación formativa) y la escarapela (indica diferentes formas, números, colores o letras, las cuales, dentro del trabajo en equipo, facilita la organización). Y por último para la F1, se abre un espacio para revisar y retroalimentar todo lo propuesto para ésta primera fase.

La fase dos (F2) *Transbordador Multi-oficios*, simboliza la nave en la que se inicia el viaje, usando como combustible las matemáticas. Todo gira y se inspira en la reorganización de la secuencia didáctica basada en la resolución de problemas diferenciados inspirado en los oficios. Los componentes de esta fase son:

contenido matemático y su contexto en los oficios, la educación matemática realista, STEM Plus, las comunidades de Práctica de Wenger, sensemaking y análisis interaccional y la evaluación formativa (ver Figura 22).

A continuación, se relacionan los componentes del modelo pedagógico flexible e integrado MULTI-CREA, con la resolución de problemas matemáticos inspirados en los oficios.

El *contenido matemático y su contexto en los oficios* son una herramienta fundamental que vincula, la motivación de los estudiantes, el conocimientos de diferentes disciplinas (no solamente las que refieren a temas agrícolas o agrarios), el logro de la mujer en aspectos de ciencia, el esfuerzo de muchos personajes inspiradores para lograr sus objetivos profesionales o de un oficio, la facilidad en cuanto a plantear situaciones y/o problemas diferenciados (basadas en la naturaleza de los números), y la oportunidad de vincular los aprendizajes aplicados a la resolución de problemas en contextos reales. Además, brindan un escenario que potencia en los estudiantes la creatividad, las interacciones entre pares asimétricos y el desarrollo de competencias fomentando un aprendizaje significativo (motivante, útil y duradero).



Figura 22. Base teórica de la resolución de problemas matemáticos inspirados en los oficios.

Los contextos reales basados en la resolución de problemas matemáticos inspirados en los oficios, se abordan desde la perspectiva de la Educación *Matemática Realista*, promoviendo cambios significativos en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. En este proceso se brinda un papel protagónico a los datos e ideas que se generan tras una situación, antes que los conceptos y teorías matemáticas,

pensando la matemática como una actividad humana (Freudenthal, 1991). Los problemas retadores de cada oficio se basan y propician en su resolución los principios de la EMR, como el principio de actividad (se aprende haciendo matemática), de realidad (situaciones donde se dramatice, imagine, promueve las preguntas por medio de situaciones problemas), de niveles (diferentes niveles de comprensión, matemátización horizontal y vertical), de orientación o reinención guiada (oportunidad de guiar y reinventar la matemática), de interactividad (considera la matemática como actividad social, se intercambian ideas entre pares) y de entrelazamiento (permite la integración de diferentes modelos y lenguajes).

Igualmente, al tomar los niveles de matemátización vertical y teniendo en cuenta que se trabajan con estudiantes de básica primaria del aula multigrado, estos se desarrollan en el nivel situacional (apoyados en conocimientos informales, experiencia), referencial (gráficos y esquemas), general (exploración, reflexión y estrategias) y formal (al trabajar con procedimientos y notación matemática).

Al incentivar la resolución de problemas matemáticos en contextos de oficios, se potencian las interacciones entre disciplinas, brindando un escenario para plantear problemas que aumente el conocimiento, las competencias matemáticas y el desarrollo de las habilidades de resolución de problemas, entendido como el enfoque educativo *STEM Plus*.

Por otra parte, la resolución de problemas con contenido matemático interdisciplinario y vinculado al contexto de los oficios, proporciona a los estudiantes del aula multigrado y a la comunidad educativa en general, escenarios de investigación y ambientes de aprendizaje motivadores. Cuando la comunidad dirige el conocimiento, se negocia el aprendizaje entre sus miembros. Los estudiantes al compartir sus argumentos e ideas, potencian el proceso de enseñanza y aprendizaje entre pares asimétricos, acelerando o reforzando nuevos conocimientos y habilidades.

Estas organizaciones interaccionales entre pares asimétricos, basados en las comunidades de *Práctica*

de Wenger adaptadas al aula multigrado, proporcionan el espacio adecuado para la resolución de problemas, donde se fomenta el desarrollo de habilidades de argumentación, compromiso y empatía. Además, se potencia la creatividad, el interés por aprender, el desarrollo del pensamiento matemático y el aprendizaje significativo, fruto de la construcción individual o colectiva entre pares asimétricos.

Al permitir conocer aplicaciones de la matemática a la vida y contenidos pre-profesionales, se contribuye a que los estudiantes adquieran estructuras conceptuales y procedimientos heurísticos, dando sentido a lo que se aprende en un contexto intramatemático y extramatemático mediante la resolución de problemas (Schoenfeld y Arcavi, 2020). Desde el enfoque *sensemaking* y *el análisis interaccional*, los individuos construyen su conocimiento de manera significativa. Por otra parte, al aprovechar estas asimetrías etarias como las habilidades matemáticas de los estudiantes, el aprendizaje se va fortaleciendo en aspectos como la interacción y la resolución de problemas.

Por esta razón, hay que tener en cuenta algunas de las obligaciones interaccionales en las cuales los estudiantes van dando un orden o respaldo a sus argumentos, como lo son, una fuerte contradicción, un error y ciertos tipos de preguntas (Jung y Schütte, 2018). El *sensemaking* en el contexto de los oficios brinda un espacio al estudiante para que éste se motive y sea independiente. Además, favorece la creatividad y múltiples estrategias reconociendo la ruta más óptima en el proceso de resolución de problemas.

La resolución de problemas es una herramienta para la evaluación formativa, que en el contexto de los oficios ofrece un espacio de interés, el cual contribuye a mejorar los aprendizajes. Promoviendo la reflexión y retroalimentación tanto del docente como del estudiante en el desarrollo de los aprendizajes matemáticos, se vincula el proceso de *evaluación formativa*, ofreciendo información en dos vías: al estudiante para que reflexione cuánto y cómo puede avanzar y al docente para que reflexione sobre su tarea de enseñanza (Heritage, 2010). Los formatos de registros para el proceso de evaluación formativa

en el aula multigrado, deben ser amigables, de fácil llenado y con lenguaje apropiado, para que toda la comunidad entienda lo que se evalúa y la manera de retroalimentar el proceso (Ruiz, 2022). Se adaptan el pasaporte con dos instrumentos, la rúbrica y el diagrama de barras vinculado al semáforo.

Por todo lo anterior, la *resolución de problemas matemáticos inspirada en los oficios*, basado en los componentes mencionados (ver Figura 22), se convierte en una herramienta que facilita, vincula y da sentido a los objetos matemáticos, favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático en el aula multigrado. Ésta resolución de problemas vinculada a los oficios, reconoce que la matemática está estrechamente ligada con la vida cotidiana y con otras disciplinas, potencia la capacidad para descubrir, inventar o resolver problemas mediante la creatividad (heurísticas), el ingenio al trabajar de forma individual o en equipo, el decidir sobre cuándo y qué resolución o estrategia utilizar adquiriendo herramientas de control para las resoluciones. Las anteriores destrezas garantizan el éxito en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Schoenfeld, 1985).

El estudiante al tener una disposición favorable y motivante hacia la resolución de problemas matemáticos, potencia la confianza, la voluntad para encargarse de nuevas y desafiantes tareas. En este proceso se fortalecen nuevos resolutores de problemas que por medio del trabajo en equipo busquen la información pertinente, que les ayude a resolver y hacer un uso efectivo de los recursos materiales y cognitivos.

La fase tres (F3) Ruta MULTI-CREA, enfatiza en las misiones o acciones que se realizan para cada estación. Estas estaciones se simbolizan en el viaje a distintos planetas los cuales, según la misión de cada uno, conforman en sus iniciales de las letras, la palabra C-R-E-A (ver Figura 23).



Figura 23. Ruta MULTI-CREA.

A continuación, se desglosa cada una de las misiones para cada planeta dentro del recorrido de la ruta, aclarando que, para cada estación, se tiene en cuenta la organización de los estudiantes con ayuda de la escarapela y registro de la rúbrica reto a reto. En este trabajo se fortalece el proceso formativo para cada estudiante, e igualmente con el semáforo del aprendizaje en el diagrama de barras, realizando un seguimiento de forma individual como colectiva.

1. *Conocimientos previos e invitados.* Éste primer planeta despierta el interés, la motivación de los estudiantes y los saberes previos. Con preguntas orientadoras, se incentiva al estudiante a investigar sobre el oficio, personajes inspiradores y cómo se relaciona con el contexto. Se presenta el organizador gráfico interdisciplinario y por ende su objetivo general, la ruta MULTI-CREA y se inicia la secuencia didáctica con el primer problema retador, yendo de la mano con el proceso de evaluación formativa.
2. *Retos del oficio y cuento pedagógico.* Conceptualización, enseñanza explícita y modelación en relación al objetivo de aprendizaje. Plantea la secuencia didáctica diferenciada con problemas matemáticos retadores a desarrollar teniendo en cuenta los tiempos, la organización de los estudiantes, el producto esperado, entre otros.
3. *Extrapolación y actividades libres.* Complementa la secuencia didáctica con problemas matemáticos retadores que vinculen o no al oficio directamente, como, por ejemplo: juegos, manualidades u otras actividades referentes al área de matemáticas o diferente área. Se proponen actividades que permitan al estudiante relacionar el oficio con otros aprendizajes, usar o aplicar el aprendizaje en diferentes contextos. Es la validación y comprobación del saber hacer y el hacer.
4. *Análisis de resultados.* Explicitar las actividades que permitan verificar el aprendizaje de los estudiantes a través de estrategias de socialización y evaluación formativa.
5. *Estación objetivo.* Se realiza el cierre de la actividad recogiendo las apreciaciones, comentarios, observaciones de los estudiantes y se establecen compromisos, acuerdos y conclusiones. Se contrasta

con el organizador gráfico y la elaboración de tareas. Se plantean estrategias de evaluación formativa que permitan realimentar oportunamente y hacer seguimiento al proceso de enseñanza y aprendizaje.

Características del modelo pedagógico flexible e integrado MULTI-CREA:

- *Flexible:* ajustándose a las circunstancias y niveles de aprendizaje de los estudiantes multigrado, con actividades diferenciadas.
- *Integrador:* asumiendo la interacción de las diferentes disciplinas con los oficios, potenciando el desarrollo del pensamiento matemático.
- *Paidocentrista:* todo proceso de enseñanza y aprendizaje está centrado en los intereses de los estudiantes.
- *Motivante:* tiene en cuenta los intereses, habilidades, necesidades y opiniones de los estudiantes.
- *Utilitario y significativo:* presentando la matemática en relación con la vida natural y social, adquiriendo conocimientos matemáticos de situaciones reales válidas y útiles, por medio de diversos contextos, inspirados en los intereses, en su proyecto de vida y formación profesional.
- *Empático:* consolidando el trabajo en equipo en una sociedad más diversa, competitiva y globalizada.

Perfil de la tripulación

- Docente: innovador, investigador, guía y orientador, constructivista e interdisciplinario.
- Estudiante: independiente, participativo, empático, creativo, propositivo, autocrítico, innovador, investigador, constructivista.
- Padres de familia y comunidad: participativos, propositivos, empáticos y trabajadores.

Concreción Práctica. Se implementaron ocho secuencias didácticas (SD), las 4 primeras a manera de exploración. Cada SD está propuesta desde la temática general del oficio, articulando actividades

diferenciadas para estudiantes del aula multigrado de 3°, 4° y 5°, las cuales se rigen por las fases del proceso de resolución del modelo (ver Figura 17). Las SD constan de un organizador gráfico, una metodología y sugerencia pedagógica, un listado de materiales y 6 problemas retadores.

Estas SD se llevan a cabo en el aula multigrado en base a la resolución de problemas matemáticos diferenciados en los oficios. Siguiendo la Ruta MULTI-CREA (ver Figura 23) se encamina en procesos de evaluación formativa en el cual, se precisa tanto el nivel de aprendizaje en la resolución de los problemas retadores, como la participación, compromiso y trabajo en equipo. Este proceso finaliza con el análisis de los resultados y la socialización de la experiencia a la comunidad educativa, brindando el espacio pertinente para reflexionar, proponer y actualizar aspectos referentes a la metodología, la evaluación formativa y el fortalecimiento institucional; favoreciendo el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado.

Dar click sobre el símbolo  para visualizar un consolidado de la aplicación del Modelo MULTI-CREA.

Conclusiones del capítulo 4

El modelo pedagógico MULTI-CREA consta de 3 partes: fundamentos, fin y objetivos del modelo; caracterización y necesidad, y resolución del modelo - concreción práctica. En cada una de estas partes se fundamenta, sustenta y consolida el funcionamiento del modelo que tiene por objetivo desarrollar pensamiento matemático en el aula multigrado en el contexto de los oficios. Debido a la gran necesidad en la atención integral, inclusiva y motivante hacia las matemáticas, se implementan cuatro fases en la resolución del modelo, que originan la ruta MULTI-CREA, basada en la resolución de problemas matemáticos diferenciados inspirados en los oficios.

El modelo pedagógico MULTI-CREA, evidencia una forma sencilla y clara de favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en aulas multigrado, busca satisfacer muchas de las necesidades que se encuentran en estas aulas. Al implementar la propuesta general e interdisciplinaria

de los oficios, articulada con actividades diferenciadas desarrolladas en secuencias didácticas, se busca despertar en todos los niños (atendiendo la diversidad) el gusto por estas disciplinas, fomentar aprendizajes significativos, la prevención y los sistemas de vida sostenible. Igualmente se crean estrategias propias para estas aulas, que facilitan la gestión, clima de aula y la evaluación formativa.

Al vincular la EMR a la matemática con los oficios que se desean conocer, los estudiantes se apropian de contextos realistas significativos y motivadores, permitiendo la construcción de significados y los procesos de reinención guiada, potenciando la interacción y el aprendizaje entre pares asimétricos. Cada oficio planteado desde la motivación y habilidad de los estudiantes, se organiza dentro de los EBCM que propone el MEN como referente de calidad a nivel institucional, que por su versatilidad en la coherencia horizontal (dentro de los 5 pensamientos) y vertical (por grados), se logra articular con objetivos puntuales tanto de la matemática, como del oficio.

Las SD retoman gradualmente niveles de complejidad y enfoque de dominio, en diferentes contextos. Se proponen ocho SD, enfocadas a siete oficios. En las cuales los cuatro primeros oficios se aplican a modo de exploración y se realizan los ajustes pertinentes para las siguientes. Algunos de estos objetivos de aprendizaje tienen un proceso de repetición para algunos conceptos y procesos matemáticos.

Al plantear el oficio de ser ingenier@ en sistemas y astronauta, se puede observar que algunos de los EBCM adaptados del MEN (2006) son insuficientes para otras clases de problemas retadores que contribuyen a la modelación matemática y que hacen parte fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático.

CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y VALIDACIÓN DE LOS APORTES

Este capítulo se aborda con el fin de confirmar el objetivo del estudio, validando los aportes y el análisis de los resultados de la investigación. Se aplica el método Delphi para las encuestas tipo Likert y el enfoque basado en argumentos (EBA) propuesto por Kane (2003) con la ayuda del software Atlas.ti, se encuentran los componentes descriptivos que construyen una aproximación del argumento como consecuencia de las interpretaciones, dentro del proceso de investigación.

Inicialmente se parte con el análisis de resultados de la entrevista a 18 especialistas o expertos de la educación matemática y/o aula multigrado, reconocidos a nivel nacional e internacional. Dichos expertos proporcionan aportes, sugerencias y referentes valiosos en la caracterización del proceso y enseñanza de las matemáticas en el aula multigrado.

Para la validación de las secuencias didácticas, se entrevista a tres expertos internacionales de educación matemática y aula multigrado, indicando las fortalezas y aspectos a mejorar. Adaptando estas sugerencias a dichas secuencias para su aplicación.

El modelo pedagógico MULT- CREA se creó de manera inductiva, adaptando y ajustando dichas secuencias didácticas, observando algunas regularidades, teniendo en cuentas algunas ventajas del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado. Por esta razón, de los siete oficios que se trabajaron en el aula multigrado (músic@, ingeniero en sistemas, astronaut@, vendedor, chef, veterinario y zootecnista), para efectos de análisis de los resultados, se toman los cuatro últimos. Debido a que estos se implementaron con todas las sugerencias y adaptaciones, siguiendo el enfoque metodológico del diseño de investigación-acción, y también porque se manejó la misma muestra de estudiantes para estas secuencias didácticas.

Con la participación de seis expertos internacionales, se validó el modelo pedagógico y encuesta de satisfacción a estudiantes y padres de familia. Las respuestas de las preguntas tipo Likert por parte de

los expertos, se validan por el método Delhi y las respuestas de las preguntas abiertas se organizan en el software Atlas.ti, identificando algunos supuestos e interpretaciones que en su mayoría arrojan a consecuencias positivas.

Luego, se analizan cuatro secuencias didácticas, observando el nivel de desempeño de los estudiantes por medio de las fases de resolución de problemas (abordaje, ataque y revisión), logros y dificultades. Para esto se tendrán en cuenta algunas rúbricas que indagan el proceso cognitivo, pedagógico y didáctico, para cada reto desarrollado por los estudiantes, dentro de la secuencia didáctica. Anexo a la anterior información, se analiza lo trabajado por medio de los componentes y competencias matemáticas sugeridas por el MEN y también, las fases de la resolución de problemas y los niveles de matemátización vertical que propone la educación matemática realista (EMR).

5.1. Análisis de los resultados de especialistas en la caracterización del proceso y enseñanza de las matemáticas en el aula multigrado

Para profundizar un poco más en la caracterización del aula multigrado para el área de matemáticas, se realizó una entrevista a 18 expertos en educación multigrado y/o educación matemática (ver Figura 24), seleccionados por sus conocimientos y experiencia en la temática. Los expertos son:



Figura 24. Entrevista a expertos en educación matemática multigrado y/o educación matemática

Dra. Annie Savard (Canadá), Dr. Alan Schoenfeld (E.E.U.U.), Dra. Lorena Trejos (México), Dr. Diego Block (México), Dra. Rocío Alvarado (Costa Rica), Dr. José Luis Lissabet Rivero (Cuba), Dr. Heriberto Castro (Colombia), Msc. Fabio Parra Garzón (Colombia), Dra. Astrid Elena Pineda

(Colombia), Dr. Oscar Ovidio Calzadilla Pérez (Chile), Dr. Carlos Moreno Herrera (Chile), Dra. Ana María Bressan (Argentina), Dra. Mónica Escobar (Argentina), Dr. Limber Santos (Uruguay), Dra. Roser Boix (España), Dra. Rachel Ann- Friesen (Alemania), Dra. Kristina Reiss. (Alemania) y Dra. Hamsa Venkat (Sudáfrica).

Las respuestas a las preguntas (Ver Anexo 4) fueron organizadas y categorizadas por el mayor número de frecuencia de sus respuestas en el software Atlas.ti (ver Figura 25).



Figura 25. Resultados de las categorías asociadas a cada pregunta aplicada a las entrevistas a expertos del aula multigrado y/o educación matemática, a través del Software Atlas.ti

Se les realizó 6 preguntas a los expertos (Anexo 1) los cuales argumentan que el aula multigrado para el área de matemáticas se concibe bajo un enfoque constructivista, una de las potencialidades más marcadas es el aprendizaje entre pares y la adaptación que se puede implementar que se puede implementar con las otras asignaturas, creando una afinidad directa con el Diseño universal del Aprendizaje (DUA) y los modelos flexibles que aportan un aprendizaje significativo. Igualmente, se potencia la vivencia democrática y se respeta la diferencia individual. Recomiendan especialmente, para lograr un objetivo general, trabajar con todos los grados al tiempo, impulsado por la interacción, el interés y la retroalimentación entre pares y la implementación de los juegos. Además, consideran importante trabajar por proyectos (con actividades diferenciadas), diseñados por los docentes multigrado de la región.

Entre sus dificultades, sobresale el saber disciplinar del docente multigrado, la falta de capacitación y

manejo de un currículo multigrado interdisciplinario. La falta de recursos y la sobrecarga laboral. En los recursos más recomendados para trabajar se encuentra compactar el currículo con temas comunes para los diferentes grados, el aprendizaje entre pares que potencian la aceleración curricular, el uso de materiales concretos como, por ejemplo: material reciclable y del medio, cuadernillos de trabajo para profundizar en actividades autónomas y el material de Montessori. Dentro de las alternativas pedagógicas recomendadas se enfatiza que las actividades planteadas a los estudiantes sean atractivas al interés de los niños, se trabaje en una propuesta general como un proyecto de aula, en el cual los estudiantes fortalezcan su construcción autónoma del conocimiento a través del trabajo en equipo. Los juegos, las rondas y actividades diarias y del contexto garantizan la interacción de todos los actores educativos. En cuanto al proceso de evaluación, se propone un enfoque cualitativo apuntando a una evaluación formativa y auténtica.

Con este planteamiento los expertos proponen hacer un trabajo articulado de forma general a todos los estudiantes, basado en preguntas orientadoras que va articulando la construcción de significados según el nivel académico de cada estudiante. Este tipo de esquema se presta para plantear preguntas con actividades diferenciadas que guíen el razonamiento y argumentación.

Igualmente, se aplica una encuesta a 15 docentes del aula multigrado, de entidades certificadas de las secretarías de Neiva, Huila y Pitalito (Anexo 2 y 3), en donde se puede evidenciar que se está de acuerdo en alto grado en relación a las cinco preguntas planteadas, pues todas se encuentran entre los dos primeros puntos de corte, por lo tanto, las preguntas son adecuadas para el objetivo propuesto.

El análisis detallado del resultado de las entrevistas, encuestas y experiencia de los investigadores, permite encontrar aspectos claves para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en aulas multigrado, como, por ejemplo, sus ventajas, desventajas y la propuesta general (para todos los estudiantes) con actividades diferenciadas basada en la resolución de problemas, articulando el

pensamiento matemático según su complejidad y apoyados en el trabajo cooperativo.

Estas entrevistas y encuestas ayudan a clarificar y brindan información pertinente para la creación de las secuencias y el modelo pedagógico. Se confirma que existe bastante potencial para futuras investigaciones en el área de matemáticas para el aula multigrado, ya que se hace necesario fortalecer este proceso (entre otros), a partir de los documentos institucionales (currículo, planes de aula, estudio y el proceso de evaluación formativa).

Este proceso de caracterización del aula multigrado se ha analizado en el siguiente artículo, *la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado de primaria: Una caracterización* ⁷⁰. 

5.2. Análisis de resultados de las secuencias didácticas

Cada secuencia didáctica está conformada por el objetivo general (interdisciplinario para el oficio), el objetivo para cada problema retador (lo que quiere que el estudiante logre frente a la disciplina matemática), componentes y competencias matemáticas para cada reto, un organizador gráfico (síntesis plasmados en diagramas de Venn, que incluye las temáticas por asignaturas y producto entre ellas), la sugerencia metodológica, los materiales a utilizar y el listado de seis problemas retadores para cada oficio.

De manera general se ubica el componente y la competencia de cada reto (R1 a R6), para las secuencias didácticas a analizar, vendedor (OF1), chef (OF2), veterinari@ (OF3) y zootecnista (OF4). Se puede observar un trabajo integrado, mostrando que el proceso y enseñanza de la matemática para el aula multigrado en el contexto de los oficios, no es un aprendizaje lineal (ver Figura 26).

⁷⁰ Parra, M. E., & Rojas, O. J. (2022). La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado de primaria: Una caracterización. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 2(3), 1-27.

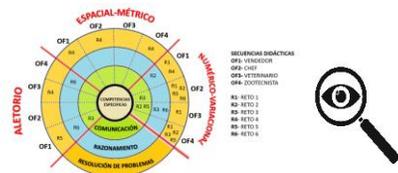


Figura 26. Retos por oficios organizados por componentes y competencias específicas de las matemáticas según el MEN. En las secuencias didácticas, el componente numérico-variacional es el que más frecuencia en sus planteamientos tiene, siendo acorde a los estándares por ciclo, según el MEN. Aunque por el momento hay varios espacios en blanco en la Figura 26, esto nos indica que para próximos oficios se trate de plantear retos acordes a sus temas afín, procurando tomar los espacios en blanco. Igualmente, esto se puede complementar en la parte de extrapolación, de la Ruta MULTI-CREA.

Cada secuencia didáctica será analizada bajo una rúbrica (ver Anexo 4) que permite evaluar el nivel de desempeño para tres aspectos cognitivos, pedagógicos y didácticos. La afirmación o evidencia de cada aspecto será evaluada en cinco niveles (no asiste, en formación, mínimo, satisfactorio y avanzado), valorados de 0 a 4, respectivamente.

En el análisis del aspecto cognitivo de los estudiantes para cada secuencia didáctica, se tiene en cuenta los siguientes criterios: el nivel de aprendizaje que arroja el pasaporte en cada reto (autoevaluación), las fases de la resolución de problemas de Stacey, Burton & Mason (2010), algunos principios de la EMR, el trabajo en equipo y análisis interaccional, la motivación hacia el oficio y sensemaking. Para poder implementar las actividades diferenciadas para los grados de 3° a 5°, se preserva la estructura, pero diferenciando los planteamientos con números naturales, enteros o decimales, según el grado.

Para los aspectos pedagógico y didáctico se tendrán en cuenta cinco criterios como, STEM plus, el clima y gestión de aula, la relación escuela familia y comunidad, la resolución del modelo y las prácticas de evaluación formativa. Cada criterio para el aspecto pedagógico y didáctico, se evalúa en una escala de frecuencia tipo Likert (nunca, rara vez, algunas veces, casi siempre y siempre), valorados de 0 a 4, respectivamente.

La muestra para esta investigación consta de 7 estudiantes (3 estudiantes de grado tercero, tres estudiantes de grado cuarto y un estudiante de grado quinto). Para indicar a cada estudiante guardando su identidad, estos se enumeran de 1 a 7 y se indica el grado al que corresponde. Por ejemplo, la codificación E1-3°, retoma a un estudiante de grado tercero que es el más bajo en estatura. El estudiante E2-3°, al estudiante de estatura mediana de grado tercero. El estudiante E3-3° al estudiante más alto de grado tercero. Se realiza el mismo ejercicio con los estudiantes de grado cuarto (E4-4°, E5-4°, E6-4°) y por último para el estudiante de grado quinto, E7-5°. Para las intervenciones en los diálogos entre estudiantes y docentes, se le asigna la letra “D” a la docente. Se puede visualizar el video dando click en la imagen que se encuentra al lado izquierdo de cada diálogo.

La tesis muestra a manera de ejemplo, dos o tres retos por oficio, en los cuales se encuentra lo que corresponde a la exploración, el porcentaje de los estudiantes en cada fase del desarrollo del pensamiento matemático (abordaje, ataque y revisión), la clasificación en niveles de la educación matemáticas realista, algunos de los diálogos y trabajos más destacados entre estudiantes y docente, resultados generales del oficio, logros y dificultades.

Para visualizar el análisis detallado de los seis retos para los cuatro oficios dar click en la lupa. 

5.2.1. Secuencia didáctica OF1. Ser vendedor@

El oficio de ser vendedor está inspirado en un estudiante que además de escoger el oficio, de manera muy puntual quiere trabajar en una ferretería. Inicialmente se hace una indagación en diferentes ferreterías de la región, entrevistando a sus empleados para saber qué tanta matemática aplican en ese oficio, las principales herramientas y materiales con que debe contar una ferretería.

Los seis retos que se construyen en la mayoría de casos preservando la misma estructura, ya que se enfocan en desarrollar prácticamente las mismas habilidades en los estudiantes, pero con la diferencia de utilizar números más grandes o decimales, para los estudiantes de 4° y 5°. Lo anterior con el fin de

socializar de forma más organizada y enfatizar en las diferentes estrategias que proponen los estudiantes para poder potenciar las operaciones más acordes al proceso.

El oficio de ser vendedor en una ferretería, fue diseñado con el propósito de desarrollar habilidades que contribuyan a la resolución de problemas retadores mediante la interacción lúdica en el manejo del dinero didáctico, el uso del metro y la calculadora, fortaleciendo valores sociales como el cooperativismo y la sana convivencia. El organizador gráfico de la secuencia vincula diferentes áreas afines para el oficio, como las matemáticas, lenguaje, artística y temas asociados a las ventas. Puntualmente se consideran algunos contenidos matemáticos con estructuras aditivas y multiplicativas, tablas de frecuencia, diagramas de barras, pertenencia y no pertenencia de conjuntos, cálculos de longitudes y perímetro.

Se distribuyen los estudiantes dependiendo de las necesidades de cada reto, para algunos casos estudiantes del mismo grado, de dos o de tres grados. Normalmente los estudiantes están acostumbrados a trabajar con estudiantes del mismo grado, supervisados por los estudiantes de grado superior, realizando actividades diferentes. Pero para el caso de algunos retos, cuando se requiere el trabajo de los tres grados al tiempo, se propone la misma actividad y se analiza en plenaria las estrategias que cada uno plantea. La docente asume un rol investigador y orientador, realizando preguntas heurísticas e intervenciones constantes para lograr los objetivos. A continuación, se detalla lo realizado por los estudiantes en cada reto (R1 a R6), indicando el proceso en las tres fases del desarrollo del pensamiento matemático brindadas por Stacey, Burton & Mason (2010).

R1. Cotizando. Tiene como objetivo resolver problemas de estructura aditiva y multiplicativa en el conjunto de los números naturales e identificar regularidades y propiedades de los números usando diferentes instrumentos de cálculo.

Para este reto los estudiantes fueron distribuidos en grupos del mismo grado con el propósito de indagar conceptos previos, operaciones y relaciones con el oficio. El estudiante de 5° se vincula al grupo de los

estudiantes de 4°. Se presenta un video de la caricatura “la pantera rosa” en el cual se observa la importancia de, al ir comprar tener una lista de los productos a comprar, pero, sobre todo, llevar el dinero adecuado para no tener inconvenientes.

Para la *fase de abordaje*, el 100% de los estudiantes obtuvieron resultados favorables. Se formula el problema y se propone un listado de materiales de dos ferreterías, con los mismos materiales y herramientas, pero algunos productos con distinto precio. Se realizan preguntas heurísticas para que los estudiantes indaguen sobre el valor de los productos (ordenando los números y comparando los precios) y reconozcan en cual ferretería van a comparar ese producto y el por qué.

Para la *fase de ataque* se pasa al tablero a cada estudiante. Al comienzo parecía que todos estaban entendiendo lo que se estaba realizando, pero al salir cada uno al tablero el docente se percató que una estudiante (E6-4°), no comprende los términos más económico o menos económico, por lo tanto, se opta por usar los términos como menos costoso o vale menos (-), más costoso o vale más (+) y valen lo mismo (=). Se hace necesario intervenir constantemente con varias preguntas y diferentes ejemplos para que comprendan bien el problema. El 95% de los estudiantes están en un nivel avanzado, evidenciando que el problema ya era prioridad para cada uno.

Para la *fase de revisión* se puede evidenciar un nivel de desempeño del 89% en las argumentaciones de los estudiantes, pues se observa lo que ha pasado, se comprueban y mejoran sus reflexiones. Se puede visualizar algunas de las respuestas de los estudiantes en el Diálogo 1 y en la Figura 27.



Diálogo 1. Entre estudiantes de 4° con la docente⁷¹.

Las estudiantes E4-4° y E5-5° terminan de hacer las cotizaciones en las dos ferreterías. A continuación, enuncian el precio de la cotización de la Ferretería San Gerardo

D: Listo

E5-4°: Si señora, \$63.500

D: Y en la otra ferretería ¿cuánto era?

E4-4°: \$54.500

D: ¿y en dónde es más barato?

⁷¹ CD>Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA>OF1.VENDEDOR->OF1RE Más barato. Tiempo 4:26 – 5:02

E4-4°y E5-4°: En el batán, en la ferretería del Batán.
 D: ustedes que miraron los artículos, ¿todos los artículos son más caros en San Gerardo?
 E5-4°: unos son iguales, unos son más y otros menos.
 D: En la lista para cotizar, ¿cuál es el que vale menos?
 Los estudiantes revisan en sus cotizaciones y en la lista de precios de las ferreterías
 E5-4°: las grapas, porque aquí valen \$300 y en el otro \$400.
 D: Listo, entonces son más baratas las grapas ahí.

Figura 27. Trabajo en clase OF1- R1.

Se puede observar en el Diálogo 1, que los estudiantes analizan su lista de cotizaciones en las dos ferreterías y logran identificar algunas regularidades a partir de los números. Luego, realizando algunos problemas de estructuras aditivas y multiplicativas, aprenden a completar las cotizaciones de la compra de los mismos artículos, para las dos ferreterías, comparando los resultados con la calculadora. Aunque su uso es un poco polémico, la calculadora es una herramienta que no se usa normalmente en el aula de clase ya que pierde el ejercicio y procesos en los algoritmos de algunas operaciones, así como el cálculo mental. El uso de la calculadora incentiva a los estudiantes a comprobar sus resultados.

Aunque a los estudiantes de grado 3°, se les realizó las mismas preguntas, se demoraron un poco más en dar las respuestas, pero todos los estudiantes lograron entender y resolver el reto. Lo anterior evidencia que los estudiantes del aula multigrado llevaron la situación del contexto de la ferretería a la parte matemática, logrando una matemátización horizontal. Y para la matemátización vertical, se clasifica en un nivel situacional.

R4. Cotizando materiales para la cerca. Con la solución del R3 los estudiantes ya tienen un listado de todos los artículos necesarios para la elaboración de una cerca, que a continuación se va a cotizar. El objetivo para el R4 es usar algunas propiedades geométricas para solucionar problemas relativos al diseño y construcción de figuras planas, igualmente, realizar algunas estimaciones en la elaboración de

una cerca en un terreno plano o inclinado, en correspondencia al grado del estudiante y así poder tener una estimación de lo que se necesita, según las condiciones dadas.

Para la *fase de abordaje* los estudiantes se disponen a realizar una cotización de los artículos necesarios para la elaboración de la cerca. Los estudiantes de grado 3° tienen que cotizar para un terreno plano en forma de rectángulo y con dimensiones enteras. Para los estudiantes de grado 4° y 5°, se les plantea realizar lo mismo, pero con un terreno rectangular inclinado y con dimensiones decimales (ver Figura 28). El 89% de los estudiantes saben lo que deben hacer y qué pueden usar.



Figura 28. Trabajando en equipo. Imagen izquierda estudiantes de 3° (maqueta con terreno plano) e imagen derecha estudiantes de 4° y 5° (maqueta con terreno inclinado)

Para la *fase de ataque* después de escribir todos los artículos que deben comprar y su precio, se intenta pensar en qué cantidad estimada se deben comprar algunos de ellos. Se entrega una maqueta a cada grupo, la cual les indica algunas pistas sobre las medidas y artículos a utilizar. Se disponen hacer cuentas, primero de la dimensión del terreno rectangular, el número de grapas, metros de alambre púa, etc. Los estudiantes calculan las dimensiones del terreno, repitiendo la longitud que hay de palo a palo. Se puede observar en Diálogo 2 y Diálogo 3 algunas preguntas heurísticas para destacar con los estudiantes.



Diálogo 2. Entre estudiantes de 3° a 5°, con la docente⁷².

D: ¿Cómo hago para saber cuánto alambre púa se necesita? ¿Qué estás haciendo tú?

E7-5°: una suma

D: ¿qué sumo? El terreno tiene 9 metros dos veces y 12 metros dos veces.

E2-3° y E7-5°: le da 42

D: Para dar una vuelta necesito 42 metros y ¿cuántas vueltas tengo que dar?

E3-3°: tres

D: entonces, ¿qué hago para saber cuántos metros necesito?

E3-3°: sumar

D: ¿qué sumo?

E3-3°: tres veces 42

⁷² CD> Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA> OF1. VENDEDOR->OF1- R4. Tiempo 3:19 – 4:22



Diálogo 3. Entre estudiante de 3° con la docente⁷³.

D: ¿cómo hiciste lo de las grapas, a ver explícame como las hallaste?
 Cada poste necesita 3 grapas, las cuales sujetan al alambre púa al palo.
 E3-3°: hallé primero los palos y me dio 15 palos y luego multipliqué por tres.
 D: excelente
 E3-3°: y me dio 45 grapas

En el grupo de los estudiantes de tercero, mientras el estudiante E2-3° tomaba la maqueta del terreno para contar de una a una cada grapa, el estudiante E3-3°, le plantea sus criterios (ver Diálogo 4).



Diálogo 4. Entre estudiantes de 3° con la docente⁷⁴.

E3-3°: mire no se ponga a contar
 E1-3°: él ya las contó (señalando al estudiante E3-3°)
 D: ¿cómo las contó?
 El estudiante E2-3° cuenta de una a una en cada palo las grapas
 D: la idea está bien, se pueden contar, pero el estudiante E3-3° tiene una forma más rápida
 E3-3°: miré, son quince palos y los multipliqué por 3 y eso me dio 45
 D: claro, porque cada palo necesita 3 grapas. 15 veces el número 3, es lo mismo que multiplicar 15x3 y con eso ya encuentras todas las grapas.

El 79% de los estudiantes intentan crear sus propias estrategias y cuando alguno de sus compañeros se queda atascado o tiene una idea más rápida para resolver, esta se comparte, nutriendo las interacciones que favorecen el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Para la fase de revisión se evidencia que el nivel de desempeño entre los estudiantes es del 79%, que equivale a la escala de nivel satisfactorio. Se observa lo que se ha logrado, cada grupo explica lo que ha elaborado en su cotización, reflexionando y ampliando la capacidad de razonamiento, como se puede evidenciar en las cotizaciones de las dos ferreterías (ver Figura 29).

Figura 29. Solución del R4 para cada maqueta según el grado. Trabajando en equipo entre estudiantes de 3° a 5°.

Se puede observar que el estudiante articula actitudes de investigador, pues crea sus propias ideas para

⁷³ CD> Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA> OF1. VENDEDOR-> OF1- R4. Tiempo 17:12 –17:25

⁷⁴ CD> Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA> OF1. VENDEDOR->OF1- R4. Tiempo 18:37 – 19:52

solucionar los problemas planteados, mostrando una apropiación de la matemátización horizontal. En los niveles de matemátización vertical, aunque el reto plantea la misma estructura, se evidencian diferentes niveles de comprensión e interacción, favoreciendo la integración de contenidos matemáticos. Algunos estudiantes muestran un nivel referencial en la matemátización vertical y otros, llegan a un nivel más formal.

R6. Más barato por docena. El reto plantea una situación que proponen todos los vendedores para lograr más ventas en sus productos (promociones). El objetivo es resolver problemas en situaciones de variación proporcional y no proporcional.

Para la *fase de abordaje* se formula el problema y se propone lo que se quiere hacer. Para verificar el nivel de comprensión del problema se pregunta a los estudiantes ¿qué entienden por la palabra promoción y qué es una docena?, esto se muestra en Diálogo 5.



Diálogo 5. Entre estudiante de 3° con la docente⁷⁵.

D: ¿Qué es una promoción?

E7-5°: Digamos que un producto vale \$24.000 y digamos que le rebajan \$2.000

D: es decir que, si le rebajan, le sale más barato

Los estudiantes asientan la cabeza, diciendo que sí.

E3-3°: cuando le dan a uno cosas de más, por el mismo precio.

D: muy bien, otro ejemplo de promoción es cuando no me rebajan directamente plata, pero si me dan más producto. Como por ejemplo la promoción pago 1 llevo 2.

Los estudiantes asientan con la cabeza, estando de acuerdo con la información.

D: algo muy similar es el reto número 6. Más barato por docena. ¿Ustedes saben qué es una docena?

E1-3°: No

D: Si les digo, vamos a comprar una docena de panes. ¿Cuántos panes me dan?

E2-3°: 12

D: eso muy bien, doce. Entonces qué quiere decir más barato por docena. Que, si uno compra 12 productos iguales, el vendedor me hace una promoción.

Con el diálogo anterior se muestra cómo por medio de preguntas heurísticas, los estudiantes reflexionan frente a términos que han escuchado, algunos lo comprenden, pero a la hora de leer el problema, no es del todo claro. El 57% de los estudiantes identifican la información que se da y determinan qué es lo que

⁷⁵CD> Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA> OF1. VENDEDOR->OF1-R6 - DIFICULTAD PROMOCIÓN Y DOCENA. Tiempo. 0:25 – 2:26

se quiere.

Para la *fase de ataque* el 57% de los estudiantes descubren los términos de la promoción, evidenciando que de forma proporcional el precio del producto se va acumulando, pero cuando llega a doce productos, se rebaja el valor de uno, es decir, se entregan 12 productos por el precio de 11 productos. Los estudiantes de grado 3° tienen un listado de promoción de productos con los precios de la ferretería de El Batán y los de grado 4° y 5°, con productos y precios de la ferretería San Gerardo.

Para la *fase de revisión* se observa lo que ha pasado, evidenciando que el 43% de los estudiantes logran llegar a la solución general. Aunque realizaron varios problemas preguntando lo mismo, a la hora de generalizar, no todos llegaron al razonamiento adecuado (ver Figura 30).

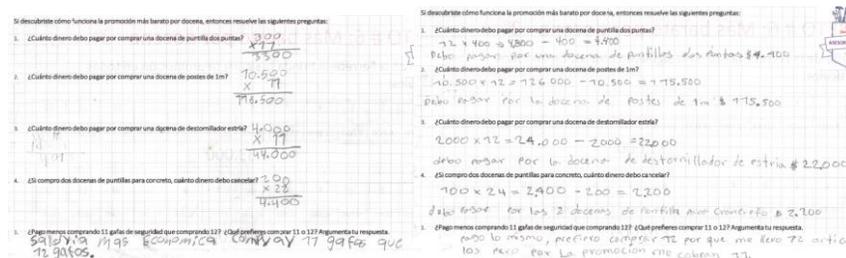


Figura 30. Imagen de la izquierda, solución de estudiante E1-3°. Imagen de la derecha, solución de E5-4°.

Se puede evidenciar el nivel de matemátización horizontal, pasando del contexto a la parte matemática, pero en cuanto a la matemátización vertical, se puede indicar que a medida que se avanza en el grado, los razonamientos son más completos y se logra llevar a un nivel más formal (matemátización vertical).

Resultados generales- OF1: Ser vendedor. Se consolida el desarrollo anterior para cada estudiante (E1 a E7) según el nivel de desempeño y el grado, para el proceso cognitivo en el oficio de ser vendedor (ver Figura 31).

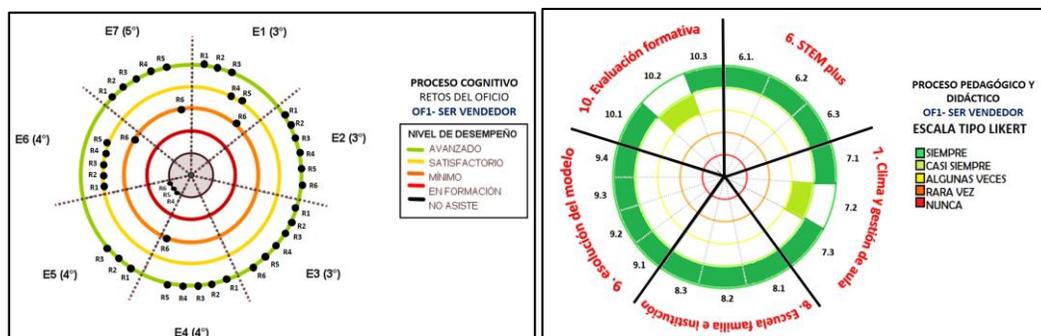


Figura 31. Resultados del proceso cognitivo de cada estudiante del aula multigrado de 3° a 5° y del proceso pedagógico y didáctico para el oficio de ser vendedor.

Se puede evidenciar de forma general que los estudiantes resolvieron los retos en un 72% para un nivel avanzado, un 17% para un nivel satisfactorio y el 10% de los retos para un nivel mínimo. Para los estudiantes que tuvieron algún inconveniente a la hora de realizar el reto, se brindó retroalimentación inmediata, sea por parte del docente u otros compañeros, del mismo o distinto grado. Igualmente, en el pasaporte se dejan tareas de apoyo para reforzar estos aprendizajes a mejorar.

La estudiante E1-3° es la que más requiere apoyo, se evidencia que tiene dificultades a la hora de leer y escribir, la mayoría de sus ideas se toman de forma oral. La estudiante E6-4° es una niña con muchos problemas de autoestima, a la cual le da miedo participar, pues viene de un ambiente familiar machista y muy violento, pero a medida que pasaban los retos, iba mostrando una adaptación y un mejor desempeño en el trabajo en equipo. Estas dos niñas de forma particular, se tendrán más en cuenta para los siguientes oficios. Igualmente se evidencia el excelente desempeño de E2-3° y E3-3°, pues a pesar de estar en los grados más pequeños, tienen una habilidad notoria a la hora de resolver problemas matemáticos aplicados al contexto.

Para analizar el proceso didáctico y pedagógico del oficio de ser vendedor se propone una rúbrica (ver anexo 4) la cual es analizada con una escala de frecuencia tipo Likert. A continuación, se presentan los aspectos que se tienen en cuenta de forma general: STEM plus, clima y gestión de aula, relación escuela familia y comunidad, resolución del modelo y evaluación formativa (ver Figura 30).

Se puede evidenciar de forma general un buen proceso pedagógico y didáctico aplicado en la clase multigrado para el oficio de vendedor. Para la retroalimentación de los aspectos (7.2 y 10.2) se debe recordar los acuerdos de la clase y buscar estrategias para que los estudiantes sigan participando en el proceso de autoevaluación, heteroevaluación y sugerencias (trabajo de refuerzo). Lo anterior indica que siguiendo las propuestas del modelo MULTI-CREA, se logra un buen desempeño y organización de la clase multigrado en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Logros

- Los estudiantes resuelven satisfactoriamente problemas de estructura aditiva y multiplicativa.
- Identifican los resultados de la compra de manera razonable, permitiendo tomar decisiones sobre los productos más adecuados.
- Clasifican y reconocen productos de acuerdo a sus usos y necesidades.
- Los estudiantes usaron por primera vez la calculadora en el aula de clase, motivándolos a trabajar y verificar sus resultados.
- Utilizan procesos de medición de figuras geométricas en contextos reales.
- Reconocen la importancia de planear e investigar antes de realizar una compra pues favorece su economía y proyecta sus negocios.
- Interés de los estudiantes y de la comunidad en general frente al oficio de ser vendedor, por el tema de la ferretería, el manejo de dinero y la integración de aspectos laborales.
- Se propicia el interés y aplicación de la matemática, favoreciendo la motivación hacia al estudio de la disciplina.
- Se evidencian estrategias de metacognición trabajando en grupos asimétricos, favoreciendo la creatividad, la motivación y la integración de contenidos matemáticos.
- Al plantear la propuesta general del oficio de ser vendedor, ofreciendo en cada reto la misma estructura

diferenciando el tipo de número, se facilita el manejo de la clase, haciendo más claro los razonamientos.

- Al integrar las competencias (comunicación, razonamiento y resolución de problemas) y componentes (numérico-variacional, espacial-métrico y aleatorio), se ofrece una situación problemática más retadora y completa para el desarrollo del pensamiento matemático.

Dificultades

- Desmotivación por desconocimiento de algunos términos, como, por ejemplo: más económico, menos económico, pulgada, promoción, docena y mitad.
- A los estudiantes se les dificulta el uso de la calculadora, pues al ser la primera vez que lo hacían, confunden el punto decimal, con la coma.
- Al cotizar el metro de alambre púa, a los estudiantes se les dificulta entender cómo se vende cada metro porque no saben cómo se relaciona la venta.
- Se evidencia un grado alto de dificultad en el R6, ya que algunos estudiantes no descubren la promoción planteada, pero al tomar la misma estructura con valores más pequeños a manera de ejemplo, los estudiantes logran identificar lo que se quiere resolver.

5.2.2. Secuencia didáctica OF2. Ser Chef

El objetivo general es desarrollar habilidades que contribuyan a la resolución de problemas matemáticos retadores, mediante preguntas presentadas en el oficio de ser Chef, fortaleciendo valores sociales como el cooperativismo, la sana convivencia, la buena alimentación y la colaboración mediante la interacción lúdica en el manejo de material concreto y herramientas tecnológicas. Inicialmente se indaga con algunos chefs de la región, de los mejores restaurantes. Puntualmente, para el caso de las matemáticas, el oficio de ser chef se aplica a temas acordes a: estructuras aditivas y multiplicativas, proporciones, fracciones equivalentes, elementos del círculo y la circunferencia, perímetro y clasificación de ángulos.

Los estudiantes realizan preguntas al chef y a la docente para conocer más sobre el oficio. En la clase se habla sobre todas las experiencias que han tenido en la cocina, algunos utensilios y la importancia de estimar la cantidad de ingredientes y cotizar sus precios, para así mismo no desperdiciar ni alimentos, ni dinero. En el área de Lenguaje se profundiza en el trabajo del texto instructivo y niveles de lectura. En la clase de artística se diseña un gorro de chef, elaborado con cartulina, colores, tijeras y colbón, fortaleciendo la motricidad, la medición y la creatividad. El día de la preparación de los alimentos, se lleva la indumentaria necesaria y se ambienta la actividad atendiendo al principio de realidad de la EMR.

Los retos que se proponen se desarrollan algunos de forma individual, en grupo por grado o con grupos de todos los grados, la escarapela es de vital importancia para organizar los grupos rápidamente. Por elección de los estudiantes, se prepara una pizza, cada reto tiene la misma estructura para todos los estudiantes. Los retos se diferencian en el tipo de número, que en algunos casos para el estudiante de grado 5°, es más fácil de resolver según el nivel, ya que se han encontrado algunos aspectos a mejorar en el estudiante.

Reto 2. Preparando pizza con la sazón de las proporciones. El objetivo es el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas, utilizando y justificando el uso de la estimación para resolver problemas relativos a la vida social. En el reto anterior aprendieron a obtener una receta proporcional según el número de raciones. Por medio del texto instructivo se reta a los estudiantes a elaborar una pizza tamaño pequeña.

Para la *fase de abordaje* el 100% de los estudiantes entienden lo que deben hacer. Cada estudiante pasa a la mesa en donde se tienen todos los ingredientes y una gramera. En un recipiente van pesando y separando lo que necesitan para empezar a elaborar la masa de la pizza. Cuando los estudiantes van pasando, la docente va realizando preguntas de situaciones aditivas para ir fortaleciendo el proceso disciplinar. El estudiante E3-3° se dispone a ir a la mesa a pesar los ingredientes para preparar la masa.

En el tablero están las cantidades recomendadas para cada ingrediente. La docente pide al estudiante que agregue la cantidad de mantequilla recomendada que son 40g, sin quitar de la gramera la mantequilla le pide al estudiante que agregue los 20g de levadura en la gramera (ver Diálogo 6).



Diálogo 6. Entre estudiantes E3-3° con la docente⁷⁶.

D: Ahora agregue los 20g de levadura. Vaya agregando a la gramera.
El estudiante agrega un poco de levadura y la gramera indica 61 g.
D: ¿se pasa?
E3-3°: un gramo

Las preguntas de estructura aditiva se realizaban a los estudiantes para comprender mejor el reto. Para la *fase de ataque* el 88% de los estudiantes contestaron correctamente, para algunos casos se realiza un proceso de estimación con el peso de los ingredientes, ya que a veces quedaba muy cercano al valor recomendado. Después de realizar la masa siguiendo el texto instructivo, se repite el proceso de ir a la mesa, pero ahora a pesar los ingredientes que lleva la pizza encima de la masa, realizando el mismo esquema de preguntas con estructuras aditivas. Se evidencian los pasos instructivos de la elaboración de la receta (ver Figura 32). Los estudiantes mientras realizan la preparación de la masa, hablan de otras recetas muy similares, que se pueden hacer con esa masa, como el pan, hojaldres y empanadas de harina de trigo.



Figura 32. Preparación de la masa, alistamiento de los ingredientes con la gramera y resultado de

Para la *fase de revisión* los estudiantes de 3° a 5 comparten lo elaborado hasta el momento, evidenciando que el 86% logran razonar y explicar, intentando situar la resolución en el contexto de la cocina.

Al estimular diferentes interacciones, se evidencia la aplicación del principio de niveles (horizontal y

⁷⁶CD> Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA> OF2. CHEF-> OF2. R2. PESANDO INGREDIENTES PARA LA MASA. Tiempo. 5:40 -6:10

vertical), incentivando la creatividad, estrategia y asociación del lenguaje técnico del oficio.

Reto 3. Calculando pi. El objetivo es realizar y describir procesos de medición con patrones arbitrarios e instrumentos de medición. Se indaga sobre algunos elementos de la circunferencia como el radio, diámetro, cuerda, arco, centro, entre otros. Inicialmente se hacen preguntas heurísticas para guiar el proceso: cómo se puede calcular los centímetros a recorrer en el borde de la pizza (si ésta fuera cuadrada), para que los estudiantes tuvieran claro que se debía hacer (hallar el perímetro). Pero al hacer la misma pregunta sobre una pizza de forma circular, la solución se complica un poco.

Los estudiantes para la *fase de abordaje* brindan sus ideas, indicando que el 82% de ellos saben que deben realizar y con qué materiales o instrumentos. Se explica que, al calcular esos centímetros de queso sobre el borde de la pizza, va ser necesario un número muy especial “mágico” que los griegos llamaron pi, y que se simboliza la letra “ π ”, indicando la “p” de perímetro.

Para la *fase de ataque* a partir de lo que se pregunta y se guía, el 84% de los estudiantes se disponen a colocar sobre el borde de la circunferencia una cuerda, con el objetivo de encontrar los centímetros necesarios y poder medirlos en una regla. Para el caso de realizar la actividad de forma diferenciada más fácil para los estudiantes de grado 3°, a ellos se les recomienda tomar medidas y recortar en la cuerda lo que mide el diámetro, para saber cuántas tiras con longitud del diámetro necesitan, mostrando que se necesitan 3 cuerdas y falta un pedacito que mide menos que la longitud del diámetro (ver Figura 33).



Figura 33. Solución del R3 para los estudiantes de 3°.

Los estudiantes de 4° y 5° si miden la longitud total del borde de la circunferencia. Después cada uno con una regla mide la longitud de esa cuerda y la van llenando en la tabla con la información de sus compañeros, para luego ir calculando la relación que tiene la longitud de la circunferencia, con el diámetro.

Para la *fase de revisión* los estudiantes de tercero descubren que la longitud de la circunferencia es muy cercana a la longitud de tres veces el diámetro y les falta un pedacito, esto lo comprueban con los datos de las otras circunferencias de los compañeros del mismo grado. Los estudiantes de 4° y 5° que realizaron la longitud del borde de manera completa, al realizar la división entre la longitud de la circunferencia y el diámetro, descubren igualmente que se acerca al número tres, pero con una parte decimal muy cercana entre las tres (3,15 - 3,16 - 3,14). Al realizar un promedio de estas tres medidas, da como resultado 3,14 que es el valor aproximado para pi, hasta su centésima.

Se puede observar el principio de niveles para estimular diferentes interacciones, mostrando una apropiación de la matemátización horizontal y vertical. Aunque se plantea la misma estructura en el reto, se evidencian diferentes niveles de comprensión e interacción, mostrando flexibilidad en las diferentes estrategias y lenguajes, permitiendo la integración de contenidos matemáticos. Algunos estudiantes muestran un nivel referencial en la matemátización vertical y otros, llegan a un nivel más formal.

Resultados generales- OF2. Ser Chef. Se consolida para cada estudiante (E1 al E7) indicando el nivel de desempeño en el proceso cognitivo para cada reto (ver Figura 34).

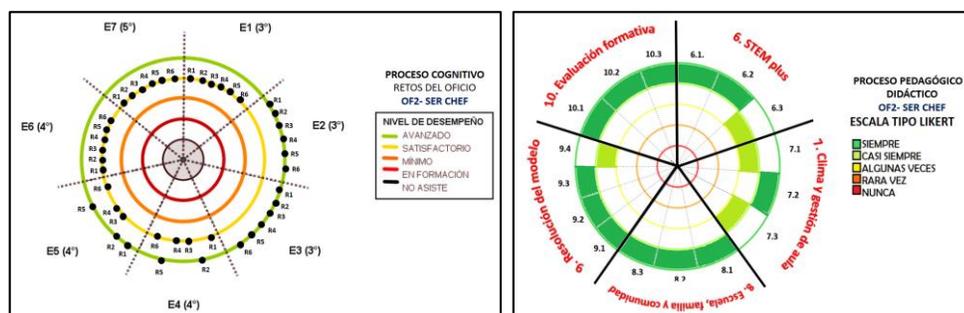


Figura 34. Resultados del proceso cognitivo de cada estudiante del aula multigrado de 3° a 5° para cada reto y del proceso pedagógico y didáctico en el oficio de ser Chef.

Se puede evidenciar que el 41% de los estudiantes resuelven los retos a un nivel avanzado. Se encuentran en su totalidad de retos a nivel avanzado, dos estudiantes de grado 3°, quienes se han destacado en el proceso de resolución de problemas. El 59% restante se ubican en un nivel satisfactorio, los cuales requieren más acompañamiento en las retroalimentaciones, sea por parte del docente u otros

compañeros. En el pasaporte que cada estudiante tiene, se dejan algunas tareas de apoyo para ir reforzando algunos aprendizajes en operaciones básicas y en el manejo de instrumentos de medición. Las estudiantes E6-4° y E1-3° interactuaron más con sus compañeros y solicitaron guía de la docente, mostrando mejor adaptación, interés y desempeño en el trabajo en equipo.

Analizando el proceso didáctico y pedagógico para el desarrollo de la clase multigrado, se propone una rúbrica (ver Anexo 4) la cual es analizada con una escala de tipo Likert. Cada aspecto a evaluar se encuentra situado en el borde de cada sección del gráfico (ver Figura 33).

Indica que el 70% de los aspectos a evaluar en la rúbrica (Anexo 4) se encuentran con una frecuencia de “siempre” y el 30% restante en una escala de “casi siempre”. Lo anterior evidencia que las propuestas que conforman el modelo MULTI-CREA son útiles para los aspectos pedagógicos y didácticos, logrando un buen desempeño, que favorece el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para el aula multigrado.

Logros

- Los estudiantes por primera vez realizaron una receta, teniendo en cuenta la medida y precisión de la cantidad de ingredientes.
- Aprenden sobre la importancia del ahorro y la estimación, en situaciones de variación proporcional.
- Los estudiantes describen procesos con algunos instrumentos de medición, resolviendo problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo y diversas representaciones.
- Los estudiantes describen y predicen regularidades o patrones en procesos de variación para la secuencia gráfica.
- Al realizar procesos de medición con varios instrumentos se crean diferentes estrategias cuya solución requiere resolver problemas de estructura aditiva y multiplicativa, para números naturales o fracciones.
- Al tener una propuesta general en el oficio de ser chef con actividades diferenciadas según el tipo o

naturaleza del número, se favorece el desarrollo del pensamiento matemático en el aula multigrado, incentivando la participación entre pares asimétricos, haciendo más claros los razonamientos.

- Se favorece el interés y motivación de los estudiantes, estimulando la creatividad, estrategia y el análisis de interacciones entre pares, mostrando la matemática como una actividad diaria y social.

Dificultades

- El uso del transportador y otros instrumentos como el compás y la regla.
- Dificultad de los estudiantes para relacionar fracciones equivalentes desde gráficos distintos.
- Al calcular el promedio para hallar la aproximación de pi, se realizaron diferentes ejemplos y preguntas heurísticas de otros contextos, para que entendieran el concepto.

5.2.3. Secuencia didáctica OF3. Ser veterinari@

Uno de los oficios que más se repite entre los gustos de los estudiantes (tres de siete estudiantes quieren ser veterinarios y zootecnistas). Debido a que nos encontramos en el sector rural, este oficio genera gran impacto en la comunidad. Como objetivo general se quiere contribuir a la resolución de problemas retadores (de estructura aditiva y multiplicativa, las proporciones, las equivalencias, las unidades de tiempo, los diagramas estadísticos, conjuntos y posibilidades), fortaleciendo valores sociales como el cooperativismo, la sana convivencia, la prevención en el crecimiento y desarrollo, los sistemas de vida sostenible y la colaboración mediante la interacción lúdica.

Inicialmente, siguiendo la ruta MULTI-CREA se realiza un proceso de exploración en el cual se reconoce algunos referentes del oficio en la región. Se realiza una entrevista a dos veterinarios reconocidos del municipio de Garzón, indagando sobre su experiencia en el oficio, su proceso como estudiante, el esfuerzo, la importancia y aplicaciones que tienen las matemáticas. Por medio de “la granja del Profesor Arley” se busca despertar en todos los niños (atendiendo la diversidad), el gusto por estas disciplinas,

fomentar aprendizajes significativos, enmarcados en la evaluación formativa.

Después de la interacción con los veterinarios, se explora la granja del Profe Arely. Se visita la granja en la cual los estudiantes previamente investigan sobre las características y necesidades de algunos animales (perro, gato, cuy, conejo, pollo, oca y pato). Los estudiantes tienen la posibilidad de verificar algunas de las características de la investigación, hacer preguntas, pesar y dar alimento a estos animales (ver Figura 35).



Figura 35. Exploración de la granja del Profe Arley.

Luego de la exploración se dispone a profundizar en la asignatura ciencias naturales, muchas de estas características de los animales, enfermedades, sus etapas de crecimiento y desarrollo, como el proceso de reproducción. A través de la actividad se afianzan los niveles de lectura y algunas clases de texto como el descriptivo e instructivo. En cada reto se exponen las matemáticas en su proceso de construcción, más que un producto acabado y su importancia en la vida cotidiana.

Reto 2. Comparando animales de la granja del Profe Arley. Tiene como objetivo reconocer y generar equivalencias entre expresiones numéricas de forma verbal. En el reto se tiene en cuenta una tabla con algunos animales que se visitaron en la granja (conejo, cuy, oca, pollo, codorniz) para especies macho y hembra. Cada uno de estos animales referencia su peso y altura. Se reta a los estudiantes de 3°, 4° y 5° a construir algunas frases que comparen el tamaño o peso entre dos animales. Para los estudiantes de grados tercero se pide comparar ocas, pollo y codorniz, los de grado 4° cuy, oca y pollo, y los de grado 5° conejos, cuy y oca.

Para la *fase de abordaje* el 80% de los estudiantes proponen que es lo que se quiere y deben desarrollar. Se identifica la información y se brindan a manera de ejemplo algunas relaciones entre los animales de

la tabla. Para la *fase de ataque* el 71% brinda sus ideas, mostrando coherencia. El estudiante E2-3° propone una nueva equivalencia que se observa en el Diálogo 7, demostrando un avance en la construcción de equivalencias entre expresiones numéricas de forma verbal.



Diálogo 7. Entre estudiante E2-3° con la docente⁷⁷.

E2-3°: ¿Profe, también se pueden sumar?
 D: ¿cómo así?
 E2-3°: para decir que el peso de un gallo y de una oca es igual a otro.
 D: claro que sí, desde que de igual, se puede. Muy bien. El estudiante E2-3° está sumando el peso de dos animales para que le de igual a otro. Lo importante es que sea verdadero y equivalga a lo mismo. Yo no había pensado en esa opción, muy bien.

Observando lo trabajado hasta el momento se puede evidenciar que para la *fase de revisión* el 77% de los estudiantes han reflexionado y amplían su capacidad de razonamiento. La solución del R2 se presenta en orden según la propuesta para cada grado (3°, 4° y 5°), preservando la misma estructura, diferenciando los animales a incluir en las equivalencias, los cuales se distribuyen en los grados dependiendo del tipo de número (ver Figura 36).

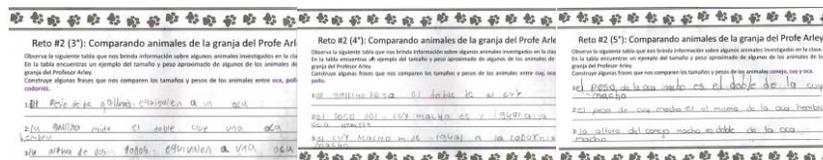


Figura 36. Solución del R2 para los estudiantes de 3° a 5°.

Algunos estudiantes confunden la palabra mitad con el doble y realizan comparaciones equivocadas. Se analizan esos casos y se retroalimenta para que verifiquen la información. Se evidencia el principio de niveles de matematización de equivalencias de expresiones numéricas a verbal, estimulando diferentes interacciones, la creatividad, estrategia y lenguaje, los cuales propician un robusto aprendizaje del contenido matemático en el aula multigrado.

Reto 5. Vacunas- prevenir es mejor que lamentar. Tiene como objetivo resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos, y relacionar

⁷⁷ CD> Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA> OF3. VETERINARIO-> OF3. R2 COMPARANDO ANIMALES DE LA GRANJA. Tiempo 2:15 – 2:51

patrones numéricos con tablas y reglas verbales. Inicialmente para entender muchos de los términos, pasos y vacunas del proceso, se socializa la importancia de las vacunas y algunas enfermedades que evita. Se explica la notación de día-mes-año y su referencia con los números, la cual es nueva para los estudiantes. Además, se les enseña en que otras partes aparece y hay que estar pendiente, como, por ejemplo, en los medicamentos, alimentos y en algunos formatos como en el hospital (carnet de vacunación), documentación de tarjeta de identidad, cédula, pasaportes, papeles de bancos, etc.

Para la *fase de abordaje* el 88% de los estudiantes distinguen y saben lo que deben hacer. Los grupos se distribuyen según los grados, empiezan entre pares a discutir y verificar la información, según el carnet de vacunas dado para cada grado. Luego los estudiantes uno a uno pasan al tablero disfrazados de veterinarios (principio de realidad de la EMR) y la docente es un cliente que lleva a un paciente (perro de peluche). La docente tiene tres tamaños de perros (grande, mediano o pequeño). Los estudiantes dependiendo del caso, del tamaño, de la edad y de la información que contenga el carnet que la paciente presente, deben observar cómo se encuentra el perro, cuál vacuna, cuál es su tamaño (para saber que tantos cm³ aplicar) y tener presente la purga (ver Diálogo 8).



Diálogo 8. Entre estudiante E2-3° con la docente y demás compañeros⁷⁸.

En este espacio, se pasa cada estudiante al tablero como si fuera el médico veterinario. Se le coloca el caso de un paciente.

D: Buenos días Dr. E2-3°, ¿cómo está?

E2-3°: Bien

D: Doctor aquí le traigo mi mascota, la cual tiene cita para la tercera vacuna.

La docente le pasa el peluche de perro más grande

E2-3°: ¿Le dio el purgante?

Es de vital importancia preguntar si ya le dieron el purgante al perro antes de vacunarlo, de lo contrario toca purgarlo primero.

D: Sí señor, hace dos días porque el Dr. E7-5° me lo dijo la última vez que lo traje.

El estudiante se dispone a preparar la tercera dosis en la inyección para el perro de tamaño grande. La docente lo acompaña y verifica, observando que no quede aire en la jeringa. El estudiante E2-3° aplica la inyección al peluche y sus compañeros le dicen que no le puso alcohol y no sobó el lomo del animal (recomendación que hacen los veterinarios por higiene y para que no se formen grumos en el lomo). El estudiante entrega la mascota a la docente.

D: Muchas gracias Doctor.

⁷⁸ CD> Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA> OF3. VETERINARIO-> OF3. R5 VACUNAS E2-3°. Tiempo 2:17 – 3:11.

El estudiante E2-3° se dispone a llenar el carnet de vacunación.
E2-3°: Profe si es en el mes 11 pongo el cero adelante.
D: No señor solo dejas 11 porque ya tienes las dos casillas.
El estudiante E2-3° llena el carnet para la siguiente dosis de vacunas y purga correctamente.
D: Bueno, ahora explicame, ¿cuándo debo volver Doctor?
E2-3°: El 05 de noviembre para la vacuna y el 03 de noviembre para el purgante.
D: Muy bien, dos días antes de la vacuna el purgante. Muchas gracias Doctor.

Para la *fase de ataque* el 79% de los estudiantes logran brindar según sus estrategias, donde se adecua a cada caso. Se retroalimenta entre pares, con algunas preguntas heurísticas que realiza la docente (ver Diálogo 9). Es de recalcar que en este reto se deben tener en cuenta muchos aspectos y que la agilidad del estudiante está en no descuidar ninguno y así poder ser excelentes veterinarios. Igualmente, se resuelven preguntas que ellos hacen, es decir, ¿qué pasa si no se le pone la dosis correcta? o ¿qué sucede si se pasa de la fecha?, entre otras. Estas preguntas fueron consultadas a los veterinarios y en la siguiente clase se compartieron las sugerencias o tratamientos.



Diálogo 9. Entre estudiante E6-4° con la docente y demás compañeros⁷⁹.

En el tablero se encuentra el estudiante E7-5° quien tiene el caso de un perro mediano. Se queda atascado, pues sabe que vacuna sigue, pero no sabe en qué fecha se debe presentar para la siguiente dosis.
D: ¿Alguien le quiere ayudar?
La estudiante E6-4° levanta la mano. La docente la hace pasar al tablero.
D: A ver, ¿cómo estaría bien el ejercicio?
La estudiante E6-4° señala el calendario 2022, coloca su dedo en el 05 de mayo y cuenta tres meses después, dejando su dedo en el mes de agosto.
E6-4°: queda para el 5 de agosto.
D: ¿Por qué?
E6-4°: porque conté tres meses
D: muy bien, porque cada tres meses se aplican las vacunas.

Se resalta de forma particular la participación de la estudiante E6-4°, pues desde que se inició el proceso, es la primera vez que participa de forma voluntaria y pasa al tablero, retroalimentando a un compañero de grado 5°.

Para la *fase de revisión* el 80% de los estudiantes lograron el objetivo, atender y asesorar de forma correcta al paciente según el caso. A algunos estudiantes se les dificulta entender la notación de la fecha

⁷⁹ CD> Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA> OF3. VETERINARIO-> OF3. R5 VACUNAS E7-5°. Tiempo 2:17 – 3:15.

(día-mes-año) y también entender que después de las 5 primeras dosis, la siguiente vacuna es la antirrábica y de ahí en adelante el proceso debe ser anual (ver Figura 37). Terminando la clase a manera de reflexión, se analizan los diferentes carnets de vacunación de los estudiantes y se hacen las sugerencias pertinentes.



Figura 37. Solución del R5 para los estudiantes de 3° a 5°.

Lo anterior evidencia que los estudiantes del aula multigrado llevaron la situación del contexto de la veterinaria a la parte matemática, logrando una matemátización horizontal. Y para la matemátización vertical, el nivel de dificultad se incrementa por medio de la clasificación del carnet y la dificultad del caso, se avanza hasta un nivel formal.

Reto 6. Curva de crecimiento saludable. Tiene como objetivo utilizar y justificar el uso de la estimación para resolver problemas relativos a las ciencias, utilizando rangos, y explicar relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones de las ciencias naturales. Se organizan los estudiantes en grupos para cada grado, y cada grupo debe resolver un caso particular sobre una mascota de raza labrador, muy similar a “Milagros” la mascota de la escuela.

Para la *fase de abordaje* el 95% de los estudiantes comprenden su accionar, pues analizan la gráfica de la curva de crecimiento desde sus ejes (edad en meses y peso), según la raza del perro. Se realizan preguntas de exploración sobre lo que los estudiantes creen se puede hacer, si el perro está por encima, por debajo o sobre el peso ideal según la edad. Igualmente, se comparten las sugerencias de los veterinarios. Los estudiantes analizan la gráfica y se realizan diferentes preguntas para observar el razonamiento en los argumentos, según los rangos, estimación de la gráfica y los valores de la tabla.

Para la *fase de ataque* el 98% de los estudiantes determinan la mejor solución para el caso, según la experiencia o sugerencias de la docente. Aunque el reto tiene la misma estructura para todos los grados, los valores del peso del perro para cada caso, varían, dejando al grado 3° con un perro que está por debajo del peso, a los de grado 4° con un perro que está por encima del peso y el estudiante de 5°, con un perro que está muy aproximado a los valores de la curva saludable (ver Figura 38). La tabla y la curva de crecimiento del perro de raza labrador para los grados 4° y 5° se presenta más suavizada, es decir, con valores más exactos y ajustados a la realidad (números enteros y decimales).



Figura 38. Solución del R6 para los estudiantes de 3° a 5°.

Para la *fase de revisión* el 93% de los estudiantes analizaron los tres casos, brindando las recomendaciones para los cuidados del perro. Evidenciando que se reflexiona y se amplía la capacidad de razonamiento por medio de la interpretación correcta de los datos para el diagrama.

Se puede observar que los estudiantes articulan actitudes de investigador, pues crean sus propias ideas para solucionar los problemas planteados, mostrando una apropiación de la matemátización horizontal. Para los niveles de matemátización vertical se muestra flexibilidad en las diferentes estrategias y lenguajes, permitiendo la integración de contenidos matemáticos. Llegando a un nivel más formal de la matemática.

Extrapolación: Curvas de crecimiento y desarrollo en niños

Las curvas de crecimiento saludable se emplean para comparar la edad de cada ser vivo asociada con su estatura, peso, perímetro cefálico, entre otros. Para contextualizar un poco más, se propone en la parte de extrapolación de la ruta MULTI-CREA, las curvas de crecimiento de cada estudiante según el género y así poder reflexionar, tanto con el estudiante, como con el padre de familia o acudiente. Es importante

verificar y realizar controles preventivos en el crecimiento de los niños. En la gran mayoría de los casos, debido a las condiciones económicas y la lejanía con los centros poblados, se dificulta realizar dichos controles.

Se mide y pesa a cada estudiante, y con la colaboración de dos médicos de la región, se investiga sobre éste tema y se brinda material para registrar los datos de los estudiantes. Los médicos igualmente aclaran que es importante entender la distribución de las curvas y los percentiles. Los estudiantes gracias al R6 entienden que es estar por debajo, sobre o por encima de la curva, pero para el caso hay una curva principal equivalente al percentil 50, el cual indica ser la curva ideal para el crecimiento (ver Figura 39).

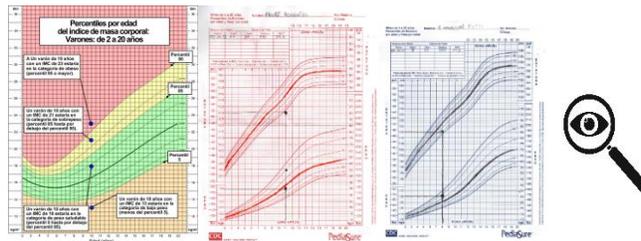


Figura 39. Solución del R6 para los estudiantes de 3° a 5°.

Los estudiantes aprenden a ubicar el valor en los registros según los ejes. Se tienen dos clases de registro, el rosado para las mujeres y el azul para los hombres.

Según lo observado en la Figura 39 y en los otros registros, la mayoría de niños se encuentran cercanos al peso ideal según la edad, pero por debajo de la curva para la talla. Se calcula el índice de masa corporal para saber en qué escala de peso se encuentran. Se solicita la opinión y recomendación médica, los cuales brindan los siguientes comentarios:

- El índice de masa corporal (IMC) se ubica entre el percentil 85-95 lo cual indica que se encuentran en la categoría sobrepeso, ya que por ser niños del campo que realizan actividad física (caminar, trabajo en la finca), tienen más masa muscular.
- Diagnóstico (DX): son niños de talla pequeña para la edad (factores genéticos o ambientales), pero el peso es el adecuado.

- Tratamiento o recomendación (TX o RX): continuar el seguimiento y hacer lo posible por mantener el peso. Pueden realizar actividad física como trotar que estimula la hormona de crecimiento, seguir una dieta balanceada, usar suplementos o vitaminas, dormir la cantidad adecuada y entender que la estatura en gran parte depende de la genética y una buena alimentación. Se sugiere tomar otras medidas como el pliegue cutáneo para los controles médicos.

A manera de reflexión y brindando las sugerencias de estos resultados, se comparte la información con los estudiantes y acudientes.

Resultados generales- OF3. Ser veterinario. Se puede observar en la Figura 40, los resultados del proceso cognitivo para cada reto desarrollado por los siete estudiantes del aula multigrado. Nuevamente se destacan los dos estudiantes de grado 3°. De forma general el proceso cognitivo se encuentra en los niveles de desempeño: satisfactorio (50%) y avanzado (50%).

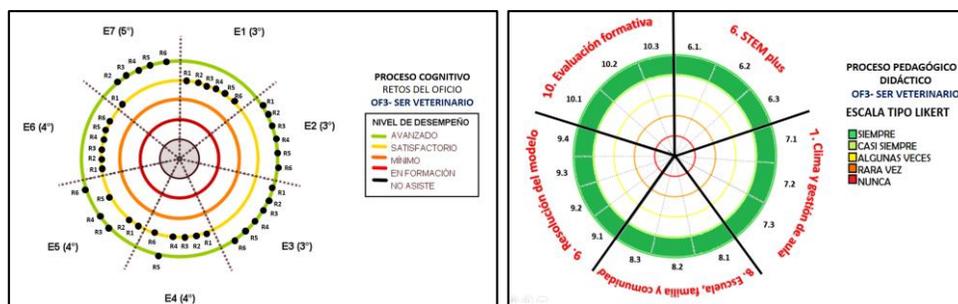


Figura 40. Resultados del proceso cognitivo de cada estudiante del aula multigrado de 3° a 5° y del proceso pedagógico y didáctico del para el oficio de ser Veterinario.

Para esta oportunidad se nota un avance a nivel de desempeño en el estudiante E7-5°, indicando que el compromiso del estudiante y de los padres de familia en las actividades de refuerzo propuestas desde el pasaporte, en oficios anteriores, han dado frutos. Lo que revela la importancia de un seguimiento formativo, evaluado en el proceso pedagógico y didáctico (ver Figura 39).

Se evidencia una totalidad de “siempre” en la escala de frecuencia para los cinco aspectos, afirmando que los aspectos tomados en cuenta para el desarrollo del modelo MULTI-CREA son útiles para el aula multigrado.

Logros

- Los estudiantes usan las operaciones, establecen propiedades y relaciones de equivalencia en un contexto real.
- Descubren patrones de una secuencia numérica y se predicen patrones de variación.
- Interpretan la información presentada en tablas y diferentes tipos de gráficas, no tan convencionales para estos grados.
- Los estudiantes utilizan la información de textos, la estimación en tablas y diagramas, y los rangos de variación para explicar relaciones de dependencia entre cantidades que varían con el tiempo.
- Aprenden la lectura de diferentes clases de diagramas y lo relacionan con el crecimiento saludable para la edad, la cantidad de comida recomendada según la raza, y los tamaños de raza (grande, mediana o pequeña).
- El avance y seguridad de la estudiante E6-4° en las participaciones, el trabajo en equipo y el interés por aprender.
- Se evidencia el proceso de enseñanza y aprendizaje entre pares asimétricos.
- Se reflexiona con la comunidad educativa en general sobre procesos como el crecimiento, la reproducción, la esterilización, la hospitalización, la importancia del seguimiento y controles para una vida saludable.
- Vincular a la comunidad y el sector productivo para valorar el esfuerzo y dedicación del oficio.
- La exploración del medio e investigación previa, potencia el interés y confirma la información de manera experimental.
- En la propuesta general del oficio (ser veterinario) con actividades diferenciadas según el tipo de número, se potencia el desarrollo del pensamiento matemático entre pares asimétricos.
- Interés y motivación de la comunidad al mostrar la matemática como una actividad social.

Dificultades

- Al variar la estructura de la pregunta se presenta cierto tipo de dificultad en los estudiantes.
- Algunos estudiantes confunden la palabra mitad con la palabra doble, se les dificulta abordar algunos términos como vacuna anual, diagnóstico y centímetro cúbico.

5.2.4. Secuencia didáctica OF4. Ser zootecnista

El objetivo es propiciar espacios que contribuyan a la resolución de problemas retadores, mediante preguntas presentadas en el oficio de ser zootecnista, fortaleciendo valores sociales como el cooperativismo, la sana convivencia, la prevención en el crecimiento y desarrollo, los sistemas de vida sostenible y la colaboración mediante la interacción lúdica. El zootecnista se especializa a nivel médico y de producción de animales para el consumo humano, por lo tanto, de él, se pueden ofertar muchos oficios de la granja dependiendo de las ramas o especies a trabajar.

Para la parte interdisciplinaria del oficio se necesitan las matemáticas, el lenguaje, las ciencias naturales y la tecnología. Particularmente, para las matemáticas se resaltan problemas de estructura aditiva y multiplicativa, las equivalencias, las unidades de tiempo, las proporciones, las secuencias, los intervalos, los diagramas estadísticos, los conjuntos, eventos y sus posibilidades de ocurrencia.

Los tres primeros retos se van a trabajar sobre animales de la granja que cultiva y vende el Profe Arley, pero para los siguientes tres retos, se especializan en el cultivo de peces. En estos retos se busca el impacto en la comunidad sobre la importancia de prácticas pecuarias amigables con el medio ambiente que aporten al desarrollo sostenible de la región, garantizando el proceso alimenticio y una vida saludable. Esta propuesta es liderada por organizaciones de la región, ENEL (Ente Nacional de Energía Eléctrica) dueños de la Hidroeléctrica el Quimbo y la Universidad Surcolombiana. La anterior propuesta se adaptada al aula multigrado para 3°, 4° y 5°.

Reto 4. Clasificando peces de mi región. Tiene como objetivo comparar y ordenar objetos respecto a

atributos medibles o cualidades, para clasificar y organizar datos en tablas y diagramas. Inicialmente, aportando a la parte de exploración, se realiza una pesca, en la cual cada estudiante tiene su caña de pescar y debe explorar las diversas especies. Cuando se termina la pesca, se reúnen en dos grupos con integrantes de 3°, 4° y 5°. Los grupos deben clasificar los peces de la región, según lo que investigaron en sus casas y sus experiencias previas (ver Figura 41).



Figura 41. Momento de exploración (pesca), clasificación y elaboración de la tabla.

Se habla de diferentes oficios que abordan el mundo los peces, los zootecnistas como los profesionales o médicos de estas especies, los piscicultores como técnicos, especialistas en el cuidado y cultivo, y los pescadores como oficio adquirido que pasa de generación en generación de forma empírica. Igualmente, se comparte el proyecto de la Hidroeléctrica el Quimbo y la Universidad Surcolombiana para cuidar estas especies de peces de la región. También, se comparten técnicas para pescar, su proceso de reproducción, los daños que proveen las hidroeléctricas con la deforestación, la sobrepesca y la importancia de preservar los recursos naturales.

Se resaltan algunos personajes del oficio de la región, el trabajo independiente y entre pares como recurso didáctico para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se exponen las matemáticas en su proceso de construcción, más que un producto acabado y su importancia en la vida cotidiana. Con la idea de tener una finca piscícola, se busca despertar en todos los estudiantes (atendiendo la diversidad), el gusto por estas disciplinas, fomentar aprendizajes significativos, la prevención en el crecimiento y desarrollo, los sistemas de vida sostenible, enmarcada en el proceso de evaluación formativa.

Para la *fase de abordaje* el 98% de los estudiantes entienden lo que se debe hacer, conociendo la

anatomía del pez, su longitud estándar, el color, el sexo del pescado, los intervalos según la escala (si se deben devolver al agua, cultivar o vender), si tienen escamas, piel lisa o bigotes. Se pasa revisando puesto por puesto, guiando con preguntas heurísticas sus dudas, hasta que encuentren la solución.

Para la *fase de ataque* el 100% de los estudiantes resuelven el reto. Aunque en algunos momentos se quedaron atascados, pues con tanta información y clasificaciones se confunden buscando en la tabla, pero al guiarlos o retarlos con alguna pregunta se daban cuenta de sus errores (ver Figura 42). Los estudiantes muestran prioridad e interés por clasificar de forma correcta, dando buenas argumentaciones de la clasificación.

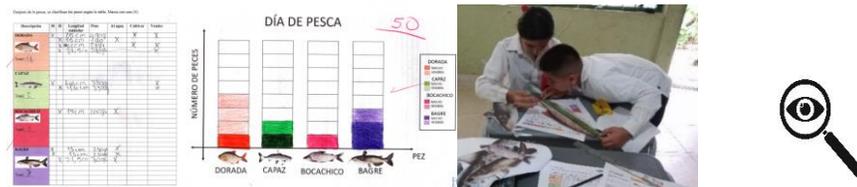


Figura 42. Solución del R3. Trabajando en equipo entre estudiantes de 3° a 5°.

El 100% de los estudiantes para la *fase de revisión* observa lo que ha pasado, mejora, comprueba y reflexiona. Es de vital importancia el trabajo en equipo entre pares asimétricos, pues complementan y potencian su capacidad de razonamiento. Se hacen preguntas observando la tabla de frecuencias apilada para interpretar algunos resultados. Por último, para el siguiente reto se pide devolver todos los pescados que no están aptos ni para el cultivo, ni para la venta, reforzando los intervalos de crecimiento del pez. Se evidencia el principio de niveles a la hora de estimular diferentes interacciones, favoreciendo la creatividad, estrategia y lenguaje.

Reto 5. Cultivando y vendiendo peces de mi región. Tiene como objetivo promover la seguridad alimentaria y el desarrollo de prácticas pecuarias saludables, usando diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. Se comienza el reto con un proceso de exploración, preguntando sobre lo que los estudiantes conocen de los peces referente a su anatomía y reproducción. Luego, se presenta un video

informativo que resume de manera muy gráfica la anatomía de los peces y su reproducción, dependiendo de la especie.

El 98% de los estudiantes cumplen el objetivo para la *fase de abordaje* el 98%. Se repasa el lenguaje técnico para que los estudiantes se asocien al proceso. La docente en compañía de los estudiantes, realizan una explicación del paso a paso para cultivar una especie de pez, según las condiciones de cada especie.

En la *fase de ataque* el 96% de los estudiantes que sale al tablero responde correctamente. Cada uno de ellos tiene un caso diferente a resolver (según las condiciones dadas). Aunque se debe realizar el mismo proceso de cultivo, como: pescar, dormir los peces, inyectar una hormona según el peso y el sexo, desovar y mezclar los huevos con la esperma (ver Figura 43).



Figura 43. Participación individual estudiantes de 3° a 5°. Cultivando peces de mi región

Potenciando el principio de realidad de la EMR, se genera interés y motivación en cada uno de los estudiantes. Ellos pasan al tablero con sus batas y explican el paso a paso del proceso según las condiciones dadas, favoreciendo el proceso de resolución de problemas, el cálculo mental en diferentes medidas, como, por ejemplo, unidades de tiempo, gramos, mililitros (ver Diálogo 10).

Diálogo 10. Exposición de E6-4⁸⁰.



En el tablero, para el caso de la E6-4°, se inicia el proceso de captura de los peces a las 10:35 a.m. Luego de la captura, se debe preparar un recipiente para el cultivo de los peces y dormirlos, esperar 5 minutos, para que la anestesia haga efecto. La estudiante en el tablero llena las casillas.

E6-4°: Agrego los 5 litros de agua, luego agrego la anestesia, revuelvo.

D: Vaya escribiendo en el tablero.

La E6-4° completa muy bien la información, colocando la hora 10:40 a.m., es decir 5 minutos después.

E6-4°: la hembra pesa 250 gramos, es decir aplico 1,5 mililitros de hormona.

⁸⁰CD> Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA> OF4. ZOOTECNISTA-> OF4. R5. VACUNANDO E6-4°. Tiempo 0:00 – 3:08

La E6-4° toma su pez y la jeringa, comienza medir la cantidad necesaria para aplicar. Muestra a la docente la dosis.

Todo este proceso es supervisado tanto por la docente como por todos los estudiantes. El nivel de dificultad para cada estudiante, radica según las condiciones dadas (fecha, hora y peso de los peces). Se sigue con la exposición de la E6-4° en el Diálogo 11.



Diálogo 11. Continuación de la exposición de E6-4°⁸¹.

E6-4°: vacuno la hembra y la echo en el agua y saco el macho.
La estudiante completa en el tablero el peso del macho para el registro.
D: ¿EL macho pesa lo mismo?
E6-4°: si señora.
D: Ok, entonces la misma jeringa le sirve.
La estudiante aplica la inyección al macho y lo ingresa al agua.
D: ¿vaya registrando a qué horas hizo todo eso? ¿Cinco minutos después de la anestesia, sería qué horas?
E6-4°: a las 10:45.
La estudiante escribe en el tablero tanto para la hembra que es su primera dosis, como para el macho y según las condiciones dadas, se empieza el cultivo el día 15-12-2023.
D: ¿son las 10:45 de la mañana o de la noche?
La estudiante completa la hora con a.m.
D: listo. ¿Luego que hacemos?
E6-4°: esperamos 6 horas
Debido a que la hembra se le tiene que aplicar la segunda dosis en 6 horas. La estudiante debe completar, tanto la hora como la fecha en formato día-mes-año.
D: listo, entonces a qué horas, se cumplen las 6 horas
E6-4°: a las 4:45 p.m.
D: muy bien a las 4:45 p.m.
La E6-4° se dispone a tomar la hembra para aplicar nuevamente la dosis y la vuelve agregar al recipiente. La estudiante lleva el registro en el tablero, completando la fecha de la segunda dosis el día 15-12-2023. Después hay que esperar 12 horas para que los peces realicen su proceso de desove y se fecunden los huevos.
La E6-4° completa en el registro indicando 12 horas después, es decir el día 16-12-2023 a las 10:45 a.m.
D: muy bien y ahora saque los peces.
La estudiante saca los peces del recipiente.
E6-4°: Luego de sacarlos llevo los huevos fecundados a la incubadora.
Completando todo el ciclo de fecundación para el cultivo.
D: muy bien, un aplauso para la Dra. E6-4°.

Para la *fase de revisión* el 96% de los estudiantes resuelven el reto, observando lo que ha pasado y cumpliendo con todas las condiciones del cultivo. Se analiza en plenaria los resultados, ampliando la capacidad de razonamiento y llevándolo a un nivel más general (ver Figura 44).

⁸¹CD> Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA> OF4. ZOOTECNISTA-> OF4. R5. VACUNANDO E6-4° 2. Tiempo 0:00 – 4:16

Después de realizar el proceso de cultivo con los peces de la pesca, según las condiciones dadas, deben vender los peces. Se brinda una tabla con los precios por libra para cada especie. Los estudiantes se disponen en sus grupos a observar cuales son los peces que pueden vender para los intervalos autorizados para el consumo.

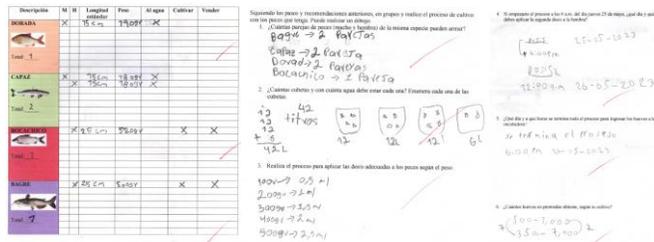


Figura 44. Análisis para el cultivo de peces según la pesca, estudiante de grado 3°

Se pregunta cómo se puede calcular el valor de una dorada de 495 gramos. Los estudiantes observan la tabla y proponen las estrategias en el Diálogo 12.

Diálogo 12. Entre estudiantes de 3° a 5° con la docente⁸².



D: ¿Cuánto vale la libra de dorada?
E2-3°: \$4000
D: La dorada que vamos a vender pesa 490 gramos.
La docente va llenando el registro en la tabla
D: ¿cómo hago para saber cuánto me van a pagar por ese pescado?
E3-3°: multiplico
D: ¿qué multiplico?
E7-5°: 4000x 490
D: Aquí dice en la tabla, que la libra, es decir los 500 gramos cuesta \$4000.
E3-3°: ¿divido?
D: ¿qué divido?
E3-3°: 4000 dividido 500
D: ¿para qué?
E3-3°: Para que me del resultado por gramo
D: Bueno, analicemos. Vamos a dividir los 4000 en 500. ¿cuánto me da eso? ¿Cuántas veces caben 500 en 4000? ¿con 4000 pesos cuantos grupos de 500 hacen?
E3-3°: ocho
Se comprueba la división.
D: El resultado de esta división que propone el E3-3°, me sirve para saber por cada gramo cuanto me deben pagar.
E7-5°: lo multiplico por 490
Se realiza la multiplicación con el apoyo de todos los estudiantes de 490x8 dando como resultado \$3920.
D: es decir que por esa dorada me pagan \$3920.
Se completa el valor de cada uno de los peces por gramo. Y se explica cómo se llena la tabla.
E5-4°: Se completa como lo que hicimos con las herramientas

⁸² CD> Evidencias Secuencias Didácticas Modelo MULTI-CREA> OF4. ZOOTECNISTA-> OF4. R5. CULTIVANDO Y VENDIENDO PECES. Tiempo 22:03 – 30:50

D: muy bien, se llena la tabla en el mismo orden como lo hicimos con la venta de herramientas.

Los estudiantes completan la tabla, como cuando se generó la cotización y las facturas en el oficio de vendedor, indicando su peso por gramo y las operaciones (ver Figura 45).

Lo anterior evidencia que los estudiantes del aula multigrado llevaron la situación del contexto del oficio de zootecnista (cultivo y venta de peces) a la parte matemática, logrando una matemátización horizontal.

Y para la matemátización vertical, se clasifica en un nivel formal.

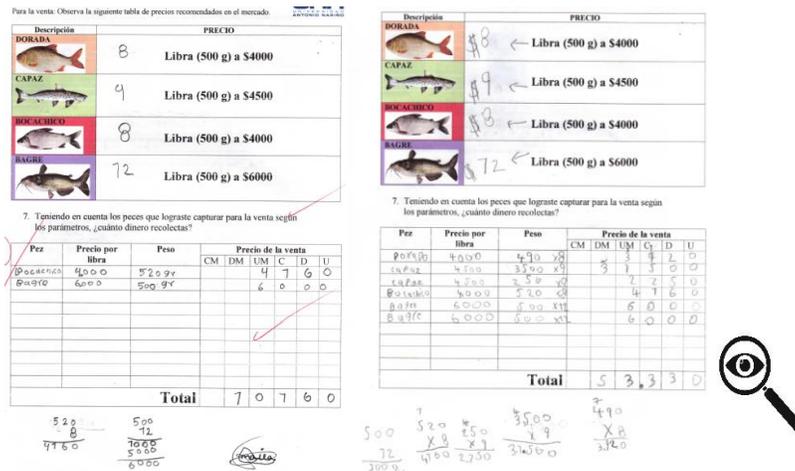


Figura 45. Solución de estudiantes de 3° a 5°. Venta de peces según la pesca y las condiciones iniciales.

Resultados generales- OF4. Ser Zootecnista. Se presenta el nivel de desempeño para el proceso cognitivo de los estudiantes (E1 a E7) para cada reto (R1 a R6) para el oficio de ser zootecnista (ver Figura 46).

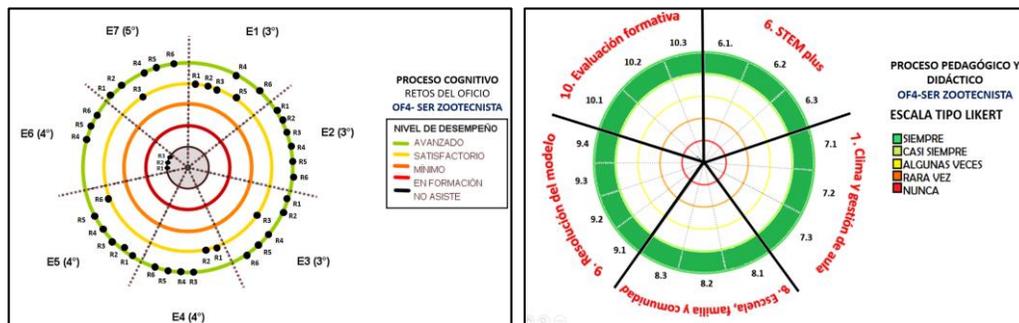


Figura 46. Resultados del proceso cognitivo de cada estudiante del aula multigrado de 3° a 5° y del Proceso pedagógico y didáctico para el oficio de ser Zootecnista.

Se puede evidenciar que el 72% de los estudiantes que asistieron, resuelven los retos en un nivel avanzado y el 23% de a nivel satisfactorio. A pesar de que algunos estudiantes se quedaron atascados,

para este oficio en particular se observó más acompañamiento entre pares y participación de los estudiantes, sobre todo de las dos estudiantes de grado 3° y 4° que comenzaron el proceso de forma muy tímida. El 100% de los retos que presentó la estudiante E6-4° están en un nivel avanzado, mostrando avances en su desarrollo del pensamiento matemático, seguridad y autoestima.

El proceso pedagógico y didáctico del oficio de ser zootecnista se analiza en una rúbrica con una escala de frecuencia tipo Likert (ver Anexo 4). Se presentan los resultados de cada aspecto (ver Figura 45).

Se evidencia en su totalidad una frecuencia de “siempre” para cada aspecto, interpretando que la metodología de STEM plus, el clima y gestión del aula, la escuela, familia y comunidad, la resolución del modelo y la evaluación formativa, contribuye al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para el aula multigrado.

Logros

- Los estudiantes resuelven situaciones problemas con diferentes estructuras aditivas y multiplicativas en un contexto real.
- Comparan, ordenan y presentan información de datos con atributos medibles en tablas y diagramas, para la toma de decisiones.
- Impacto a la comunidad sobre la importancia de la seguridad alimentaria en prácticas pecuarias amigables con el medio ambiente que aporten al desarrollo sostenible de la región, garantizando el proceso alimenticio y una vida saludable.
- Vincular a la comunidad y sector productivo para valorar el esfuerzo y dedicación del oficio.
- La exploración del medio e investigación previa, potencia el interés y confirma la información de manera experimental.
- Organizando la propuesta general de ser zootecnista (acuicultor, piscicultor o pescador) con actividades diferenciadas según el tipo de número, se potencia el desarrollo del pensamiento

matemático entre pares asimétricos.

- Se promueve el interés y la motivación por parte de la comunidad educativa al presentar la matemática como una actividad social, articulando los contenidos matemáticos a situaciones o fenómenos reales.

Dificultades

- Inconsistencia al proponer el precio de venta del pez según su precio por libra.
- Desconocimiento en la reproducción de peces y en el desarrollo de vida sostenible.

Resultados generales de los OF1 al OF4

Se presenta el listado de los resultados de los oficios (OF1 al OF4) para cada estudiante según los retos (R1 al R6). En la última fila se presenta un consolidado cualitativo del nivel de desempeño para cada estudiante (ver Figura 47).

OFICIO	RETO	NOMBRE DEL RETO	E1-5°	E2-3°	E3-3°	E4-4°	E5-4°	E6-4°	E7-5°
OF1	R1	Elisama	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R2	Referencia en la compra de un kilo	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R3	Intercomunicación telefónica para la construcción de una casa	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R4	Clasificación de frutas para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R5	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R6	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
OF2	R1	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R2	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R3	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R4	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R5	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R6	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
OF3	R1	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R2	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R3	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R4	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R5	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R6	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
OF4	R1	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R2	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R3	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R4	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R5	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	R6	Miros acumulados para la venta	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
NIVEL DE DESEMPEÑO GENERAL			SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO	SATISFACTORIO	SATISFACTORIO



Figura 47. Resultados individuales de los estudiantes para cada reto del oficio.

Se evidencia a nivel de retos, que el R6 para el OF1 fue uno de los que más dificultades tuvo. El R4 del OF4 fue el único que presentó un nivel de desempeño avanzado para los siete estudiantes. De forma general los estudiantes E2-3° y E3-3° sobresalen en todos los retos obteniendo un nivel avanzado, y en la mayoría de casos para la estudiante E5-4°. Aunque a todos los estudiantes les fue bien, se puede observar un mejoramiento para los estudiantes E6-4° y E7-5°, indicando que a medida que se avanza en los retos se logra mayor interés y compromiso, brindando un proceso de evaluación formativa.

Al realizar un consolidado de todos los procesos (cognitivo, pedagógico y didáctico) se evidencia un

desarrollo muy satisfactorio, arrojando en la gran mayoría de las filas para el proceso completo, un nivel de desempeño avanzado. Este proceso favorece la enseñanza y aprendizaje de la matemática, logrando los objetivos para cada secuencia didáctica en la aplicación al aula multigrado (ver Figura 48).

OFICIO	PROCESOS	E1-3*	E2-3*	E3-3*	E4-4*	E5-4*	E6-4*	E7-5*
OF (1) VENDEDOR	PROCESO COGNITIVO	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
	PROCESO PEDAGÓGICO Y DIDÁCTICO	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
	PROCESO COMPLETO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
OF (2) CHEF	PROCESO COGNITIVO	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO	SATISFACTORIO	SATISFACTORIO
	PROCESO PEDAGÓGICO Y DIDÁCTICO	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
	PROCESO COMPLETO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	SATISFACTORIO
OF (3) VETERINARIO	PROCESO COGNITIVO	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	SATISFACTORIO	SATISFACTORIO	SATISFACTORIO
	PROCESO PEDAGÓGICO Y DIDÁCTICO	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
	PROCESO COMPLETO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	SATISFACTORIO	AVANZADO
OF (4) ZOOTECNISTA	PROCESO COGNITIVO	SATISFACTORIO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO
	PROCESO PEDAGÓGICO Y DIDÁCTICO	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE	SIEMPRE
	PROCESO COMPLETO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO



Figura 48. Resultados generales del proceso cognitivo, pedagógico y didáctico para los cuatro oficios.

5.3. Validación de los aportes: secuencias didácticas y modelo pedagógico

Se realiza la entrevista a expertos en educación matemática y del aula multigrado, con el objetivo de validar el modelo pedagógico, las secuencias didácticas y entrevistas de satisfacción a estudiantes y padres de familia. Para las últimas cuatro secuencias didácticas, se analiza el nivel de desempeño de los estudiantes, sus logros y aspectos a mejorar. Teniendo en cuenta procesos fundamentales como, el cognitivo, pedagógico y didáctico (Anexo 6).

10.1.1. Validación de las secuencias didácticas

Se realizan tres entrevistas a especialistas en educación matemática y/o aula multigrado para la validación de las secuencias didácticas. Cada uno de ellos dio su punto de vista, los cuales fueron clasificados en fortalezas y aspectos a mejorar.

Dra. Mary Falk de Losada. Directora del Programa de Maestría y Doctorado en Educación Matemática.

Universidad Nacional de Colombia.

Fortalezas	Aspectos a mejorar
<ul style="list-style-type: none"> - Proyecto innovador - Se puede observar la motivación de los estudiantes y el trabajo con la comunidad. 	<ul style="list-style-type: none"> - Trabajar temperatura en las recetas. - Proponer retos con límite de dinero para crear en ellos otras alternativas de solución. - Proponer tablas de crecimiento y desarrollo, para hablar de una buena salud. - Profundizar más en las operaciones con fracciones. - Tener en cuenta algunas limitaciones como temas de geometría y resolución de problemas más matemáticos y no tan aplicados.

Dra. Angélica María Martínez. Doctora en Educación Matemática por la UPEL de Maracay.

Fortalezas	Aspectos a mejorar
<ul style="list-style-type: none"> -Proyecto muy completo e innovador. -Evidencia diferentes niveles de razonamiento. -La complejidad del concepto matemático. -Se puede vincular a múltiples proyectos de investigación (p.e. AstroMAE). -Vincula a toda la comunidad educativa. 	<ul style="list-style-type: none"> -Especificar la duración de cada actividad.

Dr. David Block Sevilla. Doctor en Investigación Educativa del Cinvestav -México.

Fortalezas	Aspectos a mejorar
<ul style="list-style-type: none"> -Las secuencias didácticas son muy interesantes y útiles. -Soluciona varias de las necesidades que se tiene en el aula multigrado como, la motivación hacia el estudio y las matemáticas, la planeación diferenciada, la vinculación de toda la comunidad, la falta de interés hacia las profesiones y el trabajo en equipo. 	<ul style="list-style-type: none"> -En los resultados priorizar las dificultades y problemas con todas las variables y el papel del maestro.

Los expertos indican de forma general que estas actividades hacen parte de un proceso innovador que vincula a la comunidad educativa. Evidencian la motivación hacia el estudio de las matemáticas y la facilidad de la propuesta para vincularse múltiples proyectos de investigación y solucionar varias necesidades que presentan estas aulas. Los aportes en aspectos a mejorar, se tuvieron en cuenta para las siguientes aplicaciones y adaptaciones, mostrando gran asertividad en sus comentarios y así poder profundizar un poco más en aspectos matemáticos. Se tienen en cuenta algunas limitaciones, con el fin de reflexionar sobre estos aportes.

10.1.2. Método Delphi para criterio de expertos sobre el modelo pedagógico MULTI-CREA y análisis de observaciones y recomendaciones

La validación del modelo pedagógico se realiza a partir del método de Kane donde los argumentos se obtienen de las siguientes fuentes: el estado del arte, criterio de especialistas, método Delphi, encuesta de satisfacción a estudiantes y padres de familia y análisis de videos. El método Delphi para criterios de expertos se realiza a cinco especialistas en pedagogía en educación especial, aula multigrado y/o educación matemática: la Dra. Mayelin Cepena, Dra. Roser Boix, Dr. Diego Juárez, la Dra. Lorena Trejos y Juan Nápoles. A cada uno de ellos se les comparte un resumen del modelo pedagógico, dos secuencias didácticas y un video que enmarca la actividad general de los oficios. Igualmente, se envía la encuesta de satisfacción para estudiantes y padres de familia, para que realicen las sugerencias o

recomendaciones para el refinamiento de las mismas.

Los cinco especialistas por medio de una rejilla, evaluaron el proceso dando observaciones y recomendaciones (ver Anexo 4). A la rejilla para la validación del modelo se le aplica el método Delphi, evidenciando que se está de acuerdo en alto grado en relación a los cuatro aspectos a considerar: fundamentos del modelo, identificación, resolución y concreción práctica. (ver Anexo 5).

Con el objetivo de aclarar más el panorama sobre del modelo, se analizan las observaciones (recuadros en color aguamarina) y recomendaciones que brindan los especialistas (recuadro fondo gris), en el software Atlas.ti (ver Figura 49). Para estas observaciones y recomendaciones se agrega la participación de la Dra. Ana María Bressan, como parte fundamental para la Educación matemática realista.

Los especialistas fueron clasificados según la especialidad. De forma general, dentro de sus observaciones resaltan que es un modelo muy interesante, creativo, rico en contenido matemático y pertinente para el aula multigrado.

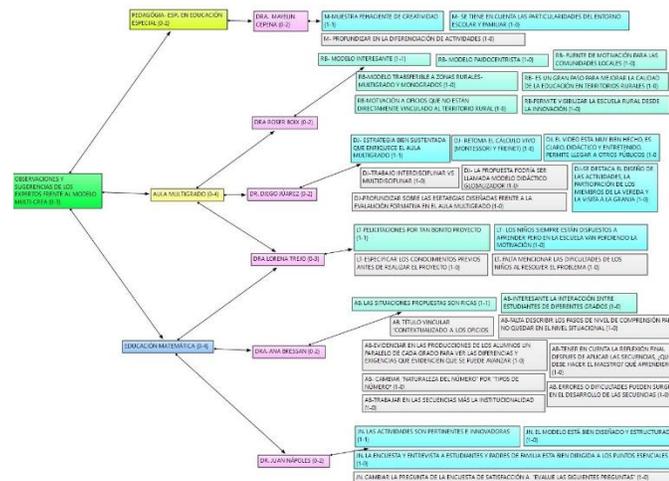


Figura 49. Observaciones y recomendaciones de los especialistas referente al Modelo MULTI-CREA.

La Dra. Boix, complementa en sus observaciones, que el modelo MULTI-CREA es transferible a cualquier aula, es una fuente de motivación, permite visualizar y darles más importancia a los intereses de los estudiantes y comunidades en territorios rurales. Recalca que es un modelo paidocentrista.

Se tienen en cuentas las recomendaciones o sugerencias que brindan los especialistas, como mencionar y reflexionar después de la aplicación de las secuencias qué aprendieron los estudiantes, sus logros, dificultades, progreso diferenciado resaltando la riqueza del trabajo en aulas multigrado, cómo el modelo potencia la diversidad de habilidades cognitivas y profundizar sobre las estrategias diseñadas frente a la evaluación formativa. Estas sugerencias tendrán gran valor, se verán reflejadas en el análisis de resultados de las secuencias didácticas, recomendaciones y en las conclusiones.

10.1.3. Análisis de la encuesta y entrevista de satisfacción a estudiantes y padres de familia

La encuesta y entrevista de satisfacción se aplicó con el fin de conocer las opiniones con respecto a las secuencias didácticas y todo lo aplicado dentro del Modelo MULTI-CREA. A cada estudiante de 3°, 4° y 5° del aula multigrado se le aplicó la encuesta y entrevista de satisfacción. Igualmente, a un acudiente de cada estudiante. La encuesta consta de cinco preguntas cerradas tipo likert (nunca, rara vez, algunas veces, casi siempre y siempre) enmarcadas en colores (rojo, naranja, amarillo, verde claro y verde oscuro), respectivamente (ver Anexo 7).



Figura 50. Resultados encuesta de satisfacción a estudiantes y acudientes.

Los resultados de la encuesta de satisfacción a estudiantes y acudientes evidencian (ver Figura 50) que el 100% están muy satisfechos con el proceso cognitivo, pedagógico y didáctico aplicado el Modelo pedagógico MULTI-CREA. Opinan que estas secuencias didácticas de los oficios, motivan el estudio hacia las matemáticas, creando interés y habilidades en el contenido matemático. Consideran importante y pertinente seguir aprendiendo y enseñando matemáticas y sus aplicaciones en los oficios en el aula multigrado.

La entrevista, que consta de 5 preguntas (ver Anexo 8), las cuales se registraron en formato audio y fueron categorizadas en el software Atlas.ti (ver Figura 51).

Se puede evidenciar de la primera pregunta, que el oficio que más les gustó fue el de veterinario y zootecnista, porque para estudiantes como padres de familia, es importante conocer cómo cuidar algunos de los animales tanto domésticos como de granja. Otro oficio que les gustó fue el de vendedor, ya que opinan que temas como el de la ferretería les ha servido bastante, tanto para conocer herramientas y materiales para la construcción, como también el manejo de dinero, que es importante para nuestra vida.

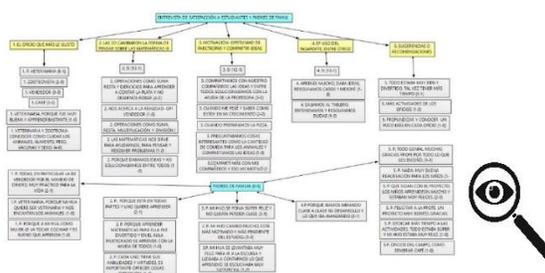


Figura 51. Resultados de la entrevista de satisfacción a estudiantes y acudientes. Software Atlas ti.

En la segunda pregunta, todos estuvieron de acuerdo en que las secuencias didácticas si les cambió la forma de pensar sobre la matemática, ya que los acerca más a la realidad y les enseña a resolver situaciones problemas, además que lo hicieron de forma motivante y divertida. Para la pregunta tres, se evidencia que los estudiantes no se querían perder ni una clase y los padres notaban que se levantaban con muchas ganas de ir a la escuela y llegaban emocionados a contar todo lo que habían aprendido.

El proceso de evaluación formativa se llevó a cabo de muchas formas, participando en clase, en plenaria, revisando lo elaborado en la guía, pasando al tablero, entre otros. El pasaporte fue una herramienta muy útil para los estudiantes como para los acudientes, todos los padres (excepto uno), no entendió y no realizó ningún seguimiento, pero los demás acudientes argumentan en la pregunta cuatro, que sí fue muy útil, fácil de entender y les ayudó mucho para ver el proceso de aprendizaje de sus hijos y estar en seguimiento, según las sugerencias y trabajo de apoyo en casa.

Para la última pregunta, de forma general comparten que las actividades fueron muy buenas y motivantes. Sugieren que se sigan aplicando estas propuestas pedagógicas que incentiven a los estudiantes a seguir aprendiendo y para próximas oportunidades se puedan brindar las actividades con un poco más de tiempo y así poder profundizar más en el oficio. Un padre de familia sugiere que se trabajen en el aula más oficios dirigidos al campo y siembra del café.

10.1.2. Enfoque Basado en Argumentos (EBA) para la validación del modelo MULTI-CREA

Basados en el método de Kane (2013) se interpreta cada una de las secciones (categorizadas en el software Atlas.ti) con el fin de organizar el impacto de los resultados, para obtener componentes descriptivos relacionados con la interpretación de variables que sustentan la claridad de los argumentos de interpretación y poder tener un acercamiento a la validez (ver Figura 52). Se analizan los resultados de múltiples fuentes, clasificadas en cinco secciones, en la cual S1 (notifica la sección 1) y así sucesivamente.

S1. Estado del arte y caracterización (Entrevista a especialistas y encuesta a docentes).

S2. Validación y aportes de las secuencias didácticas (Entrevista a especialistas).

S3. Análisis de las secuencias didácticas (OF1, OF2, OF3, OF4).

S4. Método Delphi para criterio de expertos sobre el modelo pedagógico MULTI-CREA.

S5. Análisis de encuestas y entrevistas de satisfacción a estudiantes y acudientes.

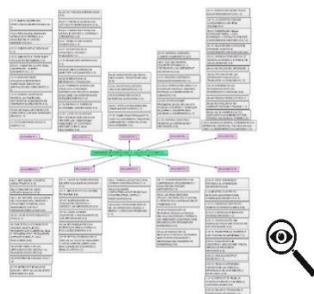


Figura 52. Análisis de las secciones para obtener componentes descriptivos (Software Atlas ti).

El uso de múltiples fuentes de evidencia sirve para respaldar una conclusión y se denomina triangulación

(Kane, 2013). Teniendo en cuenta algunas categorías o códigos para las secciones (S1 a S5), se identifican 10 argumentos interpretativos (A1 al A10), como resultado de la parte prescriptiva en las intersecciones de las secciones (ver Figura 53).

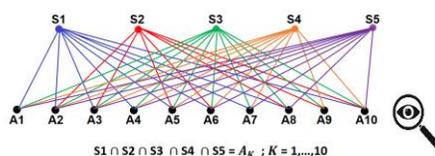


Figura 53. Intercepción de las secciones para evidenciar posibles argumentos (Triangulación). Software Atlas ti.

A continuación, se identifican los siguientes argumentos interpretativos basados en la triangulación:

- A1. El aprendizaje entre pares asimétricos potencia la circulación de saberes y la aceleración curricular.
- A2. Los oficios adaptados a actividades diferenciadas según el tipo de número, favorece la interacción entre pares asimétricos y potencia el razonamiento para el desarrollo del pensamiento matemático.
- A3. La exploración del medio y el principio de realidad (EMR) contribuye a la motivación, interés hacia las matemáticas, apropiación y resolución de los problemas intra y extamatemáticos.
- A4. El material concreto (del medio o reciclable) mejora la comprensión para la fase de abordaje y ataque en el proceso de resolución de problemas.
- A5. Los oficios basados en los intereses de los estudiantes contribuyen a la vinculación y compromiso de la familia, escuela y comunidad, en el aprendizaje.
- A6. La EMR permite ver la matemática como una actividad humana, en la cual se crea una actitud de descubrir la matemática donde quiera que ella se aplique.
- A7. La evaluación formativa por medio del diálogo reflexivo y motivador entre estudiantes, docente y acudientes, contribuye al proceso de mejoramiento de los aprendizajes.
- A8. Las estructuras aditivas y multiplicativas son vitales en el desarrollo del pensamiento matemático y se pueden plantear para cualquier área del conocimiento.

- A9. La resolución de problemas basadas en tres fases abordaje, ataque y revisión, permiten controlar y direccionar procesos del pensamiento matemático en el aula multigrado.
- A10. La integración de conceptos interdisciplinarios entre pares asimétricos, brinda un ambiente de aprendizaje profundo, motivante y relacionado con la vida de los estudiantes.

Los argumentos interpretativos (A1 al A10) son coherentes e integrados, en el sentido de que las conclusiones son razonables para las múltiples fuentes. Estos argumentos muestran un acercamiento a la validez del modelo pedagógico MULTI-CREA y de las secuencias didácticas.

Conclusiones del capítulo 5

La interacción del investigador con especialistas en educación matemática y del aula multigrado proporcionan aportes, sugerencias y referentes valiosos para la caracterización, la construcción y validación del Modelo MULTI-CREA.

El aula multigrado se concibe bajo un enfoque constructivista cuyo potencial es la circulación de saberes mediante el proceso de enseñanza y aprendizaje entre pares asimétricos, brindando una aceleración en el aprendizaje.

Las secuencias didácticas de los oficios con actividades diferenciadas según el tipo de número, permiten la construcción de significados mediante la interacción entre pares asimétricos, favoreciendo el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas.

EL principio de realidad de la EMR permite potenciar la motivación hacia el aprendizaje, creando una actitud positiva para descubrir la matemática y verla como una actividad humana.

El análisis de los resultados de los retos basados en los oficios, evidencia los logros y las dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Igualmente, se demuestra que los estudiantes siempre están dispuestos a aprender, pero en la escuela se va perdiendo la motivación.

El diseño de nuevas actividades motivadoras e interdisciplinarias y diferenciadas por medio de la evaluación formativa y la interacción entre pares asimétricos, propicia el desarrollo de las fases de la resolución de problemas: abordaje, ataque y revisión, que contribuyen al desarrollo del pensamiento matemático.

El proceso de validación del modelo pedagógico y el sistema de actividades se realiza a partir del método de Kane (2013), donde se toman argumentos de diferentes fuentes.

CONCLUSIONES

En este apartado se presentan los principales hallazgos que evidencian el logro del objetivo general y objetivos específicos, dando respuesta al problema de investigación.

La literatura revisada en el estado del arte evidencia una necesidad en la falta de orientación y propuestas de modelos que favorezcan el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula multigrado de matemáticas.

La interacción de individuos por medio de la resolución de problemas matemáticos en aula multigrado, potencia habilidades y competencias en los diferentes ritmos de aprendizaje, preparando los estudiantes para la vida económica y social, con sólidos conocimientos matemáticos.

EL Modelo MULTI-CREA basado en la EMR favorece los contextos realistas significativos y motivadores, permitiendo la construcción de significados y la reestructuración de los procesos de reinención, donde se potencia la interacción de los estudiantes de diferentes grados, lo cual permite presentar la matemática como una actividad humana.

Al vincular la matemática con los oficios que los estudiantes quieren conocer, se incentiva el conocimiento y apropiación del mismo, fortaleciendo el sensemaking por medio de la resolución de problemas retadores, que estimulan una robusta construcción de significado de los conceptos, la imaginación y el pensamiento matemático.

El uso de material concreto y otras herramientas, inspira a los estudiantes a crear diferentes representaciones y usos, brindándoles la oportunidad de construir conexiones con los saberes previos.

Las fases de resolución de problemas propuestas por Mason, Burton y Stacey (2010) aplicadas al aula multigrado, permiten controlar y direccionar procesos del pensamiento matemático, con el apoyo de todos sus integrantes, evidenciando estrategias de metacognición, favoreciendo la creatividad, la motivación y avances en el contenido.

Se construye conocimiento de forma libre y creativa, logrando la consolidación del pensamiento matemático, dado que el docente entiende la matemática desde su epistemología (falible, corregible y significativa).

El aprendizaje en espiral de Bruner (1960) aporta un valor a la propuesta de los oficios para las aulas multigrado, llevando el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiante de manera motivante, progresiva, integrada e inclusiva.

Una educación a partir de STEM PLUS enfocada a los oficios, propone un aprendizaje basado en la solución de problemas, fortaleciendo prácticas amigables con el medio ambiente que aporten al desarrollo sostenible de la región, aportando habilidades indispensables para su desempeño laboral.

La implementación de las secuencias didácticas ofrece los siguientes resultados:

- Desarrollo del pensamiento matemático en la resolución de problemas involucrando las estructuras aditivas y multiplicativas en un contexto real para el aula multigrado.
- La resolución de problemas acorde a las tres fases abordaje, ataque y revisión, permiten controlar y direccionar procesos del pensamiento matemático en el aula multigrado.
- Mejora el desempeño y motivación de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas del aula multigrado.
- El uso de estrategias pedagógicas y didácticas para la resolución de los problemas vinculados al contexto de los oficios, propicia el interés y aplicación de conceptos matemáticos.
- La interacción social potencia diferentes habilidades y niveles de conocimiento, sin tener en cuenta la edad.
- La construcción de significados con la interacción entre pares asimétricos, favorece la creatividad, la motivación, el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas para la matemática del aula multigrado.

- Se integra la comunidad educativa a las actividades de los oficios, valorando el sector productivo, el esfuerzo y necesidades de la región, lo cual consolida el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado.
- La resolución de problemas para cada una de las secuencias didácticas estimula una preparación e inclinación de los estudiantes para un futuro desempeño profesional.
- Los instrumentos de medición y el uso de la calculadora propuestos en las secuencias didácticas ayudan a comprender algunos fenómenos de nuestro entorno, permitiendo la comparación de datos, el uso de patrones o medidas estandarizadas, motivándolos a trabajar y verificar sus resultados.
- Las diversas representaciones del número brindadas en los oficios, propician la comprensión y aplicación del concepto de fracción, como parte de un todo.
- Toma de decisiones adecuadas a partir de la lectura en la organización de datos, la comparación, interpretación, y seguimiento en tablas y diagramas.
- El diálogo reflexivo y motivador entre pares frente a las secuencias didácticas, contribuye al mejoramiento de los aprendizajes, bajo el esquema de la evaluación formativa.

La propuesta general e integrada de los oficios articulada con actividades diferenciadas para el aula multigrado, evidencia que es una excelente estrategia que permite constatar resultados satisfactorios desde la interdisciplinariedad y el trabajo en equipo, fortaleciendo la construcción de conocimiento matemático con fines sociales.

El proceso cognitivo, pedagógico y didáctico propuesto en el Modelo pedagógico MULTI-CREA establece una metodología clara, flexible, organizada e integrada para el aula multigrado, la cual contribuye a despertar el interés y curiosidad de los estudiantes por aprender temas matemáticos por medio de la resolución de problemas contextualizado a los oficios.

Los oficios implementados bajo el principio de realidad (EMR) conforman una estrategia apropiada para

la clase de matemáticas en el aula multigrado, que permiten tener estudiantes interesados, motivados y competentes hacia el aprendizaje de las matemáticas por medio de la resolución de problemas.

El modelo pedagógico flexible e integrado MULTI-CREA favorece los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado de forma constructivista y es aplicable a cualquier clase de comunidad educativa o tipo de población, por lo tanto, el modelo tiene valor.

La secuencia didáctica de una propuesta general con actividades diferenciadas promueve el aprendizaje de los distintos componentes y competencias que asumen los lineamientos curriculares del MEN (2006), favoreciendo el aprendizaje significativo, evitando lo rutinario y memorístico.

Los argumentos obtenidos a partir del método Delphi para criterios de expertos, la rúbrica del Modelo MULTI-CREA, las sugerencias y recomendaciones brindadas por los especialistas, las encuestas y entrevistas de campo, el análisis de videos, permitió la validación del modelo pedagógico y sistemas de actividades, dando cumplimiento al objetivo general de la investigación.

La secuencia didáctica de una propuesta general con actividades diferenciadas promueve el aprendizaje de los distintos componentes y competencias que asumen los lineamientos curriculares del MEN (2006), favoreciendo el aprendizaje significativo, evitando lo rutinario y memorístico.

El aula multigrado evidencia una necesidad frente al fortalecimiento institucional referente a la metodología y retroalimentación formativa. Es de vital importancia para estas aulas un cambio que resignifique el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El modelo pedagógico MULTI-CREA ofrece una oportunidad para que dichas aulas a partir del trabajo en equipo y en comunidad educativa, potencie y mejore la calidad de estos aprendizajes.

RECOMENDACIONES

Al aplicar el modelo hace necesario considerar las siguientes recomendaciones:

- Capacitar a los docentes de aula multigrado de las instituciones para que puedan asumir y brindar estrategias didácticas para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas del aula multigrado, y seguir investigando en zonas rurales.
- Generar más espacios con los padres de familia y comunidad en general para identificar necesidades de apoyo para los estudiantes y sensibilizar hacia la importancia del estudio, la igualdad de género en los diferentes oficios.
- Incentivar y extender la propuesta general con actividades diferenciadas frente a otros intereses y oficios del Modelo pedagógico flexible e integrado MULTI-CREA para diferentes grados del aula multigrado o todos los grados asumiendo una sede unitaria.
- Plantear otras preguntas heurísticas, para así evidenciar más fácilmente los niveles en el proceso de matemátización vertical y principio de institucionalización. Además, se puede proponer en cada pregunta del reto su solución en tres partes, ¿qué me preguntan?, estrategias de resolución y análisis de la respuesta.
- Organizar microcentros para implementar y compartir con los docentes de aula multigrado problemas retadores en donde los estudiantes puedan imaginar, crear, soñar y divertirse, contribuyendo a la motivación como un factor inicial para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático.
- Tener en cuenta que para el aula multigrado los currículos deben ser flexibles e integrados y es necesaria la vinculación de objetivos para la matemática discreta y los procesos de pensamiento computacional, elementos importantes para el desarrollo del pensamiento.
- Profundizar en acciones y estrategias de apoyo necesarias para resolver situaciones pedagógicas y retroalimentar el proceso de evaluación.

BIBLIOGRAFÍA

- Abarca Cordero, J. C. (2017). Jerome Seymour Bruner: 1915-2016. *Revista de Psicología (PUCP)*, 35(2), 773-781. p.776
- Agencia de Calidad de la Educación. (2017). Guía de uso: evaluación formativa. Evaluando clase a clase para mejorar el aprendizaje. p. 18
- Abós, P. (2015). El Modelo de Escuela Rural ¿Es un Modelo Transferible a Otro Tipo de Escuela? *Educação & Realidade*, 40(3), 667-684. Epub May 11, 2015.
- Abós, P., & Boix, R. (2017). Evaluación de los aprendizajes en escuelas rurales multigrado (No. ART-2017-102263). *Aula abierta*.
- Ahmadiabadi, A., & Izan, M. (2022). The effect of integrated curriculum (content-based and skill-based) on self-esteem and academic achievement of students in multi-grade classes in Piranshahr. *Quarterly Journal of Education Studies*, 8(31), 52-64.
- Álvarez, J. (2001). *Evaluar para conocer, examinar para excluir*. Edit. Morata, Madrid.
- Arcavi, A., & Schoenfeld, A. H. (1992). Mathematics tutoring through a constructivist lens: The challenges of sense-making. *The Journal of mathematical behavior*.
- Bascopé, M., & Reiss, K. (2021). Place-based STEM education for sustainability: A path towards socioecological resilience. *Sustainability*, 13(15), 8414.
- Bastardo, J. L. F., & Vincent, R. J. M. (2014). Saberes geométricos en trabajos de oficio en comunidades rurales. *Educere*, 18(61), 565-573.
- Belleza, J. A., & Feliciano, E. L. (2018). Multi-Grade Intermediate Mathematics Teaching Schemes: The Case of Education in the District of Tublay, Benguet. *Mountain Journal of Science and*

- Interdisciplinary Research* (formerly Benguet State University Research Journal), 78(2), 115-136.
- Bernal, J., & Piedra, D. P. (2013). La Educación Matemática crítica: una alternativa para potenciar las características de la escuela multigrado. *VII CIBEM*
- Berrio, F. J. (2021). Centros de interés y capacidad asociativa de las palabras. *RILCE*, 37(2), 917-920.
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability* (formerly: Journal of Personnel Evaluation in Education), 21(1), 5-31.
- Block, David, Ramírez, Margarita, & Reséndiz, Laura. (2019). ¿Cuánto pesa?, ¿Cuánto mide? Una experiencia didáctica en una escuela primaria unitaria. *Revista mexicana de investigación educativa*, 24(81), 537-564. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662019000200537&lng=es&tlng=es.
- Boix, R., & Santos, L. E. (2015). the issue of autonomy within multigrade classrooms. *Sisyphus: Journal of Education*, 3(2), 98-116.
- Bonilla, A. L. (2020). Alternativa metodológica para el conocimiento de la historia de la comunidad en las escuelas multigradas. Mendive. *Revista de Educación*, 18(2), 367-378.
- Boyd, P. (2020) Mixed-age teaching and mastery approaches to mathematics. *Teacher Education Advancement Network Journal (TEAN)*, 12 (1). pp. 4-15.
- Bustamante, M. V., & Díaz, D. L (2020). Análisis de gráficos estadísticos en módulos de matemática para la enseñanza de escuelas rurales multigrado en Chile. *Revista espacios, Espacios*, 41(16).
- Bressan, A., Zolkower, B. y Gallego, F. (2004). Los principios de la educación matemática realista. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 5, 69-98.

- Bressan, A., Zolkower, B. E. T. I. N. A., & Gallego, M. F. (2005). Los principios de la educación matemática realista. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 5, 69.
- Bressan, A. & Gallego, M. (2011). La Educación Matemática Realista: Bases teóricas. *III congreso nacional de matemática y problemáticas de la educación contemporánea*. Santa María, Argentina.
- Broitman, C, Escobar, M. & Sancha, I. (2021). Matemática en aulas plurigrado: atender a la diversidad desde la planificación. En: M. Castedo, C. Broitman e I. Siede (Comps.). *Enseñar en la diversidad: Una investigación en escuelas plurigrado primarias*. La Plata. pp. 51-96.
- Brown, B. (2010). Teachers' Accounts of the Usefulness of Multigrade Teaching in Promoting Sustainable Human-Development Related Outcomes in Rural South Africa. *Journal of Southern African Studies*, 36(1), 189-207. Retrieved August 16, 2020, from www.jstor.org/stable/40600239.
- Bruner, J. S. (1960). On learning mathematics¹. *The Mathematics Teacher*, 53(8), 610-619.
- Caldart, R. S. (2004). Elementos para construção do projeto político e pedagógico da educação do campo. *Revista Trabalho Necessário*, 2(2).
- Camargo, L. (2010). *Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria*. (Tesis Doctorado en Educación Matemática, Universidad de Valencia).
- Castro, E., & Montoro, A. B. (2021). Educación STEM y formación del profesorado de Primaria en España. *Revista de educación*.
- Colbert, V. (1999). Mejorando el acceso y la calidad de la educación para el sector rural pobre. El caso de la Escuela Nueva en Colombia. *Revista Iberoamericana de educación*, 20, 107-135.
- Colbert, V., Arboleda, J. (2016). Bringing a student-centered participatory pedagogy to scale in

Colombia. *J Educ Change* 17, 385–410 <https://doi.org/10.1007/s10833-016-9283-7>

Condori, A. P. (2019). La Didáctica de Matemáticas y Ecología de Saberes. In *XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*.

Costa, A. y Garmston, R. (1999). El coaching cognitivo: una plataforma para el renacimiento de las escuelas. *Caracas: Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez*.

Culebro, R. B., & Martínez, J. J. (2019). Procesos de transposición didáctica en colectividad: uso de recursos digitales en el contexto educativo multigrado. In *Memoria del Tercer Congreso Nacional de Investigación sobre Educación Normal* (pp. 1-11).

Davis, P. J., & Hersh, R. (1998). The ideal mathematician. *New directions in the philosophy of mathematics*, 177-184.

Cornish, L., & Taole, M. J. (2021). *Perspectives on Multigrade Teaching*. Springer International Publishing.

Departamento Nacional de Estadística, D. (2018). Censo Nacional de Población y Vivienda. <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/demografia-y-poblacion/censo-nacional-de-poblacion-y-vivienda-2018/cuantos-somos>

Dewey, J. (1934). *Art as experience*. Penguin.

Dewey, J. (2004). *La opinión pública y sus problemas*. Ediciones Morata.

Díaz, J. y Bermejo V. (2007) Nivel de abstracción de los problemas aritméticos en alumnos urbanos y rurales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(3): 335-364.

Recepción: octubre 23, 2006/Aceptación: agosto 13, 2007

De Educación, L. G. (1994). Ministerio de educación nacional. *Bogotá, Colombia*.

- de Pedagogía, C. (2002). *Marco conceptual para la elaboración de una teoría pedagógica*/Dra. Josefina López Hurtado, Dra. Mercedes Esteva Boronat...[et. al.]. Pueblo y Educación.
- Elfert, M. (2015). UNESCO, the Faure report, the Delors report, and the political utopia of lifelong learning. *European Journal of Education*, 50(1), 88-100.
- English, L. D. (2016). STEM education K-12: Perspectives on integration. *International Journal of STEM education*, 3, 1-8.
- Escobar, M. (2016). *La enseñanza de la matemática en aulas plurigrado* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de La Plata).
- Falk, M. (2001). Olimpiadas de Matemáticas: retos, logros (y frustraciones). *Boletín de la Asociación Matemática venezolana*, 8(1), 15-26.
- Formación de Tutores Programa Todos a Aprender (2019)- Ciclo II-Aula multigrado.
- Freudenthal, H. (1986). *Didactical phenomenology of mathematical structures* (Vol. 1). Springer Science & Business Media
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures* (Dordrecht, The Netherlands: Kluwer).
- Friesen, R.-A., & Schütte, M. (2018). Pupils' participation in collective argumentation within multi-age mathematics education at primary level. *Proceedings of the IV ERME Topic Conference* (pp. 65-72). Dresde, Alemania: HAL archives-ouvertes.
- Friesen, R.-A., Schütte, M., & Jung, J. (2019a). Solving problems collaboratively in multi-age classes—a possibility for learning? *Eleventh Congress of the European Society for Research in* (pp. 1-10). Utrecht, Netherlands: Utrecht University.

- Friesen, R.-A., Schütte, M., & Jung, J. (2019b). Interactional Analysis: A Method for Analysing Mathematical Learning Processes in Interactions. En G. Kaiser, & N. Presmeg, *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education* (pp. 101-129). Hamburgo: Springer Open.
- Friesen, R. A., & Schütte, M. (2020, February). Interactional obligations within collaborative learning situations bringing forth deeper collective argumentation. *In Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom*.
- Gaviria, M. C., & Colbert, V. (2017). *Historia de Escuela Nueva en Colombia: Una renovación pedagógica para el siglo XXI*. Fundación Escuela Nueva.
- García, E., & Trejo, L. (2018). La matemática escolar en la escuela multigrado. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 3, 128-131.
- González, G. C. (2006). *Modelo pedagógico para la dirección del proceso en la escuela multigrado*. (tesis de Doctorado en Ciencias Pedagógicas, Universidad de Holguín).
- González, G. A., & Arriaga, L. M. R. (2018). Visualización y producción de enunciados en las propiedades del triángulo. In *XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*.
- Gutiérrez, M. M., Hus, V., Hegediš, P. J., & Domínguez, S. C. (2022). Students of Primary Education Degree from two European universities: a competency-based assessment of performance in multigrade schools. Comparative study between Spain and Slovenia. *Revista Española de Educación Comparada*, (40), 162-189.
- Hargreaves, L. (2001). Assessment for learning in the multigrade classroom. *International Journal of Educational Development*, Volume 21, Issue 6, Pages 553-560, ISSN 0738-0593. [https://doi.org/10.1016/S0738-0593\(01\)00015-3](https://doi.org/10.1016/S0738-0593(01)00015-3)
- Heritage, M. (2010). *Formative Assessment and Next-Generation Assessment Systems: Are We Losing*

an Opportunity? Council of Chief State School Officers.

Heritage, M. (2021). *Formative assessment: Making it happen in the classroom*. Corwin Press.

Hernández, S. R., Fernández, C. C., & Baptista, L. P. (2014). *Metodología de la investigación* (Vol. 3). Sexta edición. México: McGraw-Hill.

Hernández, O. P., & Romero, T. M. (2016). Integración del contenido de fracciones para el multigrado tercero-cuarto de la educación primaria. *EduSol*, 16(54), 114-127.

Hyry-Beihammer, E. K., & Hascher, T. (2015). Multi-grade teaching practices in Austrian and Finnish primary schools. *International Journal of Educational Research*, 74, 104-113

ICFES (2018). Resultados del cuatrienio 2015-2018. Día e. Colombia Aprende

Jiménez, D. I. (2020). *Ambientes de aprendizaje colaborativos y herramientas matemáticas para la resolución de problemas en multigrado*.
<https://repositorio.beceneslp.edu.mx/jspui/handle/20.500.12584/540>

Jiménez, L. R., & Espinosa, C. I. (2019). Aprovechamiento del material manipulativo para fortalecer el pensamiento matemático en aula multigrado. *Educación y Ciencia*, (23), 513-529.

Jiménez, R., Medina, J., Castro, A., Chávez, D., & Castrelo, N. (2022). Valoración de docentes multigrado sobre un marco que orienta el diseño de unidades STEM integradas. *Revista científica*, (45), 328-344.

Jung, J., & Schütte, M. (2018). *An interactionist perspective on mathematics learning: conditions of learning opportunities in mixed-ability groups within linguistic negotiation processes*. Springer, 1-11. doi:<https://doi.org/10.1007/s11858-018-0999-0>

Kane, M. (2013). The argument-based approach to validation. *School Psychology Review*, 42(4), 448-

457.

Krummheuer, G. (2010). Representation of the notion “learning-as-participation” in everyday situations of mathematics classes. *ZDM Mathematics Education*, 43, 81-90. doi:10.1007/s11858-010-0294-

1

Krulik, S. y Rudnik, J. (1987). *Problem solving: a handbook for teachers*. Boston: Allyn and Bacon

Lakatos, I. (1963). *Proofs and refutations*. London: Nelson.

Lara, E. S.C, & Juárez, D.B. (2018). La relación tutora entre estudiantes en una clase multigrado de México.

Largo, A. y Rivera, G. (2019). Práctica pedagógica en matemáticas en escuelas rurales después de un programa de formación docente. *CIAEM XV*

Le, H. M. (2018). The reproduction of ‘best practice’: Following Escuela Nueva to the Philippines and Vietnam. *International Journal of Educational Development*, 62, 9-16.
<https://doi.org/10.1016/j.ijedudev.2018.02.005>

Lissabet, J. L. R. (2019). Diagnóstico del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática en la escuela primaria multigrado cubana (Original). Roca. *Revista científico-educacional de la provincia Granma*, 15(2), 65-79.

Lizarde, E. L., Hernandez, F. J., & Reyes, A. M. (2019). Ruta crítica en la construcción del MTSK. Meta-análisis del análisis didáctico de los docentes en formación inicial. *In XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*.

Little, A. W. (2005). *Learning and teaching in multigrade settings*. Unpublished paper prepared for the UNESCO.

- Little, A. W. (2006). Education for all: Multigrade realities and histories. In *Education for All and Multigrade Teaching* (pp. 1-26). Springer, Dordrecht.
- Martínez Restrepo, S. (2016). La situación de la educación rural en Colombia, los desafíos del posconflicto y la transformación del campo.
- Martínez, P. A., Ochoa, C. P., & Bolaños, D. J. (2021). *La educación rural en México: propuestas para una política educativa integral*. Universidad Iberoamericana AC.
- Matshidiso, T. J. (2018). Diversity and inclusion in rural South African multigrade classrooms. *International Journal of Inclusive Education*, 24(12), 1268-1284.
- Minerva, F. (2006). *El proceso de investigación científica*. Zulia, Venezuela: Universidad del Zulia.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia MEN (2009). *Fundamentaciones y orientaciones para la implementación del Decreto 1290 de 2009*. Bogotá
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia MEN (2010). *Manual de implementación Escuela Nueva. Generalidades y Orientaciones Pedagógicas para Transición y Primer Grado*. Tomo I. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN (2017). *Caja Siempre Día e: La evaluación formativa y sus componentes para la construcción de una cultura de mejoramiento*. Santa Fe de Bogotá
- Naparan, G. B., & Alinsug, V. G. (2021). Classroom strategies of multigrade teachers. *Social Sciences & Humanities Open*, 3(1), 100109.
- Nührenbörger, M., & Steinbring, H. (2009). *Forms of mathematical interaction in different social settings:*

examples from students', teachers' and teacher-students' communication about mathematics.

Springer Science+Business Media, 12, 111-132. doi:10.1007/s10857-009-9100-9

Moreno, C. H., Rabí, S. C., Mandujano, F. B., Valenzuela, Leiva, F. V., & Rebolledo, H. M. (2019).

Formación inicial y continua para la inclusión y la educación de calidad orientada a las comunidades rurales: itinerario de una propuesta formativa de la Universidad de Playa Ancha. *Educación, escuela y profesorado*, 137-151.

Parra, M. E., & Rojas, O. J. (2022). La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado

de primaria: Una caracterización. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 2(3), e202208. <https://doi.org/10.54541/reviem.v2i3.35>

Pérez, D. (2011). Diseño, aplicación y evaluación de un sistema de actividades para la construcción de

significado del concepto de área, en una comunidad de práctica para sexto grado. (Tesis de maestría en Educación Matemática, Universidad Antonio Nariño), Bogotá, Colombia.

Pinzón, M. A. b. (2018). Aprendiendo matemáticas, lenguaje y ciencias naturales desde una situación

problema (Doctoral dissertation, Universidad Externado de Colombia).

Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2012). *Educación Matemática: aportes a la formación docente desde*

distintos enfoques teóricos. Villa María, Argentina: Editorial Universitaria Villa María, p. 155.

Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (No. 04; QA11, P6.). México:

Trillas.

Pridmore, P. & Vu, T, (2007) Adapting the primary-school curriculum for multigrade classes in developing

countries: a five-step plan and an agenda for change, *Journal of Curriculum Studies*, 39:5, 559-576, DOI: 10.1080/00220270701488093

Psacharopoulos, G., Rojas, C., & Velez, E. (1996). Achievement Evaluation of Colombia's "Escuela

- Nueva": Is Multigrade the Answer? *Comparative Education Review*, 37(3), 263-276. Retrieved August 16, 2020, from www.jstor.org/stable/1188512
- Reséndiz, L., Block, D., & Carrillo, J. (2017). Una clase de matemáticas sobre problemas de aplicación, en una escuela multigrado unitaria. Un estudio de caso. *Educación matemática*, 29(2), 99-123. <https://dx.doi.org/10.24844/em2902.04>
- Ripamonti, C. (2017). Orientaciones pedagógicas para el aula multigrado. *Matemática*.
- Rivero, J. L. L. (2019). Diagnóstico del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática en la escuela primaria multigrado cubana (Original). *Roca. Revista científico-educacional de la provincia Granma*, 15(2), 65-79.
- Rockwell, E., & Rebolledo, V. (2017). *Yoltocah. Estrategias didácticas multigrado. México*
- Ruíz, A. C. (2022). ¿Cómo evaluar aprendizajes en el aula multigrado? Dilemas y propuestas de docentes rurales. *Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 13, e1556-e1556.
- Saénz, J. (2004). John Dewey: Experiencia y educación.
- Santos, L. E. (2011). Aulas multigrado y circulación de los saberes: especificidades didácticas de la escuela rural. *Profesorado. Revista de currículum y formación de profesorado*, 15(2), 71-91.
- Santos, L. (2020). Didáctica multigrado: algunas claves conceptuales para una pedagogía de la diversidad.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*, San Diego, CA: Academic Press
- Schoenfeld, A. H., & Sloane, A. H. (2016). *Mathematical thinking and problem solving*. Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1-38.

- Schoenfeld y Arcavi (2020). *Sensemaking en Educación Matemática*. Video conferencia en el Seminario en Educación matemática. Universidad Antonio Nariño.
- Sengupta, P., Shanahan, M. C., & Kim, B. (Eds.). (2019). *Critical, transdisciplinary and embodied approaches in STEM education*. Springer.
- Shiefelbein, E., Vera, R., Aranda, H., Vargas, Z., & Corco, V. (1996). En busca de la escuela del siglo XXI: ¿Puede darnos la pista la Escuela Nueva de Colombia? *Revista Colombiana De Educación*, (32). <https://doi.org/10.17227/01203916.7757>
- Stacey, K., Burton, L., y Mason, J. (2010). *Thinking mathematically*. Pearson Education Limited.
- Suárez, Y. Y. Z. (2020). Práctica Pedagógica en Matemáticas en Escuelas Rurales después de un programa de formación docente. *Redipe original*.
- Trejo, L. (2022). La organización visual de la información en la resolución de problemas en la primaria multi-grado en México. *XI Congreso Internacional de Matemática asistida por Computador y el II Simposio de Competiciones Matemáticas*. In *Simposio de Matemáticas y Educación Matemática-Volumen* (Vol. 9, No. 1).
- United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. (2013). *Practical Tips for Teaching Multigrade Classes París*: UNESCO Bangkok Office.
- Unicef (2009). https://www.unicef.org/spanish/education/index_44870.html
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2020). *International reflections on the Netherlands didactics of mathematics: Visions on and experiences with Realistic Mathematics Education*. Springer Nature.
- Vigotsky, L. S. (1979). Zona de desarrollo próximo: una nueva aproximación. *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona, Grijalbo.

- Wenger, E. (1998). *Comunidades de Práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós.
- Zamora, L. F. G., & Mendoza, A. P. B. (2018). La formación de educadores para el trabajo rural: el reto planteado por la escuela rural multigrado en Colombia. *Nodos y nudos*, 6(45).
- Zepeda, G. y García, E. (2019). Práctica docente para la promoción del aprendizaje de las matemáticas en un aula multigrado. Un estudio de caso Universidad Autónoma de Querétaro. *XV COME*.
- Zorro, Y. Y. (2019). Práctica pedagógica en matemáticas en escuelas rurales después de un programa de formación docente. *RELME* 32

ANEXOS

Anexo 1. Entrevista a especialistas en educación matemática y/o aula multigrado

Anexo 2. Encuesta a docentes de matemáticas de aula multigrado

Anexo 3. Análisis de la encuesta a docentes multigrado por medio del Método Delphi

Anexo 4. Rejilla de evaluación para la validación del modelo, sugerencias a la encuesta y entrevista de satisfacción para estudiantes y padres de familia

Anexo 5. Análisis validación del modelo por el método Delphi

Anexo 6. Rúbrica general proceso cognitivo, pedagógico y didáctico para cada oficio. Modelo MULTI-CREA. (Ejemplo: oficio ser vendedor – formato Excel)

Anexo 7. Encuesta de satisfacción a estudiantes y acudientes del aula multigrado

Anexo 8. Entrevista de satisfacción a estudiantes y padres de familia o acudientes



Para visualizar cada uno de los anexos anteriores, debe dar click en la lupa.